# TRABAJO DE FIN DE GRADO

## Análisis y Aplicación del modelo Media Riesgo a los activos del Dow Jones


**Autor:** Dª. Tíscar Peña Ruiz

**Tutor:** D. Juan Evangelista Trinidad Segovia


**Grado en Finanzas y Contabilidad**


Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Curso Académico: 2016 / 2017

Almería, Junio de 2017

# ÍNDICE

# 1. RESUMEN

Este trabajo fin de grado está basado en el estudio del modelo Media-Riesgo, con el objetivo de analizar el efecto que sobre el mismo tiene la introducción de nuevas distribuciones para el comportamiento de la Curva de Riesgo de la Cartera Óptima. Presentamos una aplicación práctica del mismo a los activos del Índice Dow Jones y analizamos el funcionamiento del modelo como instrumento de inversión.

Este estudio invita a una reflexión sobre el modo de cálculo aceptado por excelencia hasta la fecha, es decir, la distribución Normal. La estructura del trabajo es la siguiente: (I) introducción, (II) teoría de carteras, (III) índice bursátil Dow Jones, (IV) bono americano, (V) modelo Media-Riesgo en Excel, (VI) el problema de la distribución subyacente en finanzas, (VII) aplicación práctica para el periodo de tiempo 2000-2016 y (VIII) conclusiones obtenidas a través del estudio realizado.

Al finalizar el trabajo, se incluye la relación de fuentes bibliográficas utilizadas a lo largo del mismo.

# 2. INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente trabajo es analizar el comportamiento del modelo Media Riesgo a la hora de tomar decisiones de inversión. Proponemos además una variación del mismo mediante la introducción de distribuciones alternativas a la distribución Normal.

Para poder llevar a cabo esta investigación, en primer lugar, se ha tenido que recabar toda la información necesaria tanto a nivel teórico como práctico, obteniendo las cotizaciones de los activos implicados para que fuera posible la realización del modelo en Excel.

Para comenzar, se hará una introducción a la Teoría de Carteras. En este apartado, podemos encontrar el modelo Markowitz y el modelo Media-Riesgo.

Seguidamente, se introducirá el índice Dow Jones. Va a tener un papel importante, debido a que es la fuente desde la que vamos a obtener las cotizaciones y los activos que compondrán la cartera.

El tercer apartado de nuestro trabajo estará dedicado al bono americano, considerado el activo libre de riesgo por excelencia para el mercado que hemos elegido.

En cuarto lugar, se creará el modelo en Excel. En este apartado se podrá ver paso a paso como se obtiene el modelo exponiendo sus resultados con posterioridad.

A continuación, se expone el punto clave del proyecto. Será el momento de explicar los problemas y la evolución de las distribuciones subyacentes en el ámbito de las finanzas. Prosiguiendo al estudio de los efectos que causarán las distribuciones de Laplace, T-Student y Logística en el modelo.

Por último, concluiremos presentando y comentando los resultados recabados a lo largo del estudio.

# 3. TEORÍA DE CARTERAS

Una cartera es una combinación de valores. Analizar la cartera es un método cuantitativo para la selección de una cartera óptima pudiendo lograr un equilibrio entre maximizar el rendimiento y minimizar el riesgo en diversos entornos inciertos. Lo primero que hay que responder a la hora de seleccionar una cartera óptima es "¿cuál es el rendimiento de la cartera?" y "¿cuál es el riesgo de la cartera?".

Para poder responder a esas preguntas, debemos tener en cuenta los siguientes factores:

El rendimiento de las acciones es una información determinante, la cual debemos considerar a la hora de invertir, vendrá denotada por $R_i$. Cada decisión se toma en base a esta información. Este factor se expresa mediante la tasa de rendimiento sin tener en cuenta los costes de transacción, los factores fiscales y el fraccionamiento de las acciones, se puede definir como:

$$R_i = \frac{V.m.al\ final periodo\ - V.m.principio\ periodo + Dividendos}{Valor\ del\ mercado\ al\ principio\ del\ periodo} \tag{3.1}$$

Su característica más significativa es la incertidumbre. A veces es alta y otras es baja. A veces positiva y otras en cambio puede ser negativa. Por tanto, no se puede usar un número determinista para describirla. Por lo que es razonable utilizar una variable aleatoria.

A la hora de evaluar la tasa de retorno los inversores tienen que tener en cuenta tres factores importantes: los factores económicos generales, los factores industriales y por último el factor de la empresa. Ninguno de estos factores influye de manera aleatoria en el rendimiento de las acciones.

El siguiente paso que hay que tener en cuenta es el rendimiento de la cartera ($R_P$), en primer lugar hay que suponer que el inversor va a invertir en diferentes activos a los cuales les calculamos los rendimientos por acción $R_{i,} \ldots,\ R_n$. Estos activos conformarán la cartera, a cada uno de ellos le corresponderá un peso específico, siendo cada uno de ellos el porcentaje a invertir en cada uno de los activos. Los pesos quedarán denotados como $w_{i,} \ldots,\ w_n$.

No es necesario invertir en todos los activos de la cartera, de este modo, si prescinde de él solo habrá que representarlo como $w_i = 0$. Hay que tener en cuenta que el peso no podrá ser menor que cero.

Una vez conocidas estas dos variables, se puede calcular el rendimiento de la cartera mediante el promedio ponderado de ambas.

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \tag{3.2}$$

La cartera de activos por lo general está unida a unas restricciones básicas, la suma de los pesos de la cartera tiene que ser igual a la unidad. Por otro lado, al no estar permitidas las posiciones cortas, los pesos deben de ser mayores que cero.

Si se tuvieran que comparar dos carteras de activos, ya seríamos capaces de ver cuál de las dos obtiene más rendimiento.

Una vez contestada la pregunta de "¿cuál es el rendimiento de la cartera?" es el momento de abordar la siguiente, "¿cuál es el riesgo de la cartera?".

Aunque el riesgo de invertir es conocido por todos, no fue hasta 1952 cuando Markowitz dio una definición donde se podía medir realmente. Es por ello que a continuación se expone el modelo de Markowitz junto con el modelo Media-Riesgo para obtener un mayor conocimiento sobre el riego (Harms, 2003; Trinidad 2015).

## 3.1. Modelo Markowitz

En 1952 el economista norteamericano Harry Markowitz, publicó un artículo donde exponía su teoría sobre cómo hallar una cartera óptima de valores. El rendimiento venía dado por la media mientras que el riesgo se cuantificaba mediante la varianza. Era entonces cuando los inversores tenían que establecer un equilibrio entre maximizar el rendimiento para un nivel de riesgo dado o en caso contrario minimizar el riesgo para un nivel de rendimiento dado.

El modelo de Markowitz (1952,1959), también es conocido como el modelo media-varianza. A la hora de crear el modelo hay que tener en cuenta varios factores:

Por un lado está la conducta racional que va a tener toda persona que invierta, siempre va a preferir un mayor nivel de ingresos a uno menor. Por tanto va a elegir la cartera que le proporcione más beneficios. A su vez, casi todas las personas que invierten tienen miedo a la perdida por lo que preferirán una cartera que minimice el riesgo.

Como hemos visto a lo largo de la introducción a la Teoría de Carteras, el rendimiento vendrá detallado como una variable aleatoria, cuya función de distribución de probabilidad es conocida en dicho periodo. La esperanza matemática es aceptada para medir el rendimiento de la inversión. En último lugar, como medida del riesgo nos encontramos la desviación típica como medida de dispersión.

Por estos motivos, la conducta racional del inversor hace que describamos la función de utilidad basándonos en el rendimiento (componente positivo) y en el riesgo (componente negativo).

Con el fin de obtener una cartera óptima se deben de seguir las siguientes pautas.

En primer lugar hay que determinar el conjunto de carteras eficientes. Una persona que se disponga a invertir en una determinada cartera, antes de empezar tiene que pensar que cantidad va a invertir y en que activos de la cartera. Esta elección tendría infinitas soluciones posibles para una cartera de *n* activos. Por este motivo, de acuerdo con el modelo de Markowitz, de todas las posibilidades posibles, la cartera óptima estará comprendida dentro de un subconjunto denominado carteras eficientes. Es decir, una cartera eficiente es aquella que:

Maximiza el rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado.

$$(Max)E\left[R_p\right] = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot E[R_i] \tag{3.3}$$

Minimiza el riesgo para un nivel de rendimiento esperado dado.

$$(Min)\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{i,j} \tag{3.4}$$

Como vimos con anterioridad, estás dos funciones objetivo tienen que estar sujetas a las siguientes restricciones:

Restricción que indica que hemos de invertir el 100% del presupuesto:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{3.5}$$

Condición de no negatividad.

$$x_i \geq 0 \tag{3.6}$$

En conclusión, se trata de encontrar la combinación de valores $x_i$ que cumplan las restricciones y optimice las funciones objetivo, dando lugar a una curva de carteras eficientes donde dependiendo del rendimiento de su capital y también de su aversión al riesgo se situará en un extremo u otro de la curva.

La segunda pauta a seguir y no por ello menos importante, se basa en esclarecer la actitud del inversor frente al riesgo. Para lograr este objetivo tenemos que tener en cuenta dos factores: el primero de ellos es el comportamiento racional del inversor que como hemos visto, prefiere un mayor nivel de riqueza. Y por otra parte, dependerá de la relación entre su aversión al riesgo y su rentabilidad, creándose la función de utilidad del inversor. (Levy, 2005; Huang, 2010a; Trinidad 2015).

## 3.2. Modelo Media-Riesgo

Uno de los principales inconvenientes de los modelos clásicos es indiscutiblemente el concepto de riesgo, el cual viene expresado, como hemos comentado anteriormente, por la varianza o desviación típica. Por ello Huang (2005) presenta un modelo conocido como Media-Riesgo que introduce un concepto mucho más intuitivo del riesgo.

Pongamos un ejemplo, si una persona tuviera una probabilidad del 99% de perder un euro y en cambio una probabilidad del 1% de perder un millón de euros, ¿pensaría el inversor qué es arriesgado? Esto depende como ya hemos visto de la aversión que le tenga al riesgo. Algunas personas podrían decir que no les parece arriesgado y podrían tolerar perder un millón de euros porque la probabilidad de que suceda es muy reducida. Sin embargo, a otras personas les parecería una locura y no estarían dispuestos a perder un millón de euros por muy baja que fuera la probabilidad de que sucediera. Esto implica que cuando el inversor está tomando la decisión de asumir o eludir el riesgo, está realmente sopesando ambos factores. Por un lado está la gravedad que le supone la pérdida y por el otro la posibilidad de que la perdida se materialice. Para reflejar la actitud hacia el riesgo, se definió la curva de riesgo y se propuso el modelo Media Riesgo.

Para mostrar la nueva actitud que adoptan los inversores hacia el riesgo vamos a definir la Curva de Riesgo, como define Trinidad (2015), para poder componer el modelo Media-Riesgo.

Este modelo tiene su base en un concepto de riesgo diferente al de la desviación típica del rendimiento esperado. Si bien es cierto, la deviación típica es generalmente aceptada como medida del riesgo, sin embargo está no proporciona una percepción clara de la pérdida que el inversor puede tolerar. De esta forma, tomaremos la Curva de Riesgo como la medida cuantitativa del mismo, describiendo el nivel de perdida deseado por el inversor así como su probabilidad de ocurrencia.

### 3.2.1. Curva de riesgo

Si denotamos $r_f$ a la rentabilidad del activo libre de riesgo y a $\xi$ como la tasa incierta de rentabilidad de un valor definida por:

$$\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot E(R_i) \tag{3.7}$$

Dónde xi corresponde al peso del activo i en la cartera y E (Ri) corresponde a la rentabilidad esperada del activo i. Está claro que cuando rf – ξ ≥ 0, la tasa de rentabilidad es menor que el interés libre de riesgo, siendo la diferencia de estas dos variables el valor. Por lo tanto, podemos entender este valor como una pérdida debido a que hemos asumido un nivel de riesgo muy por encima del correspondiente a esa rentabilidad. Desde que la tasa de retorno es incierta, teóricamente, el nivel de perdida rf – ξ no puede ser un número negativo.

Debido a la variabilidad de la cartera, la siguiente formula describe todas las pérdidas probables de los inversores:

$$(r_f - \xi) \geq r, \forall r \geq 0 \tag{3.8}$$

La curva de riesgo viene expresada por

$$R(r) = \pi\{r_f - \xi \geq r\}, \forall r \geq 0 \tag{3.9}$$

, donde *R(r)* es la curva de Riesgo y *π* la medida que calibra la posible ocurrencia de la pérdida.

