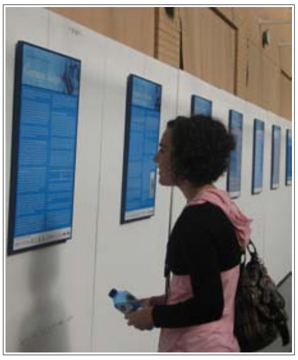
Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen IV. Número 1 — 22 de octubre de 2010



La otra ¿mitad? de la investigación matemática en España

Isabel Marrero, profesora de la Universidad de La Laguna, fundadora y codirectora de la revista digital de divulgación matemática *Matematicalia*, nos presenta en este artículo un estudio sobre la evolución académica e investigadora de la mujer matemática en nuestro país.

En este más que interesante trabajo, los datos obtenidos muestran como el sistema universitario español pierde sistemáticamente mujeres a lo largo de la carrera académica, especialmente en la fase posdoctoral.

(Artículo completo en la página 2)

Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas

A finales del mes de julio, se celebró en Badajoz el *«XI Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas»*.

Algunos estudiantes de la Titulación de Matemáticas de la UAL participaron en dicho encuentro. En este número del Boletín, uno de los asistentes al mismo nos cuenta la impresiones que le ha causado esta experiencia.

De esta forma, nos acercamos a una faceta de la participación estudiantil universitaria un poco diferente y, probablemente, algo desconocida.

(Artículo completo en la página 18)

Editorial

Este curso académico comienza con algunas novedades. Todos los estudios superiores universitarios en España se han adaptado al Espacio Europeo de Educación Superior y, como no podía ser menos, nuestra Titulación de Matemáticas en la Universidad de Almería se ha transformado en Grado. La planificación del mismo se ha realizado desde la perspectiva de una coherencia de contenidos y en la gradualidad del aprendizaje.

Empieza una nueva etapa en los estudios universitarios que deben llevarnos a formar profesionales de las Matemáticas competitivos en el marco global que nos ha tocado vivir.

Por otra parte, hemos renovado la página web del boletín con el objetivo de hacerla más agradable, moderna y accesible. Esperamos que sea de vuestro agrado.

Finalmente, no nos queda más que recordaros que el Boletín está abierto a la participación de todos y todas. Si tienes experiencias, inquietudes o actividades que quieras compartir, puedes enviarlas a los responsables de las secciones o a la dirección de correo del boletin. Asimismo, en la página 12 proponemos un nuevo problema para el concurso dirigido al alumnado. ¡Envía tu solución y podrás ganar un premio!

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318

INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA

La otra ¿mitad? de la investigación matemática en España

Isabel Marrero Rodríguez
Universidad de La Laguna

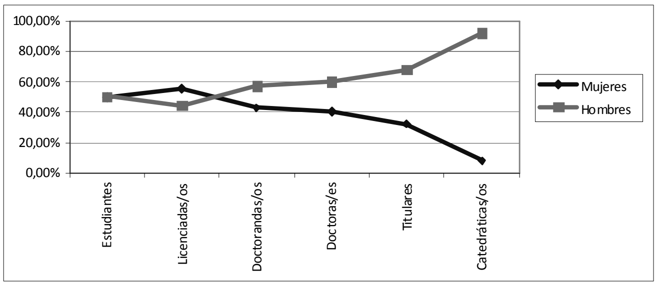
Entre los cursos académicos 1998/99 y 2007/08, las mujeres han ingresado en una proporción algo menor (47, 94 %) que los hombres a la licenciatura de Matemáticas y levemente mayor (51, 08 % y 52, 61 %, respectivamente) que ellos a la diplomatura en Estadística y la licenciatura en Ciencias y Técnicas Estadísticas. Sin embargo, mantienen una tasa de egreso superior al 50 % en todo el periodo, y conforman, globalmente, el 51, 88 % de quienes obtienen la diplomatura, el 57, 38 % de quienes se licencian en Matemáticas y el 56, 00 % de quienes lo hacen en Ciencias y Técnicas Estadísticas.

De estos porcentajes podríamos inferir que las mujeres presentan un mayor éxito académico que los hombres, por cuanto invierten menos tiempo en cursar cualquiera de las titulaciones. Además, cabría esperar que, puesto que se gradúan más mujeres que hombres, también fuera mayor la proporción de aquéllas, frente a la de éstos, que inician y culminan una carrera investigadora accediendo a los puestos de mayor prestigio y responsabilidad.

Pues bien, esas expectativas no se cumplen. En el año 2007, el profesorado matemático funcionario se compone de un total de 4845 personas, de las cuales 3506 (72, 36 %) son hombres y 1339 (27, 64 %), mujeres. La presencia femenina disminuye a medida que ascendemos en el escalafón: ellas ocupan el 38, 88 % de las titularidades de universidad, frente al 9, 93 % de las cátedras de universidad. Por otra parte, el 54, 19 % de los profesores y el 57, 73 % de las profesoras son titulares de universidad; pero, significativamente, el segundo cuerpo docente con mayor peso son las cátedras de universidad en el caso de los hombres (21, 48 %) y las titularidades de escuela universitaria en el caso de las mujeres (32, 11 %). Tan sólo el 6, 20 % de las funcionarias son catedráticas de universidad.

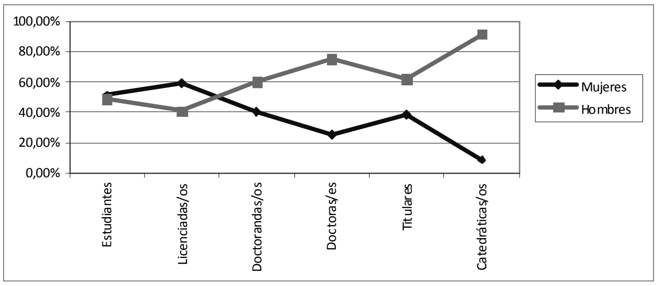
Las cifras anteriores, que se presentan, con ligeros matices, en todas las áreas científicas y no exclusivamente en nuestro país (las alarmas saltaron hace ya una década, a raíz del informe de la Comisión Europea conocido como *Informe ETAN*), ilustran el fenómeno denominado en inglés *«leaky pipeline»* o «cañería con goteras»: el sistema universitario pierde sistemáticamente mujeres a lo largo de la carrera académica. Gráficamente, este fenómeno produce los denominados «diagramas de tijera».

Las mayores pérdidas ocurren en la fase postdoctoral. El porcentaje de tesis defendidas por mujeres en Matemáticas y Ciencias y Técnicas Estadísticas entre los cursos académicos 2003/04 y 2007/08 es del 41, 48 %; pero desde la implantación de los programas Juan de la Cierva (convocatorias 2004-2009) y Ramón y Cajal (convocatorias 2001-2009), ellas han obtenido tan sólo el 23, 17 % y el 10, 75 %[1], respectivamente, de los contratos en el área de Matemáticas, dándose la circunstancia de que en las convocatorias 2004 y 2009, todos los contratados Ramón y Cajal han sido hombres.



***Leaky pipeline* en la Licenciatura en Matemáticas**

La lenta promoción de las mujeres dentro del sistema académico se ha achacado algunas veces a una escasa competitividad. Sin embargo, contabilizando el número de sexenios de investigación concedidos en áreas de Matemáticas en la convocatoria 2007 vemos que se mantiene el equilibrio entre ambos sexos, aun con niveles altos de exigencia (al menos tres sexenios). Y un análisis bibliométrico realizado sobre los departamentos de Matemáticas de nueve universidades españolas revela que durante el quinquenio 2003-2007 las mujeres de la muestra triplicaron su porcentaje de publicaciones en el primer y en el segundo cuartiles del *Journal Citation Reports*.



***Leaky pipeline* en la Licenciatura en CCTT Estadísticas**

Ninguna economía puede permitirse el derroche de invertir en la formación de un capital humano cuyas capacidades no rentabiliza; de aquí que se hayan adoptado diversas iniciativas tanto a nivel europeo (Tratado de Ámsterdam) como nacional (Ley de Igualdad) para consagrar la transversalidad o *mainstreaming* como principio de la acción política en materia de igualdad de género, según el cual los poderes públicos deben contemplar medidas para promover activamente la igualdad entre mujeres y hombres.

[1] Excluimos de este cómputo la convocatoria 2002, sobre la cual no hemos conseguido datos.

 ISSN 1988-5318

En nuestro país se están aplicando las medidas de paridad; por ejemplo, en las tres primeras convocatorias, las mujeres han pasado de no figurar en las comisiones evaluadoras de contratos Juan de la Cierva y Ramón y Cajal en Matemáticas a tener una presencia del 40 %, la cual, con algunas fluctuaciones a la baja, han mantenido hasta 2009. El porcentaje de mujeres investigadoras principales de proyectos de investigación del Programa Nacional de Matemáticas también está creciendo, pero muy lentamente: en el periodo 2000-2003 se mantuvo siempre inferior al 10 % y, coincidiendo con la implantación de medidas de acción positiva en las convocatorias, aumentó tres puntos porcentuales en 2004; en el trienio 2006-2008 se ha estabilizado alrededor del 15 %, aunque todavía no se detecta una tendencia decidida al alza.

A la vista del panorama descrito, cabría afirmar que las mujeres que ya han accedido al sistema están mejorando ligeramente su situación en lo tocante a su promoción profesional y su producción científica, si bien persiste un «techo de cristal» que les impide alcanzar los puestos de mayor responsabilidad y prestigio, techo que las medidas políticas de acción positiva, por el momento, no han logrado romper. El problema aparentemente más acuciante es garantizar el acceso de las jóvenes investigadoras.

Referencias

[1] P. González, I. Marrero: Situación de las mujeres matemáticas en el sistema español de ciencia y tecnología. *Matematicalia* 6.2 (2010), Nacional. [Disponible vía web en *www.matematicalia.net*].

[2] P. González, I. Marrero: Mujeres en Matemáticas: empiezan bien, pero se pierden. *La Gaceta de la RSME* (en prensa). ■

Actividades matemáticas

Entrega del premio al ganador del concurso de resolución de problemas

El lunes 4 de octubre se hizo entrega del premio del concurso de problemas del número anterior. En esta ocasión, el ganador ha sido el alumno de Bachillerato Francisco Emilio Linares Marín, que cursa sus estudios en el *IES «Gaviota»* de la localidad almeriense de Adra. Como podéis recordar, el problema planteado tenía relación con aspectos matemáticos del clásico y conocido juego del Buscaminas.

Alumnado asistente al acto

El acto de entrega tuvo lugar en el salón de actos del citado centro y contó con la presencia de más de 40 alumnos y alumnas de bachillerato, acompañadosiop por el profesorado de matemáticas del centro.

