



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

## **Unidad Didáctica “Funciones Lineales”**

**Autor: David Trujillo Gradi**  
**Tutora UAL:**  
**María Francisca, Moreno Carretero**  
**Especialidad: Matemáticas**  
**Universidad de Almería**

**Curso: 2019 / 2020**



# Resumen

El objetivo de este trabajo fin de master es realizar el diseño de una Unidad Didáctica sobre “Funciones Lineales” para la asignatura Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3ºESO. Mediante un completo análisis didáctico y la posterior planificación de las sesiones, tanto de su desarrollo, contenidos, objetivos, competencias como de su evaluación se pretende proponer una Unidad Didáctica basada en la idea de dar gran importancia a la continua relación de todos los conocimientos que se desea impartir con situaciones de la vida cotidiana.

Para lograr este objetivo se ha diseñado una Unidad Didáctica partiendo de un marco teórico relativo a la teoría de Funciones Lineales, su historia, utilizando todas las herramientas del currículo y así como metodologías y herramientas didácticas propuestas. Además se describen en el anexo todas las actividades propuestas y pruebas escrita necesarias para su desarrollo y valoración en el aula.

## Palabras clave:

Currículo, Función lineal, ecuación de la recta, metodología basada en trabajo en equipo, problemas de la vida cotidiana.

# Abstract

The objective of this master's thesis is design a Didactic Unit about "Linear Functions" for the Mathematics course oriented to the academic education of 3rd ESO. With a complete didactic analysis and a planning of the sessions, both of their development, contents, objectives, competences and their evaluation, the objective is to propose a Didactic Unit based on the idea of giving great importance to the continuous relationship of all the knowledge that is you want to teach with everyday situations.

To achieve this objective, a Didactic Unit has been designed based on a theoretical framework related to the theory of Linear Functions, its history, using all the tools of the curriculum and as well as proposed methodologies and didactic tools. In addition, there are in the annex all the proposed activities and written tests are required for their application.

## Key words:

Curriculum, Linear function, equation of the line, methodology based on teamwork, problems of everyday life.

# Índice

1. Introducción.....	1
2. Fundamentación.....	3
3. Análisis didáctico .....	4
3.1. Análisis de contenido.....	6
3.1.1. Desarrollo histórico.....	6
3.1.2. Estructura conceptual .....	8
3.1.3. Sistemas de representación .....	12
3.1.4. Fenomenología .....	16
3.2. Análisis cognitivo .....	18
3.2.1. Expectativas de aprendizaje.....	18
3.2.1.1. Objetivos.....	19
3.2.1.2. Competencias .....	20
3.2.2. Análisis de limitaciones .....	23
3.3. Análisis de instrucción .....	24
3.3.1. Grado de complejidad de las tareas.....	24
3.3.2. Recursos y materiales didácticos .....	26
4. Unidad Didáctica.....	27
4.1. Contenidos específicos .....	28
4.2. Objetivos específicos .....	29
4.3. Metodología.....	29
4.4. Recursos.....	30
4.5. Atención a la diversidad.....	31
4.6. Evaluación .....	31
4.7. Temporalización.....	32
4.8. Sesiones .....	32
5. Conclusión.....	40
6. Referencias bibliográficas.....	42
7. Anexo .....	44

# 1. Introducción

Para comenzar este trabajo que tratará sobre el diseño de una Unidad Didáctica introducimos la definición de Currículo. Se define el Currículo como “el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas”. (LOE, Título preliminar, Capítulo III, Artículo 6)

Los principales componentes del Currículo sobre los cuales tomaremos decisiones previas como docente en el diseño de una Unidad Didáctica son los siguientes:

1. Objetivos y competencias básicas. Logros que son asignados y propuestos a los alumnos de progresiva dificultad en función de sus características y qué conocimientos se espera que adquieran.
2. Contenidos. Conjunto de ideas, nociones, conceptos y procedimientos los cuales van a ser impartidos.
3. Metodología. Procesos de enseñanza, modelos de actividades prácticas, relaciones de tareas y labores concretas que se van a desarrollar.
4. Evaluación. Mecanismos, criterios e instrumentos que se han de tener en cuenta para la evaluar de los resultados obtenidos, ligados con la obtención de los objetivos y competencias básicas marcadas.

Introducimos también el concepto de Unidad Didáctica. La Unidad Didáctica es la herramienta principal en la labor docente del profesor, ya que le permite planificarse de forma completa y estructurada, adaptando el proceso educativo no sólo al grupo de alumnos colectivamente, sino de manera individual a cada alumno según sus necesidades de aprendizaje. Esta planificación es una de las competencias principales que debe obtener cualquier profesor y en particular el profesor de matemáticas ya que su asignatura tiene una especial dificultad en el aprendizaje de los alumnos.

Durante el desarrollo de este Trabajo Fin de Master (TFM), vamos a realizar un diseño completo de una Unidad Didáctica, cuya intención era su aplicación en la realidad durante el desarrollo de las prácticas externas del master aunque esto no fue posible debido a la situación excepcional provocada por el COVID-19. Dicha Unidad Didáctica diseñada

está enfocada para el tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria en la asignatura Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Durante el desarrollo de la primera fase de las prácticas acordé con mi tutora en el centro asignado que el tema a desarrollar sería “Funciones Lineales” ya que era el que constaba en la planificación del calendario del departamento de matemáticas para impartir durante el desarrollo de la segunda fase de las prácticas.

Según el Real Decreto 1105/2014, de 24 de diciembre, donde se marcan las pautas sobre el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria, podemos dividir el contenido del curso en cinco bloques:

1. Procesos, métodos y actitudes matemáticas.
2. Números y Álgebra.
3. Geometría.
4. Funciones.
5. Estadística y probabilidad.

En particular, el diseño de nuestra Unidad Didáctica pertenece al bloque cuatro “Funciones”.

La estructura con la que desarrollaremos el diseño de nuestra Unidad Didáctica se fundamentará en teoría del análisis didáctico, además de una planificación tanto de las sesiones como de los criterios e instrumentos de evaluación. Por tanto para una correcta planificación tomaremos como referencia (Rico, 2008), y llevaremos a cabo los siguientes análisis:

1. Análisis de contenido (Desarrollo histórico, estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología).
2. Análisis cognitivo (Expectativas de aprendizaje, objetivos y competencias, y análisis de las limitaciones).
3. Análisis de Instrucción (Grado de complejidad de las tareas y recursos y materiales didácticos).

## 2. Fundamentación

Como hemos introducido en el apartado anterior, con el diseño de esta Unidad Didáctica se pretendía obtener resultados educativos en el alumnado durante la realización de las prácticas externas del master, sin embargo debido a la situación de confinamiento producida por el COVID-19 me resultó imposible poder aplicarla ya que aunque seguí con las prácticas de forma online mediante teledocencia, se realizó una variación en el programa del centro y tuve que servir de apoyo a mi tutora en las clases online sobre “Cuerpos Geométricos”.

Mi intención en el diseño de la Unidad Didáctica sobre “funciones lineales” es la continua relación de los contenidos matemáticos que pretendemos que se obtengan con claros ejemplos que podemos encontrar de ello en la vida cotidiana del alumno como sugiere la normativa en vigor y por lo que dotaremos de gran importancia. El alumnado de la clase en la que tenía pensado aplicar esta Unidad Didáctica, a pesar de tener unas grandes capacidades y su elección por las matemáticas académicas y no por las aplicadas, presentaba una elevada desgana por la asignatura, además de una creencia de que las matemáticas no tendrían utilidad en sus vidas. Debido a esto, en mi opinión creo que los resultados que se pueden obtener mediante esta continua relación con problemas de la vida cotidiana serán mejores que los conseguidos con una Unidad Didáctica basada únicamente en clases magistrales sobre conceptos puramente teóricos.

Este objetivo de relacionar continuamente los contenidos impartidos con situaciones, problemas y objetos de la vida real ya inquietaba al propio Albert Einstein, que se asombraba con esta relación:

“Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, se adapte tan admirablemente a los objetos de la realidad”

*Albert Einstein*

Por todo ello, los contenidos que se pretende que el alumno aprenda, relacione y sea capaz de juzgar de forma crítica en situaciones de la vida cotidiana son:

- Funciones lineales. Obtención de una función lineal procedente de una situación real, propiedades y representación gráfica.
- Cálculo de la pendiente de una recta, análisis de sus implicaciones.



- Comparación de situaciones prácticas mediante funciones de proporcionalidad, representadas de forma textual, verbal o tabular.
- Representación de forma gráfica y tabular de diferentes problemas presentes en la vida cotidiana.
- Cálculo y propiedades de las distintas ecuaciones de la recta.
- Análisis y descripción sobre la posición relativa de dos rectas.

La intención de esta Unidad Didáctica es que el alumnado alcance las competencias relacionadas con los contenidos y los criterios de evaluación de la misma, las cuales están recogidas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero.

Atendiendo a esto, uno de los contenidos y criterios de evaluación recogido en el Real Decreto 1105/2014, 24 de diciembre, que le daremos más importancia en nuestra Unidad Didáctica será:

“2. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.”

Por ello otorgamos gran importancia a fomentar que los alumnos desarrollen la habilidad de relacionar y resolver problemas de la vida cotidiana, y por lo que es necesario dotarles de cuantas mayor cantidad de herramientas posibles no solo de forma conceptual y teórica sino también de forma práctica para que sepan actuar de forma razonada e inteligente frente a los problemas que se le presenten en la vida cotidiana en casos reales.

En cuanto a la importancia del tema elegido en el diseño de la Unidad Didáctica con respecto a posteriores cursos en la educación secundaria obligatoria y bachillerato se ha de destacar que las funciones lineales son de gran utilidad tanto en grado de mayor complejidad dentro del ámbito de las matemáticas, como en el resto de las ciencias en el estudio y modelización de fenómenos prácticos en tecnología, biología, física, etc. Son la cimentación para lograr obtener buenos modelos en el comportamiento de la naturaleza, estudio de funciones más complejas como las no lineales y relación de éstas con aspectos de la vida cotidiana. Es de gran importancia que el alumnado obtenga una buena base de este tipo de funciones, su estudio, representación y comportamiento ya que se irán desarrollando conocimientos más complejos partiendo de estos en cursos más avanzados.

### 3. Análisis didáctico

En el diseño de nuestra Unidad Didáctica vamos a realizar un análisis didáctico completo, ya que este análisis es un pilar fundamental para obtener una planificación útil y efectiva además de tener las herramientas correctas para su evaluación, y esta es la intención de nuestro trabajo.

La estructura del análisis didáctico (Gómez 2002), queda muy clara con este esquema:

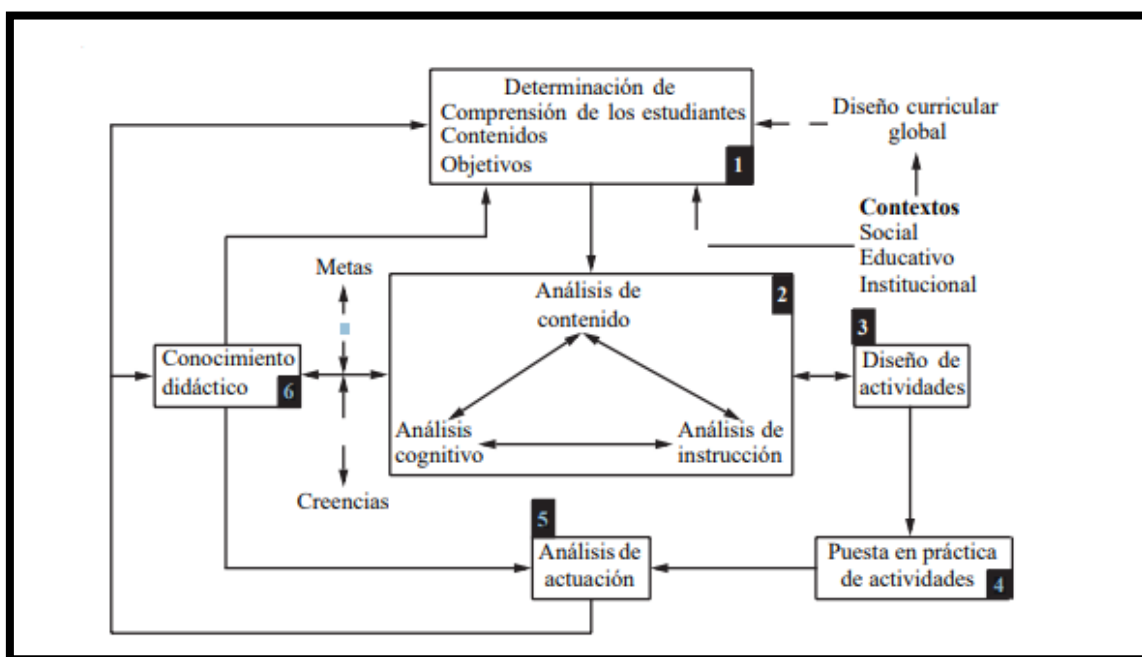


Figura N° 1. Ciclo del análisis didáctico.

