



Aprendizaje Cooperativo y actividades para su aplicación en Matemáticas

*Cooperative Learning and activities
for its application in Mathematics*

Autora: María del Mar Utrera Torres

Máster en Profesorado de Educación Secundaria.

Universidad de Almería

Especialidad: Matemáticas

Tutora: María Dolores Gil Montoya

Convocatoria: Junio 2020

Resumen

En este trabajo fin de máster se describen las principales características del aprendizaje cooperativo, como son el nuevo rol que adquieren tanto docentes como estudiantes, la formación de los grupos y los componentes esenciales para estructurar una tarea de forma que realmente exija cooperación. Asimismo, se muestran los beneficios que tiene el aprendizaje cooperativo para el alumnado, tanto en el rendimiento académico como en aspectos referentes a la conducta social y motivacional, así como su contribución a la adquisición de competencias básicas que no se pueden desarrollar utilizando otros métodos de enseñanza.

En este trabajo, además, se plantean actividades de aprendizaje cooperativo para la unidad didáctica de estadística para el nivel de 3º ESO, con la idea de que estas actividades sean motivadoras para el alumnado. Para estas actividades se hará uso tanto de estructuras cooperativas básicas como complejas, de las cuales se hará una breve descripción.

Palabras clave: aprendizaje cooperativo, estadística, educación secundaria.

Abstract

This Master's Thesis describes the main characteristics of cooperative learning: the new role that both teachers and students take, the formation of groups and the essential components that make an activity require cooperation. Furthermore, this dissertation shows the benefits cooperative learning has for students, whether in their academic performance or in aspects related to social and motivational behaviour. It also helps students acquire basic skills which cannot be developed by using other teaching methods.

This dissertation also includes some proposed activities for the subject of statistics based on cooperative learning aimed at motivating students. This teaching unit is intended for students in 3rd year of Compulsory Secondary Education [from 12 to 16]. These activities will make use of both basic and complex cooperative structures, all of them briefly described below.

Keywords: cooperative learning, statistics, secondary education

Índice

1. Introducción	1
1.1. Justificación del trabajo y objetivos	1
1.2. ¿Qué es el aprendizaje cooperativo?	2
1.3. Ingredientes del aprendizaje cooperativo	4
1.4. Beneficios del aprendizaje cooperativo	5
2. Antecedentes históricos	7
3. Metodología	9
3.1. Rol del docente	9
3.2. Grupos de aprendizaje cooperativo	10
3.3. Formación de los grupos	11
4. Actividades de aprendizaje cooperativo	11
4.1. Estructuras y técnicas de aprendizaje cooperativo	12
4.1.1. El método del puzzle (Jigsaw)	12
4.1.2. 1-2-4	12
4.1.3. El Número	13
4.1.4. TGT (Teams - Games Tournaments)	13
4.2. Actividades propuestas	14
5. Conclusiones	32
6. Referencias Bibliográficas	34

1. Introducción

1.1. Justificación del trabajo y objetivos

Es un tema muy relevante en la actualidad la necesidad de emplear metodologías innovadoras en educación. Los alumnos de hoy en día tienen unos intereses y motivaciones muy diferentes a los que tenían los estudiantes unos años atrás, los cuales se han visto transformados, entre otras razones, por el avance de las nuevas tecnologías. Sin embargo, se observa que, en general, numerosos profesores continúan usando mecanismos de enseñanza que se han quedado obsoletos y no motivan a los alumnos, lo que requiere un proceso de evolución para adaptarse a las nuevas generaciones.

Al comenzar a cursar el máster de profesorado, todos los profesores concedían una gran importancia al uso de nuevas metodologías, por lo que la elección de este tema para realizar mi trabajo fin de máster comparte una estrecha relación con el inicio de este. En algunas asignaturas estudiamos lo que se conoce como metodologías activas, que son aquellas en las que el alumno tiene un papel activo en el proceso de aprendizaje. A pesar de las numerosas metodologías activas que se conocen, en particular, dedicaban especial atención al aprendizaje cooperativo. En todas las asignaturas nos hablaban de la importancia de trabajar en equipo en las escuelas e institutos, tanto entre alumnos como entre profesores. Un motivo de peso para la trascendencia de este hecho es la preparación de los alumnos para el mundo laboral, pues es bien conocido que las empresas buscan empleados que presenten habilidades y destrezas en el trabajo cooperativo. Por tanto, estas habilidades se tienen que desarrollar a lo largo de las diferentes etapas de los ciclos educativos. Pero... ¿cómo se aprende a trabajar en equipo?

Me matriculé en la asignatura “Metodologías Activas del Trabajo en Equipo” porque estaba muy interesada en conocer cómo funcionaba esta metodología y conocer sus beneficios. Gracias a esta asignatura conocí sus principales características, así como numerosas estructuras y técnicas. Disfruté mucho de la asignatura y para seguir aprendiendo sobre esta metodología activa decidí elegir este tema para mi trabajo fin de máster.

Como mi especialidad en el máster es matemáticas, me pareció interesante proponer actividades de aprendizaje cooperativo aplicadas a esta rama para motivar al alumnado y tratar de mejorar su rendimiento académico en esta asignatura. Las actividades propuestas están diseñadas para 3º ESO y corresponden a los contenidos de la unidad de Estadística Descriptiva. La elección de este nivel educativo se vio motivada por la intervención intensiva que tenía que realizar durante el segundo período de prácticas, ya que quería ponerlas en práctica con el grupo de 3º ESO con el que trabajé. Desafortunadamente, ante la imposibilidad de asistir de forma presencial a los centros con motivo de la declaración del estado de alarma como consecuencia de la pandemia por coronavirus, no he podido llevarlas a cabo.

El presente trabajo tiene como finalidad recoger las principales características del aprendizaje cooperativo para guiar a los futuros lectores en la preparación de actividades haciendo uso de esta metodología. Se pretende analizar los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo y mostrar los diferentes tipos de grupos existentes, así como los criterios de distribución en los grupos. Además, se persigue fomentar el uso de esta metodología activa mostrando sus numerosos beneficios.

Asimismo, se desea motivar al alumnado y tratar de mejorar su rendimiento académico. Para ello se proponen actividades que hacen uso de técnicas y estructuras de aprendizaje cooperativo aplicadas a la unidad de estadística descriptiva. Por último, se busca ayudar al futuro lector en la estructuración de los componentes del AC adjuntando en cada actividad una tabla que recoge información sobre el diseño de esta.

1.2. ¿Qué es el aprendizaje cooperativo?

El aprendizaje cooperativo se incluye dentro de lo que se conoce como metodologías activas. Las metodologías activas son procesos interactivos en los que el alumno es el responsable de su propio aprendizaje. El uso de estas metodologías supone un cambio de rol tanto del profesor como de los alumnos. El alumno deja de ser un agente pasivo y se transforma en un agente activo, ya que debe implicarse en el proceso de aprendizaje para adquirir el conocimiento. Por otra parte, el docente adquiere otras responsabilidades dentro del proceso y se convierte en facilitador del aprendizaje. El uso

de metodologías activas promueve el aprendizaje significativo, el cual no se olvida tan fácilmente como el aprendizaje memorístico, ya que este supone un cambio en las estructuras mentales de los alumnos (Serna y Díaz, 2013).

Johnson, Johnson y Holubec (1999, p.5) definen el aprendizaje cooperativo como “el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás”. Si, además, buscamos la definición de cooperar en el Diccionario de la Lengua Española de la Real Academia Española, la primera acepción que aparece define cooperar como: “Obrar juntamente con otro u otros para la consecución de un fin común”.

A partir de las dos definiciones anteriores y siguiendo a Johnson, Johnson y Holubec (1999) y Pujolàs y Lago (2011) podemos identificar las principales singularidades que caracterizan al aprendizaje cooperativo. El aprendizaje cooperativo es un conjunto de métodos y técnicas que se emplean con pequeños grupos de alumnos, normalmente heterogéneos, que trabajan juntos para lograr objetivos comunes. Las actividades deben ser estructuradas para garantizar la participación de todos los miembros del grupo y fomentar la interacción entre los estudiantes. Los alumnos dentro de un grupo son responsables tanto de su aprendizaje como del aprendizaje del resto de los miembros, ya que deben alcanzar resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para el resto de los integrantes. Para que la acción sea realmente cooperativa se debe dar la interdependencia positiva entre los miembros, lo que equivale a decir que cada integrante es consciente de que el éxito grupal supone también el individual, y viceversa.

El aprendizaje cooperativo no es sólo un recurso o una metodología que se aplica en el aula para tratar de mejorar los resultados académicos de los estudiantes, sino que es un contenido más que aparece recogido en el currículum escolar. Por este motivo, los profesores deben diseñar actividades para enseñar a los estudiantes a trabajar en equipo de forma tan organizada como se enseña el resto de contenidos (Pujolàs, 2003).

