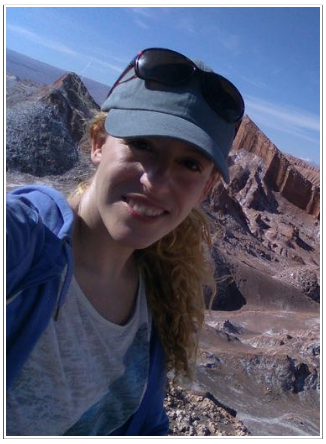
Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XIII. Número 2 — 31 de enero de 2020



Elisa Lorenzo García

La discriminación positiva es hoy en día un tema muy conflictivo

Elisa Lorenzo ha sido hasta unos días antes de la publicación de este Boletín la presidenta de la *Comisión de Mujeres y Matemáticas* de la *Real Sociedad Matemática Española*.

Esta entrevista se realizó siendo presidenta de la comisión, por lo que la hemos mantenido íntegra tal y como se efectuó. En ella nos desgrana algunas de las actividades que realiza y su visión sobre el papel que desempeña la mujer en el ámbito de las matemáticas.

(Entrevista completa en la página 2)

Concurso de prosa y poesía ilustrada con números

Una de las actividades

En nuestros institutos se realizan multitud de actividades relacionadas con las matemáticas que merecen la pena ser mostradas.

El Boletín hace de altavoz y permite hacer visibles estas iniciativas que, en muchas ocasiones, quedan ocultas al resto de la comunidad educativa.

En esta ocasión, presentamos una idea sumamente interesante que une diferentes aspectos de curriculo de una forma transversal y destierra el tópico —por desgracia demasiado extendido— de la dualidad contrapuesta entre «letras» y «ciencias».

(Artículo completo en la página 7)

Editorial: ¿Una sociedad anumérica?

En otras ocasiones ya hemos expresado en este apartado la necesidad de la existencia de una buena divulgación científica.

Es cierto que se están dando pasos y que hay excelentes ejemplos de personas que hacen una labor encomiable en este aspecto tanto en medios de comunicación clásicos (prensa, radio o televisión), como en otras plataformas que podríamos —permítasenos la licencia— denominar «más modernas», véase *Twitter*, *Facebook* o *Instagram*.

Resulta alarmante la facilidad con la que nos «cuelan» en los medios una gran cantidad de datos con los que se pretende, bajo el paraguas de una supuesta objetividad, ofrecer una información veraz pero que, sin embargo, en muchas ocasiones ocultan intereses poco claros.

¿Está nuestra sociedad capacitada para asimilar este bombardeo numérico? La divulgación científica tiene un papel fundamental en esta tarea, ya que puede ayudar a propagar información que combata las afirmaciones gratuitas sin fundamento que podemos escuchar día sí y día no.

Por ejemplo, con un poquito de matemáticas podemos explicar cómo se propaga una epidemia —ahora que estamos tan alarmados por el tema del coronavirus— y demostrar el peligro global que supone el hecho de no vacunar.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

ENTREVISTA

Elisa Lorenzo García

Presidenta de la Comisión de Mujeres y Matemáticas de la RSME

Juan José Moreno Balcázar
Isabel María Ortiz Rodríguez
Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Elisa Lorenzo

Elisa Lorenzo García es doctora en Matemáticas por la *Universidad Politécnica de Cataluña* y licenciada en Física por la *UNED*. Actualmente es profesora e investigadora de la *Université de Rennes 1* (Francia). Compagina su investigación con la labor de visibilizar a las mujeres matemáticas, siendo presidenta de la *Comisión de Mujeres y Matemáticas* de la *Real Sociedad Matemática Española* (RSME), coordinadora española de la *European Women in Mathematics* (EWM) y embajadora española del *Commitee for Women of the International Mathematical Union* (CWM).

En junio ha ganado el *I Premio en la modalidad de joven científica* de la *Fundación Tatiana Pérez de Guzman el Bueno* y en agosto la hicieron científica del mes por la *EPWS* (European Platform of Women Scientists).

¿Nos puede explicar brevemente en qué consiste su investigación?

Mi investigación se encuentra en el límite de la teoría de números, la geometría aritmética y la geometría algebraica. Además estoy interesada en las posibles aplicaciones a la criptografía y la teoría de códigos. Más en concreto, estudio diferentes propiedades y construcciones de curvas y variedades abelianas que podrían tener aplicaciones en estos campos.

> ***«Sé que la discriminación positiva es hoy en día un tema muy conflictivo. Yo, personalmente, estoy a favor»***

Por ejemplo, para construir curvas de género 3 con buenas propiedades (e.g. número de puntos dados sobre cuerpos finitos) hacen falta muchos ingredientes: teoría de la multiplicación compleja de Shimura, teoría clásica de invariantes (Hilbert), formas modulares de Siegel y constantes theta y estudio de la reducción de curvas y sus jacobianas y de sus modelos estables, entre muchos otros.

Además la implementación de los algoritmos obtenidos precisan de buenos conocimientos de Sage o Magma, los programas que uso para mi investigación.

¿Es habitual la presencia de mujeres en su especialidad investigadora? ¿Qué opina de la discriminación positiva? Por otra parte, ¿qué cree que deberían promover las instituciones para romper el denominado «techo de cristal»?

En mi especialidad hay una gran mayoría de hombres ($\sim 80\,\%$). Sin embargo, y en parte gracias a las conferencias *Women in Numbers*, tengo la sensación de que hay un poco más de mujeres que en otras ramas de las matemáticas.

Sé que la discriminación positiva es hoy en día un tema muy conflictivo. Yo personalmente estoy a favor. Si se lleva tanto tiempo discriminando a un colectivo, no queda más remedio que empujarle en el sentido contrario para que se recupere el equilibrio. Alguna vez he recibido alguna invitación «por ser mujer», pero en vez de sentirme mal, siempre pienso: mira, por todas las que no he recibido por ser mujer.

> ***«Si no sufres la discriminación solo puedes verla, no sentirla»***

Si tuviese una solución para romper el techo de cristal ya la estaría implementando. No es tan sencillo. Sobre todo cuando mucha gente tiene muchos privilegios que perder. Para mí es más una lucha constante, no de acciones puntuales y concretas. Es cambiar el chip, y cada cosa que hagas, comentario que escuches, decisión que tengas que tomar, pensamiento que pase por tu cabeza, piensa si puedes estar discriminando a alguien y cómo puedes solucionarlo.

La Comisión de Mujeres y Matemáticas de la RSME tiene tradición en contar con hombres como integrantes de dicha comisión. Sin embargo, comisiones similares de otros países no lo permiten, ¿qué opina al respecto?

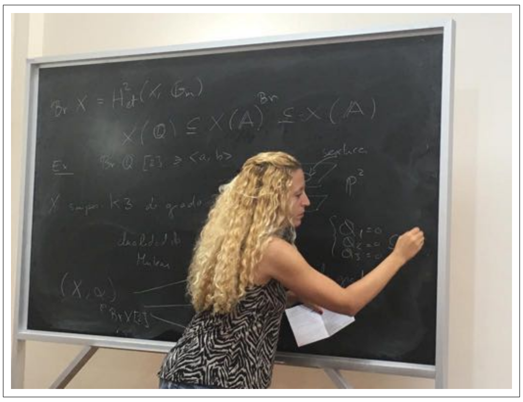
Los integrantes de la comisión tienen que estar concienciados con la causa y luchar por ella, independientemente de su género. No lo prohibiría, pero sí establecería un porcentaje máximo de hombres, no sé, digamos un $25\,\%$. Al final las que salimos mal paradas somos nosotras, y somos las más idóneas para hablar del problema. Si no sufres la discriminación sólo puedes verla, pero no sentirla, y es difícil que te des cuenta de cómo «pequeñas cosas» pueden llegar a afectar tanto. Además, ya llevan bastantes años los hombres hablando por nosotras. También tenemos voz.

> ***«Si tuviese una solución para romper el techo de cristal ya la estaría implementando»***

ISSN 1988-5318

Hace algo más de un año nos hablaba en este Boletín sobre la *Olimpiada Matemática Femenina Europea* (EGMO) ¿sigue colaborando en este evento? ¿cómo fueron los resultados en 2019?

Sí, sigo siendo la profesora acompañante del equipo español y además miembro del *Advisory Board* de la EGMO hasta 2021.



Dado que no tenemos financiación para dar una buena preparación a las chicas como en otros países, sí, podemos decir que los resultados del año pasado fueron muy buenos. El próximo año la olimpiada tendrá lugar del 15 al 21 de abril en *Egmong* (Holanda).

También participa en programas para la formación matemática en países en vías de desarrollo ¿podría explicarnos en qué consisten estos programas y cómo se puede acceder a ellos?

La mayoría de los cursos y actividades en los que he participado y voy a participar este año dependen del *CIMPA* (Centro Internacional de Matemáticas puras y aplicadas). Realizan distintas actividades (curso, escuelas, invitaciones, becas, etc.) para fomentar el desarrollo matemático en países subdesarrollados y en vías de desarrollo. En su página web pueden encontrarse todas las informaciones al respecto.

Muchas gracias por atendernos, ¿le gustaría añadir alguna cosa más?

Sólo daros las gracias por haberme entrevistado y ayudar así a visibilizar el trabajo de las mujeres en matemáticas. ■

Actividades matemáticas

LVI Olimpiada Matemática Española

El pasado 17 de enero tuvo lugar en la *Universidad de Almería*, la fase local de la *LVI Olimpiada de la Real Sociedad Matemática Española* dirigida a estudiantes de Bachillerato y, excepcionalmente, a algunos seleccionados del último curso de Secundaria.

Estudiantes en un momento de las pruebas (Fuente: Gabinete de Comunicación de la UAL)

En esta edición participaron 99 estudiantes de 19 centros de nuestra provincia.

Los ganadores de esta fase han sido Antonio Von Papp, Juan Francisco Cuevas y Carlos Méndez.

Hemos de resaltar que este año la fase nacional de esta olimpiada tendrá lugar el 20 y 21 de marzo en las instalaciones de la *Universidad de Almería*, hecho del que daremos cumplida cuenta en el próximo número de nuestro Boletín.

Semana de la Ciencia 2019

Como todos los años, el *Vicerrectorado de Investigación e Innovación*, a través de la OTRI (*Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación*), organizó la *Semana de la Ciencia 2019*.

Las diferentes actividades se desarrollaron en la semana del 5 al 11 de noviembre en la *Universidad de Almería*.

La *Semana de la Ciencia* es el mayor evento de comunicación social de la ciencia y tecnología de nuestro país. En relación con las matemáticas podemos destacar el evento *Stat Wars: El Imperio de los Datos*, la charla *Pon series y películas en tu vida matemática* y el taller *Redes cristalinas en realidad virtual con Neotrie VR*. Puede verse un resumen de las actividades en *www2.ual.es/otri/semana-de-la-ciencia*.

