

Montaje y programación bajo MATLAB de una mesa de ensayos de vibraciones

Proyecto Fin de Carrera



Autor: Juan José Arévalo Martín
Tutor: Antonio Giménez Fernández
Curso: 2010-2011
Carrera: Ingeniería Mecánica

A la mejor compa#era de piso del mundo, mi hermana.



ÍNDICE

I.	INTERESES Y OBJETIVOS	6
I.1	INTERESES	7
I.2	OBJETIVOS.....	8
II.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	9
II.1	ESTRUCTURA DE LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.	10
II.2	INTRODUCCIÓN FÍSICO-MATEMÁTICA A LAS VIBRACIONES MECÁNICAS.	11
II.2.1	<i>Introducción</i>	11
II.2.2	<i>Movimiento armónico simple</i>	13
II.2.3	<i>Movimiento general próximo al equilibrio</i>	16
II.2.4	<i>Oscilaciones amortiguadas</i>	18
II.2.5	<i>Oscilaciones forzadas y resonancia</i>	20
II.2.6	<i>Tratamiento matemático de la resonancia</i>	22
II.2.7	<i>Modos normales de vibración</i>	23
II.3	FRECUENCIA NATURAL EN VIGAS EN VOLADIZO.	25
II.3.1	<i>Introducción</i>	25
II.3.2	<i>Métodos energéticos</i>	25
II.3.3	<i>Frecuencia natural de vibración de una viga en voladizo</i>	26
II.4	MODELADO.....	28
II.4.1	<i>Introducción</i>	28
II.4.2	<i>Definiciones</i>	28
II.4.3	<i>Técnicas clásicas de modelado de sistemas</i>	29
II.4.4	<i>Función de transferencia</i>	30
II.4.4.1	Comentarios acerca de la función de transferencia.....	30
II.4.4.2	Salida en estado estacionario para una entrada sinusoidal	31
II.4.5	<i>Diagramas de Bode</i>	32
II.5	VARIABLES MUESTREADAS.....	34
II.5.1	<i>Introducción</i>	34
II.5.2	<i>La necesidad del muestreo</i>	34
II.5.3	<i>Tipos de variables</i>	35
II.5.4	<i>Teorema del muestreo</i>	35
II.6	SISTEMAS DE ADQUISICIÓN DE DATOS Y COMUNICACIÓN CON INSTRUMENTOS	38
II.6.1	<i>Introducción</i>	38
II.6.2	<i>Introducción a los sistemas de adquisición de datos</i>	39
II.6.3	<i>Tarjetas de adquisición de datos (TAD)</i>	41
II.6.3.1	Características y criterios de selección de las TAD	42
II.6.4	<i>Buses de instrumentos</i>	44
II.6.4.1	Comandos SCPI	44
II.6.4.2	VISA e IVI.....	45



II.7	REPRESENTACIÓN DE SEÑALES EN SERIES DE FOURIER Y FILTROS.....	47
II.7.1	Introducción.....	47
II.7.2	Objetivo de Fourier.....	48
II.7.3	Representación en series de Fourier de señales periódicas discretas.....	49
II.7.3.1	Combinaciones lineales de exponenciales complejas relacionadas armónicamente.....	49
II.7.3.2	Determinación de la representación en serie de Fourier de una señal periódica.....	50
II.7.3.3	Series de Fourier y sistemas LTI.....	51
II.7.4	Señales aperiódicas: La transformada de Fourier en tiempo discreto.....	52
II.7.4.1	Transformada rápida de Fourier (FFT).....	55
II.7.5	Filtrado.....	58
II.7.5.1	Filtros selectivos en frecuencia.....	58
II.7.5.2	Filtros discretos.....	60
II.8	MATLAB.....	61
II.8.1	Introducción.....	61
II.8.2	MATLAB.....	62
II.8.2.1	Herramientas para test y medición.....	63
II.9	NORMATIVA.....	64
II.9.1	Introducción.....	64
II.9.2	CEI 60068-2-6.....	65
II.9.3	Exigencias para el ensayo.....	65
II.9.4	Severidad.....	66
II.9.5	Ensayo.....	67
II.9.6	Otros apartados.....	68
III.	MATERIAL Y MÉTODOS.....	69
III.1	ESTRUCTURA DE MATERIALES Y MÉTODOS.....	70
III.2	ARQUITECTURA DEL SISTEMA DE MEDIDA.....	71
III.2.1	Instrumentos empleados.....	71
III.2.1.1	Generador de señales Agilent 33220a.....	71
III.2.1.2	Amplificador LDS PA100E.....	72
III.2.1.3	Mesa de vibración LDS V406/8.....	73
III.2.1.4	Acelerómetro 352C03 de PCB Piezotronics.....	75
III.2.1.5	Acondicionador de señales 482C05 de PCB Piezotronics.....	77
III.2.1.6	Tarjeta de adquisición de datos NI USB-6251 Screw Term.....	78
III.2.2	Comunicación de los distintos instrumentos.....	79
III.2.2.1	Introducción.....	79
III.2.2.2	PC → Generador de funciones.....	80
III.2.2.3	Generador de funciones → Amplificador.....	85
III.2.2.4	Acondicionador de señales → Tarjeta de adquisición de datos.....	85
III.2.2.5	Tarjeta de adquisición de datos → PC.....	86
III.3	PROCESO DE ADQUISICIÓN DE DATOS.....	87
III.3.1	Proceso general de Adquisición de Datos.....	87
III.3.2	Guía de utilización del programa RESONANCIA 1.0.....	90



III.3.3	Características de código fuente de RESONANCIA 1.0	99
III.3.3.1	Resonancia.m.....	100
III.3.3.2	Inicia_intru.m.....	100
III.3.3.3	an_freq_barrido.....	101
III.3.3.4	Daq.m.....	102
III.3.3.5	Bode.m.....	106
III.3.3.6	ordenar.m.....	107
III.4	OBTENCIÓN DEL MODO NORMAL DE VIBRACIÓN DE UNA VIGA EN VOLADIZO	107
III.4.1	Consideraciones prácticas	108
III.4.1.1	Objeto de estudio	108
III.4.1.2	Ustillaje	108
III.4.1.3	Parámetros del ensayo.....	113
III.4.2	Simulación por elementos finitos.....	115
III.4.2.1	Introducción al Método de los Elementos Finitos.....	115
III.4.2.2	CATIA	116
IV.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	119
IV.1	INTRODUCCIÓN	120
IV.2	MODO NORMAL DE VIBRACIÓN DE UNA VIGA EN VOLADIZO. MÉTODO EXPERIMENTAL 120	
IV.2.1	Observaciones.....	121
IV.3	MODO NORMAL DE VIBRACIÓN DE UNA VIGA EN VOLADIZO. MÉTODO ANALÍTICO ..	123
IV.3.1	Observaciones.....	123
IV.4	MODO NORMAL DE VIBRACIÓN DE UNA VIGA EN VOLADIZO. ANÁLISIS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS.	124
IV.4.1	Observaciones.....	125
V.	CONCLUSIONES	126
VI.	BIBLIOGRAFÍA	131
VI.1	LIBROS.....	132
VI.2	ARTÍCULOS CIENTÍFICOS	132
VI.3	PROYECTOS FIN DE CARRERA.....	132
VI.4	NORMAS	133
VI.5	MANUALES	133
VII.	ANEXOS	134
VII.1	ANEXO I: PLANO DE CONEXIONES.....	135
VII.2	ANEXO II: CÓDIGO FUENTE COMPLETO DEL PROGRAMA RESONANCIA 1.0.....	141
VII.2.1	Resonancia.m	141
VII.2.2	an_freq_discreta.m.....	142
VII.2.3	an_freq_barrido	143
VII.2.4	daq.m.....	145



VII.2.5	<i>freq_datos.m</i>	146
VII.2.6	<i>ordenar.m</i>	147
VII.2.7	<i>info_instru.m</i>	147
VII.2.8	<i>inicia_instru.m</i>	148
VII.2.9	<i>getvt.m</i>	149
VII.2.10	<i>otras_opc.m</i>	149
VII.2.11	<i>Archivos.m</i>	150
VII.2.12	<i>Resultados.m</i>	150
VII.2.13	<i>bode.m</i>	151
VII.2.14	<i>transferencia.m</i>	152
VII.3	RESULTADOS DE LOS ENSAYOS EXPERIMENTALES	154
VII.4	ANEXO III: INFORME DEL ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS.....	160



I. Intereses y objetivos

Donde se expone de forma detallada los motivos por los que se realiza el trabajo y los objetivos que se pretenden alcanzar con el mismo.

1.1 Intereses

Aunque existen casos documentados del efecto devastador de la resonancia mecánica desde el siglo XIX, cuando debido al marcado paso militar un puente se derrumbó en Francia, no fue hasta 1940 cuando el puente de Tacoma Narrows marca el punto de inflexión en el estudio y prevención de la resonancia mecánica.

El 1 de junio de 1940 se inauguraba en la localidad de Tacoma (EE.UU) el tercer puente más grande de la época, con sus 1600 metros de longitud el puente salvaba el estrecho de Puget y unía Tacoma con Gig Harow. Apenas 6 meses más tarde, el 7 de noviembre de 1940 el puente se derrumbó, provocando lo que se conoce como la más dramática falla en la historia de la ingeniería de puentes.

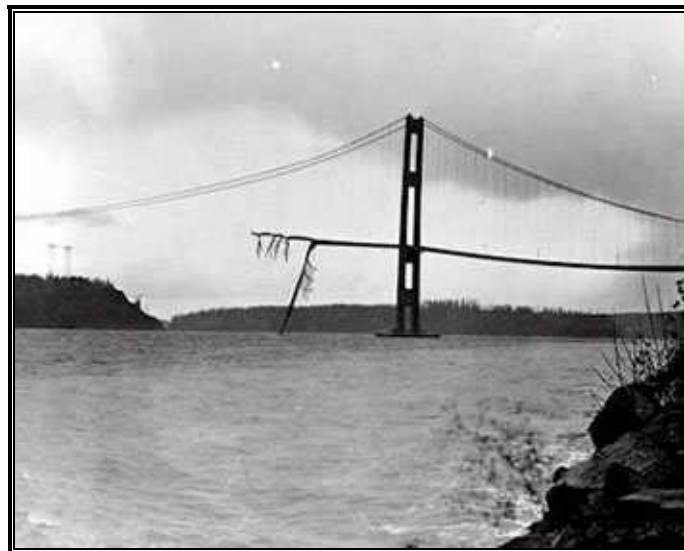


Figura 1. Puente de Tacoma Narrows, tras su colapso.

La causa del derrumbe fue el viento que soplaba, pero no por el ímpetu de su velocidad, ya que apenas llegaba a los 65 km/h, sino por su frecuencia, 0.2 Hz. Esta frecuencia provocó un efecto de resonancia mecánica en la estructura, es decir una respuesta del sistema que causaría unos trágicos desplazamientos en la estructura que acabarían con su colapso final.

Aunque éste haya sido el exponente más claro de resonancia mecánica, el hecho es que las vibraciones provocan la mayor parte de las fallas en estructuras y maquinaria, ejemplos claros de estas fallas son el caso de ejes descentrados, o simplemente la ruptura de salpicaderos y retrovisores en coches cuyas vibraciones exceden las aconsejables. Es por ello que los esfuerzos de fatiga provocados por vibraciones hacen

que el gasto en mantenimiento y seguridad de máquinas se vea incrementado notablemente.

Pero no sólo desde el punto de vista mecánico las vibraciones son perjudiciales, la *Guía técnica para la evaluación y prevención de los riesgos relacionados con las vibraciones mecánicas*, basándose en el Real decreto 1311/2004, del 4 de noviembre, determina las garantías precisas para establecer un adecuado nivel de protección de la salud de los trabajadores frente a los riesgos derivados de las vibraciones mecánicas, estableciendo valores límites y duraciones máximas para esta exposición dañina.

Queda por tanto concluido que el interés del estudio de las vibraciones en el ámbito de la maquinaria y las estructuras está justificado, primero por lo común de su causa, toda máquina vibra en mayor o menor medida, y segundo por lo dañino de sus efectos, no sólo para la propia máquina sino también para la propia seguridad del operario.

1.2 Objetivos

El principal objetivo de este proyecto será *la implantación de una mesa de vibraciones que nos permitirá calcular de forma fácil y sencilla, los modos propios de vibración de cualquier mecanismo u objeto de menos de 200 gramos.*

Para poder lograr esta meta, dividiremos el proyecto en tres fases. La primera de las fases será el montaje y la conexión de los distintos equipos, la segunda de las fases será la realización de un programa bajo MATLAB que nos permita una gestión cómoda en el proceso de obtención de los modos propios de vibración, y la última de las fases será una primera prueba del sistema, para ello obtendremos el modo principal de vibración de una viga en voladizo de forma experimental, contrastando los resultados con los obtenidos de forma teórica y mediante elementos finitos, en un programa de simulación.