Para completar el acto, dos de los editores del Boletín, Juan J. Moreno Balcázar y Fernando Reche Lorite, impartieron una charla en la que se expuso las características del nuevo Grado en Matemáticas que comienza a impartirse en este curso académico, así como algunas aplicaciones prácticas de las Matemáticas relacionadas con la toma de decisiones. La actividad contó con una gran participación e interés por parte del alumnado y profesorado asistente.

Jornadas Informativas sobre el Espacio Europeo de Educación Superior

Más de 200 profesores de la UAL y de otras universidades participaron en las *«Jornadas Informativas sobre el Espacio Europeo»* celebradas el día 17 de junio.

Asistentes a las Jornadas

Las jornadas, organizadas por el Comisionado para el Espacio Europeo de Educación Superior y por el Vicerrectorado de Profesorado y Ordenación Académica, tuvieron como objetivo difundir las experiencias de innovación docente que se están aplicando en la Universidad de Almería y que están permitiendo que la incorporación al EEES se realice de forma armónica y efectiva.

El número de trabajos presentados por los Grupos Docentes superó los cincuenta, siendo más de 300 profesores los que participan en los trabajos de innovación que se expusieron durante esta jornada. Cabe destacar que esta revista, y su grupo docente asociado, fue invitada a participar en la mesa redonda dedicada a la innovación docente en la Universidad de Almería.

La Teoría de Grafos en los *Viernes Científicos*

Alberto Márquez Pérez

En el marco de los *Viernes Científicos*, actividad organizada por la Facultad de Ciencias Experimentales de la Universidad de Almería, cabe destacar la conferencia que pronunció el 15 de octubre D. Alberto Márquez Pérez, Catedrático de Matemáti-

 ISSN 1988-5318

ca Aplicada en la Universidad de Sevilla, titulada *«Algunos problemas actuales de la teoría de grafos»*.

Puedes encontrar más información sobre esta actividad en la página web *www.viernescientificos.org*.

Jornadas MatemáTICas para la Escuela del Siglo XXI

Cartel de la Jornada

Los días 22 y 23 de octubre se celebrarán las *«Jornadas MatemáTICas para la Escuela del Siglo XXI»* en el Hotel Victoria de El Ejido. Los objetivos más importantes que se plantean son:

- Conocer estrategias para atender a la diversidad y trabajar temas transversales en el aula de matemáticas.
- Manejar herramientas TIC.
- Establecer buenas prácticas para el aula de matemáticas.

Más información en *página web* del CEP de El Ejido.

I Jornada del Profesorado de Matemáticas de Almería

El pasado 22 de mayo se celebró la *«I Jornada del Profesorado de Matemáticas de Almería»* en la UAL, que contó con un gran éxito de participación por parte del colectivo matemático de nuestra provincia.

La inauguración de la jornada corrió a cargo del Rector de la Universidad y del Delegado de Educación de Almería. Destacó la conferencia ofrecida por Elena Vázquez Cendón (Universidad de Santiago), en la que se expusieron los resultados contenidos en el informe realizado por la RSME sobre el estado de la profesión de matemático en nuestro país.

Sesión de pósteres

Otras actividades que se realizaron a lo largo de la Jornada fueron la exposición *«Mujeres en la Informática y la Telecomunicación»* y las presentaciones tanto de la revista *Boletín de la Titulación de Matemáticas* como del nuevo Grado en Matemáticas que se ha comenzado a impartir en este curso académico.

Además, se impartieron los siguientes talleres interactivos, especialmente diseñados para su aplicación en el aula: *«Iniciación a Geogebra»*; *«Juegos Topológicos»*; *«Matemáticas bilingües: metodología y banco de recursos»*; *«Estadística con RCommander»*; *«Braille, Matemáticas y Tiflotecnología»* y la *«Pizarra Digital Interactiva en el aula de Matemáticas»*.

Asistentes a la jornada

Todo el material de los talleres se encuentra disponible en la *página web* de la Jornada.

También se celebró un concurso de pósteres, con gran éxito de participación. La ganadora del premio fue Lourdes Sempere del *IES «Villavieja»* de Berja, por el trabajo titulado *«Los fractales en el aula de Matemáticas»*.

Taller en el aula de informática

Finalmente, como clausura de la Jornada, Sixto Romero, profesor de la Universidad de Huelva, impartió la conferencia *«Sapere Aude... y por qué no Matemáticas?»*.

Esta Jornada ha dado lugar a una actas, publicadas por la Editorial Universidad de Almería, que aparecerán el próximo mes de noviembre.

Más información sobre la Jornada en *www.ual.es/Congresos/JPM2010*.

Computational Methods in Science and Engineering

Cartel del Congreso

Del 26 al 30 de junio tuvo lugar la décima edición del congreso *«Computational Methods in Science and Engineering» (CMMSE 2010)* en el Hotel Barceló Cabo de Gata en Almería. Los responsables principales de la organización han sido los profesores Jesús Vigo Aguiar, de la Universidad de Salamanca, Bruce A. Wade, de la Universidad de Wisconsin Milwaukee y Juan Antonio López Ramos, de la Universidad de Almería.

El congreso se centró en el uso de los métodos matemáticos y computacionales para el desarrollo de otras disciplinas científicas.

ISSN 1988-5318

Por otra parte, investigadores de la Universidad de Almería han sido responsables de la organización de dos de los minisymposium. Andrei Martínez Filkenstein y Juan José Moreno Balcázar fueron los responsables de la sesión de *«Polinomios ortogonales y aplicaciones»* y Juan Antonio López Ramos de la sesión de *«Aplicaciones del Álgebra a Criptografía y Teoría de Códigos»*.

Más información sobre este encuentro en la página web del congreso *gsii.usal.es/~CMMSE*.

Noticias matemáticas

Fallecimiento de Mandelbrot

Benoît Mandelbrot

El 14 de octubre falleció, a los 85 años, Benoît Mandelbrot, padre de la Geometría Fractal y uno de los matemáticos vivos más influyentes y populares.

Mandelbrot, de origen polaco, nació en el seno de una familia judía de origen lituano. Después de su paso por Francia, donde se doctoró en el año 1952, se trasladó a Estados Unidos, país donde desarrolló gran parte de su trayectoria científica.

Fue profesor de Economía en la Universidad de Harvard, Ingeniería en Yale, Fisiología en el Colegio Albert Einstein de Medicina, y Matemáticas en París y Ginebra. Desde 1958 trabajó en IBM en el Centro de Investigaciones Thomas B. Watson en Nueva York.

Rites of Love and Math

«Rites of Love and Math» es un corto de la cineasta Reine Graves y el matemático Edward Frenkel, en la que Frenkel participa también como actor.

El corto ha competido en el 43.º Festival Internacional de Cine Fantástico de Sitges 2010 (7 al 17 de octubre) en la sección de Oficial Fantàstic Competició Panorama Cortos.

Sinopsis (traducida del original)

Un matemático ha encontrado la fórmula del amor y está ilusionado ante la posibilidad de que ésta pueda ayudar a un gran número de personas. Continuando con sus investigaciones, descubre que, en malas manos, su fórmula puede transformarse en un arma contra la Humanidad.

Las fuerzas del Mal acosan al matemático, intentando que desvele su descubrimiento. Decidido a no dejarles su fórmula, sabe que sus días están contados. El matemático está enamorado de la bella japonesa Mariko. A medianoche, se presenta en casa de su amada, y le explica que las fuerzas del Mal desean arrancarle el secreto de su fórmula. El científico decide suicidarse: para que la fórmula le sobreviva, la tatúa sobre la piel de Mariko, y tras una noche de amor apasionada, acaba con su vida.

Más información:

[1] Página de *Rites of Love and Math* (Edward Frenkel).

[2] *Erotic equations: Love meets mathematics on film*, NewScientist, 13 de abril de 2010.

[3] Festival de Sitges: *sitgesfilmfestival.com*.

Enviado por Marta Macho Stadler

Scientix

Con el objetivo de facilitar el acceso de cualquier persona a materiales didácticos, resultados de investigaciones y documentos de proyectos financiados por la UE, la Comisaría de Investigación, Innovación y Ciencia lanzó el pasado 3 de junio la plataforma *«Scientix»*.

Dicha plataforma, a modo de portal interactivo, permitirá la difusión e intercambio de noticias, conocimientos técnicos y mejores prácticas en materia de enseñanza de las ciencias en toda la UE y, por tanto, en particular de las Matemáticas.

Según la Comisaria Márie Georghean-Quinn, la filosofía de la plataforma puede resumirse en tres palabras: buscar, encontrar y actuar.

Página web de Scientix

Toda la información alojada en dicho portal puede ya encontrarse en seis idiomas comunitarios, entre ellos el español. Asimismo, y con el objetivo de enseñar a optimizar al máximo el uso de la plataforma y de fomentar la creación de redes entre la comunidad científica, se tiene previsto la realización de varios actos públicos entre los que destaca la Conferencia *«Scientix»*, fijada para los días 6, 7 y 8 de mayo de 2011. La gestión del portal *Scientix* está a cargo de la Red Escolar Europea, formada por 31 Ministerios de Educación de países extra e intracomunitarios. Para más información, consultar el enlace de la iniciativa *scientix.eu*.

 ISSN 1988-5318

Nos visitaron...

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades con las que los grupos de investigación de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Radu Miculescu y Constantin Nastasescu, de la Universidad de Bucarest (Rumanía); Armando Villena Muñoz, José Carlos Rosales y Pedro A. García Sánchez de la Universidad de Granada; José Antonio Cuenca Mira, de la Universidad de Málaga; Janos Podani, de la Eotvos Lorand University, Budapest (Hungría); Pavel Bleher, de Indiana University-Purdue University, Indianapolis (EEUU); Ana Peña, de la Universidad de Zaragoza; Ivan Shestakov, de la Universidad de Sao Paulo (Brasil); Sonia Natale, de la Universidad Nacional de Córdoba (Argentina); Manuel Delgado, de la Universidad de Porto (Portugal); José Ignacio Farrán, de la Universidad de Valladolid; Manuel Ceballos, de la Universidad de Sevilla; Abdenacer Makhlouf, de la Universidad de Mulhouse (Francia); Sidy Demba Toure, de la Cheikh Anta Diop University, Dakar (Senegal).

