

2020

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

The role of the difficulty of the tasks in the motivation and mathematical education.

Pedro José Fernández Palenzuela

Especialidad de Matemáticas

Directora María Francisca Moreno Carretero



El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Contenido

1. Introducción.....	1
2. Contextualización del trabajo y objetivos.	4
3. Diseño de las Tareas	6
4. Teoría de la complejidad de las tareas.....	9
4.1 Dificultad de la tarea por exigencias de comprensión	10
4.2 Dificultad de la tarea por competencias	11
4.3 Dificultad de la tarea por niveles empíricos.....	13
4.4 Dificultad de la tarea por formatos de presentación	14
5. Teorías de la motivación en el alumnado.	16
5.1 Teoría de flujo	16
5.2 Teoría de calibración	17
5.3 Teoría de afectividad.....	19
6. Dificultad del paso de la aritmética al álgebra	21
7. Diseño y planteamiento de tareas	23
7.1 Características del centro y la clase	23
7.2 Tareas Diseñadas.....	24
8. Conclusiones.....	33
9. Referencias	37

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Resumen en español

El diseño de tareas es un tema crucial dentro del análisis didáctico de las matemáticas en educación secundaria. Dentro de este diseño un papel importante lo toma la dificultad de estas tareas. Lograr adaptar una tarea a un nivel lo suficientemente desafiante como para que los alumnos avancen en su conocimiento de la materia a la vez que son lo suficientemente asequibles como para que no se frustren en su realización y abandonen. Esto requiere de un análisis profundo por parte del profesor tanto de su clase como del contexto que la rodea. Se indaga en el diseño de tareas y dentro de él en las diferentes maneras de clasificar la dificultad de una tarea, cómo esta se define en la literatura educativa matemática general con el objetivo de preparar tareas que permitan el desarrollo adecuada de los alumnos. Para justificar este interés por la complejidad de las tareas se expone de manera general varias teorías de la motivación en el alumnado, dónde la dificultad que posean las tareas es un factor fundamental para que nuestros alumnos tengan un desarrollo adecuado de la asignatura y despierte su interés por las matemáticas, en lugar de perpetuar una opinión general que coloca a las matemáticas como una asignatura muy complicada. Todo esto se aplica en el diseño de tareas específicas para un curso de 1º ESO con los contenidos de ecuaciones de primer grado. Este tema es especialmente interesante por implicar en el alumnado el paso de una mentalidad aritmética a una nueva mentalidad algebraica. Provocando dificultades de comprensión que han sido investigadas. También se describen varios estudios centrados en el tema.

Palabras Clave: Álgebra, aritmética, didáctica de las matemáticas, dificultad de las tareas, diseño de tareas, ecuaciones, educación secundaria y motivación.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Resumen en inglés

Task design is a crucial topic within the didactic analysis of mathematics in secondary school. Within this design, an important role is taken by the difficulty of these tasks, adapting a task to a level that is challenging enough for students to advance their knowledge of the subject while being affordable enough so that students don't fall in frustration in their accomplishment. This requires a deep analysis by the teacher of both his class and the context that surrounds it. The design of tasks is investigated and within it in the different ways of classifying the difficulty of a task, how it is defined in the general mathematical educational literature with the aim of preparing tasks that allow the adequate development of the students. To justify this interest in the complexity of the tasks, several theories of motivation in students are generally exposed, where the difficulty of the tasks is a fundamental factor for our students to have an adequate development of the subject and arouse their interest on maths, instead of perpetuating a general opinion that places mathematics as a very complicated subject. All this is applied in the design of specific tasks for a 1st ESO course with the contents of first grade equations. This topic is especially interesting for involving students in the transition from an arithmetic mindset to a new algebraic mindset. Provoking comprehension difficulties that have been investigated. Several studies focusing on the topic are also described.

Keywords: Algebra, arithmetic, mathematics teaching, task difficulty, task design, equations, secondary education and motivation.

1. Introducción

Hoy día el análisis didáctico forma una parte fundamental del trabajo del profesor y por ello no son pocos los trabajos que existen sobre el tema como los de Lupiáñez (2013), Gasco (2017), Rico y Moreno (2016) y Villota, Villota y Ogecime (2016). Esto no es de extrañar puesto que es una herramienta útil que permite al docente reflexionar sobre su trabajo de planificación, el contenido que debe de enseñar (análisis de contenido), las expectativas de aprendizaje de ese contenido (análisis cognitivo), la manera en la que enseñará ese contenido (análisis de instrucción) y una autoevaluación final de cómo ha puesto todo en práctica (análisis de actuación).

En el presente trabajo fin de máster (TFM) vamos a centrarnos en una pequeña sección del diseño de tareas para el alumnado, esto nos coloca en “la manera en la que se enseñará ese contenido” que hemos dicho anteriormente por lo tanto nos encontramos dentro del análisis de instrucción de un tema de matemáticas. Este análisis tiene lugar tras el análisis de contenido y cognitivo por lo tanto como docentes ya tenemos una estructura conceptual del tema a tratar y una organización del aprendizaje a enseñar. Se puede definir el análisis de instrucción como todo el entramado de gestión alrededor de la realización y presentación de tareas, ya sea en un marco de diseño, en la selección adecuada de las mismas o en el correcto orden de presentación, además del uso en el aula de distintos materiales y recursos para la realización de estas tareas y de los criterios que se seguirán para evaluarlas (Lupiáñez, 2013).

Ahora bien, nos podemos preguntar, ¿por qué centrarnos en las tareas? La respuesta es clara, por su importancia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en secundaria. Anthony y Walshaw (2009) llegan a afirmar que “Effective teachers understand that the tasks and examples they select influence how students come to view, develop, use, and make sense of mathematics.” (p.13). Es decir que las tareas tienen un papel más que fundamental a la hora de enseñar matemáticas y es algo que todo docente competente debe de tener en consideración cuando se prepara sus clases. Reforzando más esta idea que todos conocemos tenemos a Sullivan, Clarke y Clarke (2012) que en su libro dedican un par de páginas a la importancia de las tareas en la enseñanza matemática y nos dejan con una frase clara: “in the mathematics classroom, it

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

is through tasks, more than in any other way, that opportunities to learn are made available to the students” (p.14). Por lo tanto queda más que justificado nuestro interés en las tareas que desarrollaremos a lo largo de este trabajo.

De esta manera abordaremos el diseño de las tareas, su adecuada selección en consonancia con el avance de la clase y el orden en el que se mostrarán ante el alumnado. Aquí veremos cómo se definen los distintos niveles de complejidad y dificultad que una tarea puede tener desde varias vertientes que lejos de ser contradictorias o simplificaciones una de otra comprobaremos que se tratan de analizar las mismas variables de dificultad desde otra perspectiva. En esta línea usaremos los trabajos de Rico y Moreno (2016) sobre el análisis didáctico en profundidad para el profesor de matemáticas dónde dedica un estudio de los diferentes ámbitos que puede tener la dificultad en una tarea y los relaciona con el marco del Programme for International Student Assessment (en adelante, PISA) de 2003 y PISA de 2012 recogido en MECD (2013).

Cabe nombrar que en la literatura educativa los términos tarea, actividad y problema tienen definiciones bien diferenciadas. En Rico y Moreno (2016) definen tarea matemática como “una propuesta que solicita la actividad del alumno en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como oferta intencional para el aprendizaje o como instrumento para evaluación del aprendizaje” (p.244).

Dentro de esta definición queda claro que el papel del profesor en relación a la dificultad queda reservado en el plano de la tarea, mientras que las consecuencias de esta tarea en el alumno se ven reflejadas en el plano de la actividad matemática. Por ello en este trabajo usaremos de forma indistinta tarea o actividad para referirnos al mismo concepto puesto que de manera contextual queda bien diferenciada a lo que hará alusión. Mientras, un problema matemático es definido como una situación poseedora de una proposición, unos datos que son conocidos, una intencionalidad de resolución, un resultado como objetivo y un procedimiento de actuación para llegar al objetivo (Castro, 2008. Espinoza *et al*, 2016). Por lo tanto en este trabajo lo que marcará una diferencia conceptual mayor será tarea y problema, siendo un problema una tarea pero no siendo todas las tareas un problema.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Veremos tras ello la manera en la que la complejidad de las tareas se puede entrelazar con la motivación del alumnado y ser un factor decisivo en ella. Aquí nos encontramos con un amplio entramado de estudios sobre la motivación de los alumnos de los cuales nosotros nos centraremos en tres y trataremos de mostrar los conceptos más importantes y que mayor relación puedan tener con la complejidad de las tareas. Para empezar tenemos las teorías que hablan del flujo (Gil, 2017. Montoro, 2016) donde el desafío que presenta una tarea es uno de los factores que permiten alcanzar ese flujo llevando a un disfrute de lo que se esté haciendo, en este caso las matemáticas. Otros que hablan de la importancia de la calibración (García *et al*, 2015) para una adecuada actividad del alumnado, siendo uno de los componentes de la calibración la percepción que tenemos sobre nosotros mismos a la hora de enfrentarnos a un problema, situándose la dificultad de la tarea como un factor que puede dañar severamente esa autopercepción si no se ha ajustado la complejidad de las tareas a lo largo de la enseñanza matemática. Y por último mostraremos las teorías que se decantan más por el papel de la afectividad (Gil, 2006) donde destacan el papel de la autoefectividad para la resolución de problemas matemáticos y la complejidad de las tareas es uno de los puntos más susceptibles de afectar a la percepción que tienen los alumnos de su propia eficacia.