De esta forma nace en la Universidad de Almería la primera semilla de un futuro laboratorio de vibraciones, teniendo ya dos consecuencias inmediatas, la primera es que se abre todo un abanico de nuevas posibilidades en la temática de futuros proyectos fin de carrera y segundo, puede servir como un primer paso hacia nuevas líneas de investigación en la Universidad.



II. Revisión bibliográfica

Donde se incluye aquella información relacionada con el tema objeto de estudio que se considera necesaria para la mejor comprensión del planteamiento del mismo, ofreciendo una panorámica completa del tema elegido.

II.1 Estructura de la revisión bibliográfica.

Como parte fundamental de cualquier proyecto, la revisión bibliográfica debe de contar con unos principios y unos objetivos muy claros para poder desarrollar un texto que guíe al lector en la comprensión de las bases teóricas necesarias, sin caer en el exceso de un manual especialista, pero con el suficiente rigor para permitirnos encontrar la información necesaria de los muy variados temas que se tratan, y es por ese motivo, para mejorar la eficiencia de esta lectura y quizás futuros escritos, que expondremos a continuación tanto la estructura que rige esta revisión bibliográfica, como las herramientas utilizadas en su redacción.

Tenemos como principios básicos en la redacción de esta revisión bibliográfica, la continuidad, la precisión, la concreción y las referencias. Entendemos que para que exista una lectura productiva de cualquier obra, pero con mucho más motivo una de carácter técnico, la continuidad de un capítulo a otro, e incluso entre secciones, debe ser obligatoria, es por ello que precisamos constantemente de referencias internas. Es necesario exponer la relación entre un capítulo y otro y razonar porque hemos incluido estos conceptos y no otros y como su conocimiento nos van a ayudar a lo largo del proyecto. Entendemos también, como ya hemos expuesto, que los conceptos a desarrollar deben de ser estrictamente los necesarios para la comprensión de la práctica, es decir, que entendamos el fundamento de todo lo que hacemos y nos sucede a lo largo del proyecto, pero no nos extendamos, ni divaguemos innecesariamente confundiendo al lector, y dudando de la utilidad de lo expuesto. Por último entendemos que las referencias a manuales de reconocido prestigio no sólo dan validez a lo expuesto por nosotros, sino que es la única forma de dar rigor al escrito, ofreciendo al lector la oportunidad de profundizar en conocimientos, si por ejemplo, este proyecto es usado como base para futuros trabajos.

Como principal herramienta para cumplir lo aquí expresado nos valdremos de la introducción de cada capítulo. Este será el lugar donde mostraremos la utilidad de la comprensión de lo explicado, donde revelaremos la estructura que vamos a seguir para que esta comprensión sea lo más eficaz posible y donde comentaremos la bibliografía utilizada. La bibliografía se nombrará por el apellido del autor y su correspondiente

número en la bibliografía general, nombrando el título del libro, sólo si hubiera confusión.

La revisión bibliográfica se divide en 5 grandes bloques:

En el primero responderemos a la pregunta ¿qué vamos a estudiar? porque sin el claro conocimiento de lo que exactamente estamos estudiando, no es posible la comprensión de ningún resultado práctico. Este bloque se corresponde con *II.2 Introducción físico-matemática a las vibraciones mecánicas* y con *II.3 Frecuencia natural en vigas en voladizo*

El segundo apartado será referente a cómo estudiaremos el sistema. Qué mecanismos teóricos disponemos para obtener de forma práctica las conclusiones expuestas en el primer bloque, este bloque se corresponde con *II.4 Modelado*

Resolveremos a continuación el problema ¿Cómo obtengo la información del sistema necesaria para aplicar los mecanismos teóricos anteriormente hallados? Este bloque se corresponde con *II.5 Variables muestreadas* y *II.6 Sistemas de Adquisición de datos y comunicación con instrumentos*.

Tras su resolución, hablaremos de cómo la aplicación de las Series y la Transformada de Fourier nos ayudarán en el tratamiento de la información obtenida. Este bloque se corresponde con *II.7 Representación de señales en series de Fourier* y *Filtros*

Finalmente hablaremos del contexto en el que trabajaremos, la normativa que seguimos en todo momento, y del entorno computacional que realizará todos los cálculos expuestos de forma teórica, es decir, hablaremos de MATLAB y de la norma CEI 60068-2-6. Este bloque se corresponde con *II.8 MATLAB* y con *II.9 Normativa*

II.2 Introducción físico-matemática a las vibraciones mecánicas.

II.2.1 Introducción

Uno de los objetivos básicos del proyecto es proponer una forma fácil y eficiente de encontrar los modos normales de vibración de pequeños objetos mecánicos (objetos de menos de 200 g) tales como rodamientos, pequeños mecanismos, etc. Resulta imprescindible entonces responder con precisión a la pregunta ¿Qué es un modo normal

de vibración? Y más allá de esta pregunta, el fin de esta exposición teórica es aclarar conceptos que aunque asentados en el saber general de las vibraciones, no están demostrados con la suficiente exactitud, o no con la necesaria para comprender de forma extensa varios puntos de este proyecto. Tales conceptos a aclarar podrían ser: ¿Qué es exactamente la resonancia y como se relaciona con los modos normales de vibración? ¿Por qué siempre se estudia el movimiento armónico simple en el estudio de la vibración? ¿Cómo afecta la amortiguación a la vibración de un sistema en general y a la resonancia en particular?...

Para resolver estos conceptos, necesarios todos para poder continuar con la comprensión del proyecto comenzaremos exponiendo de forma simple los aspectos básicos del Movimiento Armónico Simple y como las oscilaciones que se realizan próximas al equilibrio se pueden modelizar de esta forma. Continuaremos introduciendo el concepto de amortiguación y los parámetros que lo definen para finalmente acabar con la idea de oscilaciones forzadas y resonancia mecánica, meta de esta breve exposición, añadiendo además una brevísima demostración matemática de la obligada existencia de una frecuencia de resonancia y cómo la extensión del estudio del punto material al medio continuo nos crea la necesidad de hablar de modos de vibración y no de frecuencia de resonancia.

Finalizamos esta breve introducción del capítulo con una breve bibliografía comentada, por si el lector considera adecuado un mayor estudio teórico de las oscilaciones.

La bibliografía recomendada para esta área de la mecánica es extensa y profunda, nosotros siempre hemos tenido como principio máximo de esta revisión bibliográfica dar un enfoque puramente didáctico y con los máximos ejemplos que faciliten la comprensión de los distintos temas tratados, dejando la resolución de las ecuaciones diferenciales y la mayoría de las demostraciones matemáticas al lector.

Para una primera visión sobre oscilaciones se recomienda al lector los textos de física general escritos por Tipler [17] o Sears [14] en sus correspondientes capítulos sobre oscilaciones, aunque se puedan pensar demasiado simples, su explicación de conceptos puede resultar más útil que otros manuales más complejos. Por otro lado para una mayor profundidad en las demostraciones y conceptos, aunque nunca olvidándose del cariz didáctico se aconseja al lector revisar la obra sobre mecánica de Shames [15].

Como autores españoles de relevancia en este apartado recomendamos muy encarecidamente al texto de Bastero [3] pero sobre todo el de Artés [1], En este último, se da una visión de las vibraciones a partir de la mecánica analítica más que interesante. Sin duda son estos dos últimos libros los que mayor rigor matemático demuestran y aunque su lectura puede hacerse algo densa en algunos apartados, no por ello es menos edificante. Por muy breve que sea una bibliografía comentada sobre oscilaciones mecánicas, no hay que dejar de nombrar la obra de French [4], obra básica que ofrece, además de un texto accesible y muy pedagógico, una bibliografía mucho más interesante y completa que la que el autor de este proyecto pueda ofrecer.

Las obras de Graham [5] y Rao [18], muy famosas en el mundo anglosajón, quizás sean demasiado extensas para el propósito general de este proyecto.

II.2.2 Movimiento armónico simple

Comenzaremos introduciéndonos en el mundo de las oscilaciones mecánicas, a través del estudio básico del movimiento armónico simple, familiarizándonos con conceptos como frecuencia, frecuencia angular o amplitud.

Un tipo corriente y muy importante de movimiento oscilatorio es el movimiento armónico simple, como el de un cuerpo unido a un muelle, como puede verse en la Figura 2.

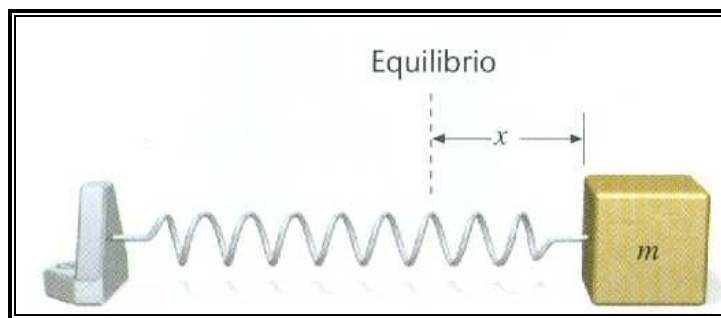


Figura 2

En el equilibrio, el muelle no ejerce ninguna fuerza sobre el cuerpo. Cuando este se ve desplazado en una cantidad x de su posición de equilibrio, el muelle ejerce una fuerza $-kx$, que viene dada por la ley de Hooke:

$$F_x = -kx \quad (1)$$

En donde k es la constante del muelle, característica de su rigidez. El signo menos indica que se trata de una fuerza restauradora; es decir, se opone al sentido del



desplazamiento respecto al punto de equilibrio. Combinando la ecuación (1) con la segunda ley de Newton se obtiene

$$-kx = ma_x$$

Es decir

$$a_x = \frac{-k}{m}x \quad \left(o \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-k}{m}x \right) \quad (2)$$

La aceleración es proporcional al desplazamiento y tiene sentido contrario. Esta es la característica que define el movimiento armónico simple y puede utilizarse para identificar sistemas que representan esta clase de movimiento.

Como la aceleración es proporcional a la fuerza neta, siempre que la fuerza neta sobre un objeto sea proporcional a su desplazamiento y con sentido opuesto, el objeto se moverá con movimiento armónico simple, como se verá más tarde, nuestro ensayo responde a este hecho.

El tiempo que emplea el objeto desplazado para realizar una oscilación completa alrededor de su posición de equilibrio se denomina periodo T. El recíproco es la frecuencia f, que es el número de oscilaciones por segundo.

$$f = \frac{1}{T} \quad (3)$$

La unidad de frecuencia es el ciclo por segundo, hercios (Hz).

Resolviendo la ecuación diferencial (2) obtenemos la curva correspondiente a un movimiento armónico simple.

$$x = A \cos(\omega t + \delta) \quad (4)$$

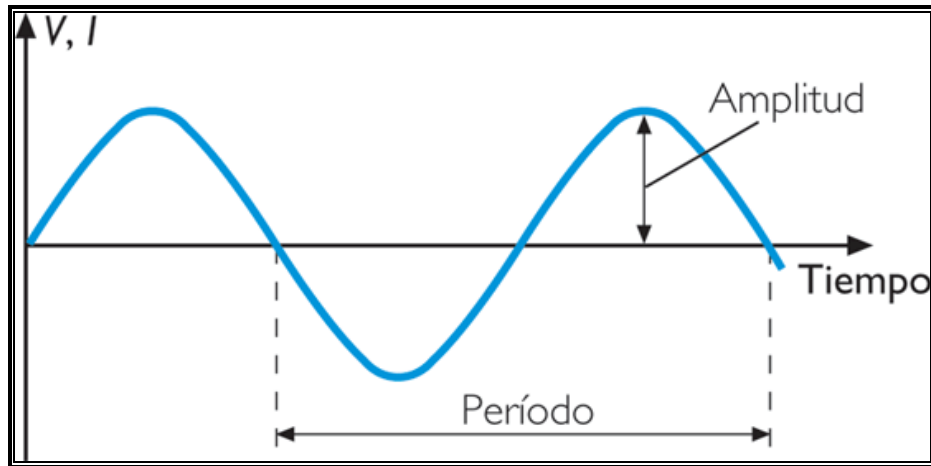


Figura 3. Parámetros característicos del Movimiento Armónico Simple

En donde A , ω y δ son constantes. El desplazamiento máximo respecto a la posición de equilibrio se denomina amplitud A . El argumento de la función coseno $\omega t + \delta$, se denomina fase del movimiento y la constante δ se denomina constante de fase. Esta constante corresponde a la fase cuando $t = 0$.

Podemos demostrar, como antes se dijo, que efectivamente la ecuación (4) es una solución de la ecuación (2) derivando “ x ” dos veces respecto al tiempo. La primera derivada es la velocidad.