Visita al Parque de las Ciencias (Granada)

Estudiantes en el Parque de las Ciencias

El pasado 8 de noviembre los estudiantes de las asignaturas Astronomía y Matemática Recreativa del Grado en Matemáticas hicieron una visita al Parque de las Ciencias

 ISSN 1988-5318

de Granada para realizar una serie de actividades relacionadas con esas asignaturas, descubrir la aplicación de las matemáticas en diversos campos e interesarse por la divulgación científica que se realiza en dicho Parque.

Particularmente interesantes fueron las visitas al observatorio astronómico del Parque, al Jardín de la Astronomía y al Planetario. En este, además de contemplar el cielo y viajar por el universo, pudieron presenciar el vídeo *El Universo de Escher* sobre la obra del famoso artista Mauritius Cornelius Escher (1898–1972), que tan atractivo resulta para los amantes de las matemáticas.

VIII Simposio de Investigación en Ciencias Experimentales

El 14 y 15 de noviembre, coincidiendo con la Festividad de san Alberto Magno, la *Facultad de Ciencias Experimentales* organizó en la *Universidad de Almería* el *VIII Simposio de Investigación en Ciencias Experimentale*, un foro de encuentro e intercambio de ideas entre jóvenes investigadores. Además de presentar resultados científicos, ideas y proyectos, se tuvo la ocasión de compartir perspectivas y debatir temas de interés.

Pedro J. Miana (centro) con el Decano Enrique de Amo y el Vicedecano Juan José Moreno

Se presentaron trabajos en formato póster, algunos de ellos con exposición oral en modalidad «*flash*» (5 minutos) y se otorgaron 6 premios de 300 euros cada uno a las mejores exposiciones. Más información en *www2.ual.es/isimpos*.

La conferencia de san Alberto fue a cargo del profesor de la *Universidad de Zaragoza* Pedro J. Miana con el sugerente título *Matemáticos (y matemáticas) pioneros en España*.

2.º Workshop Dos Días de Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales

Foto de familia

El grupo de Investigación *Teoría de Aproximación y Polinomios Ortogonales* organizó los días 21 y 22 de noviembre en la *Universidad de Almería* el 2.º Workshop *Dos días de Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales* reuniendo a la comunidad española que investiga en este campo. Además, se celebró el 25 aniversario de la creación de este grupo.

Junto a las actividades científicas, los asistentes disfrutaron de un recorrido por lugares de la ciudad en los que se han rodado películas famosas y una visita a los Refugios de la Guerra Civil.

Entrega del premio del Concurso de Problemas

El pasado 8 de enero tuvo lugar la entrega del premio que otorga el Boletín a la solución más elegante de las recibidas en el concurso de problemas.

La ganadora con su profesor

En esta ocasión la entrega a la ganadora, Ángela Otero, se realizó en el centro en el que realiza sus estudios, el *IES Aguadulce*.

El acto, que contó con la presencia de los compañeros de la premiada y sus profesores, concluyó con una charla divulgativa impartida por dos de los editores del Boletín, Juan José Moreno y Fernando Reche.

I Jornada de Puertas Abiertas del Departamento de Matemáticas

El pasado 29 de noviembre tuvo lugar la *I Jornada de puertas abiertas del Departamento de Matemáticas* de la *Universidad de Almería*.

Miembros del departamento presentaron diferentes actividades relacionadas con la docencia, investigación, transferencia y divulgación de las matemáticas. También se expusieron las opciones de postgrado, la historia de los estudios de Matemáticas en Almería y la experiencia de un estudiante del Grado en Matemáticas en la elaboración del TFG.

Además, se repartieron los premios asociados al plan de mejora del Departamento en sus diferentes modalidades: calidad de la investigación, sexenios de investigación, pósteres docentes y pósteres de investigación.

Actividades de la SAEM Thales

Algunas de las actividades que organiza esta sociedad en la provincia de Almería son:

- *XIII Concurso de Dibujo Matemático*: recepción de dibujos hasta el 3 de abril.
- *XIII Concurso de Fotografía Matemática*: entrega de trabajos hasta el 17 de abril.

ISSN 1988-5318

- *XXXVI Olimpiada Matemática* para 2.º de ESO. La fase provincial se celebrará el sábado 14 de marzo. en el *IES Mediterráneo* de Garrucha. El plazo de inscripción es del 1 al 29 de febrero.

- Los socios de *SAEM Thales* en Almería celebraron una cena el pasado 25 de enero que contó con la asistencia de la divulgadora científica Marta Macho de la *Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea*.

- *VIII Encuentro sobre Geogebra*, que tendrá lugar en el CEP de Almería los días 21 y 22 de marzo.

- *I Matemáticas en la calle*, que se celebrará en el Museo de Almería el 18 de abril.

Más información en *thales.cica.es/almeria*.

Noticias matemáticas

Viernes científicos

El divulgador Fernando Blasco impartió el pasado 20 de diciembre la conferencia *La magia de la tabla periódica*.

El público asistente pudo disfrutar y participar en un show de magia en la que la razón siempre es científica, combinando varios juegos matemáticos y experimentos químicos.

Un momento de la actividad

En los diferentes juegos se repasaron diversos aspectos de la Tabla Periódica de los Elementos Químicos, desde su descubrimiento hasta los elementos añadidos más recientemente, tratando sus nombres, sus símbolos atómicos y la relación entre nombres y números.

Durante el espectáculo se realizaron pequeños experimentos químicos y al final, los asistentes se convirtieron en magos por unos minutos. De hecho, se llevaron algún secreto a casa.

Con este acto la *Facultad de Ciencias Experimentales* culmina las celebraciones del que ha sido el *Año Internacional de la Tabla Periódica de los Elementos Químicos*.

Día Internacional de las Matemáticas

La UNESCO ha aprobado la proclamación del 14 de marzo como *Día Internacional de las Matemáticas*. Este año tiene el lema «Las matemáticas están en todas partes».

La *Fundación Descubre* y la *OTRI* de la *Universidad de Almería* se unen a esta iniciativa y participarán en este evento con actividades en las que intervendrán investigadores de esta universidad.

Se imprartirán tres charlas en diferentes institutos y se hará un show matemático el día 13 de marzo a las 18:30 en *La casa de las Mariposas* sita en la Puerta de Purchena de nuestra capital. ¡Os esperamos!

Impacto socioeconómico de las matemáticas

El pasado 8 de enero tuvo lugar en Barcelona la presentación del *Estudio sobre el impacto socioeconómico de las matemáticas*, elaborado por la Red Estratégica de Matemáticas (REM). Este evento estuvo organizado por el *Centre de Recerca Matemàtica* (CRM).

Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia

El día 11 de febrero se celebrará el *Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia*. Por este motivo, el *Vicerrectorado de Estudiantes, Igualdad e Inclusión* está organizando visitas de científicas e investigadoras a centros de secundaria, para impartir charlas, realizar talleres y contar su experiencia de vida, con el fin de ayudar a visibilizar el trabajo de las científicas, a crear roles femeninos en los ámbitos de la ciencia, la ingeniería y la investigación, y promover prácticas que favorezcan la igualdad de género en el ámbito científico.

Premios de investigación Vicent Caselles

Los *Premios Vicent Caselles* de la *Real Sociedad Matemática Española* y la *Fundación BBVA* son otorgados desde 2015 y reconocen la creatividad, la originalidad y el logro en el campo de las matemáticas de jóvenes investigadores menores de 30 años.

Los ganadores de 2019 han sido Daniel Álvarez Gavela (Universidad Autónoma de Madrid), María Ángeles García-Ferrero (Universidad de Valladolid), Xabier García Martínez (Universidad de Santiago de Compostela), Umberto Martínez Peñas (Universidad de Valladolid), Carlos Mudarra Díaz-Malaguilla (Universidad Complutense de

ISSN 1988-5318

Madrid) y Marithania Silvero Casanova (Universidad de Sevilla). Entre paréntesis aparece la universidad en la que se graduaron.

Greenlight For Girls (g4g)

El pasado 14 de diciembre tuvo lugar el evento *Greenlight for Girls* en la Universidad de Almería y en otras universidades andaluzas.

Chicas adolescentes de entre 11 y 15 años participaron en los diferentes talleres con los que se pretendió promover su formación en estudios y carreras STEM (siglas en inglés de Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas).

«No os levantéis barreras ni permitáis que nadie os limite porque podéis llegar adonde queráis» acentúa Pastora Valero, Vicepresidenta de Relaciones Institucionales y Políticas Públicas para Europa, Medio Oriente, África y Rusia de la empresa tecnológica Cisco, organizadora de este evento.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Delaram Kahrobaie, de la Universidad de York (Reino Unido); Helbert Javier Venegas Ramirez, de la Universidad Nacional de Colombia y Driss Bennis, de la Universidad Mohammed V (Marruecos).

Preguntas frecuentes

Si participo en algún curso o taller cultural, ¿podría obtener algún reconocimiento de créditos?

Si te matriculas, asistes y/o aprovechas el curso, agrupación, etc. se obtiene un diploma acreditativo que certifica el número de horas y reconocimiento de créditos (1 crédito por cada 25 horas).

¿Cuál es la oferta cultural que puedo encontrar en la Universidad de Almería?

El *Secretariado de Gestión y Promoción de la Extensión Universitaria* del *Vicerrectorado de Comunicación y Extensión Universitaria* diseña la oferta cultural de la UAL, que está compuesta por actividades variadas de periodicidad cuatrimestral, en función de las demandas que plantea la comunidad universitaria.

Actividades como conciertos, exposiciones, charlas, cursos y talleres se desarrollan en torno a ocho aulas culturales: Aula de Música, Aula de Artes Escénicas, Aula de Cine, Aula de Artes Plásticas, Aula de Letras, Aula de Fotografía, Aula de Radio y Aula de Astronomía. En la página web de este secretariado se puede encontrar una agenda que indica las distintas actividades que se ofertan cada día.

Dentro de los *Proyectos Culturales* se encuentra la *Radio de la UAL* que es una plataforma de divulgación de las inquietudes sociales y culturales de los miembros de la comunidad universitaria. Así como el *Club de Lectura* en el cual lectores universitarios promueven encuentros en torno a una lectura, a veces acompañados por los escritores.

Otras agrupaciones culturales en las que los miembros de la comunidad universitaria pueden inscribirse son la Coral Universitaria, la Orquesta de la UAL, la Big Band, el Grupo de Teatro o la Tuna Femenina. También es posible formar parte de estas agrupaciones sin ser miembro de la UAL.

¿Qué actividades organiza el Aula de Astronomía?

De octubre a enero ha tenido lugar una actividad gratuita llamada *Tertulias Astronómicas*. Se trata de un ciclo de tertulias mensuales sobre la actualidad astronómica, liderado por Jorge Iglesias del *Consejo Superior de Investigaciones Científicas* (CSIC).