A partir de todos estos conocimientos teóricos antes nombrados diseñaremos una serie de tareas para su aplicación en uno de los periodos de mayor dificultad para los alumnos de educación secundaria, el paso de tareas de carácter aritmético a tareas de carácter algebraico que se ubica en 1º de ESO. Aquí también analizaremos los errores más comunes que cometen los alumnos cuando experimentan este cambio y moldearemos actividades con una dificultad acorde para una correcta asimilación de todo el contenido con el claro objetivo de que no se arrastren esos errores a cursos superiores, cosa que es bastante común en la enseñanza (Booth, 2014. Gasco, 2017).

Finalmente la puesta en práctica de estas tareas ofrecerá unos resultados que serán analizados, observando el grado de asimilación de la materia por parte de los alumnos y si el diseño de tareas ha sido apreciado por ellos.

2. Contextualización del trabajo y objetivos.

La idea para este trabajo surgió durante mi periodo de prácticas, en la primera semana de mi fase de observación. Durante una clase de 4º de ESO estaban haciendo ejercicios de igualdades trigonométricas no elementales (como por ejemplo $\frac{\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha}{\tan \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \cos \alpha$) por primera vez y tras acabar la primera igualdad trigonométrica, que llegó a ocupar tres líneas de pizarra de resolver entre todos los alumnos, de manera general toda la clase se animó tras encontrar la solución correcta ante un problema que requería algo que para ellos era muy complicado como es demostrar una igualdad y el resto del tiempo de clase se encontraron muy animados y trabajaron más arduamente que otros días. Eso me hizo pensar en cómo la dificultad de una tarea puede afectar al ánimo del alumnado, dicho de otra manera, a su motivación.

De manera análoga en una clase de refuerzo de matemáticas 1º de ESO me encontré con que tenían problemas a la hora de hacer interpretaciones de cocientes de magnitudes, no eran capaces de asimilar conceptos como euros por kilo y el profesor empezó a cambiar su discurso por uno más motivador que llevara a los alumnos a seguir intentándolo y una vez que lograron entender de manera aceptable esos conceptos el profesor les dio la vuelta, ya no eran euros por kilo, sino kilos por euro pero manteniendo su discurso motivacional, algo que exigía de una abstracción adicional por no ser una magnitud que se maneje en el día a día, logró que incluso en menos tiempo que antes lograran entender esta vuelta de la magnitud.

Además el tema que se me asignó para impartir en la segunda fase de prácticas fueron las ecuaciones en 1º de ESO y ahí existe un pozo de oportunidades para elaborar tareas puesto que tiene lugar el salto que antes hemos nombrado en la introducción, cuando a los alumnos se les plantean ecuaciones de primer grado por primera vez hay un salto cognitivo enorme pues la mentalidad pasa de ser aritmética a ser algebraica, ya no solo tienen que hacer cuentas con números asegurándose de recordar el orden de resolución de las operaciones, tienen que tratar con incógnitas y conceptos que antes tenían muy arraigados como es el símbolo de igual que les implicaba principalmente una operación

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

a resolver, ahora pasa a ser un indicativo de una relación o igualdad (Booth, 2014). De esta manera tenemos grandes opciones para medir la complejidad de nuestras tareas para pulir estos errores comunes, que en la práctica no son más que dificultades añadidas.

Con ello en el trabajo tenemos varios objetivos:

1. Analizar varios estudios sobre teorías de la motivación en el aula de matemáticas de secundaria.
2. Relacionar la motivación con la complejidad de las tareas y justificar así su importancia al seleccionar las tareas.
3. Diseñar tareas en el contexto de ecuaciones de primer grado de 1º ESO prestando especial atención a su complejidad.
4. Llevar a la práctica en el aula, durante la intervención intensiva telemática, las tareas diseñadas y observar sus efectos en la motivación del alumnado.
5. Valorar si el diseño de las tareas ha sido el adecuado mediante los resultados obtenidos por parte del alumnado.

Para cumplir los tres primeros objetivos se ha hecho uso de la literatura educativa sobre las matemáticas a nivel de secundaria, por lo tanto el marco de análisis es eminentemente teórico por lo que es estructurado y concreto.

En cambio para cumplir el cuarto objetivo se involucró una clase de secundaria, generando así un marco de análisis más basado en resultados prácticos de los que no se poseía control por lo que su estudio es menos estructurado y más abierto.

El quinto y último objetivo será tratado, entre otras cosas, en el capítulo final de conclusiones.

3. Diseño de las Tareas

Como dijimos en la introducción, uno de los componentes del análisis didáctico es el análisis de instrucción que definíamos como la gestión que el profesor realizaba dentro del aula para impartir los contenidos que ya había elegido previamente. Una gestión tanto en los materiales y recursos que va a usar cómo de las tareas que se pondrán en práctica para fomentar la adquisición de conocimientos. Concretando un poco más dentro del análisis de instrucción tenemos el diseño de tareas.

Es un papel fundamental del trabajo del profesor el diseñar tareas acorde a las necesidades de su alumnado pero no es un trabajo que se realice a ciegas puesto que los objetivos que pretendemos cumplir con ellas ya han sido escogidos en el análisis cognitivo previo al de instrucción, por lo tanto el diseño de las tareas viene con una cierta orientación (Lupiáñez, 2013). Describiremos brevemente en esta sección como diseñar de manera adecuada una tarea y qué papel toma la complejidad de una tarea en el diseño.

Para llegar al conocimiento al que aspiramos es necesario que las tareas sean relevantes para el alumno, que le permitan construir nuevo conocimiento o al menos asegurar la base del que ya poseían. Las tareas que así lo permiten se denominan tareas significativas y Rico y Moreno (2016) aportan algunas características que debe tener una tarea para que sea significativa:

- Usa una base de contenidos ya conocidos.
- Asegura que los alumnos hagan reflexiones sobre los conceptos deseados y no otros.
- Es un desafío para los alumnos generándoles interés.
- Permite a los alumnos analizar sobre la certeza de su resultado.

Otro factor importante para una tarea, destacan Rico y Moreno (2016), es que ésta parta de una situación auténtica. Para ello es necesario que las tareas que diseñemos tengan una base con la realidad, que se aproximen a ella o se puedan reproducir sin mayor esfuerzo de forma que el proceso por el cual el alumno alcance la solución de la tarea se

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

produzca en condiciones similares a si se encontrase con la tarea en la vida real. De manera más concreta podemos afirmar que una tarea se basa en una situación real si el enunciado que se describe ha tenido lugar o podría tenerlo, que la pregunta que nos formulemos esté enunciada como lo haríamos en la vida real, que los datos aportados sean realistas y que no existan complicaciones o dificultades añadidas si estas no se tendrían con la misma situación en la vida real.

Para acabar, el diseño de una tarea debe de tener una estructura, no se pueden presentar las tareas sin un orden, es decir, hablamos de la secuenciación de tareas. Rico y Moreno (2016) secuencian las tareas en tres fases según el objetivo que estas recojan:

- Tareas iniciales: su objetivo es comprobar si las bases necesarias para el comienzo del tema son bien conocidas por el alumnado e introducir procedimientos que serán usados para obtener destreza en ellos.
- Tareas de desarrollo: su objetivo es introducir los nuevos conceptos y nociones del tema al alumnado y ejercitarlos asegurando su correcta asimilación.
- Tareas de cierre: su objetivo es doble, pretenden resumir todo lo aprendido nuevo hasta ahora para fortalecer los nuevos conceptos y además pretende descontextualizar lo mostrado con el fin de aplicarlo para la obtención de un conocimiento más avanzado y reflexivo.

Como vemos en el diseño de una tarea, la complejidad de las mismas está presente de manera continua. La tercera característica de una tarea significativa la hemos definido como “Es un desafío para los alumnos generándoles interés.”, esto está claramente en consonancia con la complejidad de la tarea, el hecho de ser o no un desafío dependerá de la complejidad que a esta tarea le pongamos. También en la descripción de una situación realista de una tarea hemos hablado de que no debe poseer complicaciones añadidas que sean irreales, por lo tanto aquí de nuevo nos encontramos que la complejidad de la tarea toma un papel importante para asegurar que la tarea tenga una situación realista. Y finalmente en la secuenciación de las tareas podemos ver cómo conforme pasamos de un tipo de tarea a otra, ya sea de tareas iniciales a tarea de desarrollo o de tareas de desarrollo a tareas de cierre, existe un aumento de la

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

complejidad de estas al aumentar el nivel de exigencia cognitiva en el alumno para su resolución.

Con esto contextualizamos la complejidad de las tareas dentro de su diseño y así, a continuación, vamos a mostrar las diferentes clasificaciones de la complejidad de una tarea.

4. Teoría de la complejidad de las tareas

En el capítulo anterior describíamos brevemente cómo se deben diseñar las tareas, ahora nos detenemos en la importancia de estas tareas puesto que son capaces de modificar las expectativas de aprendizaje ya sea abriendo nuevas posibilidades de aprendizaje o cerrando otras.

Por ello la adecuación de las tareas es de suma relevancia, no solo a nivel de las propias expectativas de aprendizaje que tiene el docente si no también al nivel del alumnado con el que nos encontremos. Aquí es donde toma un papel muy importante la dificultad de una tarea por su capacidad para aumentar el nivel de aprendizaje esperado si se escoge de manera adecuada o perder el interés de los alumnos y con ello reducir el posible avance de la clase (Lupiáñez, 2013).

