



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

TRABAJO FIN DE MÁSTER
LAS COMPETENCIAS BÁSICAS EN EL ÁREA DE
MATEMÁTICAS

**Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria
Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza
de Idiomas.**

Especialidad Matemáticas

Presentado por: M^a Lorena Forte Martínez

Dirigido por: D. Francisco Gil Cuadra

Curso: 2011/2012

Junio 2012



LAS COMPETENCIAS BÁSICAS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

TRABAJO FIN DE MÁSTER realizada bajo la tutela de Don Francisco Gil Cuadra del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Almería que presenta M^a Lorena Forte Martínez, dentro del Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Fdo.: M^a Lorena Forte Martínez

V^oB^o del Tutor

Fdo.: Francisco Gil Cuadra

PRÓLOGO

A lo largo de los años noventa y en los primeros años de este siglo se ha intensificado la preocupación internacional por la reforma de los sistemas educativos, por la búsqueda de nuevas formas de concebir el currículo y, en definitiva, por nuevos modos de entender los procesos de enseñanza-aprendizaje.

El nuevo currículo establecido en el Decreto 231/2007, por el que se establece el currículo de la Enseñanzas correspondientes a la educación secundaria obligatoria de la Comunidad Autónoma Andaluza, apuesta por una orientación de la enseñanza obligatoria basada en el desarrollo de competencias básicas, tomando como referente las propuestas realizadas en los últimos años en este campo por la OCDE y la Unión Europea.

El informe Mundial de la UNESCO “*Hacia las sociedades del conocimiento*” señala que, en la situación actual, “*como con la rapidez de los progresos técnicos, las competencias pierden rápidamente actualidad, es conveniente fomentar en los distintos ámbitos del conocimiento la adquisición de mecanismos de aprendizaje flexibles, en vez de imponer un conjunto de conocimientos muy definido. Aprender a aprender significa aprender a reflexionar, dudar, adaptarse con la mayor rapidez posible y saber cuestionar el legado cultural propio respetando los consensos. Estos son los pilares en los que deben descansar las sociedades del conocimiento*”.

En este mismo sentido, A. Pérez Gómez (2007) añade: “*La sociedad de la información y del conocimiento dirige a la educación demandas distintas de las tradicionales, claramente relacionadas con el desarrollo en todos los ciudadanos de la capacidad de aprender a lo largo de toda la vida. Dicho de otro modo, el problema no es ya la cantidad de información que los estudiantes reciben, sino la calidad de la misma: la capacidad para entenderla, procesarla, seleccionarla, organizarla y transformarla en conocimiento; así como la capacidad de aplicarla a las diferentes situaciones y contextos en virtud de los valores e intenciones de los propios proyectos personales y sociales*”.

Este planteamiento pretende responder a nuevas demandas más relacionadas con la vida cotidiana y con el desarrollo de destrezas y habilidades realmente útiles para desenvolverse de forma autónoma y crítica y desarrollar un proyecto de vida. Todo ello conlleva una idea fundamental para la educación: entender el conocimiento disciplinar o interdisciplinar que se trabaja en la escuela no como un fin en sí mismo sino como un instrumento privilegiado al servicio del desarrollo de las competencias.

Este trabajo pretende recopilar información sobre cómo se deben incorporar las competencias básicas a la práctica educativa diaria, y en concreto a la enseñanza de la Matemática.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

1. Las competencias básicas en el currículo. 3
2. La ciencia matemática y la competencia matemática. 8
3. Contribución de la matemática al desarrollo de las competencias básicas.13
4. El currículo de Matemáticas de la Educación Obligatoria desde la perspectiva del trabajo por competencias.15
 - 4.1. Los objetivos de Matemáticas y las competencias básicas.16
 - 4.2. El desarrollo de los contenidos desde un enfoque de competencias básicas19
 - 4.3. Metodologías didácticas y adquisición de competencias básicas.20
 - 4.3.1. Orientaciones generales.20
 - 4.3.2. Orientaciones específicas para la competencia matemática.23
 - 4.4. El nuevo sentido de la evaluación en un enfoque de competencias.25
 - 4.4.1. Orientaciones para la evaluación en torno a competencias.25
 - a. Orientaciones generales.25
 - b. Orientaciones específicas para la competencia matemática.29
 - c. Instrumentos de evaluación.33
5. Orientaciones y ejemplos para la práctica.34
 - 5.1. Pautas y criterios para la selección y diseño de tareas.34
 - a. Características de una secuencia didáctica.37
 - 5.2. Material didáctico.39
 - 5.3 Propuesta de actividades para Educación Secundaria Obligatoria.42
6. Conclusiones y reflexiones.47
7. Bibliografía.48

Introducción

Tal y como queda reflejado en la LOE, se hace necesario promover una educación orientada a lograr que los alumnos se conviertan en personas capaces de integrarse en el mundo actual y, también, después de haber adquirido las competencias básicas en su etapa escolar obligatoria, ser capaces de continuar aprendiendo a lo largo de toda su vida.

Por lo que he podido observar durante mi periodo de prácticas, no es común trabajar por competencias en el aula, cuestión que me hizo abordar este tema para el área de matemáticas. He podido constatar que se habla mucho de competencias básicas pero no se sabe muy bien como llevarlas a la práctica y mucho menos como evaluarlas.

Este documento pretende contribuir a facilitar la incorporación de las competencias básicas, en el marco de los nuevos currículos, a las programaciones didácticas y a las prácticas de aula del área de Matemáticas, proponiendo algunas pautas y orientaciones para el profesorado que imparte esta materia en las etapas de Educación Obligatoria.

Este trabajo se estructura en siete apartados. El primero situará las competencias básicas dentro del currículo. En el segundo se concreta definiendo la competencia matemática. En el tercero trataremos la contribución de la matemática como ciencia al resto de competencias básicas. En el cuarto profundizaremos en el currículo de matemáticas de la Educación Obligatoria desde la perspectiva del trabajo por competencias (objetivos, contenidos, metodologías didácticas y evaluación). En el quinto se propondrán orientaciones y ejemplos para la práctica (orientaciones para el diseño de tareas, materiales didácticos y propuestas de actividades) y, finalmente, en los últimos dos apartados se recogen las conclusiones así como la bibliografía consultada.

1 Las competencias básicas en el currículo

Antes de pasar a tratar de lleno el tema que nos ocupa, en este apartado veremos cómo las administraciones reflejan en sus textos la noción de las competencias básicas dentro del currículo de Educación Secundaria Obligatoria. Y las implicaciones que su incorporación al mismo conlleva.

La Ley Orgánica de Educación (LOE) expone en su Preámbulo que uno de los fines más importantes del sistema educativo es:

“Fomentar el aprendizaje a lo largo de toda la vida implica, ante todo, proporcionar a los jóvenes una educación completa, que abarque los conocimientos y las competencias básicas que resultan necesarias en la sociedad actual, que les permita desarrollar los valores que sustentan la práctica de la ciudadanía democrática, la vida en común y la cohesión social, que estimule en ellos y ellas el deseo de seguir aprendiendo y la capacidad de aprender por sí mismos.”

Se destaca, por tanto, la necesidad de promover una educación orientada a lograr que los escolares se conviertan en personas capaces de integrarse en el mundo actual y, también, después de haber adquirido las competencias básicas en su etapa escolar obligatoria, ser capaces de continuar aprendiendo a lo largo de toda su vida.

Teniendo en cuenta las reflexiones y las propuestas realizadas por la OCDE y la Unión Europea, la incorporación de competencias básicas al currículo español debería permitir poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. Para ello, hay que identificar claramente cuáles son dichas competencias, definir los rasgos que las caracterizan y especificar cuál es el nivel que, considerado básico en cada una de ellas, debe alcanzar todo el alumnado.

Así pues, las competencias básicas deben estar orientadas a facilitar el máximo grado de desarrollo de las capacidades potenciales de cada persona y a la posibilidad de generar aprendizaje a lo largo de la vida.

En consecuencia, deben ser el referente fundamental para adoptar un determinado plan de atención a la diversidad del alumnado, desde el convencimiento de que si no se trabajan adecuadamente en la edad escolar, condicionarán de forma negativa el futuro desarrollo personal, social y profesional de la persona y que, quienes queden fuera de ese proceso, tendrán altos riesgos de exclusión social.

Por otra parte, hacer hincapié en las competencias básicas exige orientar los aprendizajes para conseguir que el alumnado desarrolle diversas formas de actuación y adquieran la capacidad de enfrentarse a situaciones nuevas desde actitudes positivas. En particular, el desarrollo de las competencias básicas debe permitir a los estudiantes la integración de lo aprendido, poniéndolo en relación con distintos tipos de contenidos, así como la utilización efectiva de esos contenidos cuando resulten necesarios y su aplicación en diferentes situaciones y contextos.

Aún cuando los currículos incluyan un conjunto de aprendizajes deseables, más amplios de los que puedan considerarse mínimos o irrenunciables, la referencia a las competencias básicas tiene la virtualidad de orientar la programación de la enseñanza al permitir identificar los contenidos y los criterios de evaluación que tienen carácter imprescindible. De ahí deriva buena parte de su interés y por ese motivo han atraído la atención de los educadores.

Estas son las razones que han aconsejado incluir las competencias básicas en la Ley Orgánica de Educación como uno de los elementos básicos del currículo y como referente para la evaluación. La LOE las establece como referencia para la titulación al final de la Educación Secundaria Obligatoria, así como para las evaluaciones de diagnóstico previstas en el segundo de la Educación Secundaria Obligatoria.

La incorporación de esta referencia a las competencias básicas supone un enriquecimiento del modelo actual de currículo. De acuerdo con lo dispuesto en la LOE, las competencias básicas forman parte de las enseñanzas mínimas de la educación obligatoria, junto con los objetivos de cada área o materia, los contenidos y los criterios de evaluación. Por lo tanto, no vienen a sustituir a los elementos que actualmente se contemplan en el currículo, sino que constituyen el elemento referencial para los mismos: Es necesario poner las competencias básicas en relación con los objetivos establecidos, con los contenidos de las áreas o materias y con los criterios de evaluación, si se quiere conseguir su desarrollo en la práctica educativa cotidiana.

PERO... ¿QUÉ SON LAS COMPETENCIAS BÁSICAS?

No hay una acepción universal del concepto "competencia clave o básica", si bien se da una coincidencia generalizada en considerar como competencias clave, esenciales, fundamentales o básicas, aquellas que son necesarias y beneficiosas para cualquier individuo y para la sociedad en su conjunto y hay un cierto acuerdo común en entenderlas como "el conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para que todos los individuos puedan tener una vida plena como miembros activos de la sociedad".

Ser competente en un ámbito o actividad significa, desde este enfoque, ser capaz de activar y utilizar los conocimientos relevantes para afrontar determinadas situaciones y problemas relacionados con dicho ámbito. En el mundo educativo el término expresa

una cierta capacidad o potencial para actuar de modo eficaz en un contexto. Implica el uso eficaz de todo tipo de conocimientos.

Uno de los documentos germinales del proceso de reflexión sobre las competencias es el llamado Informe DeSeCO (*Definición y Selección de Competencias*), elaborado por la OCDE, cuya primera versión aparece en el año 2000 y cuya versión definitiva se difunde en el año 2003. A partir de este documento, la mayoría de los países de la OCDE ha comenzado a reformular el currículo escolar en torno al concepto de competencias fundamentales (“Key competencias”), denominadas “básicas” en la nueva legislación.

El Informe DeSeCo define el término competencia como:

“... la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.”

Por su parte, el Parlamento Europeo (2006) lo hace de la siguiente manera:

“las competencias se definen como una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes adecuadas al contexto. Las competencias claves son aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personales, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo”.

Se trata, por tanto, de un “saber hacer”, un saber que se aplica y es susceptible de adecuarse a una diversidad de situaciones y contextos y tiene un carácter integrador, abarcando conocimientos, procedimientos y actitudes.

Para que una competencia pueda ser considerada como clave o básica, según el *Informe DeSeCo*, debe ser valiosa para la totalidad de la población, independiente del sexo, la condición social y cultural y el entorno familiar, y subraya explícitamente tres condiciones que debería cumplir:

- Ser desarrollada a lo largo de la enseñanza o formación obligatoria.
- Ser transferible, es decir, aplicable en muchas situaciones y contextos.
- Ser multifuncional, en tanto que pueda ser utilizada para lograr diversos objetivos, para resolver diferentes tipos de problemas y para llevar a cabo diferentes tipos de tareas.