Como hemos introducido en las secciones anteriores, el análisis didáctico que desarrollaremos en el diseño de nuestra Unidad Didáctica estará constituido por tres tipos de análisis, tomando de referencia (Rico, 2008):

- Análisis de contenido: A través primero de una contextualización histórica y posterior análisis, se identifican los conceptos, procedimientos, sistemas de representación y fenómenos que el docente considera esenciales para la planificación y diseño de la Unidad Didáctica.
- Análisis cognitivo: Basándose en el análisis anterior, este análisis permite al docente marcar los objetivos que espera que se desarrollen en el aprendizaje del

alumno sobre el tema matemático desarrollado, así como de las limitaciones en el aprendizaje que puedan surgir.

- **Análisis de instrucción:** A través de este análisis el docente identifica y analiza las herramientas (recursos y materiales) didácticos que va a utilizar así como el nivel de complejidad de las actividades que los alumnos deberán completar.

Una vez conocidos los análisis que componen el análisis didáctico que vamos a desarrollar en el diseño de nuestra Unidad Didáctica, vamos a desarrollar los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción para nuestra Unidad Didáctica. Cabe destacar que debido al COVID-19, y por tanto a la imposibilidad de aplicar esta Unidad Didáctica, no se realizará el análisis de actuación.

### 3.1. Análisis de contenido

Con este primer análisis nuestra labor como profesor es fijar y disponer de toda la información necesaria para establecer de forma clara y concisa los conceptos y procedimientos matemáticos en cada una de las unidades, además de tener una contextualización histórica sobre el tema del que va a tratar ya sea su origen, desarrollo o implicación en la actualidad.

Primero vamos a realizar una breve fundamentación del desarrollo histórico sobre la idea de función y su importancia en el uso de la vida cotidiana, con el objetivo de que nos sirva para comprender su utilidad y así poder transmitir estas ideas a los alumnos. Después desarrollaremos los tres organizadores del currículo en los que se estructura el estudio de los distintos significados del tema (Gómez, 2007):

- Estructura conceptual.
- Sistema de representación.
- Fenomenología.

#### 3.1.1. Desarrollo histórico

Estudiar los procesos históricos por los cuales se han ido desarrollando las matemáticas da la posibilidad de conocer como se inician, se estructuran y se desarrollan los métodos y conceptos de esta asignatura. Vamos a hacer un breve recorrido histórico de cómo

surgió la idea de función y se fue desarrollando a lo largo del transcurso de la historia tomando como referencia (Vázquez, Rey, Boubée, 2008).

➤ Inicios de la idea de función:

En los inicios de la civilización no existía el concepto de función ni de variable y la variación de las cantidades numéricas se describían de forma verbal. La civilización griega una de las más avanzadas de su época ya trabajaban con problemas en los que incluían la noción de función pero sin reconocerla como tal.

Tanto esta civilización como la mesopotámica desarrollaron unas tablas para almacenar datos y analizarlos para ver su variación, esto no es otra cosa que una idea primitiva de función siendo así de una manera específica pero no de forma abstracta y mucho menos con el análisis sus propiedades.

En el antiguo Egipto también podemos encontrar algunos ejemplos del uso de funciones recogidas de igual forma en tablas o papiros. Cabe destacar el uso particular de esta primitiva idea de función para la descomposición de fracciones.

➤ Surgió una necesidad, ¿cómo podemos relacionar magnitudes?

En épocas más avanzadas como la Edad Media, surgió la necesidad de estudiar fenómenos naturales como el calor, la densidad, la distancia y la velocidad de movimiento. Este estudio se centró alrededor de estas variables pero sin dar definiciones concretas. Así se desarrolló una idea de función relacionada con la idea del cambio.

Uno de los personajes históricos que más aportó a esta idea fue Nicole Oresme (1323-1382), en París. Desarrolló una especie de diagramas para representar en el plano magnitudes y variables, marcando de forma gráfico-geométrica los valores de la variable independiente y los valores de la variable dependiente. Así se inició de forma conceptual la primera idea de función y representación gráfica.

➤ Creación de conceptos más rigurosos de función:

En 1667 Gregory da una definición del concepto de función como “una cantidad obtenida de las otras cantidades mediante operaciones algebraicas sucesivas o mediante cualquier otra operación que se pueda imaginar”. Esto propició un impulso para que las

matemáticas avanzaran considerablemente y se iniciara una relación entre el álgebra, el cálculo y la geometría. Leibniz en 1714 nombró las cantidades que dependen de una variable mediante el concepto de función. Desarrolló la idea de puntos máximos y mínimos de una curva, además de una multitud de teoremas relacionados con la tangente y otras propiedades de las funciones.

➤ Definición del concepto de función:

En 1748, Euler, uno de los grandes matemáticos publicó un libro llamado "Introducción al análisis infinito" en la que introdujo definiciones formales sobre constante, cantidad variable, etc. Además de la definición de función, "es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de una cantidad variable y de números o cantidades constantes".

### 3.1.2. Estructura conceptual

El primer organizador entorno al cual vamos a diseñar nuestra Unidad Didáctica será la estructura conceptual. Dentro de ella, nos encontramos una división en dos campos de conocimiento: el conceptual y el procedimental cuya relación podemos observar en la Figura N° 2.

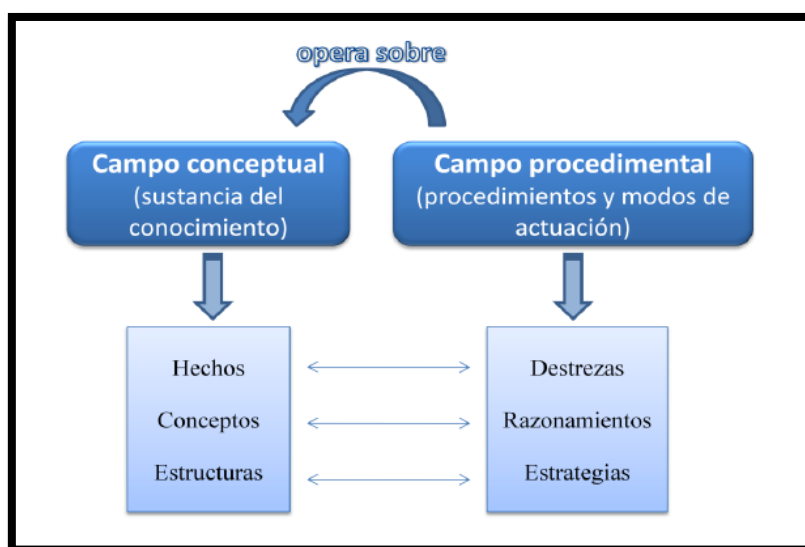


Figura N° 2. Campo conceptual y procedimental.

**CAMPO CONCEPTUAL:** compuesto por los elementos matemáticos más básicos sobre el desarrollo del tema de funciones lineales.

Este campo se subdivide a su vez en tres niveles: los hechos (unidades de comunicación), los conceptos (nociones matemáticas) y las estructuras conceptuales (estructuras matemáticas presentes en la Unidad Didáctica).

1) Hechos: Son los elementos más básicos de comunicación dentro de un ámbito matemático. Encontramos cuatro tipos:

a) Términos: Son las designaciones sobre conceptos o las relaciones entre conceptos.

En el ámbito en el que estamos trabajando hay términos particulares del tema tratado en un ámbito concreto y otros que proceden del lenguaje común que utilizamos en nuestra vida cotidiana. Veamos algunos términos relacionados con el tema de funciones lineales:

- Función lineal.
- Variable dependiente.
- Variable independiente.
- Recta.
- Pendiente.
- Origen.
- Eje X y Eje Y.
- Gráfica.
- Punto.
- Proporcionalidad.
- Constante.
- Ecuación explícita.
- Ecuación que pasa por dos puntos.
- Ecuación punto-pendiente.
- Ecuación general o implícita.
- Paralela.
- Secante.

b) Notaciones: Signos y representaciones empleados en el lenguaje matemático para poder expresar ideas con brevedad y exactitud de manera simultánea.

- +, -, /, \*
- Igualdad: =
- Punto:  $A = (x, y)$
- Incógnitas:  $\{x, y\}$
- Coeficientes:  $\{m, n, a, b, c\}$
- Función lineal:  $y = mx + n$  (m y n son coeficientes y x es la incógnita)
- Pendiente:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- Función constante:  $y = m$
  - Las rectas serán notadas por las letras r, s, t, etc.
- c) Convenios: Son acuerdos de vital importancia para expresar información evitando ambigüedad y largas y repetitivas explicaciones. Una característica importante de la labor matemática es el dominio fluido de convenios sobre la utilización de estos convenios.
- La variable dependiente será representada por x y la variable dependiente por y.
  - La pendiente será representada por m.
  - La enumeración de los puntos dados será de forma alfabética, es decir,  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), etc.$
  - Dos rectas serán paralelas si tienen la misma pendiente.
  - Las funciones  $y = mx$  se llaman funciones de proporcionalidad directa.
- d) Resultados: Son elementos matemáticos de información consecuencia de la relación directa entre conceptos, capaces de ser memorizados, cuya competencia y manejo es un pilar fundamental para el uso de las matemáticas sin tener que partir siempre de los elementos más básicos.
- La línea que une dos puntos cualesquiera forma una recta.
  - Si conocemos dos puntos de una recta podemos calcular su pendiente.
  - La función constante no es creciente ni decreciente.
  - La gráfica de las funciones de la forma  $y = mx$  pasan por el origen.
  - Los tipos de ecuaciones son: ecuación explícita, ecuación que pasa por dos puntos, ecuación punto-pendiente y ecuación general o implícita.
- 2) Conceptos: son un conjunto de nociones matemáticas conectadas y relacionadas entre sí. Pueden ser representados de diferentes maneras, de forma verbal, gráficamente, tubularmente o mediante términos y símbolos.
- Pendiente de una recta.
  - Función de proporcionalidad directa.
  - Función constante.
  - Ecuaciones de la recta.
    - Ecuación explícita.

- Ecuación que pasas por dos puntos.
  - Ecuación punto-pendiente.
  - Ecuación general o implícita.
  - Posiciones relativas de dos rectas.
    - Paralelas.
    - Secantes.
- 3) Estructuras: son el tejido matemático que se forma a partir de los conceptos y la relación existente entre ellos, el uso de estas estructuras es la base en las operaciones matemáticas y a partir de ellas se puede obtener nociones más complejas. La estructura en la que vamos a trabajar en esta Unidad Didáctica es:
- El anillo de polinomios de dos variables con operaciones suma y multiplicación.

**CAMPO PROCEDIMENTAL:** este campo aborda los procesos y actuaciones presentes en la labor matemática durante el desarrollo del tema.

Vamos a diferenciar tres tipos distintos de concreción: destrezas, razonamientos y estrategias.