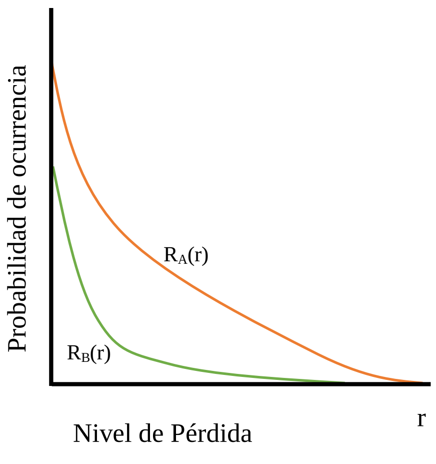
De este modo, si la rentabilidad de la cartera fuera una variable aleatoria, habría que añadirle a la ecuación el factor de la probabilidad quedando la fórmula de la siguiente manera:

$$R(r) = Pr[\{r_f - \xi \geq r\}]\forall r \geq 0 \tag{3.10}$$

Acorde con lo visto hasta este momento, podemos decir que una cartera es preferible a otra cuando su curva de riesgo está por debajo. En conclusión, con la curva de riesgo definida y un nivel de pérdida dado, los inversores son capaces de saber cómo de alta será la probabilidad de que la pérdida ocurra (Huang, 2010a, 2010b).

El gráfico 3.1 representa la forma general de la Curva de Riesgo. A mayor valor de *r* menor valor de *R*(*r*). Por otro lado hay que señalar que siempre será más segura la curva que esté por debajo que es el caso de la Cartera B en la figura.

**Gráfico 3.1. Curva de Riesgo**




### 3.2.2. Curva de confianza y cartera segura

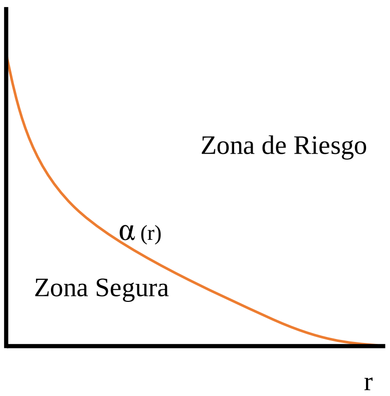
Puesto que todos los inversores saben que pueden tanto perder como ganar con la inversión, es razonable pensar que tendrán un nivel de tolerancia máximo con respecto a las posibles pérdidas. Podemos denotarlo como la Curva de Confianza *α(r)*, la cual representa la tolerancia máxima que tienen los inversores hacia los diferentes niveles de pérdida. Cada inversor puede tener diferentes niveles de tolerancia incluso para el mismo nivel de pérdida. Sin embargo, al existir la posibilidad de que se pueda dar cualquier nivel de pérdida $r$, un inversor debe tener la capacidad de tolerar tanto un nivel de perdida igual o mayor que $r$. Aunque las curvas de confianza de los diferentes inversores pueden tener diferentes formas, la tendencia general de las curvas es la misma. Es decir, cuando $r$ es bajo, los inversores pueden tolerar una probabilidad de ocurrencia considerablemente alta de la pérdida igual o mayor que $r$; Sin embargo, cuando r es alto, los inversores pueden tolerar sólo una probabilidad de ocurrencia baja de la pérdida igual o mayor que este valor de $r$. La Curva de Confianza puede ser representada como una función exponencial o como una línea recta.

Sin embargo, viendo a simple vista la Curva de Riesgo y la Curva de Confianza no somos capaces de percibir si la cartera es segura o no. Como se puede intuir en el gráfico 3.2, el área que queda por debajo de la Curva de Confianza $\alpha(r)$ es el área de bajo riesgo y el área por encima de la curva de confianza $\alpha(r)$ el área de alto riesgo que el inversor debe tratar de evitar. Podemos concluir diciendo que una cartera es segura si su Curva de Riesgo está totalmente por debajo de la Curva de Confianza. Si esto lo expresamos de forma analítica obtenemos lo siguiente:

$$R(r) = Pr\{(r_f - R_p) \geq r\} \leq \alpha(r)\ \forall r \geq 0 \tag{3.11}$$

Y gráficamente

**Gráfico 3.2. Curva de Confianza**




El planteamiento del modelo Media- Riesgo en esencia es el mismo que el de Markowitz (1952), siendo la cartera óptima aquella cuya Curva de Riesgo esté por debajo de la Curva de Confianza y maximice el rendimiento esperado.

Suponiendo que la curva de confianza de un inversor viene expresada por $\alpha$ $(r)$, el criterio Media-Riesgo se representaría de la siguiente forma:

$$(Max)E[R_P] = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot E[R_i] \tag{3.12}$$

Sujeto a las siguientes restricciones,

$$R(r) \leq \alpha(r) \forall r \geq 0 \tag{3.13}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{3.14}$$

$$x_i \geq 0 \tag{3.15}$$

La primera restricción (3.13) refleja que cualquier posible pérdida que se pueda producir ha de registrarse por debajo del nivel de tolerancia del inversor. Dicha restricción garantiza que la cartera óptima estará incluida dentro de las carteras consideradas como seguras.

# 4. ÍNDICE BURSÁTIL DOW JONES

## 4.1. Misión

"Siendo la fuente más grande del mundo en innovación, datos e investigación basados en índices, nuestra misión es llevar soluciones independientes, transparentes y rentables a la comunidad de inversión global. S&P Dow Jones Índices está a la vanguardia del cambio y la innovación en índices. Nuestro objetivo es continuar anticipando y respondiendo a la manera en que nuestros clientes ven las oportunidades de inversión global." (S&P Dow Jones, 2016).

## 4.2. Historia

En julio de 2012 dos grandes compañías del sector de las finanzas, entre las que se encuentran Dow Jones y S&P Índices, se unieron para convertirse en el proveedor más grande del mundo de índices del mercado financiero. Entre las dos empresas suman 115 años de experiencia en el sector, creando claras e innovadoras soluciones para ayudar a los inversionistas a conseguir sus objetivos. El primer indicador creado en el mundo para conocer la evolución de un mercado de valores fue el Dow Jones Industrial Average en 1896 mientras que la compañía S&P 500 se fundó unos años después en 1957.

Su cartera de productos está compuesta por más de 830.000 índices abarcando una amplia gama de activos, renta fija o renta variable en otros, a nivel global.

"S&P Dow Jones Índices LLC es una empresa conjunta entre McGraw Hill Financial, miembro controlador, y CME Group Inc. CME, el accionista minoritario, es un concesionario de los índices de S&P DJI, así como un proveedor de datos. Como concesionario, CME y sus afiliados pueden emitir independientemente, operar y/o patrocinar productos financieros vinculados al rendimiento de los índices de S&P DJI, el cual podría ser similar y competitivo con productos emitidos o patrocinados por otro concesionario de S&P DJI. La operación de CME puede afectar al valor del índice y a otros productos financieros al que estén ligados." (S&P Dow Jones, 2016).

### 4.3. Dow Jones Industrial Average

El índice Dow Jones Industrial Average recibe una gran variedad de nombres tales como: DJIA, the Industrial Average, the Dow Jones, the Dow Jones Industrial, ^DJI, the Dow 30 o simplemente Dow, fue creado el 26 de Mayo de 1896 convirtiéndose en uno de los iconos más conocidos de la cultura estadounidense y entre los observadores del mercado de valores de todo el mundo. Este índice junto con los índices Dow Jones Transporting Average y Dow Jones Utility Average fueron los primeros indicadores mundiales del mercado. Cada uno de estos tres índices representa un selecto grupo de compañías de notoria importancia en Estados Unidos. En conjunto, forman el índice Dow Jones Composite Average.

Este índice mide el desempeño de las 30 compañías más grandes que cotizan en el mercado bursátil de los Estados Unidos.

Esté índice recibe el nombre de Industrial porque en sus comienzos todos sus componentes estaban incluidos en dicho sector pero a día de hoy ese criterio no se cumple ya que muchos de los 30 elementos tienen poco o nada que ver con la industria pesada tradicional.

A la hora de calcular el promedio tenemos que tener en cuenta que los precios están ponderados, por lo que para compensar los posibles efectos de diversos ajustes, actualmente el promedio esta escalado. El valor del DJIA no es el promedio real de los precios de las acciones que lo componen, sino más bien la suma de los precios de los componentes divididos por un divisor, el cual varia cada vez que una de las acciones que lo componen divide sus acciones u obtiene dividendos, a fin de generar un valor constante para el índice.

Desde que actualmente el divisor es menos que uno, el valor del índice es mayor que la suma de los precios de los componentes.

A pesar de que el DJIA se compila para medir el desempeño del sector industrial en la economía estadounidense, el rendimiento del índice continua estando influido no solo por la parte empresarial y económica, sino también por los acontecimientos políticos tanto nacionales como extranjeros, como son las guerras y el terrorismo, del mismo modo las catástrofes naturales podrían conducir a un daño económico.

### 4.3.1. Componentes

Los 30 componentes del Dow Jones Industrial Average son los siguientes:

- *Apple Inc. (AAPL).* Empresa multinacional que diseña y produce equipos electrónicos y software.
- *American Express Company (AXP).*Instituciónfinanciera.
- *The Boeing Company(BA).* Multinacional que diseña, fabrica y vende aviones, helicópteros, misiles y satélites. También proporciona asesoramiento y servicio técnico. Su misión y propósito a la vez es conectar, proteger, explorar e inspirar al mundo a través de la innovación aeroespacial.
- *Caterpillar Inc. (CAT).*Es el fabricante más grande del mundo de maquinaria para la construcción y equipos de minería, motores diésel y turbinas industriales de gas. Su misión radica en permitir el crecimiento económico a través del desarrollo energético y de infraestructuras, además de proporcionar soluciones que respalden a las comunidades y que protejan el planeta.
- *Cisco Systems, Inc. (CSCO).* Dedicada a la fabricación, venta, mantenimiento y consultoría de equipos de telecomunicaciones. Su misión consiste en dar forma al futuro de internet mediante la creación de valor y oportunidad sin procedente para sus clientes, empleados, inversores y socios del ecosistema.
- *Chevron Corporation (CVX).*Empresa petrolera. La fundación de su empresa se apoya en sus valores, los cuales distinguen y guían sus acciones. Llevan a cabo su negocio de una

manera socialmente responsable y ética. Respetando la ley, los derechos humanos universales, proteger el medioambiente y beneficiar a las comunidades en las que trabajan.

- *E. I. du Pont de Nemours and Company (DD).*Multinacional dedicada a varias ramas industriales de la química. Su misión es crear accionistas y valor para la sociedad al tiempo que reduce el impacto medioambiental a lo largo de la cadena de valor en la que trabajan.
- *The Walt Disney Company(DIS).*Compañía dedicada a los medios de comunicación y entretenimiento. Su misión es ser uno de los principales fabricantes y proveedores de entretenimiento e información del mundo. El uso de su cartera de marcas para diferenciar sus contenidos, servicios y productos de consumo, buscando desarrollar las experiencias de entretenimiento más creativas, innovadoras y rentables y productos relacionados en el mundo.
- *General Electric Company (GE).*Corporación conglomerada multinacional de infraestructura, servicios financieros y medios de comunicación altamente diversificada. Su misión es inventar la siguiente era industrial, para construir, mover, potenciar y curar el mundo.
- *The Goldman Sachs Group, Inc (GS).*Empresa líder en banca de inversión mundial, valores y gestión de inversiones que ofrece una amplia gama de servicios financieros a una base de clientes sustancial y diversificada que incluye empresas, instituciones financieras, gobiernos e individuos.
- *The Home Depot, Inc. (HD).*Empresa minorista dedicada a las mejoras del hogar, bricolajey materiales de construcción.
- *International Business Machines Corporation (IBM).*Empresa dedicada a la fabricación y la comercialización de hardware y software para ordenadores, ofreciendo a su vez, servicios de infraestructura, alojamiento de Internet, y consultoría en una amplia gama de áreas relacionadas con la informática.
- *Intel Corporation (INTC).*Empresa especializada en la creación de procesadores e innovaciones en el área de la informática. Como una industria electrónica innovadora y líder en responsabilidad empresarial, buscan maneras de aplicar la tecnología para resolver problemas globales, sirviendo a su vez como modelo a imitar en cuanto a la forma en que las empresas deberían operar

- *Johnson & Johnson (JNJ).*Empresa fabricante de dispositivos médicos, productos farmacéuticos, productos de cuidado personal, perfumes y productos para bebés. Se centran en la investigación y la ciencia para crear ideas innovadoras, productos o servicios que ayuden a mejorar la salud y el bienestar de las personas.
- *JPMorgan Chase & Co. (JPM).*Empresa financiera líder en inversiones bancarias, servicios financieros, gestión de activos financieros e inversiones privadas. Su responsabilidad empresarial está basada en ser unos buenos ciudadanos y operando con integridad debido a que es fundamental en la cultura empresarial de la empresa.
- *The Coca-Cola Company (KO).*Corporación multinacional de bebidas. Su misión está basada en tres decálogos. El primero de ellos es el de refrescar al mundo en mente, cuerpo y espíritu. El segundo de ellos se centra en inspirar momentos de optimismo y felicidad a través de su marca y acciones. Y por último, el de crear valor y hacer la diferencia.
- *McDonald's Corp. (MCD)*. Cadena de restaurantes de comida rápida. El objetivo de esta compañía es el de proporcionar una ambiente seguro y divertido donde los clientes puedan disfrutar de una buena comida hecha con ingredientes de calidad a precios asequibles.
- *3M Company (MMM).* Es una compañía multinacional estadounidense dedicada a investigar, desarrollar, manufacturar y comercializar tecnologías diversificadas, ofreciendo productos y servicios en diversas áreas tales como equipamiento industrial y productos varios a pilas.
- *Merck & Co. Inc. (MRK).* Es una de las mayores farmacéuticas del mundo. Su misión se basa en descubrir, desarrollas y proveer de productos y servicios que salven y mejoren las vidas de todo el mundo.
- *Microsoft Corporation (MSFT).* Empresa mundialmente conocida dedicada al sector del software y el hardware. Su misión corporativa es ayudar a las personas y las empresas alrededor del mundo a desarrollar todo su potencial.
- *Nike, Inc. (NKE).* Multinacional dedicada al diseño, desarrollo, fabricación y comercialización de ropa, accesorios, calzado, equipo y otros artículos deportivos. Su misión es llevar inspiración e innovación a cada atleta en el mundo, recalcando que toda persona que tenga cuerpo es un atleta.