En base al marco teórico establecido por DeSeCo, y partiendo de la propuesta realizada por la Unión Europea, el MEC ha establecido las ocho competencias básicas de la enseñanza básica para el conjunto del Estado:

- Competencia en comunicación lingüística.
- *Competencia matemática.*
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
- Tratamiento de la información y competencia digital.
- Competencia para aprender a aprender.
- Competencia social y ciudadana.
- Autonomía e iniciativa personal.
- Competencia cultural y artística.

El planteamiento de la actividad educativa desde las competencias básicas exige un nuevo enfoque que afecta a todos los ámbitos de la acción educativa.

La incorporación de las competencias básicas al currículo tiene sin duda implicaciones importantes para las prácticas educativas, que han de afectar a las metodologías didácticas, a las estrategias de evaluación y la propia organización escolar.

Principios pedagógicos básicos que subyacen al enfoque basado en las competencias:

- La pretensión central del dispositivo escolar no es transmitir informaciones y conocimientos, sino provocar el desarrollo de competencias básicas.
- El objetivo de los procesos de enseñanza no ha de ser que los alumnos aprendan las disciplinas, sino que reconstruyan sus modelos mentales vulgares, sus esquemas de pensamiento.
- Provocar aprendizaje relevante requiere implicar activamente al estudiante en procesos de búsqueda, estudio, experimentación, reflexión, aplicación y comunicación del conocimiento.
- El desarrollo de las competencias fundamentales requiere focalizar en las situaciones reales y proponer actividades auténticas. Vincular el conocimiento a los problemas importantes de la vida cotidiana.
- La organización espacial y temporal de los contextos escolares ha de contemplar la flexibilidad y creatividad requerida por la naturaleza de las tareas auténticas y por las exigencias de vinculación con el entorno social.
- Aprender en situaciones de incertidumbre y en procesos permanentes de cambio es una condición para el desarrollo de competencias básicas y para aprender a aprender.
- La estrategia didáctica más relevante se concreta en la preparación de entornos de aprendizaje caracterizados por el intercambio y vivencia de la cultura más viva y elaborada.
- El aprendizaje relevante requiere estimular la meta cognición de cada estudiante, su capacidad para comprender y gobernar su propio y singular proceso de aprender y de aprender a aprender.
- La cooperación entre iguales es una estrategia didáctica de primer orden. La cooperación incluye el diálogo, el debate y la discrepancia, el respeto a las diferencias, saber escuchar, enriquecerse con las aportaciones ajenas y tener la generosidad suficiente para ofrecer lo mejor de sí mismo.
- El desarrollo de las competencias requiere proporcionar un entorno seguro y cálido en el que el aprendiz se sienta libre y confiado para probar, equivocarse, realimentar, y volver a probar.
- La evaluación educativa del rendimiento de los alumnos ha de entenderse básicamente como evaluación formativa, para facilitar el desarrollo en cada individuo de sus competencias de comprensión y actuación.
- La función del docente para el desarrollo de competencias puede concebirse como la tutorización del aprendizaje de los estudiantes lo que implica diseñar, planificar, organizar, estimular, acompañar, evaluar y reconducir sus procesos de aprendizaje.

Pérez Gómez, A.I. (2007): Las Competencias Básicas: su naturaleza e implicaciones pedagógicas (Cuaderno de Educación nº 1.)

Finalmente, en la comprensión del concepto de competencia es preciso tener muy en cuenta las siguientes características: (*Departamento de educación Gobierno Vasco*)

a) *No son directamente evaluables*: Definir los aprendizajes escolares únicamente en términos de “competencias”, prescindiendo de la identificación de los diferentes tipos de contenidos y conocimientos que se movilizan, son engañosas y resultan contradictorias con el concepto mismo de competencia. La adquisición de una competencia está indisolublemente asociada a la adquisición de una serie de saberes (conocimientos, habilidades, valores, actitudes, emociones).

b) *No sustituyen a los elementos que actualmente se contemplan en el currículo*, sino que los completan planteando un enfoque integrado e integrador de todo el currículo escolar.

c) *Las competencias básicas no deben interpretarse como si fuesen los aprendizajes mínimos*. De hecho los currículos incluyen un conjunto de aprendizajes deseables, más amplios de los que puedan considerarse mínimos en sentido estricto. Ese conjunto de competencias no constituye la totalidad de lo que se enseña en la escuela, sino que es la selección de lo que se considera indispensable para vivir y convivir en la sociedad actual, y poder seguir aprendiendo

d) *No son independientes unas de otras, sino que están entrelazadas*. Algunos elementos de ellas se complementan o entrecruzan. El desarrollo y la utilización de cada una de ellas requieren a su vez de las demás. En algunos casos esta relación es especialmente intensa, por ejemplo, algunos elementos esenciales de las competencias en comunicación lingüística, para aprender a aprender o del tratamiento de la información, que están estrechamente relacionadas entre sí, forman la base para el desarrollo y utilización del resto de las competencias. Incluso se puede considerar que la Competencia en comunicación lingüística, por su carácter instrumental, es la competencia más transversal, aquella cuyo dominio facilita el acceso a todo el resto de conocimientos. Finalmente, la relación estrecha entre las competencias se aprecia a través de algunos elementos que forman parte de todas ellas: resolución de problemas, actitud crítica, iniciativa creativa, toma de decisiones con evaluación del riesgo y, sobre todo, la selección, tratamiento, uso y comunicación de información.

Este trabajo pretende contribuir a facilitar la incorporación de los principios anteriormente expuestos, en el marco de los nuevos currículos, a las programaciones didácticas y a las prácticas de aula del área de Matemáticas, proponiendo algunas pautas y orientaciones para el profesorado que imparte esta materia en las etapas de Educación Secundaria Obligatoria. Para ello se revisará la bibliografía de los autores más relevantes en esta materia.

En el siguiente apartado, se concreta lo anteriormente expuesto para el área de matemáticas. Se analiza lo que se entiende por competencia matemática desde distintos puntos de vista.

2 La ciencia matemática y la competencia matemática

Con el fin de ubicar este trabajo, es preciso citar los referentes básicos de un currículo de matemáticas orientado a competencias básicas. Así, en el Currículo de Secundaria Obligatoria de Andalucía se puede leer la siguiente introducción al área de matemáticas:

“La sociedad está evolucionando de manera acelerada en los últimos tiempos y en la actualidad es preciso un mayor dominio de los conocimientos y destrezas matemáticas de los que se precisaban hace sólo unos años, y una mayor autonomía para afrontar los cambios que se producirán en un futuro más o menos inmediato. Se hacen necesarios, pues, cambios significativos en los procesos de enseñanza y aprendizaje que ayuden a forjar el saber matemático que demandan los nuevos ciudadanos y ciudadanas.

El alumnado de esta etapa educativa debe ser consciente de la perspectiva histórica de las matemáticas, su dimensión social y cultural y su presencia e importancia en las actividades de la vida cotidiana y en nuestro entorno. Deberá favorecerse el tránsito desde las experiencias matemáticas intuitivas, vinculadas a la acción propia, hasta el conocimiento más estructurado, con un incremento progresivo de aplicación, abstracción, simbolización y formalización, orientado en todo momento hacia aspectos prácticos y funcionales de la realidad en la que se desenvuelve el alumnado.

Resulta muy aconsejable establecer conexiones entre las distintas partes del currículo de matemáticas y los currículos de otras materias o aspectos de la realidad social más próxima al alumnado. Además de los cálculos y el uso de fórmulas, la elección de enunciados, el tratamiento de datos y la elaboración de gráficos pueden ser utilizados para potenciar el carácter integrador de esta materia y facilitar el conocimiento de la realidad andaluza.

La resolución de problemas debe concebirse en este contexto como un aspecto fundamental para el desarrollo de las capacidades y competencias básicas en el área de matemáticas y como elemento esencial para la construcción del conocimiento matemático. Es por ello fundamental su incorporación sistemática y metodológica a los contenidos de dicha materia.

Los medios tecnológicos son hoy día herramientas esenciales y habituales en el proceso educativo, en general, y en la materia de matemáticas de manera específica. Deben aprovecharse para el desarrollo de los procesos de aprendizaje y para facilitar la comprensión de los conceptos, dando menos peso a los algoritmos rutinarios y poniendo énfasis en los significados y razonamientos.

Por otro lado, el conocimiento del desarrollo histórico de las matemáticas y de la contribución de éstas a la sociedad en todos los tiempos y culturas servirá para concebir el saber matemático como una necesidad básica para todos los ciudadanos y ciudadanas.

Estos tres aspectos: la resolución de problemas, sobre todo; el uso sistemáticamente adecuado de los medios tecnológicos y la dimensión social y cultural de las matemáticas, deben entenderse pues como ejes transversales que han de estar siempre presentes en la construcción del conocimiento matemático durante esta etapa.

El desarrollo del sentido numérico y de la simbolización algebraica, el estudio de las formas y sus propiedades, en especial las de nuestro entorno, y la interpretación de los fenómenos ambientales y sociales a través de las funciones y sus gráficas, y de la estadística y la probabilidad, completan la propuesta de contenidos para esta etapa educativa.”

(Currículo de Educación Secundaria de Andalucía, 2007)

El MEC (2006) define así la competencia matemática:

La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Finalidades: *Utilización, de forma espontánea, de los elementos matemáticos y formas de argumentar y razonar en los ámbitos personal, social y laboral, así como su uso para interpretar y producir información, para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y del resto de campos de conocimiento y para tomar decisiones.*

Conocimientos: *Conocimiento y comprensión de los elementos matemáticos y de las operaciones y relaciones básicas.*

Destrezas: *Destrezas necesarias para aplicar principios y procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas del ámbito personal, social y laboral. Análisis y producción de información de contenido matemático proveniente de cualquier campo.*

Actitudes: *Actitud positiva basada en el respeto de la verdad y en la búsqueda de la certeza a través del razonamiento.*

(Ministerio de Educación y Ciencia (2006): Currículo y competencias básicas. Documento de trabajo).

Como podemos ver, tanto la orientación del currículo como el propio concepto de competencia matemática están íntimamente relacionados con *el punto de vista funcional de las matemáticas*, que según el Proyecto DeSeCo - OECD (2002) tiene que ver con las matemáticas como “modo de hacer”, la utilización de herramientas matemáticas, el conocimiento matemático en funcionamiento y el conocimiento crítico que permita la aplicabilidad del mismo.

La competencia matemática cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. La propuesta de competencia matemática, sin dejar de lado el carácter formativo del área, acentúa su carácter instrumental y de puesta en práctica, es decir, un enfoque integrado de la misma que le hace ser reconocida en otras áreas y materias del currículo. Su capacidad para producir mensajes de forma concisa y sin

ambigüedades ha hecho que su uso se haya extendido a todos los ámbitos de la sociedad, la intención es, pues, que los estudiantes se conviertan en personas capaces de hacer uso funcional de los conocimientos matemáticos.

Forman parte de la competencia matemática los siguientes aspectos:

- *La habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida.*

- *El conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.*

- *La puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a la obtención de diversas informaciones.*

- *La disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.*

Como dice K. Devlin (cit. Alsina, 2004)

“...el objetivo de la educación matemática debe ser preparar ciudadanos educados y no una pobre imitación de una calculadora de 30 €”.

En palabras de Niss, M. (cit. González Mari, 2004)

“Tener competencia matemática significa: poseer habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo”

Cualquier definición de competencia matemática plantea aplicar las matemáticas en un *contexto real*, es decir, en el entorno natural, social y cultural donde vivimos. Desde las matemáticas debemos educar para que las personas puedan beneficiarse de la cultura matemática para actuar, lo mejor posible, en este mundo real que es su mundo. Actuar a nivel personal, social y profesional tanto en el presente inevitable como en el futuro previsible.

¿Qué se quiere decir con esto? Ejemplo.

En el segundo ciclo de la Educación Primaria el alumno adquiere el dominio del algoritmo de la multiplicación que le permite calcular 4×26 . El dominio de tal algoritmo no lleva aparejado la adquisición de competencia alguna, sin que esto signifique una pérdida de relevancia de tal automatismo, que es, por otro lado, imprescindible.

Si ese mismo alumno es capaz de averiguar el número de fotos que hay en un álbum de 26 páginas en las que hay 4 fotos en cada página, estará mostrando cierta competencia en Matemáticas, pero ésta se encuentra muy lejos de las “competencias básicas”.

Si el alumno es capaz de responder sobre el número de álbumes de esas características necesarios para incluir una colección de 895 fotografías, estará mostrando un mayor nivel de competencia.