- 1) Destrezas: son los procedimientos más básicos del tema para el que ha sido diseñada la Unidad Didáctica. Tratan los hechos y conceptos incluidos en la unidad por tanto se ha de tener un buen control en su uso y de las reglas que los relacionan. Relacionados con el tema matemático de nuestra unidad, se consideran las siguientes destrezas:
- Representación de puntos en una gráfica.
  - Diferenciación y asignación de la variable dependiente e independiente.
  - Interpretación de una tabla de valores.
  - Operaciones en una ecuación.
  - Resolución de ecuaciones de una incógnita.
- 2) Razonamientos: es un conjunto de análisis y métodos que se utilizan para conocer los distintos conceptos implicados en la unidad. Luego, en nuestro tema destacamos los siguientes razonamientos:



- Comprobar que un punto A pertenece a una recta.
  - Cálculo de la pendiente de una recta.
  - Proporcionalidad de la función que pasa por el origen de coordenadas.
  - Representación de la función constante
- 3) Estrategias: son los procedimientos que nos llevan a la obtención de un resultado mediante la utilización de cada uno de los resultados, conceptos y propiedades que trata nuestro tema matemático. Las estrategias principales que se pueden desarrollar en nuestra Unidad Didáctica pueden ser:
- Asociar una función lineal a un fenómeno modelizable.
  - Cálculo de la ecuación explícita.
  - Cálculo de la ecuación que pasa por dos puntos.
  - Cálculo de la ecuación punto-pendiente.
  - Cálculo de la ecuación general o implícita.
  - Estudio de la posición relativa de dos rectas: paralelas y secantes.

### 3.1.3. Sistemas de representación

Los sistemas de representación nos sirven para simbolizar e interpretar las posibles formas de los elementos matemáticos que trataremos en nuestra Unidad Didáctica así como las relaciones que existen entre ellos. Representar implica hacer presente un concepto, objeto o idea en forma simbólica, gráfica, tabular o verbal.

En la clasificación de cada uno de los sistemas de representación, se destacan e interpretan las herramientas que están representando, es decir, nos permiten llegar a un mejor entendimiento para trabajar con sus propiedades principales.

Desarrollaremos cinco tipos de representaciones en nuestra Unidad Didáctica diseñada sobre “Funciones Lineales”: simbólica, gráfica, tabular, verbal y mediante el uso de TIC’s.

#### **REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA:**

En la representación simbólica podemos encontrar el uso de letras, números y símbolos para el desarrollo de fórmulas, conceptos y otras estructuras matemáticas que

abordaremos en el desarrollo del tema. En nuestra Unidad Didáctica, las funciones lineales y en particular las ecuaciones de la recta se expresan de la siguiente forma:

- Puntos en una gráfica:  $A = (x_1, y_1), B = (x_2, y_2), C = (x_3, y_3), etc.$
- Pendiente:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Ecuación explícita:  $y = mx + n$
- Ecuación de la recta que pasa por dos puntos:  $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
- Ecuación punto-pendiente:  $y - y_1 = m(x - x_2)$
- Ecuación general o implícita:  $ax + by + c = 0$

### REPRESENTACIÓN GRÁFICA:

Esta tipo de sistema de representación es de gran utilidad en cuanto a entender mejor el concepto de función lineal y de pendiente, ya que este puede verse de forma gráfica. Así como de la representación de una recta dados dos puntos, o un punto y la pendiente en una gráfica.

Una gran herramienta para el uso de este tipo de representación y la cual utilizaremos en alguna de las sesiones programadas en el diseño de nuestra Unidad Didáctica será Geogebra.

El alumno podrá ver gráficamente la construcción de una recta, además en el estudio de la posición relativa entre dos rectas en el que se deberá determinar si son paralelas o secantes según su pendiente de forma procedimental, también podrá realizarse mediante su representación gráfica.

La representación gráfica de una función lineal sería la siguiente:

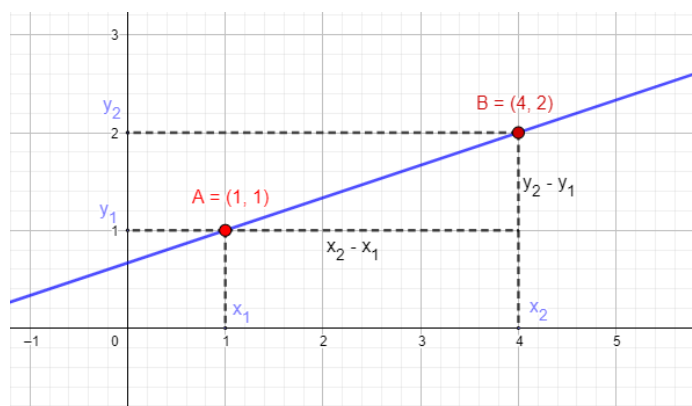


Figura N° 5. Representación gráfica de una recta.

Vemos que con este sistema de representación de una recta dados dos puntos, podemos calcular fácilmente su pendiente.

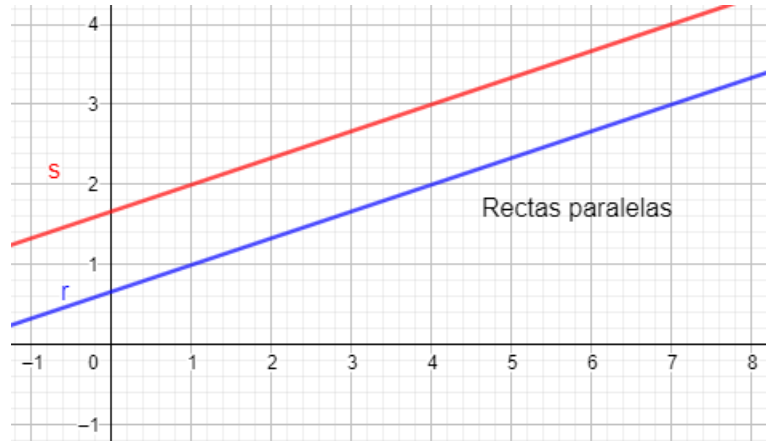


Figura N° 6. Rectas paralelas.

Tanto en la figura 6 como en la 7 en la página siguiente podemos ver cómo será la representación gráfica de dos rectas en la que habrá que discutir sus posiciones relativas según su pendiente.

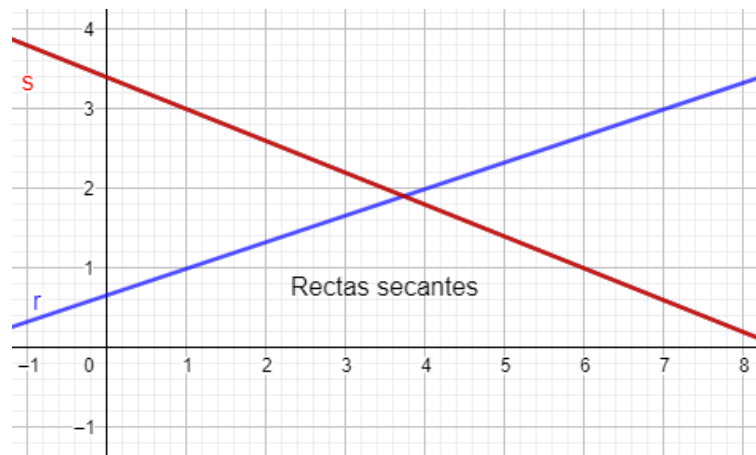


Figura N° 7. Rectas secantes.

### REPRESENTACIÓN TABULAR:

Esta representación sirve de unión entre la representación simbólica y la representación gráfica. En ella se crea una tabla de valores para cada una de las funciones lineales.

Veamos la representación tabular de un ejemplo:

a)

$x$	-4	0	4	8
$f(x)$	-1	0	1	2

b)

$x$	-4	0	4	8
$f(x)$	14	10	6	2

Nº de meses ( $x$ )	0	1	2	3	4	5	...	$x$
Precio ( $y$ )							...	

### REPRESENTACIÓN VERBAL:

Este tipo de representación está compuesto por los conceptos, razonamientos y expresiones que se utilizan en la descripción oral de dichos elementos correspondientes a la Unidad Didáctica diseñada. Gracias a esta representación, el docente puede comunicar verbalmente al alumno los conceptos y destrezas que debe adquirir. De este modo algunos ejemplos serían los siguientes:

“Veamos que la función efe de equis igual a dos por equis más tres es una función lineal”.

“La función efe igual a 4 es constante porque no presenta ni máximos ni mínimos”.

“Las rectas r y s son paralelas ya que tienen la misma pendiente”.

### REPRESENTACIÓN MEDIANTE UTILIZACIÓN DE TIC'S:

Un programa que utilizaremos de apoyo en esta Unidad Didáctica será Geogebra, en él podremos ver términos y expresiones matemáticos así como representaciones gráficas. Gracias a esta plataforma se mostraran de forma dinámica diferentes conceptos y términos que en un libro de forma visual y sin posibilidad manipulativa son más difíciles de comprender.

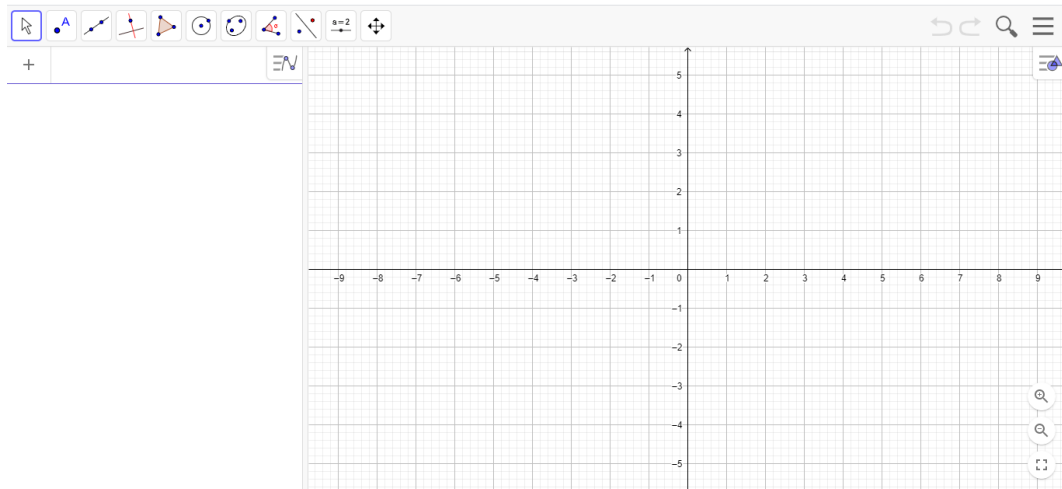


Figura N° 8. Geogebra.

### 3.1.4. Fenomenología

La tercera y última dimensión del análisis de contenido es la fenomenología, la cual tiene una importancia esencial en el aprendizaje del alumno, ya que es esta la que permite relacionar los conceptos matemáticos con el mundo real, capacidad que deseamos desarrollar de forma activa en nuestra Unidad Didáctica diseñada sobre “funciones Lineales”.

La fenomenología consta de contextos, situaciones o problemas que se pueden relacionar con la vida cotidiana y que involucran a los conceptos de nuestra Unidad. La selección del contexto en la que se apoya la tarea elaborada por el docente puede influir en el desarrollo del aprendizaje del alumno, por tanto, apoyándonos en las propuestas PISA se distinguen cuatro niveles en los que se encuentran las actividades propuestas: personales, laborales, sociales y científicas.

#### **PERSONALES:**

Son el conjunto de las situaciones con las que se puede encontrar el alumno, su familia o sus compañeros, durante el desarrollo de su vida cotidiana tanto en el centro escolar como en demás lugares de la sociedad.

“Luis y Carmen se han apuntado a un curso de natación. La matrícula son 15€ y cada mes cuesta 35€. Completa la siguiente tabla y determina la ecuación que relaciona el número de meses y su precio. ¿Cuánto tendríamos que pagar si contratamos 12 meses?”

### **EDUCATIVAS O LABORALES:**

Son el conjunto de las situaciones en las que el alumno deberá enfrentarse a problemas de ámbito educativo en cursos posteriores o ya implicados de forma directa en su futuro lugar de trabajo. Un ejemplo puede ser:

“Tu trabajo como entrenador de alto rendimiento es tomar tiempos a un corredor en los primeros 12 segundos de carrera. Si como resultado obtenemos la siguiente tabla:

Tiempo (s)	0	3	4	6	10	12
Espacio recorrido (m)	0	21	28	42	70	84

Escribe la función que exprese el espacio recorrido en función del tiempo y dibuja su gráfica.”