- *Pfizer Inc. (PFE).*Compañía dedicada al sector farmacéutico. Su misión consiste en convertirse en la compañía más valiosa del mundo para los pacientes, clientes, “colegas”, inversores, compañeros de negocios y para la comunidad en la que trabajan y viven.
- *The Procter & Gamble Company (PG).*Empresa mundialmente conocida de bienes de consumo. Su misión está basada en ofrecer productos y servicios de una calidad y valor superior que mejoren las visas de sus clientes. Como resultado de ello, los consumidores los recompensarán con liderazgos en ventas, beneficios y creando valor, permitiendo que su gente, sus accionistas y la comunidad en la que vivimos y trabajan prospere.
- *The Travelers Companies, Inc. (TRV).*Compañía de seguros estadounidense. Creen que mediante el reconociendo las diferencias y fomentando la participación activa de todos los empleados, agente y clientes en el procesos de negocio, tomamos mejores decisiones, construyendo relaciones más positivas, mejorando sus oportunidades y contribuyendo al éxito de los viajeros.
- *United Health Group Incorporated (UNH).*Es una empresa estadounidense dedicada a los seguros sanitarios. Su misión comprende en ayudar a las personas a llevar vidas más saludables y que el sistema de salud funcione mejor para todos.
- *United Technologies Corporation (UTX).*Esta compañía Americana se dedica a la investigación, al desarrollo ya la fabricación de productos de alta tecnología tanto para el ámbito militar como para el civil. Su misión está basada en ofrecer a sus clientes innovaciones tecnológicas en el ámbito aeroespacial y sistemas integrados que permitan avanzar en el rendimiento, la seguridad y la eficiencia de la aviación comercial, la defensa global y la exploración espacial.
- *Visa Inc. (V).*Es una compañía global de tecnología de pago que trabaja para permitir a los consumidores, empresas, bancos y gobiernos a utilizar la moneda digital. La responsabilidad corporativa de la empresa está basada en ayudar a mejorar las vidas y las economías de todo el mundo. Permitiendo avanzar en la inclusión financiera en tiempos de crisis, usando el “know-how” y la filantropía de la empresa para lograr un cambio positivo.
- *Verizon Communications Inc. (VZ).* Compañía dedicada a las telecomunicaciones y a la banda ancha. Su gran compromiso es poner a sus clientes en primer lugar proporcionándoles un excelente servicio y unas experiencias de comunicación excepcionales. Al centrarse en

sus clientes, son capaces de producir unos rendimientos sólidos para los accionistas, desafiar a los empleados con nuevos trabajos y ofrecer algo con valor duradero a la sociedad.

- *Wal-Mart Stores Inc. (WMT).*Corporación multinacional de tiendas que opera cadenas de grandes almacenes. La misión de esta compañía es clara: "*Saving people money so they can live better*." Es decir, están concienciados en ahorrarle dinero a la gente para que puedan vivir mejor de esa forma.
- *Exxon Mobil Corporation (XOM).* Empresa dedicada al sector petrolero. Esta compañía se compromete a ser la principal compañía petrolera y petroquímica del mundo. Para llegar a ese fin, deben ir alcanzando constantemente resultados financieros y operativos superiores, a su vez, no deben olvidarse de los altos estándares éticos que tienen que seguir.

## 5. BONO AMERICANO

Los valores del Tesoro Americanos, tales como los bonos, las letras o los pagarés, son obligaciones de deuda emitidas por el gobierno de Estados Unidos. El gobierno ha incurrido en una deuda durante décadas debido al déficit presupuestario, por lo que se vio obligado a pedir prestado miles de millones de dólares a los inversores para poder pagar. Estos valores de deuda se subastan regularmente por el Departamento del Tesoro de los Estados Unidos.

En este estudio nos vamos a centrar en los bonos americanos con vencimiento a 10 años. Los inversores compran bonos por muchas razones, pero la más significativa es la seguridad que acarrean, considerándose una de las deudas más seguras. En el mercado de valores, estos bonos se contemplan como carentes de riesgo crediticio, debido a que se da prácticamente por seguro que tanto el capital como el interés se pagaran puntualmente a lo acordado. Este es el motivo por el que los hemos elegido para representar la rentabilidad del activo libre de riesgo a la hora de realizar el modelo Media-Riesgo. También hay que puntualizar que debido a dicho elevado grado de seguridad, la rentabilidad no será igual de alta que la de otros valores bursátiles con más riesgo.

Una vez construyamos el modelo Media-Riesgo en Excel, el cual como hemos visto con anterioridad se va a dividir en dos periodos (2000-2007 y 2008-2016), vamos a necesitar obtener el rendimiento del activo libre de riesgo. Para ello, nos vamos a descargar de la página web Investing (2016) los rendimientos mensuales del bono durante los 16 años del estudio. Una vez que exportemos estos datos a nuestro Excel lo dividiremos en su respectivos periodos y les calcularemos el promedio.

En primer lugar, el rendimiento medio del periodo 2000-2007 sería de un 4,636% pero debido a que los rendimientos son mensuales habría que dividir dicho rendimiento entre doce meses obteniendo un interés periodificado del 0,39%. Por otra parte, en el periodo 2008-2016 el rendimiento medio sería de un 2,647% quedándose en un 0,22% una vez periodificado.

Como podemos observar a simple vista, el rendimiento esperado de los bonos ha disminuido a lo largo de los años. Esto se puede deber como hemos visto a que los bonos sean más seguros.

# 6. MODELO MEDIA-RIESGO EN EXCEL

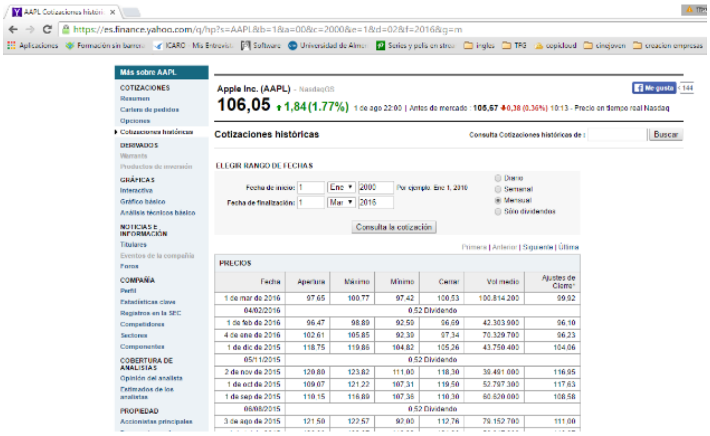
Tras haber introducido todos los factores necesarios para la realización del modelo y explicado teóricamente su funcionamiento, es hora de trasladarlo a la práctica usando como herramienta para su creación Excel.

El estudio se centra en los años comprendidos entre el 2000 y el 2016 ambos inclusive. Está dividido en dos periodos para poder hacer una evaluación de las fluctuaciones de los distintos años. El primer periodo está situado desde el año 2000 al 2007 mientras que el otro periodo está constituido por los años desde el 2008 al 2016. Hay que advertir que en el primer período uno de los activos va a ser siempre cero, esto es debido a que la empresa Visa no empezó a cotizar en bolsa hasta el 19/03/2008.

## 6.1. Construcción Del Modelo

Para comenzar a calcular el modelo tenemos que descargarnos de la página de Yahoo Finances (2016) las cotizaciones de las 30 empresas que pertenecen al índice Dow Jones Industrial Average. Para ello habría que redireccionarse a la página donde se encuentra específicamente el índice. Una vez ahí en el margen izquierdo encontramos distintos hipervínculos, el que nos va a interesar a nosotros es en el que pone componentes. Una vez dentro, emergen las 30 compañías. Hay que tener en cuenta que los valores de las cotizaciones de cada empresa hay que hallarlos individualmente. Para esclarecer estos pasos, vamos a ir viendo cómo se haría en el caso de Apple Inc. (AAPL). Una vez estemos dentro de su página, en el margen izquierdo, como podemos ver en la figura 6.1, nos encontramos *cotizaciones históricas*, pinchamos y se nos despliega un cuadro donde podemos elegir el rango de fechas que queremos, el formato puede ser diario, semanal, mensual o sólo dividendos. En nuestro caso, vamos a elegir las cotizaciones de forma mensual.

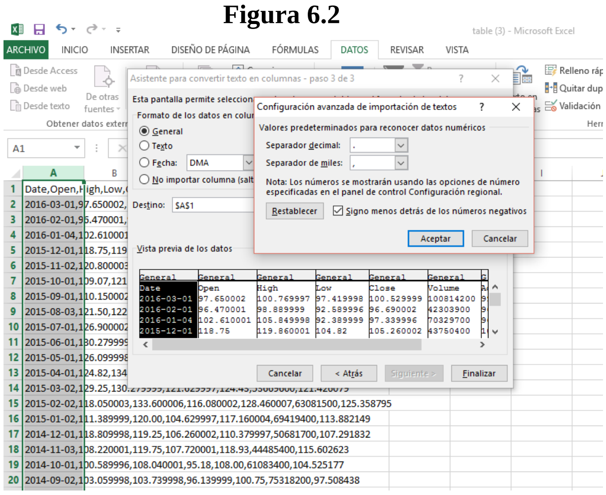
**Figura 6.1 Cotizaciones bursátiles**




Fuente. Yahoo Finances

Una vez realizado dicho paso, hay que desplazarse hasta el final de la página donde veremos la opción de *descargar a la hoja de cálculo*. Al darle a descargar obtengo un Excel, con el inconveniente de que los datos aparecen de manera ilegible como se puede ver en la figura 6.2

**Figura 6.2**




Una vez obtenidas las cotizaciones, es el momento de empezar a trabajar con Excel. En primer lugar, una vez abierto el documento con las cotizaciones, tenemos que seleccionar la columna A debido a que es donde están generados todos los datos. Una vez seleccionada, hay que ir a la barra datos → herramientas de datos → texto en columna.

Tras la realización de los pasos anteriores, se abrirá una nueva ventana en la cual hay que seguir las siguientes instrucciones:

En primero lugar hay que elegir el tipo de archivo que describa con mayor precisión los datos introducidos dándote a elegir entre delimitados y de ancho fijo. En nuestro caso vamos a seleccionar los delimitados. Una vez marcada la opción le damos a siguiente abriéndosenos otra ventana.

La siguiente pantalla nos permite establecer la clase de separador que podemos utilizar. En esta ocasión nos decantaremos por la coma. Por otra parte donde pone calificador de texto responderemos *ninguno*. Acto seguido le damos a siguiente.

Por último, se muestra la pantalla que permite seleccionar cada columna y establecer el formato de los datos. En principio lo vamos a dejar todo como viene preestablecido a excepción de la pestaña de opciones avanzadas donde cambiaremos el separador de decimales por "," y el separador de miles por ".".

Una vez ajustado todos los datos le damos a finalizar apareciendo 7 columnas diferentes. En nuestro caso solo vamos a utilizar dos de dichas columnas, la primera de ellas corresponde a la fecha de las cotizaciones por lo que nos servirá para las 30 compañías por iguales.

Por otra parte, la otra columna que nos será de utilidad será la de las cotizaciones ajustadas al cierre, esto quiere decir que en esta ya están incluidos los dividendos en el caso de tenerlos. Este mismo procedimiento hay que repetir para las 30 empresas.

Una vez obtenidas todas las cotizaciones, ordenados los datos y separados por periodos el siguiente paso es el de obtener los rendimientos por acciones. En nuestro caso no vamos a calcular los rendimientos por acción simples como vimos en la Teoría de Carteras, vamos a utilizar los rendimientos logarítmicos. Esto se debe a que dichos rendimientos son muy útiles a la hora de analizar el precio de las acciones siempre y cuando se asuma que el factor de crecimiento se distribuye normalmente.

Siguiendo con el ejemplo de Apple, nos vamos a enfocar en el periodo 2016-2008 el rendimiento lo calcularíamos haciéndole el logaritmo al cociente procedente de la cotización del 01 de febrero de 2008 a la del 02 de enero.

$$Rendimiento_{en-feb\,2008} = \log(\frac{16,539955}{17,907921}) = -0,034510846 \qquad (6.1)$$

Una de las grandes ventajas de usar Excel en estos casos, es que no tenemos que repetir la ecuación n-veces sino que con el simple hecho de arrastrar la celda donde se encuentra la fórmula, tanto a la derecha como hacía abajo, se irá copiando variando los datos según su desplazamiento.