EXPERIENCIA DOCENTE

Matemáticas manipulativas

Inmaculada Ordóñez Ríos
IES Cristobal de Monroy (Alcalá de Guadaíra, Sevilla)
Joaquín García Mollá
IES Profesor Tierno Galván (Alcalá de Guadaíra, Sevilla)

El que se hayan incluido en el currículo de la ESO y Bachillerato los *Proyectos Integrados* ha venido a resolver gran parte del problema que suponía trabajar con el alumnado día a día con las matemáticas manipulativas, pues siempre estaba el remordimiento de conciencia cuando no daba tiempo a acabar los temarios que nos impone el Proyecto Curricular.

En estas horas campamos a nuestras anchas haciendo «de todo» con los chavales. En tres centros de Alcalá de Guadaíra, el *IES «Cristóbal de Monroy»*, el *IES «Profesor Tierno Galván»* y el *IES «Dª Leonor de Guzmán»*, llevamos muchos años trabajando con las matemáticas recreativas, llevando a los alumnos a la *Feria de la Ciencia* de Sevilla y al *Salón de Juegos Matemáticos* en los colegios de primaria de nuestra localidad desde el año 2005.

Hemos organizado jornadas de *«Matemáticas en la Calle»*, actividades en los propios centros en jornadas culturales, etc. La motivación del alumnado por este tipo de actividades es inmejorable. Prueba de ello es la cantidad de estudiantes que se matriculan cada año en la optativa de libre configuración *«Taller de matemáticas»* de 4.º de ESO.

Uno de los campos más bonitos y prácticos a la hora de «manipular con las matemáticas» es el campo de la Geometría. Como ejemplo podemos describir un poco más las actividades realizadas el curso pasado en las clases de taller. Estos se apoyaron en 3 pilares fundamentales: construcción de poliedros con cañitas de refresco y tubos de PVC, geometría fractal y papiroflexia.

En el bloque de construcción de poliedros los alumnos estuvieron construyendo los 5 sólidos platónicos para acabar finalmente en la construcción del omnipoliedro. Fue una actividad tan interesante que optamos por volverlo a repetir, usando tubos de PVC, en las jornadas culturales de nuestros centros y en la Feria de la Ciencia de Sevilla, con unas dimensiones mucho más grandes.

Para la geometría fractal les enseñamos a construir fractales en 3 dimensiones con ayuda de cañitas de refresco, cartulinas y tijeras y nos inventamos la construcción de nuestra maravillosa lámpara fractálica y el tetraedro de Sierpinski.

Y en el campo de la papiroflexia les enseñamos a construir, entre otras cosas, estrellitas con una tira de papel, a partir de la construcción de un pentágono regular, algunos poliedros estrellados, etc.

Como se iba acercando la fiesta tan destacada de la Navidad, se nos ocurrió comprar un árbol y adornarlo con todo tipo de abalorios construidos por los alumnos. Fue todo un éxito y una gran ilusión para los chavales, ver que todos los compañeros del instituto se paraban a ver el árbol con adornos construidos por ellos.

ISSN 1988-5318

Para este curso 2010-2011 vamos a construir otro árbol y mostraremos en nuestro blog *www.i-matematicas.com* como confeccionar los distintos adornos para animar a otros compañeros a construirlo. Solamente nos queda una duda de todo este trabajo: todavía no hemos podido averiguar quién disfruta más, si los alumnos o los profesores. Animamos a los lectores a que pongan en práctica para las próximas Navidades este motivador proyecto. ■

Problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad

Problema propuesto en el número anterior

Sean la matrices:

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\3&0&1\end{pmatrix};\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix};\ \mathbf{C}=\begin{pmatrix}-2\\-5\\2\end{pmatrix};\ \mathbf{D}=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix};\ \mathbf{E}=\begin{pmatrix}-2\\-5\\5\end{pmatrix}.$$

Calcule los valores de los números reales x, y, z, para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices:

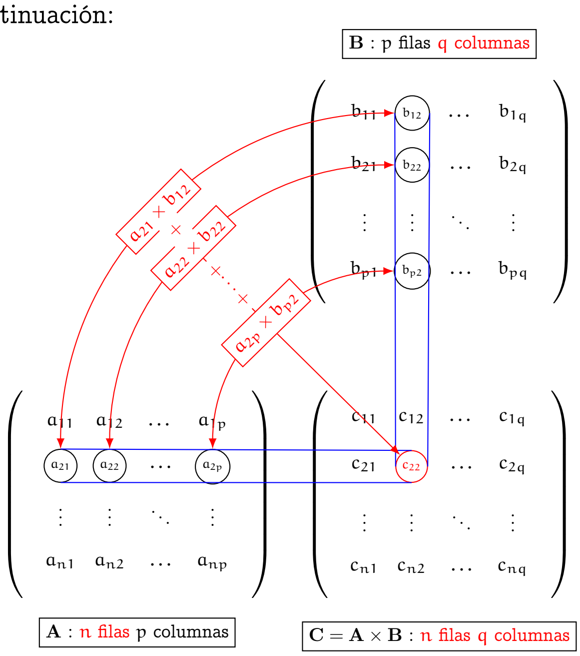
$$\mathbf{E}-x\mathbf{A}\times\mathbf{B}=y\mathbf{C}+z\mathbf{D}.$$

Solución:

Antes de nada, hemos de comprobar que las matrices intervinientes en la igualdad poseen las dimensiones adecuadas para que las operaciones involucradas tengan sentido.

Las matrices $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ y $\mathbf{E}$ tienen dimensión 3×1, por lo que puede realizarse la operación suma y resta entre ellas. La matriz $\mathbf{A}$ tiene dimensión 3×3 y la matriz $\mathbf{B}$, 3×1, por lo que es posible realizar la multiplicación de ambas, obteniéndose una matriz 3×1, con la que podemos realizar operaciones de suma y resta con las otras matrices involucradas en la igualdad. Como consecuencia de este razonamiento, la igualdad establecida en el problema tiene sentido.

Realicemos ahora la multiplicación entre las matrices $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$. Por todos es bien sabido que la multiplicación entre matrices se realiza según el esquema que se presenta a continuación:



Aplicándolo a los datos del problema, obtenemos que

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix}.$$

Así pues, la igualdad planteada en el problema queda de la forma:

$$\begin{pmatrix}-2\\-5\\5\end{pmatrix}-x\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix}=y\begin{pmatrix}-2\\-5\\2\end{pmatrix}+z\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}.$$

Realizando las operaciones indicadas, nos queda como resultado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}x-2y+z&=-2,\\3x-5y+2z&=-5,\\4x+2y-3z&=5.\end{aligned}$$

Resolvamos ahora este sistema lineal, para lo que utilizaremos el método de reducción de Gauss.

Expresando el sistema de ecuaciones de forma matricial, iremos haciendo operaciones lineales con las filas con el objeto de obtener una matriz triangular.

Para obtener los ceros de la primera columna sustituiremos la segunda fila por la combinación lineal $-3F_1+F_2$ y la tercera por $-4F_1+F_3$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&1&-2\\3&-5&2&-5\\4&2&-3&5\end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&1&-2\\0&1&-1&1\\0&10&-7&13\end{array}\right).$$

Ahora, para obtener un cero en la segunda columna tenemos que sustituir la tercera fila por $-10F_2+F_3$, obteniendo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&1&-2\\0&1&-1&1\\0&10&-7&13\end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&1&-2\\0&1&-1&1\\0&0&3&3\end{array}\right).$$

Así pues el sistema, ya triangulado y equivalente al original, es:

$$\begin{aligned}x-2y+z&=-2,\\y-z&=1,\\3z&=3.\end{aligned}$$

De la última ecuación deducimos que $z=1$; de la segunda, que $y-1=1\Rightarrow y=2$; y de la primera, que $x-4+1=-2\Rightarrow x=1$, por lo que la solución del problema es

$$x=1,$$
$$y=2,$$
$$z=1.$$

ISSN 1988-5318

Nuevo problema propuesto

Sean F_1, F_2 y F_3 las filas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz $\mathbf{B}$ de orden 3, cuyo determinante vale -2. Calcula, indicando las propiedades que utilices:

1. El determinante de $\mathbf{B}^{-1}$.
2. El determinante de $(\mathbf{B}^t)^4$, siendo $\mathbf{B}^t$ la matriz traspuesta de $\mathbf{B}$.
3. El determinante de $2\mathbf{B}$.
4. El determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $5F_1 - F_3$, $3F_3$ y F_2.

Os animamos a participar en esta sección. Para ello, no tienes más que enviarnos tu solución a la dirección del correo del Boletín: `bmatema@ual.es`.

Recordamos que en esta sección aparecen ejercicios que han sido propuestos para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad en el distrito universitario andaluz.

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Bingo!

Rafael Cabezuelo Vivo
IES Santos Isasa (Montoro, Córdoba)

Discovering Bingo

Some of the problems teachers face when teaching maths in English imply having to create a lot of worksheets, searching for different activities on the web, translating their own exercises, and working with a trial and error technique.

Last year I found myself searching for something concerning equations for my students (3rd year). I discovered a Bingo Worksheet for solving linear equations on a Web Page from Oswego [1] (New York), that has a lot of different activities on diverse subjects. I liked it from the moment I saw it so I decided to try the game. It was a success and we repeated it once or twice.

This year I have adapted the activity for my first year bilingual group.

Rules

The rules are very simple. The students have to make a square bingo card with the same number of rows as columns, for example 5×5. Then they have to write in the numbers from 1 to 25 in any order. Finally they have to cross out or shade one of the diagonals. Now every student has a different bingo card with 20 numbers between 1 and 25.

Then it is time to select the numbers. Either a bingo game or the "Random" function on the calculator can be used.

Now the students have to solve the equation for the selected number and write the solution in the correct box. For instance, if the selected number is 14, and the equation is $2x + 2 = 6$, then $x = 2$ must be written in cell 14. If your board has a 14 shaded or crossed out, you just have to wait for the next random number.

The procces continues until someone gets a complete line, and then until somebody gets a full house and calls out "bingo" which means that the game is finished.

Adaptation

Working with the first year students meant making some adaptations to the game. The first one was using a 4*times*4 board in order to get some complete lines in the first few games. When they have completed several games they will be able to play with bigger boards. They also play in pairs, to help each other.

The goal of the activity is to review some exercises with different levels of difficulty, so I had to create bingo games related to the chapters we were working on. The first one was about Powers and Roots, and the second one was about Divisibility.

One of the opportunities this activity has is that it can be adapted to many different situations and languages. It can be played in groups or individually, with a worksheet or just by reading, writing or projecting the exercises in maths, technology, natural sciences, etc.

For each game of bingo I wrote 4 easy, 8 medium and 4 hard exercises. I wrote the Random function in the calculator and, throughout the class, I asked the students to press the intro button, just like a hostess on a television quiz show.