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \delta) \quad (5)$$

Derivando la velocidad respecto al tiempo se obtiene la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta) \quad (6)$$

Sabiendo que $x = A \cos(\omega t + \delta)$, véase (4) se obtiene

$$a = -\omega^2 x \quad (7)$$

Comparando la ecuación (2) con la ecuación (7), vemos que $x = A \cos(\omega t + \delta)$ es una solución de la ecuación (2) si

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8)$$

La constante ω se denomina frecuencia angular. La unidad es el radian por segundo y sus dimensiones son la inversa del tiempo. Sustituyendo $2\pi/T$ por ω en la ecuación (4) se obtiene

$$x = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right)$$

Trabajando en esta relación se ve que cada vez que t aumenta en T , la fase crece 2π y, por lo tanto, esto indica que se ha completado un ciclo completo del movimiento.

La frecuencia es la recíproca del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Observando la ecuación (8) obtenemos que

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (9)$$

La frecuencia crece cuando aumenta k (rigidez del muelle) y disminuye cuando aumenta la masa.

Como consecuencia vemos que en el movimiento armónico simple, la frecuencia y el periodo son independientes de la amplitud.

El hecho de que la frecuencia del movimiento armónico simple sea independiente de la amplitud tiene importantes consecuencias en muchos campos, entre otros al que corresponde a nuestro proyecto.

II.2.3 Movimiento general próximo al equilibrio

¿Por qué estamos estudiando el movimiento armónico simple? en general se da Movimiento Armónico Simple cuando una partícula se desplaza ligeramente de su posición de equilibrio estático.

La Figura 4 es un gráfico de la energía potencial U en función de x para una fuerza que tiene una posición de equilibrio estable y otra de equilibrio inestable.

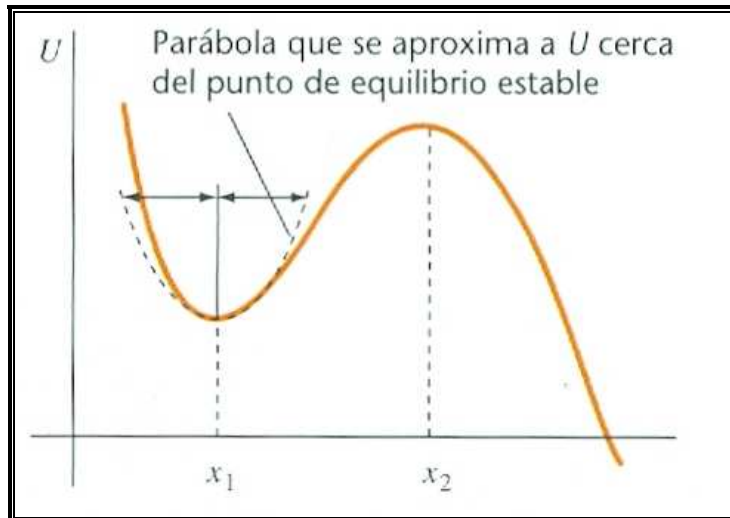


Figura 4. Grafico U en función de x

El máximo en x_2 de la Figura 4 corresponde al equilibrio inestable, mientras que el mínimo en x_1 corresponde al equilibrio estable. Cualquier curva continua que presente un mínimo como el de la Figura 4 puede aproximarse cerca del mínimo por una parábola. La curva de trazos de la Figura 5 es una parábola que aproximadamente corresponde a la curva de energía potencial cerca del punto de equilibrio estable.

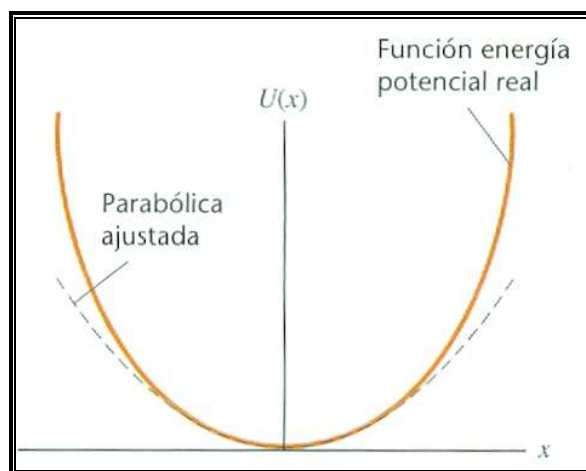


Figura 5

La ecuación general de una parábola que tiene un mínimo en el punto x_1 puede expresarse de la forma

$$U = A + B(x - x_1)^2 \quad (10)$$

En donde A y B son constantes. La constante A es el valor de U en la posición de equilibrio $x=x_1$. La fuerza está relacionada con la curva de la energía potencial por

$$F_x = \frac{-dU}{dx}$$

Por lo tanto,

$$F_x = \frac{-dU}{dx} = -2B(x - x_1)$$

Si hacemos $2B = k$ esta ecuación se reduce a

$$F_x = \frac{-dU}{dx} = -k(x - x_1) \quad (11)$$

De acuerdo con la ecuación (11), la fuerza es proporcional al desplazamiento y está dirigida en sentido opuesto, de modo que el movimiento es armónico simple.

Es esta la razón de la que se estudia el Movimiento Armónico Simple en el estudio de la vibración en la gran mayoría de textos y entre ellos en nuestro proyecto, al ser la oscilación normalmente muy próxima al equilibrio, un modelo basado en este movimiento resulta más que correcto.

II.2.4 Oscilaciones amortiguadas

Si un muelle o un péndulo oscilan libremente, siempre acaban parándose porque las fuerzas de rozamiento disipan su energía mecánica. Un movimiento con estas características se denomina amortiguado.

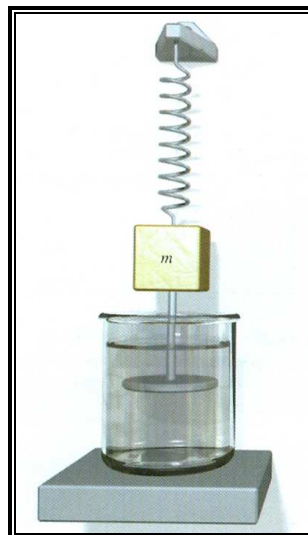


Figura 6. Ejemplo de oscilador amortiguado.

Si el amortiguamiento es muy grande, como por ejemplo en el caso de un péndulo que oscila en miel, el oscilador no ejecuta ni una oscilación completa, sino que

se moverá hacia la posición de equilibrio con una velocidad que se aproxima a cero cuando el objeto se acerca a dicha posición de equilibrio. Este tipo de movimiento se denomina sobreamortiguado. Si, en cambio, el amortiguamiento del movimiento es débil, de modo que su amplitud decrece lentamente con el tiempo, el movimiento resultante se denomina subamortiguado.

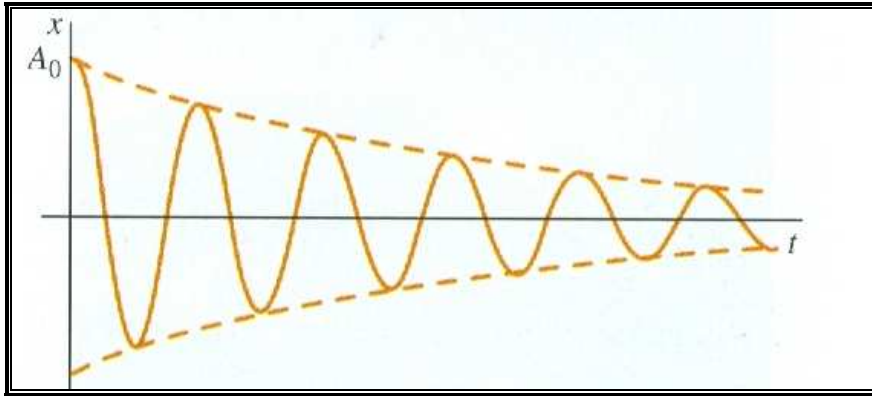


Figura 7. Curva de oscilación subamortiguada.

Cuando se tiene el amortiguamiento mínimo para que se produzca un movimiento no oscilatorio se dice que el sistema está amortiguado críticamente, cualquier amortiguamiento inferior produce un movimiento subamortiguado.

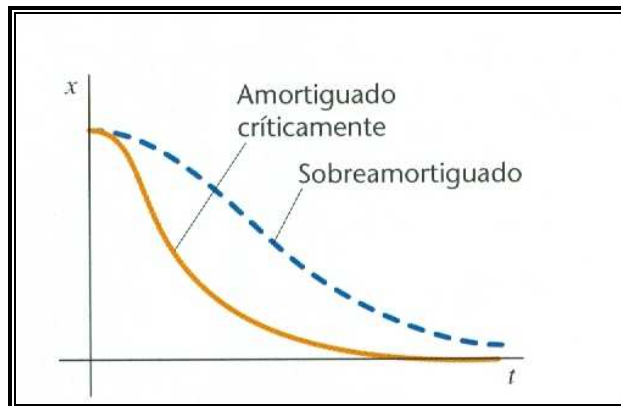


Figura 8. Curva de oscilación sobreamortiguado y críticamente amortiguada.

La fuerza de amortiguamiento ejercida por un oscilador puede representarse mediante la expresión empírica

$$\vec{F}_d = -b\vec{v}$$

En donde b es una constante. Un sistema que cumple la ecuación anterior se dice que está amortiguado linealmente. El análisis siguiente corresponde a este tipo de

movimiento. La fuerza de amortiguamiento se opone a la dirección del movimiento, por tanto, realiza un trabajo negativo y hace que la energía mecánica del sistema disminuya.

El movimiento de un sistema amortiguado puede deducirse de la segunda ley de Newton. Igualando la fuerza neta con el producto de la masa por la aceleración, se obtiene

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (12)$$

Resolviendo la ecuación diferencial anterior (véase el texto de Artés [1] para un completo desarrollo y explicación de los pormenores de esta ecuación diferencial)

$$x = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega' t + \delta) \quad (13)$$

En donde A_0 es la amplitud máxima. La frecuencia ω' vienen dada por

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2m\omega_0} \right)^2} \quad (14)$$

En donde ω_0 es la frecuencia cuando no hay amortiguamiento ($\omega_0 = \sqrt{k/m}$ para una masa ligada a un muelle).

II.2.5 Oscilaciones forzadas y resonancia

Para mantener en marcha un sistema amortiguado debemos ir suministrando energía al sistema. Cuando se lleva a cabo esto, se dice que el oscilador es forzado.

Una manera de suministrar energía a un sistema formado por un objeto que cuelga de un muelle vertical es mover el punto de soporte hacia arriba y hacia abajo, con un movimiento armónico simple de frecuencia ω (Figura 9).

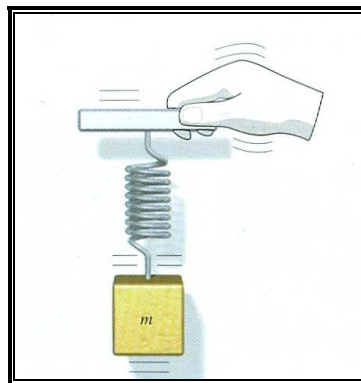


Figura 9. Simplificación de una mesa de vibraciones

Fíjese en la analogía entre este ejemplo, y la realización práctica de nuestro proyecto. De una forma más compleja nuestro proyecto realiza básicamente eso, mover hacia arriba y hacia abajo, con un movimiento armónico simple el punto de apoyo de un objeto.

Al principio el movimiento es complicado, pero finalmente alcanza un estado estacionario en el que el sistema oscila con la misma frecuencia que la fuerza externa impulsora y con amplitud constante y, por lo tanto, con energía constante.

La amplitud y, por tanto, la energía de un sistema en estado estacionario, no solo dependen de la amplitud del sistema impulsor sino también de su frecuencia.

Se define la frecuencia natural de un oscilador, ω_0 como la que tendría si no estuviesen presente ni el amortiguamiento ni el sistema impulsor. Por ejemplo la frecuencia angular natural de un muelle es $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. Si la frecuencia impulsora es aproximadamente igual a la frecuencia natural del sistema, éste oscilará con una amplitud relativamente grande.

Por ejemplo, si el soporte de la Figura 9 oscila con la frecuencia natural del sistema masa-muelle, la masa oscilará con una amplitud mucho mayor que si el soporte oscila con frecuencias mayores o menores. Este fenómeno se denomina resonancia.

En torno a esta máxima, que demostraremos matemáticamente en breve, girará todo nuestro proyecto. La existencia de una frecuencia de excitación que tiene como respuesta, unos desplazamientos desproporcionados, normalmente indeseables, propicia la necesidad de encontrar esa frecuencia para evitarla.

Cuando la frecuencia de la fuerza impulsora es igual a la frecuencia natural del oscilador, la energía absorbida por éste en cada ciclo es máxima. Por ello la frecuencia natural del sistema se denomina frecuencia de resonancia del mismo. Matemáticamente es más conveniente utilizar la frecuencia angular ω que la frecuencia f . Como ω y f son proporcionales, la mayoría de las afirmaciones concernientes a la frecuencia angular también son válidas para la frecuencia. En descripciones verbales normalmente se omite la palabra angular siempre que esta omisión no provoque confusión. En la Figura 10 se muestra un diagrama de la potencia media transmitida a un oscilador en función de la frecuencia de la fuerza impulsora para dos valores diferentes de amortiguamiento. Estas curvas reciben el nombre de curvas de resonancia.