Además, del 7 de noviembre al 7 de febrero en el Aulario IV podemos encontrar una exposición sobre el *III Concurso Internacional de Astrofotografía*. Por otra parte, se han llevado a cabo subidas al *Observatorio de Calar Alto*.

¿Qué organiza el Aula de Cine?

El 18 de octubre comenzó un curso titulado *El cine documental*, los viernes por la tarde. El precio de esta actividad era de 10 € para la comunidad universitaria y 30 € para el resto. Además, prácticamente todas las semanas se proyectan películas en el Teatro Apolo, por lo general con un precio de 3 € para los estudiantes universitarios y 4 € para el resto. En la *página web* del Aula se pueden encontrar las fechas y horarios de las sesiones de las películas que el Cine Club tiene previsto proyectar los próximos meses.

ISSN 1988-5318

EXPERIENCIA DOCENTE

Concurso de prosa y poesía ilustrada de números

Aurora Sánchez Gordo
IES Alto Almanzora (Tíjola, Almería)

Desde que comenzamos a cursar la asignatura de Matemáticas en Primaria nos encontramos con unos símbolos que nos acompañan a lo largo de todo nuestro aprendizaje científico.

Estos símbolos son la representación, gracias a un proceso de abstracción, de cantidades, magnitudes o simplemente la representación de una posición concreta dentro de la recta real.

A lo largo del sistema educativo estudiamos los diferentes conjuntos numéricos según las necesidades académicas de cada nivel que, dependiendo de estos, profundizaremos más o menos y exigiremos mayores habilidades y destrezas manipulándolos.

Es evidente que no todo nuestro alumnado tiene la misma capacidad de abstracción dentro de un nivel al mismo tiempo y hay estudiantes que lo interiorizan mejor y otros peor, lo que marca un ritmo diferente de aprendizaje.

Con esta actividad podremos incluir a todo el alumnado, aunque no hayan adquirido aún la rigurosidad y la precisión que caracteriza la manipulación de estos conjuntos numéricos.

Por poco que se sepa, todos los estudiantes que tenemos en clase dominan los diferentes tipos de números a nivel teórico, pues saben lo que son y para qué sirven y queremos explorar el conocimiento que han adquirido y que tienen guardado en un sitio muy profundo de su cerebro, queremos que hagan una introspección de sus competencias matemáticas y que las verbalicen para que ese aprendizaje sea significativo y duradero.

La actividad se hizo para todos los cursos del instituto y se tituló *Concurso de poesía y prosa matemática*. Consistió en la realización de una poesía o un escrito en prosa de diferentes conjuntos numéricos ilustrándolos debidamente. Para que el alumnado no se enfrentase a un sinfín de posibilidades decidimos asignar los contenidos de la siguiente forma:

- 1.º de ESO: Números naturales.
- 2.º de ESO: Números enteros.
- 3.º de ESO: Números racionales.
- 4.º de ESO: Números irracionales.
- 1.º de Bachillerato: números irracionales o complejos.
- 2.º de Bachillerato: números irracionales o complejos.

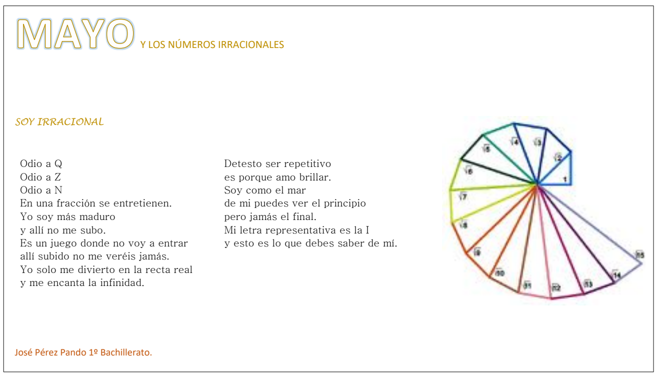
Como en todo concurso deben existir unas bases, que en este caso fueron:

1. Cada nivel debe ceñirse a la temática propuesta.
2. Cada escrito debe ir acompañado de una ilustración que lo represente.
3. Los escritos entregados, así como las ilustraciones deben ser originales, de lo contrario serán descalificados.
4. Un plazo de entrega.
5. Por cada nivel habrá 3 ganadores que serán informados después de la deliberación del jurado.
6. El escrito no puede exceder de una cara.

Una vez realizada la actividad, con un poco de escepticismo, nuestro alumnado nos sorprendió una vez más. Participó un amplio espectro de escolares, aquellos de los que esperas un gran trabajo y también algunos estudiantes que a pesar de tener la asignatura suspensa año tras año consiguieron resarcirse y utilizar su conocimiento matemático para algo más amable que las operaciones combinadas o las propiedades de los logaritmos; por fin pudieron verbalizar su conocimiento sin estar encorsetados a unas reglas precisas.

Además, como el instituto colabora con la asociación benéfica ACOES, todo el aluvión de poesías y prosas pudimos utilizarlas, con consentimiento expreso de nuestros estudiantes, para maquetar una vez más nuestro famoso calendario matemático anual.

Aquí podemos ver un ejemplo de las creaciones de los estudiantes del *IES Alto Almanzora*:



La valoración de la actividad fue muy positiva, pues el conocimiento también consiste en abstraer conceptos para expresarlos con palabras que emanan directamente de la mente, ya que hay que tener concisión, claridad y precisión como cualidades de estilo ¿estas no son precisamente las características del lenguaje matemático? ■

 ISSN 1988-5318

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Secondary students appreciating the importance of water through Maths

Andrés Iribarren Marín
Carlos Juárez Granados
Ana María Sánchez González
IES El Palmeral (Vera, Almería)

IES El Palmeral, from Vera (Almería) is involved in a two-year Erasmus+ Project entitled *Water, a Combining Element*, together with four other European schools from Westerstede (Germany), Kalajoki (Finland), Napoli (Italy) and Heraklio (Greece). The topic of water, which is the basis of life, is probably one of the strongest connecting elements amongst people, and that's why it is particularly suitable for a European Project in which students learn with and from each other.

Our main goal is to increase our students' ability of critical thinking in dealing with our natural resource, and by exploring our European heritage, we hope that the activities planned will lead to a greater understanding of systemic connections.

We are dealing with five different fields of study, which correspond to five different Modules or Didactic Units: *Art and History*, *Tourism and Sport*, *Environment and Climate Change*, *Water Management and Ports*. Each school is responsible for designing the activities included in each Module.

Our school designed the activities for Module 3 (*Environment and Climate Change*), which is an interdisciplinary didactic unit that includes tasks to be carried out by students in subjects such as English, philosophy, biology, social science, technology and maths.

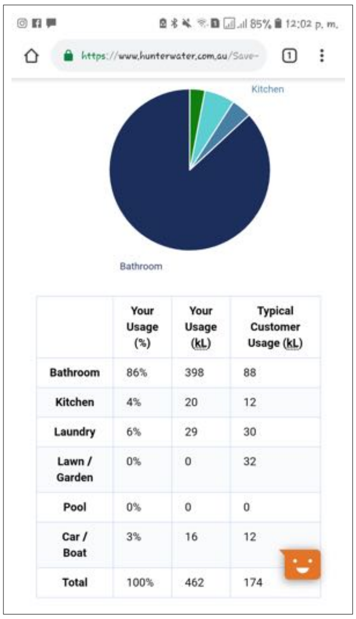
Task number 5, *Measuring and saving water*, was worked on with students from 3rd ESO (aged 14 and 15) in the subject mathematics oriented for academic studies:

- Measure the amount of water you use at home with the "calculator" you will find in this link: *www.hunterwater.com.au/Save-Water/Water-Usage-Calculator.aspx*.

With the help of our Language assistant, the students from 3rd ESO-A spent two sessions using this application on their mobile phones, and commenting their results among them.

- Save your results and email them to your teacher.

Their final results are displayed in a table with six different categories as well as its corresponding pie-chart:



	Your Usage (%)	Your Usage (kL)	Typical Customer Usage (kL)
Bathroom	86%	398	88
Kitchen	4%	20	12
Laundry	6%	29	30
Lawn / Garden	0%	0	32
Pool	0%	0	0
Car / Boat	3%	16	12
Total	100%	462	174

18 students sent us their results, and then we sent them back to a couple of them who decided to elaborate a summary of the data in this table:

	Bathroom (%)	Kitchen (%)	Laundry (%)	Lawn/Garden (%)	Pool (%)	Car/Boat (%)	Total (kL) per year
Kevin	58	12	2	22	6	0	276
Inna	81	9	5	2	0	3	306
Víctor	86	1	3	4	2	4	438
Maya	76	2	0	22	0	0	347
Yamil	88	3	3	0	0	6	279
Rosi	73	4	19	0	0	4	208
Laura	78	1	9	0	4	8	402
Bea	62	6	8	1	19	4	364
Álvaro	63	12	11	9	0	5	302
Patricia	88	2	7	3	0	0	189
Agus	59	6	14	4	0	17	359
Alex	85	1	6	5	0	3	869
Sebas	93	1	4	1	0	1	1141
Juanjo	90	2	4	0	0	4	441
Esperanza	89	2	1	1	0	7	906
Jonás	91	0	4	0	0	5	646
Pablo	78	12	10	0	0	0	147
Alexander	87	4	6	0	0	3	462

Besides that, they indicated the most relevant results they found:

- Minority use: Pool (1,82 %)
- Majority use: Bathroom (83,82 %)
- Family with greatest use: Sebastián (1141 kL)

Once reached this point, some of the students' results must be clarified or even questioned in a certain way. Although the website provides an average consumption figure of 174, these results do not correspond to the reality of our country and our region, where climatic, culture and hygienical factors have traditionally led our people to perform personal grooming more frequently than in other countries, thus causing more water consumption. Therefore it is assumed an average consumption of between 250 and 350 litres per inhabitant per day in our area. This would mean an average annual consumption of more than 500 kL per year, considering 4 inhabitants per home. Consequently, the final figures of 869, 906 or 1141 of some students may be derived from misunderstandings in some of the questions, which have caused these anomalous results.

- Interpreting a water bill:

  The students had to work in pairs or groups of three. They were given one water bill from CODEUR (The water company that provides the service in Vera, where most of students come from) and other from GALASA (the company that supplies in Garrucha, Cuevas del Almanzora, Los Gallardos and Mojácar, where some of the students live).