Si, por último, es capaz de decidir acerca de si es posible colocar ese número de fotos en álbumes de 4×26 (fotos por página \times número de páginas) y en álbumes de 3×32 (fotos por página \times número de páginas), –cámbiese 895 por 896 si se desea que sea par –, sin que sobre ninguna foto ni que queden huecos en los álbumes, el alumno estará mostrando, en ese contexto, un nivel de competencia propio de la “competencia básica” en Matemáticas.

Podría, incluso, superarse el nivel de la competencia básica si se incluyeran los precios de cada uno de los álbumes, y se preguntara al alumno por la distribución que minimiza el gasto.

En definitiva, la tarea del docente pasa por promocionar el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones propias del entorno natural, social y cultural de los alumnos. Si la propuesta educativa plantea tomar la resolución de problemas como motor de los procesos de enseñanza y aprendizaje, será preciso combinar bien lo que son los referentes reales y lo que es poner en juego las estrategias de resolución.

Se deben elegir problemas relevantes, con más significado y debidamente contextualizados. Un ejemplo, tomado del proyecto PISA, es el problema siguiente:

“Ha conducido su coche y ha recorrido ya dos terceras partes del camino. El tanque de gasolina estaba lleno al empezar y ahora queda un cuarto de depósito. ¿Tiene algún problema?”

Aunque no existe referencia explícita al coche, al lugar, etc.... el problema plantea una cuestión interesante y realista... y además está formulado para pensar.

Es importante, en fin, elegir problemas interesantes, relevantes significativamente y en contextos adecuados y realistas. Sólo así, la Matemática puede y debe contribuir a la adaptación al medio, el desarrollo de la autonomía intelectual y del pensamiento crítico, y la participación en la Cultura Matemática de nuestro alumnado.

Es importante destacar la evidencia de que el mundo real no se presenta como un contexto matemático.

La realidad natural es compleja y muestra todos sus componentes estrechamente interrelacionados; de ahí que hablemos de un currículo orientado al desarrollo de competencias.

La vida personal, las distintas situaciones y problemáticas sociales, el mundo laboral/escolar y la ciencia son contextos sobre los cuales podemos aprender e intervenir. Trabajar matemáticamente sobre situaciones reales supone una transformación de esa realidad: requiere una elaboración mental para comprenderla (modelización), que comprende la transformación del lenguaje ordinario en lenguaje matemático (matematización). Conviene que definamos y desarrollemos estos conceptos, pues es importante tenerlos en cuenta a la hora de diseñar tareas didácticas y para la evaluación.

Modelizar es saber estructurar un texto, *matematizar* y reinterpretar los resultados de esta matematización. En palabras de Henry O. Pollak (cit. Por Alsina, 2004)

“Cada aplicación de la matemática es usada para evaluar o entender o predecir algo que pertenece al mundo de la no matemática. Lo que caracteriza a la modelización es la atención explícita al principio del proceso, al ir desde el problema fuera del mundo matemático a su formulación matemática, y una reconciliación explícita entre las matemáticas y la situación del mundo real al final. A través del proceso de modelización se presta atención al mundo externo y al matemático y los resultados han de ser matemáticamente correctos y razonables en el mundo real”.

Las etapas de la modelización son las siguientes:

1. Se identifica algo en el mundo real que queremos conocer, hacer o entender. El resultado es *una cuestión* en el mundo real.
2. Seleccionamos las circunstancias y datos sustanciales en la *cuestión* del mundo real e identificamos las relaciones entre ellos. El resultado es la identificación de *conceptos claves* en la situación del mundo real, obtenemos una versión sintetizada.
3. Proceso de *Matematización*:
 - 3.1. Traducimos la versión sintetizada a términos matemáticos y obtenemos una versión matemática de la cuestión. A esto llamamos un modelo matemático.
 - 3.2. Identificamos los apartados de la matemática que pueden ser relevantes para el modelo y consideramos sus posibles contribuciones.
 - 3.3. Usamos métodos matemáticos e ideas para obtener resultados. Así surgen técnicas, ejemplos interesantes, algoritmos, aproximaciones, soluciones...
4. Tomamos estos resultados y los trasladamos al principio. Tenemos entonces una teoría sobre la cuestión sintetizada.
5. Ahora debemos verificar la realidad. ¿Son los resultados prácticos, las respuestas razonables, las consecuencias aceptables?
6. Si la respuesta es sí, hemos tenido éxito. Entonces el siguiente trabajo, que es difícil pero extraordinariamente importante, es comunicar lo encontrado a sus usuarios potenciales.

3 Contribución de la matemática al desarrollo de las competencias básicas

En este apartado trataremos como las matemáticas aprendidas desde el enfoque de las competencias básicas, es decir, cuando los contenidos son adquiridos de forma integrada y contextualizada no sólo proporcionan conocimientos, desarrollo de capacidades y adquisición de destrezas, si no que contribuyen de manera importante al desarrollo de otras competencias básicas.

Conviene tener en cuenta esta contribución de la Matemática tanto a la hora de programar como de evaluar. En los Decretos de Currículo de secundaria podemos encontrar estas aportaciones expresadas de la siguiente manera:

Los contenidos del área se orientan de manera prioritaria a garantizar el mejor desarrollo de la competencia matemática en todos y cada uno de sus aspectos, lo que incluye la mayor parte de los conocimientos y de las destrezas imprescindibles para ello.

Es necesario remarcar, sin embargo, que la contribución a la competencia matemática se logra en la medida en que el aprendizaje de dichos contenidos va dirigido precisamente a su utilidad para enfrentarse a las múltiples ocasiones en las que niños y niñas emplean las matemáticas fuera del aula.

El desarrollo del pensamiento matemático contribuye a la competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico porque hace posible una mejor comprensión y una descripción más ajustada del entorno. En primer lugar, con el desarrollo de la visualización (concepción espacial), los niños y las niñas mejoran su capacidad para hacer construcciones y manipular mentalmente figuras en el plano y en el espacio, lo que les será de gran utilidad en el empleo de mapas, planificación de rutas, diseño de planos, elaboración de dibujos, etc. En segundo lugar, a través de la medida se logra un mejor conocimiento de la realidad y se aumentan las posibilidades de interactuar con ella y de transmitir informaciones cada vez más precisas sobre aspectos cuantificables del entorno. Por último, la destreza en la utilización de representaciones gráficas para interpretar la información aporta una herramienta muy valiosa para conocer y analizar mejor la realidad.

Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de la competencia en tratamiento de la información y competencia digital, en varios sentidos. Por una parte porque proporcionan destrezas asociadas al uso de los números, tales como la comparación, la

aproximación o las relaciones entre las diferentes formas de expresarlos, facilitando así la comprensión de informaciones que incorporan cantidades o medidas. Por otra parte, a través de los contenidos del bloque cuyo nombre es precisamente tratamiento de la información se contribuye a la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico, esenciales para interpretar la información sobre la realidad. En menor escala, la iniciación al uso de calculadoras y de herramientas tecnológicas para facilitar la comprensión de contenidos matemáticos, está también unida al desarrollo de la competencia digital.

Los contenidos asociados a la resolución de problemas constituyen la principal aportación que desde el área se puede hacer a la autonomía e iniciativa personal. La resolución de problemas tiene, al menos, tres vertientes complementarias asociadas al desarrollo de esta competencia: la planificación, la gestión de los recursos y la valoración de los resultados. La planificación está aquí asociada a la comprensión en detalle de la situación planteada para trazar un plan y buscar estrategias y, en definitiva, para tomar decisiones; la gestión de los recursos incluye la optimización de los procesos de resolución; por su parte, la evaluación periódica del proceso y la valoración de los resultados permite hacer frente a otros problemas o situaciones con mayores posibilidades de éxito. En la medida en que la enseñanza de las matemáticas incida en estos procesos y se planteen situaciones abiertas, verdaderos problemas, se mejorará la contribución del área a esta competencia. Actitudes asociadas con la confianza en la propia capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones inciertas, están incorporadas a través de diferentes contenidos del currículo.

El carácter instrumental de una parte importante de los contenidos del área proporciona valor para el desarrollo de la competencia para aprender a aprender. A menudo es un requisito para el aprendizaje la posibilidad de utilizar las herramientas matemáticas básicas o comprender informaciones que utilizan soportes matemáticos. Para el desarrollo de esta competencia es también necesario incidir desde el área en los contenidos relacionados con la autonomía, la perseverancia y el esfuerzo para abordar situaciones de creciente complejidad, la sistematización, la mirada crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo. Por último, la verbalización del proceso seguido en el aprendizaje, contenido que aparece con frecuencia en este currículo, ayuda a la reflexión sobre qué se ha aprendido, qué falta por aprender, cómo y para qué, lo que potencia el desarrollo de estrategias que facilitan el aprender a aprender.

Para fomentar el desarrollo de la competencia en comunicación lingüística desde el área de Matemáticas se debe insistir en dos aspectos. Por una parte la incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y la adecuada precisión en su uso. Por otra parte, es necesario incidir en los contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos y de los procesos. Se trata tanto de facilitar la expresión como de propiciar la escucha de las explicaciones de los demás, lo que desarrolla la propia comprensión, el espíritu crítico y la mejora de las destrezas comunicativas.

Las Matemáticas contribuyen a la competencia en expresión cultural y artística desde la consideración del conocimiento matemático como contribución al desarrollo cultural de la humanidad. Asimismo, el reconocimiento de las relaciones y formas geométricas ayuda en el análisis de determinadas producciones artísticas.

La aportación a la competencia social y ciudadana se refiere, como en otras áreas, al trabajo en equipo que en Matemáticas adquiere una dimensión singular si se aprende a aceptar otros puntos de vista distintos al propio, en particular a la hora de utilizar estrategias personales de resolución de problemas.

4 El currículo de Matemáticas de la Educación Obligatoria desde la perspectiva del trabajo por competencias

De acuerdo con lo dispuesto en la LOE, las competencias básicas forman parte de las enseñanzas mínimas de la educación obligatoria, y por tanto, no sustituyen a los elementos tradicionales del currículo, sino que los completan. La consecución de las competencias básicas se medirá en función de diversas capacidades, destrezas o habilidades que los alumnos consigan, por lo que una capacidad o habilidad puede favorecer la adquisición de varias competencias.

En el diseño del currículo se debe contemplar que, en cada bloque de contenidos, es necesario trabajar las competencias desde la realización de actividades y tareas que, planteadas en contextos reales, utilicen los contenidos que son propios del bloque. Asimismo se debe contemplar criterios de evaluación de las competencias desarrolladas.

Preguntas frecuentes a la hora de abordar el diseño curricular desde la perspectiva del trabajo por competencias:

- ¿Dónde se reflejan las competencias en el currículo?

En los objetivos. (Que + Como + Para que).

- ¿Con qué se desarrollan?

A través de los contenidos.

- ¿Cuáles son los contenidos que desarrollan las competencias?

No es cuestión de que, contenidos, sino que la clave está en la forma de impartirlos, en la metodología.

- ¿Cuál es la metodología más conveniente?

Hay varias estrategias, pero con algo en común: el alumnado protagonista de su aprendizaje.

- ¿Cómo se evalúan?

Evaluar competencias es evaluar procesos.

- ¿Cómo se evalúan los procesos?

Utilizando técnicas variadas a través de todo el proceso y disponiendo de criterios e indicadores de evaluación claros. La calificación debe ser un % equilibrado de todo ello.

4.1. Los objetivos de Matemáticas y las competencias básicas.

Los objetivos de aprendizaje expresan de manera concreta las habilidades que se necesitan para un determinado tema y en un determinado momento. Por su parte, las competencias marcan metas a largo plazo, que responden a ciclos formativos más amplios y comprensivos. Así, los objetivos contribuyen a la consecución de una o varias competencias; son expresión de las prioridades formativas en un determinado momento.

En la siguiente tabla se relacionan los objetivos del currículo de Educación Secundaria Obligatoria para el área de matemáticas con la competencia matemática.

Las competencias básicas que se expresan son aquellas que respecto a cada objetivo se destacan, y otras como la competencia lingüística, la competencia TIC y la competencia social están implícitas en todos ellos.