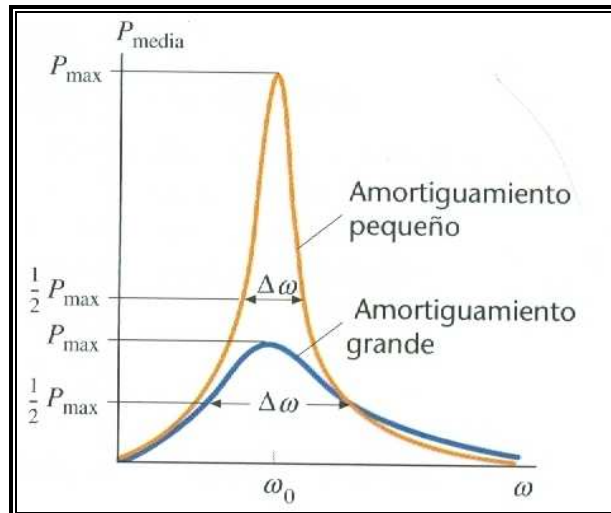


Figura 10. Resonancia en un oscilador

Cuando el amortiguamiento es pequeño, la anchura del pico de la curva de resonancia es correspondientemente estrecha y se dice que la resonancia es aguda. Cuando el amortiguamiento es grande, la curva de resonancia es ancha. La anchura $\Delta\omega$ de cada curva de resonancia, indicada en la Figura 10, es la anchura a la mitad de la altura máxima.

Existen muchos ejemplos familiares de resonancia. Cuando nos sentamos en un columpio aprendemos intuitivamente a mover el cuerpo con la misma frecuencia que la natural del columpio. Muchas máquinas vibran porque tienen piezas en rotación que no están perfectamente equilibradas. Por ejemplo una máquina de lavar en periodo de centrifugación. Si se sujeta una de estas máquinas a una estructura que pueda vibrar, dicha estructura se convierte en un sistema oscilatorio forzado que puede iniciar su movimiento por la acción de la máquina.

II.2.6 Tratamiento matemático de la resonancia

Debido a la importancia que tiene el concepto de resonancia en todo el proyecto, se considera necesaria una breve demostración matemática de su existencia.

Vamos a estudiar matemáticamente el oscilador forzado suponiendo que, además de estar sometido a una fuerza restauradora y a una fuerza de amortiguamiento, está sujeto a una fuerza externa (fuerza impulsora) que varía armónicamente con el tiempo:

$$F_{ext} = F_0 \cos \omega t \quad (15)$$

En donde F_0 y ω son el modulo y la frecuencia angular de la fuerza impulsora. La segunda ley de Newton aplicada a un objeto de masa m atado a un muelle de constante de fuerza k y sujeto a una fuerza amortiguadora $-bv_x$ y a una fuerza externa nos da

$$\sum Fx = ma_x$$
$$-kx - bv_x + F_0 \cos \omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Sustituyendo $m\omega_0^2$ por k , ecuación (8), y ordenando los términos se obtiene

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = F_0 \cos \omega t \quad (16)$$

Abordaremos la solución general de la ecuación (16) cualitativamente. La solución de la ecuación consta de dos partes, la solución transitoria y la solución estacionaria.

Las constantes de esta solución dependen de las condiciones iniciales. Transcurrido cierto tiempo, la parte transitoria de la solución se hace despreciable ya que la amplitud disminuye exponencialmente con el tiempo. De este modo sólo queda la solución estacionaria, que puede escribirse en la forma

$$x = A \cos(\omega t - \delta) \quad (17)$$

En donde la frecuencia angular ω es la misma que la de la fuerza impulsora. La amplitud A viene dada por

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}} \quad (18)$$

Como se observa en la ecuación (18) si $\omega = \omega_0$ y si $b=0$, la amplitud sería infinita. A medida que ω se aleje de ω_0 y b aumente, la amplitud del movimiento descenderá.

II.2.7 Modos normales de vibración

Si trasladamos la teoría aplicada a un solo punto de masa m , descrita anteriormente, a un medio continuo (con infinitos puntos) nos encontramos que no sólo existe una frecuencia de resonancia, sino que existen infinitas frecuencias de resonancia.

La frecuencia de resonancia más baja se denomina frecuencia fundamental f_1 y produce los mayores desplazamientos, recibe entonces el nombre de modo fundamental de vibración, primer armónico, o modo normal de vibración, siendo sus múltiplos, sus armónicos.

- La frecuencia de resonancia más baja del sistema se denomina frecuencia fundamental, y junto con todos sus armónicos (sus múltiplos) constituye el modo fundamental de vibración.
- La frecuencia de resonancia siguiente a la fundamental recibe el nombre de primer sobretono y junto con sus múltiplos constituyen el segundo modo de vibración, y así sucesivamente.

Esta denominación tiene su origen en la terminología usada en la teoría musical, donde los armónicos son los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

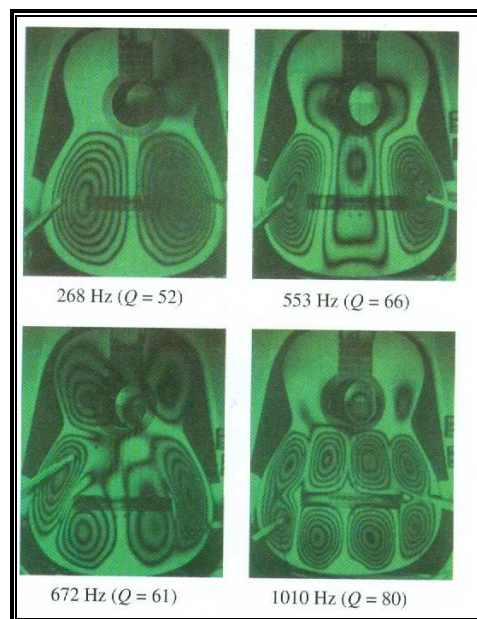


Figura 11. Modos normales de una guitarra

Termina así este breve desarrollo a la teoría básica de vibraciones, alcanzando nuestro objetivo fundamental, explicar de forma precisa qué son los modos de vibración que tan insistentemente buscamos a lo largo de todo el proyecto.

II.3 Frecuencia natural en vigas en voladizo.

II.3.1 Introducción

Una vez que los conceptos fundamentales en el análisis en frecuencia de sistemas mecánicos nos son familiares, nos dispondremos a aplicarlos en un estudio concreto, las vigas en voladizo.

Las vigas en voladizo constituyen uno de los sistemas mecánicos más sensibles a las vibraciones que conocemos. Para ejemplificar este hecho, sólo hace falta observar su reacción ante los terremotos. En el trágico terremoto ocurrido en Lorca (Murcia) en mayo del 2011, las consecuencias más devastadoras fueron provocadas por elementos en voladizo que colapsaron, es por ello entre otros muchos ejemplos más cotidianos, como pudiera ser el retrovisor de un coche, que estos elementos merecen un estudio en profundidad de la relación entre amplitud de desplazamientos y frecuencia de excitación.

Veremos aquí, un método específico para esta clase de elementos, basándonos en consideraciones energéticas.

Para este estudio el texto más completo, y en el cual nos vamos a basar es el de Paz [11]. También pueden consultarse la obra de Balachandran [2] que expone este mismo problema de forma más extensa.

Los artículos de Ambrosini [19] y de Guerrero [20] son de especial interés en este campo. Por último si se quiere profundizar en el Método de Rayleigh, una muy buena introducción, aparte de en el libro de Paz [11], se encuentra en un clásico de ingeniería mecánica, Shigley [16].

II.3.2 Métodos energéticos

En las secciones precedentes de este capítulo hemos obtenido la ecuación diferencial para un sistema de vibración. Sin embargo, la ecuación diferencial del movimiento, para un sistema sin amortiguamiento en vibración libre, puede también ser obtenida aplicando el principio de Conservación de la Energía. Este principio puede ser enunciado en la siguiente forma:

”Si no hay fuerzas externas actuando sobre el sistema, y no existe disipación de energía (amortiguación), la energía total del sistema permanece constante durante el movimiento y por tanto, su derivada con respecto al tiempo es igual a cero”.

El método de Rayleigh se puede enunciar como:

La solución del problema de elasticidad consiste en encontrar la función desplazamiento que verifique las condiciones de contorno. *El método de Rayleigh propone una solución aproximada para resolver problemas de elasticidad en su formulación energética.*

Este método puede ser utilizado para determinar la frecuencia natural de un sistema continuo.

II.3.3 Frecuencia natural de vibración de una viga en voladizo

Se considera que la masa de la viga está uniformemente distribuida. La masa total de la viga es m_b y su longitud L . La rigidez de flexión de la viga es EI y la masa concentrada en su extremo es m , como se muestra en la Figura 12.

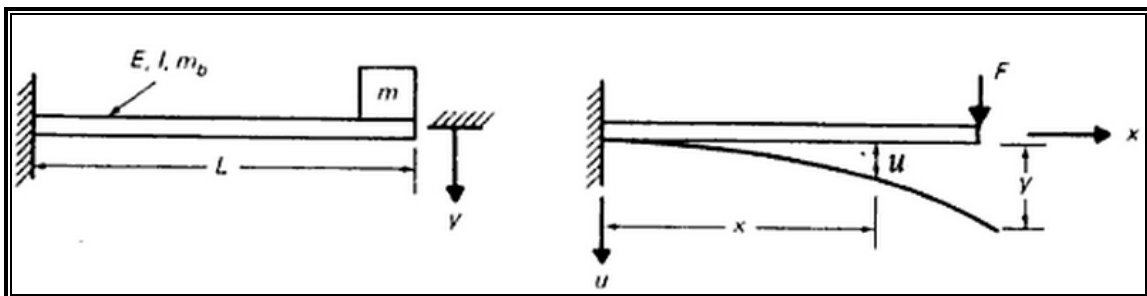


Figura 12. Viga en voladizo de masa uniforme

En la solución de este problema por el método de Rayleigh supondremos que la deformación de la viga es la que produciría una fuerza concentrada F aplicada a su extremo libre, como se muestra en la Figura 12.

Para esta carga estática, la flecha a la distancia x desde el apoyo es

$$u = \frac{3y}{L^3} \left(\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \quad (19)$$

Donde y es la flecha en el extremo libre de la viga. En vibración libre, esta flecha puede expresarse por la función armónica

$$y = C \text{sen}(\omega t + \alpha)$$

Que aplicada a la ecuación (19) da

$$u = \frac{3x^2L - x^3}{2L^3} C \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \quad (20)$$

La energía potencial se calcula como el trabajo efectuado por la fuerza F, que aumenta gradualmente de cero a su valor final F. Este trabajo es igual a $\frac{1}{2}Fy$, y su valor máximo, igual a la energía potencial máxima, es entonces

$$U_{\max} = \frac{1}{2}FC = \frac{3EI}{2L^3}C^2 \quad (21)$$

Puesto que la fuerza F está relacionada con la deformación máxima, por la fórmula elemental de resistencia de materiales,

$$y_{\max} = C = \frac{FL^3}{3EI} \quad (22)$$

La energía cinética debida a la masa uniformemente distribuida de la viga está dada por

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{m_b}{L} \right) \dot{u}^2 dx \quad (23)$$

Y su valor máximo, que se obtiene aplicando la ecuación (20), por

$$T_{\max} = \frac{mb}{2L} \int_0^L \left(\frac{3x^2L - x^3}{2L^3} - \omega C \right)^2 dx + \frac{m}{2} \omega^2 c^2 \quad (24)$$

Después de integrar la ecuación (24) e igualar la expresión resultante para la máxima energía cinética con la máxima energía potencial dada por la ecuación (21) resulta

$$\frac{3EI}{2L^3}C^2 = \frac{1}{2} \omega^2 C^2 \left(m + \frac{33}{140} m_b \right) \quad (25)$$

Despejando ω y por tanto f , obtenemos

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3 \left(m + \frac{33}{140} m_b \right)}} \quad (26)$$

La ecuación (26) da una buena aproximación, aun en el caso en que $m=0$. Para este último caso, el error dado por estas fórmulas es más o menos 1.5%

Obtenemos de esta forma una expresión analítica, la cual usaremos más adelante, para hallar la frecuencia de resonancia de una viga en voladizo.

II.4 Modelado

II.4.1 Introducción

Como enunciábamos ya en la estructura de la revisión bibliográfica, a partir de aquí intentaremos llevar los conceptos desde la teoría expuesta hasta la resolución práctica.

El primer problema a resolver será, ¿Cómo puedo obtener de forma práctica esa frecuencia fundamental enunciada de forma teórica en el apartado *II.2.7 Modos normales de vibración* La respuesta como se verá más adelante será trazar el diagrama de Bode correspondiente al sistema mecánico.