  They had to find and write down similarities and differences between them. This is what they found:

SIMILARITIES	DIFFERENCES
Both companies: • Consider the water consumption in a month as a variable. • Invoice for periods of two months. • Have three different concepts to be invoiced: abastecimiento (drinkable water), saneamiento (sewerage) and depuración (treatment - purifying system). • They include some fixed concepts to be invoiced no matter there was a water consumption or not: Cuota fija (fixed fee) and Canon autonómico (regional fee). • They have a step system or billing block system in the Canon Autonómico. According to it, you don´t have to pay anything for the first 4 m^3. Besides that, it turns out that both bills had exactly the same water consumption, 11 m^3.	• The fixed water supply fee is 4,89 €/month in GALASA and 4,36 €/month in CODEUR. • The fixed water supply fee is 0,7409 €/m^3 in GALASA and 0,5684 €/m^3 in CODEUR. • The fixed sewerage service fee is 1,05 €/month in GALASA and 1,065 €/month in CODEUR. • CODEUR considers a variable term to be billed in the sewerage water, 0,243 €/m^3 , whereas GALASA does not consider it. • According to treatment or purifying water, when exceeding 4 m^3 the established fee is 0,10 €/m^3 in GALASA and 0,08 €/m^3 in CODEUR. Even though the water consumption was the same, 11 m^3, the final amount to pay was 24,95 € in CODEUR and 29,80 € in GALASA.

Later, as we were dealing with the *Unit Polynomials* in class, students were asked to identify the variable in a formula that can be established to calculate how much a family must pay in each of those bills. Once done that, they had to write down the formula or algebraic expression that allows us to work out how much we have to pay according to the water consumption made.

Considering a two-month billing period, the results were:

CODEUR:

Variable: x = Consumo a facturar m^3 (Consumption to be invoiced, in cubic meters)

Algebraic expression:

$$C(x) = [2 \cdot 4{,}36 + 0{,}5684x + 2 \cdot 1{,}065 + 0{,}032x + 0{,}243x + 2 + 0{,}08(x-4)] \cdot 1{,}1.$$

Result expressed in euros (€)

GALASA:

Variable: x = Consumo fact. Real m^3 (Actual consumption for billing, in cubic meters)

Algebraic expression:

$$C(x) = [2 \cdot 4{,}89 + 0{,}7409x + 2 \cdot 1{,}05 + 2 \cdot 0{,}71 + 0{,}2673x + 2 + 0{,}1(x-4)] \cdot 1{,}1.$$

Result expressed in euros (€).

FINAL COMMENTS

The students were highly motivated and involved in these activities. They were surprised not only for the different uses domestic water has nowadays, but also the necessary treatments and processes involved to supply drinkable water to our homes, and to carry, filter and purify it once used, and how water companies have to bill for those services.

Most of them expressed that this was the first time ever that they analyzed a bill, and it was very interesting as they now appreciate the value of water besides its cost. ■

ISSN 1988-5318

Concurso de problemas

Problema propuesto

A Ana y Blas les gusta comer chocolate juntos. La tableta que se van a comer tiene unas dimensiones de 15×10 cm. Para comerse la tableta usan el siguiente procedimiento: parten la tableta en 6 trozos iguales, de los cuales, Ana coge 2 y Blas 1. En la siguiente ronda, dividen cada uno de los 3 trozos restantes en dos partes iguales, con lo que vuelven a tener 6 trozos iguales. En esta ocasión se intercambian los papeles y ahora Blas coge 2 y Ana solo 1. En la tercera ronda, siguen el mismo procedimiento intercambiándose de nuevo los papeles, con lo que Ana coge 2 trozos y Blas solamente 1.

Si siguieran este procedimiento indefinidamente, ¿qué proporción y qué superficie de la tableta de chocolate se comería cada uno?

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un estupendo ***reloj inteligente (smartwatch)*** y un regalo relacionado con las matemáticas.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico `bmatema@ual.es` ***antes del 15 de abril***.

Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

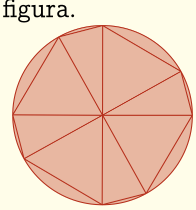
Pablo Cervilla

En esta edición el jurado ha decidido otorgar el premio a la solución enviada por Pablo Cervilla Nuño, estudiante de 4.º de ESO del *IES Aguadulce* (Aguadulce, Almería).

Nuestra más sincera enhorabuena al ganador.

Problema propuesto en el número anterior

Dos amigas se compran una pizza para cenar. Como no le gustan los filos se los cortan quedando un octógono con 4 lados de 20 cm y otros 4 de 10 cm, como muestra la figura.



Los ingredientes están uniformemente repartidos, por lo que las 8 cuñas resultantes tienen el mismo sabor, aunque su tamaño sea diferente. Cada chica se come 4 trozos.

a) ¿Qué área ocupa la pizza que se comen?

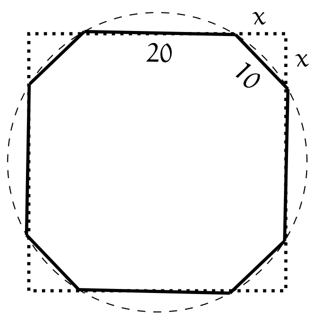
b) ¿Qué superficie desperdician?

c) ¿Qué diámetro tiene la pizza?

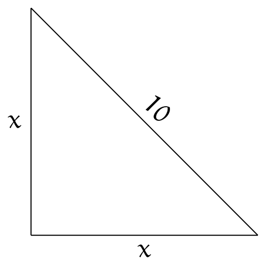
d) ¿De cuántas formas pueden repartirse las cuñas? En cada caso, ¿qué proporción se come cada una?

Solución del problema propuesto:

Para responder a la primera cuestión, consideremos la pizza colocada de esta manera.



En esta posición podemos considerar el triángulo rectángulo isósceles de hipotenusa 10 cm y de catetos x cm, es decir,



Por lo tanto, aplicando el *teoremas de Pitágoras*, tenemos que,

$$10^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 100 = 2x^2 \Rightarrow x = \sqrt{50} \text{ cm}.$$

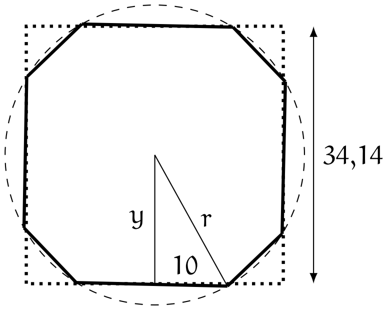
Sabiendo el valor de x, tenemos que:

- Área del triángulo: $\frac{(\sqrt{50})^2}{2} = 25 \text{ cm}^2$.

ISSN 1988-5318

- Área del cuadrado: $(20 + 2 \cdot \sqrt{50})^2 \approx 1165{,}69$ cm^2.
- Área de la pizza comida = Área del cuadrado - 4Área del triángulo: $1165{,}69 - 4 \cdot 25 = 1065{,}69$ cm^2.

Para contestar la segunda cuestión consideremos la siguiente figura:



Como podemos observar $y \approx \frac{34{,}14}{2} \approx 17{,}07$ cm.

Considerando el triángulo rectángulo de la figura y aplicando otra vez el *teorema de Pitágoras* podemos calcular cuál es el radio de la pizza:

$$r^2 = 17{,}07^2 + 10^2 \Rightarrow r = \sqrt{291{,}38 + 100} \Rightarrow r \approx 19{,}78 \text{ cm}$$

Así pues:

- Área de la pizza completa: $\pi r^2 \approx \pi \cdot 19{,}78^2 \approx 1229{,}14$ cm^2.
- Área de los bordes sobrantes= Área del pizza completa - Área de la pizza comida: $1229{,}14 - 1065{,}69 = 163{,}45$ cm^2.

Aprovechando los cálculos anteriores, podemos calcular fácilmente el diámetro de la pizza duplicando el valor del radio, es decir $D = 2r \approx 39{,}56$ cm.

Con respecto a la última cuestión, podemos calcular la proporción de pizza que corresponde a cada tipo de trozo:

- Área de cada cuña grande:

$$\frac{20 \cdot 17{,}07}{2} = 170{,}7 \text{ cm}.$$

- Proporción de una cuña grande respecto a la pizza comida:

$$\frac{170{,}7}{1065{,}69} = 0{,}1602 = 16{,}02\,\%.$$

- Proporción correspondiente a los cuatro trozos grandes:

$$4 \cdot 0{,}1602 = 0{,}6408.$$

- Proporción de cada cuña pequeña:

$$\frac{1 - 0{,}6408}{4} = 0{,}0898 = 8{,}98\,\%.$$

Hay 5 formas de repartir la pizza según los trozos grandes (G) o pequeños (P) que se coma cada amiga. Considerando los porcentajes calculados anteriormente, tenemos que:

Amiga 1	(%)	Amiga 2	(%)
0 G y 4 P	35,92	4 G y 0 P	64,08
1 G y 3 P	42,96	3 G y 1 P	57,04
2 G y 2 P	50	2 G y 4 P	50
3 G y 1 P	57,04	1 G y 3 P	42,96
4 G y 0 P	64,08	0 G y 4 P	35,92

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

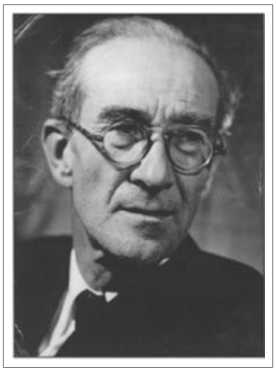
Francisco Vera Fernández de Córdoba

Breve semblanza de un matemático casi desconocido

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Podemos considerar que la «edad moderna» de la matemática española comienza a mediados del siglo XIX donde personajes como José Echegaray, Zoel García de Galdeano o Eduardo Torroja —entre otros— desempeñan un papel destacado. A estos pioneros siguieron otros que contribuyeron a la consolidación de esta tarea. Quizás el más sobresaliente de estos *«continuadores»* fue Julio Rey Pastor, al que muchos consideran como el verdadero impulsor de la matemática en España.

Sin embargo, otros nombres menos conocidos también tuvieron un destacado papel que, probablemente, no ha sido tan visibilizado. Entre ellos me gustaría reconocer la figura de un personaje enciclopédico —en el más amplio sentido de la palabra—: Francisco Vera Fernández de Córdoba.



Francisco Vera

Este extremeño, nacido en Alconchel en 1888, fue matemático, periodista, historiador de la ciencia y filósofo. De convicciones profundamente republicanas y liberales, participó en la construcción de los códigos criptográficos de la República durante la Guerra Civil.

Vera era ateo, masón y seguidor de la Teosofía [1], corriente de pensamiento cuyo mayor difusor en España fue *Mario Roso de Luna*, con el que Vera tuvo una estrecha amistad,

[1] Corriente de pensamiento difundida por Helena Petrovna Blavansky que pretende alcanzar el conocimiento de Dios a través del autodesarrollo espiritual, la intuición directa o las relaciones individuales especiales.

 ISSN 1988-5318

sobre todo durante el periodo que pasó en París.

Francisco Vera obtuvo por oposición una plaza en el Tribunal de Cuentas y escribió regularmente en el periódico *El liberal*. Como curiosidad, fue el encargado de seguir para este medio la visita que Albert Einstein realizó a España en 1923, en la que pasó por Barcelona, Zaragoza y Madrid. En estos artículos, Vera demuestra su vasta cultura y su excelente formación como matemático.