Then, instead of writing the num-

ISSN 1988-5318

bers on the board, or giving them a worksheet with the exercises, either the assistant or I read them twice slowly, so they had both, to write the exercise on their notebooks following oral instructions and to solve it.

Evaluation

The first bingo game is the most difficult one because the students don't understand the rules at the start, they need a lot of time to make their boards and more time to get through all the exercise. But the following games are much quicker and more fun. To avoid spending too much time in preparing the boards, at least the first time, this could be done by the teacher, so the students just have to write in the numbers and cross out the diagonal.

After the first line, some students will be able to fill in almost every row, that's why I decided to encourage them to get a full house afterwards. Therefore only with the first correct line do they get a positive mark for the evaluation of the unit, and then also with the first faultless full house. Besides, the winners of each bingo game are posted on the group's blog [2], for extra motivation.

I think this is a very good way to review the lessons and provide extra motivation for the students. They have to work fast in order to be the first one to get a line or a full house which helps them to finish the tests on time. And best of all, it's great fun!

References

[1] *BINGO Worksheet for Solving Equations.*

[2] *bilingueisasa.blogspot.com* ■

LA HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Bernard Bolzano

Un sacedorte católico y matemático

Florencio Castaño Iglesias
Universidad de Almería

«Aprecio mucho la parte de las Matemáticas que es al mismo tiempo Filosofía.»
Bernard Bolzano

Aún se sigue explicando en los institutos y universidades, posiblemente uno de los mayores descubrimientos en el mundo de la matemática, el *Teorema de Bolzano*, también conocido como el *Teorema de los ceros de Bolzano*.

B. Bolzano

Bernard fue un matemático, filósofo y teólogo checo que realizó importantes contribuciones a las matemáticas y a la teoría del conocimiento.

De padre italiano y madre checo-alemana, Bernard nació el 5 de octubre de 1781 en Praga (República Checa) y falleció el 18 de diciembre de 1848, también en Praga.

Bernard Bolzano estudió primeramente en el liceo religioso de la Orden Piarista (escuelas Pías y escolapios) de Praga, el mismo que el famoso escritor judío checo-alemán Fran Kafka. En 1796 se inscribió en la Facultad de Filosofía de la Universidad de Praga, dedicándose principalmente a la matemática, la lógica, la filosofía y a la teología. En su filosofía, Bolzano criticó el idealismo de Hegel y Kant afirmando que los números, las ideas y las verdades existen de modo independiente a las personas que los piensen.

Al mismo tiempo que estudiaba teología, preparó su tesis doctoral en Geometría, obteniendo el título en 1804. Dos años más tarde, en 1806, se ordenó como sacerdote católico y fue designado para ocupar la cátedra de Filosofía de la Religión.

Foto cedida por Florencio Castaño Iglesias

Placa conmemorativa en honor a Bolzano

Empezó a impartir conferencias religiosas en la Universidad de Praga, conferencias que destacaban por su originalidad, impregnadas por fuertes ideales pacifistas y por una viva exigencia de justicia política.

Parroquia de Těchobuz

Su manera de pensar provocó un gran descontento en los círculos eclesiásticos que, tras algunas presiones del gobierno, lo destituyeron de su cátedra y Bolzano tuvo que abandonar en 1820 la Universidad. Fue apartado, como un simple párroco, a la aldea checa de Těchobuz, donde desarrollaba tanto sus vocaciones pastorales, como científicas.

En Těchobuz fue donde escribió gran parte de su obra científica, entre la que se destacan los títulos *«La ciencia*

 ISSN 1988-5318

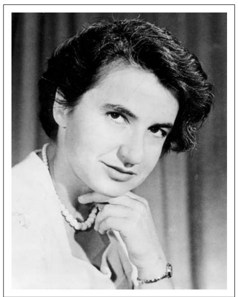
lingüística» y *«Las paradojas del infinito»*. Esta última obra, publicada tres años después de su muerte, constituye un interesante precedente de la lógica matemática. Aparecen conceptos como el término conjunto, anticipándose a la Teoría de Cantor acerca de los números transfinitos. Se puede decir que Bolzano se adelantó a los analistas rigurosos del siglo XIX, con un nuevo modo de desarrollar el análisis, a saber: en el concepto de función continua y en la demostración de sus propiedades, en el criterio de convergencia de series, y en la existencia de funciones continuas no derivables. ■

MUJERES Y CIENCIA

Rosalind Elsie Franklin

Ese Nobel que no se dio

Teresa Valdecantos Dema
SPIFA Algeciras (Algeciras, Cádiz)



Rosalind Franklin

En el número 2 del volumen III de este *Boletín* conocimos la historia de Jocelyn Bell, una mujer merecedora de un Nobel que jamás recibió. Si fuera una anécdota sería triste, pero siendo pauta es patético. Desde 1901 hasta nuestros días, sólo 41 mujeres han conseguido el galardón, mientras que unos 700 hombres lo poseen.

Centrándonos en las ciencias, hay 17 (bueno 16, tenemos una repe).

- Física: Marie Curie (1903) y María Goeppert-Mayer (1963).
- Química: Marie Curie (1911), su hija Irène Joliot-Curie (1935), Dorothy Crowfoot Hodgking (1964) y por fin el pasado año, Ada Yonath.
- Fisiología o Medicina: Gerty Cori (1947), Christiane Nüsslein-Volhard (1955), Rosalyn Yalow (1977), Bárbara McClintock (1983), la maravillosa Rita Levi-Montalcini (1986), Gertrude B. Elion (1988), Linda B. Buck (2004), Françoise Barré-Sinoussi (2008), Elisabeth H. Blackburn y Carol W. Greider (2009)
- Economía: Elinor Ostrom (2009).

Yo quiero hablar de otra mujer, una de tantas que no recibió el Nobel a pesar de que sus compañeros sí que lo han recibido. Una científica que murió a los 37 años probablemente a causa de sus investigaciones en 1958, cuatro años antes de que los conocidísimos Crick, Watson y Wilkins lo recibieran: Rosalind Franklin.

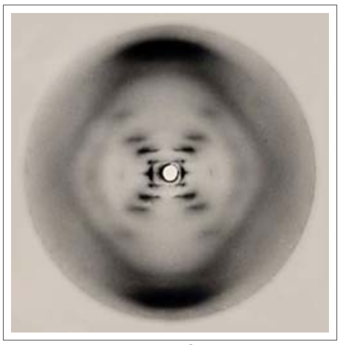
Vida

Desde los 15 años tuvo claro que quería dedicarse a las ciencias, aunque su padre estaba en contra de que las mujeres fueran a la universidad. Aún así, consiguió su objetivo, graduándose en el Newhman College de Cambridge (1941). En el intervalo de tiempo hasta que se doctoró en Química por la universidad de Cambridge (1945) investigando la estructura cristalográfica del carbón y del grafito, publicó cinco trabajos y diecisiete artículos.

Un punto de inflexión en su labor investigadora fue el tiempo que estuvo en el *Laboratoire Central des Services Chimiques de L'Etat* (París, 1947-1950). Seguía estudiando el carbón, pero aprendió la técnica de los rayos X para completar sus investigaciones. Probablemente esos rayos impulsaron sus logros a la misma velocidad que minaban su salud.

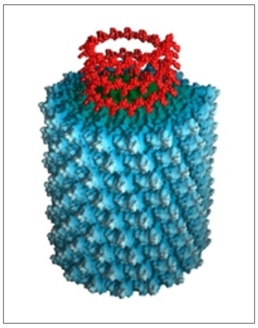
En 1951 Rosalind regresa a Inglaterra para trabajar con John Randall. En su equipo estaba también Maurice Wilkins; aunque no trabajaban en el mismo proyecto: ella empezó sus investigaciones sobre el ADN mientras Wilkins estaba ausente.

A su regreso Wilkins la tomó por una ayudante. No importó que corrigieran el error: jamás trató a Rosalind como colega.



Fotografía 51

La actitud despreciativa de Wilkins se ve en la desfachatez que tuvo mostrando a Watson, sin la autorización de Rosalind, la conocida *Fotografía 51*. Esta fotografía fue el desencadenante del premio Nobel. En ella se podía observar la difracción de rayos X al pasar por el ADN, lo que hizo que Watson se diera cuenta de que los patrones formados en cruz en la fotografía tenían que estar formados como una hélice.



Virus del tabaco

Desengañada del trato que recibía en el King's College donde la discriminación a las mujeres estaba a la orden del día y de ver cómo Wilkins se apoderaba de sus esfuerzos, dejó su investigación sobre el ADN empezando sus investigaciones sobre el virus del tabaco (TMV) en Birbeck College (Londres). Localizó el ARN en forma helicoidal en el centro de la cápside.

 ISSN 1988-5318

También empezó a estudiar el virus de la polio. Lamentablemente sus trabajos fotográficos pasando rayos X sobre ADN, grafito, etc. le pasaron factura. En 1956 le detectaron un cáncer de ovarios y murió en 1958 poco antes de que su último informe se leyera en la *Faraday Society*.

A buenas horas

Que Franklin muriera antes de ser entregado el Nobel a Wilkins, Watson y Crick no hace que la humillación sufrida fuese menor. Se ha tardado años en reconocer su participación en desentrañar uno de los retos más importantes del siglo XX, el ADN. Sus fotografías dieron la respuesta helicoidal y una imagen dicen que vale más que mil palabras, palabras como las que usó Watson al referirse a Rosy (nombre por el que nunca fue conocida). En su libro *La doble hélice* se refiere a ella preguntándose *«cómo sería si se quitase las gafas e hiciese algo distinto con su cabello»* y eso fue en 1968.

Incluso Crick, amigo suyo y que estuvo con ella en su enfermedad, reconoce tardíamente que la trataron de una manera paternal. Cualquier mujer que haya sido tratada de esa manera por un colega sabe lo indigno que es. Y los reconocimientos no han sido a los diez, ni a los veinte años de su muerte. Han tenido que pasar casi 40 años.

- 1992, Colocan una placa en la casa de su infancia.
- 1993, King's College London cambia el nombre a una Avenida por el suyo.
- 1995, Newnham College le dedica una de sus residencias además de colocar su busto en el jardín.
- 1997, Birkbeck crea el Laboratorio Rosalind Franklin.
- 1998, Añaden su retrato al de Wilkins, Watson y Crick en la National Portrait Gallery.
- 2000, King's College London inaugura el edificio Franklin-Wilkins.
- 2001, El US National Cáncer Institute establece el premio Rosalind Franklin para mujeres científicas.
- 2003, la Royal Society crea el premio Rosalind Franklin por cualquier contribución a la ciencia, ingeniería o tecnología.
- 2004, Finch University of Health Sciences (Chicago) cambia su nombre por el de Rosalind Franklin University of Medicine and Science; la universidad de Groningen (Holanda) crea la beca Rosalind Franklin para apoyar a jóvenes investigadoras.
- 2008, Columbia University otorga un premio póstumo a Rosalind Franklin.