Una vez hallados los rendimientos por acciones podemos calcular la media, la cual representa la rentabilidad del activo y a su vez la varianza que describe el riesgo al que se somete el inversor. Estos cálculos se pueden obtener de manera sencilla aprovechando las fórmulas implementadas previamente por el programa. Estas fórmulas son las siguientes: para el caso de la media se usaría PROMEDIO siendo VAR.P en el caso de la varianza.

Una vez que tenemos tanto la rentabilidad como el riesgo de todos los activos por separado, es el momento de hacer lo mismo e ir en busca de la cartera óptima. Para ello tenemos que darle un porcentaje aleatorio a cada compañía que corresponderían al peso que tendrían en la cartera, los porcentajes que demos a priori no nos afectarán ya que al implementar SOLVER convergerán a la posición que les corresponda teniendo que ser la suma de todos ellos igual al 100%. Acto seguido tenemos que calcular el rendimiento de la cartera, esto lo haremos con la fórmula SUMAPRODUCTO usando de variables en primer lugar la media ponderada de todas las compañías y por otro lado los pesos.

$$Rendimiento\ cartera = \sum Media\ AAPL\ x\ Peso\ AAPL + M.AXP\ x\ P.AXP + \cdots + M.XOM\ x\ P.XOM = 0,79\% \qquad (6.2)$$

Este resultado al depender directamente del valor de los pesos, variará siempre que dichos pesos cambien. La única forma de que el porcentaje de los pesos cambie es realizando alguna modificación a la hora de calcular el SOLVER.

Para poder llegar a conocer la varianza de la cartera, en primer lugar se tiene que calcular una matriz varianza-covarianza con las 30 empresas. Para que sea más fácil y sirva de guía es aconsejable poner los nombres de las compañías vertical y horizontalmente. La diagonal de la matriz corresponde a las varianzas de las compañías calculadas con anterioridad por lo que solo tendríamos que trasladar allí los resultados.

Es el momento de calcular las covarianzas, para que se pueda ver mejor a primera vista vamos a ver como se haría entre dos empresas ya que el resto se harían equivalentemente. Por este motivo hemos elegido las dos primeras compañías que aparecen en la lista, es decir, Apple y American Express Company. Para realizar estos cálculos vamos a usar la fórmula de Excel COVARIANCE.P y como variables los rendimientos logarítmicos de cada compañía. Un dato a tener en cuenta es que la matriz es simétrica por lo que a los dos lados de la diagonal estarán los mismos resultados. En este caso solo con dos empresas lo más fácil sería calcularlo en un lado y copiarlo en el otro, pero cuando se refiere a una matriz 30x30 lo más recomendable es usar la función TRANSPONER con ello estás copiando toda una fila horizontal es decir 30 resultados y pegarlos verticalmente donde corresponda. Otra forma de optimizar el tiempo con Excel a la hora de crear la matriz es fijando la columna de los rendimientos de la empresa que se encuentre en la posición horizontal y arrastrando el resultado, de este modo solo tendrás que poner la fórmula una vez y de forma automática Excel calculará el resto.

Ahora es el momento de calcular la varianza de la cartera al disponer de todas las variables necesarias para ello. Este cálculo será un poco más complejo ya que tenemos que operar con matrices, es por ello que tendremos que operar con la función MMULT, la cual se encarga de devolver el producto matricial de las dos matrices involucradas, la matriz que devuelve tendrá el mismo número de filas que la matriz 1 y el mismo número de columnas que la matriz 2. En nuestro caso usaremos dos veces está función. En primer lugar realizaremos la multiplicación de los pesos por la matriz varianza covarianza, es decir MMULT (pesos; matriz var-cov), de esta operación obtendremos una matriz de una fila y 30 columnas. Por último, para calcular la varianza tendremos que multiplicar la matriz obtenida anteriormente por los pesos, al ser ambas matrices 1x30 tenemos que transponer una de ellas para poder realizar la operación, por lo tanto esto quedaría de la siguiente forma: MMULT(matriz anterior; TRANSPONER(pesos)), esta operación nos devuelve finamente la varianza que en nuestro caso sería 0,14%.

Para calcular el riesgo de la cartera que es lo mismo que la desviación típica solo tenemos que hacerle la raíz cuadrada a la varianza.

$$\sigma = \sqrt{0{,}14\%} = 3.8\% \tag{6.3}$$

Hasta aquí serían los pasos que tendríamos que seguir para la realización de cada uno de los distintos modelos que hemos visto en el epígrafe primero, pero a partir de este punto cada uno se desarrollará de forma diferente. Se va acercando el momento de utilizar la herramienta SOLVER para obtener los resultados optimizados de nuestro modelo, pero para ello antes tenemos que terminar de definir y calcular algunas variables restantes.

En primer lugar tenemos que definir dos parámetros. Por un lado el riesgo máximo que el cliente está dispuesto a asumir que corresponderá a un 3,8%. Y por otro lado, hay que saber cuál será la rentabilidad del activo libre de riesgo, en este caso como se vio anteriormente en el epígrafe 5 vamos a utilizar la rentabilidad de los bonos americanos por lo que para el periodo 2008-2016 pondremos un 0,22%.Por último, la curva de confianza (6.4), vendrá definida por la siguiente función a intervalos:

$$\alpha(r) = \begin{cases} 0{,}5 - 2{,}25r, 0 \leq r < 0{,}06 \\ 0{,}5 - 3{,}25r, 0{,}06 < r < 0{,}16 \\ \qquad 0{,}05r > 0{,}16 \end{cases} \tag{6.4}$$

A continuación tenemos que calcular una tabla (6.1) con la que conseguiremos la curva de confianza y la curva de riesgo que es con lo que realmente obtendremos el resultado del modelo. Para ello tenemos que poner en la primera columna la r que corresponde al riesgo que el inversor está dispuesto a tolerar empezando por 0 e incrementándolo en 0,02 cada vez llegando hasta 0,38.

Con estos datos y la función arriba indicada podemos calcular la curva de confianza la cual siempre tendrá que estar por encima de la curva de riesgo para que este modelo tenga solución.

Para proseguir, hay que añadir otras dos columnas donde se pondrán la media y la desviación típica de la cartera. Estas dos celdas habrá que fijarlas ya que serán las mismas para todo el cuadro sea cual sea el riesgo.

Por último antes de calcular la curva de riesgo tenemos que obtener una última columna que estará compuesta por la resta del bono americano ($R_f$) y $r$. Con estos valores ya podemos dar paso a la construcción de la curva de riesgo.

**Tabla 6.1**

| r | Curva Confianza | Media | Desviación | Rf-r | Curva de Riesgo |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,5 | 0,79% | 3,80% | 0,22% | 0,439958673 |
| 0,02 | 0,455 | 0,79% | 3,80% | -1,78% | 0,249079322 |
| 0,04 | 0,41 | 0,79% | 3,80% | -3,78% | 0,114351678 |
| 0,06 | 0,305 | 0,79% | 3,80% | -5,78% | 0,041813215 |
| 0,08 | 0,24 | 0,79% | 3,80% | -7,78% | 0,012024755 |
| 0,1 | 0,175 | 0,79% | 3,80% | -9,78% | 0,00269582 |
| 0,12 | 0,11 | 0,79% | 3,80% | -11,78% | 0,000468201 |
| 0,14 | 0,045 | 0,79% | 3,80% | -13,78% | 6,27094E-05 |
| 0,16 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -15,78% | 6,45572E-06 |
| 0,18 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -17,78% | 5,09543E-07 |
| 0,2 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -19,78% | 3,07761E-08 |
| 0,22 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -21,78% | 1,42035E-09 |
| 0,24 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -23,78% | 5,00288E-11 |
| 0,26 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -25,78% | 1,34362E-12 |
| 0,28 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -27,78% | 2,74939E-14 |
| 0,3 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -29,78% | 4,28378E-16 |
| 0,32 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -31,78% | 5,07953E-18 |
| 0,34 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -33,78% | 4,58179E-20 |
| 0,36 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -35,78% | 3,1427E-22 |
| 0,38 | 0,05 | 0,79% | 3,80% | -37,78% | 1,63867E-24 |

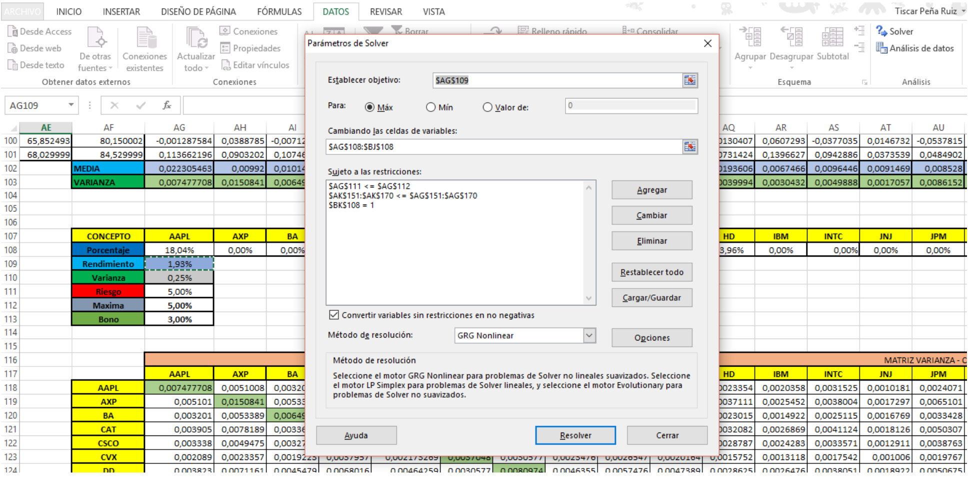
Es precisamente en este momento donde llegamos al punto de inflexión del proyecto debido a que necesitamos de la ayuda de la distribución normal para calcular la curva, como veremos más adelante intentaremos realizar está misma curva con distintas distribuciones de probabilidad a la espera de comparar la diferencia de los resultados y con cuál de ellas será más eficiente el modelo. Pero como ya he dicho esto se verá más adelante por lo que ahora continuaremos con la creación del modelo primigenio.

La distribución normal viene dada por cuatro variables. La primera de ella corresponderá a la casilla del bono-r que es el valor cuya distribución desea obtener. En segundo lugar hay que añadir la media aritmética y la desviación de la distribución y ya por último hay que añadir el valor lógico que determina la forma de la función. Para ello si el argumento acumulado es VERDADERO, la función DISTR.NORM.N devuelve la función de distribución acumulada pero si en caso contrario es FALSO lo que devolverá será la función de masa de la probabilidad. En nuestro caso pondremos que el valor acumulado es verdadero.

Una vez realizados todos los cálculos y obtenidas todas las variables es el momento de implementar el modelo usando SOLVER, de esta manera obtendremos el mejor resultado para nuestra cartera de inversión ligando los resultados al riesgo máximo que queremos soportar y obteniendo a su vez los mejores rendimientos posibles. Para comenzar hay que irse a la barra de herramientas DATOS y pinchar en la pestaña Análisis donde podemos encontrar el SOLVER.

Una vez pulsado el botón se abre una nueva ventana como la que aparece en la figura 6.2, hay que centrarse en tres partes:

**Figura 6.2**



- *Establecer objetivo:* En nuestro caso pondremos la celda correspondiente al rendimiento de la cartera que será el valor que queremos maximizar por lo que como vemos en la imagen el botón "MÁX" está señalado. Por este motivo una vez calculado el SOLVER el valor que obtenemos en el rendimiento será el mejor que podamos adquirir con las restricciones propuestas.

- *Cambiando las celdas de variables:* Es aquí donde pondremos los pesos de las 30 empresas, estos pesos conformaran el porcentaje que tendría que invertirse de cada empresa para que la cartera fuera óptima. Como veremos ahora en las restricciones, la suma de los pesos tiene que ser igual al 100%.

- *Sujeto a las restricciones*: Como hemos ido viendo hay varias restricciones a tener en cuenta. La primera de ellas es que la suma de los pesos tiene que ser igual a 1. En segundo lugar el riesgo calculado de la cartera tiene que ser menor o igual que el máximo riesgo que el inversor quiere soportar. Por último, la curva de riesgo tiene que ser menos o igual que la curva de confianza.

## 7. EL PROBLEMA DE LA DISTRIBUCIÓN SUBYACENTE EN FINANZAS.

En este punto del proyecto vamos a abordar el tema principal, basado en el estudio de las distribuciones y su evolución a lo largo del tiempo. Por regla general, se estableció el uso de la distribución Normal en la gran mayoría de los modelos financieros. El motivo es su simplicidad, y es que esta distribución queda especificada con tan sólo dos parámetros, media y desviación. Además cumple el Teorema Central del Límite y es que la suma de distribuciones Normales da una distribución también Normal, lo que resulta muy útil.

Aunque no hay consenso al respecto, normalmente aceptamos que la introducción de esta distribución la realizó Cootner (1964) como parte de los fundamentos de la llamada hipótesis del Mercado Eficiente[1].Esta hipótesis implica que los rendimientos de las acciones son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas y además siguen una distribución Normal.