Un concepto que en ocasiones suele ser utilizado como sinónimo de aprendizaje cooperativo es el de aprendizaje colaborativo. Sin embargo, hay autores que sí establecen diferencias entre estos dos términos. Zañartu (como se citó en Servicio de Innovación Educativa, 2008) afirma que en el aprendizaje cooperativo el docente estructura la actividad de forma que mantiene el control casi absoluto durante el desarrollo de esta,

mientras que en el aprendizaje colaborativo el docente establece un grado de estructuración menor, lo que fomenta una mayor autonomía del grupo.

Aunque a lo largo de este trabajo se usará indistintamente trabajo en grupo y trabajo en equipo, cabe destacar la diferencia que existe entre estos dos tipos de organización entre alumnos. La organización en grupos se entiende como una simple reunión de alumnos, donde los integrantes coinciden en un mismo lugar y en el tiempo, pero no se da necesariamente interdependencia positiva entre sus miembros. Por otro lado, la organización en equipos no solo entiende la actividad como una simple reunión, sino que, además, se da la interdependencia positiva entre los miembros, de forma que todos están ligados a la consecución de un objetivo común. Por tanto, el trabajo en equipo es trabajo en grupo, pero el trabajo en grupo no tiene por qué ser trabajo en equipo, y, por tanto, no necesariamente implica aprendizaje cooperativo (Serna y Díaz, 2013).

1.3. Ingredientes del aprendizaje cooperativo

El hecho de formar grupos con los alumnos para que estos trabajen conjuntamente no significa que se esté consiguiendo la cooperación. Johnson, Johnson y Holubec (1999) señalan que para que el aprendizaje en grupos sea realmente cooperativo se tienen que incorporar necesariamente estos cinco ingredientes:

- **Interdependencia positiva.** Los miembros del grupo tienen que ser conscientes de que todos y cada uno de los integrantes son indispensables para lograr el objetivo, es decir, que el éxito individual solo se consigue si se alcanza el éxito grupal (y viceversa). Desde el punto de vista del profesor, este puede estructurar la interdependencia positiva de una tarea grupal mediante recompensas colectivas, la asignación de roles, la dependencia de recursos o la división del trabajo.
- **Exigibilidad individual / responsabilidad personal.** Cada uno de los integrantes del grupo debe asumir que es responsable tanto de su parte de trabajo como de la parte de los demás. Los miembros del grupo tienen que ser conscientes de que es necesario contribuir a lograr los objetivos del grupo y, además, ayudar a los demás para que también lo hagan. El profesor puede estructurar la exigibilidad individual de las tareas mediante la realización de exámenes individuales a cada estudiante, la

elección al azar de un estudiante para presentar el trabajo del grupo, o la corrección de los trabajos entre los propios miembros del grupo.

- **Interacción positiva cara a cara.** Se desarrollan actividades cognitivas e interpersonales cuando los estudiantes intercambian información oralmente con los compañeros del grupo, enseñan cómo resolver problemas y se explican mutuamente las conexiones entre el aprendizaje pasado y presente, profundizando en las cuestiones que se están considerando. Entre los miembros del grupo se animan, se ayudan y se apoyan para conseguir los objetivos. Esto, además, reduce los niveles de ansiedad y estrés de los alumnos.
- **Habilidades cooperativas.** El aprendizaje cooperativo requiere el desarrollo de habilidades interpersonales y grupales además de la adquisición de conocimientos teóricos. Los estudiantes deben tener capacidad de liderazgo, así como habilidades para tomar decisiones, generar confianza, comunicarse y resolver conflictos. Estas habilidades se deben enseñar de manera tan intencionada y precisa como las habilidades académicas.
- **Autoanálisis de grupo.** Los miembros del grupo tienen que analizar la efectividad del trabajo grupal, tanto en lo que respecta a la consecución de los objetivos como a la relación entre los miembros. El grupo debe determinar las conductas que han sido adecuadas para el correcto funcionamiento del grupo, así como aquellas que han sido negativas y que, por tanto, es necesario eliminar. Este autoanálisis promueve el aprendizaje de habilidades cooperativas y asegura que los miembros reciben realimentación sobre su participación.

1.4. Beneficios del aprendizaje cooperativo

El docente es responsable, mayoritariamente, del tipo de interacción que se establece entre el alumnado durante el proceso de aprendizaje. Como manifiestan García, Traver y Candela (2012, p.27): “La naturaleza de la interacción viene determinada por la forma en que el profesorado plantea la estructura y organización de las actividades de aprendizaje”.

Siguiendo a García, Traver y Candela (2012), los alumnos pueden interactuar en el aula de tres formas distintas: competitiva, individualista y cooperativa. ¿Qué cambia en una situación de aprendizaje cooperativo en el aula con respecto a las situaciones competitivas e individualistas?

- En una **situación competitiva** las metas de los diferentes alumnos están relacionadas entre sí de forma negativa, ya que un individuo logrará su objetivo a costa de que el resto fracase en la consecución de los suyos propios. Por tanto, los alumnos se esfuerzan por ser los mejores, pero a la vez, privan a los compañeros y celebran los errores de los demás.
- En una **situación individualista** no existe relación entre las metas personales de los diferentes alumnos, ya que, en este caso, que un individuo logre su objetivo no influye ni positiva ni negativamente en que el resto de los individuos logren los suyos. Como consecuencia, cada estudiante trabajará de forma independiente sin tener en cuenta el trabajo de los demás.
- En una **situación cooperativa** las metas de los diferentes alumnos están relacionadas entre sí de forma positiva, ya que cada individuo podrá lograr su objetivo personal si, y solo si, los demás individuos logran alcanzar los suyos. La cooperación da como resultado el esfuerzo de los estudiantes para que todos se puedan beneficiar mutuamente, ya que la recompensa se basa en el éxito común del grupo.

Existen numerosas investigaciones que destacan las ventajas del aprendizaje cooperativo en comparación con los métodos competitivo e individualista. La cooperación ofrece resultados beneficios tanto en el rendimiento académico como en aspectos referentes a la conducta social y motivacional (Johnson, Johnson y Holubec, 1999; y García, Traver y Candela, 2012). Siguiendo a estos autores, a continuación se recoge una síntesis de las principales ventajas del aprendizaje cooperativo:

- Promueve la implicación activa del estudiante en el proceso de aprendizaje, lo cual supone un aumento del rendimiento y de la productividad de los alumnos independientemente del nivel de rendimiento.
- Facilita la participación de todos los estudiantes a lo largo de la sesión, y no solo de un grupo reducido como ocurre con las técnicas de docencia clásicas.

- Debido a la interacción entre iguales, los alumnos adquieren conocimientos, valores y habilidades que no pueden obtener a través del profesor, o al menos no con tanto éxito.
- Reduce los niveles de abandono escolar debido a las relaciones personales que se establecen entre compañeros, favoreciendo así la integración social y la interdependencia positiva entre los miembros.
- Promueve el aprendizaje autónomo, pues los estudiantes asumen responsabilidades propias en el proceso de aprendizaje.
- Desarrolla la capacidad de razonamiento crítico, ya que se enfrentan a un problema desde diferentes perspectivas y, además, tienen que ser críticos consigo mismos en la reflexión sobre su proceso de aprendizaje.
- Facilita el desarrollo de la capacidad de comunicación oral, ya que al interactuar en pequeños grupos los estudiantes ganan confianza para poder expresarse en público.
- La interacción entre compañeros permite que los estudiantes adquieran competencias sociales y cívicas. Los estudiantes desarrollan comportamientos solidarios (compartir, ayudar, etcétera) y adquieren habilidades como dialogar, juzgar de forma constructiva y actuar de forma colectiva en lugar tener comportamientos egoístas.
- Permite desarrollar la capacidad de liderazgo.
- Prepara a los estudiantes para el mundo laboral, ya que gran parte de las empresas en la actualidad requieren empleados que dominen habilidades de trabajo en equipo.
- Mejora la autoestima y la motivación de los estudiantes.
- Se trata de un recurso para atender a la diversidad, ya que facilita la inclusión de los alumnos.
- Reduce los niveles de estrés y ansiedad.
- Mejora la convivencia en las aulas.

2. Antecedentes históricos

Aunque se cree que el aprendizaje cooperativo es una metodología nueva, sus antecedentes se sitúan antes de Cristo, ya que existen escritos antiguos tales como la Biblia y el Talmud en los que se hallan referencias a la necesidad de cooperar entre

iguales. Sin embargo, no es hasta el siglo XVI cuando aparece la idea de aprendizaje cooperativo, la cual surge en la historia de occidente con tendencias pedagógicas que hablan sobre las ventajas del aprendizaje entre iguales. Durante el siglo XVII, Johann Amos Comenius introduce la enseñanza basada en grupos como alternativa metodológica convencido de los beneficios de aprender de otros alumnos. En el siglo XVIII, Andrew Bell y Joseph Lancaster introducen en la enseñanza inglesa el trabajo en grupos cooperativos. Sus ideas se desarrollaron en Estados Unidos a partir del siglo XIX de la mano de Frances Parker y John Dewey. Este último promovió el uso de los grupos cooperativos con la elaboración de modelos de instrucción cuyo elemento esencial era el aprendizaje cooperativo (Johnson y Johnson, 1999).