La escultura de ADN en el Clare College incluye las palabras: *«El modelo de doble hélice fue apoyada por los trabajos de Rosalind Franklin y Maurice Wilkins»*.

Webgrafía:

[1] *www.mujeryciencia.es/2008/10/04/rosalind-franklin*.
[2] *nobelprize.org/nobel_prizes/lists/women.html*.
[3] *www.sdsc.edu/ScienceWomen/franklin.html*.
[4] *library.thinkquest.org/20465/franklin.html*. ■

MATEMÁTICAS Y CULTURA

Matemáticas en la pintura

Detección de obras de arte falsas

Melina Gorini
Alumna de la UAL

Las obras de Vincent van Gogh son de las más famosas y admiradas del mundo, aunque también son de gran inspiración para los falsificadores.

Un equipo de científicos de la Universidad de Princeton, dirigido por Ingrid Daubechies, han creado un software que permite identificar pinturas falsas de van Gogh. Ingrid Daubechies es física y la primera catedrática de Matemáticas en la Universidad de Princeton (Estados Unidos), y recientemente fue elegida presidenta de la Unión Matemática Internacional.

Una de sus líneas de investigación más importantes es el estudio de las *wavelets*, un tipo especial de transformada de Fourier que se utiliza para representar señales. Inicialmente eran utilizadas por los geólogos para localizar petróleo. Las ondas sonoras viajan a través de distintos materiales a velocidades distintas. Enviando ondas sísmicas a la tierra y midiendo la rapidez con la que rebotaban, los geólogos podían deducir el tipo de material que se encontraba bajo la superficie. Si la onda se propagaba rápidamente significaba que debajo era muy probable que hubiese petróleo.

El equipo de Daubechies utiliza las *wavelets* para identificar obras de arte falsas. El objetivo del trabajo es identificar patrones determinados en las pinturas originales de van Gogh, como por ejemplo, el material utilizado, la paleta de colores, el estilo de composición, los trazos,... para así poder crear una base de datos.

Muchas de estas características estarán ausentes en las obras de otros artistas y es lo que posibilitará la identificación de las falsificaciones. El equipo ha diseñado un software que permite descomponer las imágenes digitales en componentes más pequeñas y analizar las características de las mismas.

Una imagen digital en blanco y negro está compuesta por píxeles, pequeños cuadrados que representan un va-

 ISSN 1988-5318

lor constante en la escala de grises. Existen 256 valores de grises diferentes, desde el negro puro al blanco puro, numerados de 0 a 255. Si la imagen es en color, la escala de colores se llama RGB y separa el nivel de color de cada pixel en una combinación de Rojo, Verde y Azul. Por ejemplo, el color blanco se forma con una mezcla de los tres en cantidades de 255 para todos (el blanco es la unión de los tres colores), mientras que el negro es mezcla de los 3 en cantidades de 0 (el negro es la ausencia de color).

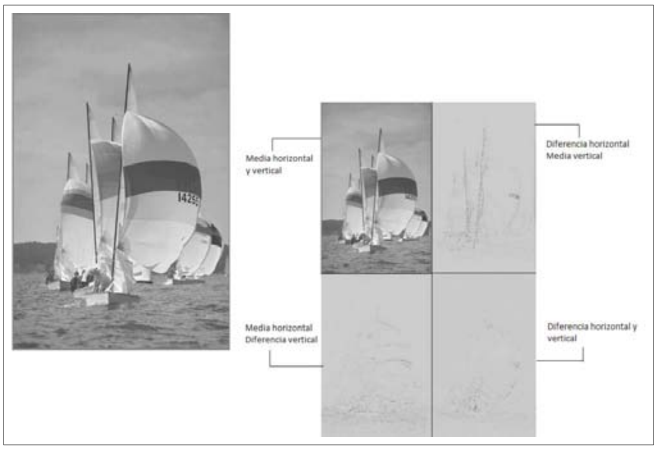
De las tres imágenes que aparecen a la izquierda, la superior es la foto original, la del centro es la versión en escala de grises y la foto inferior es la versión en blanco y negro, sin colores intermedios.

Sin embargo, el formato RGB no permite especificar completamente un rango de color. Para poder abordar este problema se utiliza otro formato, el HLS que divide el nivel de color en 3 parámetros, nivel de saturación (S), tono (H) y luminancia (L).

La *transformada wavelet* separa los detalles de una imagen en diferentes escalas. Si la imagen es de alta resolución, la descomposición permite la extracción de diferencias de alta resolución que son imperceptibles por el ojo humano. Si aplicamos la *transformada wavelet* a la representación HLS de la imagen podremos detectar patrones de colores, caracterizar la dirección de las pinceladas del artista y, además, capturar diferencias locales entre dos imágenes.

La idea básica del algoritmo de descomposición en *wavelets* es la siguiente. Supongamos que la imagen es en blanco y negro, el primer paso consiste en dividir la imagen en cuadrados de 4×4 píxeles. Cada uno de estos cuadrados podemos identificarlos con una matriz 4×4 formada por 16 elementos equivalentes a las distintas tonalidades de grises. En cada una de estas matrices realizaremos las siguientes operaciones: media y diferenciación dos a dos por filas. A las matrices que obtengamos como resultado le aplicaremos las mismas operaciones pero por columnas, y así sucesivamente.

A modo de ejemplo consideremos una imagen en blanco y negro:



Estas aproximaciones sucesivas nos permiten distinguir diferentes detalles de las imágenes que luego nos serán útiles para comparar con otras.

La gran aportación del análisis de *wavelets* es que nos permite analizar las imágenes a diferentes escalas y en diferentes orientaciones, pudiendo obtener más información de las mismas.

Para saber más:

[1] *Ingrid Daubechies' Homepage*. En esta página podremos encontrar la biografía de Ingrid Daubechies y sus trabajos.

[2] *Formatos de color*. Información sobre los formatos RGB y HLS.

[3] *Wavelets: ver el bosque y los árboles*. ■

Concurso de problemas

Problema propuesto

Un estudio reciente ha revelado que el consumo de grasas hidrogenadas (grasas «trans») aumenta en un 25 % el riesgo de infarto.
Si en una encuesta llevada a cabo entre los alumnos de cierto centro escolar, el p100 % son consumidores habituales de estas grasas,

1. ¿Cómo seleccionarías una muestra para estimar el valor de p en tu centro escolar? (Explica el método que has utilizado), y
2. Si un adolescente sufriera un infarto, ¿cuál sería la probabilidad de que fuera consumidor de grasas «trans»?, ¿qué opinión te merece el resultado?.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un regalo relacionado con las matemáticas valorado en unos 50€. ¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico `bmatema@ual.es`. Puedes escanear el papel en el que hayas elaborado la solución y enviárnosla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del boletín: *boletinmatematico.ual.es*.

ISSN 1988-5318

Resultado del concurso del número anterior

En primer lugar, queremos agradecer a todas las personas que nos han enviado sus soluciones su interés en participar en el concurso y les animamos a que continúen haciéndolo. Tienen una buena oportunidad con el problema que acabamos de plantear.

De entre todas las soluciones correctas recibidas, la ganadora ha sido la enviada por ***Francisco Emilio Linares Marín*** del *IES «Gaviota»* de Adra. Es la primera vez desde que se instauró este concurso que el premio recae dos veces en la misma persona. ¡Enhorabuena!

El ganador

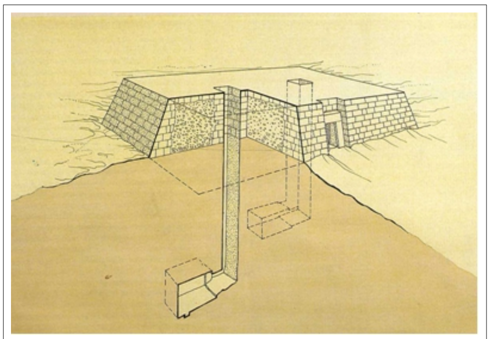
Problema propuesto en el número anterior

Determina la fórmula para calcular el volumen de una mastaba (monumento funerario del antiguo Egipto) si conocemos su altura y los lados de las bases superior e inferior.

Imagen de una mastaba

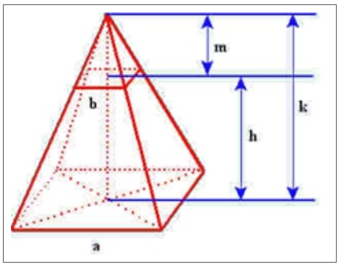
Solución enviada por el ganador:

En la fotografía del ejercicio se puede observar que una mastaba es una construcción cuya forma geométrica es un tronco de pirámide. En el siguiente dibujo se puede observar mejor la estructura de estos monumentos funerarios del Antiguo Egipto.

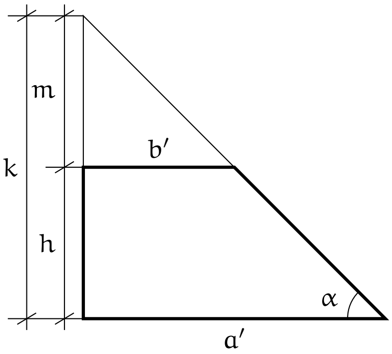


Hay múltiples formas de hallar el volumen de un tronco de pirámide. Yo voy a hallarlo utilizando la trigonometría y partiendo de que sé todo lo necesario: ángulos, alturas, lados.

En la figura podemos ver las diferentes longitudes involucradas en el problema con las que vamos a trabajar.



Con la mitad de los lados de la base inferior y de la base superior (a' y b') podemos construir un trapecio rectángulo. A partir de estas consideraciones dibujamos una sección del tronco de pirámide junto con las cantidades que aparecen involucradas.



En primer lugar debemos recordar que la tangente de un ángulo α en un triángulo rectángulo es el cateto opuesto dividido por el adyacente.

A partir de ahí podemos hallar la altura de la pirámide (k) y, por consiguiente, del trozo que nos falta para completarla (m). Se haría de la siguiente forma:

1. Si sabemos cuánto mide el ángulo α, podemos concretar que
$$\tan\alpha = \frac{k}{a'},$$
lo que quiere decir que $k = a' \tan\alpha$.

2. Ahora, el volumen de la pirámide mayor menos el de la pirámide menor nos dará el volumen de tronco de pirámide (V_t).
$$V_t = \frac{1}{3}\left(k \cdot A_{BM} - (k-h)A_{Bm}\right)$$
donde A_{BM} es el área de la base mayor y A_{Bm} el área de la base menor.