No obstante, ya prácticamente desde la publicación de los fundamentos de la Teoría del Mercado Eficiente, autores como Fama (1965) o Mandelbrot (1963) señalaron que esta distribución no se adaptaba a las características de la distribución empírica puesto que esta última parecía tener las colas más anchas, es decir, que habían una cantidad importante de datos que se distribuían en torno a las colas y no a la media. Desde entonces, la búsqueda de una distribución que recoja mejor las características de los datos reales se ha convertido en un "topic" en finanzas y han sido multitud los modelos que se han propuesto para modelizar los retornos.

La distribución log-normal se ha aplicado con éxito en el campo de las finanzas, sobre todo desde que el cálculo de la estimación de los parámetros se hace de una forma relativamente fácil. Sin embargo, algunos trabajos han desmentido está afirmación.

Otra distribución a tener en cuenta, es la T-student. Esta presenta colas de mayor rango que en una distribución normal, aunque el resultado no sea útil para la asimetría. El uso de esta distribución está motivado principalmente debido a que cuando el número de grados de libertad es mayor que 30, las distribuciones T-student convergen a una normal como consecuencia del Teorema Central del Límite.

[1] El primero en modelar el comportamiento de los precios con un movimiento Browniano fue Bachelier en su tesis doctoral *La Teoría de la Especulación* publicada en 1900. Referencia tomada de Maldelbrot (1963)

Como señalan Fernández Martínez y otros (2013) otra práctica generalizada ha sido el uso de distribuciones paramétricas más flexibles, denominadas familias de distribuciones que incluyen distribuciones muy conocidas como casos particulares, como es el caso de los procesos de Lévy. El primero en proponer el uso de la distribución Exponencial fue Mandelbrot (1963). Este autor observó que los logaritmos de los precios en el caso de los mercados de materias primas se distribuían con colas muy elevadas, por lo que propuso el uso de un proceso de Lévy Exponencial. Posteriormente este autor (Mandelbrot, 1967) propone reemplazar el movimiento Browniano clásico por un modelo basado en una distribución de estable de Lévy con parámetro $\alpha < 2$.

Con posterioridad Press (1967) propone el uso de un proceso compuesto por una superposición de un movimiento Browniano clásico y una distribución de Poisson compuesta y con saltos normalizados. También merece la pena citar el trabajo de Madan (1987) donde se propone el uso de un proceso de Lévy con varianza distribuida según una Gamma. Los procesos de varianza Gamma son casos particulares de la familia de distribuciones Hiperbólicas Generalizadas presentadas por Barndorff-Nielsen (1997).

Respecto a esta distribución hay dos subclases que han cosechado éxito en el ajuste de retornos en formato logarítmico. Eberlein y Keller (1995) desarrollan una aplicación de un movimiento de Lévy Hiperbólico Exponencial en los mercados financieros y Barndorff-Nielsen(1997) lo hacen con un proceso de Lévy Gausiano inverso y Exponencial.

Resultan también interesantes los trabajos de Kozubowski(1999) donde se propone el uso de leyes Geométricas Estables como alternativas a las distribuciones Estables, Kozubowski y Panorska (1999), que propone una distribución multivariante geométrica para la selección de carteras, o Kozubowski yPodgorski(2001), que proponen una Laplace Asimétrica para el estudio de los tipos de cambio.

Para concluir, podemos citar los trabajos de Koponen (1995) con la distribución CTS, los de Kim y otros (2009) con la distribución MTS y la KR y finalmente los de Van Dorp y Kotz, S. (2002) donde se presenta la distribución TSP.

En general la familia de distribuciones estables, a las que pertenecen la mayoría de las citadas, es de difícil utilización por varias razones. En primer lugar, la estimación de sus parámetros es conocida sólo en casos muy acotados. En segunda lugar, varios autores entre los que podemos citar Cars (2002) cuestionan la estabilidad de la distribución debido a errores en la estimación de parámetros por los métodos conocidos

En nuestro caso nos vamos a limitar al uso de distribuciones más simples que han dado resultados razonablemente buenos en aplicaciones financieras. En este sentido, nos proponemos estimar la curva de riesgo de la cartera óptima usando la distribución de Laplace, la distribución T-student y por último la distribución Logística.

## 7.1 Distribución De Laplace

En primer lugar, vamos a simular el modelo Media-Riesgo mediante la distribución de Laplace. Esto se debe a que está distribución se puede asimilar a la distribución Normal con la diferencia de que al simular las curvas obtiene unas colas más gruesas.

En este caso, la distribución de Laplace viene dada por su función de distribución que se denota de la siguiente forma:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{\left(\frac{x-\mu}{b}\right)}, x < \mu \\ 1 - \frac{1}{2} e^{\left(-\frac{x-\mu}{b}\right)}, x \geq \mu \end{cases} \tag{7.1}$$

Siendo $\mu$ la media de *x* y *b* un parámetro de escala cuya relación con la desviación típica de *x* es:

$$b = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \tag{7.2}$$

En este caso, x estaría definido por la diferencia entre el bono o activo libre de riesgo menos el riesgo que el inversor está dispuesto a tolerar. (Linden, 2001)

Una vez explicada teóricamente la distribución Laplace, hay que introducirla en el modelo para ver sus posibles consecuencias. Al ser una función a trozos como hemos visto con anterioridad, nos tendremos que ayudar de la función SI de Excel para que se lleve a cabola ecuación correspondiente según el momento. Para que esta idea quede más clara vamos a ejemplificarlo con los datos del periodo 2008-2016 para un nivel de riesgo r igual a cero. La función quedaría de la siguiente manera:

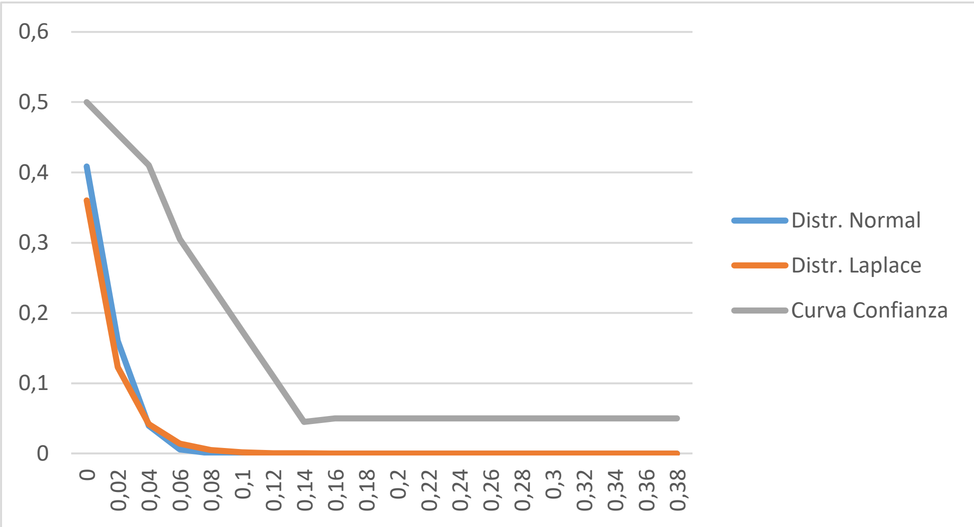
SI (0,0022<0,0079; 0,5*EXP ((0,0022-0,0079)*RAIZ(2) /0,038); 1-(0,5*EXP (-(0,0022-0,0079)*RAIZ(2) /0,038))) =0,04038151.

En conclusión esta función viene a decir que si se cumple que $R_f$-$r$ es menor que la media entonces se usaría la primera función y sino la siguiente.

Una vez calculados todos los valores para ambos periodos, es el momento de volver a realizar SOLVER sustituyendo la curva de riesgo realizada con la distribución normal por los valores de Laplace.

Vamos a comenzar analizando y comparando los resultados obtenidos en el período 2000-2007.

**Gráfico 7.1. Modelo Media-Riesgo Laplace 2000-2007**

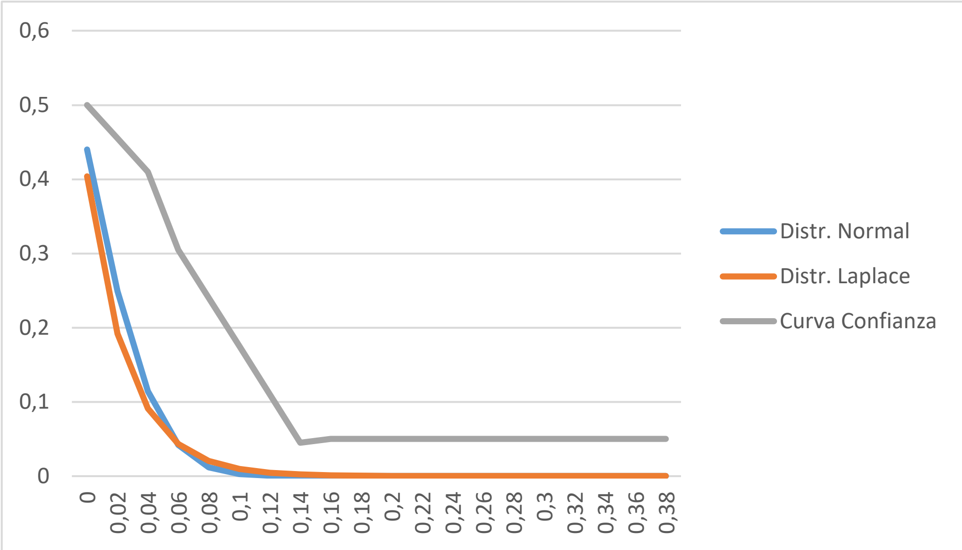



En este caso, podemos ver como ambas curvas se distribuyen prácticamente de igual forma. La única diferencia que podríamos apreciar es que la curva de la distribución Normal tiende a acercarse un poco más a la curva de Confianza.

Tanto en este periodo como en el siguiente como veremos a continuación, al realizar el SOLVER cambiando la curva de Riesgo por la creada con la distribución Laplace ninguno de los valores de nuestro modelo variarían siendo la rentabilidad de la cartera como los activos que la componen iguales.

A continuación, se puede percibir como en el periodo 2008-2016 las curvas difieren un poco más que en el periodo anterior pero de una forma casi inapreciable.

**Gráfico 7.2. Modelo Media-Riesgo Laplace 2008-2016**




## 7.2. Distribución T-Student

Si la variable *x* se distribuye normalmente, entonces seguirá una distribución *t* con *n-1* grados de libertad.

$$t = \frac{x-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \tag{7.3}$$

Hay tener en cuenta un factor muy importante, en apariencia, la distribución t es muy similar a la distribución normal estandarizada teniendo ambas forma de campana, cosa que en nuestros gráficos no se puede apreciar debido al tamaño de la muestra elegido.Una de las diferencias que surgen entre ambas distribuciones es debido a que la distribución T-student tiene un área mayor en los extremos y a su vez menor en el centro. (Fernández Martínez y otros, 2013)

Los grados de libertad *n-1*que están directamente relacionado con el tamaño de la muestra. Es por eso que a medida que el tamaño de la muestra y los grados de libertad se incrementen, la desviación se volverá una mejor estimación y la distribución T-student se irá acercando gradualmente a la distribución normal estandarizada. Para que esto pasará y las distribuciones fueran cuasi exactas la muestra debería de ser como mínimo de 120.

Para poder calcular la función DISTR.T necesitamos obtener de antemano el valor de la fórmula. Para ejemplificar como sería su resolución nos vamos a ir al periodo 2016-2008 con un riesgo nulo donde obtendríamos:

(7.4)

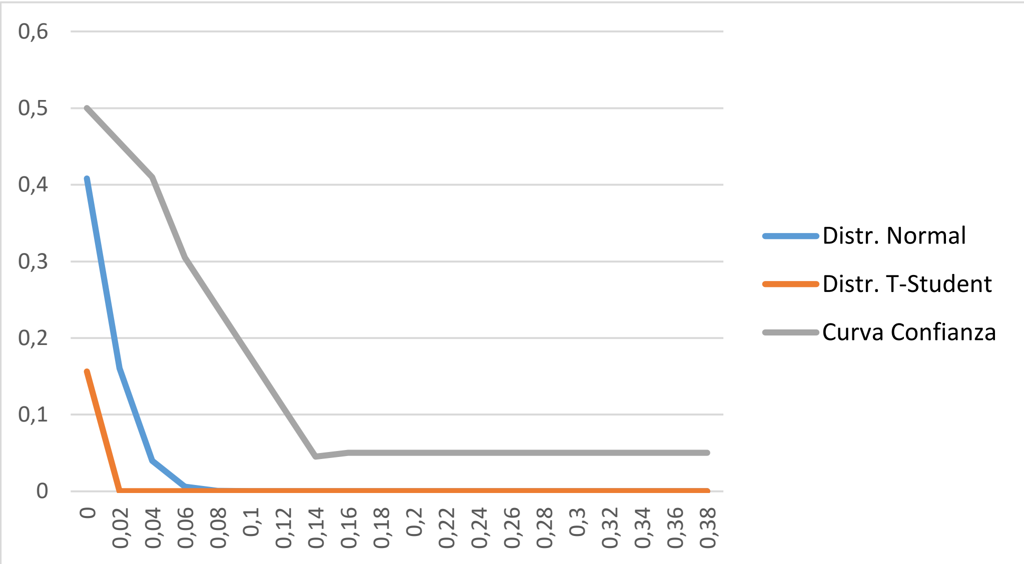
$$t = \frac{0{,}0022 - 0{,}0079}{\frac{0{,}038}{\sqrt{20}}} = -0{,}67562353$$

Una vez obtenido todas las t para los distintos valores de *r* vamos a ir calculando la función Excel que en este caso correspondería a: 1-DISTR.T.CD (-0,67562353; 20) resultando una probabilidad de un 25,35% para riesgo cero.