### **SOCIALES O PÚBLICAS:**

Son el conjunto de las situaciones en las que el alumno se verá involucrado por el hecho de pertenecer a la sociedad y vivir en ella. Deberá desarrollar su comprensión y habilidad matemática para evaluar los aspectos matemáticos de una determinada situación y actuar en consecuencia en su vida pública. Un ejemplo puede ser:

“En el mercado de divisas el dólar cotiza a 0,75€ en un determinado momento. Escribe la función que expresa el número de dólares en función del número de euros. Representala. Si se quiere viajar a EE.UU. ¿cuántos euros le darán por el cambio de moneda de 1.550 dólares?”

### **SITUACIONES CIENTÍFICAS:**

Son el conjunto de las situaciones de ámbito científico ya sean relacionadas con materias educativas del mismo curso o de cursos posteriores. Tanto en tecnología, física, biología y medicina existen multitud de situaciones que se pueden modelizar mediante este tipo de funciones lineales que tratamos en nuestra Unidad Didáctica. Un ejemplo puede ser:

“Una biga de metal mide 5m de largo a 0°C. Su longitud aumenta a medida que crece la temperatura según la función  $l(t) = 8(1 + 13 * 10^{-6}t)$  donde t representa la temperatura en grados centígrados y l(t) la longitud de la barra en metros.

- Calcula la pendiente y la ordenada en el origen de esta función lineal.

- b) Calcula la longitud de la barra a 30°C.
- c) Si la barra mide 5,0054m, ¿a qué temperatura está?

## 3.2. Análisis cognitivo

Como docente, en el diseño de nuestra Unidad Didáctica debemos marcar las expectativas de aprendizaje que tenemos en el alumno, es decir, los objetivos y competencias que se esperan que aprendan sobre el contenido matemático analizado en el apartado anterior.

En este análisis, los profesores debemos intentar prevenir y anticipar en la manera de lo posible las actuaciones de los alumnos en relación a la puesta en práctica de la Unidad Didáctica diseñada.

### 3.2.1. Expectativas de aprendizaje

En esta Unidad Didáctica diseñada sobre “Funciones Lineales”, se desarrollaran y estudiaran tanto los objetivos como las competencias relacionados con los siguientes focos conceptuales que deben adquirir el alumnado:

- Foco 1: Funciones lineales.
- Foco 2: Ecuaciones de la recta.
- Foco 3: Posiciones relativas de las rectas.
- Foco 4: Aplicaciones.

#### 3.2.1.1. Objetivos

Podemos dividir los objetivos que pretendemos conseguir en tres bloques:

##### **OBJETIVOS DE ÁREA:**

Estos objetivos están recogidos y los podemos encontrar en la *Orden 14 de Julio de 2016*, correspondientes a la asignatura Matemáticas orientadas a la enseñanza académica en la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía.

### **OBJETIVOS DE ETAPA:**

Este segundo bloque está compuesto por los objetivos recogidos en el *Real Decreto 1105/2014* para la Educación Secundaria Obligatoria dentro de la asignatura Matemáticas orientadas a la enseñanza a académicas.

### **OBJETIVOS DIDÁCTICOS:**

A partir de los objetivos de etapa y área que aparecen en el *Real Decreto 1104/2014*, y en la *Orden de 14 de Julio de 2016*, respectivamente, vamos a constituir y fijar los objetivos didácticos para cada uno de los focos presentados al principio de esta sección.

F1: Funciones lineales.

- O.1: Comprender la definición de función lineal, sabiendo detectarla cuando se presente.
- O.2: Comprender el concepto de pendiente de una recta y saber calcularla para cualquier función lineal.
- O.3: Ser capaz de representar cualquier recta dados dos puntos cualesquiera.
- O.4: Ser capaz de reconocer una función de proporcionalidad directa y su constatación de proporcionalidad tanto de manera teórica como en ejemplos de la vida cotidiana.
- O.5: Comprender la definición de función constante así como es representada de manera gráfica.

F2: Ecuaciones de la recta:

- O.6: Comprender la definición de la ecuación explícita, los elementos que la componen y su cálculo.
- O.7: Comprender la definición de la ecuación que pasa por dos puntos, los elementos que la componen y su cálculo.
- O.8: Comprender la definición de la ecuación punto-pendiente, los elementos que la componen y su cálculo.
- O.9: Comprender la definición de la ecuación general o implícita, los elementos que la componen y su cálculo.

F3: Posiciones relativas de las rectas.

- O.10: Dadas dos rectas saber identificar si son paralelas o secantes a través de sus pendientes.



- O.11: En el caso de que dos rectas sean secantes, saber calcular su punto de corte a través de un sistema de ecuaciones.

F4: Aplicaciones.

- O.12: Saber resolver problemas de la vida cotidiana que impliquen el uso de funciones lineales, tanto de forma tabular como gráfica.

### 3.2.1.2. Competencias

Al igual que en el apartado de objetivos, vamos a dividir las competencias en bloques, que en este caso serán los dos siguientes: Competencias clave y Competencias PISA

#### **COMPETENCIAS CLAVE:**

Durante la Unidad Didáctica pretendemos desarrollar las competencias claves recogidas en la Orden ECD/65/2015 de 21 de enero, veamos cuales:

- 1) Comunicación lingüística (CL)
- 2) Competencia matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología (CMCCT)
- 3) Competencia Digital (CD)
- 4) Aprender a Aprender (AA)
- 5) Competencias Sociales y Cívicas (CSC)
- 6) Sentido de Iniciativa Y Espíritu Emprendedor (SIE)

#### **COMPETENCIAS PISA:**

Las competencias propuestas y desarrolladas por el informe del programa internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA), y sobre las que hago posteriores análisis son:

- 1) COMUNICAR (C)
- 2) MATEMATIZACIÓN (M)
- 3) REPRESENTAR (R)
- 4) RAZONAMIENTO Y ARGUMENTACIÓN (RA)
- 5) RESOLVER PROBLEMAS (RP)
- 6) LENGUAJE SIMBÓLICO (LS)
- 7) HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS (HM)

Veamos ahora tres tablas que nos relacionarán los objetivos didácticos de cada uno de los focos, con las competencias PISA:

Tabla F1: Funciones lineales.

Objetivos	Competencias PISA						
	C	M	R	RA	RP	LS	HM
<b>O.1: Comprender la definición de función lineal, sabiendo detectarla cuando se presente.</b>	😊			😊		😊	
<b>O.2: Comprender el concepto de pendiente de una recta y saber calcularla para cualquier función lineal.</b>		😊			😊	😊	
<b>O.3: Ser capaz de representar cualquier recta dados dos puntos cualesquiera.</b>		😊	😊				😊
<b>O.4: Ser capaz de reconocer una función de proporcionalidad directa y su constate de proporcionalidad tanto de manera teórica como en ejemplos de la vida cotidiana.</b>	😊		😊	😊	😊	😊	😊
<b>O.5: Comprender la definición de función constante así como es representada de manera gráfica.</b>	😊		😊	😊	😊	😊	😊

Tabla F2: Ecuaciones de la recta.

Objetivos	Competencias PISA						
	C	M	R	RA	RP	LS	HM
<b>O.6: Comprender la definición de la ecuación explícita, los elementos que la componen y su cálculo.</b>		😊		😊		😊	
<b>O.7: Comprender la definición de la ecuación que pasa por dos</b>		😊		😊		😊	

puntos, los elementos que la componen y su cálculo.							
<b>O.8: Comprender la definición de la ecuación punto-pendiente, los elementos que la componen y su cálculo.</b>		😊		😊		😊	
<b>O.9: Comprender la definición de la ecuación general o implícita, los elementos que la componen y su cálculo.</b>		😊		😊		😊	

Tabla F3: Posiciones relativas de las rectas.

Objetivos	Competencias PISA						
	C	M	R	RA	RP	LS	HM
<b>O.10: Dadas dos rectas saber identificar si son paralelas o secantes a través de sus pendientes.</b>	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
<b>O.11: En el caso de que dos rectas sean secantes, saber calcular su punto de corte a través de un sistema de ecuaciones.</b>		😊			😊	😊	

Tabla F4: Aplicaciones.

Objetivos	Competencias PISA						
	C	M	R	RA	RP	LS	HM
<b>O.12: Saber resolver problemas de la vida cotidiana que impliquen el uso de funciones lineales, tanto de forma tabular como gráfica.</b>	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊

### 3.2.2. Análisis de las limitaciones

En este último apartado del análisis cognitivo, vamos a estudiar algunos de los errores y dificultades que se espera que sean más comunes en el alumnado cuando haga frente a los contenidos de nuestra Unidad Didáctica diseñada sobre el tema “Funciones Lineales”, viendo también con qué objetivos didácticos se relacionan.

Tabla 1. Errores y dificultades.

Errores y dificultades		Objetivos
<b>D1</b>	Dificultad a la hora de identificar una función lineal y sus elementos que la componen.	1,2,3
<b>E1</b>	Error en el cálculo de la pendiente de una recta.	
<b>D2</b>	Dificultad al identificar una función de proporcionalidad directa y sus elementos.	4
<b>D3</b>	Dificultad al identificar una función constante.	5
<b>E2</b>	Error en la representación de rectas en una gráfica.	3
<b>E3</b>	Error al construir los diferentes tipos de ecuación de la recta.	6,7,8,9
<b>D4</b>	Dificultad en distinguir entre rectas paralelas y secantes.	10
<b>E4</b>	Error a la hora de calcular el punto de corte de dos rectas secantes.	11
<b>D5</b>	Dificultad a la hora de resolver problemas de la vida cotidiana.	12
<b>E5</b>	Error al relacionar problemas de la vida cotidiana con su respectiva función lineal.	12

### 3.3. Análisis de instrucción

De Moreno y Ramírez (2016) tomamos las variables más utilizadas para el análisis de una actividad propuesta y su propósito:

- Finalidad: es el propósito de la tarea, es decir, los objetivos que se desea alcanzar con su trabajo.

- **Formulación:** es la forma en la que es enunciada la tarea, ya sea de forma verbal, escrita o mediante algún recurso TIC.
- **Materiales y recursos:** son los instrumentos necesarios para la realización de la tarea.
- **Temporalización:** es la duración necesaria aproximada que se ha de dedicar para el trabajo de la tarea.
- **Complejidad:** es el nivel de dificultad de la tarea y nos servirá para ordenarla y adaptarla al aprendizaje del alumno. Nos centraremos en este apartado estudiando más a fondo el grado de complejidad de las tareas propuestas en nuestra Unidad Didáctica.

### 3.3.1. Grado de complejidad de las tareas

De Moreno y Ramírez (2016) obtenemos la clasificación del análisis de una tarea en cuanto a su complejidad. Se distinguen tres niveles de dificultad:

- **Reproducción:** son tareas que se limitan a la aplicación directa y calco de procedimientos para que los alumnos se familiaricen con ellos.
- **Conexión:** son tareas en las que ya se pide una cierta conexión con contenidos y procedimientos que ya se han adquirido por el alumno.
- **Reflexión:** son tareas en las que el alumno además de resolverlas, deberá explicar las soluciones obtenidas haciendo uso de otros conocimientos involucrados.

**EJEMPLOS DE TAREAS DE DIFERENTES NIVELES DE DIFICULTAD:**

#### **Ejercicio 1 (Reproducción)**

Representa y une cada tabla de valores con su función lineal que la identifica. Calcula su pendiente y la ordenada en el origen. ¿Cuáles de las funciones lineales son constantes? ¿Cuáles de las funciones lineales son de proporcionalidad directa?

a)

<b>x</b>	-4	0	4	8
<b>f(x)</b>	-1	0	1	2

c)

<b>x</b>	-4	0	4	8
<b>f(x)</b>	6	6	6	6

b)

<b>x</b>	-4	0	4	8
<b>f(x)</b>	14	10	6	2

d)

<b>x</b>	-4	0	4	8
<b>f(x)</b>	-3	5	13	21

A.  $f(x) = 14x$

B.  $f(x) = 2x + 5$

C.  $f(x) = 6$

D.  $f(x) = 10-x$

**Intencionalidad del ejercicio 1:** Dado un conjunto de valores se quiere que el alumno pueda interpretar la relación existente entre los pares  $(x, f(x))$  y la identifiquen con una de las funciones que se le facilita. Se trabaja el concepto de pendiente y proporcionalidad.