Hoy día hay estudios (Gasco, Villarroel, Zuazagoitia, 2014a. Skaalvikm, Federici, Klassen, 2015) que alertan de una actitud descorazonadora entre los profesores y maestros: reducen el nivel de dificultad de una tarea aligerando la carga de demandas que le exigen. Esto no tiene únicamente que ver con la adaptación de tareas una vez el docente conoce el nivel de trabajo de su grupo y mira atrás en su planificación docente, lo cual es una actitud adecuada y deseable, si no que el docente a la hora de preparar las tareas reduce de manera significativa su complejidad y con él el potencial de la tarea para aportar una instrucción matemática más sólida. ¿Los motivos detrás de esta actuación? Se barajan dos focos de influencia como los más importantes; el primero, una complicidad tácita entre los estudiantes y su profesor para reducir la cantidad de errores que estos primeros puedan llegar a cometer traduciéndose por norma general en unas mejores puntuaciones para el alumnado, y segundo, el propio conocimiento matemático del profesor que no llegue a ser suficiente como para satisfacer a los alumnos si se les proponen niveles de complejidad más altos (Sullivan, Clarke, Clarke, 2012. Sullivan et al, 2010. Rico et al, 2015). Estos estudios se han llevado a cabo en niveles de primera y secundaria, por lo tanto el factor de la falta de conocimiento matemático es menos probable en niveles de secundaria.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Con esto podemos observar como el nivel de dificultad de una tarea no es algo trivial aunque a primera vista pueda parecerlo. Puede tener una gran influencia sobre el aprendizaje del alumnado como hemos nombrado en la introducción, por lo tanto es necesario tener una buena base teórica de su funcionamiento para efectuar tareas significativas y no ser la primera opción a reducir por el docente para asegurarse de que todos sus alumnos cumplen con su expectativa de aprendizaje y sus sistemas de evaluación. Por eso vamos a mostrar varias divisiones sobre las clasificaciones de la complejidad de las tareas para podernos asegurar de que los ejercicios prácticos que hagamos en capítulos posteriores sean los adecuados.

4.1 Dificultad de la tarea por exigencias de comprensión

De manera inicial, sin entrar en ningún tipo de criterio específico Rico y Moreno (2016) separan a las tareas matemáticas según su complejidad en tres grados distintos ordenados de menor a mayor complejidad:

- **Reproducción:** podríamos decir que son los ejercicios rutinarios, aquellos que persiguen únicamente la comprobación de un conocimiento en específico y que requiere al alumno poco trabajo mental al ser ejercicios con los que está familiarizados. Un ejemplo pueden ser tareas de resolución de sistemas por igualación, sustitución y reducción ofreciendo al alumno un determinado número de sistemas para resolver.
- **Conexión:** son actividades más complejas que requieren del alumno un cierto grado de conocimiento sobre lo que está trabajando pudiendo ser necesario distinguir una misma situación desde distintas representaciones. Siguiendo con la línea anterior, un ejemplo podría ser un problema con enunciado que necesite ser resuelto con un sistema.
- **Reflexión:** el nivel más alto de dificultad de una tarea que exige al alumno demostrar que ha desarrollado de manera correcta los conocimientos del tema, llegando a exigirle generalizaciones o explicaciones de los resultado obtenidos. De nuevo usando sistemas como ejemplo podemos pensar en un problema donde planteemos sistemas de una, ninguna o infinitas soluciones y le pidamos al

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

alumno que intente averiguar qué diferencias tienen estos sistemas para obtener resultados así de distintos.

Como observamos estos tres niveles no trabajan sobre ninguna característica especial más allá del nivel de comprensión que le exigimos al alumno del temario para resolverlo. Aquí ya podemos observar de la importancia de una organización a la hora de presentar las tareas pues no tendría ningún sentido didáctica el presentar el ejemplo de la tarea de reflexión si antes no se domina la de reproducción.

4.2 Dificultad de la tarea por competencias

A continuación Rico y Moreno (2016) hacen una división teórica de la complejidad de las tareas aprovechando ciertos componentes de significado de las competencias que recoge el marco de PISA en 2003, estas competencias que usa son Pensar y razonar, Argumentar y justificar, Comunicar, Modelar, Resolver problemas, Representar y Uso del lenguaje simbólico y de las operaciones. Lo aúnan con los grados de dificultad anterior mediante una densa tabla que nosotros resumiremos en la siguiente:

Reproducción	Conexión	Reflexión
Pensar y razonar		
Formulación de preguntas simples y sus respuestas. Distinción entre definición y afirmación. Empleo de conceptos matemáticos en contextos idénticos a los enseñados.	Formulación de preguntas y sus respuestas. Distinción entre definición y afirmación y sus distintos tipos. Empleo de conceptos matemáticos en contextos similares a los enseñados.	Formulación de preguntas complejas y sus respuestas. Distinción entre definición, hipótesis, conjetura, afirmación y teorema. Empleo de conceptos matemáticos en contextos nuevos. Generalizar resultados.
Argumentar y justificar		
Justificar procesos matemáticos comunes	Razonamiento matemático simple. Seguir una cadena de argumentos matemáticos. Concepto de heurística.	Razonamiento matemático simple con distinción entre prueba y otras formas de argumentación. Elaborar cadenas de argumentos matemáticos. Usar la heurística.
Comunicar		
Saber expresarse de manera oral y escrita sobre	Saber expresarse de manera oral y escrita	Saber expresarse de manera oral y escrita sobre

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

situaciones matemáticas sencillas	sobre situaciones matemáticas. Entender las expresiones de terceros al mismo nivel.	situaciones matemáticas globales. Entender las expresiones de terceros al mismo nivel.
Modelar		
Usar modelos comunes para interpretar la realidad y comunicar los resultados.	Traducir la realidad a un contexto matemático no muy complejo usando varios modelos y comunicar resultados.	Estructurar la realidad para modelarla y viceversa. Transmitir resultados y reflexionar sobre ellos.
Resolver problemas		
Interpretar y formular problemas ya conocidos.	Interpretar y formular problemas no vistos previamente y resolverlos por métodos estándar y otros más independientes.	Interpretar y formular problemas no vistos previamente y resolverlos por métodos estándar y otros más independientes. Reflexión sobre las soluciones y estrategias para su obtención.
Representar		
Manejar de manera general representaciones de objetos matemáticos conocidos.	Manejar de manera general representaciones de objetos matemáticos no tan conocidos. Elegir diferentes maneras de representación.	Manejar de manera general representaciones de objetos matemáticos no tan conocidos. Elegir diferentes maneras de representación. Combinar representaciones e inventar nuevas.
Uso del lenguaje simbólico y de las operaciones		
Manejar el lenguaje formal y simbólico más rutinario. Controlar expresiones con símbolos y fórmulas. Resolver ecuaciones y cálculos rutinarios.	Manejar el lenguaje formal y simbólico en contextos menos conocido. Controlar expresiones con símbolos y fórmulas. Resolver ecuaciones y cálculos familiares.	Manejar el lenguaje formal y simbólico en contextos desconocidos. Controlar expresiones con símbolos y fórmulas. Resolver ecuaciones y cálculos. Traducir expresiones complejas a otras más naturales.

Figura 1. Fuente: Rico y Moreno, 2016.

Con esto Rico y Moreno (2016) nos están proponiendo una clasificación de la complejidad de una tarea dividida en competencias que no se excluyen unas de las otras. De manera que una misma tarea puede trabajar varias competencias a la vez pero a distinto nivel de complejidad según sea nuestro requerimiento.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

4.3 Dificultad de la tarea por niveles empíricos

El siguiente paso que realizan Rico y Moreno (2016) haciendo también uso de PISA es hacer una diferenciación por competencias de los diferentes niveles de dificultad que los alumnos han mostrado para estas competencias según el informe PISA, obteniendo así una clasificación más empírica que teórica. De este modo la siguiente tabla es algo más precisa que la anterior y no hará uso de la distinción que hemos visto inicialmente en este subapartado. En este caso no será necesario resumir la tabla por ser más escueta y la mostramos tal y como Rico y Moreno (2016) la plasman.

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6
Pensar y Razonar					
Responder a cuestiones en contextos muy conocidos.		Responder a cuestiones en contextos poco familiares.		Responder a cuestiones complejas en multitud de contextos.	Formar y relacionar conceptos.
Argumentar y Justificar					
			Elaborar argumentos basados en sus acciones.	Formular los razonamientos desarrollados.	Elaborar argumentos desde su reflexión.
Comunicar					
	Describir resultados obtenidos.	Realizar explicaciones sencillas.		Comunicar conclusiones con precisión.	
Modelar					
				Usar modelos explícitos en situaciones concretas.	Desarrollar y usar modelos en múltiples situaciones.
Resolver Problemas					
Resolver problemas con datos sencillos.		Seleccionar y aplicar estrategias sencillas.		Seleccionar, comparar y evaluar estrategias.	Generalizar resultados de problemas.
Representar					
Leer datos directamente de tablas o figuras.	Usar un único tipo de representación.	Conocer y usar diferentes sistemas de representación.	Vincular diferentes sistemas de representación, incluyendo el simbólico.		Relacionar y traducir con fluidez diferentes sistemas de representación.
Uso del lenguaje simbólico y de las operaciones					

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Realizar operaciones básicas.	Usar algoritmos y fórmulas elementales.	Aplicar procedimientos descritos con claridad.	Representar situaciones reales mediante símbolos.		Dominar con rigor el lenguaje simbólico.
-------------------------------	---	--	---	--	--

Figura 2. Fuente: Rico y Moreno, 2016

Este tipo de clasificación puede ser útil cuando queramos hacer unas tareas de complejidad uniforme dentro de todas las competencias que trabajar. Podemos afirmar además que es una clasificación más natural que la anterior que ponía en el mismo nivel de complejidad “Elaborar argumentos basados en sus acciones” y “Realizar operaciones básicas” bajo el grado de dificultad de una tarea de “Reproducción”.