A lo largo del siglo XX, el aprendizaje cooperativo comienza a difundirse en Estados Unidos con motivo de una lucha contra el individualismo que predominaba en la escuela pública hacia los años treinta. Hacia los años setenta, la investigación de los métodos cooperativos adquiere de nuevo gran relevancia. Este nuevo interés está ligado al trabajo de los hermanos David y Roger Johnson, creadores del *Cooperative Learning Center* como fruto de sus esfuerzos en la investigación; Elliott Aronson, creador de la técnica del rompecabezas (Jigsaw); Robert Slavin, que amplió el trabajo de DeVries y Edwardsal, los cuales desarrollaron los TGT (*Teams-Games-Tournament*); y Spencer Kagan, con sus estudios sobre la cooperación y la competencia en los niños (Johnson y Johnson, 1999).

En España, el aprendizaje cooperativo fue introducido por Lew Barnett. Desde entonces, destacan los trabajos de Manuel Pallarés, que describe las técnicas de grupo para educadores; Anastasio Ovejero, que lleva las técnicas del aprendizaje cooperativo a la educación primaria; y Pere Arnáiz, quien escribe sobre la organización y la gestión del aula (Marcos, 2006).

Otro de los referentes en el campo de investigación del AC en España es el pedagogo Pere Pujolàs, considerado, además, un gran defensor de la escuela inclusiva. Asimismo, en España contamos con el *Centro Internacional de Aprendizaje Cooperativo*. Este centro está asociado al *Cooperative Learning Center*, y tiene como finalidad difundir noticias e investigaciones sobre aprendizaje cooperativo, organizar conferencias y realizar actividades de formación.

3. Metodología

En este apartado se exponen las principales tareas que asume el docente cuando aplica la metodología de Aprendizaje Cooperativo en el aula, entre ellas la formación de los grupos. Se describen los diferentes tipos de grupos según el tiempo de desarrollo de la actividad, así como el tipo de actividad, y los criterios que se siguen para distribuir a los estudiantes en dichos grupos.

3.1. Rol del docente

El aprendizaje cooperativo no exime al docente de sus funciones en el proceso de aprendizaje, sino que plantea un cambio en su ejercicio. Con el aprendizaje cooperativo la función docente se transforma de la figura de expositor a la de facilitador del aprendizaje, proponiendo actividades de aprendizaje, evaluando y estimulando la interacción recíproca entre alumnos.

Siguiendo a los autores León (2002) y Johnson, Johnson y Holubec (1999), las tareas que debe asumir el docente son:

- Planificar y organizar las actividades de trabajo en equipo para conseguir desarrollar adecuadamente los objetivos de aprendizaje.
- Especificar los objetivos educativos de la actividad, tanto académicos como de habilidades sociales.
- Decidir el tamaño del grupo, formar los grupos y distribuir los grupos en el aula.
- Asignar roles que aseguren la interdependencia entre los miembros del grupo.
- Explicar la tarea académica de forma que a los alumnos sepan lo que deben hacer y entiendan los objetivos de la actividad.
- Estructurar los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo para que los equipos de trabajo sean realmente cooperativos.
- Orientar y ayudar en la tarea cuando sea necesario.
- Intervenir en los grupos para supervisar las conductas de los estudiantes y fomentar el desarrollo de habilidades sociales y colaborativas.

- Evaluar el funcionamiento de los grupos en cuanto a la calidad y la cantidad del aprendizaje, así como la calidad de su interacción. El docente, además, debe proporcionar un tiempo para la autoevaluación de los grupos.

3.2. Grupos de aprendizaje cooperativo

León (2002) señala que existen diversos factores que determinan el tamaño de los grupos, como son el tipo de tarea que se va a realizar, la duración de esta, el nivel de entrenamiento del grupo y el momento del desarrollo grupal. Bará y Domingo (2005) clasifican los grupos de aprendizaje cooperativo en tres formas diferentes de organización:

- **Grupos informales.** Estos grupos de aprendizaje cooperativo se forman para una actividad o un material concreto que se va a trabajar en una clase, ya sea durante unos minutos o durante la sesión completa. Son grupos homogéneos o heterogéneos con un número de componentes que puede variar desde 2/3 hasta 5/6. La idea de estos grupos es centrar la atención del estudiante en el material que se va a trabajar, para así favorecer el proceso de aprendizaje y ayudar a que se procese la información de forma cognitiva.
- **Grupos formales.** Estos grupos de aprendizaje cooperativo son útiles para completar una tarea específica en un período de tiempo que puede abarcar desde una sesión hasta varias semanas. Todos los miembros del grupo trabajan sobre la misma tarea para conseguir un objetivo común, por lo que deben ser responsables tanto de su aprendizaje como del de sus compañeros.
- **Grupos de base.** Estos grupos de aprendizaje cooperativo se forman para trabajar a lo largo de todo el curso. Son grupos heterogéneos cuyo propósito es que los miembros del grupo se ayuden entre sí para favorecer el éxito de todos. Al trabajar durante un largo periodo de tiempo, se establecen relaciones personales permanentes que favorecen la cohesión de los integrantes del grupo, lo que incita a que se preocupen más por los demás.

3.3. Formación de los grupos

El docente es el encargado de distribuir a los alumnos en grupos, decidiendo si estos serán homogéneos o heterogéneos en función de la actividad que se vaya a realizar.

En ocasiones es útil utilizar grupos de aprendizaje homogéneos si se quiere que los alumnos trabajen de forma más autónoma, dominen habilidades específicas o alcancen ciertos objetivos educativos, así como reforzar, con los grupos de menor rendimiento, los contenidos que ya se han estudiado (Pujolàs y Lago, 2011).

Sin embargo, en general, es preferible agrupar a los alumnos de forma heterogénea. Johnson, Johnson y Holubec (1999) señalan que los grupos compuestos por estudiantes cuyo rendimiento académico difiere son más eficaces. El hecho de confrontar diversas perspectivas genera un conflicto sociocognitivo que provoca que los alumnos estén activos cognitivamente, estimulando así el aprendizaje.

León (2002) indica, además, que la heterogeneidad de los grupos no sólo debe diferir en cuanto a rendimiento académico, sino también en cuanto a género, cultura, clase social, etnia, etcétera.

4. Actividades de aprendizaje cooperativo

En este apartado se presentan las actividades de aprendizaje cooperativo aplicadas a la estadística descriptiva de 3º ESO. Se han propuesto tres actividades para trabajar diferentes contenidos de la unidad didáctica. Asimismo, para cada una de las actividades se ha utilizado una técnica o estructura de aprendizaje cooperativo diferente. Existe una gran variedad de técnicas y estructuras que el profesor escogerá dependiendo del tipo de grupo (grupo de base, formal o informal), así como del contenido que se quiera trabajar. Pujolàs y Lago (2011) describen numerosas estructuras y técnicas de aprendizaje cooperativo, por lo que se recomienda leer su trabajo para obtener más información.

4.1. Estructuras y técnicas de aprendizaje cooperativo

En este apartado se describen las estructuras y técnicas de aprendizaje cooperativo utilizadas para el desarrollo de estas actividades tomando como referencia *EL PROGRAMA CA/AC (Cooperar para Aprender/Aprender a Cooperar) PARA ENSEÑAR A APRENDER EN EQUIPO* (Pujolàs y Lago, 2011).

4.1.1. EL Método del Puzzle (Jigsaw)

Este método de aprendizaje cooperativo también es conocido como *El Rompecabezas*. Se realiza con grupos heterogéneos de 4/5 miembros. Para llevarlo a cabo se procede de la siguiente manera:

Se divide el material que se quiere trabajar en tantas partes como integrantes tienen los grupos (todos los grupos trabajarán el mismo material). Cada miembro del grupo tiene que trabajar una de esas partes, de forma que, conjuntamente, trabajarán todo el material. Una vez que se han repartido los documentos entre los integrantes del grupo, individualmente, cada alumno dispondrá de un tiempo para estudiar su parte. Tras esta preparación individual se produce la *reunión de expertos*. Durante otro periodo de tiempo establecido, todos aquellos alumnos que tienen el mismo documento se reúnen para discutir el material y realizar anotaciones/esquemas/resúmenes para clarificar sus dudas. Finalmente, los alumnos se reúnen de nuevo con el grupo original, y por orden, exponen sus diferentes partes al resto de compañeros del grupo.