**Ejercicio 2 (Conexión)**

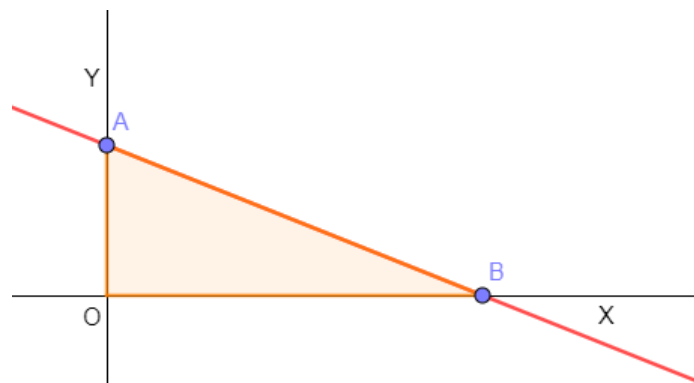
Copia y completa el siguiente cuadro:

<b><math>ax + by + c = 0</math></b>	<b><math>y = mx + n</math></b>	<b><math>m</math></b>	<b><math>n</math></b>
$x + 2y - 4 = 0$	...	...	...
...	$y = -3x + 4$	...	...
...	$y = -2$	...	...

**Intencionalidad del ejercicio 2:** Ver si el alumno ha conseguido interiorizar las diferentes formas en las que se puede expresar la ecuación de la recta e identificar la pendiente y el término independiente de la misma.

**Ejercicio 3 (Reflexión)**

El triángulo representado gráficamente tiene un área de  $5 u^2$ . Si el punto A = (0,2) es el vértice, obtén la ecuación de la recta sobre la que está la hipotenusa.



**Intencionalidad del ejercicio 3:** Este ejercicio consideramos que presenta una mayor complejidad para su resolución, en él los alumnos deberán poner en práctica, además de los conocimientos adquiridos en este tema, sus conocimientos sobre cálculo de áreas, Teorema de Pitágoras,...

### 3.3.2. Recursos y materiales didácticos

Para el mejora de nuestra Unidad Didáctica diseñada sobre el tema de “Funciones Lineales”, pienso que puede ser de gran utilidad la utilización de programas de representación gráfica con los cuales los alumnos pueden manejar y relacionar de una forma más sencilla los conceptos de función lineal, pendiente, posición relativa entre rectas, etc.

Debido al desarrollo de nuestra sociedad, el uso de las nuevas tecnologías es de vital importancia en los alumnos ya que nos dan un gran abanico de posibilidades, además de acercarnos a ellos en un punto de encuentro más familiar ya que está presente en su día a día.

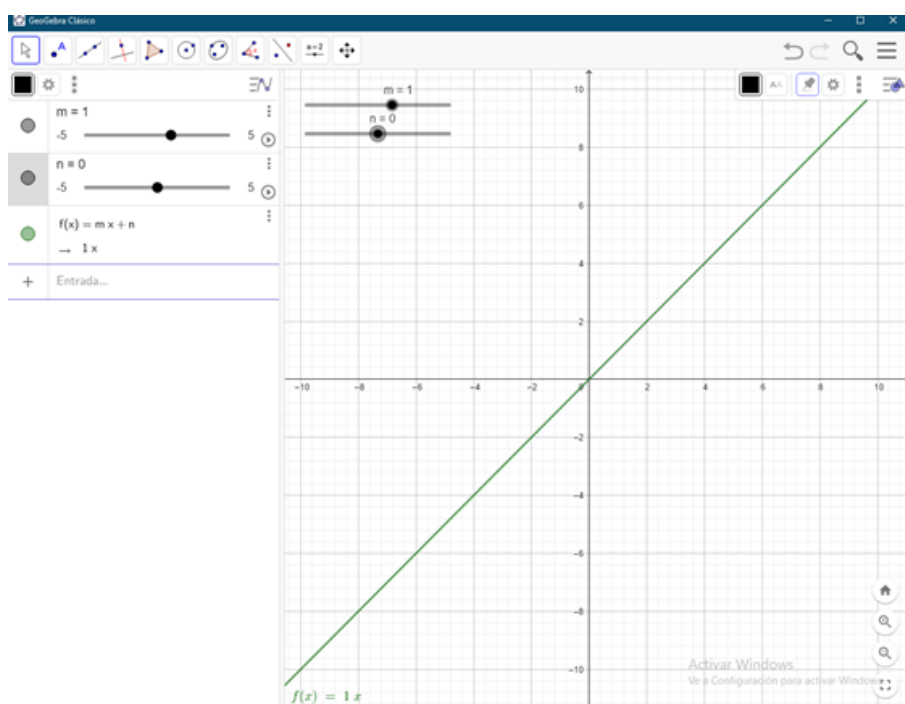
Por todo ello, veo bastante conveniente el uso de Geogebra capaz de modelizar funciones relacionadas con situaciones de la vida cotidiana. Dicho programa es gratuito, es decir, de libre acceso para los alumnos ya sea en el centro escolar como en sus casas a través de la Web [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Ofrece una gran cantidad de herramientas y posibilidades, posee una interfaz fácil de manejar e intuitiva con la que podemos realizar multitud de representaciones gráficas. Otra de las cualidades de este programa que dota de gran utilidad en el aprendizaje de las matemáticas es que ofrece la posibilidad trabajar mediante representación algebraica y tabular además de la gráfica.

Algunos ejemplos del uso de este programa en nuestra UD serían los siguientes:

### Ejercicio 1 - Función lineal explícita

Dada la siguiente función, introdúcela en Geogebra y observa:

- ¿Qué ocurre cuando el valor de  $m$  varía?
- ¿Qué ocurre cuando  $m$  cambia de signo?
- ¿Qué ocurre cuando el valor de  $n$  varía?
- ¿Qué ocurre cuando  $n$  cambia de signo?



## 4. Unidad Didáctica

### 4.1. Contenidos específicos

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pendiente de la recta.</li> <li>• Funciones lineales específicas:</li> <li>• Función de proporcionalidad directa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación de puntos en una gráfica.</li> <li>• Reconocer y diferenciar variable dependiente e independiente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Detallar el proceso utilizado para la obtención del resultado.</li> </ul>



<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función constante.</li> <li>• Ecuaciones de la recta.</li> <li>• Ecuación explícita.</li> <li>• Ecuación que pasas por dos puntos.</li> <li>• Ecuación punto-pendiente.</li> <li>• Ecuación general o implícita.</li> <li>• Posiciones relativas de dos rectas.</li> <li>• Paralelas.</li> <li>• Secantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de una tabla de valores.</li> <li>• Operaciones en una ecuación.</li> <li>• Resolución de ecuaciones de una incógnita.</li> <li>• Comprobar que un punto A pertenece a una recta.</li> <li>• Cálculo de la pendiente de una recta.</li> <li>• Proporcionalidad de la función que pasa por el origen de coordenadas.</li> <li>• Representación de la función constante</li> <li>• Cálculo de todos los tipos de ecuaciones de la recta.</li> <li>• Estudio de la posición relativa de dos rectas: paralelas y secantes.</li> <li>• Modelizar problemas y situaciones de la vida cotidiana y de otras asignaturas mediante la función lineal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar una presentación clara y ordenada de las actividades</li> <li>• Aceptación, valoración y respeto frente a opiniones e ideas de otros compañeros.</li> <li>• Participación en el aula.</li> <li>• Expresión verbal fluida frente el resto del aula.</li> <li>• Adaptación en trabajos en grupos.</li> <li>• Comprensión de los resultados obtenidos, estrategias y métodos utilizados para obtenerlos.</li> </ul>
--	--	--

## 4.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos planteados en esta Unidad Didáctica los cuales se esperan que sean adquiridos por el alumnado son:

1. Comprender la definición de función lineal, sabiendo detectarla cuando se presente.

2. Comprender el concepto de pendiente de una recta y saber calcularla para cualquier función lineal.
3. Ser capaz de representar cualquier recta dados dos puntos cualesquiera.
4. Ser capaz de reconocer una función de proporcionalidad directa y su constata de proporcionalidad tanto de manera teórica como en ejemplos de la vida cotidiana.
5. Comprender la definición de función constante así como es representada de manera gráfica.
6. Comprender la definición de la ecuación explícita, los elementos que la componen y su cálculo.
7. Comprender la definición de la ecuación que pasa por dos puntos, los elementos que la componen y su cálculo.
8. Comprender la definición de la ecuación punto-pendiente, los elementos que la componen y su cálculo.
9. Comprender la definición de la ecuación general o implícita, los elementos que la componen y su cálculo.
10. Dadas dos rectas saber identificar si son paralelas o secantes a través de sus pendientes.
11. En el caso de que dos rectas sean secantes, saber calcular su punto de corte a través de un sistema de ecuaciones.
12. Saber resolver problemas de la vida cotidiana que impliquen el uso de funciones lineales, tanto de forma tabular como gráfica.

### 4.3. Metodología

Al comienzo de la Unidad Didáctica vamos a determinar cuáles son los conocimientos previos del alumnado mediante el estudio de un ejemplo de la vida real que se pueda modelizar con una función lineal y así ver todos sus elementos principales y su representación gráfica (Ejercicio 1. “Salto al vacío de Felix Baumgartner”.) ya que serán el punto de partida sobre el cual desarrollaremos nuestra Unidad Didáctica. Será importante partir de una base de conocimientos bastante sólida previa por lo que en el inicio de algunas sesiones se repasarán conceptos previos sobre rectas y funciones básicas que serán necesarios para el desarrollo de la posteriores sesiones.

Optaremos por centrar la atención diaria en los alumnos y sus grupos de trabajo, intentando que sean ellos quienes descubran ciertos conceptos por sí mismos mediante ejemplos que relacionen con su vida cotidiana, lo que nos llevará a una perspectiva constructivista del proceso de aprendizaje.

Llevaremos a cabo una metodología de trabajo activa y colaborativa, en la que se formaran grupos de trabajo con diferentes roles en los que cada alumno deberá participar y aportar en su grupo.

- Portavoz: Será el encargado de hablar en nombre del grupo.
- Temporalizador: Será el encargado de llevar el control del tiempo de trabajo en las sesiones, ocupándose con esto de que la productividad del grupo aumente.
- Secretario: Será el encargado de crear una lista de dudas para que el portavoz pueda realizarlas al profesor cuando sea posible, además de entregar las tareas que se realicen en el aula.
- Supervisor: Será el encargado de asegurarse que los demás roles se están cumpliendo adecuadamente, además de que se respeten las normas del aula.

La gran parte del trabajo en clase durante las diferentes sesiones se realizará a través de estos grupos de trabajo que deberán cooperar y ayudarse mutuamente tanto en la resolución de los problemas propuestos durante las clases como en el apoyo a los demás compañeros en los procedimientos realizados y puesta en común de los resultados obtenidos. La nota relativa a cada grupo será común con respecto a las tareas que entreguen.

Siguiendo el currículo oficial vigente, intentaremos dar mayor importancia a la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana, modelizando situaciones reales y orientando la resolución de cuestiones y problemas a diferentes contextos (Relación de problemas. Anexo).

Dispondremos de materiales y relaciones de actividades extra para refuerzo o ampliación en los casos que sea necesarios en cuanto a la atención a la diversidad, que denotaremos más adelante.

Por último, dotaremos de importancia a las TIC's como hemos indicado en la fundamentación de nuestro trabajo, esto permitirá que los alumnos se familiaricen no solo

con esta tecnología en relación con las matemáticas sino que también obtengan más habilidad en el uso en relación a su entorno cotidiano.

## 4.4. Recursos

Durante el desarrollo de nuestra unidad didáctica, vamos a utilizar como recursos y materiales didácticos: pizarra tradicional o táctil (si la hubiese) y los ordenadores con acceso a internet para utilización de Geogebra.

## 4.5. Atención a la diversidad

Refuerzo: Prepararemos una relación de actividades y tareas extras con el objetivo reforzar los conceptos y procedimientos adquiridos por los alumnos, para que trabajen y practiquen dichos conceptos considerados más importantes de la Unidad Didáctica. Según sea necesario se irán proporcionando durante el desarrollo de las sesiones o durante la sesión previa a la prueba escrita dedicada al repaso de la Unidad completa.