4.4 Dificultad de la tarea por formatos de presentación

Como último aporte de Rico y Moreno (2016) tenemos una diferenciación de manera superficial por los formatos de presentación. Siendo esto así, obtenemos cuatro características con las que manipular la dificultad en el formato de presentación de esta:

- Como está escrito el enunciado de la tarea. Esto no consiste en simplemente escribir de manera muy enrevesada para dificultar a los alumnos la interpretación de lo que se desea hacer, aquí intervienen características como el uso de un vocabulario más técnico que otro, la aparición de información innecesaria para su resolución, oraciones simples de sujeto verbo y predicado o más complejas, etc.
- Como está diseñado el formato de la pregunta, pudiendo ser estas de elección múltiple, exigir de una respuesta cerrada o una abierta, etc.
- El contexto de la tarea. Podemos diseñar actividades que se presenten en un contexto más realista motivando así al alumno por el entorno familiar o presentar contextos mucho más científicos de operación y resolución limitando así el interés del alumno en su resolución.
- Las representaciones complementarias al enunciado de la tarea. Podemos ofrecer información de diferentes maneras obligando así al alumno a sacar datos de sistemas de representación diferentes por lo tanto tiene que interpretarlos.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

De esta manera con todo el bagaje de la complejidad de una tarea Rico y Moreno (2016) hacen una clasificación conceptual de una tarea para expresarla con un sustantivo diferente en función de la dificultad, si es accesible o difícil, y de su estructura, si es una tarea cerrada (aquellas en las que queda explícitamente expresado lo que se pide al alumno resolver) o tarea abierta (no queda explícitamente expresado algo de lo que se pida dentro de la tarea). Quedando todo reflejado en el siguiente gráfico:

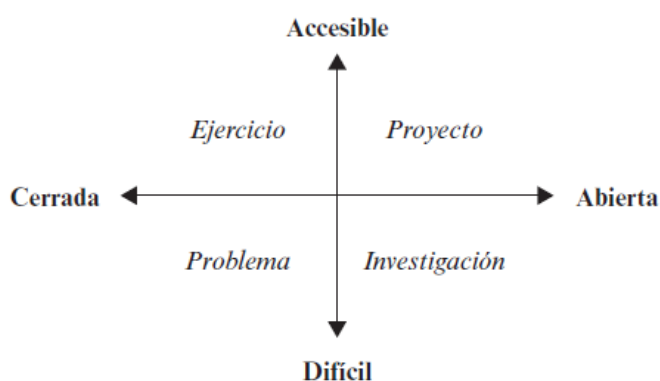


Figura 3. Fuente: Rico y Moreno, 2016.

Con esto acabamos esta sección del trabajo. Para el diseño de la tarea en capítulos posteriores haremos principalmente uso de las clasificaciones de Rico y Moreno (2016) que hacen usos de los marcos de PISA, es decir, los de las secciones 4.2 y 4.3 si bien la primera clasificación aparecerá de manera transversal en la 4.2 y la última clasificación respecto a formatos de presentación recibirá un incipiente análisis como resultado de experiencias desarrolladas durante la intervención intensiva telemática de mis prácticas.

5. Teorías de la motivación en el alumnado.

En esta sección pretendemos sintetizar una descripción general de tres teorías sobre la motivación y cómo la complejidad de las tareas juega un papel importante dentro de cada una de ellas. Se han escogido estas tres teorías dentro de todo el entramado de teorías de la motivación porque reflejan de manera clara que la complejidad es un eje fundamental de la teoría.

El objeto final será dejar claro que la complejidad de las tareas tiene un papel absolutamente primordial para asegurar la motivación del alumnado y, en definitiva, su gusto por las matemáticas.

5.1 Teoría de flujo

La teoría del flujo nace del trabajo de Csikszentmihalyi (1975) titulado “*Beyond boredom and anxiety*” donde se preguntaba por qué un conjunto de personas tenían una sensación gratificante cuando realizaban actividades por las que obtenían poco beneficio y escaso o nulo reconocimiento. Las personas de ese estudio describieron esas actividades como desafiantes, necesitaban usar sus capacidades al máximo, poseían un objetivo muy claro y con retroalimentación sobre su avance constante. De esta manera esas personas alcanzaban un grado de concentración muy alto que los inmunizaba de las acciones que tenían lugar en derredor incluso perdían la noción del tiempo y las personas tenían una sensación de trabajo sin esfuerzo. Así con todas esas características tenían una experiencia gratificante y los sujetos buscaban repetir la actividad para repetir la experiencia (Gil, Montoro, Torres, 2017).

Para que esta experiencia gratificante tenga lugar es necesario dar a los sujetos lo que se ha descrito antes; unos objetivos claros que no se pierdan de lugar, retroalimentación con cada nuevo avance y un estado de equilibrio adecuado entre las habilidades del sujeto y la complejidad de la actividad que está realizando. Dentro de estos requerimientos la complejidad es con el que hay que tener mayor cuidado puesto que una tarea si es muy sencilla de realizar genera aburrimiento, si es complicada en exceso

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

genera frustración pero si la actividad no es lo suficientemente compleja produce desgana (Montoro, Gil, 2016).

Esto se puede resumir en el cuadrante de flujos de la Figura 5.

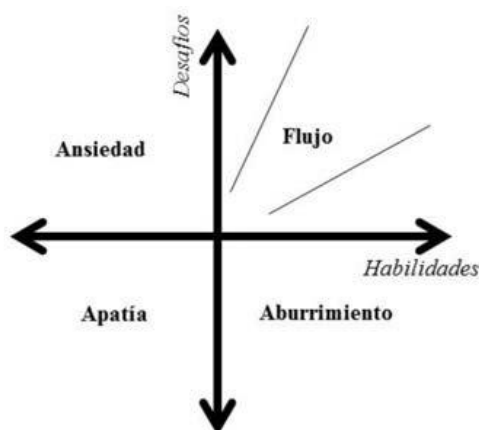


Figura 4. Fuente: Gil, Montoro, Torres, 2017.

Dentro de la educación matemática Gil, Montoro y Torres (2017) además de Montoro y Gil (2016) nos presentan varios experimentos donde las tareas que mayor estado de flujo producían en el alumnado tenían en común la complejidad acorde a sus habilidades, una retroalimentación positiva constante, no se recriminaban los errores si no que se convertían en oportunidades de aprendizaje y se enfatizaba la importancia de las matemáticas. Con esto conseguían que los alumnos trabajaran con mayor entusiasmo y que trataran a la asignatura de matemáticas con mayor devoción.

De esta manera podemos, ver con todo lo anterior, que la complejidad de una tarea cuando la diseñamos es fundamental para lograr ese estado de flujo que genera tanta gratificación en el sujeto. Tan solo con fijarnos en que el desafío forma uno de los ejes del cuadrante de flujo ya nos da idea de su relevancia dentro de esta teoría de motivación. Pero no podemos obviar que no solo la complejidad determina la aparición o no del flujo, también el profesor tiene un papel importante durante la realización de la tarea dando un discurso positivo a lo largo de esta.

5.2 Teoría de calibración

Hacker, Bol, y Keener (2008) definen en su trabajo la calibración cómo: “the degree to which a person’s perception of performance corresponds with his or her actual

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

performance. In other words, learners make judgments about what knowledge or skill they have learned, and those judgments are compared to an objectively determined measure of that knowledge or skill” (p. 8), es decir es el grado de correspondencia entre la percepción que tenemos de nuestro propio trabajo y el trabajo que realmente hacemos. Además, estos mismos autores diferencian entre el juicio de nuestro propio trabajo hecho antes de hacer la tarea (lo que ellos definen como “predicción”) y el juicio realizado después de completar la tarea (lo que ellos definen como “posdicción”), y de cómo las posdicciones tienden a ser más acertadas.

Para relacionarlo con la educación, García *et al* (2015) mencionan cómo existe una relación íntima de la calibración con el éxito en matemáticas y la resolución de problemas. Así el alumnado que más desarrolla su capacidad matemática y su gusto por ellas suele ser el mejor calibrado aunque el alumnado de manera general posee una tendencia por la sobreconfianza de manera que su calibración no es adecuada.

De esta manera nos encontramos como docentes de matemáticas con la pregunta, ¿qué es lo que afecta a la calibración de los alumnos? De nuevo García *et al* (2015) presenta una serie de trabajos que dan varias características que tienen relevancia a la hora de afectar a la calibración en nuestro alumnado como son la complejidad de las tareas, el momento en el que realizan el juicio (posdicción y predicción), variables motivacionales (utilidad de las matemáticas, ansiedad, disfrute) y las que llama variables funcionales (memoria de trabajo, control emocional y de impulsos, planificación y organización). Siendo la complejidad de una tarea responsable de si los alumnos ganan o pierden confianza en sí mismos de forma que su calibración sea baja.