Objetivos Currículo Educación Secundaria Obligatoria	Competencia matemática	Competencias básicas
1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.	<p><i>-Integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad.</i></p> <p><i>-Incorporar lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y la adecuada precisión en su uso.</i></p>	<p>Comunicación Lingüística.</p> <p>Conocimiento e interacción con el mundo físico.</p>
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.	<p><i>-El conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos en situaciones reales o simuladas.</i></p> <p><i>-Habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático.</i></p>	<p>Aprender a aprender.</p> <p>Autonomía e iniciativa personal.</p>
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.	<p><i>-Capacidad para resolver situaciones prácticas cotidianas, utilizando para este fin los conceptos y procedimientos matemáticos.</i></p>	<p>Tratamiento de la información y competencia digital Social y ciudadana.</p> <p>Conocimiento e interacción con el mundo físico.</p>
4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.	<p><i>-Habilidad para utilizar números y operaciones, formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones, conocer aspectos cuantitativos y espaciales y resolver problemas, identificación de situaciones matematizables, selección de técnicas adecuadas y aplicación de estrategias de resolución de problemas.</i></p>	<p>Tratamiento de la información y competencia digital.</p> <p>Comunicación lingüística. Social y ciudadana.</p>
5. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.	<p><i>-Habilidad para utilizar y relacionar las formas de expresión y razonamiento matemático para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad.</i></p>	<p>Cultural y artística.</p>
6. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.	<p><i>-Facilita las destrezas relacionadas con la búsqueda, selección, recogida y procesamiento de la información procedente de diferentes soportes, el razonamiento de la información y la evaluación y selección de nuevas fuentes de información.</i></p>	<p>Tratamiento de la información y competencia digital.</p> <p>Aprender a aprender.</p> <p>Autonomía e iniciativa personal.</p>

<p>7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.</p>	<p><i>-Capacidad para utilizar y hacer matemáticas en situaciones reales, es decir, para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando se enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.</i> <i>-Habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de razonamiento matemático.</i></p>	<p>Aprender a aprender. Autonomía e iniciativa personal.</p> <p>Comunicación lingüística. Social y ciudadana.</p>
<p>8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.</p>	<p><i>-Utilizar espontáneamente, en lo personal y en lo social, los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas y para tomar decisiones.</i></p>	<p>Aprender a aprender.</p> <p>Autonomía e iniciativa personal.</p>
<p>9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las Matemáticas.</p>	<p><i>-Disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones (problemas, incógnitas, etc.) que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.</i></p>	<p>Aprender a aprender.</p> <p>Autonomía e iniciativa personal.</p>
<p>10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas materias de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.</p>	<p><i>-Seguir procesos de pensamiento (inducción y deducción), aplicar algunos algoritmos de cálculo o elementos de la lógica que conduzcan a identificar la validez de los razonamientos y a valorar el grado de certeza asociado a los resultados derivados de los razonamientos válidos.</i></p>	<p>Aprender a aprender.</p>
<p>11. Valorar las Matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.</p>	<p><i>-Disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones (problemas, incógnitas, etc.) que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.</i></p>	<p>Cultural y artística. Social y ciudadana. Conocimiento e interacción con el mundo físico.</p>

4.2. El desarrollo de los contenidos desde un enfoque de competencias básicas

A modo de ejemplo se muestran las orientaciones que desde la Conserjería de Educación del Gobierno de Cantabria propone para los Bloques de contenido de Números y Sistema Métrico Decimal del currículo de 1º de la ESO, para su desarrollo desde un enfoque orientado a la adquisición de las competencias básicas.

NÚMEROS

Números Naturales, Divisibilidad, Fracciones, Decimales, Enteros.

Lo importante en este curso no son sólo las destrezas de cálculo, ni los algoritmos de lápiz y papel, sino una comprensión de las operaciones que permita el uso razonable de las mismas, en paralelo con el desarrollo de la capacidad de estimación y cálculo mental que permita ejercer un control sobre resultados y posibles errores.

- Competencia cultural y artística: conocer los momentos históricos en los que se crean los números. Cuándo, dónde, quiénes, por qué, las trascendencias de esas creaciones y las dificultades de su implantación son elementos interesantes de conocer.
- Interpretar críticamente información proveniente de variados contextos, que contiene distintos tipos de números, relacionarlos y utilizarlos, eligiendo la representación más adecuada para cada caso.
- Utilizar, de manera autónoma y razonada, estrategias para abordar situaciones planificando adecuadamente el proceso de resolución, desarrollándolo de manera clara y ordenada. Interpretar y comunicar los resultados.
- Conocer, valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, tales como el orden, contraste, precisión y revisión sistemática, y crítica de los resultados.
- Valorar e integrarse en el trabajo en grupo para la realización de actividades de diversos tipos como base de aprendizaje matemático, de la formación de la autoestima y de valores sociales asumidos por nuestro entorno.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

- Competencia cultural y artística: Conocer unidades de medidas propias de la región y utilizadas en agricultura, pesca y otros sistemas de producción. Conocer sistemas de medidas utilizados en otros países y su equivalencia con el Sistema Métrico Decimal. Historia de la creación del Sistema Métrico Decimal.
- Resolver situaciones, tanto individualmente como en grupo, que requieran el uso de magnitudes utilizando las unidades en el orden de magnitud adecuado.
- Utilizar, individual y grupalmente, instrumentos, técnicas, estimaciones y fórmulas para medir longitudes, pesos, capacidades, etc.

- Conocer, valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, tales como el orden, contraste, precisión y revisión sistemática, y crítica de los resultados.
- Valorar e integrarse en el trabajo en grupo para la realización de actividades de diversos tipos, como base de aprendizaje matemático, de la formación de la autoestima y de valores sociales asumidos por nuestro entorno.

4.3. Metodologías didácticas y adquisición de competencias básicas.

Se hace necesario un cambio en la manera de trabajar en el aula, no se puede enseñar en el siglo XXI con los métodos del siglo XIX.

Hay que buscar estrategias de aprendizaje, materiales y recursos que nos ayuden a crear en los alumnos estructuras mentales que les sirvan en situaciones problemáticas diversas.

Para conseguir la competencia matemática tal como explicita la normativa, es imprescindible:

Realizar cambios en la metodología y trabajar la competencia matemática con el resto de las competencias.

4.3.1. Orientaciones generales

“Dime algo y lo olvidaré, enséñame algo y lo recordaré, pero hazme partícipe de algo y lo aprenderé”

(Proverbio chino)

La introducción de las competencias básicas en el nuevo currículo tiene consecuencias inmediatas para la práctica educativa, ya que la metodología es el factor más relevante para el desarrollo de las mismas.

Las competencias superan la enseñanza compartimentada en áreas o materias estancas y su desarrollo es responsabilidad del conjunto del profesorado, por lo tanto se deben adoptar decisiones metodológicas básicas de manera consensuada y compartida. De una manera general, el trabajo en torno a competencias pone el acento en la distinción entre enseñanza transmisiva y aprendizaje activo.

Estas dos maneras de trabajar y entender los procesos de enseñanza-aprendizaje están presentes desde hace tiempo en el mundo educativo. Aunque los métodos ligados al aprendizaje activo comienzan su desarrollo a principios del siglo pasado, la realidad de la práctica educativa actual sigue estando basada, en gran medida, en la transmisión de conocimientos.

Sin embargo, el mismo concepto de competencia nos da la clave para reflexionar sobre cuál es el camino más adecuado para el desarrollo de la misma. Desarrollar una competencia supone realizar un aprendizaje para la vida, para dar respuesta a situaciones no previstas en la escuela, así como emplear las estrategias necesarias para

transferir los conocimientos (procedimentales, actitudinales y conceptuales) utilizados en la resolución de una situación a otras situaciones o problemas diferentes.

Parece, por tanto, claro, que el desarrollo de competencias *necesita un aprendizaje de tipo activo, que prepare al alumnado para saber ser, para saber hacer y para saber aplicar el conocimiento.*

El aprendizaje activo no se concreta en la utilización de una única metodología, es posible y deseable utilizar y desarrollar diferentes modos de actuación en el aula, pero es necesario reconocer que hay actuaciones que dificultan el desarrollo de las competencias básicas y otras que lo favorecen.

Por lo tanto, más que hablar de una única metodología se puede hablar de principios y estrategias metodológicas que subyacen dentro del aprendizaje activo.

El siguiente Decálogo, extraído del cuaderno *competencia matemática. Educación secundaria (Gobierno Vasco)*, recoge un conjunto de estrategias metodológicas que el profesorado ha de tener en cuenta para favorecer el aprendizaje activo y potenciar el desarrollo de las competencias básicas.

- Generar un ambiente propicio en el aula: cuidar el clima afectivo del aula, tener expectativas sobre las posibilidades de los alumnos y alumnas...
- Generar estrategias participativas: plantear dudas, presentar aprendizajes funcionales con finalidad...
- Motivar hacia el objeto de aprendizaje: dar a conocer los objetivos de aprendizaje, negociarlos con los aprendices...
- Favorecer la autonomía del aprendizaje: limitar el uso de métodos transmisivos, modificar los papeles del profesorado y del alumnado...
- Favorecer el uso integrado y significativo de las TIC: utilizar recursos didácticos como webquest, cazas del tesoro, blogs..., utilizar las TIC para aprender y para la comunicación entre los componentes del aula...
- Favorecer el uso de fuentes de información diversas: limitar el libro de texto como única fuente de información, guiar el acceso a las fuentes de información...:
- Favorecer la comunicación oral o escrita de lo aprendido: comunicar lo aprendido, impulsar la interacción entre iguales para construir el conocimiento...
- Impulsar la evaluación formativa: crear situaciones de autorregulación, dar a conocer los criterios de evaluación, potenciar la autoevaluación...
- Favorecer la utilización de organizaciones diferentes del espacio y del tiempo: modificar la organización del espacio del aula, flexibilizar la duración de las sesiones de trabajo...
- Impulsar la funcionalidad de lo aprendido fuera del ámbito escolar: favorecer la relación entre las diferentes materias, utilizar metodologías globales...

En resumen, FACILITAR EL APRENDIZAJE ACTIVO

Asimismo, los alumnos y alumnas necesitan:

- Implicarse en tareas con sentido relacionadas con la vida real.
- Practicar destrezas para aprender a hacer y aplicar el conocimiento.
- Tener oportunidad para explorar, interpretar, construir, experimentar...
- Obtener feedback para adaptar sus acciones en cada momento del proceso de aprendizaje.
- Hablar de lo que hacen y poder comunicar lo aprendido.
- Reflexionar sobre lo que sucede en el aula y sobre su aprendizaje.
- Articular lo aprendido con los aprendizajes anteriores para modificar sus esquemas de actuación.

El siguiente esquema recoge gráficamente algunas de las estrategias metodológicas citadas así como prácticas de aula que pueden facilitar el desarrollo de las competencias básicas:



4.3.2 Orientaciones específicas para la competencia matemática

Uno de los mayores obstáculos a los que ha de hacer frente el desarrollo de la competencia matemática es la dificultad del alumnado en la comprensión de los conocimientos matemáticos por su a veces alto nivel de abstracción (demanda cognitiva), así como en la transferencia y aplicación de los mismos a las situaciones de la vida cotidiana, es decir, en aplicarlos a diferentes contextos y situaciones.

Por ello son necesarias unas estrategias de intervención específicas que se basan en la localización de centros de interés, el trabajo cooperativo, la autonomía y participación activa del alumnado, etc. implicando cambios sustanciales en la organización de las actividades escolares, mostrando que la motivación no es algo intrínseco en el alumno o alumna sino que surge como producto de la interacción social en el aula.

Entre las variables del clima escolar que parecen tener gran incidencia en el aprendizaje habría que destacar las expectativas positivas del profesorado sobre sus alumnos y alumnas y la capacidad que posea de transmitirselas, una implicación activa del alumnado en las tareas siendo estas adecuadas a las dificultades de aprendizaje, variadas, dosificadas e interactivas así como un ambiente de aula marcado por unas normas consensuadas entre profesorado y alumnado. Hay que tener presente que hay muchas maneras de presentar las tareas a los alumnos y las alumnas, y que algunas son mejores que otras.

Se enuncian algunas estrategias y reflexiones para mejorar la enseñanza de la competencia matemática.

1. Un objetivo de la enseñanza de las matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen y alcancen una cierta competencia matemática.
 2. La resolución de problemas es el núcleo central del currículo matemático, que fomenta el desarrollo de la competencia matemática.
 3. Trabajar desde la competencia matemática requiere ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación.
 4. Las matemáticas no son un conjunto de temas aislados, sino más bien un todo bien integrado e interconectado.
 5. Discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas profundiza el entendimiento en esta área y ayuda a los estudiantes a ser más competentes; para ello son necesarias muchas oportunidades para poder usar el lenguaje matemático.
 6. El apropiarse de las ideas matemáticas es mucho más importante que el número de habilidades y procedimientos matemáticos que puedan adquirir.
 7. El Razonamiento y la argumentación son necesarios para saber y hacer matemáticas.
 8. Los conceptos sobre números, operaciones, y cálculos deben de estar integrados en la resolución de situaciones cotidianas.
 9. Los conceptos de geometría y medición se aprenden mejor mediante experiencias que involucren la experimentación y el descubrimiento de relaciones con materiales concretos.
 10. La comprensión y manejo de estadísticas, datos, azar y probabilidad se aprenden mejor en contextos de aplicaciones del mundo real.
 11. Las tecnologías de la información y comunicación son recursos de primer orden y deben ser utilizados en el aula.
 12. Uno de los mayores propósitos de la evaluación es ayudar a los maestros a entender mejor qué saben los estudiantes y a tomar decisiones significativas sobre actividades de enseñanza y aprendizaje.
 13. Tenemos que priorizar los contenidos a tratar en matemáticas. ¡No todo vale!
- Además, hay que tener presente que la competencia matemática es el uso del conocimiento matemático para resolver situaciones relevantes (en un contexto) desde el punto de vista social.