Ampliación: Al igual que en el punto anterior prepararemos una relación de actividades y tareas extras pero esta vez de un nivel de complejidad algo más elevado que las realizadas durante el desarrollo de la Unidad Didáctica. Estas no serán calificadas mediante los instrumentos de evaluación puesto que se trabaja con una complejidad mayor. Estos alumnos que presenten altas capacidades se distribuirán en los grupos de trabajo y se les dotará de un rol en el que deberán ayudar a sus compañeros en la realización de las actividades grupales. En las sesiones dedicadas al repaso como hemos indicado anteriormente se propondrán este tipo de tareas para los alumnos con altas capacidades.

## 4.6. Evaluación

En cuanto a los criterios de evaluación tomaremos los recogidos en la *Orden de 14 de Julio de 2016*, pertenecientes tanto al bloque 1 de procesos, métodos y actitudes matemáticas como a los del bloque 4 funciones.

Instrumentos de evaluación:

Para realizar una evaluación lo más completa posible, utilizaremos los siguientes instrumentos de evaluación:

- Cuaderno sobre el análisis en el desarrollo de las sesiones: se evaluará el comportamiento, participación tanto individual como en su grupo de trabajo, desarrollo de las actividades de cada alumno.
- Prueba final escrita: realizaremos una prueba escrita al final de la Unidad Didáctica que evaluaremos conforme a los criterios de evaluación establecidos.
- Prácticas en ordenador: realización de diferentes tareas en Geogebra.
- Realización de las tareas propuestas para realizar durante las sesiones o en casa.

Estrategias de evaluación:

- Observación directa: tanto en el comportamiento y participación del alumno de forma individual como es su grupo de trabajo.
- Evaluación continua: realización de las tareas en cada una de las sesiones, tanto las propuesta para trabajar durante la clase, como las mandadas para trabajar y reforzar conocimientos en casa.
- Evaluación final: realización de una prueba escrita.

Obtención de la calificación:

La calificación obtenida por cada alumno al final del desarrollo de la Unidad Didáctica, vendrá representada de la siguiente forma:

- Trabajo en grupo y realización de las actividades propuestas durante las sesiones: 15%
- Comportamiento y participación en clase: 5%
- Práctica de ordenador y realización de actividades con Geogebra: 10%
- Prueba escrita: 70%. Tanto la prueba escrita como la calificación de cada una de las actividades que podemos encontrar en ella, pueden verse en la última sesión.

## 4.7. Temporalización

Esta Unidad Didáctica diseñada sobre el tema “Funciones Lineales”, se desarrollará durante la segunda quincena de mayo dentro del bloque 4 (Funciones), y tendrá una duración estimada de 8 sesiones, es decir, dos semanas. En el caso de necesidad de

ampliación se podría disponer de algunas sesiones más de refuerzo durante la siguiente semana antes de comenzar la siguiente Unidad Didáctica.

## 4.8. Sesiones

En esta sección desarrollaremos una estructuración completa de cada una de las sesiones:

Sesión 1: Evaluación de conocimientos previos. Introducción mediante un hecho histórico. Concepto de función, trabajar con dicho concepto.

Sesión 2: Funciones lineales. Pendiente de una recta. Función de proporcionalidad directa. Función constante.

Sesión 3: Ecuaciones de la recta.

Sesión 4: Ecuaciones de la recta. Uso de Geogebra.

Sesión 5: Posiciones relativas de las rectas.

Sesión 6: Aplicaciones de las funciones lineales. Ejemplos de la vida cotidiana.

Sesión 7: Refuerzo y repaso.

Sesión 8: Evaluación mediante prueba escrita.

En esta estructuración de las sesiones tendríamos que la primera es de repaso de conocimientos previos e inicio del tema, de la 2 a la 6 son de explicación de nuevos conceptos y contenidos, añadiendo además repaso y consolidación de conocimientos impartidos en clases de días anteriores; la 7 es de repaso y/o ampliación y la 8 es en la que se realizará la prueba escrita para evaluar los conocimientos obtenidos por el alumno.

Veamos una serie de tablas que nos permiten agrupar todo lo que debemos tener en cuenta en cada sesión:

Sesión 1		
Objetivos	Contenidos	Competencias PISA
O.1	Representación de puntos en una gráfica.	C, M, R, RA
	Reconocer y diferenciar variable dependiente e independiente.	Competencias clave

	Interpretación de una tabla de valores. Operaciones en una ecuación. Resolución de ecuaciones de una incógnita.	CL CMCCT AA
<b>Técnicas de aprendizaje y enseñanza</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Organización del alumnado</b>
- Autoaprendizaje regulado.	Pizarra, proyector.	- Individual
<b>Desarrollo de la sesión</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Control de asistencia (5min).</li> <li>• Esta sesión será el inicio de la Unidad Didáctica sobre funciones lineales, por lo que habrá que refrescar una serie de conceptos previos. Para ello se propondrá el estudio de un ejemplo de la vida real que se pueda modelizar con una función lineal y así ver todos sus elementos principales y su representación gráfica (Ejercicio 1. “Salto al vacío de Felix Baumgartner”). Este ejemplo servirá para exponer a la clase como se puede estudiar un fenómeno de la vida cotidiana con este tipo de funciones. (40 min). Anexo Ejercicio 1.</li> <li>• Una vez introducida una buena cimentación se procederá a la división de grupos de trabajos de cuatro miembros como se ha explicado en el apartado de metodología (15 min).</li> </ul>		

Sesión 2		
Objetivos	Contenidos	Competencias PISA
O.1 O.2 O.3 O.5	Pendiente de la recta.	M, R, RA, RP, LS
	Función de proporcionalidad directa.	
	Función constante.	<b>Competencias clave</b>
	Comprobar que un punto A pertenece a una recta.	
	Cálculo de la pendiente de una recta.	
Proporcionalidad de la función que pasa por el origen de coordenadas.	CL CMCCT	
Representación de la función constante	AA	

<b>Técnicas de aprendizaje y enseñanza</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Organización del alumnado</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lección magistral participativa</li> <li>- Aprendizaje basado en problemas</li> </ul>	Pizarra, proyector.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Individual</li> <li>- Grupos de trabajo de cuatro individuos</li> </ul>
<b>Desarrollo de la sesión</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Control de asistencia (5min).</li> <li>• Se impartirá una lección magistral participativa exponiendo ejemplos para explicar los elementos de una función lineal, además de cómo se comportan las funciones de proporcionalidad directa y la función constante. Obtención de la representación gráfica de las mismas. (35 min).</li> <li>• Una vez explicado todos los conocimientos de esta sesión los alumnos trabajaran en los grupos establecidos en el cálculo y desarrollo de diferentes ejemplos de la vida cotidiana modelizables con una función lineal al igual que se hizo en la sesión uno, pero esta vez con una mayor participación. Se les mandará una serie de ejercicios para que asienten los conocimientos adquiridos (20 min).</li> <li>• Ejercicios 2, 3, 4, 5 Anexo.</li> </ul>		

<b>Sesión 3</b>		
<b>Objetivos</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Competencias PISA</b>
O.6 O.7 O.8 O.9	Ecuaciones de la recta. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ecuación explícita.</li> <li>- Ecuación que pasas por dos puntos.</li> <li>- Ecuación punto-pendiente.</li> <li>- Ecuación general o implícita.</li> </ul>	M, R, RA, RP, LS
		<b>Competencias clave</b>
		CL CMCCT AA



<b>Técnicas de aprendizaje y enseñanza</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Organización del alumnado</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lección magistral participativa</li> <li>- Aprendizaje basado en problemas</li> </ul>	Pizarra, proyector.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Individual</li> <li>- Grupos de trabajo de cuatro individuos</li> </ul>
<b>Desarrollo de la sesión</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Control de asistencia (5min).</li> <li>• Repaso de la clase anterior (5min).</li> <li>• Se impartirá una lección magistral participativa exponiendo todos los tipos de ecuaciones de la recta y cómo obtenerlas (30 min).</li> <li>• Una vez explicado todos los conocimientos de esta sesión los alumnos trabajaran en los grupos establecidos en el cálculo y obtención de los tipos de ecuación de la recta Se les mandará una serie de ejercicios para que asienten los conocimientos adquiridos (20 min).</li> <li>• Ejercicios 6, 7, 8, 9 Anexo</li> </ul>		

<b>Sesión 4</b>		
<b>Objetivos</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Competencias PISA</b>
O.6 O.7 O.8 O.9	Ecuaciones de la recta. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ecuación explícita.</li> <li>- Ecuación que pasas por dos puntos.</li> <li>- Ecuación punto-pendiente.</li> <li>- Ecuación general o implícita.</li> </ul>	C, M, R, RP, HM
		<b>Competencias clave</b>
		CL
		CMCCT CD SIE
<b>Técnicas de aprendizaje y enseñanza</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Organización del alumnado</b>

- Uso de TIC's	Proyector, ordenadores y Geogebra.	- Grupos de trabajo de cuatro individuos
<b>Desarrollo de la sesión</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Control de asistencia (5min).</li> <li>• Repaso de la clase anterior (5min).</li> <li>• Introducción al uso de Geogebra y sus herramientas básicas. Uso de un applet de Geogebra creado previamente para la representación de todos los tipos de ecuaciones de la recta (30 min).</li> <li>• Una vez explicado el uso de las principales herramientas que nos ofrece Geogebra, se les mandará a cada grupo de trabajo una ficha que deberán rellenar haciendo uso de Geogebra (20 min).</li> <li>• Ejercicios Geogebra Anexo.</li> </ul>		

<b>Sesión 5</b>		
<b>Objetivos</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Competencias PISA</b>
O.10 O.11	Estudio de la posición relativa de dos rectas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Paralelas</li> <li>➤ Secantes.</li> </ul>	M, R, RA, RP, LS
		<b>Competencias clave</b>
		CL CMCCT AA
<b>Técnicas de aprendizaje y enseñanza</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Organización del alumnado</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lección magistral participativa</li> <li>- Aprendizaje basado en problemas</li> </ul>	Pizarra, proyector, Geogebra.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Individual</li> <li>- Grupos de trabajo de cuatro individuos</li> </ul>
<b>Desarrollo de la sesión</b>		

- Control de asistencia (5min).
- Repaso de la clase anterior (5min).
- Lección magistral sobre el estudio de la posición relativa de dos rectas viendo ejemplos ilustrativos de rectas paralelas y secantes utilizando el Geogebra para que se vea gráficamente con mayor facilidad (30 min).
- Una vez explicado todos los conocimientos de esta sesión los alumnos trabajaran en los grupos establecidos en el estudio de la posición relativa de dos rectas. Se les mandará una serie de ejercicios para que asienten los conocimientos adquiridos (20 min).
- Ejercicio 10 Anexo.

Sesión 6		
Objetivos	Contenidos	Competencias PISA
O.12	Modelizar y obtener relaciones entre problemas de la vida cotidiana con otros ámbitos de la ciencia mediante la utilización de funciones lineales.	C, M, R, RA, RP, LS, HM
		<b>Competencias clave</b>
		CL CD CMCCT AA SIE
Técnicas de aprendizaje y enseñanza	Recursos y materiales	Organización del alumnado
- Aprendizaje basado en problemas	Pizarra, proyector,	- Grupos de trabajo de cuatro individuos
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Control de asistencia (5 min).</li> <li>• Esta sesión será práctica en su totalidad, una vez que ya se han impartido todos los conocimientos teóricos del tema, se les repartirá una serie de problemas relacionados</li> </ul>		

con diferentes ámbitos de la ciencia (tecnología, biología, química, medicina, economía, etc.) los cuales se podrán modelizar mediante funciones lineales para que los alumnos trabajen en los grupos establecidos sobre ellos y extraigan conclusiones. (55 min)

- Problemas en el Anexo.