El rey Alfonso XIII y Albert Einstein (Fuente: colección ABC)

Asiduo ateneísta —fue secretario del Ateneo de Madrid— y a tertulias en las que coincidió con la intelectualidad de la época, su obra escrita consta de más de 50 contribuciones que abarca desde novelas, como *El hombre bicuadrado*, textos puramente matemáticos y, sobre todo, obras sobre la historia de la ciencia.

En su faceta como historiador de la ciencia voy a mencionar someramente tres de sus obras: *Historia de la matemática en España*, la *Historia de la Ciencia* y *Los historiadores de la matemática española*.

Su *Historia de la matemática en España* fue un proyecto que, inicialmente, iba a constar de siete volúmenes, pero que quedó inconcluso publicándose solamente cuatro: *Tiempos primitivos hasta el siglo* XIII (1929); *Los precursores del renacimiento, siglos* XIII, XIV *y* XV (1931); *Árabes y judíos. Primera parte, siglos* VIII–XI (1933) y *Árabes y judíos. Segunda parte, siglos* XII–XVI (1933). Quedaron sin poder realizarse los volúmenes dedicados al *Renacimiento (siglo* XVI*)*, *La decadencia (siglos* XVII *y* XVIII*)*, la *Época moderna (siglo* XIX*)* y *Los contemporáneos (siglo* XX*)*.

En esta obra hace una revisión muy pormenorizada, basándose en fuentes originales, de la matemática en nuestro país. Vera quiso elaborar esta obra motivado por lo que se conoce como *«La polémica sobre la Ciencia Española»*, sobre todo por la posición pública expresada por José Echegaray en su discurso con motivo de su ingreso en la *Real Academia de Ciencias Exactas* (1886) titulado *Historia de las matemáticas puras en nuestra España* y por Julio Rey Pastor en el discurso de apertura del curso académico 1913–1914 en la *Universidad de Oviedo* titulado *Los matemáticos españoles del siglo* XVI.

En ambos discursos se establecía la hipótesis de que nuestro país, que ha dado tantos nombres ilustres en los campos de la literatura y las artes, no ha tenido prácticamente relevancia a nivel científico y, particularmente, en el conocimiento matemático.

Vera, profundamente en desacuerdo con esta tesis, intenta en su *Historia de la matemática en España* rebatir estos argumentos con un estudio profundo que, por desgracia, quedó inacabado.

Además, en un curso que impartió en el Ateneo de Madrid y que, posteriormente fue publicado en 1935 en la obra *Los historiadores de la Matemática Española* hace una revisión de los discursos de ambos autores desvelando omisiones e inexactitudes en algunas de sus afirmaciones.

Algunos documentos del archivo de Francisco Vera (Fuente: Biblioteca de Extremadura)

La otra obra a la que me quiero referir es *Historia de la Ciencia*, publicada en 1937 en plena Guerra Civil.

Vera comienza el prólogo con la siguiente frase:

> *«El hecho de faltar en la bibliografía española una Historia de la Ciencia como obra de conjunto, movió a la Editorial Iberia, de Barcelona, a invitarme a escribirla.»*

La obra empezó a tirarse en 1933 pero se dilató en el tiempo dada la envergadura del proyecto (consta de 648 páginas) y cuando *«en julio de* 1936 *estalló la rebelión militar estaba tirada toda ella, a excepción de los dos últimos pliegos [. . .] y el índice alfabético, en cuya preparación me sorprendió el movimiento subversivo, así como la búsqueda de ilustraciones, la mayor parte de las cuales han quedado separadas en le gabinete de Estampas de la Biblioteca Nacional de Madrid, cerrada actualmente»*, afirma Vera en el prólogo.

Este es el motivo por el que esta obra no posee ilustración alguna, hecho que subsanó Francisco Vera en su obra *Historia de la cultura científica* que publicó en su exilio en Argentina y que puede considerarse una «puesta al día» de la publicada en 1937. Esta obra se publicó en cinco volúmenes y también quedó inconclusa debido a su fallecimiento en 1967.

Debido a sus convicciones políticas y a su adscripción a la masonería, Francisco Vera junto con su familia tuvo que exiliarse al acabar la Guerra Civil. Finalmente, después de un penoso periplo, terminó estableciéndose definitivamente en Buenos Aires en 1944 donde impartió clases en su universidad. Hay que resaltar que Vera recibió el apoyo de Julio Rey Pastor —que, aun siendo catedrático en España, pasó gran parte de su vida académica en Argentina—, al que había criticado en sus obras pero con el que mantuvo una relación cordial.

Francisco Vera falleció en Buenos Aires el 31 de julio de 1967 y se le enterró siguiendo el rito masón.

Referencias

[1] Pellecín Lancharro, M. (1988). *Francisco Vera Fernández de Córdoba. Matemático e historiador de la ciencia.* Departamento de publicaciones de la Excelentísima Diputación de Badajoz.

[2] Rey Pastor, J. (reed. 2014). *Los matemáticos españoles del siglo* XVI. KRK pensamiento.

[3] Vera, F. (1937). *Historia de la Ciencia.* Iberia, Joaquín Gil editor.

[4] Vera, F. (1935). *Los historiadores de la matemática española.* Victoriano Suárez editor.

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Las Matemáticas y la Genética Forense

Ángel Navarro Fernández
Biólogo y enfermero del Hospital La Inmaculada (Huércal-Overa)

Muchos de los delitos cometidos son resueltos por la policía científica en colaboración con laboratorios que trabajan en genética forense. Todas estas técnicas se han ido desarrollando gracias a la investigación básica sin saber a priori qué consecuencias podrían tener. El FBI fue el pionero en utilizar dichas técnicas para el esclarecimiento de delitos.

La genética forense es una disciplina que en su modelo teórico se apoya en distintas materias, las matemáticas es una de ellas.

Cadena de ADN

La información genética está almacenada en una macromolécula denominada ácido desoxirribonucleico (ADN). Dicha información es consecuencia de la secuencia de bases nitrogenadas que presenta el ADN.

La genética forense utiliza los denominados marcadores genéticos como base para la resolución de casos de tipo delictivo. Los microsatélites son los más utilizados tanto en Europa como en Estados Unidos. El FBI utiliza 13 de dichos marcadores, situados en cromosomas diferentes excepto dos que están en el mismo cromosoma.

Un microsatélite se define como secuencias de nucleótidos cortas repetidas en tándem (STR: short tandem repeat). Por ejemplo uno de ellos se denomina D3S1358, situado en el brazo corto del cromosoma 3 (3p21.31).

En este artículo vamos a crear un ejemplo ficticio para entender los microsatélites. Supongamos que al secuenciar el genoma humano hemos visto que hay una cierta secuencia corta que se repite en tándem (la secuencia la marca la disposición lineal de bases nitrogenadas y en tándem significa que dicha secuencia se repite una a continuación de otra). Vamos a verlo con un ejemplo: Supongamos que encontramos un marcador genético y le llamamos API.

El marcador genético API tiene la siguiente secuencia desde su extremo $5'$ al extremo $3'$:

$$5' - (actg)n - 3',$$

donde a es la adenina, c citosina, t timina y g guanina y siendo n el número de veces que se repite $-actg-$. Por ejemplo, con $n = 4$

$$\boldsymbol{-actgactgactgactg-}$$

Utilizando técnicas como PCR (reacción en cadena de la polimerasa) y separación de ADN en cromatografia podemos detectar el genotipo de cada individuo (alelos que porta un determinado individuo).

Haciendo un estudio en nuestra población encontramos que n varía entre 10 y 19. A cada variante en cuanto al número de veces que se repite -actg- le llamamos alelo de dicho marcador. Los buenos marcadores genéticos deben ser muy polimorfos en la población, es decir, el número de alelos tiene que ser alto. En nuestro ejemplo el número de alelos considerados es 10. Por otra parte, para que un marcador se considere polimorfo el número de variantes de dicho marcador en la población debe ser mayor del 1 %.

Los microsatélites tienen una herencia codominante. La mayoría de las células humanas son diplóides, pues hemos heredado un cromosoma materno y otro paterno por lo tanto, los individuos pueden ser homocigotos si ambos alelos, paterno y materno, tienen el mismo número de repeticiones o bien heterocigotos si el alelo materno difiere en el número de repeticiones con respecto al alelo paterno. Por la técnica de PCR y la cronomatografía podemos detectar a los individuos heterocigotos y homocigotos (según el número de repeticiones de cada alelo).

Genéricamente si tengo k alelos en la población podemos obtener el número de genotipos distintos pues los

ISSN 1988-5318

marcadores genéticos tienen una herencia codominante. De hecho, son combinaciones con repetición de 2 elementos tomados de un conjunto de k elementos, es decir, usando la conocida fórmula para las combinaciones con repetición

$$CR_{m,n} = C_{m+n-1,n} = \binom{m+n-1}{n},$$

obtenemos,

$$\begin{aligned} \text{Número de genotipos} &= CR_{k,2} = C_{k+1,2} \\ &= \binom{k+1}{2} = \frac{(k+1)!}{2!(k-1)!} \\ &= \frac{(k+1)k}{2}. \end{aligned}$$

En nuestro ejemplo si $k = 10$, el número de genotipos es igual a 55, o sea, podemos tener 55 genotipos diferentes en la población.

En la Figura 1 podemos observar cómo identificamos individuos homocigotos y heterocigotos para un marcador genético desde un punto de vista práctico. El individuo 3 presenta dos picos. Cada pico es un alelo. Dos picos separados representan dos alelos diferentes del mismo marcador. Mediante comparación con un control podemos identificar los alelos.

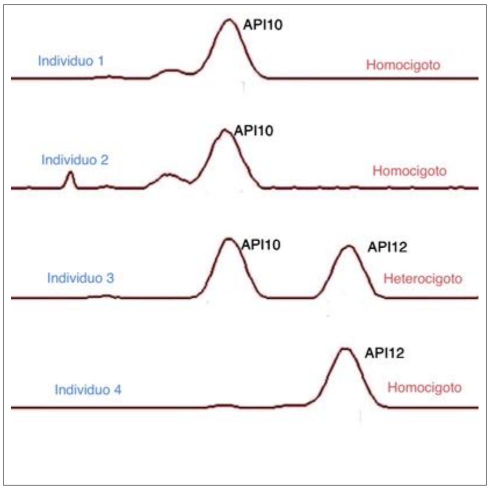


Figura 1

En definitiva nos interesa calcular la probabilidad de encontrar un determinado genotipo al seleccionar un individuo al azar de nuestra población. Al considerar este aspecto debemos previamente hacer un estudio de nuestra población, pues las frecuencias alélicas y por tanto las frecuencias genotípicas varían de una población a otra.