El conocer qué tipo de conocimiento son relevantes es muy importante de cara a organizar las tareas a proponer al alumnado; después de algunos estudios internacionales, especialmente propiciados por el NCTM (2000), parece que hay un consenso en priorizar los siguientes contenidos:

Formular y resolver problemas
Ser capaces de cuantificar situaciones
Razonar acerca de los números
Entender el razonamiento proporcional
Comprender y usar símbolos para comunicarse
Tener un conocimiento geométrico apropiado
Procesar información
Leer e interpretar tablas y gráficas
Tratar lo incierto
Tomar decisiones a partir de datos
Utilizar las nuevas tecnologías

Es evidente la importancia que se le da a la resolución de problemas en todos los estudios realizados sobre la competencia matemática. Así como desde las administraciones públicas.

4.4. El nuevo sentido de la evaluación en un enfoque de competencias.

¿Cómo se evalúa la competencia matemática cómo aprendizajes imprescindibles para continuar aprendiendo o para desenvolverse en la vida adulta?

La respuesta a este interrogante se convierte en una cuestión decisiva que puede tener sus riesgos: por un lado, riesgo de ser realizada de una manera informal, por otro, el riesgo de utilizar instrumentos de recogida de información poco sensibles a la naturaleza de las competencias y el de sustituir la valoración de las competencias por la valoración del nivel de dominio del contenido.

4.4.1. Orientaciones para la evaluación en torno a competencias

a. Orientaciones generales

La evaluación debe ser el motor del aprendizaje y es inseparable de los procesos de enseñanza y aprendizaje ya que aprender conlleva detectar problemas, superar obstáculos, reconocer errores y rectificarlos. Al reflexionar sobre la evaluación hay unos interrogantes básicos a lo que deberemos dar respuesta. Estas preguntas en el marco del trabajo en torno a las competencias básicas adquieren un nuevo sentido.

Las mismas preguntas de siempre aparecen ahora en un nuevo escenario:

¿PARA QUÉ EVALUAR?, ¿CUÁNDO EVALUAR?, ¿QUIÉN EVALÚA?, ¿QUÉ EVALUAR?, ¿CÓMO EVALUAR?

¿Para qué evaluar?

Esta pregunta nos sitúa ante dos respuestas que son los dos extremos de una línea continuada y que representan dos diferentes concepciones de la evaluación:

- Evaluar para certificar la adquisición de unos determinados conocimientos, lo que nos sitúa en el marco de la evaluación sumativa.
- Evaluar para identificar las dificultades y progresos del aprendizaje de los estudiantes y poder ajustar el proceso a las necesidades reales de los mismos, lo que nos sitúa en el marco de la evaluación formativa.

Hasta el momento actual la evaluación sumativa ha tenido un gran peso en las prácticas educativas debido a su función selectiva. La evaluación, tradicionalmente, se ha asociado a pruebas, exámenes... realizados al final de cada unidad didáctica en la mayoría de las cuales sólo se daba cuenta del nivel de logro de los conocimientos, fundamentalmente conceptuales, adquiridos por el alumnado.

Sin embargo, desde la perspectiva de una escuela integradora, inclusiva, que quiere potenciar las capacidades y el desarrollo de las competencias básicas, esa práctica evaluadora debe completarse con una evaluación formativa, procesual y global que se ajuste a las necesidades del alumnado en su recorrido formativo. Evidentemente, esta evaluación es mucho más compleja porque entiende la evaluación no como una actividad puntual, sino como un proceso en el que se analiza tanto el aprendizaje como el proceso de enseñanza.

¿Cuándo evaluar?

Como se ha mencionado anteriormente la concepción más extendida de la evaluación nos sitúa ante una actividad puntual que se realiza al final del proceso de enseñanza-aprendizaje (unidad didáctica, tema...) y que certifica el grado de conocimiento adquirido por el alumnado. Se trata de una evaluación que califica, informa, establece un nivel...pero que no influye en la mejora del aprendizaje.

Como indica Neus Sanmarti (2007) *“Cuando se pone el acento en la vinculación entre esfuerzo y evaluación calificadora, se hace recaer en los alumnos y alumnas toda la culpa del fracaso: si no aprueban es porque no se esfuerzan y no porque el sistema social sea discriminatorio, o porque los medios y la organización de los centros no favorezcan el trabajo eficiente del profesorado o porque los métodos aplicados para enseñar no sean los adecuados. (...) No debería olvidarse que unos buenos resultados en una evaluación final son la consecuencia de unos buenos aprendizajes y no la causa”*

Por lo tanto, una evaluación centrada en el desarrollo de las competencias no puede darse únicamente al final, sino que debe estar presente en todas las fases del proceso. Deben plantearse actividades para la evaluación inicial que sirvan para establecer los conocimientos previos, (referidos al saber, saber ser y saber hacer) y para establecer el estado inicial de cada estudiante y así adaptar la planificación prevista.

Asimismo, deben plantearse actividades que identifiquen las dificultades y progresos de cada estudiante para adaptar el proceso, es decir, realizar una evaluación formativa que le ayude a regularse, una evaluación procesual que incidirá directamente en los resultados del aprendizaje, ya que para aprender es necesario que el estudiante sea capaz de detectar sus dificultades. Para ello, se propone la utilización de plantillas de observación, revisión... que ayuden al alumnado a reflexionar sobre su propio aprendizaje y por tanto al desarrollo de competencias básicas como aprender a aprender, autonomía e iniciativa personal... Sólo cuando la evaluación está integrada en el proceso mejoran los resultados finales.

¿Quién evalúa?

En un planteamiento de evaluación en torno a competencias es importante remarcar que son diversos los agentes que pueden y deben evaluar a partir de diferentes objetivos.

Normalmente, la evaluación está en manos del profesorado que como único certificador del aprendizaje realiza la evaluación sumativa al final del proceso. También el profesorado tiene la responsabilidad de plantear actividades de evaluación inicial, procesual... Sin embargo, desde un planteamiento que busca el desarrollo de las competencias básicas del alumnado y un aprendizaje para la vida, el alumno y la alumna se convierten en agentes evaluadores decisivos.

Desde la perspectiva de la evaluación formativa ésta debe servir para que el alumnado regule su proceso de aprendizaje, es decir, para aprender a reconocer y saber en qué consisten sus dificultades. Por lo tanto, debe aprender a autorregularse, es decir, controlar con qué finalidad está aprendiendo, qué es lo que tiene que hacer para aprender y cuáles son los criterios que ha de utilizar para saber si está aprendiendo de manera eficaz o no.

Esto se traduce en que los alumnos y alumnas deben conocer los objetivos de aprendizaje para poder planificar su actividad. Por ello, a lo largo de las secuencias didácticas el profesorado debe explicitar, consensuar y negociar con el alumnado qué actividades y tareas se van a realizar, para qué, cómo va a ser el proceso que se llevará a cabo y qué se tendrá en cuenta para evaluar el trabajo. Por otro lado, es el alumnado por medio de actividades de autoevaluación y coevaluación quien evalúa tanto el proceso de enseñanza como el propio aprendizaje y el de sus compañeros.

¿Qué evaluar?

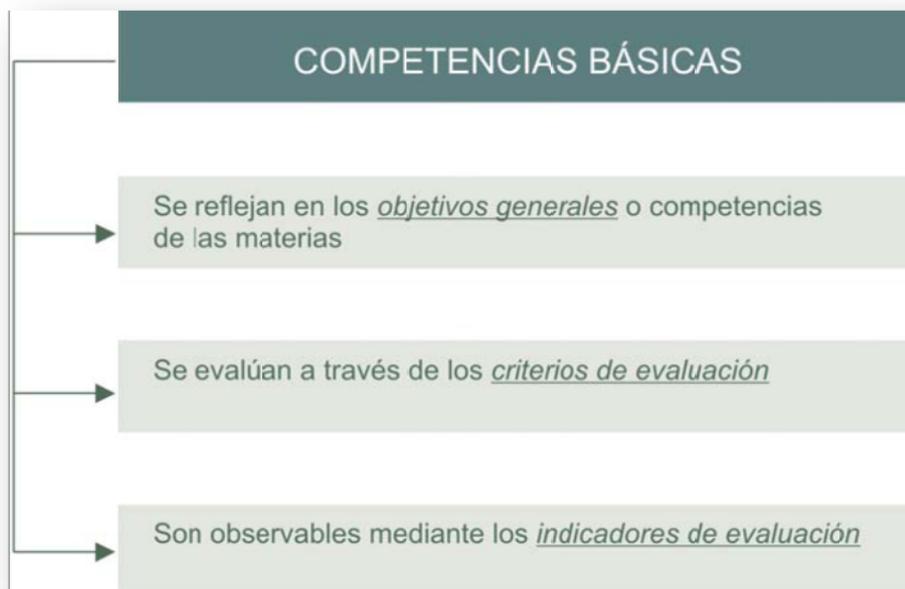
Partiendo de la definición de competencia como “*Una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes adecuadas al contexto.*” y como “*la capacidad de realizar eficazmente una tarea en un contexto determinado*”, para poder desarrollar las competencias hay que asimilar y apropiarse de una serie de saberes asociados a ellas, y además aprender a movilizarlos y a aplicarlos conjuntamente de manera relacionada en un contexto determinado. En este sentido, evaluar competencias conlleva evaluar procesos en la resolución de situaciones-problema.

Por lo tanto, el punto de partida de la evaluación deben ser tareas más o menos reales que simulen de alguna manera las que se pueden dar en la realidad. Hay que proponer tareas en las que se trabajen los contenidos tanto procedimentales, actitudinales como conceptuales más adecuados para desarrollar las competencias básicas y establecer indicadores de logro.

Sin embargo, las competencias básicas no aportan una referencia clara para su evaluación, pero se entrecruzan de manera evidente con otros elementos curriculares como son los objetivos, los contenidos y especialmente los criterios de evaluación. Así, las competencias básicas se reflejan en los objetivos generales de las áreas o de las materias, que recogen los saberes necesarios para el desarrollo de aquellas.

Asimismo, a través de los criterios de evaluación se establece el grado de consecución de los objetivos y por lo tanto de las competencias a las que éstos se refieren.

Por último, los indicadores de evaluación concretan en conductas observables los criterios de evaluación, convirtiéndose, por lo tanto, en el último referente de la evaluación.



¿Cómo evaluar?

Las actividades de evaluación deben permitir mostrar la capacidad de movilizar de forma integrada y coherente distintos tipos de saberes. Cuando hablamos de educación en torno a competencias hablamos de un aprendizaje permanente que se prolongará a lo largo de la vida, aunque es evidente que la variedad de situaciones posibles nunca podrá verse reflejada en las prácticas educativas en su totalidad.

Al evaluar en torno a competencias se intenta reconocer la capacidad que el alumnado ha desarrollado para dar respuesta a situaciones más o menos reales. Esto nos sitúa dentro de una actividad compleja que aparecerá en diferentes momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje, en la que intervendrán diferentes agentes evaluadores, y en la que será necesario diversificar los instrumentos de evaluación.

b) Orientaciones específicas para la competencia matemática

Recogeremos a continuación algunas pautas y criterios para la evaluación de la competencia matemática, presentando diversas propuestas que autores e instituciones hacen en relación con la misma.

Roig-Linares (2004) establece cuatro niveles de desarrollo:

NIVEL 0: En este nivel se encuentran aquellas respuestas en las que no hay intento de resolver el problema, se dan explicaciones confusas que ponen de manifiesto que no hay comprensión alguna de la situación, o se establece relaciones erróneas entre las variables.

NIVEL 1: Identifica algunos aspectos relevantes de la situación pero sin comprenderla estructuralmente.

NIVEL 2: Identifica aspectos relevantes de la situación y establece sus relaciones mostrando comprensión estructural de la misma. Construye un modelo eficaz para abordar la búsqueda de respuestas sin un uso conveniente del mismo.