Sesión 7		
Objetivos	Contenidos	Competencias PISA
O.1 O.2 O.3 O.4 O.5 O.6 O.7 O.8 O.9 O.10 O.11 O.12	Repaso de todos los contenidos establecidos en la Unidad Didáctica  Detallar el proceso utilizado para la obtención del resultado.  Realizar una presentación clara y ordenada de las actividades.	M, R, RA, RP, LS  <b>Competencias clave</b>  CL CMCCT AA
Técnicas de aprendizaje y enseñanza	Recursos y materiales	Organización del alumnado
- Aprendizaje basado en problemas	Pizarra, proyector, Geogebra.	- Grupos de trabajo de cuatro individuos
Desarrollo de la sesión		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Control de asistencia (5min).</li> <li>• Repaso de todos los conocimientos que se deben haber adquirido durante las sesiones anteriores (25 min).</li> </ul>		

- A cada grupo de trabajo se le repartirá una relación de ejercicios similares a los que aparecerán en el examen a modo de refuerzo y apoyo para que los realicen en clase, además al final de la sesión se les entregará las soluciones con todos los ejercicios desarrollados para que los repasen y terminen en casa. Para los alumnos que se les haya observado un mayor rendimiento y capacidades se les entregará una relación de ejercicios de ampliación (30 min).

## Sesión 8

### Prueba escrita

La prueba escrita la podemos encontrar en el anexo.

## 5. Conclusión

Obtener conclusiones sobre el diseño, planificación y dificultades presentadas sobre la aplicación de esta Unidad Didáctica es algo complejo, ya que debido a la situación de excepcionalidad provocada por el COVID-19, las prácticas donde tenía pensado aplicarla han sido canceladas de forma presencial. No obstante, debido al enfoque de dicha Unidad Didáctica a la relación con problemas y situaciones de la vida cotidiana considero que se podrían obtener buenos resultados aplicándola en clases online de forma telemática mediante videoconferencias y realización de actividades prácticas ya sea con Geogebra o de forma escrita. Suprimiendo algunos aspectos como la metodología de trabajos en grupos.

Considerando el diseño teórico de esta Unidad Didáctica y los resultados esperados en un alumnado con un grado de desinterés por la asignatura elevado espero poder aplicarla ya no como alumno en prácticas, sino como futuro docente con el objetivo de obtener buenos resultados.

Por último, otro aspecto a destacar en la realización de este Trabajo Fin de Master es su aporte con respecto a la formación de un docente, no solo en la planificación del trabajo a realizar, sino también en la importancia de la realización de un buen análisis didáctico que sirva como cimentación de todos los conocimientos que se desea impartir.



## 6. Referencias bibliográficas

- Alcaide Guindo, F., Hernández Gómez, J. y Serrano Marugán, E. (2015). *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 3 ESO*. Madrid: EDICIONES SM.
- BOE (2014). Real Decreto 1105/2014. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>
- BOE (2015). Orden ECD/65/2015. Recuperado de <https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2015-738>
- BOJA (2016). Orden de 14 de julio de 2016. Recuperado de <https://www.juntadeandalucia.es/boja/2016/144/18>
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. Revista EMA, 7(3).
- Lupiáñez, J. L., & Rico Romero, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares.
- Moreno Verdejo, A., y Ramírez Uclés, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico Romero, y A. Moreno Verdejo, Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria (pp. 243-258). Madrid: Pirámide.
- OCDE (2017), Marco de Evaluación y de Análisis PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias, Versión preliminar, OECD Publishing, París.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez Gómez, J.L., y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. Suma. Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, (58), pp. 7-23.
- Rico, L. (2016). Matemáticas y análisis didáctico. En L. Rico Romero, y A. Moreno Verdejo, Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria (pp.85-100). Madrid: Pirámide.
- Sastre Vázquez, P., Rey, G., & Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la historia. UNIÓN Revista Iberoamericana de educación matemática, 16, 141-155.





## 7. Anexo

**Ejercicio 1. “Salto al vacío de Felix Baumgartner”.** El 14 de octubre de 2012 el austriaco se dejó caer desde una altura de 39045m. El mundo entero vio en directo aquel salto que ya forma parte de la historia de la humanidad. Utilizaremos este ejemplo para estudiar los cálculos que tuvieron que hacer el equipo de científicos que había detrás para que se pudiera realizar. Veremos de forma gráfica el recorrido tanto de ascenso como de descenso que realizó Felix para introducir los términos principales de la representación gráfica y la definición de función lineal.



**Ejercicio 2.** Representa y asocia en tu cuaderno cada tabla con su función lineal correspondiente. Indica la pendiente y la ordenada en el origen. ¿Cuáles son constantes? ¿Cuáles son de proporcionalidad directa?

a)

$x$	-4	0	4	8
$f(x)$	-1	0	1	2

c)

$x$	-4	0	4	8
$f(x)$	6	6	6	6

b)

$x$	-4	0	4	8
$f(x)$	14	10	6	2

d)

$x$	-4	0	4	8
$f(x)$	-3	5	13	21

A.  $f(x) = 14x$     B.  $f(x) = 2x + 5$     C.  $f(x) = 6$     D.  $f(x) = 10-x$

**Ejercicio 3.** Luis y Carmen se han apuntado a un curso de natación. La matrícula son 15€ y cada mes cuesta 35€. Completa la siguiente tabla y determina la ecuación que relaciona el número de meses y su precio. ¿Cuánto tendríamos que pagar si contratamos 12 meses?

Nº de meses ( $x$ )	0	1	2	3	4	5	...	$x$
Precio ( $y$ )							...	

**Ejercicio 4.** En cada uno de los siguientes casos, decide si es posible determinar una función  $f(x)$  de proporcionalidad directa que verifique las condiciones dadas.

- $f(-6) = 1,38$
- $f(0) = 1$
- $f(2) = 2,36$  y  $f(-3) = -3,54$
- $f(1) = 1,4$  y  $f(-3) = 4,2$

**Ejercicio 5.** Comprueba si los puntos  $A(8,3)$  y  $B(-1,-5)$  pertenecen a la recta de ecuación  $y = 3x - 2$

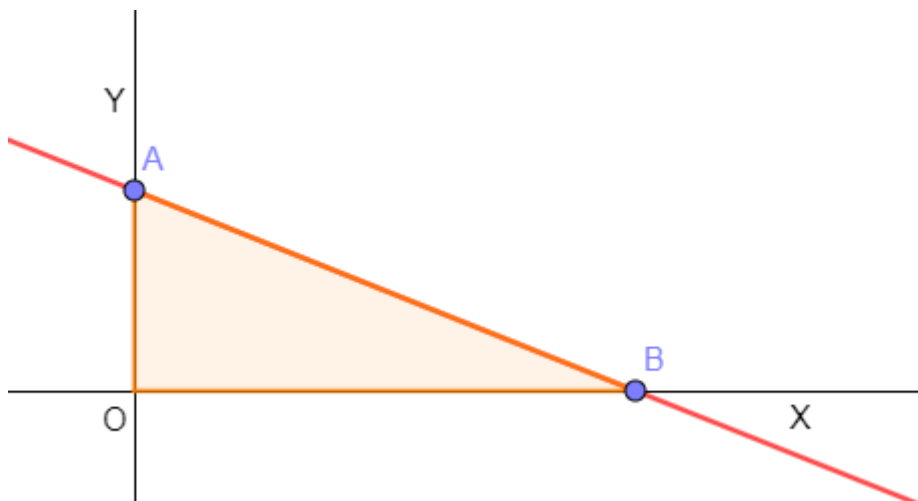
**Ejercicio 6.** Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos:  $A(2,-1)$  y  $B(5,2)$ .

**Ejercicio 7.** Calcula la ecuación punto-pendiente de la recta:  $m=3$  y  $B(1,7)$ .

**Ejercicio 8.** Copia y completa esta tabla en tu cuaderno:

$ax + by + c = 0$	$y = mx + n$	$m$	$n$
$x + 2y - 4 = 0$	...	...	...
...	$y = -3x + 4$	...	...
...	$y = -2$	...	...

**Ejercicio 9.** El área del triángulo de la figura es 5 unidades cuadradas. Si el vértice A es el punto  $A(0,2)$ , calcula la ecuación de la recta sobre la que está la hipotenusa.

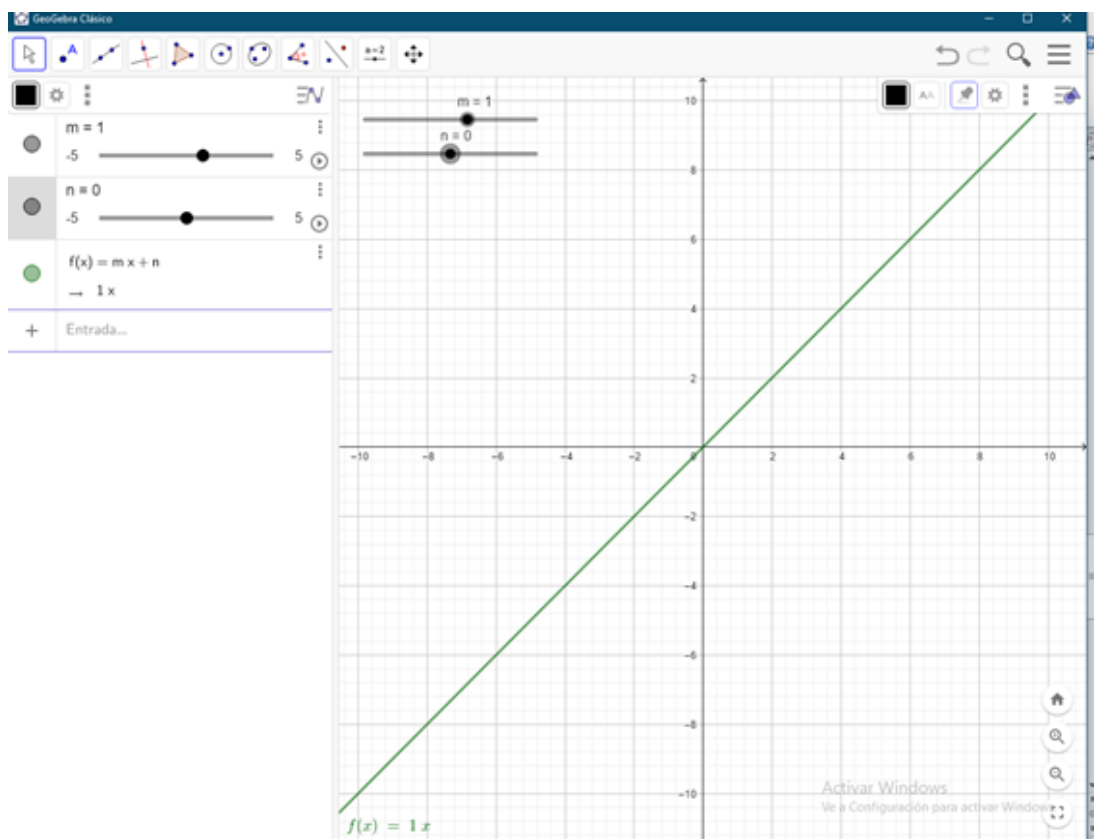


- **DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD CON GEOGEBRA**

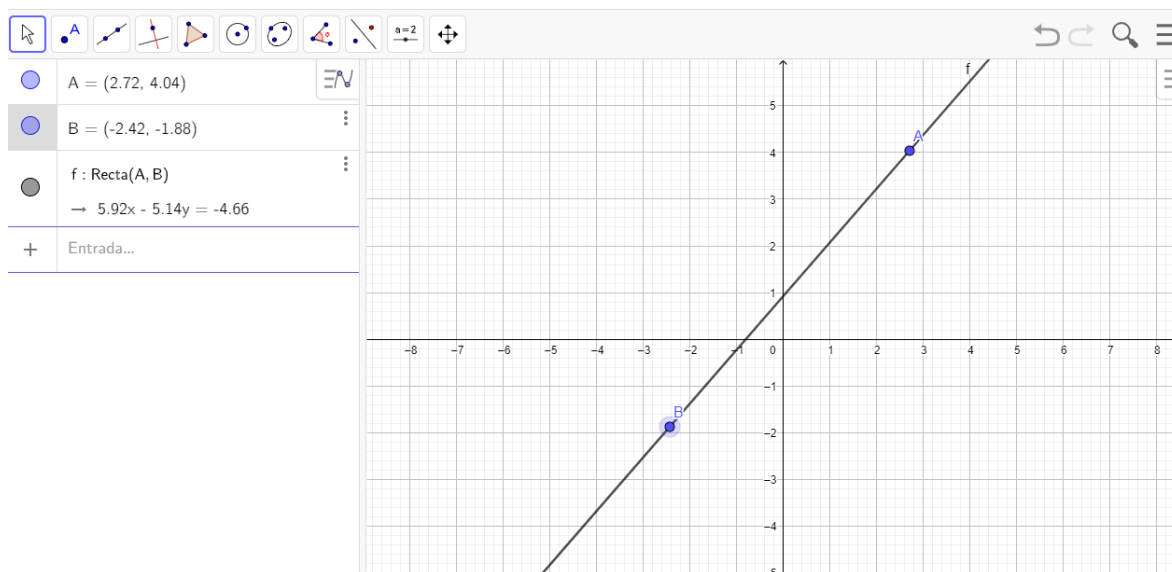
### Ejercicio 1 - Función lineal explícita

Dada la siguiente función, introdúcela en Geogebra y observa:

- ¿Qué ocurre cuando el valor de  $m$  varía?
- ¿Qué ocurre cuando  $m$  cambia de signo?
- ¿Qué ocurre cuando el valor de  $n$  varía?
- ¿Qué ocurre cuando  $n$  cambia de signo?