En el caso más sencillo, aunque no ocurre siempre, supongamos que nuestra población se encuentra en equilibrio Hardy-Weinberg (H-W) para todos los alelos de un cierto marcador. Entonces, sean P_k las frecuencias alélicas relativas de n alelos de un marcador con $k = 1, \dots, n$. De una forma sencilla, podemos observar que

$$(P_1 + \cdots + P_n)^2 = \sum_{i=1}^{n} P_i^2 + 2 \sum_{\substack{i \neq j \\ i<j}}^{n} P_i P_j = 1,$$

donde P_i^2 son las frecuencias genotípicas del genotipo $(P_i P_i)$ y $2P_iP_j$ las correspondientes al genotipo (P_iP_j).

Veámoslo con el ejemplo más sencillo posible. Para ello consideremos un marcador genético bialélico A cuyos alelos los denotamos por A_1 y A_2; y una muestra de la población de tamaño N, entonces tenemos

Genotipos	Nº de individuos	Frec. genotípica relativa
A_1A_1	n_1	n_1/N
A_1A_2	n_2	n_2/N
A_2A_2	n_3	n_3/N

donde $n_1 + n_2 + n_3 = N$.

Así, podemos obtener las frecuencias alélicas a partir de las frecuencias genotípicas, es decir,

$$p_1 = \text{frecuencia alélica } A_1 = \frac{2n_1 + n_2}{2N} = \frac{n_1}{N} + \frac{1}{2}\frac{n_2}{N},$$

$$p_2 = \text{frecuencia alélica } A_2 = \frac{n_3}{N} + \frac{1}{2}\frac{n_2}{N}.$$

Al considerar que los supuestos de la ley H-W se verifican, entonces las frecuencias alélicas y las genotípicas se mantienen constantes de generación en generación, esto es, denotando por p_i^* las frecuencias alélicas de la siguiente generación obtenemos

$$p_1^* := p_1^2 + p_1p_2 = p_1(p_1 + p_2) = p_1,$$
$$p_2^* := p_2^2 + p_1p_2 = p_2(p_1 + p_2) = p_2.$$

En realidad, lo que se hace es comparar las frecuencias genotípicas absolutas observadas de la muestra con las frecuencias absolutas esperadas a través de un test estadístico de χ^2. Si no hay diferencias significativas podemos asumir que la población está en equilibrio H-W.

Por ello podríamos calcular la probabilidad de encontrar un determinado genotipo en la población. Esta probabilidad varía dependiendo de la población bajo estudio ya que en otras poblaciones puede no verificarse la ley H-W.

Es importante señalar que para que la población alcance estado equilibrio H-W se deben dar una serie de premisas:

- Población infinita y apareamiento al azar (sucesos independientes).
- No hay flujo génico (no entran alelos ni salen de la población).
- No hay selección (no hay mayor eficacia biológica).
- No hay mutaciones (no aparecen o desaparecen nuevos alelos por mutación).

Finalmente, esperamos que esta muy breve introducción a la genética forense sirva para ilustrar la relevancia de las matemáticas en este campo.

Referencias

[1] Watson, J., Crick, F. (1953) Molecular Structure of Nucleic Acids: A Structure for Deoxyribose Nucleic Acid. *Nature* 171, 737–738.

■

ISSN 1988-5318

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Ana Justel

Una matemática en la Antártida

Nuria Pardo Vidal
IES Nicolás Salmerón y Alonso (Almería)

Hace años que adoro ese momento del domingo por la mañana cuando, a solas, con los periódicos y suplementos, saboreo café y ciencia entre artículos. Quiero pensar que no importa la ideología del periódico, porque la ciencia es ciencia y no entiende de colores políticos.

En uno de esos momentos apacibles me encontré hace años con el nombre de Ana Justel, era 2008, me llamó la atención un artículo titulado *Matemáticas y Naturaleza*, aquello parecía el presagio de un buen día. Hoy ya no me acuerdo si lo fue o no, pero sí recuerdo el entusiasmo con el que lo leí.

Ana Justel

Era la primera vez que escuchaba el nombre de esta científica y quedé ensimismada con algunas de sus palabras. Ana Justel comentaba el trabajo que venía realizando en la Antártida, *proyecto Limnopolar*. Confieso que acudí a buscar información sobre qué significaba aquella palabra (*que estudia los aspectos físicos y biológicos de los ecosistemas de agua dulce, especialmente los lagos*).

Quedé atrapada por aquel artículo, por su trabajo y también por la aventura que me llevaba inexorablemente a preguntarme qué demonios hace una matemática en la Antártida. Ana Justel hablaba de la dificultad y del reto que supone como matemática tratar de modelizar aspectos de la naturaleza que a veces son tan sencillos de ver, pero tan complejos de traducir a un lenguaje matemático.

Su trabajo consistía en buscar algo parecido a una «ecuación» que permitiera poner en marcha un sistema con el que pudiéramos predecir esos procesos naturales. El objetivo estaba claro, la conservación del planeta, trabajar para frenar o minimizar los efectos de un cambio climático que ya era desde hacía años una realidad a la que muchos seguían volviendo la espalda.

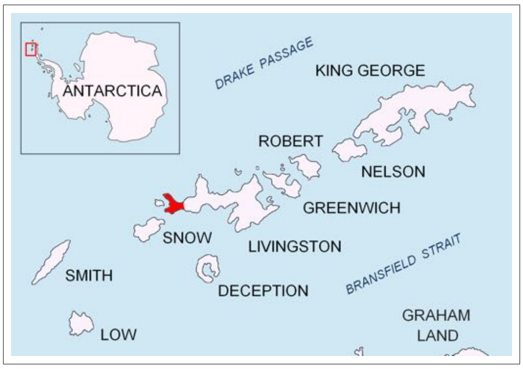
Encontré una entrevista en *Matematicalia*, con fecha del año anterior y en la que pude conocer algo más de esa científica desde una perspectiva más personal. Ana Justel, es licenciada en matemáticas por la *Universidad Complutense*, ha trabajado en el ámbito de la estadística computacional y tiene un doctorado en economía.

Me sorprendió este dato, sin embargo ella destaca con naturalidad la importancia del conocimiento de otras disciplinas como suplemento a la investigación, física, informática, economía, biología. La *importancia del conocimiento*, decía Ana Juste, y me quedé con eso y con el sabor amargo del café caliente. Me relamía.

Las que nos dedicamos a la educación sabemos la importancia de trasmitir la pasión por lo que enseñamos, no hay manera de comunicar sin pasión y eso es lo que rezumaban sus palabras. Os dejo un enlace de una entrevista que una niña de 10 años le hace para conmemorar el día de la mujer y la niña en la ciencia [2].

La clave de la participación en el *proyecto Limnopolar* es creer en la multidisciplinariedad, creer que un grupo de personas trabajando desde diferentes conocimientos pueden conseguir un lenguaje común de comunicación más allá del lenguaje algebraico, un lenguaje entre científicos, donde todos aporten sus ideas a las investigaciones, de ahí la importancia de conocer diferentes disciplinas para interactuar en un marco común.

Su proyecto trata de encontrar relación entre procesos biológicos y medio ambientales para poder construir indicadores para el estudio del cambio climático, investigando la sensibilidad de los ecosistemas acuáticos antárticos no marinos ante los efectos del cambio climático.



Localización de la península de Byers (Fuente: Wikipedia)

Trabajar en la Antártida, un lugar donde no hay prácticamente acceso por tierra, convierte a esta investigación en algo duro. Allí las condiciones de trabajo son muy duras, las temperaturas y la necesidad de conservar el espacio puro y salvaje sin dejar rastro de la presencia humana hacen que los meses que ha pasado en la Antártida sean especiales.

Ana Justel cuenta cómo al principio del proyecto no se barajaba la posibilidad de que ella viajara a la Antártida para trabajar sobre el terreno, sin embargo la apuesta por su inteligencia, su capacidad de trabajo, su currículo y alguna casualidad del destino, la llevaron a la península de Byers, en el extremo más occidental del continente helado.

Ella misma diría años después que fue fundamental su trabajo en la zona para entender, analizar y aportar de una forma integral sus ideas al trabajo que allí se realizaba. Esta es la razón por la que Ana se ganó el título

[2] *www.youtube.com/watch?v=0uGzHdotOyQ*.

ISSN 1988-5318

cariñoso de Lady Byers, esta y, por supuesto, la circunstancia de que nunca antes ninguna mujer había viajado hasta ese lugar. Ha publicado en cientos de revistas de prestigio internacional.

Su trabajo, su tesón y su indudable inteligencia le han llevado a publicar en las revistas más importantes a nivel europeo, en EE. UU. y Sudamérica, directora de la Oficina de Análisis y Prospectiva de la Universidad Autónoma de Madrid, Vicepresidenta del Comité Científico del Observatorio de la Sostenibilidad en España, Editora Asociada de la revista científica TEST, editada por la Sociedad Española de Estadística e Investigación Operativa, ha obtenido la Marie Curie Fellow, nivel 30 (postdoctoral), beca concedida por la Comisión Europea dentro del programa *Training and Mobility of Researchers Programme*, entre otras cosas...

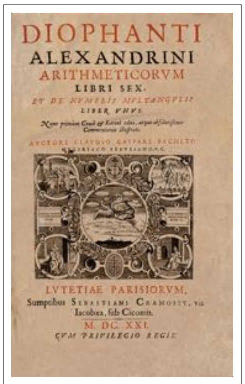
En diciembre de 2019 Ana Justel obtiene, como no podía ser de otra manera, el *premio Margarita Salas* a la mejor trayectoria científica que ofrece *Talent Woman*, evento que impulsa el talento femenino en las disciplinas STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics). ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Ecuaciones diofánticas

Juan Luis Varona Malumbres
Universidad de La Rioja

Normalmente, cuando hablamos de ecuaciones nos referimos a cosas como $3x+7=15$, cuya solución es $x=8/3$, o $x^2-2=0$, cuya solución es $x=\pm\sqrt{2}$. Pero aquí vamos a hablar de otro tipo de ecuaciones, llamadas ecuaciones diofánticas, en las que sólo buscamos soluciones que sean números enteros.



Portada de una edición de la Arithmetica

El nombre de ecuaciones diofánticas alude al matemático Diofanto de Alejandría que, en el siglo III, se dedicó a estudiar tales ecuaciones; en realidad, su obra (la *Arithmetica*, un tratado de trece libros del que sólo nos han llegado los seis primeros) no es de carácter teórico, sino una colección de problemas para los que Diofanto buscaba soluciones enteras o racionales. En la actualidad, lo habitual es asociar el adjetivo «diofántico» a las ecuaciones para las que se buscan soluciones enteras, y así lo haremos aquí.

Las ecuaciones diofánticas más sencillas son las lineales, que tienen la forma

$$ax+by=c,$$

donde a, b, c son constantes, y x, y son las incógnitas. Observe el lector que, como estamos imponiendo el requisito adicional de que las soluciones sean números enteros, las ecuaciones diofánticas tienen más de una incógnita.