4.1.2. 1-2-4

Esta estructura de aprendizaje cooperativo se realiza con grupos heterogéneos de 4 personas. Se procede de la siguiente manera:

En primer lugar, el profesor propone una tarea/pregunta a los grupos y entrega a cada integrante una hoja con tres recuadros (*Situación 1, Situación 2 y Situación 4*). De forma individual, cada miembro del grupo tendrá que escribir en el recuadro *Situación 1*

la solución/respuesta de la tarea que considera que es correcta. Posteriormente, los grupos se dividen en dos parejas y dentro de las mismas se intercambian y comentan las soluciones/respuestas del recuadro *Situación 1*, anotando en el recuadro *Situación 2* una solución/respuesta consensuada que consideran que es más adecuada. Por último, todos los miembros del grupo comentan las soluciones/respuestas obtenidas de la discusión en pareja y entre todos, consensuan la solución/respuesta que creen más adecuada para la tarea/pregunta y la escriben en el recuadro *Situación 4*.

4.1.3. *EL Número*

Esta estructura de aprendizaje cooperativo se utiliza como complemento de otras estructuras más básicas para promover la exigencia mutua entre los integrantes de un grupo. En nuestro caso hemos utilizado como estructura básica *1-2-4*. Se organizan los alumnos en grupos heterogéneos de 4 personas. Para llevarla a cabo se procede de la siguiente manera:

En primer lugar, el profesor propone una tarea para toda la clase y asigna a cada estudiante un número. Durante un tiempo establecido, cada uno de los grupos tendrá que realizar la tarea mediante la estructura *1-2-4*. Una vez finalizado el tiempo, el profesor sacará un número al azar y el alumno que tenga dicho número asignado tendrá que explicar o realizar la tarea en la pizarra. Si la realiza correctamente, su equipo recibirá una recompensa.

Si sobra tiempo de la sesión, se podrá sacar otro número para que otro estudiante de un grupo diferente tenga la oportunidad de realizar la tarea en la pizarra y obtenga la recompensa para su equipo.

4.1.4. *TGT (Teams – Games Tournaments)*

En esta técnica de aprendizaje cooperativo se realiza con grupos heterogéneos de 4/5 miembros. La idea de esta técnica consiste en realizar un torneo, en el cual se ganan puntos contestando correctamente preguntas sobre el material que trabajarán los grupos. Se procede de la siguiente manera:

Los alumnos deben preparar junto a su grupo el material que les proporciona el profesor. Una vez que han aprendido ese material comienza el torneo, cuyas reglas aparecen descritas en la actividad 3. Para realizar el torneo, cada alumno formará un grupo de tres con otros dos compañeros de la clase que tengan un rendimiento académico similar al suyo, y que no pertenezcan a su grupo original. El profesor entrega a cada trío de alumnos un mazo de fichas con preguntas sobre el material que han trabajado con el grupo original y una hoja con las respuestas correctas. Durante la realización del torneo los alumnos actuarán según las reglas.

El integrante del trío que consiga más fichas al finalizar el torneo será el ganador de la partida. Para el reparto de puntos se pueden dar diferentes situaciones:

- Si no hay ningún empate, el ganador obtiene 6 puntos, el segundo 4 y el tercero 2.
- Si los tres miembros empatan, obtienen 4 puntos cada uno.
- En caso de empate entre el primero y el segundo, cada uno de estos obtiene 5 puntos y el tercero gana 2 puntos.
- En caso de empate entre el segundo y el tercero, estos ganan 3 puntos cada uno y el primero obtiene 6 puntos.

La puntuación de cada miembro del trío se suma a la del resto de integrantes de su grupo original. Finalmente, el equipo ganador del torneo es aquel que obtiene la mayor puntuación tras sumar los puntos de cada uno de sus miembros.

4.2. Actividades propuestas

Para cada una de las actividades propuestas se ha realizado una tabla sobre el diseño de la actividad. En dicha tabla se recogen los objetivos de la actividad, el tamaño de los grupos, los materiales necesarios, la tarea del grupo, el criterio de éxito y la estructuración de los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo.

Actividad 1: Introducción a la estadística
Título: El estudio estadístico

<p>Objetivos: Conocer qué es la estadística y para qué sirve. Distinguir población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados. Distinguir entre variable cualitativa nominal, cualitativa ordinal, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y poner ejemplos. Conocer las fases de un estudio estadístico. Conocer el uso de los clickers.</p>
<p>Tamaño de los grupos: 4 personas</p>
<p>Materiales: Cuatro documentos que definen qué es la estadística y conceptos básicos, describen los tipos de variables estadísticas y explican las fases de un estudio estadístico. Cada documento contiene, además, un ejercicio. A cada miembro del grupo se le entregará uno de los documentos. Ordenadores y aplicación Kahoot.</p>
<p>Tarea del grupo: Aprender los contenidos de los documentos, utilizando el método del puzzle (<i>jigsaw</i>), y realizar una autoevaluación sobre esos contenidos: Lectura individual del material: 10' Reunión de expertos: Discusión del material: 5' Elaboración individual de un esquema/anotaciones para explicar el tema a los compañeros del grupo original: 5' Resolución del ejercicio de experto: 5' Reunión del grupo original: Presentación de los esquemas: 20' Autoevaluación: 5' Reflexión sobre el trabajo en grupo: 5'</p>
<p>Roles: Para la reunión de expertos (roles estáticos durante la reunión): Ponente: Explica el contenido del material asignado tal y como él lo entiende. Interrogador: Pide aclaraciones y hace comentarios críticos. Secretario: Controla que la discusión se completa en el tiempo previsto. Para la reunión del grupo (rotan a medida que se discute cada uno de los esquemas): Ponente: Explica su parte. Interrogador: Pide aclaraciones y hace comentarios críticos. Secretario: Controla el tiempo asignado para esta tarea.</p>
<p>Criterio de éxito: Cualquier miembro del grupo podrá demostrar, respondiendo las preguntas de Kahoot, que ha alcanzado los objetivos.</p>
<p>Interdependencia positiva: Cada miembro del grupo tiene una parte del material, y tiene un rol asignado, necesario para que la tarea funcione bien.</p>
<p>Exigibilidad personal: Los alumnos, de forma individual, tendrán que hacer una autoevaluación a través de Kahoot sobre los materiales estudiados.</p>
<p>Habilidades sociales en juego: Capacidad para expresar y sintetizar ideas, capacidad para cuestionar y pedir explicaciones sobre las explicaciones de otros.</p>

Reflexión sobre el trabajo del grupo: Cada miembro del grupo debe anotar una cosa que ha ido bien, una que ha ido mal y otra que hay que mejorar en el trabajo realizado en grupo.

Los documentos que figuran a continuación constituyen el material necesario para llevar a cabo la actividad. Cada apartado será trabajado por uno de los integrantes del grupo. Estos documentos se han realizado siguiendo a los autores Blasco (2014) y González (s.f.).

1. ESTADÍSTICA: INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

¿Qué es la estadística y para qué sirve?

La estadística es la rama de las matemáticas que se ocupa de la recolección, agrupación, presentación, análisis e interpretación de datos obtenidos de la realidad. La Estadística es un método científico que pretende sacar conclusiones a partir de unas observaciones hechas.

La estadística tiene su origen en los censos de población. A mediados del siglo XVII, John Graunt realizó un estudio sobre los nacimientos y las defunciones en Londres a lo largo de los años anteriores, analizando cómo influían las causas naturales, sociales y políticas. El nombre “Estadística” viene pues, de que esta ciencia surgió para llevar la contabilidad del Estado.

En la actualidad, encontramos numerosos estudios estadísticos en los medios de comunicación, ya que es un método muy efectivo para describir datos económicos, políticos, sociales, etcétera.

Definiciones de conceptos generales:

- **Población:** es el conjunto de todos los elementos sobre los que se quiere hacer un estudio estadístico.

NOTA: *No debemos confundir la población en sentido demográfico (número de habitantes de España) con la población estadística.*

- **Muestra:** es un subconjunto representativo de la población, es decir, que a partir de su estudio podemos obtener características de la población completa. Como

consecuencia, el número de elementos de la muestra es menor que el de la población. El número de elementos que forman la muestra se denomina tamaño muestral.

➤ ¿Por qué seleccionamos una muestra?

En la práctica no va a ser posible estudiar todos los elementos de la población, entre otras razones, porque puede ser inviable económicamente y porque el estudio llevaría demasiado tiempo.

- **Individuo:** es cada uno de los elementos de la población.

Ejemplo: Un inspector de sanidad investiga 20 restaurantes de una ciudad escogidos al azar.

Población: el conjunto de todos los restaurantes de la ciudad.

Muestra: los 20 restaurantes seleccionados para ser investigados.

Individuos: cada restaurante es un individuo.

Ejercicio: Indica la población, la muestra y los individuos en cada uno de los siguientes ejemplos:

a) Se seleccionan 50 edificios de una ciudad para hacer un estudio sobre el número de plantas, la altura y la utilización de los locales bajos (para viviendas, oficinas, tiendas, bares...).

b) Se escogen 12 compañeros de la clase de 3º ESO B para hacer un estudio sobre el número de bolígrafos de cada color que tienen en el estuche.

c) Se analizan 100 libros de una biblioteca: número de páginas, ubicación en la estantería y contenido (como novela, ensayo, manual...).