NIVEL 3: Construye un modelo eficaz que refleje el sentido dado por la situación y usa este modelo para tomar decisiones usándolo de manera adecuada.

Por otro lado, las evaluaciones internacionales presentan modelos muy interesantes en la definición de las competencias, en los aspectos que han de tenerse en cuenta y en sus niveles de adquisición, que nos pueden servir de referentes para la evaluación.

En el proyecto PISA, de la OCDE, el dominio de la competencia matemática comprende tres ejes principales:

- Las *situaciones o contextos* en que se ubican los problemas.
- El *contenido matemático* que se requiere para resolver los problemas, organizado de acuerdo a ciertas nociones claves, y, sobre todo.
- Las *competencias* que deben ser aplicadas para conectar el mundo real, en el que se generan los problemas, con las matemáticas, para resolver así los problemas.

Para evaluar el nivel de competencia matemática del alumnado, OCDE/PISA se basa en las ocho competencias matemáticas específicas identificadas por Niss (cit. Por González Mari, 2004) y sus colegas daneses:

- *Pensar y razonar* (tipos de enunciados, cuestiones propias de las matemáticas).
- *Argumentar* (pruebas matemáticas, heurística, crear y expresar argumentos matemáticos).
- *Comunicar* (expresión matemática oral y escrita, entender expresiones, transmitir ideas matemáticas).
- *Modelizar* (estructurar el campo, interpretar los modelos, trabajar con modelos).
- *Plantear y resolver problemas*.
- *Representar y simbolizar* (codificar, decodificar e interpretar representaciones, traducir entre diferentes representaciones).
- *Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas* (comprende decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos).
- *Utilizar ayudas y herramientas* (conocer, y ser capaz de utilizar diversas ayudas y herramientas, incluyendo las Tecnologías de la Información y la Comunicaciones -TIC-, que facilitan la actividad matemática, y comprender las limitaciones de estas ayudas)

Por otro lado, algunas comunidades autónomas están diseñando modelos de evaluación de la competencia matemática para las Evaluaciones de Diagnóstico. Es el caso de la Evaluación de Diagnóstico de la Junta de Andalucía, para la que se precisan las competencias matemáticas específicas / elementos de competencia matemática.

Competencia 1. Organizar, comprender e interpretar información.

- Identifica el significado de la información numérica y simbólica.
- Ordena información utilizando procedimientos matemáticos.
- Comprende la información presentada en un formato gráfico.

Competencia 2. Expresar.

- Se expresa utilizando vocabulario y símbolos matemáticos básicos.
- Utiliza formas adecuadas de representación según el propósito y naturaleza de la situación.
- Expresa correctamente resultados obtenidos al resolver problemas
- Justifica resultados expresando argumentos con una base matemática.

Competencia 3. Plantear y resolver problemas.

- Traduce las situaciones reales a esquemas o estructuras matemáticos.
- Valora la pertinencia de diferentes vías para resolver problemas con una base matemática.
- Selecciona estrategias adecuadas.
- Selecciona los datos apropiados para resolver un problema.
- Utiliza con precisión procedimientos de cálculo, fórmulas y algoritmos para la resolución de problemas.

Finalmente, la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas ISAAC NEWTON propone los siguientes indicadores para la evaluación de competencias:

... La definición (*de competencia matemática*) diferencia tres ámbitos sobre los que incidir y centrar nuestro esfuerzo: producir e interpretar distintos tipos de información, ampliar el conocimiento de los alumnos sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad y resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. Dentro de cada uno de estos ámbitos señalamos estos posibles indicadores para el desarrollo y consecución de la competencia:

Producir e interpretar distintos tipos de información.

- Expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático.
- Expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones.
- Comprender una argumentación matemática.
- Interpretar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones.
- Estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones.

Ampliar el conocimiento de los alumnos sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad.

- Integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento.
- Conocer y manejar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.)
- Aplicar los conocimientos matemáticos a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.
- Poner en práctica procesos de razonamiento que llevan a la obtención de información o a la solución de los problemas.
- Utilizar los elementos y razonamientos matemáticos para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan.
- Seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales.

Resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

- Manejar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.)
- Identificar de situaciones cotidianas que requieren la aplicación de estrategias de resolución de problemas.
- Seleccionar las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible.
- Aplicar algoritmos de cálculo o elementos de la lógica.
- Seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción y la deducción, entre otros).
- Identificar la validez de los razonamientos.
- Aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente.

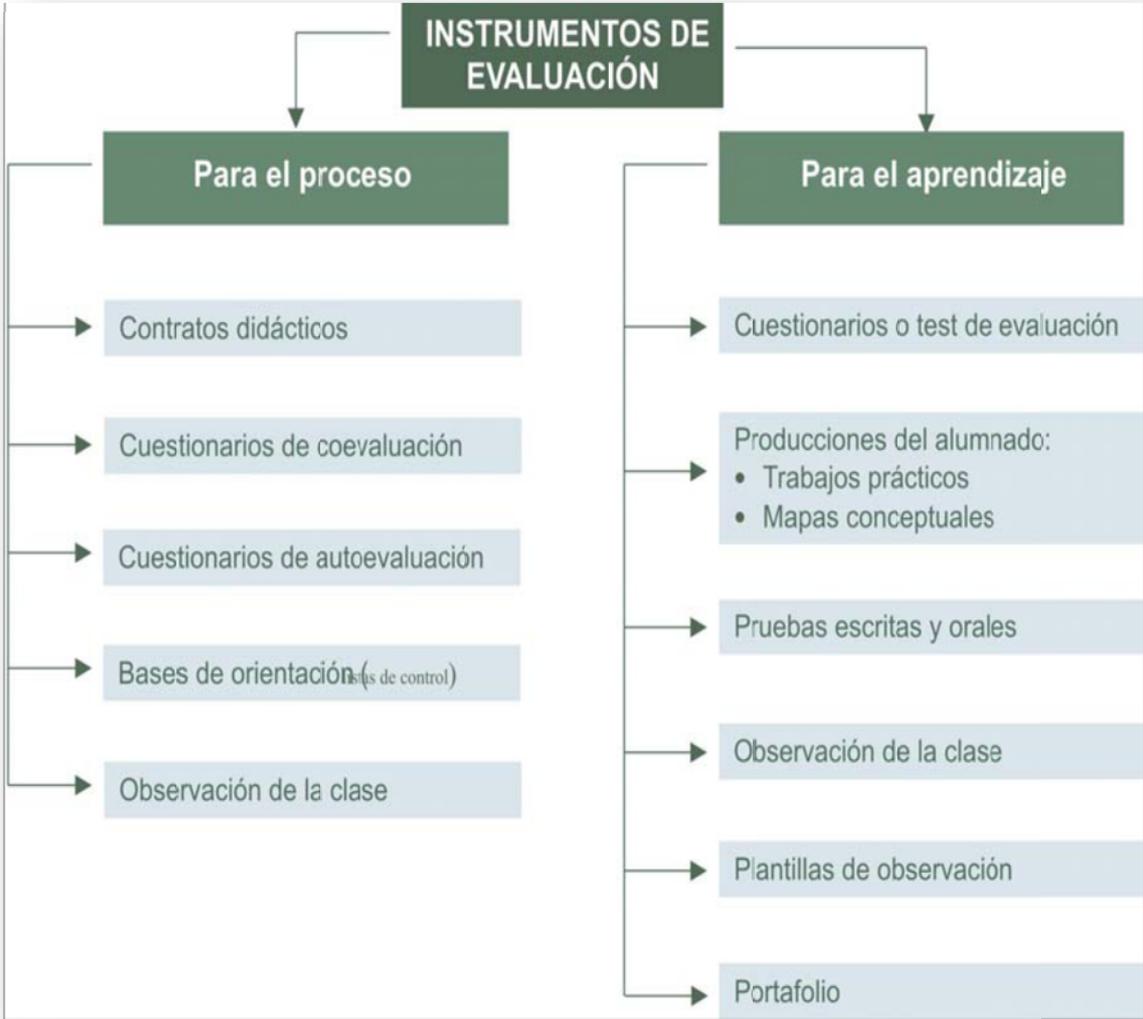
Puede resultar de gran ayuda para el registro de la evaluación la realización de matrices de valoración o rúbricas en las que puede fijarse el nivel de dominio propio de cada uno de los ciclos y/o cursos. Para su elaboración puede recurrirse a programas informáticos que existen en el mercado, como el Programa Rubistar (<http://rubistar.4teachers.org>), diseñado como herramienta de ayuda al profesorado que quiere o necesita utilizar criterios de evaluación de tareas (permite imprimir y modificar).

c) Instrumentos para la evaluación

Los procesos de evaluación, como se ha explicitado anteriormente, son muy complejos por lo que los instrumentos utilizados para llevarla a cabo han de ser diversos y variados.

Los instrumentos de evaluación son los medios que el profesorado y también el alumnado utiliza para obtener datos sobre el desarrollo del proceso de aprendizaje. La elección y utilización de un determinado instrumento depende fundamentalmente de los objetivos perseguidos.

El cuadro recoge un posible listado de instrumentos de evaluación. Sin embargo, un mismo instrumento puede ser utilizado con diferentes objetivos y por diferentes agentes evaluadores. Por ejemplo, una base de orientación (por ejemplo, hoja de control para la composición o la producción de un texto) puede servir como plantilla de coevaluación, como plantilla de evaluación del profesorado o como autoevaluación del aprendizaje desarrollado.



5 Orientaciones y ejemplos para la práctica

Ya señalamos anteriormente que la clave de la mejora de los currículos que significa la introducción de las competencias básicas está, entre otros factores, en la definición y selección de las tareas o actividades que permitan su desarrollo en el proceso educativo.

Se plantea en este apartado cuáles deben ser las características generales de estas actividades, algunos criterios para la selección de las mismas y una serie de ejemplos de posibles actividades.

5.1. Pautas y criterios para la selección y diseño de tareas.

Y todo lo anterior . . . ¿cómo se traduce en el trabajo en el aula?

La enseñanza de las matemáticas en los niveles de Educación Secundaria debe tener en cuenta las siguientes consideraciones (González y Gallego, (1997)):

- a) La mayor parte de lo que se haga en el aula debe tener sentido para los alumnos.
- b) Educar en matemáticas / aprender matemáticas requiere de un proceso constructivo y activo en el que se reduzca a lo indispensable la asimilación pasiva de información.
- c) Se ha de conceder importancia a los conocimientos intuitivos, a las relaciones entre las matemáticas y la realidad o a valorar la potencialidad de preguntar ¿porqué?
- d) Mediante la MOTIVACIÓN adecuada, se debe procurar que el alumno se implique en las actividades, es decir, se debe conseguir la “devolución” al alumno de la responsabilidad de lo que se hace en el aula (el alumno debe “hacer suyas” las tareas).

e) Hay que atender a dos frentes simultáneamente y en el siguiente orden de importancia o atención:

- **COMPRESIÓN, UTILIDAD Y SIGNIFICADOS** del conocimiento matemático (intención motivadora y de conexión con las experiencias y conocimientos de los alumnos).
- **ASPECTOS CULTURALES E INSTRUMENTALES** del conocimiento matemático (elementos básicos, terminología, conceptos, validación, institucionalización, consolidación, práctica y extensión del conocimiento matemático; intención "cultural", "informativa" e "instrumental" del conocimiento).

Teniendo en cuenta las consideraciones expuestas anteriormente podemos avanzar algunas pautas básicas:

- Las tareas, como propuestas de acción, deben ser compatibles con el contenido matemático sobre el que se trabaja.
- Deben contribuir a obtener las expectativas de aprendizaje que tiene el profesor para sus escolares sobre ese tema matemático, y a superar dificultades o errores previstos.
- Las tareas pueden permitir incorporar recursos y materiales, que optimicen la adquisición de las expectativas de aprendizaje seleccionadas.
- Deben constituir un conjunto coherente en la planificación de las secuencias de aprendizaje.
- Han de ser compatibles con técnicas de gestión de la clase que optimicen la adquisición de las expectativas de aprendizaje seleccionadas.

Según las propuestas de Bishop (1999) y Gallego (2005), en las que la matemática es entendida como una actividad social, se buscan situaciones reales en las cuales el alumnado tenga que actuar matemáticamente (conocimiento de las matemáticas a partir de su uso) y puedan hablar de ello (metacognición), construyendo significados y conocimiento junto a los adultos y sus iguales.