Una vez calculados todos los valores para ambos periodos, es el momento de volver a realizar SOLVER sustituyendo la curva de riesgo realizada con la distribución normal por los valores de la T-student.

Vamos a comenzar analizando y comparando los resultados obtenidos en el período 2000-2007.

**Gráfico 7.3. Modelo Media-Riesgo T-Student 2000-2007**

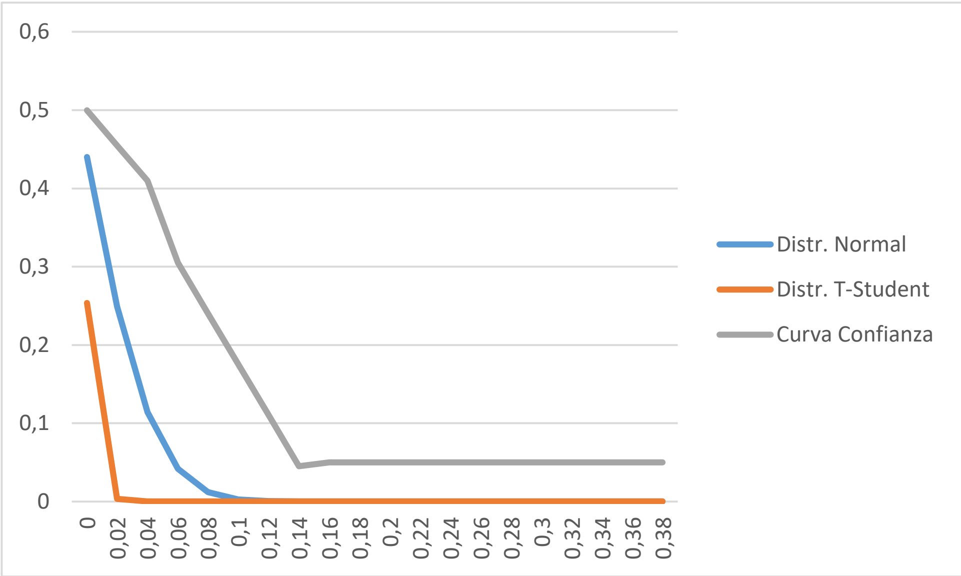



Como hemos ido viendo a lo largo del estudio, una cartera es preferible a otra cuando su curva de riesgo esté por debajo. Si nos fijamos en el gráfico, la curva de la distribución T-student se quedaría por debajo de la que sería la curva de riesgo del modelo primigenio. Esto sería un punto favorable para esta nueva distribución.

Sin embargo habría que puntualizar que a la hora de realizar el SOLVER no se produciría ninguna variación en los resultados del modelo. Esto se debe a la gran semejanza de ambas curvas.

Si por el contrario nos vamos al siguiente periodo (2008-2016).

**Gráfico 7.4. Modelo Media-Riesgo T-Student 2008-2016**




Podemos ver como este periodo es similar al anterior, la curva de la distribución T-student se quedaría por debajo de la que sería la curva de riesgo del modelo primigenio. Desde el momento en el que *r* tiene un valor de 0,02 la curva tiende a cero no siendo hasta el valor 0,08 aproximadamente en la distribución normal. En este caso tampoco se presentaría ninguna variación a la hora de implementar el SOLVER con la nueva distribución.

En conclusión, podemos comprobar cómo aun estando la curva de la distribución T-student por debajo de la curva de la distribución Normal, ambas tendrían el mismo efecto a la hora de resolver el modelo y crear la cartera de valores.

### 7.3. Distribución Logística

La caracterización de los rendimientos bursátiles a través de procesos estocásticos subordinados o combinaciones de distribuciones ha sido una línea de trabajo importante a partir de Clark (1973). No obstante, de forma paralela a este enfoque, se han añadido nuevas distribuciones, bajo el soporte que proporcionan y de la generalidad que suponen en algunos casos. Smith (1981) sugirió la distribución logística, cuya función de distribución se denota de la siguiente forma:

$$F(x;\mu,s) = \frac{1}{1+e^{-(x-\mu)/s}} \tag{7.5}$$

Siendo $\mu$ la media de $x$ y $s$ un parámetro de escala cuya relación con la desviación típica de x es:

$$s = \frac{\sqrt{3\sigma^2}}{\pi} \tag{7.6}$$

En este caso, $x$ estaría definido por la diferencia entre el bono o activo libre de riesgo menos el riesgo que el inversor está dispuesto a tolerar.

Es sabido que esta distribución es muy similar a la normal, a excepción de tener unas colas más anchas. Por ello, esta distribución debe permitir explicar la elevada curtosis de los rendimientos mejor que la distribución normal. Entendiendo como curtosis una unidad de medida, la cual muestra tiene la capacidad de medir el nivel de escarpamiento o de achatamiento de una curva o distribución. Dicha unidad de medida, establece la cantidad de registros que hay próximos a la media, por lo que teniendo en cuenta está referencia, a mayor nivel de curtosis, más escarpada será la curva (Duchin, 2004).

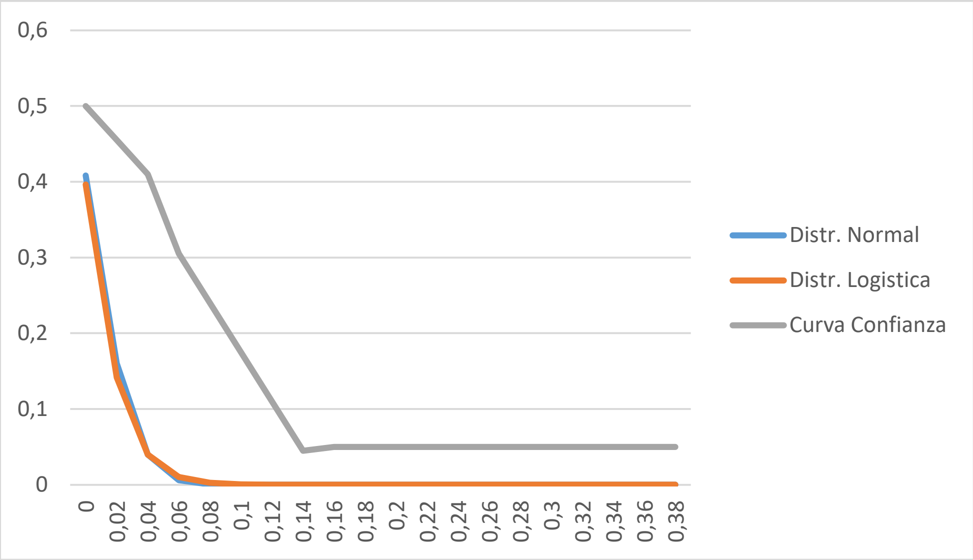
Una vez explicada teóricamente la distribución Logística, hay que introducirla en el modelo para ver sus posibles consecuencias. A diferencia de los casos anteriores, en esta situación no nos podríamos ayudar de ninguna función de Excel, simplemente habría que proyectar la ecuación anterior al modelo. Como hemos ido haciendo a lo largo del proyecto vamos a ejemplificar como sería el cálculo de esta distribución en el periodo 2008-2016 para un riesgo $r$ nulo.

=1/(1+EXP(-(0,0022-0,0079)*PI()/RAIZ(3*0.038^2)))= 0,0431921

Una vez calculados todos los valores para ambos periodos, es el momento de volver a realizar SOLVER sustituyendo la curva de riesgo realizada con la distribución normal por los valores de la Logística.

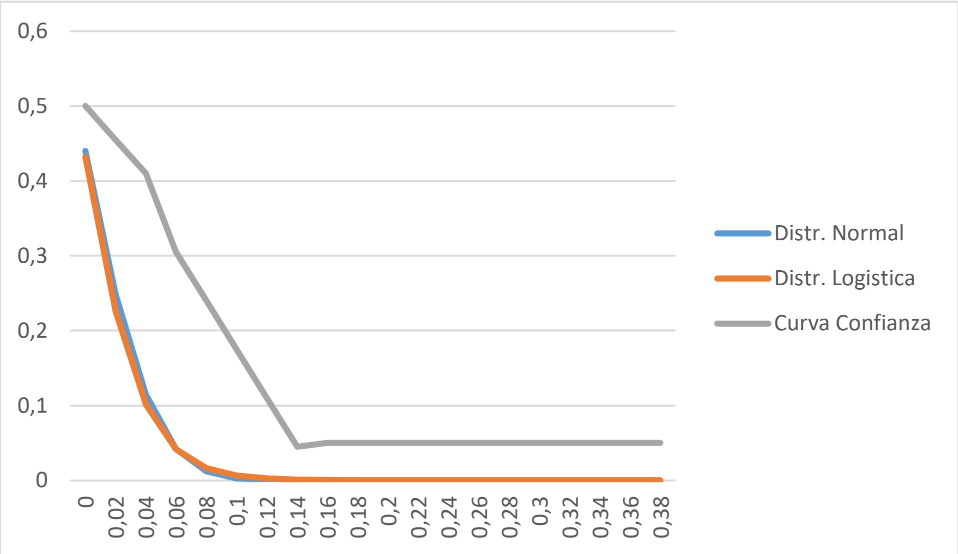
Vamos a comenzar analizando y comparando los resultados obtenidos en el período 2000-2007.

**Gráfico 7.5. Modelo Media-Riesgo Logística 2000-2007**




Tanto en este periodo como en el siguiente va a ser casi imposible apreciar cual es la curva de la distribución Normal y cual la de la distribución Logística debido a que están casi perfectamente superpuestas.

**Gráfico 7.6. Modelo Media-Riesgo Logística 2008-2016**




Como no era de extrañar siendo las dos curvas que más se asemejan, a la hora de calcular SOLVER no ha variado el resultado.

# 8. APLICACIÓN PRÁCTICA PARA EL PERIODO DE TIEMPO 2000-2016.

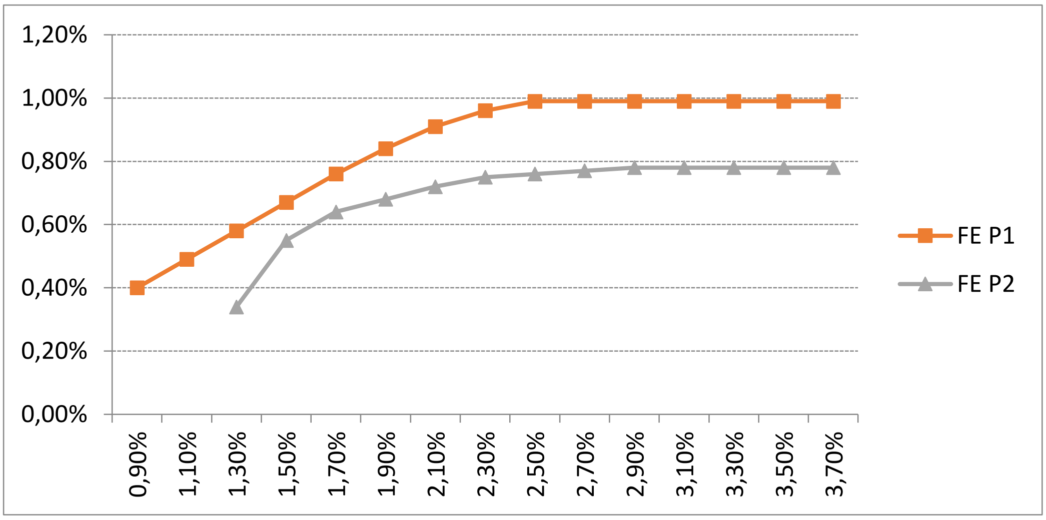
La aplicación práctica del modelo propuesto tiene dos aspectos esenciales:

En primer lugar, la evolución de la Frontera Eficiente para los dos periodos separados por el inicio de la crisis financiera que motivó al Sistema de Reserva Federal estadounidense (FED), también conocido como el banco central de los Estados Unidos, a iniciar la política monetaria más agresiva jamás conocida con la puesta en marcha de las QEs a finales de 2008 la cual consistió en un aumento de la cantidad de dinero en circulación mediante la compra de activos en el mercado. Esta política monetaria se ha traducido en una caída sin precedentes de la rentabilidad de la deuda pública y de los tipos de interés en general.

El segundo aspecto que nos atañe, es el análisis del comportamiento del modelo a la hora de introducir distintas distribuciones a la Normal con el posterior estudio de la evolución de la Curva de Riesgo de la Cartera óptima.