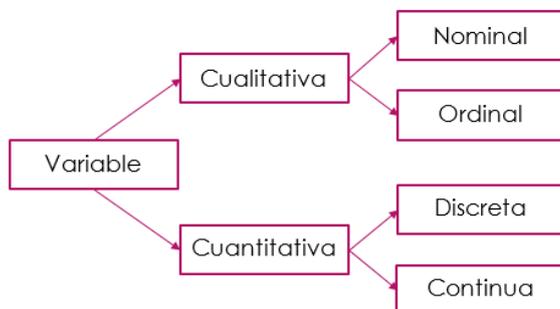
d) Se han encuestado a 30 de los atletas que han participado en una competición de atletismo sobre el número de medallas que han ganado en la competición.

e) Se seleccionan 20 clientes de un supermercado para analizar el grado de satisfacción con la tienda tras realizar su compra.

2. VARIABLES CUANTITATIVAS

¿Qué es una variable estadística?

Una variable estadística es cada una de las características o cualidades que poseen los individuos de una población, las cuales pueden ser observadas para su estudio.



Las **variables cuantitativas** son aquellas que se refieren a características medibles, es decir, que se expresan mediante un número. Podemos distinguir dos tipos:

- **Variable cuantitativa discreta**

Una variable discreta es aquella que solo puede tomar un número finito de valores entre dos valores de una característica. Los valores posibles de estas variables son aislados.

Ejemplo: El número de hijos de 8 amigos: 2, 0, 1, 0, 3, 1, 2, 2.

- **Variable cuantitativa continua**

Una variable continua es aquella que puede tomar cualquier valor numérico dentro de un intervalo, es decir, puede tomar un número infinito de valores entre dos valores de una característica.

Ejemplo: La altura de 8 amigos: 1.68, 1.70, 1.92, 1.84, 1.65, 1.77, 1.89, 1.73.

Ejercicio: Indica cuáles de estas variables son cuantitativas y especifica de qué tipo son:

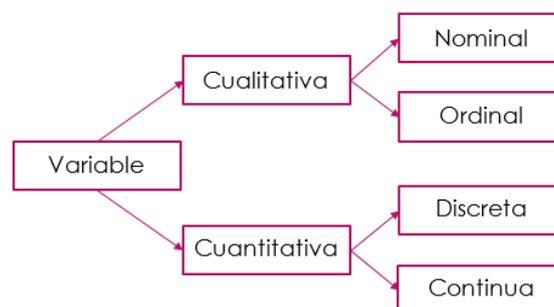
- El deporte favorito de la clase de 3º ESO B.
- Número de hijos de 10 familias.
- Color de pelo de 15 niños.
- Peso de 5 amigos.
- Nivel económico de 7 personas.
- Número de animales de 30 granjas.
- Precio de un producto.

- h) Lugar que ocupan 6 amigos en la cola del cine.
- i) Tiempo que se tarda en recorrer 3 Km.
- j) Número de monedas que tienen en la cartera 12 amigos.
- k) Calificación en un examen.
- l) Número de participantes de un sorteo.
- m) Tallas de una camiseta.
- n) Nombre de los habitantes de un pueblo.
- o) Altura de 6 amigos.

3. VARIABLES CUALITATIVAS

¿Qué es una variable estadística?

Una variable estadística es cada una de las características o cualidades que poseen los individuos de una población, las cuales pueden ser observadas para su estudio.



Las **variables cualitativas** son aquellas que se refieren a características o cualidades que no pueden ser expresadas con números. Podemos distinguir dos tipos:

- **Variable cualitativa nominal**

Una variable cualitativa nominal se refiere a características o cualidades no numéricas que no admiten un criterio de orden entre las categorías de la variable.

Ejemplos:

El estado civil: soltero, casado, separado, divorciado y viudo.

Profesiones: profesor, médico, bombero, abogado, etc.

• Variable cualitativa ordinal

Una variable cualitativa ordinal se refiere a características o cualidades no numéricas, en las que existe un orden entre las categorías de la variable.

Ejemplos:

La nota en un examen: suspenso, aprobado, notable, sobresaliente.

Puesto conseguido en una prueba deportiva: 1º, 2º, 3º, ...

Ejercicio: Indica cuáles de estas variables son cualitativas y especifica de qué tipo son:

- a) El deporte favorito de la clase de 3º ESO B.
- b) Número de hijos de 10 familias.
- c) Color de pelo de 15 amigos.
- d) Peso de 5 amigos.
- e) Nivel económico de 7 personas.
- f) Grado de miopía de 10 amigos.
- g) Número de mascotas de 8 amigos.
- h) Lugar que ocupan 6 amigos en la cola del cine.
- i) Tiempo que se tarda en recorrer 1 Km.
- j) Número de monedas en la cartera de 12 amigos.
- k) Grupo sanguíneo de 10 amigos.
- l) Número de participantes de un sorteo.
- m) Tallas de una camiseta.
- n) Nombre de los habitantes de un pueblo.
- o) Altura de 6 amigos.

4. FASES DE UN ESTUDIO ESTADÍSTICO

1. Determinar el objeto de estudio (¿Qué queremos estudiar? ¿Para qué?)

Un estudio estadístico comienza con una pregunta a la que dar respuesta.

En esta etapa se elige la población que será estudiada y a partir de ella se elige una muestra sobre la que se extraerán los datos.

NOTA: Los términos *población* y *muestra* los definirá uno de tus compañeros del grupo.

Ejemplo: Supongamos que un centro de Secundaria con 1300 estudiantes (población) quiere saber los hábitos saludables que tienen los alumnos del centro, haciendo una comparación entre los distintos niveles educativos. Se seleccionan 240 alumnos (muestra) al azar, 40 por curso, para recoger los datos.

2. Selección de las variables que se van a analizar

Es necesario seleccionar las variables que nos permitan recoger los datos necesarios para realizar nuestro estudio.

Ejemplo: Si el centro quiere conocer los hábitos saludables del alumnado tendrá que recoger datos sobre las variables *Alimentación* y *Actividad Deportiva*. Por ejemplo, la variable *Número de mascotas que tiene cada individuo* no nos proporciona datos útiles para nuestro estudio.

3. Recogida de datos

En este paso se elabora la herramienta para la recogida de los datos. Existen numerosos métodos: encuesta, entrevista, observación, etcétera.

Ejemplo: En nuestro caso se pregunta a cada uno de los alumnos y se anota la respuesta.

4. Organización de los datos

En esta fase se suele usar el ordenador para ordenar los datos en tablas que resuman toda la información recogida (cálculo de frecuencias, porcentajes, totales, etcétera).

Ejemplo: Podemos ver en una tabla el número de alumnos que ha contestado que hace deporte 3 días a la semana.

5. Representación y tratamiento de los datos

En esta etapa se presenta la información en gráficos estadísticos para hacerla más atractiva.

Un gráfico es un instrumento que nos presenta datos numéricos por medio de figuras geométricas o líneas. Permite interpretar mejor la información, haciéndola más entendible e interesante.

Ejemplo: Podemos representar en un gráfico el número de alumnos que no hace deporte, los que hacen deporte 2 días a la semana y los que hacen deporte 4 días a la semana.

En esta etapa también se hace una simplificación de los datos, resumiendo todos los datos recogidos con uno o pocos valores.

Estos valores se conocen como parámetros estadísticos (media, moda, mediana, varianza, ...). Permiten hacer comparaciones, sacar conclusiones, descubrir relaciones, etcétera.

Ejemplo: Podemos conocer que, de media, los alumnos del centro realizan deporte 3 días a la semana.

6. Interpretación y conclusiones

Una vez realizado los pasos anteriores, es necesario interpretar todos los datos que hemos recogido para sacar conclusiones de nuestro estudio.

Ejemplo: Podemos llegar a la conclusión de que los alumnos de 1º ESO tienen una alimentación más saludable que los alumnos de 1º Bachillerato.

Ejercicio: Indica las variables estadísticas que se tienen que analizar para realizar los siguientes estudios:

- a) Precio de la reparación de los coches de una ciudad (piezas y mano de obra).
- b) Calificaciones de matemáticas y lengua de los alumnos de 3º ESO.
- c) Índice de masa corporal de los estudiantes de la clase.
- d) Edad de las personas que han visto una obra de teatro en una ciudad.
- e) Cuantía de beca (renta y nota media) que les corresponde a los estudiantes de 2º Bachillerato.
- f) Tipos de coches (marca y modelo) que tiene cada vecino de mi urbanización.

AUTOEVALUACIÓN

El siguiente enlace redirige al Kahoot diseñado para la autoevaluación de esta actividad. Está formado por 10 preguntas relacionadas con la información que se recoge en los cuatro documentos anteriores.