Una tarea adecuada debe reunir elementos de cada una de las tres categorías siguientes:

- **Acciones culturales básicas** (calcular, medir, etc.) que el alumnado ha de realizar, recurriendo a procedimientos y estrategias que inicialmente serán personales e irán evolucionando progresivamente hacia otras más convencionales.
- **Situaciones significativas y funcionales** en las que, mediante la exploración, la investigación y la reflexión, dichas acciones y contenidos se desarrollan con el fin de facilitar al alumnado el descubrimiento y comprensión de los diferentes contextos en los que se ve inmerso.

- **Contenidos considerados imprescindibles** para el desarrollo de una competencia matemática básica, que se activan en situaciones en las que se necesitan comprender los números, el espacio, la forma, etc., y que son utilizados para actuar en diferentes contextos y situaciones. Estos contenidos forman parte del currículo.

En cuanto al diseño y desarrollo de situaciones didácticas, se deben tener en cuenta distintos aspectos.

En primer lugar, el eje central de las actividades podrá ser un problema que hay que resolver, algo que hay que realizar u organizar o una cuestión que necesita ser investigada, de modo que posea la complejidad propia de la recreación didáctica de situaciones reales, sin fragmentar artificialmente los contenidos.

Para abordar la cuestión que se pretende comprender o resolver se pueden adoptar diversas modalidades de agrupamiento (colectivo, grupo pequeño, trío, pareja e individual), utilizar todo tipo de recursos y aportaciones de las distintas áreas y formas variadas de tratar y representar la información.

Cada situación didáctica puede durar un periodo de tiempo más o menos largo: desde todo un curso para un proyecto globalizado, como puede ser el estudio de la localidad, hasta unos minutos que se pueden dedicar sistemáticamente a juegos de contenido matemático, o a la organización con el grupo de los espacios, tiempos y agrupamientos al inicio de una actividad.

La planificación de la secuencia didáctica debe realizarse con un planteamiento flexible y abierto a la incorporación de nuevas situaciones didácticas que puedan emerger durante su desarrollo.

En cualquier caso, las situaciones didácticas no deben ser actividades aisladas, sino presentarse de forma interdependiente y entrelazada.

Las situaciones de enseñanza y aprendizaje que se pueden diseñar a partir de la realidad son múltiples y muy variadas, entre otras:

1. Proyectos de investigación del entorno a partir de los cuales y de manera globalizada pueda trabajarse la competencia matemática. Los equipos docentes pueden preverlas, compartirlas e incorporarlas a sus programaciones.
2. Situaciones cotidianas de la vida del aula que son susceptibles de ser tratadas matemáticamente de manera natural, aunque planificada y sistemáticamente.
3. Situaciones extraordinarias que acontecen en la vida del centro, del ciclo o del aula, que ofrecen cuestiones susceptibles de ser resueltas matemáticamente.
4. Situaciones y acontecimientos muy significativos que se plantean en el entorno cercano o que nos aproximan los medios de comunicación.
5. Situaciones de juego organizado.

a) Características de una secuencia didáctica

“El contenido realmente importante de cualquier experiencia de aprendizaje es el método o proceso a través del cual el aprendizaje tiene lugar (...), lo que importa no es lo que cuentas a la gente; es lo que tú les obligas a hacer”

(Bree M.P. 1990)

Secuencia didáctica, entendida como una serie de actividades coordinadas y dirigidas a un fin, a un producto, a una tarea final.

La secuencia didáctica debe:

- Constituir e identificarse como una unidad de trabajo en el aula.
- Plantear situaciones o problemas relacionados con la vida real
- Reflejar los distintos contextos propios de la vida del alumnado
- Tener un objetivo claro de aprendizaje
- Incluir la evaluación como parte fundamental del proceso
- Facilitar la utilización de lo aprendido a nuevas situaciones

Esta forma de plantear la actividad didáctica incide en integrar los diferentes contenidos de aprendizaje organizándolos de manera coherente en aras de un aprendizaje global y activo, más allá de la excesiva fragmentación que presentan muchos materiales, proporcionando a dichos contenidos un sentido, una funcionalidad, al impulsar el aprender a hacer haciendo.

El siguiente esquema de secuencia didáctica recoge dichas características. Se propone tanto el esquema que el profesorado puede seguir para planificar sus secuencias didácticas, como los componentes de la secuencia de actividades en el aula: planificación, realización y aplicación.

* SECUENCIA DE ACTIVIDADES



5.2. Material didáctico.

Las siguientes direcciones señalan algunos de los recursos fundamentales en la red para la confección de unidades didácticas y para la comprensión del tema de las competencias y de la Competencia Matemática.

• Área de Ciencias de la Naturaleza

Unidades didácticas del Proyecto Más ciencia:

[Ciencia, tecnología y sociedad en secundaria. \(Adaptación del proyecto SATIS\) \(ISBN 84-7753-825-5\)](#)

Unidades didácticas del proyecto APQUA:

[\(http://www.etseq.urv.es/apqua/cast/indice.htm\)](http://www.etseq.urv.es/apqua/cast/indice.htm)

Unidades didácticas en soporte digital del Proyecto Science Across The World:

[\(http://www.scienceacross.org/index.cfm?fuseaction=content.showhomepage&CFID=966281&CFTOKEN=17566691\)](http://www.scienceacross.org/index.cfm?fuseaction=content.showhomepage&CFID=966281&CFTOKEN=17566691)

• Área de Ciencias Sociales

EUSTAT: Actividades para desarrollar la competencia matemática, a través de datos estadísticos recogidos por el EUSTAT y referidos a la Comunidad Autónoma Vasca:

<http://www.eustat.es/eskola/tareas.asp?idioma=c&ud=4&tipobus=1>

• Área de Educación Plástica y visual

Unidad didáctica de Educación Plástica y Visual: Ritmo y simetría en la composición plástica.

http://www.cnice.mec.es/pamc/pamc_2004/2004_ritmo_simetria/

Unidad didáctica de Educación Plástica y Visual: Pájaros mejicanos – elementos configuradores:

http://www.cnice.mec.es/pamc/pamc_2003/2003_pajaros_mexicanos/

• Área de Lengua Castellana y Literatura

Webquest sobre los retos del siglo XXI en la que se elaboran gráficos

http://www.getxolinguae.net/GAIA_archivos/retosigloXXI/index.htm

Taller de escritura matemática

<http://www.scribd.com/doc/7788825/Taller-de-escritura-matematica>

• Área de Matemáticas

Webquest: *¿Jugamos con la sombra de la Torre Eiffel?* de Lydia Fernández de Luco y Esteban Esteban

<http://www.eibarpat.net/webquest/lasombradelatorreEiffel/index.html>

Webquest: *El teorema de Pitágoras*, de Manuel Sada

<http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/wq/>

Webquest: *Marcas de coches y geometría*, de Manuel Sada

<http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/miniwq/>

Recursos informáticos y audiovisuales para el aula de Matemáticas

<http://pnte.educacion.navarra.es/portal/Recursos+educativos>

Google (Plan de lectura 2005-2010 Castilla_la Mancha) / Unidades de lectura en las áreas o materias / Secundaria / Matemáticas

- "Divisibilidad" - Matemáticas - 1º ESO1, 1 MB
- "Ecuaciones de primer y segundo grado" - Matemáticas - 3º ESO1, 6 MB
- "El Número Real" - Matemáticas - 4º ESO2, 4 MB
- "Fracciones, Decimales y Porcentajes" - Matemáticas - 2º ESO

DESCARTES (Matemáticas en el CNICE): El proyecto DESCARTES tiene por finalidad la innovación en un entorno de colaboración en el área de Matemáticas tanto para la ESO y el Bachillerato. Utiliza las ventajas del ordenador y de Internet para ofrecer a los profesores y a los alumnos una nueva forma de enfocar el aprendizaje de las Matemáticas. Promueve nuevas metodologías de trabajo en el aula más activas, creativas, participativas, motivadoras y personalizadas, para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Abarca todos los temas del currículo con un planteamiento interactivo.

<http://descartes.cnice.mecd.es/>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales: Disponible en inglés, francés y español. Recursos electrónicos gratuitos organizados por bloques de contenido y niveles educativos. Cada recurso incluye información para el profesor, contenidos, objetivos y tareas de ejemplo.

<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

Illuminations: Creada por el NCTM y similar a la anterior aunque solo en inglés.

Aquí los recursos estructurados en bloques de contenido y niveles educativos se relacionan con los principios y estándares.

<http://illuminations.nctm.org/>

<http://aprendiendomatemáticas.com/>

http://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pitágoras

<http://www.portalciencia.net/pitagoras.html>

<http://platea.pntic.mec.es/~jalonso/mates/pitagoras.swf>

<http://www.cut-the-knot.com/pythagoras/>

<http://www.luventicus.org/articulos/03N016/index.html>

<http://www.educar.org/enlared/planes/paginas/pitagoras.htm>

<http://geogebra.es/cvg/index.html>

<http://recursostic.educacion.es/gauss/web/indice.htm>

<http://geogebra.geometriadinamica.org/>

http://wiki.geogebra.org/es/Manual:Página_Principal

<http://www.pic2puz.com/puzzle/show/eb92ai>

- **Área de Música**

“*DivulgaMat*”- Centro Virtual para la divulgación de las matemáticas tiene varias actividades para trabajar las matemáticas y la música.

<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Cultura/Musika/index.asp>

“*Las matemáticas y la música. La escala musical y afinaciones*”. Sala de Acústica del Museo Virtual de la Ciencia del CSIC.

<http://museovirtual.csic.es/salas/acustica/sonido3/mm2.htm>

Bach en acción. Música y matemáticas

http://www.imaginarymagnitude.net/eblanco/blog/archives/2004/09/bach_en_accian.html

“*Matemáticas en la música*” Angel Pastor Martín. Revista Suma 59 Noviembre 2008, pp.17-21

“*Música y matemáticas, la armonía de los números*”. Vicente Liern Carión- Tomás Queralt Ilopis. Servicio de publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

http://perso.wanadoo.es/csap/html/dia_escolar_matematica.html

5.3 Propuesta de actividades para Educación Secundaria Obligatoria.

EN BUSCA DEL TESORO: ACTIVIDAD DE TRABAJO COOPERATIVO

3º E. S. O.

CONOCIMIENTOS:

Geometría: Ángulos del triángulo. Clasificación de triángulos según sus ángulos y lados. Puntos y rectas notables de un triángulo. Teorema de Pitágoras

COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación lingüística. Matemática. Tratamiento de la información y competencia digital. Competencia para aprender a aprender. Competencia cultural y artística. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico y natural. Competencia para la autonomía e iniciativa personal.

En primer lugar se realizará una labor de investigación por parte de los componentes del grupo. Cada miembro trabajará sobre uno de los siguientes aspectos:

- Clasificación de triángulos: Deberá buscar información relacionada en internet y/o libros de texto y realizar un esquema o mapa conceptual para exponer a sus compañeros.
- Elementos y puntos notables del triángulo y lugares geométricos: Deberá buscar información relacionada en internet y/o libros de texto y realizar un esquema o mapa conceptual que incluya todos los lugares geométricos, rectas y puntos notables y circunferencias, así como las propiedades que cumple cada elemento.
- Teorema de Pitágoras: Deberá conocer el teorema y alguna de sus más famosas demostraciones, y utilizarlo para calcular distancias desconocidas. Además, puede investigar curiosidades relacionadas con él o con la vida de Pitágoras o la escuela Pitagórica.
- Manual de Geogebra: Utilizando un pequeño manual de Geogebra entregado por el profesor, el alumnado deberá conocer y manejar con precisión las herramientas básicas para el tratamiento de figuras planas y lugares geométricos.

Una vez concluida esta investigación, se procederá a una reunión de expertos, donde los especialistas en cada tema de cada grupo se unirán para intercambiar impresiones, resolver dudas y ampliar conocimientos.

Roles dinámicos durante la reunión de expertos:

- Ponente: Explica el contenido del material asignado tal y como él lo ha entendido.
- Interrogador: Pide aclaraciones y hace comentarios críticos.
- Secretario: Se asegura de que la discusión se completa en el tiempo previsto.

Posteriormente, de vuelta al grupo base, los integrantes se reúnen para, por turnos, explicar al resto de compañeros la parte en la que cada cual es experto. Una vez completado este tiempo de exposición por parte de cada uno, entre todos los miembros deberán resolver unas actividades relacionadas para afianzar los conocimientos:

- *Ayudemos a Alicia*: “Alicia en el país de los triángulos”. Reflexión y exposición relacionada con la clasificación de triángulos.
- *Descubre las figuras*: Construcción de figuras con Geogebra.
- *Juguemos con Pitágoras*: Ejercicios, actividades y problemas de aplicación del teorema.
- *Una de Tests*: Pequeño test interactivo sobre elementos y puntos notables del triángulo.