Recordando lo dicho en el apartado *II.2.5 Oscilaciones forzadas y resonancia*, necesitamos comprender como trabajar un sistema el cual recibe una señal de entrada excitadora y responde con una señal de salida respuesta. Para ello comenzaremos con unas definiciones básicas que nos introducirán en esta área de conocimiento, después hablaremos de la función de transferencia, como instrumento básico para conocer de forma precisa esa respuesta ante la excitación y de su representación gráfica más clásica, el diagrama de Bode, objetivo de este capítulo.

Como bibliografía básica, usaremos el texto de Ogata [8], en él se dispone de toda la información necesaria para la total comprensión de este apartado. Otros textos de referencia usados son el de Moreno, Garrido y Berenguel [7],

II.4.2 Definiciones.

Antes de analizar cualquier aspecto de este apartado, deben definirse ciertos términos básicos que utilizaremos a lo largo del proyecto.

Sistemas. Combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado.

Sistemas lineales. Un sistema se denomina lineal si se aplica el principio de superposición. Este principio establece que la respuesta producida por la aplicación simultánea de dos o más funciones de entrada diferente es la suma de las dos respuestas individuales. Por tanto para el sistema lineal, la respuesta a varias entradas se calcula tratando una entrada cada vez y sumando los resultados. Este principio permite desarrollar soluciones complicadas para la ecuación diferencial lineal partir de soluciones simples.

$$a_0^{(n)} y + a_1^{(n-1)} \dot{y} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0^{(m)} x + b_1^{(m-1)} \dot{x} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \quad (n \geq m)$$

Si en una investigación experimental de un sistema dinámico son proporcionales la causa y el efecto, el sistema se considera lineal.

II.4.3 Técnicas clásicas de modelado de sistemas

Un problema básico en ingeniería, y en particular en este proyecto, consiste en ser capaces de predecir qué efecto tendrá una cierta acción sobre un sistema físico. Resulta por tanto necesario algún tipo de modelo que nos permita el poder hacer esta predicción. En nuestro caso, predecir la frecuencia fundamental del sistema.

Dentro de los modelos matemáticos que se pueden utilizar para analizar los efectos que diferentes acciones van a tener sobre el sistema podemos destacar los modelos de entrada/salida

En esta clase de modelos se busca una descripción matemática que exprese la relación que existe entre la entrada del sistema y la salida del mismo. Estos modelos no describen el funcionamiento interno del sistema, sino meramente la relación entre la entrada y la salida. Podemos encontrarnos con sistemas diferentes pero que presenten la misma relación entrada/salida por lo que dan lugar al mismo modelo matemático. Estos tipos de modelos son los que podríamos denominar modelos clásicos.

Dentro de estos modelos clásicos, los denominados frecuenciales se basan en la caracterización de la relación entrada/salida de un sistema en régimen permanente ante entradas de tipo sinusoidal. Dentro de éstos, la función de transferencia, juega un papel destacado.

Teniendo en cuenta la naturaleza de nuestro proyecto, sin duda será la obtención de una representación de la función de transferencia del sistema la mejor opción para

obtener ese modelo que nos permita hallar la frecuencia fundamental deseada. Una vez que hemos aclarado qué tipo de mecanismo teórico necesitamos para obtener nuestro objetivo, profundicemos en él, ya que será la base de nuestra realización práctica.

II.4.4 Función de transferencia

A menudo se usan las funciones de transferencia para caracterizar las relaciones de entrada-salida de componentes o sistemas que se describen mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo. Se comenzará por definir la función de transferencia

La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero.

Considérese el sistema lineal e invariante en el tiempo descrito mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \quad (n \geq m)$$

Donde y es la salida del sistema y x es la entrada. La función de transferencia de este sistema es el cociente de la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada cuando todas las condiciones iniciales son cero.

$$\text{La función de transferencia} = G(s) = \frac{L[\text{output}]}{L[\text{input}]} \Big|_{\text{condiciones iniciales cero}}$$

$$\text{La función de transferencia} = G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

A partir del concepto de función de transferencia, es posible representar la dinámica de un sistema mediante ecuaciones algebraicas en s . Si la potencia más alta de s en el denominador de la función de transferencia es igual a n , el sistema se *denomina sistema de orden n -ésimo*.

II.4.4.1 Comentarios acerca de la función de transferencia

La aplicación del concepto de función de transferencia está limitada a los sistemas descritos mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo.

A continuación se presentan algunos comentarios importantes relacionados con la función de transferencia.

- La función de transferencia de un sistema es un modelo matemático porque es un método operacional para expresar la ecuación diferencial que relaciona la variable de salida con la variable de entrada.
- La función de transferencia es una propiedad de un sistema, independiente de la magnitud y naturaleza de la entrada o función de excitación.
- La función de transferencia incluye las unidades necesarias para relacionar la entrada con la salida; sin embargo, no proporciona información acerca de la estructura física del sistema. Las funciones de transferencia de muchos sistemas físicamente diferentes pueden ser idénticas.
- Si se conoce la función de transferencia de un sistema, se estudia la salida o respuesta para varias formas de entrada, con la intención de comprender la naturaleza del sistema
- Si se desconoce la función de transferencia de un sistema, puede establecerse experimentalmente introduciendo entradas conocidas y estudiando la salida del sistema. Una vez establecida una función de transferencia, esta proporciona una descripción completa de las características dinámicas del sistema, a diferencia de su descripción física.

II.4.4.2 Salida en estado estacionario para una entrada sinusoidal.

Aunque ya en el apartado II.2.5 *Oscilaciones forzadas y resonancia* se ensuciaron estas conclusiones, al ser tan importantes para la realización del proyecto, conviene recordarlas y sintetizarlas.

- La respuesta en estado estacionario de un sistema estable, lineal e invariante en el tiempo a una entrada sinusoidal no depende de las condiciones iniciales
- Un sistema estable, lineal e invariante en el tiempo, sujeto a una entrada sinusoidal, tendrá, en estado estacionario, una salida sinusoidal de la

misma frecuencia que la entrada. Pero, en general, la amplitud y la fase de la salida serán diferentes de las de entrada.

Para una demostración general de estas conclusiones véase Ogata [8]

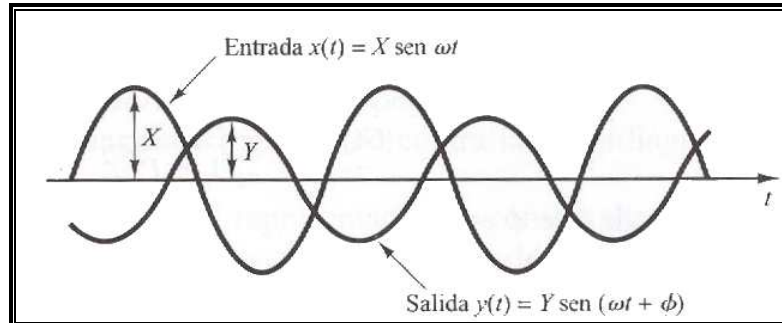


Figura 13. Señales sinusoidales de entrada y salida

II.4.5 Diagramas de Bode

Si la comprensión de la resonancia y los modos normales de un sistema mecánico, fueron el objetivo del apartado *II.2 introducción físico-matemática a las vibraciones mecánicas* en este caso la meta del apartado *II.4 Modelado* son los diagramas de Bode.

La realización práctica del diagrama de Bode, como se verá a continuación constituye en sí mismo una modelización del sistema, en cuanto a su relación con la función de transferencia antes expuesta, y por tanto nos permite realizar un estudio del sistema como ya se comentó en los métodos clásicos de modelado. Es decir si realizamos de forma práctica el diagrama de Bode, que no es otra cosa que una representación gráfica de la función de transferencia del sistema, estaremos en condiciones de hallar la frecuencia fundamental descrita en *II.2.7 Modos normales de vibración*. Resolviendo así a la pregunta descrita en la introducción de este capítulo, ¿Cómo puedo obtener de forma práctica esa frecuencia fundamental?

Diagramas de Bode o diagramas logarítmicos.

Un diagrama de Bode está formado por dos gráficas: una es la gráfica del logaritmo de la magnitud en función de transferencia sinusoidal, y la otra es la gráfica del ángulo de fase; ambas se dibujan contra la frecuencia en escala logarítmica.

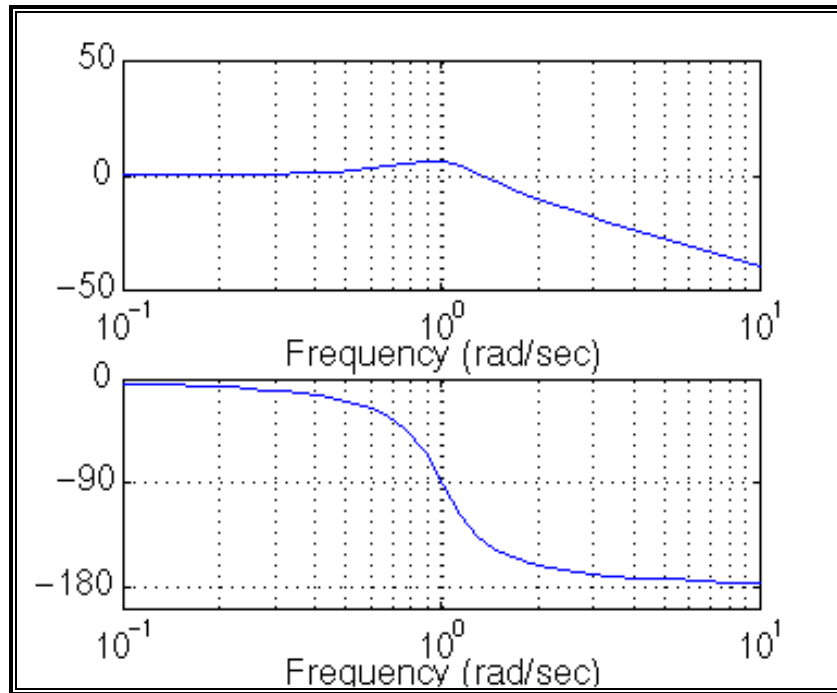


Figura 14. Diagrama de Bode típico de un sistema mecánico

La representación común de la magnitud logarítmica de $G(j\omega)$ es de $20\log|G(j\omega)|$, donde la base del logaritmo es 10. La unidad utilizada en esta representación para la magnitud es el decibelio, por lo general abreviado dB. En la representación logarítmica, se dibujan las curvas sobre papel semilogarítmico, con la escala logarítmica para la frecuencia y la escala lineal para cualquier magnitud (en decibelios) o el ángulo de fase (en grados). El rango de frecuencias de interés determina el número de ciclos logarítmicos que se requieren en la abscisa.

La principal ventaja de utilizar el diagrama de Bode es que la multiplicación de magnitudes se convierte en suma. Además, cuenta con un método simple para dibujar una curva aproximada de magnitud logarítmica basada en aproximaciones asintóticas. Esta aproximación, mediante asíntotas, es suficiente si sólo se necesita información general sobre la característica de la respuesta en frecuencia. Si se desea obtener curvas exactas, es fácil corregir las curvas asintóticas. Es muy útil ampliar el rango de bajas frecuencias mediante el uso de una escala logarítmica, debido a que las características de las bajas frecuencias son las más importantes en los sistemas prácticos. Aunque no es posible dibujar las curvas hasta una frecuencia cero, debido a la frecuencia logarítmica ($\log 0 = -\infty$), esto no es un problema serio.

Obsérvese que la determinación experimental de una función de transferencia se hace simplemente si los datos de la respuesta en frecuencia se presentan como un diagrama de Bode. Fíjese en la Figura 14, se observa claramente que en torno a 10Hz la amplitud es mayor que a frecuencias mayores o menores, simplemente echando un vistazo a la gráfica hemos hallado *la frecuencia fundamental*, se demuestra así, cómo la realización práctica del diagrama de Bode, es el mejor mecanismo para nuestro objetivo.

II.5 Variables muestreadas.

II.5.1 Introducción.

Enlacemos la introducción de esta nueva sección, con el último párrafo del diagrama de Bode:

La determinación experimental de una función de transferencia se hace simplemente si los datos de la respuesta en frecuencia se presentan como un diagrama de Bode

Y aquí de nuevo se nos plantea, uno de los problemas más interesantes del proyecto, después de conocer en profundidad la frecuencia fundamental de vibración, y hallar la forma de obtenerla mediante al diagrama de Bode se nos plantea el problema de cómo obtener la información necesaria, los datos, para realizar el diagrama de Bode.

Este problema, lo intentaremos solucionar en dos apartados, en este primero hablaremos de las particularidades del concepto de muestreo, sus tipos y sus características, y en el siguiente apartado, hablaremos de cómo podemos recibir y trabajar de forma precisa con esas muestras, y de cómo podemos comunicarnos con los diferentes instrumentos para este fin, tanto para enviar información como para recibirla.