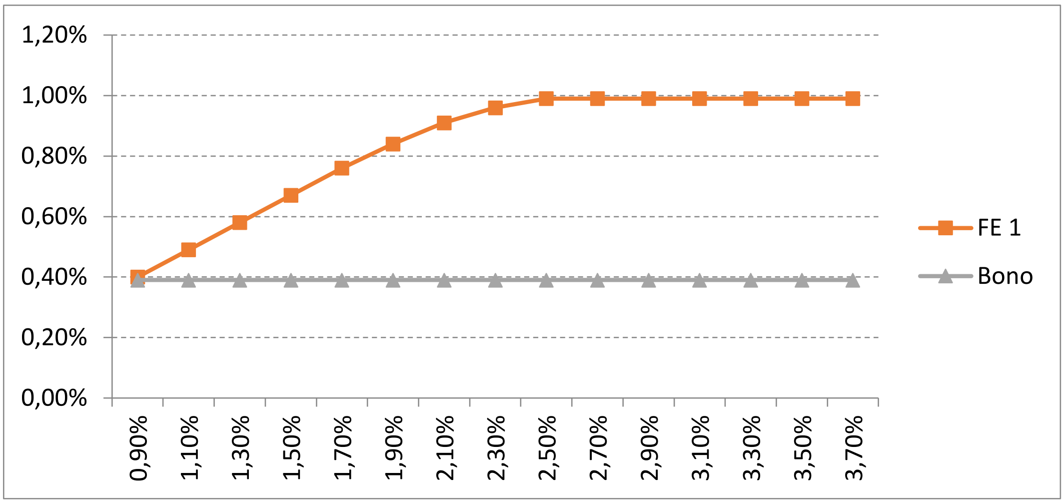
A continuación analizamos el comportamiento de la Frontera Eficiente para los dos periodos considerados.

**Gráfico 8.1.Evolución de las Fronteras Eficientes por periodo**




En el gráfico 8.1 se puede claramente observar como para el primer periodo la Frontera Eficiente permite obtener un rendimiento sensiblemente superior para cotas inferiores de riesgo. Así la Cartera de Varianza Mínima se obtiene para un nivel de riesgo inferior a un 1% con una rentabilidad de casi un 5% anual, sensiblemente por encima de la rentabilidad media del activo libre de riesgo, tal y como se puede observar en la gráfica 8.2.

**Gráfico 8.2. Frontera Eficiente vs rendimiento medio del Bono Americano a 10 años. Periodo 1**



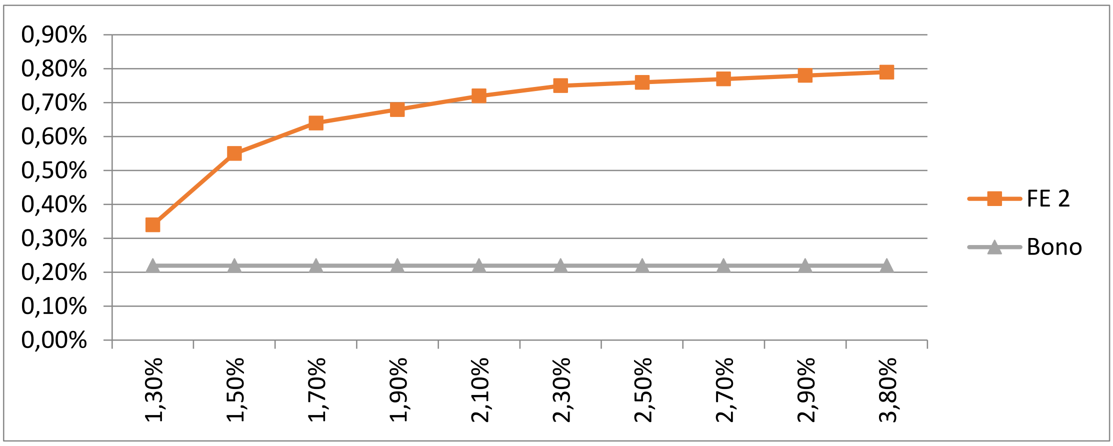

Puede observarse como consecuencia de los altos rendimientos del bono a principios de la década como la Frontera Eficiente llega a tocar en el punto de la Cartera de Varianza Mínima al rendimiento del bono. No obstante, pequeños incrementos en el riesgo generan rendimientos considerablemente más altos.

En cuanto a la capacidad de diversificación del modelo, vemos que un rendimiento del 8% anual lleva aparejado un riesgo prácticamente nulo, esto es, un 1,5% con una cesta de 9 activos y tan sólo uno de ellos con un peso superior al 40% en la misma. Si añadimos como restricción que ningún activo ocupe más de un 30% en la cartera, nuestra rentabilidad cae al 7,68% con el mismo riesgo y se da entrada a 3 nuevos activos.

Esto demuestra una elevada consistencia del mercado para el periodo considerado y sobre todo un funcionamiento más que óptimo de nuestro modelo.

En cuanto al segundo periodo considerado, podemos observar que pese a la caída en el rendimiento medio del bono, 2,6%, la Cartera de Varianza Mínima tiene un rendimiento del 4% con un nivel de riesgo sensiblemente superior al del primer periodo, concretamente del 1,3%, para el cual teníamos una rentabilidad del 7% en el periodo anterior.

**Gráfico 8.3. Frontera Eficiente vs Rendimiento Medio del Bono Americano a 10 años. Periodo 2.**



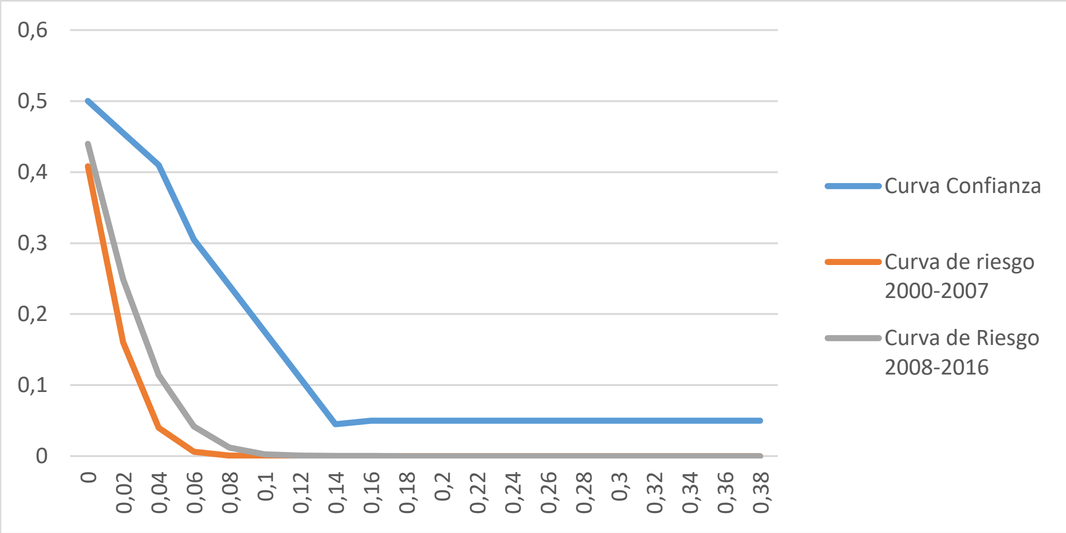

Como podemos ver el modelo no obtendría solución para niveles del bono pre QE. Además la forma de la Frontera deja claro que aumentos del riesgo se traducen en incrementos muy inferiores del rendimiento. No obstante, vemos que el modelo opera de forma consistente puesto que para un riesgo del 1,3%, aunque la rentabilidad alcanza el 4,8%, el modelo diversifica a lo largo de 11 activos. Pese a que para este periodo la rentabilidad de los bonos europeos era muy superior, evidentemente el riesgo de cambio era un desincentivo para operar en euros.

En cualquier caso debemos de puntualizar que si queremos una cartera adecuadamente diversificada no podemos aspirar a una rentabilidad superior al 6,5% para el periodo considerado.

A continuación vamos a poder comparar en el gráfico visualmente la variación de las curvas de riesgo de los dos periodos. Como referencia también aparecerá la curva de confianza, la cual es la misma para los dos casos.

Se puede observar como la Curva de riesgo de la Frontera Eficiente del periodo 1 es claramente inferior a la del periodo 2, lo que corrobora las conclusiones presentadas hasta ahora.

**Gráfico 8.4. Curvas de riesgo para los periodos considerados.**




Hemos elegido una función a intervalos para la curva de confianza porque la tolerancia a la pérdida disminuye de forma considerable a medida que aumenta la pérdida probable. En cuanto al segundo aspecto objeto de análisis, el funcionamiento del modelo usando otras distribuciones, los siguientes gráficos muestran los resultados obtenidos.

**Gráfico 8.5 Curvas de Riesgo 2000-2007 para la distribución Normal y Laplace**

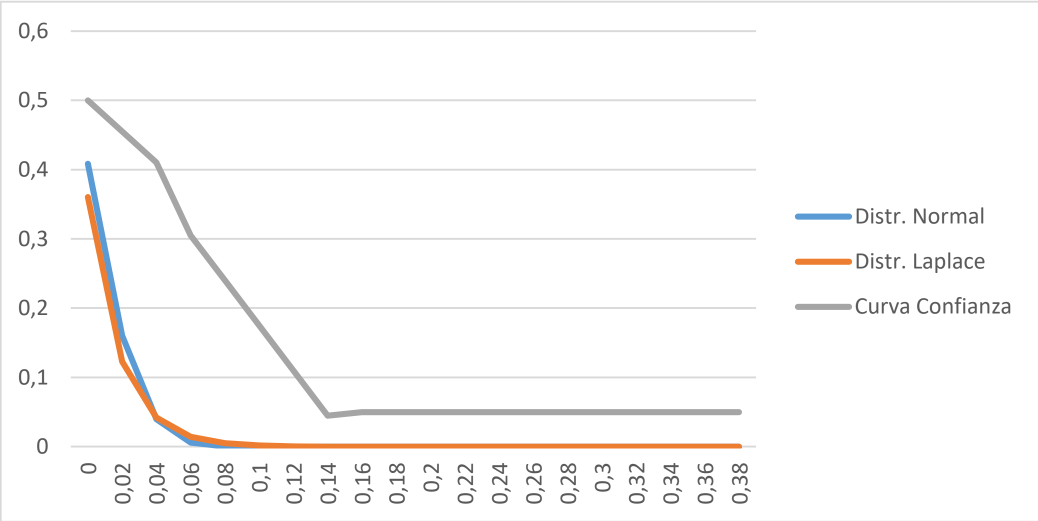
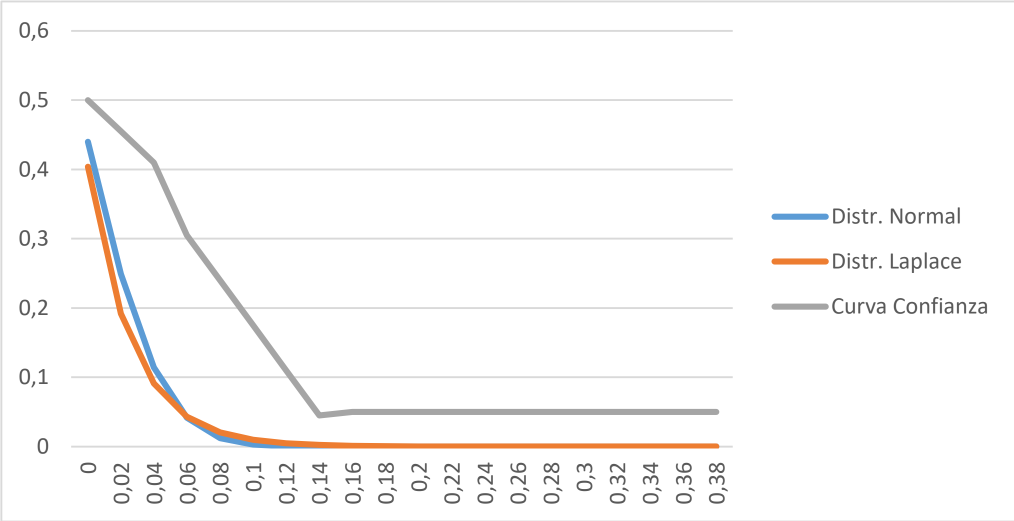


**Gráfico 8.6 Curvas de Riesgo 2008-2016 para las distribuciones Normal y Laplace**




Puede observarse como tan sólo en el segundo periodo se observa cierta diferencia en el comportamiento de las Curvas de Riesgo, esto refuerza nuestra opinión de que el primer periodo es un periodo de gran estabilidad y consistencia en el comportamiento del mercado. Si puede observarse en ambos casos como a mayor nivel de riesgo Laplace queda por encima de la Normal.