Roles dinámicos durante la reunión de grupo:

- Ponente: Explica su parte asignada.
- Interrogador: Pide aclaraciones y hace comentarios críticos.
- Secretario: Se asegura de que la discusión se completa en el tiempo previsto.
- Observador: Debe tomar nota y clasificar, las diferentes contribuciones de los miembros del grupo en el desarrollo de la tarea.

Encuentra el Tesoro: En esta actividad los alumnos deben poner en práctica todos los conocimientos adquiridos en sus reuniones y actividades anteriores para, siguiendo unas pistas determinadas, y mediante el manejo del programa Geogebra, encontrar la solución a una ruta misteriosa que esconde un tesoro.

Una vez concluida esa actividad, cada grupo deberá preparar, para sesiones posteriores, una actividad parecida para plantear a sus compañeros.

Exigibilidad personal: Un miembro del grupo, elegido al azar, responderá a preguntas del profesor sobre la actividad “Encuentra el Tesoro” o sobre la actividad que el grupo tiene que diseñar.

Esta actividad forma parte de la unidad didáctica “Figuras planas y lugares geométricos” elaborada por un grupo de trabajo del que formo parte, para la asignatura Herramientas..... de este máster.

Autores: Isabel maría López Haro, María del mar Martín García, Francisco Javier Benjumeda Muñoz, Guillermo Aparicio de las Llanderas.

Toda la unidad se desarrolla en torno al aprendizaje significativo. El currículo se trabaja desde el enfoque por competencias.

UN PASEO POR EL ESPACIO

2^o - 3^o E. S. O.

CONOCIMIENTOS: *Geometría.*

COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN: *Competencia Matemática. Conocimiento e interacción con el mundo físico. Competencia Cultural y Artística. Competencia para aprender a aprender.*

“Los primeros momentos no sabes cómo vas a reaccionar, estás bastante alto allí arriba”. Hans Schlegel, el astronauta de la Agencia Europea del Espacio (ESA) dio su primer paso al vacío a las 15.27 -hora peninsular- del pasado 13 de Febrero del 2008, durante la misión de instalar el laboratorio europeo Columbus en la Estación Espacial Internacional. Luego siguieron los demás pasos de un paseo espacial que duraría 6 horas y 45 minutos, un tiempo que a 400 km de altura se traduce en cuatro vueltas completas al planeta. Cuatro amaneceres y cuatro puestas de sol. Pero un cielo siempre negro, porque a esa altura no hay atmósfera que disperse la luz y convierta en azul, a los ojos humanos, la bóveda celeste.

Nos preguntamos a qué velocidad viajaría el satélite. ¿Necesitaremos conocer el radio de la tierra, para calcularla?

Información del País Semanal, Domingo 23 de Marzo de 2008

NO ES MAGIA, ES ÁLGEBRA

1^o E. S. O.

CONOCIMIENTOS:

Valor posicional de los números. Introducción al Álgebra.

COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Competencia Matemática. Autonomía e iniciativa personal. Competencia para aprender a aprender.

El libro “Ernesto, el aprendiz de mago” (José Muñoz Santonja, Ed. Nivola) cuenta cómo adivinar el resultado que se obtiene al lanzar tres dados:

- Lanza tres dados y anota el resultado.
- Al número obtenido en el primer dado súmale 1 y a continuación multiplícalo por 10.
- A este resultado súmale los puntos del segundo dado.
- Al número obtenido súmale 1 y vuelve a multiplicar por 10.
- A este último resultado súmale los puntos del tercer dado más 1.
- Preguntamos que número han obtenido, a partir de él “adivinamos” la tirada de los dados.
- Probablemente algunos/as alumnos/as se den cuenta de lo que hemos hecho para adivinarlo, hemos restado una unidad a cada dígito del número obtenido.
- Explicamos en la pizarra el proceso algebraico que hemos utilizado y les pedimos que definan un proceso para que no sea tan sencillo descubrir la regla que nos permite la adivinación.

NÚMEROS CON NOMBRE PROPIO: EL NÚMERO π . ¿TIENE EL AZAR LEYES?

3° E. S. O.

CONOCIMIENTOS:

Números: justificación de los números irracionales. Algunos ejemplos de números irracionales. Geometría: Teorema de Tales. Estadística y Probabilidad: ¿qué es una Experiencia Aleatoria?

COMPETENCIAS QUE SE TRABAJAN:

Comunicación lingüística. Matemática. Tratamiento de la información y competencia digital. Competencia para aprender a aprender. Competencia cultural y artística.

Esta actividad puede hacerse en dos momentos a lo largo del curso: la primera parte en el bloque de Números y una segunda parte en el bloque de Estadística y Azar. O bien, cuando iniciemos el Bloque de Estadística y Azar, y que nos sirva de recuerdo de los Números Irracionales.

Esta actividad se encuentra en:

http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/lugares.htm

Primera parte de la actividad: EL NÚMERO π .

Presentamos el número π como un número irracional que tiene aplicaciones concretas.

Preguntamos qué aplicaciones conocen y hacemos un listado con ellas y otras que incluyamos nosotros.

Solicitamos que, parte de la clase y por parejas, elaboren un trabajo sobre la historia del número π . El trabajo que consideremos mejor se presentará ante el resto de la clase.

Segunda parte de la actividad: LA AGUJA DE BUFFON

Louis Leclerc, Conde de Buffon, planteó un experimento en el cual, desde una experiencia de azar surge el número π .

Solicitamos que, parte de la clase y por parejas, elaboren un trabajo sobre la biografía del Conde de Buffon, sus trabajos científicos más importantes y su importancia histórica. El trabajo que consideremos mejor se presentará ante el resto de la clase.

Procedemos a realizar el experimento de la aguja de Bufón.

El primer problema que se plantea es trazar en un folio 7 segmentos que lo dividan en 8 partes iguales.

Preguntamos sobre que procedimientos pueden existir para llevar a cabo esta tarea. Algunos lo resolverán intuitivamente, doblando el papel, quizás otros se acuerden de Tales.

Procedemos a lanzar “la aguja” y anotamos las veces que la aguja cruza alguna de las rayas. Multiplicamos el número de lanzamientos por dos y dividimos el resultado entre el número de veces que la aguja cruzó alguna de las rayas.

Pedimos que sumen los resultados del conteo obtenido por otros tres compañeros y calculen, con estos números, el cociente.

Por último, sumamos los resultados del conteo de toda la clase y calculamos el cociente. Con todos los resultados obtenidos hacemos una tabla con el número de tiradas y su correspondiente cociente.

Deberán hacer un comentario sobre los resultados obtenidos y sacar sus conclusiones.

Finalizamos con una puesta en común de las conclusiones y dejamos abierta la pregunta ¿Tiene leyes el azar?

6 Conclusiones y reflexiones

Hemos analizado en profundidad la competencia matemática desde distintos puntos de vista con el objetivo de plasmar todo el contexto teórico de las mismas en la práctica diaria en el aula. Y puesto que educar por competencias conlleva un nuevo enfoque que trata de globalizar el aprendizaje, tanto los contenidos como las metodologías y la evaluación deben de ser adaptadas a tal efecto, no podemos intentar desarrollar las competencias con los mismo hábitos profesionales de siempre.

Por supuesto este trabajo no es todo lo que se puede hacer ni pretende ser un modelo a seguir, sólo busca incitar a la reflexión sobre la práctica docente con la finalidad de conseguir mejorar la Calidad del Sistema. Calidad entendida como mayor proporción de alumnado que alcance la titulación obligatoria y con mejores resultados.

Bajo mi punto de vista la incorporación de las competencias al currículo abre una gran oportunidad para que las matemáticas, hasta ahora temidas e incluso mal vistas por los estudiantes, demuestren su belleza y utilidad, en un contexto aplicado a la vida cotidiana que nos rodea. Son tantas las posibilidades que se nos abren en este sentido que una buena práctica en las aulas con planificaciones adecuadas puede llevar esta disciplina al éxito.

“Es imprescindible para la mejora de la enseñanza de las matemáticas y del aporte que ésta puede y debe hacer al desarrollo social que se rompa ese aislamiento y que la enseñanza de las matemáticas, área que junto con el lenguaje está considerada como pilar de los currículos escolares en todas las edades, deje de estar fuera del debate social. Para que las matemáticas sean un bien cultural para todos hace falta que comprendamos que todos estamos llamados a aprenderlas y a opinar sobre su valor social como herramienta al servicio de una educación mejor.”

(Goñi, 2008)

Finalmente, debo decir que he disfrutado realizando este trabajo tanto por el conocimiento adquirido como por la ilusión, como enamorada de las matemáticas y la enseñanza, que me provoca que el aprendizaje significativo que supone educar por competencias trae consigo.

7 Referencias bibliográficas

Bree M.P. *Paradigmas actuales en el diseño de programas de lenguas. Rev. Comunicación, Lenguaje y Educación* n° 7-8, 1990

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós. Barcelona.

“Competencias y uso social de las matemáticas”. UNO, Revista Didáctica de las Matemáticas, n° 46 (Junio 2006).

Consejería de Educación. Junta de Andalucía (2007). Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía

Gallego Lázaro, Carlos (2005). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós. Barcelona.

Gallego Lázaro, C. (2005). *Repensar el aprendizaje de las matemáticas. Matemáticas para convivir comprendiendo el mundo*. Grao. Barcelona.

González Mari, J. L. (2004). “Competencias básicas en educación matemática”. Didáctica de la Matemática. Universidad de Málaga.

Grupo de Trabajo de Competencias Básicas Consejería de Educación de Cantabria. (2007). *Las competencias básicas y el currículo: orientaciones generales*. Cuadernos de Educación n° 2. Santander, Consejería de Educación del Gobierno de Cantabria.

Grupo de Trabajo de Competencias Básicas Consejería de Educación de Cantabria. (2008). *Las competencias básicas en el área de matemática*. Cuadernos de Educación n° 5. Santander, Consejería de Educación del Gobierno de Cantabria.

Goñi Zabala, J.M^a. (2008). *El desarrollo de la competencia matemática*. GRAÓ: Barcelona.

Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada.

Instrucciones de 17 de Diciembre de evaluación (Andalucía). BOJA 30-8- 2007

Ley de Educación de Andalucía 01/2008 y Decreto 231/2007, de 31 de Julio. BOJA-171

Ministerio de Educación y Ciencia (2006). RD 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. BOE-A2007-238.

Ministerio de Educación y Ciencia (2007). ORDEN ECI/2220/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación secundaria obligatoria. *BOE*, 174, 31680-31828.

Orden de 10 de Agosto de 2007 de Andalucía.

Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria.

En L. Rico (Coord.), et al., *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE - Horsori.

Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.

Revista Suma. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Primavera 1989

SANMARTÍ, N. Evaluar para aprender. Colección Ideas Claves, Graó. 2007.

Zabala, A. y Arnau, L. (2007). *Cómo aprender y enseñar competencias. Colección Ideas Claves, GRAÓ, Barcelona.*

Páginas web visitadas

<http://aprendiendomatematicas.com/> . accesado el 16 de mayo de 2012

<http://www.slideshare.net/AnaBasterra/el-nuevo-curriculum-bachillerato-lenguas-1971876>

accesado el 16 de mayo de 2012

http://barcelona.academia.edu/JoaquinGim%C3%A9nez/Papers/265773/Proyectos_Matematicos_Realistas_y_resolucion_de_problemas accesado el 20 mayo de 2012

<http://es.scribd.com/doc/7694232/Contribucion-Del-Area-Mat-a-Las-CCBB> accesado el 20 de mayo de 2012

<http://www.cepazahar.org/eco/n5/spip.php?article30> accesado el 22 de abril de 2012

<http://www.ilustrados.com/tema/8801/Matematica-como-Ciencia.html> accesado el 23 de abril de 2012

http://www.cprceuta.es/CPPSXXI/Modulo%204/Archivos/Matematicas/DOC_GONZ_MARI/GENERAL/General%20Competencias%20Basicas%20y%20Matematicas.pdf accesado el 25 de mayo de 2012

<http://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/722/4/CAPITULO2.pdf> accesado el 25 de mayo de 2012

“Hay que atreverse a convertir los centros y los programas educativos en talleres de humanidad y a otorgar títulos de verdaderas personas. La educación no puede ser meramente un medio para ganarse la vida, sino que tiene que ser esencialmente un medio para ganar la vida a los demás, para provocar las ganas de vivir con sentido y con proyecto, con metas e ideales”.

Antonio Pérez Esclarín