Con este resumen sobre teorías de calibración vemos como efectivamente la complejidad de las tareas toman de nuevo un papel relevante dentro de la actuación del alumnado con las matemáticas y de la confianza que puedan tener en ellos mismos. Esto nos deja de nuevo ante la necesidad de asegurar una dificultad adecuada para el alumnado con el que tratemos o de lo contrario podríamos generarles fallas en la percepción que tienen de su propio trabajo.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

5.3 Teoría de afectividad

El papel de la afectividad en las matemáticas, como indica McLeod (1992), ha sido ampliamente confirmado a lo largo de la literatura de educación puesto que muchos procesos cognitivos que tienen lugar cuando se realizan tareas matemáticas están muy influenciados por la afectividad. Además de la reputación que poseen las matemáticas describiéndolas como una asignatura difícil solo apta para los más capaces, esta fama puede conllevar una predisposición del alumnado a la frustración con la asignatura y en general un mal desempeño de las tareas de índole matemática.

Con todo esto Mcleod (1992) separa la afectividad en tres categorías; las actitudes, las emociones y las creencias, siendo estas últimas separables en creencias sobre las matemáticas, sobre uno mismo, sobre la enseñanza de las matemáticas y sobre el contexto social. Lo resume todo en la Figura 6.

Category	Examples
Beliefs	
About mathematics	Mathematics is based on rules
About self	I am able to solve problems
About mathematics teaching	Teaching is telling
About the social context	Learning is competitive
Attitudes	
	Dislike of geometric proof
	Enjoyment of problem solving
	Preference for discovery learning
Emotions	
	Joy (or frustration) in solving nonroutine problems
	Aesthetic responses to mathematics

Figura 5. Fuente: Mcleod, 1992.

En un trabajo anterior Mcleod (1990) aporta las características de cada categoría. Las creencias las considera rígidas en tanto que son muy difíciles de cambiar siendo importantes pues tienen un gran peso a la hora de la evaluación cognitiva de los bloqueos e interrupciones que sufre el alumno cuando realiza una tarea matemática, algo que inevitablemente todo alumno debe pasar. Las actitudes se construyen con el paso del tiempo, cuando una respuesta afectiva ante algún concepto o índole matemática se vuelven rutinarias, por ello estas también son más resistentes al cambio. Nos quedan las emociones que se pueden alterar muy fácilmente, un alumno puede cambiar de la

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

frustración por un bloqueo resolviendo un ejercicio a la alegría por encontrar la solución del mismo.

El estudio de Gil, Blanco y Guerrero (2006) confirma como la afectividad entendida dentro de las tres categorías anteriores tiene una fuerte influencia en el rendimiento del alumnado, las creencias a la hora de enfrentarse a las matemáticas de manera inicial y continua a lo largo de su vida, las actitudes una vez sus estudios han empezado para sentir mayor o menor atracción por ciertos elementos de las matemáticas y las emociones para el desempeño diario en la materia.

En esta ocasión el papel de la complejidad de las tareas no es tan directo. Gil, Blanco y Guerrero (2006) destacan que el alumnado se tiene que enfrentar a lo largo de su etapa educativa a un bombardeo de experiencias y proyectos de fracaso de personas de su entorno que lo desaniman, llegando a decir “Por tanto, la misma sociedad se ha encargado de promover y divulgar que las matemáticas son difíciles, complicadas y destinadas a los «más inteligentes»” (pp.552). Y la relación con las emociones está más vinculada a los bloqueos que una excesiva complejidad puedan producir, amargando la experiencia del alumnado con la tarea matemática e incitándole al abandono.

Como hemos visto en esta sección sobre teorías de la motivación, la complejidad de las tareas matemáticas que se le ofrezcan al alumno tiene un papel primordial para asegurar que su desarrollo y gusto por esta ciencia sea adecuado o destacable. Esto nos deja con una carga mayor en el docente para asegurar que el diseño de las tareas sea el adecuado puesto que una deficiente selección de la complejidad de las tareas, tanto en excesiva facilidad como en mucha dificultad, no afecta únicamente a la realización de la tarea que se trate sino también a la motivación que el alumno tendrá en las subsecuentes sesiones de la asignatura de matemáticas a la que se enfrente.

6. Dificultad del paso de la aritmética al álgebra

Vamos a ver ahora un caso concreto estrechamente vinculado al tema de ecuaciones con el que vamos a tratar en el diseño de las tareas, la dificultades que sufre el alumnado durante la transición de unas tareas predominantemente aritméticas a otras más de perfil algebraico, cuando aparecen las incógnitas y variables.

Algunas de las dificultades más importantes que sufre el alumnado cuando pasa de la aritmética al álgebra nos la resume Gasco (2017) en los siguientes puntos:

- Dificultad a la hora de operar con la incógnita.
- Suelen entender el signo igual como indicador de resultado (sentido operacional) en lugar de como indicador de igualdad entre dos expresiones (sentido relacional).
- Confusión cuando surgen las letras para indicar la incógnita.
- Lo complejo de la transformación de un enunciado en una ecuación.

Si queremos mostrar errores más detallados que los alumnos tiendan a hacer con motivo de los anteriores casos nos encontramos con el trabajo de Booth *et al* (2014) donde presenta estos errores y dificultades de manera más concreta. Lo hace también para el caso de sistemas de ecuaciones e inecuaciones pero como nuestro tema será ecuaciones de 1º ESO obviaremos los errores que solo se apliquen en sistemas e inecuaciones. Siendo esto así tenemos:

- Combinar términos desemejantes; añadir, mover o eliminar una variable.
- Mover, eliminar o añadir un símbolo negativo. Incluyendo que se reste cuando se pide sumar y viceversa.
- Mover un término sin cambiar su símbolo.
- Mover, eliminar o añadir un símbolo igual. Incluyendo realizar operaciones sin mantener la igualdad a ambos lados del símbolo.
- Realiza suma o resta cuando lo que se indica es multiplicación o división o viceversa.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

- Aplicar de manera errónea las propiedades distributiva y asociativa.
- Mover un término del numerador al denominador y viceversa.
- Realizar una multiplicación cuando la barra de fracción indica que se divide.
- Usar la suma o la resta para eliminar un numerador o un denominador.

Estos son indicadores más claros para señalar cuando hay un alumno ha cometido un error a nivel conceptual.

El trato de este tema no es baladí. Así lo indican Gasco y Villarroel (2014b) al resumir su trabajo “El alumnado que resuelve algebraicamente valora más la tarea matemática en el sentido de tener un mayor interés y otorgarle mayor utilidad e importancia. Además se percibe más competente en la materia.” (p. 15) pero no solo eso, van más allá afirmando que esto tiene un impacto directo importante en la motivación del aprendizaje de las matemáticas por parte de los alumnos y esto conllevaría una mejora general educativa si se domina el álgebra en la Educación Secundaria no solo en su capacidad de resolver problemas. Por otro lado, Gasco (2017) menciona estudios que afirman la necesidad de ralentizar el proceso de paso de la aritmética al álgebra, seguir más tiempo tratando con problemas aritméticos para aligerar la carga del cambio pero que una vez que ésta ha ocurrido los problemas deben volverse mucho más complejos de forma que resolverlos mediante aritmética sea muy complicado si no imposible.

En este marco es donde nuestro diseño de tareas se concretará. Procuraremos prestar especial atención a los problemas que hemos nombrado antes y sobre todo aplicar lo último que hemos descrito, diseñar problemas con enunciado lo suficientemente complejos como para que no sean fácilmente resolubles por aritmética.

7. Diseño y planteamiento de tareas

7.1 Características del centro y la clase

La puesta en práctica de las tareas será en el IES El Alquíán, centro de educación secundaria obligatoria de la barriada de El Alquíán a las afueras de la ciudad de Almería. Una de las características que posee el centro es la diseminación del alumnado puesto que buena parte se desplaza a él usando transporte escolar, viviendo así en relativa lejanía del centro educativo. Otra y bastante importante para el contexto del aula es que la economía de la zona es principalmente agraria y en menor medida turística, por lo tanto el nivel económico de la zona no es elevado.

Estuve a cargo de una clase de 1º ESO de 21 alumnos con el tema de Ecuaciones. Debido a la cancelación de las clases presenciales en todos los centros educativos por el estado de alarma para evitar la propagación de la enfermedad Covid-19 originada por el coronavirus, las clases se impartirán de manera telemática haciendo uso de la plataforma Classroom para el manejo y entrega de tareas y Zoom para impartir clases por videoconferencia.

A la hora de impartir las clases se me informó que hay alumnos que no pueden asistir a las clases por teledocencia por ausencia de sus padres en horas de clase para permitirles el uso de Internet o la ausencia de medios para recibirlas más allá de un móvil en toda la casa, de manera muchos alumnos no reciben las clases directamente si no que en diferente horario visualizan las grabaciones de las mismas. Esto será necesario tenerlo en cuenta para nuestro diseño de tareas puesto que no podremos hacer uso de software para su planteamiento o resolución más allá del que Classroom sea capaz de proporcionar.

Con ello se presentan a continuación unas tareas que se han diseñado pensando en estas limitaciones y curso específicos. Lo acompañaremos con las pretensiones que se han seguido de aprendizaje y de las características respecto a la complejidad que se pueden observar.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

El orden de las tareas viene regido por la presentación de contenidos del libro de Arias Cabezas y Maza Sáez (2016) de la editorial Bruño para matemáticas que utilizaban los alumnos en su clase. Si bien este orden es por aparición no implica que en tareas subsecuentes no se usaran apartados de tareas anteriores, como es el caso de la primera actividad que se presenta que apareció en todas y cada una de las tareas que se les encomendó al alumnado.