Como bibliografía se recomienda, la obra de Pérez [13], sin duda un manual muy útil que explica de forma asequible y clara todo lo relacionado con la teoría de muestreo. Para un conocimiento más profundo de la materia se citará el texto de Oppenheim [9] y [10].

II.5.2 La necesidad del muestreo

La utilización de procesadores digitales en los sistemas de medición actuales ha hecho posible obtener sistemas de gran fiabilidad, precisión y exactitud gracias a un conjunto de circuitos integrados digitales de muy bajo coste y consumo de energía y de



una gran capacidad de almacenamiento de información. *Pero esta última todavía no es ilimitada por lo que resulta imposible manejar todo el conjunto de valores posibles de las variables analógicas de entrada.*

Los datos que utiliza un procesador digital son valores discretos codificados que representan valores instantáneos de las señales continuas provenientes de los sensores y sus sistemas de acondicionamiento por lo que resultan necesarias interfaces que realicen la función de “atrapar” el valor de la señal en un instante dado y convertirlo en un código interpretable por el procesador.

También es necesario conocer con qué cantidad mínima de estos datos o muestras de la señal continua se puede establecer una relación de identidad entre la señal muestreada y la continua para la exactitud requerida de la medida.

II.5.3 Tipos de variables

Analógica. Cuando los datos constituyen matemáticamente un conjunto denso, es decir, que puede tener cualquier valor dentro de un intervalo lo que implica que el número total de posibles valores es infinito.

Discreta. Cuando los datos constituyen un conjunto finito de valores; un caso particular de este tipo son las variables discretas digitales en el sistema binario, que permite solo dos valores diferentes denotados normalmente por los símbolos “0” y “1”.

Cuando se realiza el procesamiento de variables analógicas para convertirlas en un formato digital, no resulta posible para los sistemas reales (además de que pudiera resultar innecesario) tener una representación digital de todos los infinitos valores de la variable analógica.

Una variable muestreada está formada por un conjunto de valores de una variable analógica espaciados regularmente en el tiempo. Si además estos valores pertenecen a un conjunto finito, la variable está digitalizada.

II.5.4 Teorema del muestreo

Para obtener una variable muestreada a partir de una variable analógica se necesita producir una representación discreta temporal de la variable analógica, es decir, tomar muestras o muestrear la variable analógica.

El muestreo es un procedimiento a través del cual, a partir de una variable analógica continua en el tiempo $f(t)$, se obtiene una variable muestreada $g(t) = f(kT)$ en tiempo discreto, donde k es un entero y T es el periodo de la señal de muestreo.

$$g(t) = f(t)|_{t=k \cdot T} = f(kT), \quad \text{donde } k = 0, 1, 2, \dots \quad (27)$$

El sistema que realiza este procedimiento recibe el nombre de muestreador y suele representarse como un simple interruptor ideal que cada T segundos hace que $g(t) = f(t)$ y el resto del tiempo $g(t) = 0$, con lo que se consigue que $g(t) = f(kT)$.

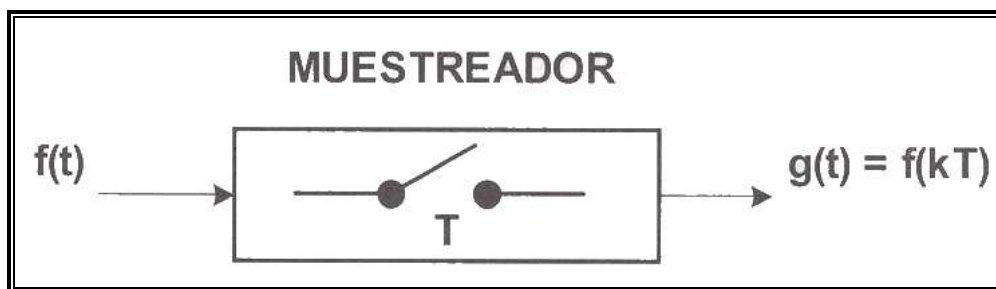


Figura 15. Procedimiento de muestreo

De lo anterior se deduce que muestrear no es equivalente a mantener el valor de la muestra durante algún tiempo más allá del instante de muestreo kT .

Si se utiliza una serie de impulsos de Dirac $h(t)$ como función de muestreo y se realiza el producto de esta función por la variable analógica continua en el tiempo $f(t)$ se obtendrá la variable muestreada $g(t)$ que no es más que un tren de impulsos modulados en amplitud por la señal analógica de entrada véase Figura 16 en comparación con la Figura 17.

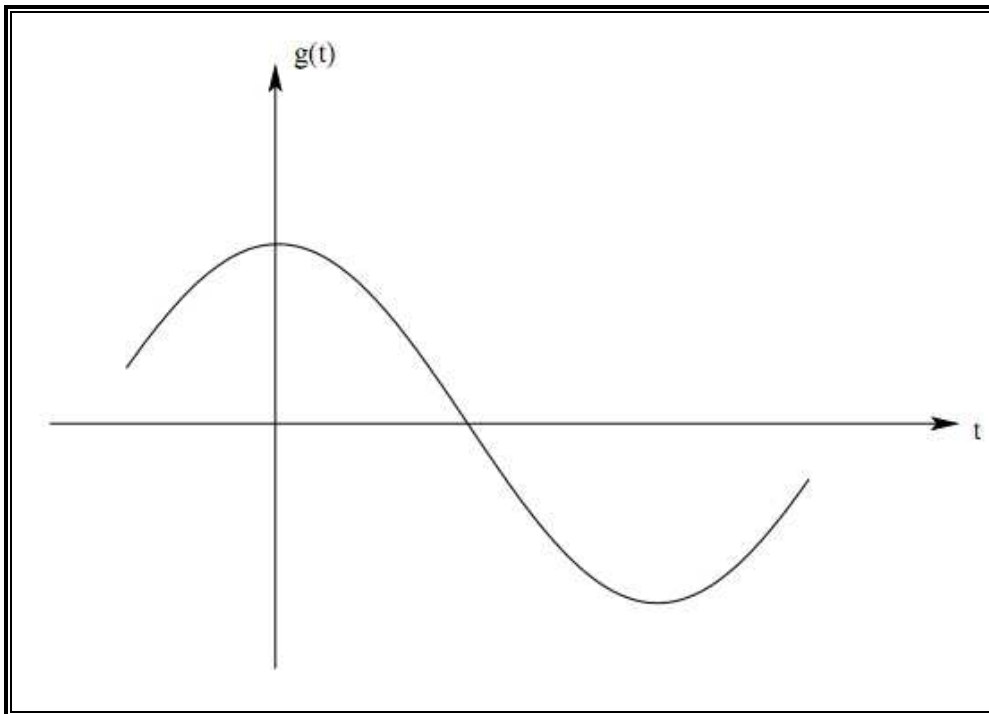


Figura 16. Señal analógica a muestrear

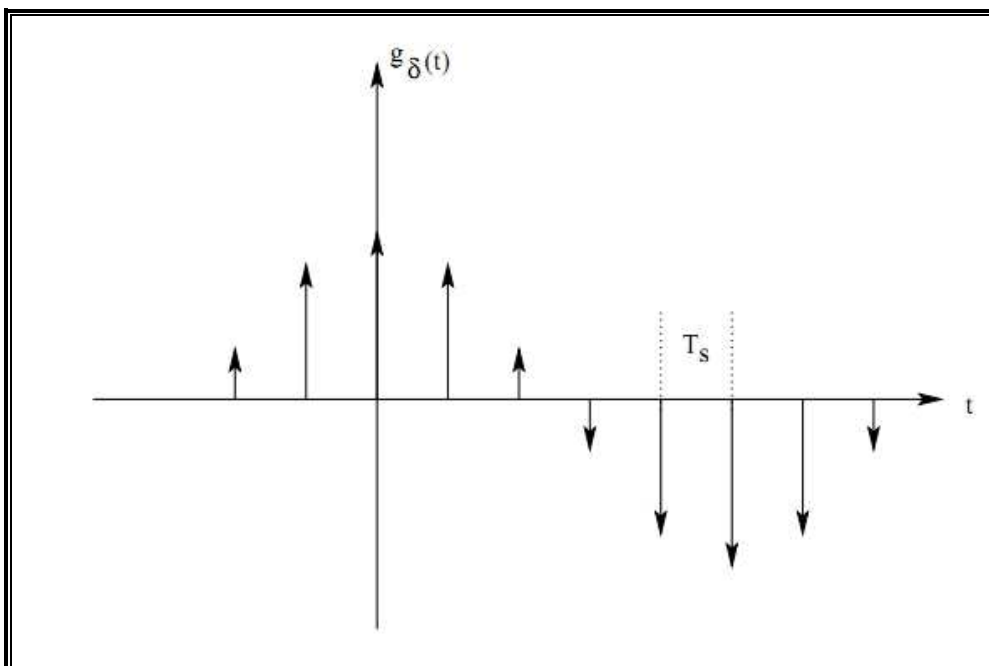


Figura 17. Señal analógica muestreada

Puede observarse que hemos obtenido un conjunto finito de valores de la variable analógica, espaciados regularmente por el periodo de la señal de muestreo ideal, a cuyo inverso, en adelante, llamaremos frecuencia de muestreo (f_s)

En el caso representado en la Figura 17 se ha escogido una frecuencia de muestreo f_s mayor que el doble de la máxima frecuencia del espectro de la señal

($f_s > 2f_m$). Pero, ¿Qué obtendríamos si seleccionáramos $f_s < 2f_m$? La respuesta es obvia; se perderá información al producirse interferencias por solapamiento de parte del espectro de la señal y las componentes espectrales resultado de la modulación, lo que se conoce normalmente con el término de Aliasing.

Observe la Figura 18, la señal que queremos muestrear es la roja, pero debido a que se produce el fenómeno de Aliasing $f_s < 2f_m$, confundimos la señal por la azul.

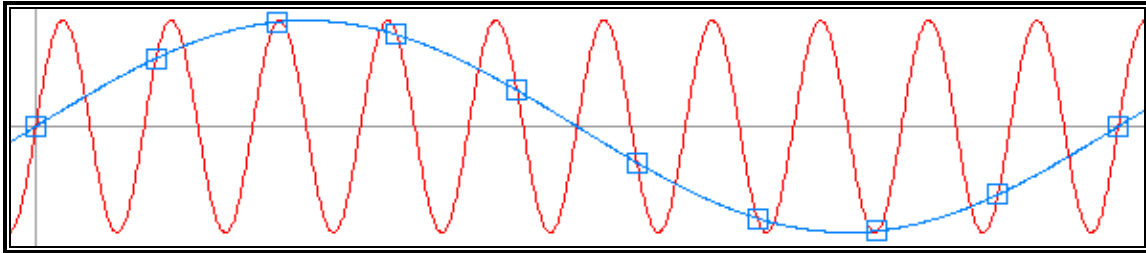


Figura 18. Aliasing

El teorema de muestreo de Nyquist-Shannon afirma que si $f(t)$ es una señal de ancho de banda finito, ésta puede ser reconstruida en cualquier punto a partir de sus valores muestreados $f(kT)$ si el muestreo se ha efectuado a una frecuencia f_s que, al menos, sea el doble de la máxima frecuencia del espectro de la señal.

$$f_s > 2f_m \quad (28)$$

Este importante y elegante teorema de muestreo apareció explícitamente en la literatura de la teoría de comunicación en 1949 en las notas clásicas de Shannon tituladas “Communication in the Presence of Noise”. Sin embargo fue Nyquist ya en 1928, basándose en las series de Fourier, el que enunció que $2TW$ números son suficientes para representar una función de duración T y cuya frecuencia más alta es W , en su obra “Certain Topics in Telegraph Transmission Theory”, de ahí el doble nombre de teorema de muestreo de Nyquist-Shannon.

II.6 Sistemas de adquisición de datos y comunicación con instrumentos

II.6.1 Introducción

Una vez que conocemos los aspectos fundamentales de la teoría del muestreo, es necesario adentrarnos en los distintos aspectos que hacen de ese muestreo una realidad,

y no sólo un concepto teórico, es decir, como realmente obtenemos las muestras que formarán nuestro diagrama de Bode.

Hablaremos de Adquisición de Datos, cuando la información vaya desde el sensor hasta el PC, es decir, cuando conectemos el acelerómetro a la mesa de vibraciones y leamos los datos que nos devuelve, estaremos adquiriendo datos.

Hablaremos de Comunicación con Instrumentos cuando seamos nosotros los que aportemos información al instrumento, que actuará según nuestras especificaciones. Cuando desde el PC se le ordene al generador de funciones que envíe a la mesa de vibraciones una señal sinusoidal de frecuencia 50 Hz y amplitud $1 V_{pp}$, lo que estaremos realizando será comunicación con el instrumento.