Es relativamente sencillo resolver las ecuaciones diofánticas lineales (o probar que no tienen solución); por ejemplo, las soluciones de $3x+2y=11$ son los x, y de la forma $x=1+2j$, $y=4-3j$, para cualquier entero j.

Una ecuación diofántica que recuerda al teorema de Pitágoras es

$$x^2+y^2=z^2;$$

resolverla equivale a encontrar triángulos rectángulos cuyos lados sean números enteros (lógicamente, tenemos que imponer que x, y, z sean positivos), y sus soluciones (x, y, z) se denominan ternas pitagóricas.

Ya Euclides (en el siglo III a. C.) sabía que, si m y n son enteros positivos de la misma paridad y $m>n$, con ellos se genera la terna pitagórica dada por

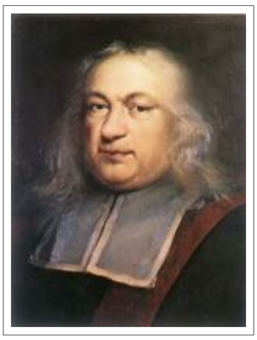
$$x=mn, \quad y=\frac{m^2-n^2}{2}, \quad z=\frac{m^2+n^2}{2}.$$

También Diofanto estudió la ecuación $x^2+y^2=z^2$, llegando prácticamente a lo mismo que su antecesor (con la diferencia de que las descripciones de Euclides eran muy geométricas, y Diofanto usaba métodos mucho más aritméticos).

Históricamente, esta ecuación escrita en el libro de Diofanto ha tenido mucha importancia, pues es leyendo ese libro cuando a Fermat (alrededor de 1637) se le ocurrió que las ecuaciones

$$x^n+y^n=z^n$$

no iban a tener soluciones no nulas cuando $n\geq 3$, lo que habitualmente se conoce con el nombre de «último teorema de Fermat» (que fue demostrado por Andrew Wiles en 1995 utilizando herramientas matemáticas muy avanzadas); Fermat sólo lo probó para $n=4$ (a su vez, alrededor de 1740, Euler probó el caso $n=3$).



Pierre de Fermat

Existen muchísimos tipos de ecuaciones diofánticas, y las anteriores son sólo unos pocos ejemplos. Lo que no existe es una teoría general para estudiarlas y, menos aún, para resolverlas (bien sea para encontrar una solución o para poder determinar todas las soluciones).

En cada ecuación diofántica hay que recurrir al ingenio y abordarla con un método específicamente diseñado; de hecho, a menudo no se conoce ningún método para dar con la solución, o ni siquiera se sabe si existe alguna solución. Eso tiene su lado bueno, pues así hay mucho más trabajo al que nos podemos dedicar los matemáticos actuales ☺.

Recientemente se han producido avances en la búsqueda de soluciones de una bonita ecuación diofántica. Se trata de la ecuación

$$k = x^3 + y^3 + z^3$$

con k un entero no nulo prefijado. Para que pueda tener soluciones, k no se tiene que poder escribir como $9m+4$ ni como $9m-4$ para ningún entero m (la razón es que, como $t^3 \equiv 0$, 1 o -1 (mód 9), se necesitan al menos cuatro cubos para que su suma tenga la forma $9m \pm 4$); así, a los k que no son de la forma $9m \pm 4$ los llamamos admisibles.

Al menos desde 1955 se piensa que dicha ecuación tiene soluciones enteras para cualquier k admisible; y, en 1992, D. R. Heath-Brown conjeturó que, de hecho, el número de soluciones debía ser infinito para cualesquiera de esos k. En algunos casos, incluso se conoce una parametrización que proporciona esas infinitas soluciones; por ejemplo,

$$1 = (9j^4)^3 + (3j - 9j^4)^3 + (1 - 9j^3)^3$$

o

$$2 = (1 + 6j^3)^3 + (1 - 6j^3)^3 + (-6j^2)^3.$$

En otros casos, no se sabe si hay o no alguna solución. Hasta 2019, se conocían soluciones para todos los $k < 1000$ admisibles excepto para los números 33, 42, 114, 165, 390, 579, 627, 633, 732, 795, 906, 921 y 975.

Tales soluciones pueden contener números enormes, y para buscarlas resulta fundamental usar algoritmos especialmente diseñados y la ayuda de potentes ordenadores; tanto la mejora de los algoritmos como el incremento de la potencia informática han sido cruciales para que, en los últimos meses, haya sido posible encontrar nuevas soluciones.

En marzo de 2019, y gracias a un superordenador masivamente paralelo de la *Universidad de Bristol*, Andrew R. Booker halló la primera solución de esa ecuación con $k = 33$, que es

$$33 = 8\,866\,128\,975\,287\,528^3 + (-8\,778\,405\,442\,862\,239)^3 + (-2\,736\,111\,468\,807\,040)^3.$$

Tras su éxito con $k = 33$ abordó el caso $k = 42$, que resultó ser más difícil, pues los números que dan la solución son mayores, y se necesitó aún más potencia de cálculo; así mismo, contó con la colaboración de Andrew V. Sutherland. En septiembre de 2019, anunciaron que habían encontrado

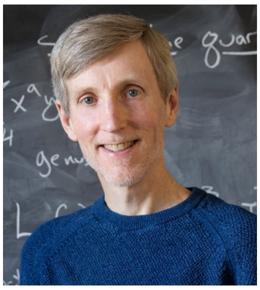
$$42 = (-80\,538\,738\,812\,075\,974)^3 + 80\,435\,758\,145\,817\,515^3 + 12\,602\,123\,297\,335\,631^3.$$

Andrew R. Booker

En su búsqueda, Booker y Sutherland también han encontrado una solución para $k = 165$ y otra para 906. Por supuesto, también han obtenido nuevas soluciones para algunos k que ya tenían soluciones conocidas.

Merece la pena reseñar su hallazgo de una nueva forma de escribir 3 como suma de tres cubos, que se une a las ya conocidas $3 = 1^3 + 1^3 + 1^3$ y $3 = 4^3 + 4^3 + (-5)^3$:

$$3 = 569\,936\,821\,221\,962\,380\,720^3 + (-569\,936\,821\,113\,563\,493\,509)^3 + (-472\,715\,493\,453\,327\,032)^3.$$



Andrew Sutherland

Una vez puesta la maquinaria en marcha, seguro que van obteniendo nuevos resultados al respecto.

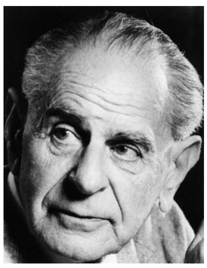
Las noticias que se vayan produciendo se pueden ver en `https://math.mit.edu/~drew/`, la página web de Andrew Sutherland. ■

Citas Matemáticas

«Me gusta la investigación pura, la ciencia básica, que es la que se encarga de ampliar los límites del conocimiento.»

Marithania Silvero (1989), matemática española, premio Vicent Caselles.

«Cada nueva teoría resuelve problemas viejos y genera problemas nuevos.»



Karl Popper (1902–1994), filósofo austríaco.

ISSN 1988-5318

Acertijos

Código secreto

Para acceder al siguiente nivel, cada concursante debe activar un ascensor que cuenta con tres interruptores. Bajo cada interruptor existe una placa metálica. En la primera aparece escrita una R, en la segunda una A y, en la tercera, puede leerse RoA. Sobre una mesa se han dejado tres imanes con las mismas inscripciones (R, A y RoA). Una hoja de instrucciones indica que:

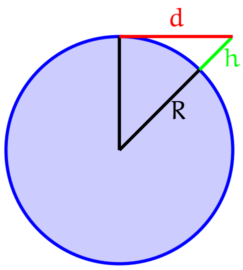
1. Uno de los interruptores enciende una luz roja, otro una luz azul y otro enciende una luz roja o una luz azul (cambia de color con cada pulsación).
2. Cada una de las placas que aparecen bajo los interruptores posee una inscripción errónea.
3. Si colocas los imanes sobre las placas, de modo que la inscripción del imán indique acertadamente la función del interruptor, el sistema se activa y el ascensor te trasladará al siguiente nivel.
4. Si cometes un solo error al colocar los imanes, activas el sistema de descenso y expulsión del juego.
5. Puedes elegir libremente uno de los interruptores y pulsarlo una vez. Sin embargo, dos pulsaciones en un mismo interruptor, o en dos interruptores distintos, activarán el mecanismo de expulsión.

¿Hay algún modo de asegurarse el ascenso?
(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

Dirigiendo la mirada horizontalmente desde un punto situado a nivel del mar, habíamos observado el destello de un objeto situado a 20 kilómetros de distancia en línea recta. Nos preguntábamos sobre la posición del objeto con respecto al nivel del mar.

La redondez de la tierra nos hace pensar que debe encontrarse a cierta altura. La figura que sigue pone de manifiesto este hecho:



Los símbolos d, h y R denotan la distancia al objeto, su altura sobre el nivel del mar y el radio de la Tierra, respectivamente. En nuestro caso $d = 20$ kilómetros (el dibujo exagera esta distancia enormemente para hacer más clara la ilustración).

Evidentemente, $\sqrt{R^2 + d^2} = R + h$ y, en consecuencia, $h = \sqrt{R^2 + d^2} - R$. Si tenemos en cuenta que $R = 6371$ kilómetros, deducimos de lo anterior (para $d = 20$ kilómetros) que $h = 0{,}0314$ kilómetros, aproximadamente. Por tanto, el objeto está situado a 31,4 metros sobre el nivel del mar.

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Lo que las matemáticas esconden...

Colin Beveridge.

Ficha Técnica
Editorial: Libsa.
187 páginas.
ISBN: 978-84-662-3965-3.
Año: 2020.

Tengo por costumbre darme un paseo por mi librería favorita y hojear las novedades que se publican, sobre todo en el campo de la divulgación científica.

Unos textos te entran por los ojos y otros no. Luego, algunos bien presentados te decepcionan y otros con una presencia menos brillante te entusiasman.

He de reconocer que desconocía al autor del texto de esta reseña pero me encantó la presencia del libro. Bien presentado, con una calidad superior a la habitual y muy bien ilustrado.

En este caso, he de comentar que el contenido está en consonancia con el continente. Se trata de un libro de divulgación matemática muy bien desarrollado. Apto para un lector sin más formación matemática que la recibida en la educación obligatoria.

Diseccionando un poco el texto, este se divide en 7 bloques: Nuestra vida, El mundo natural, Tecnología, Deportes, Ocio, De viaje y El día a día.

Dentro de esos bloques se tratan temas muy variados con una exposición clara y excelentemente ilustrados, he-

ISSN 1988-5318

cho que hace que la lectura sea muy agradable.