7.2 Tareas Diseñadas

Tarea 1.

Expresa en Lenguaje Algebraico cada uno de los siguientes enunciados:

- a) El precio de 2 kilos de naranjas que están a x euros el kilo.
- b) El triple de la suma de z y 5.
- c) La mitad de p más 4.
- d) El 78% de un número.
- e) La suma de 3 números consecutivos.
- f) El $m\%$ de 25
- g) El área de un rectángulo de lado mayor n centímetros y de lado menor la mitad del mayor.
- h) El valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden un número y su anterior.
- i) La diagonal de un cuadrado de lado k .
- j) La potencia cuarta de un número más la raíz cuadrada de otro número menos 24
- k) El área de un triángulo del que se sabe que su base es la mitad de su altura
- l) El perímetro de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 6 decímetros menos que los otros dos.
- m) El área de un círculo de diámetro d .
- n) El cuadrado de un número más el cubo de su consecutivo.
- o) El cuádruple del área de un triángulo cuya base es la mitad que su altura.
- p) El doble de la suma de las edades de tres hermanos que son 22, 25 y 28 años más jóvenes que su padre respectivamente.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

- q) La cuenta total de un restaurante dónde una pareja ha consumido dos refrescos de coste a euros cada uno, un plato de arroz de coste b euros y cuatro tapas de coste c euros cada una.
- r) La parte de la cuenta del restaurante anterior que le toca pagar a uno de los miembros de la pareja si dividen la cuenta a partes iguales.
- s) La cuenta total de un restaurante dónde una pareja ha consumido dos cervezas de coste u euros cada uno, un plato de calamares de coste v euros y tres tapas de coste w euros cada una y al final les hacen un descuento del 10% sobre el total.
- t) El 15% del área de un rectángulo cuyos lados miden x e y.

Respecto a esta tarea cabe puntualizar dos cosas, la primera es que los alumnos ya conocían lo que era el Teorema de Pitágoras y han trabajado con él y segundo que esta actividad se fue repitiendo a lo largo de todas las tareas mandadas a los alumnos, por lo tanto lo que variaba de una sesión a otra respecto a este ejercicio son los apartados que se han usado.

En cuanto a los objetivos que se persiguen con esta actividad están claros, aportarles una base sólida respecto a la conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico y de esta manera procurar una transición suave del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico como Gasco (2017) sugiere necesario para evitar que el alumnado se frustre en tareas similares de abstracción.

Aún con ello no se ha descuidado la complejidad que deben de tener las tareas para asegurar la motivación del alumnado. Si seguimos, como dijimos en su momento que haríamos, la segunda y tercera clasificación de Rico y Moreno (2016) respecto a la complejidad haciendo uso de las competencias de PISA.

Esta actividad podemos afirmar que desarrolla las competencias de Pensar y razonar (en adelante, PR), Modelar (en adelante, M) y Uso del lenguaje simbólico y de las operaciones (en adelante, ULSO), a su vez queda claro el desarrollo de la complejidad conforme se avanza en apartados que al final en clase se traduce en un avance de las sesiones.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Si atendemos a la segunda clasificación de Rico y Moreno (2016) pasan de cuestiones más del tipo de Reproducción (por ejemplo los cuatro primeros apartados) a las de Conexión (los apartados f), p) y q) son ejemplos de ellos) y entrelazan algunos de un nivel más de Reflexión por necesitar de una mayor reflexión de conceptos (como lo son los apartados e), n) y t) del ejercicio).

Ahora bien si es en la tercera clasificación en la que nos centramos podemos afirmar que respecto a la competencia PR tenemos ejemplos de los tres primeros niveles que tienen representación en esta competencia, del Nivel 1 podemos decir que los tres primeros apartados responden con claridad a su definición, del Nivel 3 tenemos los apartados que responden a contextos más geométricos como el g), h) e i) y al Nivel 5 los enunciados de mayor tamaño q), r) y s) tratan la misma situación un tanto compleja pero desde diferentes contextos.

Respecto a la competencia M en esta tercera clasificación nos aparece únicamente el Nivel 5 concretamente en los dos apartados que tratan del Teorema de Pitágoras, el h) y el i). Y finalmente la competencia ULSO nos encontramos también con un único nivel de dificultad que podamos adjudicar a esta tarea, el Nivel 4 que dice “Representar situaciones reales mediante símbolos” puesto que los demás niveles implican el uso de operaciones y no es algo que se pida aquí, por lo tanto ese nivel corresponde a todos los apartados.

Tarea 2.

Indica el grado y la incógnita o incógnitas de las siguientes ecuaciones. Finalmente señala cuáles son de primer grado con una incógnita:

a) $x + 5 = 4 - 2x$

b) $\frac{1}{3}z - 7 = 10$

c) $a^2 + 2ab + b^2 = 0$

d) $6x - 2x^2 + 9 = 3 - 2x^2$

e) $4 - \frac{3}{4}x = 2 - \frac{3}{4}y$

f) $t + 2t - 45 = 3$

g) $8 = 5j - 23 + 2j$

h) $4xz - 7x = 4z + 23$

i) $1 - 6z = 9z + 2 - 3z$

j) $2 = 7 + 4v - 3v$

k) $5x - 2x^2y = 33 - 3x^2y$

l) $-12 + 3x = -6x - 4x - 4$

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

$$m) 14b - 14a = 14$$

$$n) 4p - 7p = 10p + 98$$

Como apunte, para una correcta realización de este ejercicio se enseñó al alumnado los conceptos de monomio, grado de monomio y grado de una ecuación puesto que Arias Cabezas y Maza Sáez (2016) daban únicamente la definición para ecuación de primer grado con una incógnita, perdiendo ahí una gran oportunidad de aprendizaje para el alumno. También que los apartados g), i) y j) son modificaciones de algunos ejemplos que Booth *et al* (2014) muestran con errores algebraicos cometidos por alumnos.

El objetivo de esta tarea es una evolución natural del anterior, pasar de saber traducir al lenguaje algebraico a saber reconocer las formas en las que ese lenguaje algebraico se nos puede presentar. Con ello la aparición de algunos de los errores en el alumnado que destacamos en el capítulo anterior de Booth *et al* (2014) se pretenden reducir, puesto que al proporcionar a la variable de características que no poseen los términos independientes como es el grado, las operaciones erróneas entre ellos se podrían reducir.

Analizar la dificultad de este caso es menos intuitivo puesto que esta actividad al completo formaba parte de una tarea a realizar por el alumno. Con ello se ha aprovechado para seguir algunos de los consejos que describíamos en el capítulo cinco para conseguir motivación en el alumnado, concretamente el ofrecer un desafío acorde a sus habilidades variando así la aparición de dificultados adicionales en los apartados para que no sea un aumento paralelo al avance de apartados, fomentando la atención del alumno y dando la opción a mejorar su percepción de sí mismo con un apartado consecutivo a otro que no haya podido resolver.

Centrándonos en la clasificación de Rico y Moreno (2016) trabajaríamos únicamente con la competencia de PR para relacionar los conceptos de grado de monomio con el de ecuación además de obtener los grados de cada monomio. De esta manera tanto de la segunda como de la tercera clasificación pasamos por todos los niveles de dificultad para esa competencia que recogen.

Podemos destacar el apartado d) dónde inicialmente un alumno diría que es de grado 2 la ecuación pero los monomios que son de segundo grado se pueden simplificar entre ellos, siendo realmente la ecuación de grado 1 dando pie a la idea de que el alumno debe de trabajar primero la ecuación antes de decir características sobre ella. Además del

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

apartado m) diseñado específicamente para que el alumnado tenga la tentativa de simplificar $14a$ con $14b$ dando lugar a un doble error, primero a despejar términos que no se pueden despejar y segundo a aceptar una igualdad final de $0 = 14$.

Tarea 3.

De las ecuaciones anteriores que eran de primer grado con una incógnita obtén su solución.

Esta actividad se realiza a la vez que la segunda o pierde su significado aunque bien podría ser separada y tratadas aparte. De hecho se les dejó claro a los alumnos que si no sabían resolver la segunda actividad así me lo hicieran saber y yo les diría qué apartados debían de hacer en esta. Estos apartados son a), b), d), f), g), i), j), k) y n).

El objetivo es simple, una vez deducidas las ecuaciones que son aptas para ser resueltas con su nivel de habilidad, poner en práctica sus conocimientos resolviendo esas ecuaciones. Destacando el b) por tener una fracción como cociente del término literal, el j) y el g) para comprobar si tienen la iniciativa de dejar el término literal a la derecha en lugar de pasarlo a la izquierda de manera compulsiva y el d) por motivos descritos antes.

Si bien en el anterior ejercicio solo teníamos la competencia PR aquí tenemos la ULSO como contraparte. Aquí también queda claro que de la segunda clasificación de Rico y Moreno (2016) se viaja por todos los niveles de dificultad mientras que de la tercera únicamente por los tres primeros niveles que tratan del manejo de variables y operaciones derivadas de estas.

Tarea 4.