Expresado en función de la tangente de α y de a', tenemos que
$$V_t = \frac{1}{3}\left(A_{BM} \cdot a' \cdot \tan\alpha - A_{Bm}(a' \cdot \tan\alpha - h)\right)$$

Hasta aquí la solución enviada por el ganador, en la que se ha calculado el volumen de la mastaba en función

ISSN 1988-5318

de los lados de las bases, la altura y el ángulo que forma la pirámide con respecto al suelo.

Aclaración de los editores:

Sin embargo, el ángulo no es un dato suministrado en el enunciado del problema, y es posible obviar el conocimiento de α de la siguiente forma.

Utilizando la semejanza de los triángulos involucrados, sabemos que se tiene que cumplir que

$$\frac{m}{b'} = \frac{m+h}{a'},$$

por lo tanto,

$$ma' = (m+h)b' \Rightarrow m = \frac{hb'}{a'-b'}$$

y, por lo tanto, $\tan\alpha$ puede expresarse de la forma

$$\begin{aligned}\tan\alpha &= \frac{m+h}{a'} \\ &= \frac{\frac{hb'}{a'-b'}+h}{a'} \\ &= \frac{h}{a'-b'}\end{aligned}$$

Si sustituimos $\tan\alpha$ por su valor equivalente en la fórmula del volumen del tronco de pirámide, y teniendo en cuenta que $a' = \frac{a}{2}$ y $b' = \frac{b}{2}$, obtenemos que

$$\begin{aligned}V_t &= \frac{1}{3}\left(A_{BM}\cdot a\cdot\frac{h}{a-b} - A_{Bm}\left(a\cdot\frac{h}{a-b}-h\right)\right) \\ &= \frac{h}{3(a-b)}\left(a\cdot A_{BM} - b\cdot A_{Bm}\right)\end{aligned}$$

En el caso particular de que las bases sean cuadradas –que no es el caso de la imagen–, $A_{BM} = a^2$ y $A_{Bm} = b^2$, y el volumen del tronco de pirámide queda de la forma

$$\begin{aligned}V_t &= \frac{h}{3(a-b)}(a^3-b^3) \\ &= \frac{h}{3}\frac{(a-b)(a^2+b^2+ab)}{(a-b)} \\ &= \frac{h}{3}\left(a^2+b^2+ab\right).\end{aligned}$$

Nota de los editores:

Es interesante destacar que este problema fue planteado hace miles de años en el Antiguo Egipto y, de hecho, aparece como el *Problema* 14 del *«Papiro de Moscú»*. Su contenido fue publicado por Richard J. Gillings en *Mathematics in the time of the pharaophs*, Editorial Dover, 1982.

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

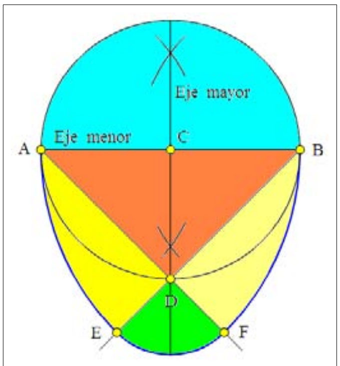
El área del ovoide

Ramón Morales Amate
IES Turaniana (Roquetas de Mar, Almería)

Un ovoide es una curva cerrada simétrica, formada por cuatro arcos de circunferencia y con una forma característica de huevo. Dicha curva encierra un área, cuya fórmula clásicamente no se estudia en los cursos elementales de matemáticas ni es muy conocida. En este artículo nos proponemos deducirla, aprovechando el que esta curva esté formada por «trozos» de circunferencias.

En primer lugar, el ovoide tiene dos ejes, el mayor y el menor, cada uno de los cuales es un punto de partida para su construcción. Es decir, dado uno de estos dos elementos podemos crear un ovoide y calcular la longitud del otro eje. Vamos a ver cómo se construye un ovoide dado el eje menor (su longitud).

Se trata de la siguiente sencilla **construcción** con regla y compás: Dado el segmento $\overline{AB}$ (eje menor) trazamos su mediatriz para así conseguir el punto medio C del segmento. Trazamos la circunferencia con centro en C y radio $r = \frac{1}{2}\text{dist}(A, B)$, la cual corta a la mediatriz en dos puntos, elegimos uno de ellos y lo llamamos D. Trazamos dos rectas, una que pase por los puntos A y D y la otra por B y D, y dos arcos de circunferencia de centros A y B y radio $2r$ hasta que corten a las rectas anteriores en los puntos E y F respectivamente. Finalmente se traza el arco de circunferencia de E a F con centro en D, como indica el dibujo anterior.



Construcción de un ovoide

Apoyándonos en este dibujo, calcularemos el área del ovoide. Como podemos observar, el recinto se puede descomponer en varios recintos más sencillos, en cuanto al cálculo de sus áreas. En la parte superior encontramos medio círculo cuyo área A_1 es:

$$A_1 = \frac{\pi r^2}{2}.$$

En la parte media vemos dos sectores circulares: ABE y BAF, ambos de 45°, ya que el triángulo central ABD es rectángulo e isósceles. Para calcular este área central hemos de tener en cuenta que ambos sectores comparten una zona común, el triángulo central ABD. Por tanto se tiene que

$$A_{ABE\cup BAF} = A_{ABE} + A_{BAF} - A_{ABE\cap BAF}.$$

Por un lado, $A_{ABE} = A_{BAF} = \frac{\pi r^2}{2}$; y por otro, $A_{ABE\cap BAF} = A_{ABD} = \frac{2r\cdot r}{2} = r^2$. Luego

$$A_2 = A_{ABE\cup BAF} = 2\frac{\pi r^2}{2} - r^2 = (\pi-1)r^2.$$

ISSN 1988-5318

Por último, en la parte inferior, tenemos un cuarto de círculo de radio $\delta = \mathrm{dist}(D, F)$. Para averiguar este radio, observemos en el dibujo que se tiene que cumplir que $\delta = 2r - h$, donde h es la hipotenusa del triángulo rectángulo ADC. Por tanto,

$$h = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2r^2} = r\sqrt{2}.$$

De aquí ya tenemos que $\delta = 2r - r\sqrt{2} = (2 - \sqrt{2})r$, luego, como el ángulo EDF es de $90°$,

$$A_3 = \frac{\pi(2-\sqrt{2})^2 r^2}{4}.$$

Aplicando que el área del ovoide es la suma de las áreas halladas, llegamos a:

$$A_O = A_1 + A_2 + A_3 = \frac{\pi r^2}{2} + (\pi - 1)r^2 + \frac{\pi(2-\sqrt{2})^2 r^2}{4},$$
$$= [(3 - \sqrt{2})\pi - 1]r^2.$$

Esta sería, por tanto, la fórmula del área del ovoide conocido r, esto es, conocida la longitud del eje menor. Pero si lo que conocemos es el eje mayor, podemos relacionar r con la longitud L de este eje. Para ello observemos que $L = 2r + \delta$, de donde

$$L = 2r + (2 - \sqrt{2})r = (4 - \sqrt{2})r.$$

En definitiva, para calcular el área de un ovoide necesitamos el radio r que se calcula dependiendo del dato dado:

- Si se conoce la longitud l del eje menor, entonces $r = l/2$.
- Si se conoce la longitud L del eje mayor, entonces $r = L/(4 - \sqrt{2})$.

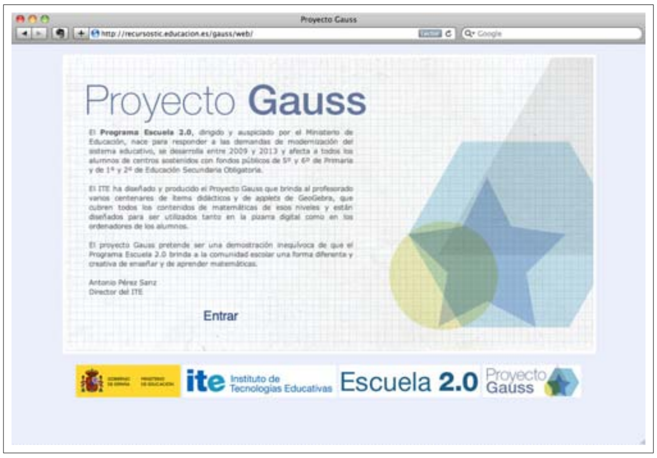
Y se aplica la fórmula:

$$A_O = [(3 - \sqrt{2})\pi - 1]r^2.$$

Es interesante que, a modo de ejercicio, el lector exprese esta fórmula de otras dos formas, en función de las longitudes L y l de los ejes mayor y menor, respectivamente, teniendo en cuenta sus relaciones con r, obtenidas arriba. ■

Páginas web de interés

Proyecto Gauss



Página principal del proyecto

El *Instituto de Tecnologías Educativas* auspicia el Proyecto Gauss (*recursostic.educacion.es/gauss/web*). Se trata de un portal educativo con una gran cantidad de aplicaciones matemáticas que fomentan la interactividad en el aula. Enfocado para alumnos de primaria (5.° y 6.°) y de secundaria (1.° y 2.°), constituyen un excelente material para su utilización con la pizarra digital así como de forma autónoma en el ordenador del alumno.

Contiene numerosos applets de *GeoGebra*, que se combinan con una introducción, una breve descripción de cada actividad, una serie de cuestiones para practicar y algunas son autoevaluadas. Muchas actividades están diseñadas para distintos niveles de dificultad.

platea.pntic.mec.es/~jescuder/

platea.pntic.mec.es/~jescuder/

Esta página está realizada por Jesús Escudero, profesor del *IES «Fray Luis de León»* de Salamanca. En ella ha recogido el trabajo realizado por el Departamento de Matemáticas del Centro a lo largo de los últimos años.

Aparecen comentarios y extractos de varios libros de carácter divulgativo sobre Matemáticas. Se tratan temas tan variados como acertijos, problemas, humor, curiosidades, misterios, historia o criptogramas. Entre los acertijos, cabe destacar aquellos en los que se mezcla Matemáticas e ingenio a partes iguales. Los problemas matemáticos se camuflan en enunciados relacionados con el ajedrez o el lenguaje encriptado. Entre las curiosidades, las citas célebres tienen un lugar destacado. Por ejemplo, se puede leer la definición de matemático de Paul Erdős: *«un matemático*

 ISSN 1988-5318

es una máquina que transforma café en teoremas».

También son interesantes y entretenidas algunas ilusiones ópticas. Es difícil no escuchar alguna carcajada al ojear las traducciones a descripciones no matemáticas de algunos términos matemáticos muy utilizados. En definitiva, es una página muy recomendable porque ejemplifica aquello de aprender entreteniendo y entretener aprendiendo.