**Gráfico 8.7 Curvas de Riesgo del periodo 1 para las distribuciones Normal y T-Student**

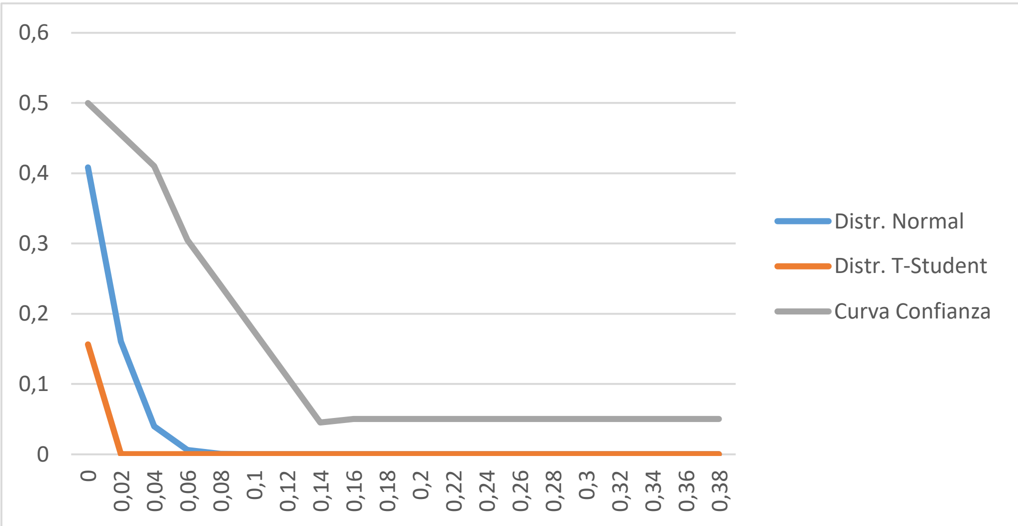
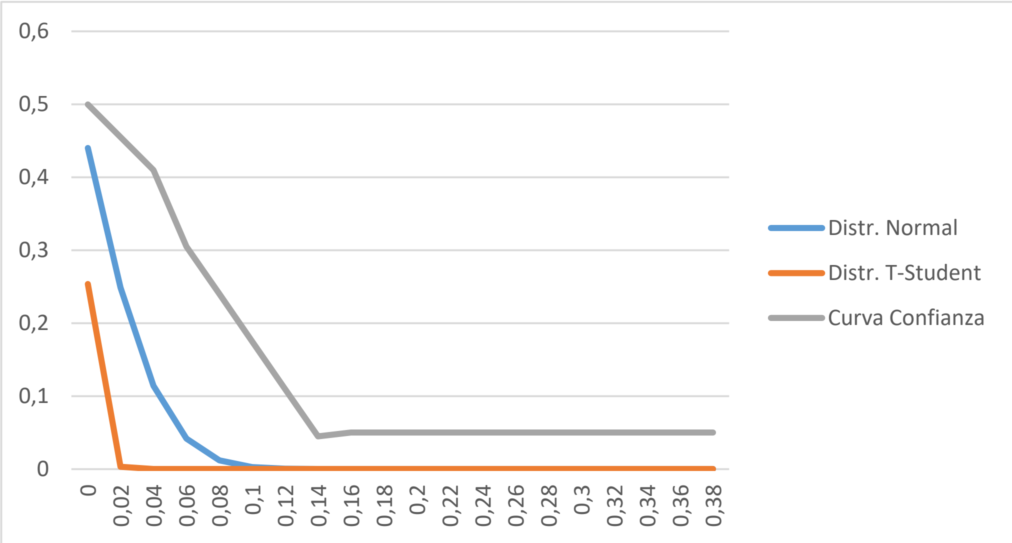


**Gráfico 8.8. Curvas de Riesgo del periodo 2 para las distribuciones Normal y T-Student**




En el caso de la T-Student si aparecen diferencias significativas en ambos casos, siendo esta distribución considerablemente más optimista que la Normal, en lo que se refiere a la diferencia respecto a la Curva de Confianza.

**Gráfico 8.9 Curvas de Riesgo del periodo 1 para las distribuciones Normal y Logística**

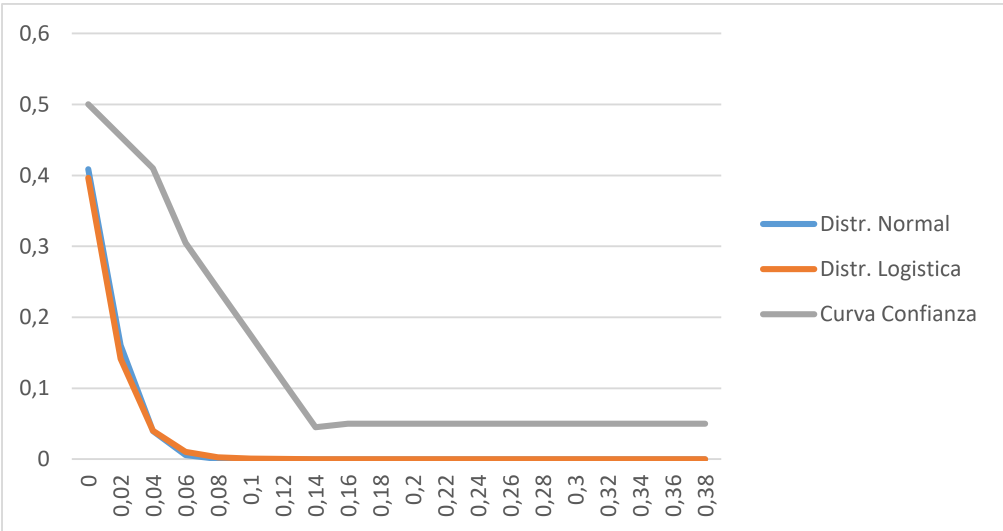
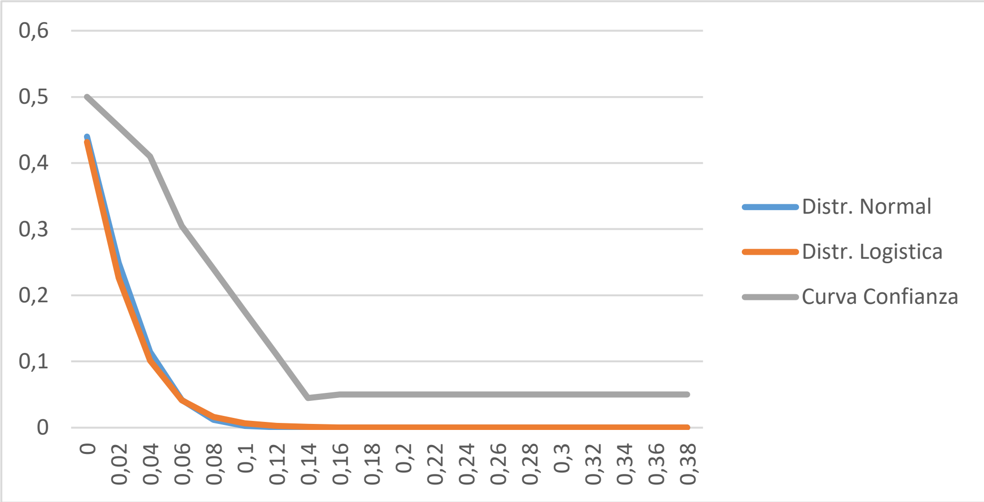


**Gráfico 8.10 Curvas de Riesgo del periodo 2 para las distribuciones Normal y Logística**




Muestra un comportamiento casi idéntico a la Normal para ambos periodos salvo en valores extremos donde se asimila más a Laplace.

En conclusión diremos que la distribución más conveniente parece ser la de Laplace, en la medida en la que muestra un comportamiento más conservador en las colas, ya que se mantiene más próxima a la curva de confianza. No obstante hemos de puntualizar que en el caso que nos ocupa, el modelo no se ve afectado por la distribución adoptada para la Curva de Riesgo de la cartera, pero si hemos de especificar que es por la selección de la función que actúa como Curva de Confianza, ya que en todos los casos queda muy por encima de las Curvas de riesgo seleccionadas.

# 9. CONCLUSIONES

De la aplicación práctica del modelo propuesto así como de las modificaciones realizadas en este Trabajo Fin de Grado podemos obtener las siguientes conclusiones.

En primer lugar, vemos como el modelo describe claramente la realidad de los mercados financieros y más concretamente del Dow Jones a lo largo del periodo considerado. Observamos como el inversor pudo obtener un rendimiento superior para los mismos niveles de riesgo durante el primer periodo, fruto de la bonanza económica que caracterizó a los mercados financieros durante los primeros años del siglo XXI. Se puede apreciar también a través de la pendiente de la Frontera Eficiente, como pequeños incrementos del riesgo le ocasionaban rendimientos considerablemente altos. Igualmente, esta situación se pone de manifiesto si comparamos las curvas de Riesgo de ambos periodos. Por último, habría que destacar que el modelo opera de forma consistente en ambos periodos, debido a que a niveles bajos de riesgo la cartera se diversifica ampliamente.

En cuanto al segundo aspecto objeto de análisis, el funcionamiento del modelo usando otras distribuciones distintas a la normal, podemos concretar que la distribución más conveniente parece ser la de Laplace, debido a que muestra un comportamiento más conservador en las colas, manteniéndose más próxima a la curva de confianza. No obstante, hemos de matizar que en nuestro caso, el modelo no se ve afectado por la distribución adoptada para la Curva de Riesgo de la cartera, lo que se debe principalmente a la Curva de Confianza que hemos elegido, ya que en todos los casos queda muy por encima de las Curvas de Riesgo seleccionadas.

# 10. BIBLIOGRAFÍA

1. Harms, H.S. (2003). Revista Contaduría y Administración, No. 208.
2. Levy, H. (2005). Investments. Prentice Hall Financial Times. Pearson Education.
3. Huang, X. (2010a). Portfolio Analysis. From Probabilisticto Credibilistic and Uncertain Approaches. Sringer-Verlag, Berlin Heidelberg.
4. Huang, X. (2010b). Fuzzy Optimization and Decision Making. Mean-Risk Model for uncertain portfolio selection. Springer Science.
5. S&P Dow Jones Indices. (01 de Julio de 2016). S&P Dow Jones Índices. Obtenido de http://www.espanol.spindices.com/
6. Investing. (2016). Obtenido dehttp://es.investing.com/rates-bonds/u.s.-10-year-bond-yield-historical-data
7. Yahoo Finances. (30 de Marzo de 2016). Obtenido de https://es.finance.yahoo.com/q/cp?s=%5EDJI
8. Fernández Martínez, Sánchez-Granero, M.A. and Trinidad Segovia, J.E. (2013). Measuring the self similar exponent in Lévy stable processes in financial time series, Physica A 392, pág. 5330-5345
9. Mandelbrot, B. (1963). The varation of certain speculative prices. The Journal of Business, Vol.36, nº4, pág 394-419
10. Mandelbrot, B. (1967). On the distribution of stock market prices. Operation Reserch, 15(6), pág. 1057-1062
11. Press, S.J. (1967). A compound Events Model for Security Prices. The Journal of Business, Vol. 40, No.3, pág. 317-335
12. Madan, D. and Seneta, E. (1987). Chebyshev polynominal approximations and characteristic function estimation. Journal of the Royal Statistical Society Series B, Vol. 49, Issue 2. Pág. 163-169.
13. Barndorff-Nielsen, O.E. (1997). Normal inverse Gausiandistributions and stochastic volatility modelling, Scandinavian Journal of Statistic 24 (1), Pág. 1-13.
14. Eberlein, E. and Keller, U (1995). Hyperbolic Distributions in Finance, Bernoulli, Vol. 1, No. 3, Pág. 281-299
15. Kozubowski, T.J.(1999) Geometric stable laws: Estimation and applications, Mathematical and Computer Modelling, Volume 29, Issues 10–12, Pág 241-253

16. Kozubowski, T.J. and Panorska, A.K. (1999). Multivariate geometric stable distributions in financial applications, Mathematical and Computer Modelling, Volume 29, Issues 10–12, Pág. 83-92.
17. Kozubowski, T.J and Podgórski, K. (2001). Asymmetric laplace laws and modeling financial data, Mathematical and Computer Modelling, Volume 34, Issues 9–11, Pág. 1003-1021
18. Koponen, I. (1995). Analytic approach to theproblem of convergence of truncated Lévy flights towards the Gaussian stochastic process, Phys. Rev. E 52, 1197.
19. Kim, Y.S., Rachev, S.T., Chung, D.M. and Bianchi, M.L. (2009).The modified tempered stable distribution, GARCH models and option pricing, Probability and Mathematical Statistics, Volume 29, Issue 1, Pág. 91-117
20. Van Dorp, R. and Kotz, S. (2002). The Standard Two-Sided Power Distribution and its Properties: With Applications in Financial Engineering, The American Statistician, May 2002, Vol. 56, No. 2, Pág. 90-99.
21. Carr, P., Geman, H., Madan, D.B., and Vor, M. (2002). The Fine Structure of Asset Returns: An Empirical Investigation, Journal of Business, Volume 75, Issue 2, Pág 305-332
22. Linden, M. (2001). A modelfor Stock return distribution. International journal of finance and economics, Pág. 159-169.
23. Duchin, H. L. (2004). Asset Return Distributions and the Investment Horizon. Journal of Portfolio Management, Pág. 47-62.