Despeja la x de las siguientes ecuaciones.

a) $4x - 3(2x + 4) = 2x + 12$

c) $x - 2 - (x + 5) = 11x + 4$

e) $\frac{1}{2}(4x + 6) = 12 - 2x$

g) $x(4 - 5) = 7$

i) $13 = 2x + 2$

b) $3 - 5(2 - x) = 8$

d) $-5(x + 2) = 9 - 4x$

f) $5 - 4(3x + 2) = 4 - 5(3x - 1)$

h) $\frac{1}{3}(x - 12) + 4 = 2$

j) $10x + 4(4 - x) = 16 + 5x$

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Las intenciones y comentarios de esta actividad son completamente análogos a los de la tercera actividad puesto que la única diferencia es que se añade la dificultad del paréntesis, pero las competencias y niveles de dificultad dentro de la actividad son de idéntica descripción.

Podemos destacar el apartado g) donde se podía eliminar el paréntesis por simple propiedad distributiva o resolver primero el paréntesis y así eliminarlo. Destaca como prueba sobre el razonamiento de los alumnos a la hora de resolver este tipo de ecuaciones.

Tarea 5.

Despeja la x de las siguientes ecuaciones con fracciones:

$$a) \frac{2x}{3} + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$$

$$b) \frac{2x}{3} - \frac{5x-7}{6} = \frac{x}{2} + \frac{5}{3}$$

$$c) \frac{2x}{4} + \frac{x}{4} = -\frac{2}{3}$$

$$d) \frac{7}{3} - x = \frac{2x}{3}$$

$$e) \frac{7x}{5} - \frac{9}{2} = \frac{x}{2} + \frac{3}{10}$$

$$f) \frac{2x-1}{4} + 2 - \frac{3x}{8} = x + \frac{7}{3}$$

Podemos afirmar lo mismo que en la actividad 3 y 4. Nuevamente solo se trata de añadir una capa adicional de conceptos a las ecuaciones, en este caso las ecuaciones con fracciones. Este tipo de ecuaciones trajo un tipo de error curioso donde el alumno realizaba la división del mínimo común múltiplo entre el denominador y lo que resultase de esa operación acaba multiplicando a un término literal o independiente, pues en los casos donde era un término literal a lo que se multiplicaba, el resultado de la división se cambiaba de miembro de la ecuación de manera individual, dejando el término literal que lo multiplicaba en el mismo miembro.

Si tuviéramos que destacar algún apartado serían el b) y el f) por tratarse de ecuaciones que, tras igualar denominadores vía el mínimo común múltiplo, se simplifican en ecuaciones con fracciones.

Tarea 6.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Resuelve los siguientes problemas de manera numérica si es posible y mediante una ecuación:

- a) En un circuito de 1000 metros lisos un corredor hace trampas y empieza la carrera con 300 metros de ventaja. Si ha tardado 140 segundos en llegar a la meta, ¿a qué velocidad iba?
- b) Juan y María reciben 50 euros de su padre a repartir entre los dos con la condición de que María reciba el doble más 5 euros que Juan. ¿Cuánto tiene cada uno?
- c) Si 30 es el 20% de una cantidad, ¿cuánto vale esa cantidad?
- d) Halla el número cuya cuarta parte de su sexta parte de su séptima parte es 2.

A excepción de los apartados a) y c) los otros dos son problemas de características similares a los que Arias Cabezas y Maza Sáez (2016) presentan como posibles tareas pero dándoles una mayor complejidad.

Aquí empezamos a tratar con problemas, por lo tanto los objetivos que se persiguen ya no son tanto de afianzamiento de conocimientos aprendidos en el tema sino de mostrar a qué nivel se han logrado alcanzar esos conocimientos y aplicarlos en situaciones más complejas donde antes de resolver hay que pasar por un proceso cognitivo de comprensión y traducción entre lenguajes,

Las competencias que se trabajan son más amplias al tratarse de resolución de problemas, siendo estas PR, Comunicar (en adelante, C), Resolver problemas (en adelante, RP) y ULSO.

Empezando con la segunda clasificación de Rico y Moreno (2016) no es difícil observar que los niveles de dificultad siempre rondan el de Representación o el de Conexión, nunca llegando ningún apartado al nivel de Reflexión respecto a la complejidad en alguna competencia.

Si analizamos desde la tercera clasificación de Rico y Moreno (2016) podemos trabajar por pares; los apartados b) y d) corresponderían con el Nivel 1 de PR al tratarse de problemas similares a los de su libro de texto mientras que a) y c) corresponden al Nivel 3 de PR precisamente por no ser problemas similares a los del libro de texto, con la

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

competencia C los cuatro apartados trabajan el Nivel 2 aunque siempre es posible ampliar al Nivel 3 pidiéndole a los alumnos de forma oral que expliquen las conclusiones de sus resultados pero por las limitaciones de las prácticas esto no se puso en marcha pero existe la opción de hacerlo, respecto a la competencia RP todos están en el Nivel 1 puesto que ninguno alcanza el nivel de dificultad siguiente y finalmente la competencia ULSO vuelve a trabajarse solo su primer nivel por tratarse de problemas que se resuelven de manera sencilla.

Como último detalle, les pedimos a los alumnos resolución aritmética y algebraica precisamente para que comprobaran la facilidad que supone el algebra frente a la aritmética en estas situaciones. Se ha intentado así que vean las utilidades que tienen las ecuaciones y procuren seguir resolviéndolas de esta manera.

Tarea 7.

Encuentra los números que cumplan las siguientes condiciones:

- a) Un número más su consecutivo suman 23.
- b) Un número par que, sumado al número par consecutivo a él, sumen 18.
- c) Un número más su cuarta parte suman 15.
- d) Busca un número x que al sumarlo con su doble se obtenga el triple de ese número.

Las competencias son idénticas y los comentarios son muy similares a los del ejercicio anterior. Podemos destacar la complejidad conceptual añadida que es el haber incluido en el apartado b) “número par” y “número par consecutivo” aunque realmente este apartado se puede resolver sin tener estos conceptos en cuenta más allá de sumar dos unidades para el número par consecutivo y así ha sido como más niños lo han resuelto.

Especial atención al apartado d) donde se ha buscado ver las reacciones del alumnado ante un resultado final de $0 = 0$ si se resuelve correctamente, para a raíz de su confusión y resolución en clase explicar los conceptos de una ecuación con “infinitas soluciones” o “ninguna solución”. Conceptos que de otra manera serían explicados en cursos superiores con los sistemas de ecuaciones.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Con esta actividad surgió un problema, la falta de concreción del enunciado respecto a si se resuelve o no mediante una ecuación los apartados. Muchos alumnos resolvieron esta actividad probando, sin hacer uso de ninguna ecuación, obviamente se les dio la respuesta por válida al no especificar en ningún lado que tengan que escribir una ecuación. Esto podría haberse evitado quizás simplemente incrementando el valor de los datos que se aportan.

Tarea 8.

Encuentra la ecuación que se ha seguido tras este “truco”:

- a) Coge tu edad, súmale 12, ahora multiplica por 6, divide ese resultado entre 2, vuelve a multiplicar esta vez por 15, de nuevo una división a lo que quede pero es entre 9, a lo que obtengas réstale 60 y finalmente divide entre 5. Has vuelto a obtener tu edad, ¿verdad?

Este último problema se propuso con fines mucho más lúdicos. Al tratarse del problema final que se les mandó a lo largo de las sesiones de clase se pretendía aportar un problema desafiante para su nivel, que no usara nuevos conceptos sino que fuera difícil dentro de usar lo que ya sabían además de intentar captar su atención pues se trata de un “truco” recurrente en estructura a lo largo de redes sociales. Las competencias que trabaja son las mismas que se han aportado antes a los problemas.

Respecto a la segunda clasificación nos encontramos de manera global respecto a las competencias en el nivel de Conexión.

La complejidad respecto a la tercera estructura de Rico y Moreno (2016) varía bastante respecto a cada competencia, respecto a PR tenemos el Nivel 1 de dificultad puesto que se trata de un contexto familiar al ser solo sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. Respecto a la competencia C por las circunstancias que envuelven a la tarea estamos en el Nivel 2 de complejidad pero llegando al Nivel 5 si se le hubiera pedido al alumno que describiera los procedimientos que ha seguido con detalle. De la competencia RP tenemos el Nivel 1 por tratarse de datos sencillos. Con la competencia ULSO tenemos el Nivel 3 de complejidad puesto que tenemos un procedimiento largo que los alumnos deben de seguir con claridad.

8. Conclusiones

En el segundo capítulo de este trabajo presentamos cinco objetivos que pretendíamos cumplir. Vamos a analizar hasta que nivel los hemos cumplido y hacer un resumen final de todo lo que se ha mostrado.

El primero de todos los objetivos que nos proponíamos era adentrarnos en los estudios sobre motivación de la educación secundaria. Esto lo hemos cumplido a lo largo del capítulo cinco mostrando tres teorías de la motivación. Si bien este tema es muchísimo más amplio de lo que en este trabajo se ha mostrado, hemos aportado la información necesaria para relacionar la complejidad de las tareas con ellos.

Esto nos permite enlazar con nuestro segundo objetivo que era precisamente relacionar estos dos conceptos, el de la complejidad de las tareas y el de la motivación. En el capítulo cuatro hemos presentado de manera previa a las teorías de motivación varias clasificaciones de las tareas atendiendo a distintos aspectos de su complejidad, aportando así un marco teórico para en el capítulo cinco hacer las relaciones.