### Ejercicio 2 - Obtener la ecuación explícita y general que pasa por dos puntos.



**Ejercicio 10.** Dados los siguientes pares de rectas, estudia si son paralelas o secantes. Calcula el punto de corte en aquellas que sean secantes.

a) $r: -x + y = 3$ $s: 3x + 2y = -4$	b) $r: -3x + 6y = 4$ $s: 2x - 4y = 7$
c) $r: 2x + y = 5$ $s: -6x - 3y = 9$	d) $r: x + 2y + 1 = 0$ $s: -4y = 8$

## PROBLEMAS

**Problema 1.** La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 € por tasa fija más 5 € por cada kg.

- Hallar la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg. Representarla gráficamente.
- ¿Cuánto costará enviar un paquete de 750 g?
- Si disponemos sólo de un billete de 50 €, ¿cuál es el peso máximo que podremos enviar?

**Problema 2.** Una empresa de fotografía cobra, por el revelado de un carrete, un precio fijo de 1,5 €, y por cada foto, 50 céntimos.

- Representar la función "Coste del revelado" en función del nº de fotos. Indicar su expresión algebraica.
- ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?
- ¿Cuántas fotos podremos revelar con 100 €?

**Problema 3.** Sara, vendedora de coches, tiene un sueldo fijo de 1 000 € todos los meses más una comisión por cada coche que venda de 250 €. Halla la función que expresa el sueldo de Sara un mes que haya vendido x coches y dibuja su gráfica.

**Problema 4.** El coste de las llamadas a móviles en cierta compañía telefónica es de 0,80 € de establecimiento de llamada más 0,50 €/min. Dibuja la gráfica de la función que expresa el coste de las llamadas en euros al cabo de  $x$  minutos.

**Problema 5.** La paga que le dan a Raquel sus padres es de 5 € al mes más 0,50 € cada día que haga la cama. Halla la función que expresa el dinero que recibe Raquel al final del mes habiendo hecho la cama  $x$  días y dibuja su gráfica.

**Problema 6.** Un auto circula por una autopista recta a velocidad constante. El copiloto cuenta las farolas que hay en la calzada:

- Cuando lleva 1 minuto, ha observado 3 farolas.
- Cuando lleva 3 minutos, ha observado 15 farolas.

Obtener la función que proporciona el número de farolas vistas en función del tiempo sabiendo que es una ecuación lineal.

¿Cuántas farolas habrá visto en media hora?

**Problema 7.** Se estima que en un campo de 360 naranjos producirá 30.240 mandarinas. Suponiendo que todos los árboles producen la misma cantidad de frutos, calcular:

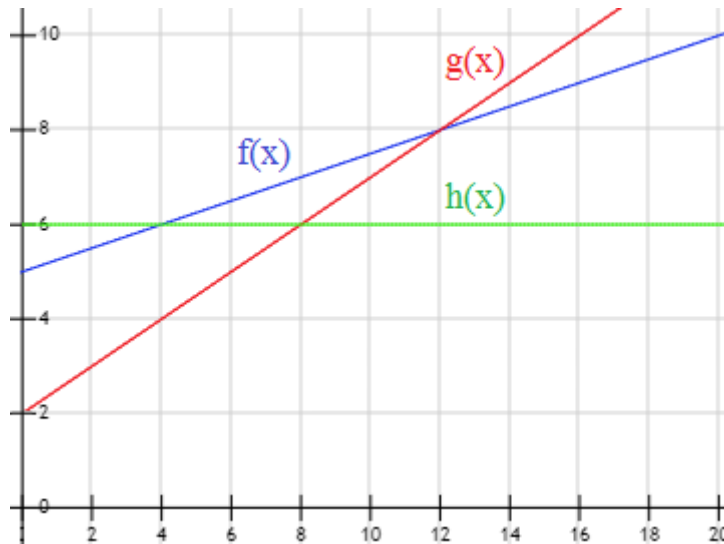
- La función que proporciona el número total de mandarinas en función del número de naranjos. ¿Qué tipo de función es? Representa su gráfica.
- ¿Cuántas mandarinas se producirían en total si se plantan 70 naranjos más?
- ¿Cuántos árboles se necesitan para producir un mínimo de 50.000 mandarinas?

**Problema 8.** Un laboratorio de medicinas vende una caja de penicilina que contiene 20 cápsulas por 15€. Obtener:

- La función  $g$  que proporciona el número de total de cápsulas vendidas en función del número de cajas vendidas.
- La función  $f$  que proporciona las ganancias del laboratorio en función del número de cajas vendidas.
- ¿Cuántas pastillas deben venderse como mínimo para obtener una ganancia de más de 4000€?
- ¿Cuál sería la ganancia si se venden 360 cápsulas?

**Problema 9.** Un banco tiene tres tipos de hipotecas:  $f$ ,  $g$  y  $h$ . Cada una de las hipotecas tiene unos intereses distintos y los beneficios del banco en cada una de ellas vienen dadas por las funciones  $f(x)$ ,  $g(x)$  y  $h(x)$ , respectivamente, siendo  $x$  el número de años de duración de la hipoteca.

Cuando se desea contratar una hipoteca, el banquero observa las gráficas de los beneficios para escoger la que produce más beneficios al banco:



Contestar:

- ¿Qué hipoteca escoge el banquero si la hipoteca dura menos de 4 años?
- ¿Qué hipoteca escoge el banquero si la hipoteca dura exactamente 6 años?
- ¿Qué hipoteca escoge el banquero si la hipoteca dura más de 12 años?
- Para algunas duraciones, algunas hipotecas producen los mismos beneficios. ¿Qué duraciones y qué hipotecas son?

**Problema 10.** El oso panda de un zoológico pesó 3,5kg al nacer. Sabiendo que los ejemplares de su especie aumentan una media de 2,5kg cada mes durante los primeros 3 años de vida, calcular:

- La función que proporciona el peso del oso en función de su edad (en número de meses). Indica el dominio de la función.
- Representar la gráfica de la función del apartado anterior.
- Calcular, aplicando la función, el peso del oso a los 6 meses, 9 meses y 2 años de edad.
- ¿A qué edad el oso sobrepasará los 80kg de peso?

### PRUEBA ESCRITA:

**Ejercicio 1. (2 puntos)** Asocia cada una de las siguientes tablas de valores a su función lineal correspondiente. Indica las características de cada una de las funciones lineales (la pendiente, la constante de proporcionalidad, la ordenada en el origen...).

a)

x	-3	-1	0	2
y	-11	-5	-2	4

c)

b)

x	-2	0	1	3
y	30	0	-15	-45

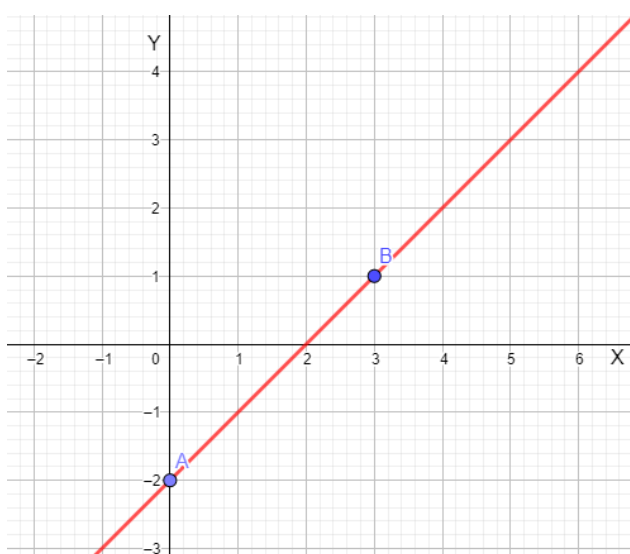
d)

x	-6	0	4	7
y	-3	0	2	3,5

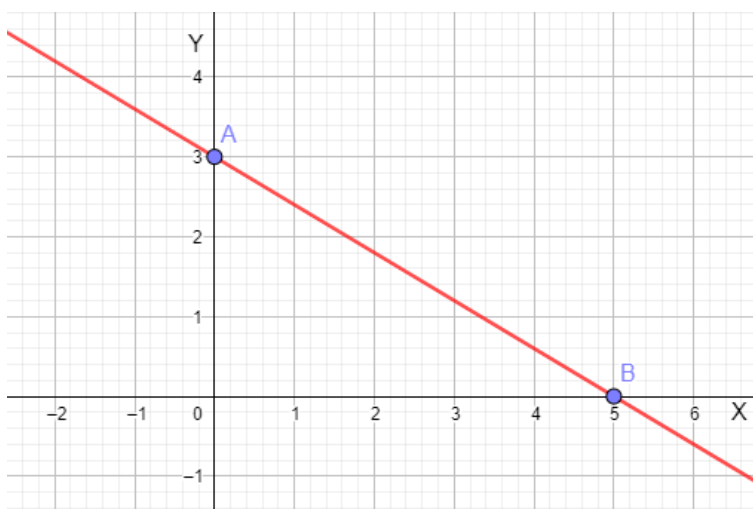
x	-3	0	1	2
y	-2	-2	-2	-2

a) $f(x) = \frac{1}{2} x$	b) $f(x) = 3 x - 2$
c) $f(x) = -2$	d) $f(x) = -15 x$

**Ejercicio 2. (2 puntos)** Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B. A partir de ella calcula las ecuaciones en forma explícita y general.



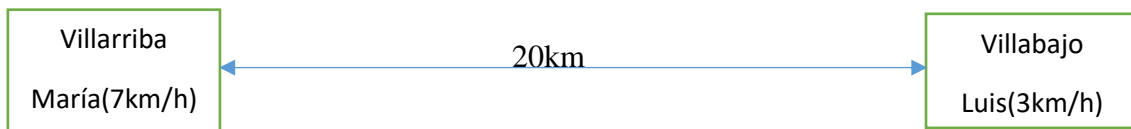
**Ejercicio 3. (2 puntos)** Obtén la ecuación punto-pendiente de la siguiente recta. Halla, a partir de ella, las ecuaciones en forma explícita y general.



**Ejercicio 4. (2 puntos)** Sean las siguientes parejas de rectas, estudia su posición relativa. Calcula el punto de corte en aquellas que sean secantes.

a) $r: x + 3y = 3$ $s: 3x - 2y = -2$	b) $r: -15x + 10y = 7$ $s: 9x - 6y = 7$
---	--

**Ejercicio 5. (2 puntos)** Dos pueblos, Villarriba y Villabajo están a 20km de distancia unidos por un camino en línea recta. María va corriendo desde Villarriba hacia Villabajo a 7km/h y Luis va corriendo desde Villabajo hacia Villarriba a 3km/h.



a) Obten la ecuación de la recta que representa la distancia de cada uno a Villarriba en función del tiempo.

Representa ambas gráficas. ¿A qué hora se encuentran?