<https://create.kahoot.it/share/estadistica/7f3765c3-33fc-44c6-8ead-6955f5ee4b05>

Actividad 2: Resolución de problemas
Título: Problemas estadísticos
<p>Objetivos: Distinguir población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>Identificar los diferentes tipos de variables.</p> <p>Elaborar tablas de frecuencias, relacionar los distintos tipos de frecuencias y obtener información de la tabla elaborada.</p> <p>Construir gráficos estadísticos.</p> <p>Calcular e interpretar las medidas de posición (media, moda, mediana) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>Calcular e interpretar los parámetros de dispersión (varianza, desviación típica) de una variable estadística para describir los datos.</p>
Tamaño de los grupos: 4 personas
Materiales: Tarea formada por dos ejercicios (variable cuantitativa discreta y continua) en los que se pide realizar la tabla de frecuencias, interpretar los datos, representarlos en gráficos y calcular algunos parámetros estadísticos.
<p>Tarea del grupo: Resolver la tarea, utilizando la dinámica <i>El Número</i>, y realizar uno de los ejercicios en la pizarra:</p> <p>Resolución de la tarea en grupo utilizando la estructura 1-2-4: 40'</p> <p>Realización/explicación de uno de los ejercicios de la tarea: 10'</p> <p>Reflexión sobre el trabajo en grupo: 5'</p>
<p>Roles: (rotan para cada actividad)</p> <p>Coordinador: Coordina el trabajo del equipo y se asegura de que todos los compañeros cumplen su tarea.</p> <p>Portavoz: Responde las preguntas del profesor y pregunta las dudas del grupo.</p> <p>Animador de la participación: Procura que todos los miembros del grupo den su opinión en la toma de decisiones.</p> <p>Secretario: Controla el tiempo y supervisa el tono de voz.</p>
Criterio de éxito: Cualquier miembro del grupo podrá demostrar, realizando o explicando un ejercicio de la tarea en la pizarra, que ha alcanzado los objetivos.
Interdependencia positiva: Cada miembro del grupo tiene un rol asignado, necesario para que la tarea funcione bien.

Exigibilidad personal: Un alumno, elegido al azar, tendrá que realizar o explicar uno de los ejercicios de la tarea en la pizarra.

Habilidades sociales en juego: Capacidad de aprender de los demás, capacidad para expresar y sintetizar ideas, capacidad para cuestionar y pedir explicaciones sobre las explicaciones de otros, capacidad para tomar decisiones consensuadas.

Reflexión sobre el trabajo del grupo: Cada miembro del grupo debe anotar una cosa que ha ido bien, una que ha ido mal y otra que hay que mejorar en el trabajo realizado en grupo.

ACTIVIDAD 2

Ejercicio 1. La nota de matemáticas del boletín de 40 alumnos de 4º ESO es:

5 8 4 9 6 7 9 10 3 5 6 7 3 9 8 4 5 7 8 10
4 6 7 5 9 8 8 6 9 10 3 7 4 5 8 7 6 4 5 9

- ¿Qué tipo de variable es?
- Indica la población y la muestra.
- Realiza una tabla de frecuencias.
- ¿Cuántos alumnos han suspendido? ¿Cuántos tienen un suficiente o un bien?
- ¿Qué porcentaje de alumnos tiene notable o sobresaliente?
- Representa los datos en un diagrama de barras, junto al polígono de frecuencias, y también en un diagrama de sectores. ¿Qué gráfico es más adecuado?
- Calcula la media, moda y mediana.
- Halla la desviación típica.

Ejercicio 2. En un hospital se ha pesado (en kilogramos) a 30 bebés recién nacidos:

2,5 3,2 3,6 3,5 2,1 4,2 3,8 2,0 2,6 4,5 2,3 3,1 2,2 2,8 3,3
4,3 2,9 3,2 3,7 3,0 3,5 3,4 2,7 4,4 3,0 3,1 2,3 3,9 2,5 3,4

- ¿Qué tipo de variable es?
- Indica la población y la muestra.
- Agrupar los datos en intervalos de amplitud 0,5 y realiza una tabla de frecuencias.
- ¿Cuántos bebés pesan menos de 3kg? ¿Cuántos pesan más de 3,5 kg?

- e) ¿Qué porcentaje de bebés pesan entre 3 y 3,5 kg?
- f) Representa los datos en un histograma, junto al polígono de frecuencias.
- g) Calcula la media.
- h) Halla el intervalo modal y el intervalo mediano.
- i) Calcula la desviación típica.

Actividad 3: Los gráficos estadísticos
Título: Los gráficos estadísticos
Objetivos: Conocer las características de los diferentes gráficos estadísticos. Construir gráficos estadísticos. Determinar el gráfico más adecuado según los datos proporcionados y el tipo de variable estadística.
Tamaño de los grupos: 4 personas
Materiales: Documento donde se describen los diferentes tipos de gráficos estadísticos y su uso según el tipo de variable. Juego de fichas con preguntas (una pregunta en cada ficha) y una hoja con las soluciones. Documento con las reglas del juego.
Tarea del grupo: Aprender los contenidos del documento, utilizando la técnica <i>TGT</i> : Reunión del grupo original: Preparación del material: 35' Reunión del grupo del torneo (3 miembros por grupo): Realización del torneo: 15' Reflexión sobre el trabajo en grupo (grupo original): 5'
Roles: Para la reunión del grupo original (roles estáticos durante la reunión): Coordinador: Organiza la forma de preparar el material. Supervisor: Se encarga de que se cumpla el plan de trabajo y de que todos los miembros cumplen su función. Controlador: comprueba que todos los miembros del equipo han comprendido el material de trabajo. Secretario: Controla el tiempo y supervisa el tono de voz. Para la reunión del grupo del torneo (rotan a medida que se responden las preguntas): Lector: Lee una pregunta y la responde o pasa el turno. Retador 1: Actúa según reglas del juego. Retador 2: Actúa según reglas del juego.
Criterio de éxito: Cualquier miembro del grupo podrá demostrar, respondiendo correctamente las preguntas de las fichas, que ha alcanzado los objetivos.

Interdependencia positiva: Cada miembro del grupo tiene un rol asignado, necesario para que la tarea funcione bien. Por otra parte, se consigue interdependencia entre los miembros del grupo debido a la recompensa.

Exigibilidad personal: Los alumnos, de forma individual, tendrán responder las preguntas en su grupo del torneo para conseguir puntos para su equipo.

Habilidades sociales en juego: Capacidad para expresar y sintetizar ideas, capacidad para cuestionar y pedir explicaciones sobre las explicaciones de otros, capacidad de aprender de los demás.

Reflexión sobre el trabajo del grupo: Cada miembro del grupo debe anotar una cosa que ha ido bien, una que ha ido mal y otra que hay que mejorar en el trabajo realizado en grupo.

El documento que aparece a continuación contiene el material sobre gráficos estadísticos que los grupos tendrán que preparar. Este documento se ha realizado siguiendo a los autores Blasco (2014) y González (s.f.).

LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Un **gráfico** es un instrumento que nos presenta datos numéricos por medio de figuras geométricas o líneas. Permite interpretar mejor la información, haciéndola más entendible e interesante.

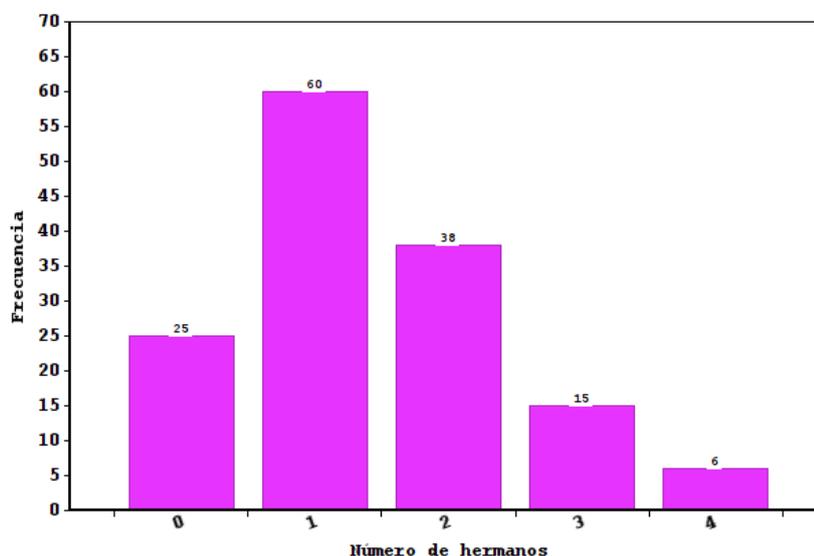
Tipos de gráficos estadísticos:

- **Diagrama de barras:** se usa para variables cuantitativas discretas y variables cualitativas. En el eje de abscisas colocamos los valores de la variable estadística, separados entre sí guardando la misma distancia entre cada uno de ellos. Sobre cada valor de la variable levantamos una barra cuya altura sea la frecuencia de ese valor. Se pueden utilizar tanto frecuencias absolutas como relativas.