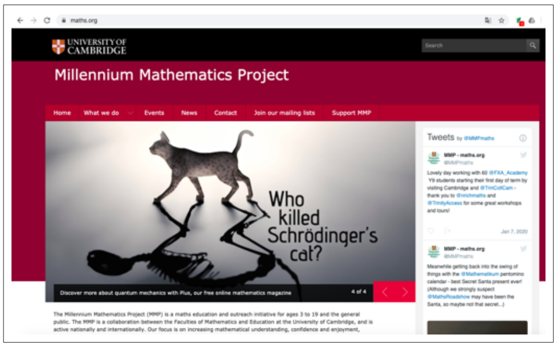
Ello no es óbice para que estos temas estén tratados con rigurosidad. El equilibrio entre amenidad y rigurosidad es muy complicado y, en mi opinión, este texto lo consigue con suficiencia.

En resumen, una obra muy recomendable para cualquier aficionado a la divulgación científica que puede aportar muchas ideas aplicables a la docencia de las matemática en los cursos de Secundaria y Bachillerato.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

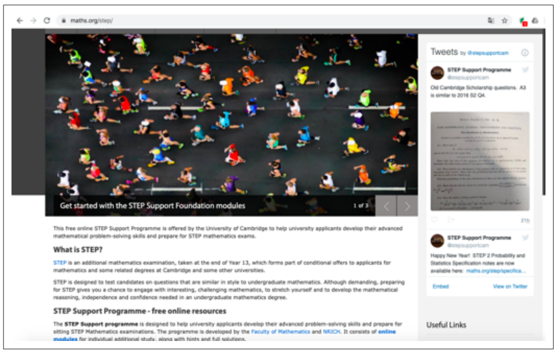
Páginas web de interés

Millenium Mathematics Project

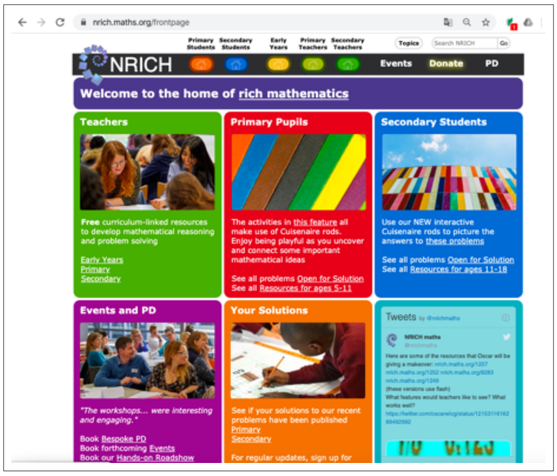


https://maths.org

Como indica en la propia página *Millennium Mathematics Project* es una iniciativa de educación matemática de la *Universidad de Cambridge* para edades entre 3 y 19 años. Incluye multitud de recursos en línea así como actividades presenciales a nivel local.



Los recursos en línea se dividen en varios bloques. Por una parte están los recursos educativos para la mejora de las competencias matemáticas que proporciona la página NRICH.



En esta página encontramos recursos, agrupados en tres diferentes franjas de edad, para estudiantes y profesores, diseñados para mejorar el razonamiento matemático y la autoconfianza para la resolución de problemas.

Por otra parte contiene el programa de ayuda a alumnos preuniversitarios para la mejora de sus habilidades de resolución de problemas para los exámenes de acceso con el programa STEP.

Finalmente pone a disposición de los usuarios el magazine *Plus* cuya reseña se puede consultar en el número 2 del volumen X del Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

TERRITORIO ESTUDIANTE

La sucesión de Kolakoski

Natalia Expósito Salmerón
Antonio Jesús Martínez Aparicio
Miguel Martínez Teruel
Lorena Ramos Segura
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

La cara y la cruz forman parte de una misma moneda. Esto que puede parecer simple u obvio a simple vista, puede aplicarse a distintos ámbitos de la vida. En este artículo, hablaremos de cómo el arte y las matemáticas están en comunión el uno con el otro mediante un ejemplo.

Sin embargo, ejemplos como el número áureo y la proporción divina han sido ya tan divulgados, que no pretendemos seguir ahondando en esos temas. Nos vamos a centrar en una sucesión poco conocida, llamada *sucesión de Kolakoski*, que ilustra cómo las artes y las matemáticas pueden fundirse en acero sólido formando una valiosa moneda.

La historia de esta sucesión comienza en 1939 [1], cuando el matemático e ingeniero mecánico Rufus Oldenburger (1908–1969) propuso la sucesión que más adelante mostraremos. No obstante, no tuvo mucha repercusión. De esta forma, no fue hasta 1965 [2] cuando el artista y matemático recreativo William George Kolakoski (1944–1997) la volvió a describir en la revista *American Mathematical Monthly*, abriendo el debate sobre la posibilidad de conocer el término n-ésimo de la sucesión y su posible periodicidad.

Para describir esta sucesión, necesitamos introducir el concepto de sucesión contadora. Dada una sucesión cualquiera, su sucesión contadora asociada será aquella que muestre el número de veces que aparecen de forma consecutiva los términos de la sucesión. Para aclarar esta noción, veamos un ejemplo. Si tenemos la sucesión:

$$a,\ a,\ a,\ b,\ a,\ a,\ b,\ b,\ b,\ a,\ a,\ b,\ b,\ a, \dots$$

Su sucesión contadora asociada es:

$$3,\ 1,\ 2,\ 3,\ 2,\ 2, \dots$$

Como podemos observar, al inicio de la sucesión aparece tres veces el término a, por lo que nuestro primer término en la sucesión contadora será dicho cuantificador, 3. Así, contamos de nuevo una b, con lo que el segundo término de la sucesión contadora es un 1. Análogamente, aparece dos veces a, y en la sucesión contadora aparece un 2. Repitiendo este proceso indefinidamente, se construye la sucesión contadora.

Así, ya estamos en condiciones de mostrar la *sucesión de Kolakoski*. Las propiedades que posee esta sucesión son las siguientes:

- La sucesión contadora coincide con la sucesión dada.
- Los dos primeros términos de la sucesión son 1 y 2.

Para simplificar la explicación, notaremos por A a la sucesión original, por B a la sucesión contadora y llamaremos bloque al conjunto de elementos consecutivos de A iguales. En primer lugar, se tiene:

$$A : 1,\ 2, \dots$$
$$B : 1,\ 2, \dots$$

Como el segundo término de B es un 2, significa que el segundo bloque de elementos de A consta de dos términos. Por tanto, el siguiente término de A es un 2 y, como B coincide con A, su siguiente término también es un 2.

$$A : 1,\ 2,\ 2, \dots$$
$$B : 1,\ 2,\ 2, \dots$$

Puesto que el tercer término de B es un 2, el tercer bloque de A vuelve a tener dos elementos. Como el anterior bloque estaba compuesto por números 2, este estará formado por números 1. De nuevo, hacemos que B coincida con A.

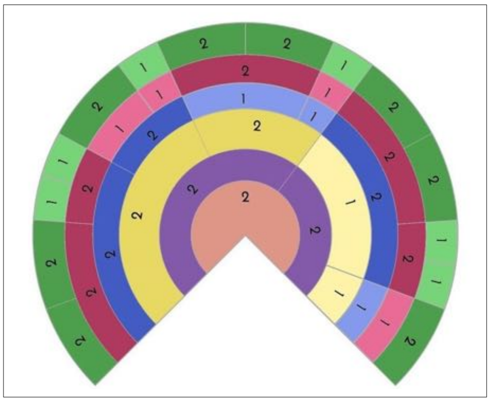
$$A : 1,\ 2,\ 2,\ 1,\ 1, \dots$$
$$B : 1,\ 2,\ 2,\ 1,\ 1, \dots$$

Repitiendo este proceso indefinidamente, se obtiene la sucesión de Kolakoski.

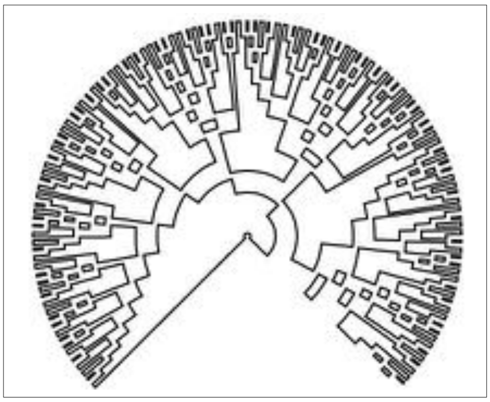
A :	$\underline{1}$	$\underline{2\,2}$	$\underline{1\,1}$	$\underline{2}$	$\underline{1}$	$\underline{2\,2}$	$\underline{1}$	$\underline{2\,2}$	$\underline{1\,1}$	$\underline{2}$	$\underline{1\,1}$	$\underline{2\,2}$	$\underline{1}$
B :	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1

Tras haber definido y explicado esta sucesión, usted se puede estar preguntando cuál es la relación que tiene la *sucesión de Kolakoski* con el arte.

Vamos a enseñarle esa valiosa moneda que mencionamos al principio del artículo. Si escribimos la *sucesión de Kolakoski* de forma circular, añadiendo sucesivamente y de forma concéntrica las sucesiones contadoras, podemos obtener el siguiente dibujo.



Si además, decidimos aumentar el número de sucesiones contadoras y por ejemplo agrupamos los bloques formados por el 2, podemos obtener la siguiente figura.



Finalmente, queda a su disposición considerar si estas figuras forman parte del arte o no.

Referencias

[1] Oldenburger. R. (1939) Exponent trajectories in symbolic dynamics. *American Mathematical Monthly. Transactions of the American Mathematical Society*, (46), p. 453-466.

[2] Kolakoski. G. W. (1965) Self generating runs, Problem 5304. *American Mathematical Monthly*, (72), p. 674.

[3] *culturacientifica.com/2018/10/10/la-misteriosa-sucesion-de-kolakoski*.

■

 ISSN 1988-5318

Responsables de las secciones

- Actividad Matemática en la UAL
  - *Actividades organizadas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Inmaculada López García (milopez@ual.es).
- De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria
  - *Experiencias docentes*: David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), Nuria Pardo Vidal (penuria@gmail.com) y Aurora Sánchez Gordo (aurosanchezg@gmail.com).
  - *Enseñanza bilingüe*: Jesús Pérez Castaño (jesus.perez.edu@juntadeandalucia.es).
- Divulgación Matemática
  - *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es), Florencio Castaño Iglesias (fci@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
  - *Concurso de problemas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es), Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).
  - *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es), Francisco Luzón Martínez (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón Cerdán (asalmero@ual.es).
  - *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
  - *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
  - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
  - *Citas matemáticas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
  - *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).
- Territorio Estudiante: Natalia Expósito Salmerón (naexsal@gmail.com), Antonio Jesús Martínez Aparicio (angema8@gmail.com), Miguel Martínez Teruel (mglmtztrl@gmail.com), Paula Ortega Trigo (ortegatrigo612@gmail.com), Joaquín Porcel Maleno (j.porcelmaleno@gmail.com) y Álvaro Videgain Barranco (alvarovidegain4@gmail.com).

ISSN 1988-5318