En este apartado vamos a ver de forma breve las distintas disposiciones que hacen este tipo de comunicaciones posibles. Para ello nos referiremos al texto de Pérez [13]

II.6.2 Introducción a los sistemas de adquisición de datos

En cualquier actividad relacionada con la ciencia y la tecnología surge la necesidad de medir variables físicas, como en nuestro caso la aceleración de un objeto. Un sistema de adquisición de datos es el instrumento del que nos servimos para obtener información de un determinado proceso. En la Figura 19 se muestra el diagrama de bloques de un sistema de adquisición de datos.

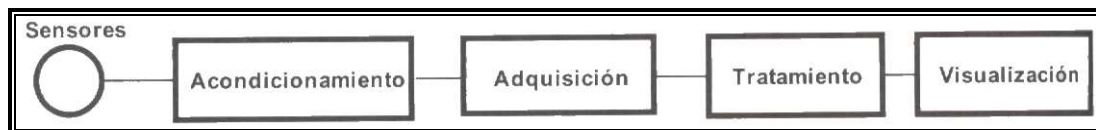


Figura 19. Diagrama de bloques de un sistema de adquisición de datos

En general, los sistemas de adquisición de datos constan de cinco elementos básicos:

- Los sensores que convierten un fenómeno físico en una magnitud eléctrica.
- Un bloque acondicionador para aislar, filtrar, convertir y/o ampliar la señal.
- Un sistema de adquisición que convierte la señal del dominio analógico al digital.

- Un sistema de tratamiento que realiza operaciones con los datos (información digital) con objeto de transformarlos en información útil.
- Un sistema de representación cuyo objeto es comunicar los resultados al usuario

Configuración de un sistema de adquisición de datos

Sistemas basados en un computador con una o varias tarjetas de adquisición de datos conectadas al bus interno del computador y que realizan básicamente la conversión de la señal entre el dominio analógico y el digital.

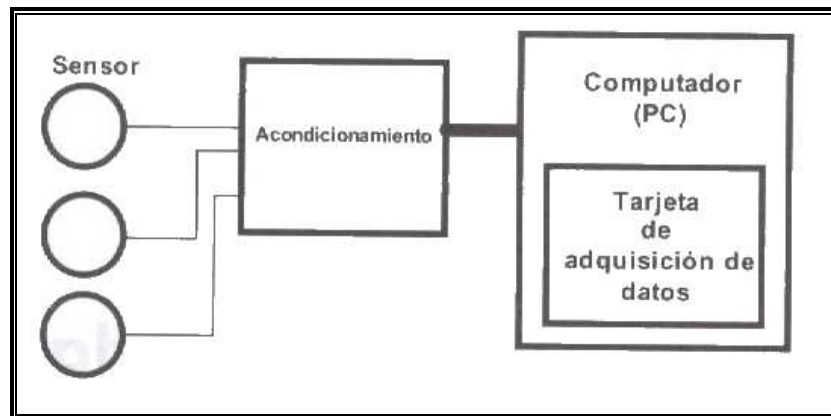


Figura 20. Sistema basado en tarjeta de adquisición de datos

Sistemas basados en comunicación de instrumentos

Instrumentos autónomos e independientes del bus de un computador pero con capacidad de conectarse a través de buses de instrumentación (GPIB) o a través de comunicación serie o paralelo, y más recientemente a través de USB y LAN.

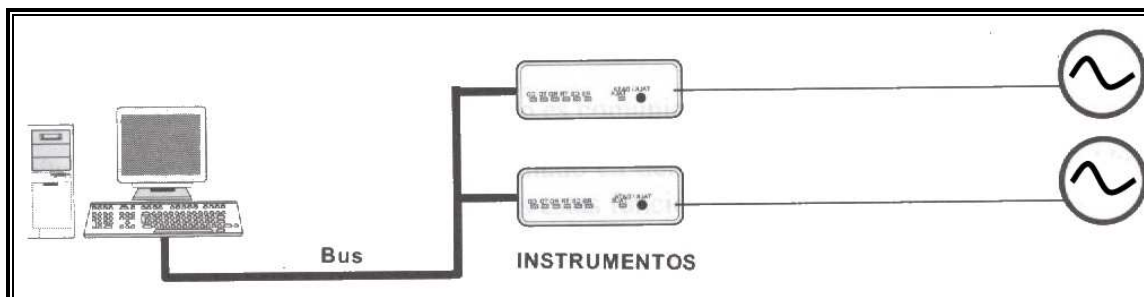


Figura 21. Sistema basado en instrumentos de adquisición

II.6.3 Tarjetas de adquisición de datos (TAD)

Dado que las datos con los que formaremos el diagrama de Bode provienen de las muestras obtenidas por la tarjeta de adquisición de datos, conviene profundizar en algunos aspectos básicos de este dispositivo, tales como una breve introducción a su configuración interna y sus características más relevantes.

Las tarjetas de adquisición de datos son dispositivos en formato de tarjeta de circuito impreso que se conectan directamente al computador a través de las ranuras de expansión o de otra clase de bus como USB, como es nuestro caso.

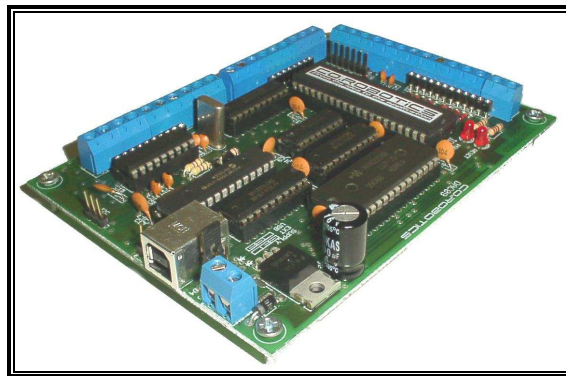


Figura 22. TAD

La tarjeta de adquisición de datos más sencilla consiste en un hardware de adquisición que solo convierte la señal analógica de entrada en una señal digital que es enviada al computador sin realizar ningún tipo de procesamiento.

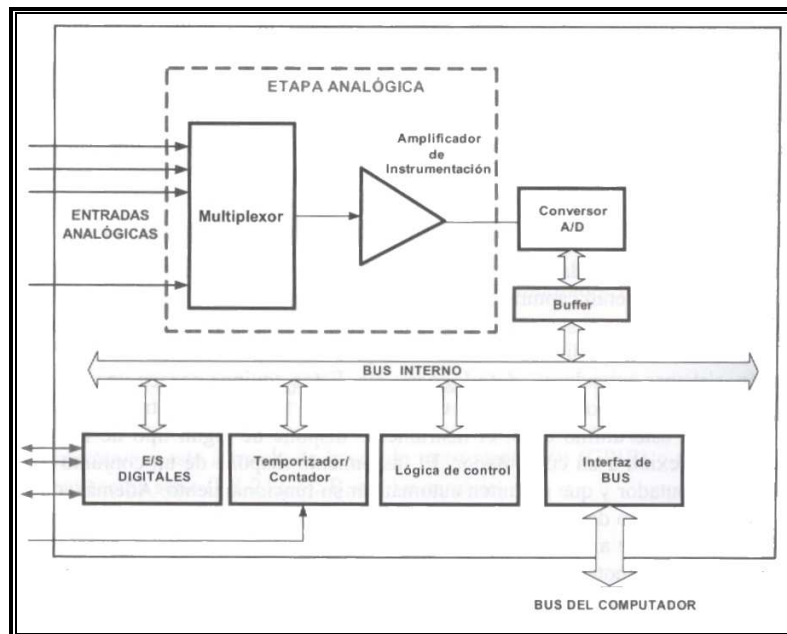


Figura 23. Estructura general de una tarjeta de adquisición de datos

El núcleo central de una tarjeta de adquisición de datos está compuesto por los circuitos analógicos de entrada y el convertor A/D. Los circuitos analógicos de entrada incluyen un multiplexor, al que llegan las distintas variables de entrada, un amplificador de ganancia programable y un circuito de muestreo y retención.

II.6.3.1 Características y criterios de selección de las TAD

Número de entradas analógicas: hace referencia al número de canales de entrada disponibles en la tarjeta.

Configuración de las entradas analógicas. Las entradas de las tarjetas de adquisición suelen soportar dos configuraciones básicas:

- *Entradas referidas a masa (single-ended inputs):* un terminal de entrada en todos los canales está referido a la masa del sistema de adquisición y el otro, está disponible para su conexión a entradas exteriores. Esta configuración es aceptable cuando la diferencia de tensión entre la entrada conectada a la masa del sistema de adquisición de datos y el común analógico no sea significativa. Generalmente se utiliza en la adquisición de señales de nivel alto donde el error introducido por la señal en modo común es despreciable. Véase Figura 24.

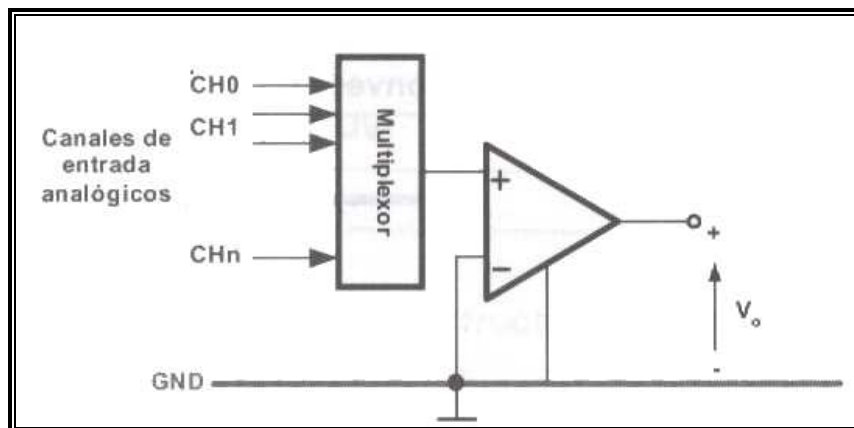


Figura 24. Configuración de TAD referido a masa

- *Entradas en modo diferencial (diferencial inputs):* en este caso no existe ningún terminal referido a masa. Los dos terminales de entrada se corresponden con los terminales de entrada de la tarjeta de adquisición de datos. Esta configuración es útil en la adquisición de señales de bajo nivel o señales inmersas en entornos ruidosos. Véase Figura 25

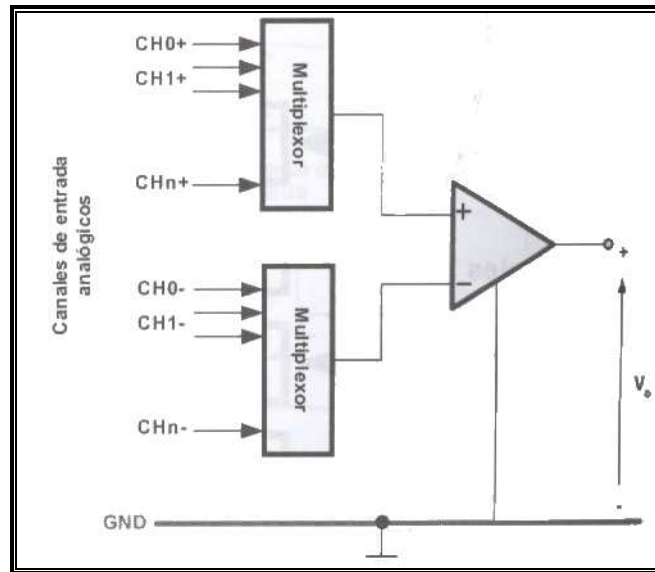


Figura 25. . Configuración de TAD diferencial

En nuestro caso se optó por *Entradas referidas a masa (single-ended inputs)* ya que la diferencia de tensión entre la entrada conectada a la masa del sistema de adquisición de datos y el común analógico no es significativa.

Mecanismo de inicio de captura (triggering o disparo):

Un aspecto interesante de las tarjetas de adquisición de datos se refiere a la posibilidad de realizar la adquisición sincronizada con algún evento externo. Algunas tarjetas permiten mecanismos de disparo más sofisticados como el disparo analógico basado en la presencia de determinados niveles analógicos introducidos por la entrada de disparo. Por ejemplo, puede realizarse la captura cuando una señal sobrepasa un valor.