Ejemplo: En esta tabla aparecen los datos del número de hermanos que tienen 144 individuos:

Valores	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	25	25/144
1	60	60/144
2	38	38/144

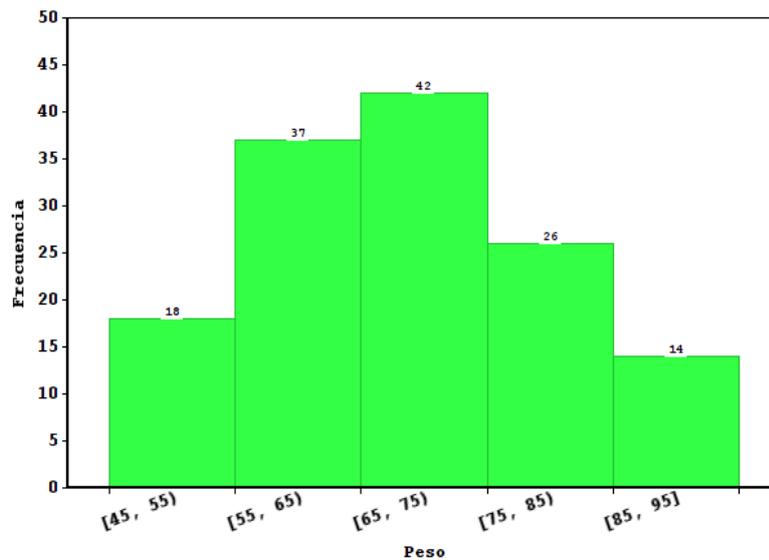
3	15	15/144
4	6	6/144
	N = 144	1



- **Histograma:** se usa para variables cuantitativas continuas. Es equivalente al diagrama de barras. En el eje de abscisas colocamos los intervalos agrupados, es decir, sin dejar huecos entre un intervalo y otro. Estos intervalos serán la base de los rectángulos del histograma, por tanto, sobre cada uno de ellos se levanta un rectángulo cuya altura es la frecuencia correspondiente a dicho intervalo. Se pueden utilizar tanto frecuencias absolutas como relativas.

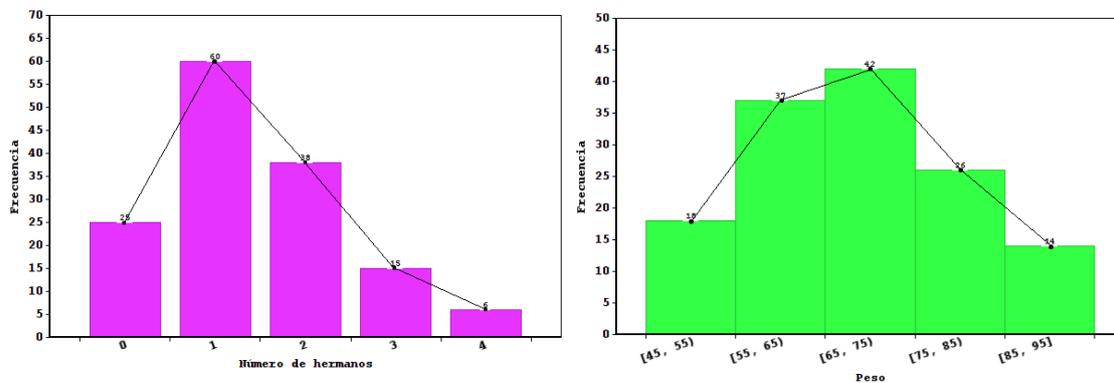
Ejemplo: En esta tabla aparecen los pesos de personas agrupados en intervalos de amplitud 10 kg:

Valores	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
[45, 55)	18	18/137
[55, 65)	37	37/137
[65, 75)	42	42/137
[75, 85)	26	26/137
[85, 95]	14	14/137
	N = 137	1



- **Polígono de frecuencias:** son líneas que se obtienen uniendo con segmentos los extremos superiores de las barras, en el caso de un diagrama de barras, o los puntos medios del lado superior de cada rectángulo, en el caso de un histograma.

Ejemplo: Hemos obtenido el polígono de frecuencias para el diagrama de barras y el histograma anteriores:



- **Diagrama de sectores:** se usa para cualquier tipo de variable, aunque es muy frecuente utilizarlo con variables cualitativas. Consiste en dividir un círculo en sectores circulares, de forma que cada sector corresponde a los distintos valores de la variable. La amplitud/el ángulo de cada sector es proporcional a la frecuencia de cada valor. Para calcular el ángulo de cada sector utilizamos una regla de tres directa, sabiendo que un círculo tiene 360°:

$$N \rightarrow 360^\circ$$

$$f_i \rightarrow \alpha_i$$

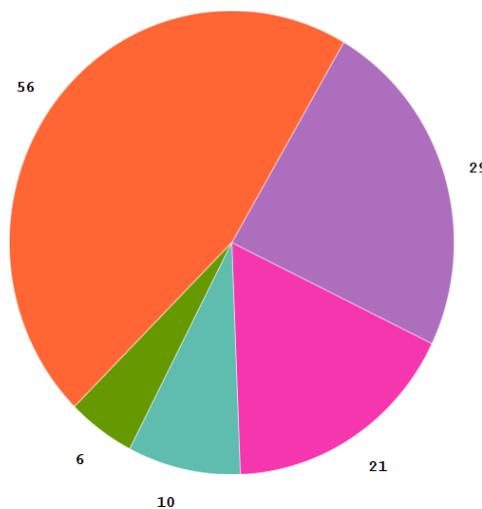
donde N es el número total de datos y f_i es la frecuencia del sector de ángulo α_i .

Por tanto, $\alpha_i = \frac{f_i \cdot 360}{N}$.

Ejemplo: En esta tabla aparece recogido el deporte favorito de 122 estudiantes:

Valores	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Fútbol	56	56/122
Baloncesto	29	29/122
Tenis	21	21/122
Natación	10	10/122
Otros	6	6/122
	N = 122	1

■ Fútbol
 ■ Baloncesto
 ■ Tenis
 ■ Natación
 ■ Otros



Veamos, por ejemplo, cómo se calcula el ángulo del sector fútbol:

$$122 \rightarrow 360^\circ$$

$$56 \rightarrow \alpha$$

Luego $\alpha = \frac{56 \cdot 360}{122} = 165,25^\circ$.

Reglas del juego TGT

- A.** Para comenzar el juego, el docente debe mezclar las fichas y colocar el mazo boca abajo sobre la mesa. Los turnos para jugar siguen el sentido de las agujas del reloj.
- B.** Para jugar, cada alumno toma la primera ficha del mazo, lee la pregunta en voz alta y la contesta de una de las siguientes dos maneras:
- Dice que no sabe la respuesta y pregunta si otro jugador quiere responderla. Si nadie quiere contestarla, la ficha se coloca en el último lugar del mazo. Si algún jugador la responde, sigue el procedimiento que se explica más abajo.
 - Responde la pregunta y consulta si alguien quiere refutar su respuesta. El jugador que está inmediatamente a su derecha tiene la primera oportunidad de refutarla. Si no lo hace, el que está a la derecha de éste puede refutar la respuesta.
 - a) Si no hay ninguna refutación, otro jugador debe verificar la respuesta.
 - Si la respuesta es correcta, el jugador conserva la ficha.
 - Si la respuesta es incorrecta, el jugador debe colocar la ficha debajo el mazo.
 - b) Si hay una refutación y el que la plantea decide no contestar, se verifica la respuesta. Si la respuesta original es errónea, el jugador debe colocar la ficha debajo del montón.
 - c) Si hay una refutación y el que la plantea da una respuesta, ésta es verificada:
 - Si el que refuta acierta, se queda con la ficha.
 - Si el que refuta no acierta y la respuesta original es correcta, el que la refutó debe colocar una de las fichas que ya ganó (si es que la tiene) debajo del mazo.
 - Si ambas respuestas son erróneas, la ficha se coloca debajo del mazo.
- C.** El juego concluye cuando ya no quedan fichas en la pila. El jugador que tiene más fichas es el ganador.

(Johnson, Johnson y Holubec, citado en Pujolàs y Lago, 2011)

PREGUNTAS PARA LAS FICHAS

1. ¿Qué es un gráfico estadístico?
2. ¿Para qué variables utilizamos un diagrama de barras?
3. ¿Para qué variables utilizamos un histograma?
4. ¿Para qué variables utilizamos un diagrama de sectores?