Y de aquí obtenemos una conclusión importante, las teorías de la motivación no se pueden desentender de la complejidad de las tareas y es una de las características en común que comparten. En teoría de flujo tenemos la complejidad definida en Gil, Montoro y Torres (2017) y Montoro y Gil (2016) como el “Desafío” y forma parte crucial del cuadrante de flujo que permite clasificar cuando una actividad genera flujo. En teoría de calibración la relación directa con la complejidad nos la dan García *et al* (2015) donde explícitamente nombran la dificultad de una tarea como uno de los factores que afecta a la calibración del alumnado. Y para acabar en la teoría de afectividad tenemos el trabajo de Gil, Blanco y Guerrero (2006) que nos informan de cómo la sociedad se ha encargado de darles a las matemáticas una mala fama afirmando ser una asignatura únicamente para los más inteligentes dada su dificultad, entrando aquí la oportunidad del profesor para romper ese mito cultural.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Por lo tanto hemos aportado material de investigación suficiente para respaldar que nuestro interés por la complejidad de las tareas está más que justificado llegando a ser incluso necesario de manera general entre todos los docentes de matemáticas.

Nuestro tercer objetivo se centraba en diseñar una serie de tareas aptas para un alumnado de 1º ESO centradas en el tema de ecuaciones y a lo largo del capítulo siete se han presentado estas tareas centradas para el curso y el contexto específico que se ha vivido en las prácticas. Estas tareas podrían haber aprovechado en mayor medida elementos TIC tanto para facilitar su resolución como para añadir nuevas características de dificultad pero por el contexto descrito del centro esto hubiera generado problemas para el alumnado así que se evitaron.

Ahora nos centramos en el cuarto objetivo que era la propuesta de esas tareas en una clase real durante la intervención intensiva telemática e intentar observar sus efectos en los alumnos y su motivación general.

Esta observación ha sido complicada por las circunstancias, aun así se le pidió a los alumnos que comentaran su opinión sobre el nivel de dificultad aunque esto no tuvo mucho éxito pero de los alumnos que aportaron estos comentarios en todas las sesiones tenía en común que, a partir de la segunda sesión, los ejercicios eran algo difíciles. Esto es revelador puesto que en la primera sesión la tarea estaba formada por actividades únicamente del libro mientras que las demás sesiones fueron tareas de diseño propio.

Además se comentaron algunas veces qué ejercicios fueron los más difíciles y como consenso global entre los alumnos, el ejercicio 8 del capítulo siete formó parte de este grupo, lo cual tampoco es sorprendente dada su estructura que ya analizamos. Pero los ejercicios que menos problemas se han tenido, ya sea porque hayan sido los que más se han realizado correctamente por los alumnos o aquellos que más se han intentado realizar, han sido aquellos que, en estructura, son similares a los que se presentan en su libro de texto.

Esto nos puede dejar con la pregunta, ¿son los ejercicios del libro de texto de excesiva baja complejidad? ¿Ocurre esto de manera global entre todos los libros de texto o es

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

cosa solo de ese volumen o editorial? Cuestiones que si bien están relacionados con la complejidad de las tareas escapan de las intenciones de diseño de tareas de este trabajo.

Respecto a la motivación de los alumnos ha sido complicado su seguimiento pero a lo largo de las lecciones telemáticas se pudo observar cómo, aunque se realizaran ejercicios más complejos que los que se enviaban como tarea, los alumnos eran capaces de resolver en clase los ejemplos que se proponían sin problema conforme se avanzaban las lecciones y más voces participaban en las clases. También se observó cómo con el paso de las lecciones más alumnos realizaban las tareas que se mandaban, empezando con menos de la mitad del alumno entregando la tarea por Classroom para acabar casi con tres cuartos realizándola.

Aunque bien esto podría ser achacado a un aumento en la confianza de los alumnos hacia mi o a mejor conocimiento del tema, como hemos dicho el contexto que ha rodeado a las clases ha dificultado mucho el análisis de su motivación.

En definitiva, para valorar el diseño de las tareas y desarrollar nuestro último objetivo del trabajo, podemos decir que hemos conseguido transmitir a los alumnos un mayor nivel de conocimiento sobre ecuaciones de primer grado del que su propio libro de texto les exige haciendo uso para ello de la complejidad de las tareas, siendo éstas más complejas que las que el libro les ofrecía según sus comentarios. Todo sin apenas alterar las evaluaciones de los alumnos puestos que las notas que han obtenido durante mi intervención han sido muy similares a las que han ido obteniendo antes de mi aparición. Por lo tanto la intencionalidad de este trabajo se ha cumplido.

También ha servido este trabajo para obtener una gran experiencia docente puesto que a lo largo del diseño de las tareas me he encontrado con aspectos por el camino que previamente no me había planteado. Un ejemplo de esto son los monomios que el libro de texto que los alumnos usaban no lo definían pero me resultaba necesario y tuve que replantear un poco los conceptos que debía usar, teniendo que replantear mi análisis de contenido. Otra es un estudio adecuado de los posibles errores que el alumnado pueda tener puesto que surgieron errores que no habría esperado como el descrito en el ejercicio cinco del capítulo siete, aunque son errores que difícilmente me habría podido plantear puesto que no nacen de una incorrecta asimilación de los nuevos conceptos

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

sino de los que ya deberían de poseer. Otorgando estos hechos especial importancia a la experiencia como docente pues son aspectos que un individuo como profesor es posible que ni imagine a menos que se encuentre con ellos directamente en un aula.

En general me ha servido para desarrollarme como docente y los resultados me han animado a crear mi propio material y tareas para sacar el máximo potencial posible a las habilidades que el alumnado puesto que veo que ese esfuerzo tiene su recompensa. Sin olvidar la importancia que tiene las relaciones del profesor y su alumnado que en las clases observacionales me han dejado claro que son claves para el desarrollo de los alumnos con los que tratemos y es una fuente clave de información para que el profesor ofrezca una experiencia de enseñanza-aprendizaje óptima.

9. Referencias

- Anthony, G., Walshaw, M. (2009). *Effective pedagogy in mathematics*. Educational series 19. *Brussels: International Academy of Education*; Geneva: International Bureau of Education.
- Arias Cabezas, J. M., Maza Sáez, I. (2016). *Matemáticas 1 ESO Andalucía digital alumno +*, Andalucía, España. Editorial Bruño.
- Booth, J. L., et al, (2014), Persistent and Pernicious Errors in Algebraic Problem Solving, *Journal of Problem Solving*, vol. 7, p. 10-23.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, L. Blanco (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XII. Actas del Duodécimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Badajoz. Editorial SEIEM p. 113-140.
- Csikszentmihalyi, M. (1975). *Beyond boredom and anxiety*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Espinoza, J., et al. (2016). Un estudio de los problemas inventados por estudiantes de secundaria en España. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 23, p. 85-101.
- García, T., et al. (2015), Factors involved in making post-performance judgments in mathematics problem-solving, *Psicothema*, vol. 27(4), p. 374-380.
- Gasco, J., (2017), La resolución de problemas aritmético - algebraicos y las estrategias de aprendizaje en matemáticas. Un estudio en educación secundaria obligatoria (ESO), *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 20(2).

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

- Gasco, J., Villarroel, J. D., (2014b), La motivación en la resolución de problemas aritmético-algebraicos. Un estudio con alumnado de educación secundaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, vol. 12(1), p.83-106.
- Gasco, J., Villarroel, J. D., Zuazagoitia, D., (2014a), Different procedures for solving mathematical word problems in high school, *Canadian Center of Science and Education, International Education Studies*, vol. 7(7).
- Gil, F., Montoro A. B., Torres, T., (2017), Motivación en matemáticas de estudiantes de primaria. *International Journal of Developmental and Educational Psychology INFAD Revista de Psicología*, vol. 1(1), p. 85-94.
- Gil, N., Blanco, L. J., Guerrero, E., (2006), El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos, *Revista de Educación*, vol. 340, p. 551-569.
- Hacker, D. J., Bol, L., y Keener, M.C. (2008). Metacognition in education: A focus on calibration. En J. Dunlosky, & R. Bjork (Eds.), *Handbook of Memory and Metacognition* (p. 429-455). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Lupiáñez, J., (2013) Análisis didáctico: la planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. Lupiáñez. y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. Granada, Editorial Comares, p. 81-102.
- McLeod, D. B. (1990). Information-processing theories and mathematics learning: the role of affect. *International Journal of Educational Research*, 14(1), p.13–29.
- McLeod, D. B (1992) Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En A. Douglas Grouws. (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning*. New York, Macmillan, p.575-598.
- MECD (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

El papel de la dificultad de las tareas en la motivación y educación matemática.

Montoro, A. B. y Gil, F. (2016). Aspectos que facilitan la motivación con tareas matemáticas. Un estudio de casos con estudiantes de maestro de primaria. *PNA*, 10(4), p. 307-337.

Plan de Convivencia IES El Alquíán Curso Académico 2019-2020.

Rico, L., Moreno, A. (Coords.). (2016), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria*, España, Pirámide.

Rico, L., et al, (2015), Concepciones y significados en una tarea matemática escolar, *Revista Suma*, vol. 80, p. 67-76.

Skaalvik, E. M., Federici, R. A., Klassen, R. M., (2015), Mathematics achievement and self-efficacy: Relations with motivation for mathematics, *International Journal of Educational Research*, vol. 72, p. 129–136.

Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B. (2012). *Teaching with tasks for effective mathematics learning* (Vol. 9). Springer Science & Business Media.

Sullivan, P., et al, (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, vol. 4(4), p. 133-142.

Villota, J., Villota, M., Ogecime, M., (2016). Estrategias de enseñanza utilizadas en el desenvolvimiento de tareas matemáticas: Importancia en su utilidad. *Revista Sigma*, vol. 12 (2). p. 53-70