Acertijos

Una suma con infinitos términos

Considera la expresión $n(n+1)$.

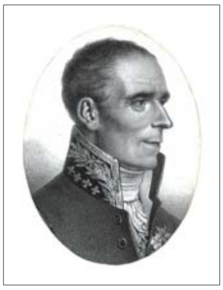
Si asignas a n los valores $1, 2, 3, 4, \ldots$, obtendrás como resultado $2, 6, 12, 20, \ldots$

¿Podrías adivinar cuánto vale la suma de sus inversos,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \cdots ?$$

Citas Matemáticas

«La teoría de las probabilidades es, como mucho, simple sentido común reducido a cálculo.»



Pierre Simon Laplace (1749-1827), físico–matemático francés.

«La falta de contacto real entre la Matemática y la Biología es una tragedia, o un escándalo, o un desafío; es difícil decir qué.»

Gian-Carlo Rota (1932-1999), matemático estadounidense.

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Aprendiendo matemáticas con los grandes maestros

Vicente Meavilla.

<u>Ficha Técnica</u>
Editorial Almuzara
264 páginas
ISBN: 978-84-92924-13-4
Año 2010

Sin duda alguna, si hay alguna parte de las matemáticas cuya presencia es casi inexistente en nuestra formación inicial universitaria, es la Historia de las Matemáticas. Y lo que es peor, que al ir arrastrando ese déficit lo terminamos proyectando sobre nuestros propios alumnos, con lo que la ignorancia tiene su continuidad asegurada a través de las generaciones. Para intentar romper esta cadena de transmisión de desconocimientos, y dado que las reformas de los planes de estudios universitarios no parecen ir por esa vía, sólo se puede apelar a la curiosidad y responsabilidad individual de cada uno de nosotros, por lo que la aparición en el mercado de libros divulgativos de Historia de las Matemáticas siempre es una gran noticia. No me refiero a libros de consulta, como el clásico de Boyer, sino más bien a novelas como la de Guedj, *El teorema del loro*, ya comentado en este *Boletín* (número 3 del volumen I), que, con la excusa de una trama bien urdida, nos ofrece una visión panorámica de esta disciplina; o también el libro que nos ocupa, que, desde otra óptica y con otro planteamiento, viene a aportar también su granito de arena.

Ahora bien, este no es un libro de Historia de las Matemáticas. O no sólo es eso. Es un libro de matemáticas

 ISSN 1988-5318

con el que se pueden aprender retazos de su historia, pero además con un planteamiento realmente original y, sobre todo, didáctico. El método que ha seguido el autor es tan sencillo como novedoso: en cada capítulo parte de un determinado tópico, busca la obra y el matemático que lo abordó –en algunos casos por primera vez– y nos lo ofrece en su versión original (traducido, claro). De esa forma podemos dar un paseo por los textos originales donde aparecen el Teorema de Pitágoras, las ternas pitagóricas, las ecuaciones de segundo grado, los sistemas lineales y no lineales, la integración, la derivación, la Regla de L'Hôpital, etc., todo ello cogidos de las manos ilustres de Euclides, Fibonacci, Descartes, Fermat, Newton, L'Hôpital, Simpson, Laplace, Cauchy o Rouché.

Además, Meavilla estructura cada uno de los diecinueve capítulos de una manera casi perfecta: comienza con una breve semblanza biográfica del autor en cuestión, sigue con la redacción original del texto –complementándola si es necesario con la correspondiente adaptación a la notación actual– y termina con unas interesantes propuestas didácticas que incluyen actividades para los distintos niveles educativos.

Aunque sólo fuera por conocer y paladear los textos originales de estos grandes maestros, el libro es digno de ser disfrutado desde la primera página. Pero a los que no estén tan avezados en los textos históricos es posible que les sorprenda, como le pasó a quien esto escribe, constatar la omnipresencia que ha tenido la geometría a lo largo de la Historia de las Matemáticas, no sólo desde el punto de vista conceptual, sino también –y quizá sobre todo– como apoyo para cualquier tipo de demostración; así como ahora tendemos a razonar ayudándonos casi exclusivamente del lenguaje algebraico, leyendo esta obra nos damos cuenta de que lo que casi siempre ha funcionado han sido las construcciones geométricas, por ejemplo para objetivos tan dispares como resolver problemas de progresiones o ecuaciones de segundo grado.

Un último comentario: en la segunda lección, dedicada a Abraham bar Hiia, el lector se encontrará con una demostración de la fórmula del área del círculo que es, sencillamente, deliciosa. Desde nuestra óptica moderna, algo viciada por el rigor quizá excesivo, es posible que nos parezca falta de formalidad, pero desde el punto de vista intuitivo es formidable e impecable. Las caras de mis alumnos de 3.º de ESO cuando se la expliqué así me lo confirmaron.

Reseña de José Ramón Sánchez García
IES Los Ángeles (Almería)

APLICACIONES DE LAS MATEMÁTICAS

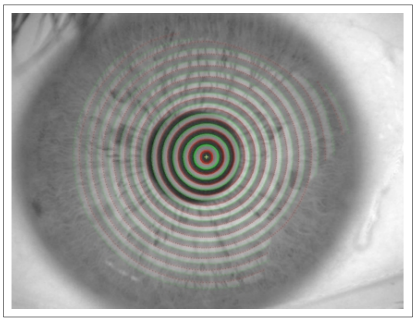
Modelos matemáticos en oftalmología

Darío Ramos López
Becario de la UAL

La modelización matemática tiene cada vez más importancia en todas las ramas de la Ciencia. Sin un modelo matemático adecuado, se hace difícil el estudio sistemático de los procesos de la naturaleza y la extracción de consecuencias útiles. Varios investigadores de la Universidad de Almería trabajamos en la mejora de modelos matemáticos aplicados a la oftalmología y a la óptica, especialidades donde el uso de modelos es imprescindible.

Un modelo es una descripción matemática de la realidad, incluyendo la «traducción» al mundo real de los resultados y predicciones del modelo matemático. En el caso de la oftalmología, el objetivo último es mejorar el diagnóstico y tratamiento de las distintas enfermedades y defectos en la visión. Para conseguirlo, son necesarios buenos modelos del ojo humano, tanto de la forma de sus distintas partes como de su funcionamiento. En especial es importante tener un modelo adecuado de la superficie de la cara anterior (exterior) de la córnea, ya que es uno de los elementos más importantes en la visión.

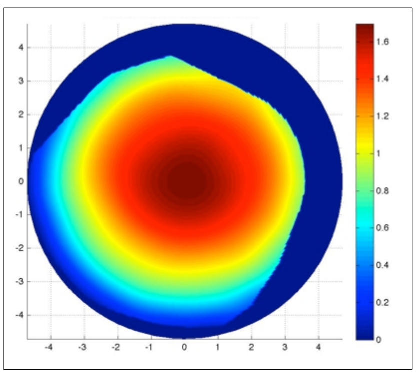
Todos los aparatos que «capturan» la forma de la córnea (llamados topógrafos corneales) dan como resultado una serie de puntos de la superficie, cada uno con sus tres coordenadas en el espacio. Se puede ver una imagen de dichos puntos en la siguiente imagen.



Puntos de la córnea capturados por un topógrafo corneal

Para obtener una descripción adecuada de la córnea, es necesario «construir» una superficie que se ajuste bien a los puntos medidos por el aparato. Surge aquí el problema matemático de la reconstrucción de superficies, que también se puede considerar como una regresión. Este problema se puede resolver de muy distintas formas, cada una con sus ventajas e inconvenientes.

En la siguiente figura se muestra una reconstrucción de una córnea con métodos matemáticos.



Superficie de la córnea reconstruida a partir de los datos del topógrafo

Una vez que se tiene este mode-

 ISSN 1988-5318

lo de la superficie (en resumen, una fórmula matemática que da la forma de la córnea) se puede obtener el denominado «frente de onda», que entre otras cosas, es imprescindible para las operaciones láser de corrección de miopía o astigmatismo. También es posible utilizar el modelo de superficie para simular la visión del ojo y para construir índices o indicadores de presencia de alguna deficiencia.

Los índices son una forma de comprobar la presencia de una posible enfermedad o defecto ocular. En concreto, cada índice mide algunos tipos de deficiencias. Algunos ejemplos de índices comunes en medicina son la tensión arterial o la cantidad de azúcar en sangre. Habitualmente cada índice tiene un rango de valores considerado normal; si el índice tiene valores dentro de dicho rango, significa que no se aprecia ninguna anomalía. En cambio, un valor fuera de ese rango, avisa de la presencia de alguna deficiencia y la cuantifica. En el caso del azúcar en sangre, se considera normal tener entre 80 y 120 mg/dL y anómalo fuera de este rango. Algunos índices usados en oftalmología tienen expresiones matemáticas realmente sencillas (sumas o productos). Otros, algo más sofisticados, se construyen mediante modelos estadísticos básicos, de los que se estudian en la carrera de matemáticas en la universidad. A pesar de su sencillez, se utilizan en todo el mundo a nivel clínico, mostrando buena fiabilidad y capacidad de predicción, y complementando así el diagnóstico médico tradicional.

En resumen, muchas técnicas matemáticas básicas son utilizadas en el mundo de la óptica y la oftalmología, resolviendo importantes problemas y aportando métodos objetivos de diagnóstico y corrección de distintas afecciones oculares. Cada vez estos modelos son más precisos, permitiendo así una mejora en la salud y la visión de los pacientes. ■

PARTICIPACIÓN ESTUDIANTIL

Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas

Juanjo Pascual Alex
Alumno de la UAL

Este año el *XI Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas* (ENEM) se ha celebrado en Badajoz entre los días 27 de julio y 1 de agosto. Este ha sido el segundo año que alumnos de Matemáticas de la Universidad de Almería han participado en este encuentro.

Estudiantes de la UAL asistentes al encuentro

En primer lugar, tenemos que dar las gracias a la Facultad de Ciencias Experimentales de nuestra Universidad por el esfuerzo que ha hecho financiándonos el coste del encuentro.

Al llegar a Badajoz, lo primero fue encontrar la Residencia Universitaria Caja de Badajoz que fue donde estuvimos alojados durante esa semana. Un residencial confortable y dotado de numerosas instalaciones donde los organizadores aprovecharon para preparar actividades en grupo. Una de ellas fue una «gymkhana» por grupos cuyas pruebas tenían relación con las Matemáticas. Estas actividades nos vinieron muy bien para conocer a alumnos de otras universidades que no conocíamos del año anterior en Madrid.