5. ¿Qué gráfico/s utilizarías para representar los datos de la variable *Número de hermanos de 200 personas*?
6. ¿Qué gráfico/s utilizarías para representar los datos de la variable *Altura de 500 ciudadanos*?
7. ¿Qué gráfico/s utilizarías para representar los datos de la variable *Color de ojos de 80 alumnos*?
8. ¿Qué gráfico utilizarías para representar los datos de la variable *Calificación de matemáticas en el boletín de 100 estudiantes (suspenso, ..., sobresaliente)*?
9. En un diagrama de sectores, ¿a qué es proporcional la amplitud/el ángulo de cada sector?
10. ¿Cómo se obtiene el polígono de frecuencias en un diagrama de barras?
11. ¿Cómo se obtiene el polígono de frecuencias en un histograma?
12. ¿A qué es proporcional la altura de las barras del diagrama de barras?
13. ¿Con qué se construyen las bases de los rectángulos del histograma?
14. En un diagrama de barras o histograma, ¿qué colocamos en el eje de abscisas?
15. En un diagrama de barras o histograma, ¿qué colocamos en el eje de ordenadas?
16. En un diagrama de sectores, ¿la suma de los ángulos de todos los sectores puede ser superior a 360° ? ¿Por qué?
17. ¿Se pueden representar los datos de una variable cualitativa en un histograma? ¿Por qué?
18. Si realizamos un diagrama de barras de frecuencias relativas, ¿puede haber alguna barra cuya altura sea superior a 1? ¿Por qué?

RESPUESTAS

1. Un gráfico estadístico es un instrumento que nos presenta datos numéricos por medio de figuras geométricas o líneas.
2. Variables cuantitativas discretas y variables cualitativas.
3. Variables cuantitativas continuas.
4. Todo tipo de variables, aunque es más frecuente utilizarlo para variables cualitativas.
5. Diagrama de barras o diagrama de sectores.
6. Histograma.

7. Diagrama de barras o diagrama de sectores.
8. Diagrama de barras o diagrama de sectores.
9. A la frecuencia.
10. Uniendo los extremos superiores de las barras con segmentos.
11. Uniendo los puntos medios del lado superior de cada rectángulo con segmentos.
12. A la frecuencia.
13. Con los intervalos en los que agrupamos los datos.
14. Los valores de la variable.
15. Las frecuencias.
16. No, porque una circunferencia tiene 360° , y por tanto la suma de los ángulos de todos los sectores tiene que ser exactamente 360° .
17. No, porque los valores de las variables cualitativas no se pueden expresar numéricamente y, por tanto, no se pueden agrupar en intervalos.
18. No, porque la suma de todas las frecuencias relativas tiene que ser 1 y, por tanto, ninguna puede superar este valor.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha destacado en numerosas ocasiones la importancia de aplicar metodologías activas en la escuela actual, haciendo hincapié en el aprendizaje cooperativo. A pesar de sus numerosos beneficios, tanto en el rendimiento académico como en aspectos sociales e intrapersonales, se observa que no todos los alumnos ni profesores están a favor de usar las técnicas del AC en el aula.

Desde la perspectiva del docente, esta metodología supone un gran cambio en la preparación y planificación de las clases. Para los profesores es difícil dar el paso y cambiar la metodología clásica, en la que predominan clases magistrales, tras una gran trayectoria profesional haciendo uso de esta. La metodología del aprendizaje cooperativo supone un trabajo laborioso por parte del docente, a pesar de que se piensa que usando esta metodología el profesor no trabaja por ser el alumno el agente activo en el proceso de aprendizaje. Sin embargo, esta metodología requiere una formación muy completa del

docente para organizar y estructurar correctamente las actividades y, así, lograr con éxito los objetivos planteados.

Desde la perspectiva de los alumnos, en numerosas ocasiones estos se muestran reacios a hacer trabajos en grupo debido a malas experiencias que han tenido usando esta metodología. Es muy normal encontrar grupos en los que algún integrante no coopera con el resto de compañeros, o grupos en los que cada miembro trabaja independientemente y, finalmente, juntan las partes individuales para obtener el trabajo final del grupo. El problema aquí radica en que nadie ha enseñado a estos alumnos a trabajar correctamente en equipo, ya que, como se menciona en el trabajo, las habilidades y destrezas cooperativas se deben enseñar al igual que se enseñan los contenidos.

Dicho esto, animo a los futuros docentes a iniciar el cambio y a que se formen y conozcan las características de estas metodologías innovadoras, que principalmente persiguen motivar al alumnado y mejorar su rendimiento académico. Además, el trabajo en equipo aparece recogido en el currículum escolar como un contenido más, por lo que es necesario diseñar actividades para que los alumnos desarrollen destrezas y habilidades cooperativas.

Por último, me gustaría destacar que el aprendizaje cooperativo contribuye al desarrollo de varias competencias clave que aparecen recogidas en la normativa curricular. “Las competencias clave son aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo” (Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, p.170). Dada la importancia que se le otorga al desarrollo y adquisición de estas competencias, el aprendizaje cooperativo se convierte en un proceso educativo muy eficiente para dar respuesta a las necesidades educativas actuales.

6. Referencias Bibliográficas

- Bará, J. y Domingo, J. (2005). *Técnicas de aprendizaje cooperativo*. Taller de formación de la Universidad Politécnica de Cataluña. Recuperado de https://www.orientacionandujar.es/wp-content/uploads/2013/08/sobre_aprendizaje_cooperativo.pdf
- Blasco, F. (2014). Estadística y probabilidad. En *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 3º B de ESO* (pp. 303-340). Textos Marea Verde. Recuperado de <http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3B/TerceroB.pdf>
- García, R., Traver, J. A., y Candela, I. (2012). *Aprendizaje cooperativo. Fundamentos, características y técnicas*. Madrid: CCS. Recuperado de <https://edicionescalasancias.org/wp-content/uploads/2019/10/Cuaderno-11.pdf>
- González, A. (s.f.). *ESTADÍSTICA*. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/0B80bAhpAV1Y8UUUV6RWlqOE4aVk/view>
- Johnson, D. W. y Johnson, R. T. (1999). Apéndice de *Aprender juntos y solos*. Buenos Aires: Aique S.A. Recuperado de <http://www.terras.edu.ar/biblioteca/30/30JOHNSON-David-JOHNSON-Roger-Apendice.pdf>
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós. Recuperado de <https://www.guao.org/sites/default/files/biblioteca/El%20aprendizaje%20cooperativo%20en%20el%20aula.pdf>
- León Del Barco, B. (2002). *Elementos mediadores en la eficacia del aprendizaje cooperativo: entrenamiento en habilidades sociales y dinámicas de grupo* (tesis doctoral). Universidad de Extremadura, Cáceres.
- Marcos Sagredo, A.M. (2006). *EL APRENDIZAJE COOPERATIVO: DISEÑO DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA Y OBSERVACIONES SOBRE SU APLICACIÓN PRÁCTICA EN UN GRUPO DE ESTUDIANTES GRIEGOS* (Trabajo fin de

Máster). Universidad Antonio de Nebrija. Recuperado de <https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:2aed59da-dad2-49cc-9564-90e627f79422/2007-bv-08-18marcos-pdf.pdf>

Pujolàs, P. (2003). *El aprendizaje cooperativo: algunas ideas prácticas*. Universidad de Vic, Barcelona. Recuperado de https://www.orientacionandujar.es/wp-content/uploads/2014/07/El_aprendizaje_cooperativo_Algunas_ideas_pra%CC%81cticas.pdf

Pujolàs, P. y Lago, J. R. (Coords.) (2011). *El programa CA/AC (“Cooperar para Aprender/Aprender a Cooperar”) para enseñar a aprender en equipo Implementación del aprendizaje cooperativo en el aula*. Universidad de Vic, Barcelona. Recuperado de http://cife-ei-caac.com/wp-content/uploads/2015/06/EL_APRENDIZAJE_COOPERATIVO.pdf

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, núm 3, de 3 de enero de 2015.

Serna Gómez, H. y Díaz Peláez, A. (2013). *Metodologías activas del aprendizaje*. Fundación Universitaria María Cano. Recuperado de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/53684475/metodologias_activas.pdf?1498613498=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DMEDTODOLOGIAS_ACTIVAS_DEL_APRENDIZAJE.pdf&Expires=1591355831&Signature=DFxI42oCuyz1k1b7ir46JfFBtNurEqRsAh4EW~sAwsg~HIFjZ-ZLQt7lnNCXrvbNOW3jfg7sEpVZTSdbDSTC6iDEhiKPKjq9imuwL~yzFMYNm-M0ynDgaovzjnubujJm3rNYSKI0EJJD-mFOVoTPgC0QN9wMNMKYda55dAEinqrXdTc2Ee~NrAWSsHRwZ-0SFhkdSDzaQD9mtrrEXIn7uXO33WQC7CbMcjN7Y9-TtQgb7TgLzb17eJkByvceheXKYO6HCDR5Qw2toyjr5NB9O89aIj9ltcumD~qTqSuXP-WNU0Lwi8Xt7x7VYDhEbpGKHeQgc7xdMMfMOluSA2XdAjw_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

Servicio de Innovación Educativa (2008). *Aprendizaje Cooperativo Guías rápidas sobre nuevas metodologías*. Universidad Politécnica de Madrid.