A lo largo de la semana se realizaron distintas conferencias donde nos acercaron multitud de temas relacionados con las Matemáticas. Por ejemplo, Lorenzo Blanco, Presidente de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, impartió la conferencia titulada *«¿Qué, para qué, cómo enseñar/aprender Matemáticas?»*. En ella se explicó diferentes aspectos que había que tener en cuenta a la hora de enseñar Matemáticas ya que en las diferentes evaluaciones nacionales e internacionales se ponen de manifiesto resultados negativos sobre la educación matemática y señalan que los estudiantes de secundaria manifiestan un cierto desinterés hacia una materia que rara vez consideran útil y necesaria para desenvolverse en la vida.

Otra conferencia fue la impartida por el profesor de la Universidad de Extremadura, Agustín García Nogales, llamada *«Probabilidad y Estadística: las Matemáticas del Azar»*. En ella se destacaron los conceptos de azar desde el punto de vista matemático, sobre la propuesta de Kolmogorov de que calcular probabilidades tiene mucho que ver con el cálculo de áreas de figuras planas o de volúmenes en el espacio, y sobre cómo esa visión modificó para siempre la Teoría de la Probabilidad.

También, se realizó una mesa redonda con el título *«¿Cómo ha afectado el cambio a los nuevos planes de estudios?»* impartida, entre otros, por Mariano Rodríguez-Arias Fernández (Vicedecano de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Extremadura) y Antonio Campillo López (Presidente de la Real Sociedad Matemática Española) donde nos explicaron las posturas encontradas entre los defensores y detractores del grado en matemáticas y pudimos preguntar todas nuestras dudas así como dar nuestra opinión sobre el tema.

Foto de familia

ISSN 1988-5318

En esa semana, además de Badajoz, pudimos conocer dos de las ciudades más importantes de Extremadura, como son Cáceres y Mérida, ya que algunas de las conferencias se realizaron allí y la organización aprovechó para realizar visitas guiadas por los lugares más característicos de ambas ciudades como son el Recinto Histórico (en Cáceres) o el Anfiteatro romano (en Mérida).

Para terminar, decir que el próximo encuentro será en Tenerife y animamos a todos los alumnos de Matemáticas a que asistan ya que no siempre se tiene la oportunidad de conocer a compañeros de otras universidades españolas que estudian lo mismo que tú. Nosotros si podemos repetiremos sin dudarlo ya que la experiencia ha sido muy positiva y, aunque el calor hizo de las suyas, disfrutamos de unos días maravillosos que seguro nunca olvidaremos. ■

La labor habitual de un estudiante de posgrado en Matemáticas es trabajar para obtener nuevos resultados que le conduzcan a avanzar en una determinada línea de investigación, y que finalmente le conducirán a la presentación de una memoria de tesis doctoral. En este camino, es usual encontrar «compañeros de viaje» con los que realizar alguna colaboración. A continuación presentamos un trabajo en el que se muestra este tipo de colaboración.

MATEMÁTICAS UNIVERSITARIAS

The description of the Hilbert's curve by means of fractal structures

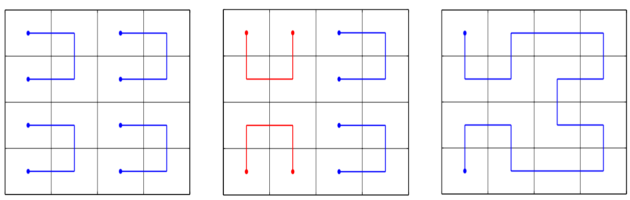
Youla Verra
Postgraduate Student, University of Patras (Greece)
Manuel Fernández Martínez
Postgraduate Student, Universidad de Almería (Spain)

Fractals are a special kind of sets which have been studied from different points of view. In particular, topology allows the study of this class of non-linear objects by means of *fractal structures*. A fractal structure is just a countable family of sets which approaches the whole space in which we are working, by means of a discrete sequence of coverings, called *levels*. For instance, a fractal structure for the closed unit interval $[0,1] \subset \mathbb{R}$ could be given by the following family: $\Gamma = \{\Gamma_n : n \in \mathbb{N}\}$, whose levels are defined as $\Gamma_n = \left\{\left[\frac{k}{2^n}, \frac{k+1}{2^n}\right] : k \in \{0,1,\ldots,2^n-1\}\right\}$ for all natural number n. Hence, we should mention that the first level would be $\Gamma_1 = \left\{\left[0,\frac{1}{2}\right], \left[\frac{1}{2},1\right]\right\}$, the second one is $\Gamma_2 = \left\{\left[0,\frac{1}{4}\right], \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right], \left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right], \left[\frac{3}{4},1\right]\right\}$, and so on.

From a historical point of view, fractals were formally introduced by French mathematician Benoît Mandelbrot (1924-2010) at the late sixties, although some interesting classical fractals were presented sometimes as *mathematical monsters*, due to its novel and counter-intuitive analytical properties, and frequently shown as counterexamples or exceptional objects by some remarkable mathematicians of previous centuries, as Giuseppe Peano (1858-1932) and David Hilbert (1862-1943) space-filling curves.

Given any patch of the plane, a plane-filling curve is a continuous curve which meets every point in that patch. Thus, though the Peano plane-filling curve appeared in 1890, the later Hilbert's curve results also interesting, since it has neither self-intersections nor touching points at any stage of its construction we are going to explain next. In this way, a big number of space-filling curves has been studied after that, but the example proposed by Hilbert becomes, maybe, one of the most famous, since he provided one of the first graphical visualizations of a fractal in his original 2-page paper *Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück* (1891). This curve was first sketched during a mathematical annual meeting in Bremen (Germany), where Hilbert and Georg Cantor (1845-1918) were working on the foundation of the German mathematical society.

The elegant iterative construction of the classical Hilbert's plane-filling curve may be easily performed by means of fractal structures as follows. First of all, we take the unit closed square $[0,1] \times [0,1] \subset \mathbb{R}^2$, and divide him into four quarters. Accordingly, the first iteration of the construction of that curve consists of three line segments which connects the centers of the four given quadrants, as we show in the attached figure. Let's denote by α_1 to that first *approach* to the Hilbert's curve. Then, in the second step of the construction, we take each quarter of the previous iteration, and divide also each one of them into four quarters. Now, we put four reduced copies of the curve α_1 into all the new quarters, and turn counterclockwise by 90 degrees the first of the reduced copies of the curve α_1, and clockwise the last of them, also by 90 degrees. Thus, it suffices with connecting the four curves by means of three line segments, which leads to a new accurate approach to the Hilbert's curve which we denote by α_2. This procedure is repeated inductively, taking into account the fact that each curve α_{n+1} can be obtained by means of its preceding one α_n, following the same ideas. Therefore, the Hilbert's plane-filling curve, which we denote by α, is just the limit of the sequence of maps $\{\alpha_n : n \in \mathbb{N}\}$.



Second step of the Hilbert's plane-filling curve construction

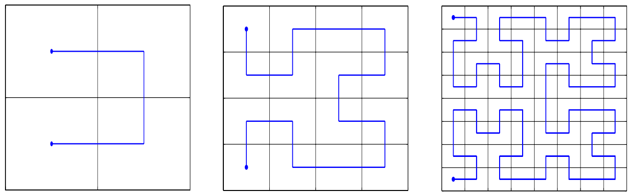
 ISSN 1988-5318

Note that fractal structures describe from a mathematical and rigorous point of view that construction. In fact, take the fractal structure $\Gamma = \{\Gamma_n : n \in \mathbb{N}\}$, whose levels are given by $\Gamma_n = \left\{ \left[\frac{k}{2^{2n}}, \frac{k+1}{2^{2n}}\right] : k \in \{0, 1, \ldots, 2^{2n} - 1\} \right\}$ for all $n \in \mathbb{N}$. This family of coverings shows us how the starting square is divided into quarters on each level of the starting fractal structure Γ. On the other hand, we can also consider another fractal structure $\Delta = \{\Delta_n : n \in \mathbb{N}\}$, whose levels are defined by $\Delta_n = \{\alpha(\Gamma_n) : n \in \mathbb{N}\}$. For example,

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \left\{\alpha\left(\left[0, \tfrac{1}{4}\right]\right), \alpha\left(\left[\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{2}\right]\right), \alpha\left(\left[\tfrac{1}{2}, \tfrac{3}{4}\right]\right), \alpha\left(\left[\tfrac{3}{4}, 1\right]\right)\right\} \\ &= \left\{ \left[0, \tfrac{1}{2}\right]^2, \left[\tfrac{1}{2}, 1\right] \times \left[0, \tfrac{1}{2}\right], \left[\tfrac{1}{2}, 1\right]^2, \left[0, \tfrac{1}{2}\right] \times \left[\tfrac{1}{2}, 1\right] \right\},\end{aligned}$$

and we can continue in a similar way with the next levels.

Accordingly, one of the main advantages of taking into account the sequence of maps $\alpha_n : \Gamma_n \to \Delta_n$ consists of the fact that the definition of the Hilbert's curve α is updated at any additional stage of its construction, so that we get more information about it as we explore deeper levels of the considered fractal structures.



Three first approaches to the Hilbert's plane-filling curve α

Therefore, nowadays we can understand that Hilbert could *«lift up the veil which hid the future of mathematics»* (as himself said in his ICM 1900-famous opening conference) and explore the origins of a kind of sets which have been applied on a big number of science areas, such as study of dynamical systems, diagnosis of diseases, ecology, earthquakes, detection of eyes in human face images, and the analysis of the human retina, just to name a few. ■

Responsables de las secciones

➼ Actividad Matemática en la UAL

- *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Juan José Moreno (balcazar@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).

➼ De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria:

- *Experiencias docentes*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es), Juan Guirado (jfguirado@gmail.com) y Miguel Pino (mpinomej@gmail.com).
- *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es) y Cándida Hernández (candihernandez@hotmail.com). Colaboradora: Johanna Walsh (Cardiff, UK).

➼ Divulgación Matemática

- *La Historia y sus personajes*: Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
- *Problemas de interés*: Juan Guirado (jfguirado@gmail.com), Alicia Juan (ajuan@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y Matemáticas*: José Cáceres (jcaceres@ual.es) y José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Antonio Morales (amorales@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).

➼ Territorio Estudiante: Elisa Berenguel (elisaberenguel@hotmail.com), Manuel Fernández (fmm124@ual.es), Carmen Gádor Garzón (cgge19@hotmail.com), Diego José Montoya (chachidiego@hotmail.com), María José Pérez (mariajose1987_@hotmail.com) y Darío Ramos (dariorl@gmail.com).

ISSN 1988-5318