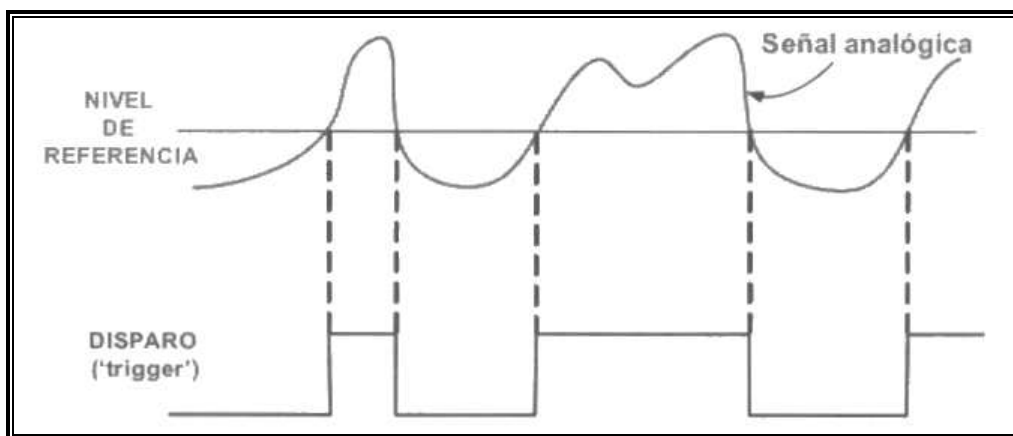


Figura 26. . Disparo basado en niveles analógicos

Otras características son la velocidad de adquisición, la resolución o exactitud.

II.6.4 Buses de instrumentos.

Los sistemas de comunicación de instrumentos pueden funcionar de forma autónoma o bien conectarse a un computador y a otros instrumentos a través de un bus de comunicación.

En general, el bus más difundido para la conexión de instrumentos es el bus GPIB. En nuestro caso el sistema digital de transferencia de datos entre computadora e instrumento (generador de funciones) se basó en el cable LAN, por tanto más importante que la arquitectura del sistema son los protocolos de comunicación entre PC e instrumento.

II.6.4.1 Comandos SCPI

Todas las órdenes directas que se le mandan al generador de funciones, se envían gracias a estos comandos, sin ellos no podríamos ordenarle al generador de funciones que vaya cambiando cada cierto tiempo de frecuencia, para ver las diferentes respuestas del sistema. Es por eso que resulta básico, si no su total comprensión, si al menos una breve referencia.

La norma SCPI (Standard Commands for Programmable Instruments) aparece en 1991 para conseguir una estandarización de los comandos de control y el formato de los datos de los instrumentos. El objetivo es que, independientemente del fabricante, equipos que tienen la misma funcionalidad respondan de igual forma a un conjunto estándar de comandos.

La norma SCPI se asienta sobre la IEEE-488.2 y ésta, a su vez, se basa en la IEEE-488.1. La norma establece la sintaxis y los formatos de los mensajes para que instrumentos con la misma funcionalidad o instrumentos del mismo tipo utilicen los mismos comandos. Por ejemplo, los comandos para medir una frecuencia utilizando frecuencímetros de distintos fabricantes serán los mismos. Además, la medida de la frecuencia con otro instrumento que lo permita, por ejemplo un osciloscopio digital o un multímetro, también utilizarán los mismos comandos

Los comandos SCPI se escriben como texto ASCII, y tienen una estructura jerárquica por niveles, separados por dos puntos, como se aprecia en la Figura 27.

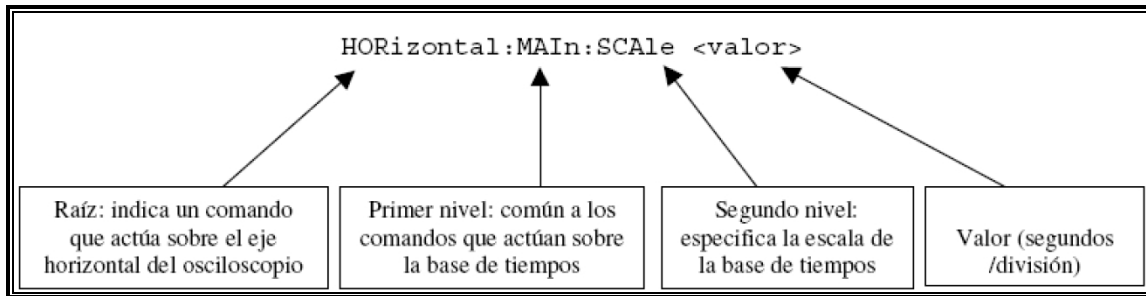


Figura 27. Estructura jerárquica de las normas SCPI

II.6.4.2 VISA e IVI

Ya hemos visto que para enviar órdenes precisas al instrumento, los comandos SCPI eran más que suficientes, pero a la hora de que el PC reconozca el instrumento la secuencia de comandos SCPI necesarios, además de complejos podrían resultar poco eficientes como se verá a continuación. Es por ese motivo que usamos tanto el driver IVI como el estándar VISA, gracias a ellos muchas funciones complejas, se vuelven invisibles a nivel del usuario. Veamos a continuación un breve desarrollo del porqué de su nacimiento y sus principales funciones.

Para realizar una comunicación con un instrumento podemos utilizar diferentes buses de comunicación siempre y cuando el instrumento disponga de ellos. Para acceder al bus desde un PC, es necesaria una tarjeta controlador del bus, ya sea GPIB, VXI o como la de red para LAN. Para acceder a cada una de estas tarjetas podemos utilizar las funciones propias del bus, como por ejemplo los comandos SCPI para el bus LAN. Pero la utilización de éstas fuerza que las aplicaciones que desarrollamos para un determinado instrumento sirvan únicamente para ese bus y ese instrumento. Por ejemplo, si utilizamos comandos SCPI para controlar un multímetro vía bus GPIB, no podremos utilizar dicho programa para controlar el mismo instrumento utilizando un bus diferente. Para solucionar éste y otros problemas semejantes, en 1993 National Instruments junto con GenRad, Racal Instruments, Tektronix y Wavetek formaron un consorcio llamado VXI plug&play Systems Alliance. Uno de los estándares más desarrollados por este grupo fue VISA (Virtual Instrument Software Architecture), que es un conjunto de funciones de alto nivel que se encarga de hacer transparente los recursos software que estemos utilizando.

Utilizando VISA podemos controlar buses tales como GPIB, LAN, VXI, PXI, serie y otros buses basados en computador. VISA se encargará de utilizar las funciones de bajo nivel para cada uno de los buses de manera transparente para el programador.

De esta manera, el mismo código de programa para el control de cualquier instrumento utilizando VISA podrá ser usado vía GPIB, serie, etc., como muestra la Figura 28:

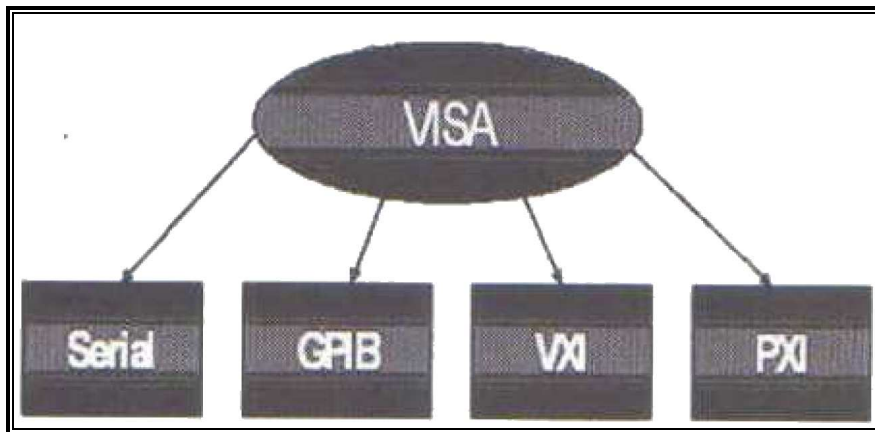


Figura 28. Arquitectura de VISA

Posteriormente, en 1998, surgió el consorcio IVI (Interchangeable Virtual Instruments) entre una treintena de compañías, incluyendo las comentadas anteriormente, con el objetivo de alcanzar una estandarización de los drivers de los instrumentos. En concreto,

IVI aportó las siguientes novedades:

- Adopción del conjunto de funciones VISA
- Posibilidad de intercambio de instrumentos, incluso de distintos fabricantes
- Posibilidad de trabajar con instrumentos simulados durante el desarrollo de aplicaciones, cuando la disponibilidad de los equipos está restringida

Por ejemplo, para el bus GPIB controlado a través de funciones de librerías IVI, el programador puede emplear rutinas de alto nivel sin necesidad de conocer el conjunto de comandos SCPI que el instrumento entiende. Como consecuencia, el desarrollo de aplicaciones de esta forma se ha agilizado considerablemente respecto al uso de comandos SCPI.

II.7 Representación de señales en series de Fourier y Filtros

II.7.1 Introducción

Siguiendo con la máxima de describir de forma clara y precisa, pero no por ello menos rigurosa, todas las herramientas que hemos usado a lo largo del proyecto, resulta del todo imprescindible detenernos en las Series y Transformadas de Fourier.

Una vez que comprendemos el proceso de obtención de datos con los que formaremos nuestro diagrama de Bode con el cual hallaremos la frecuencia fundamental del objeto de estudio, nos surge la pregunta, si esos datos podemos usarlos directamente. La respuesta es no, y es allí, donde la transformada de Fourier tiene su imprescindible papel.

Una vez que obtenemos los datos, la transformada de Fourier nos permite comprobar que son correctos, y en el caso que no sean correctos, es decir que un ruido exterior este distorsionando los datos, poder corregirlos aplicando filtros.

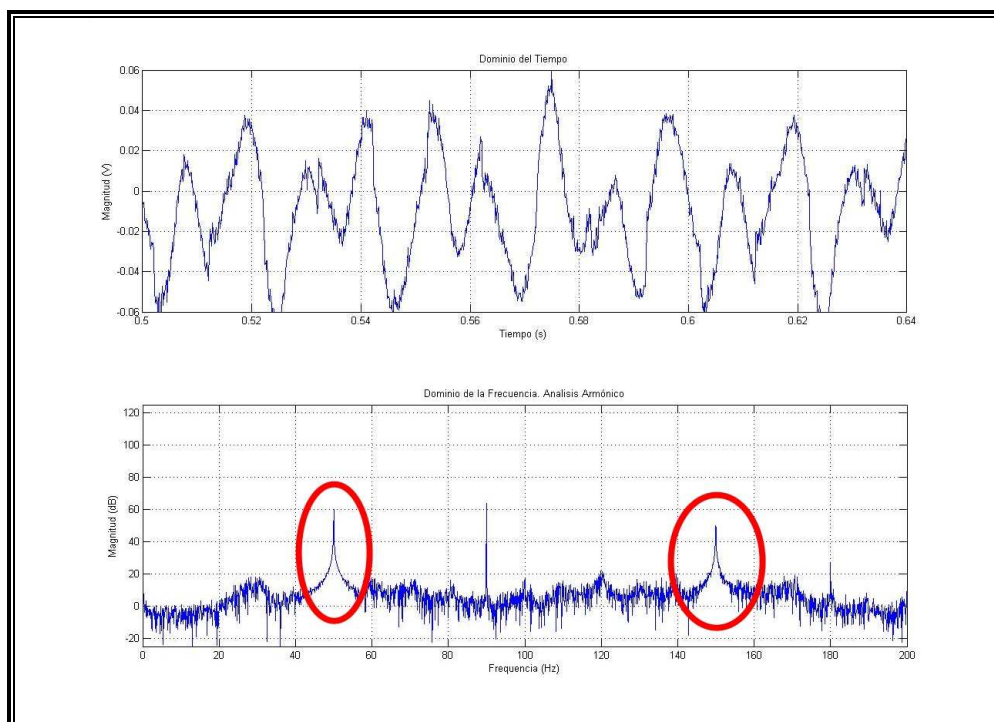


Figura 29. Aplicación de la transformada de Fourier

Observe la Figura 29, en la parte superior se observa los datos obtenidos en su dominio temporal, y debajo observamos su espectro de frecuencias. Gracias a la Transformada de Fourier, vimos que los datos obtenidos no solo no eran correctos, los



círculos rojos indican el ruido que distorsiona la señal, sino que fuimos capaces de arreglar la señal gracias al empleo de filtros.

Queda con esto demostrado la necesidad de entender pormenorizadamente como la aplicación de Fourier nos ayuda a tratar la señal con tan buenos beneficios. Resta decir que, visto lo estudiado anteriormente en la sección *II.5 variables muestreadas* todas las referencias a Fourier serán en su aplicación a señales discreta, es decir a las distintas muestras obtenidas.

Teniendo en mente que el objetivo en todo momento es entender la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y la aplicación de filtros, comenzaremos por el desarrollo de las series de Fourier y su relación con los sistemas invariantes en el tiempo y como su extensión a funciones no periódicas obliga a la existencia de la Transformada de Fourier. Teniendo ya los conceptos necesarios, abordaremos muy brevemente la revolución que supuso la FFT y cómo trabajan los filtros.

Para todo esto, de nuevo la bibliografía es extensa y variada, recomendamos a Oppenheim, y su libro *Señales y Sistemas* [9], la obra más clásica en este aspecto, que aborda de forma extensa el contenido de este capítulo. Dejamos la obra también de Oppenheim, *Tratamiento de señales en tiempo discreto* [10] para el lector que quiera una mayor profundidad teórica, sus capítulos sobre diseño de filtros discretos y algoritmos de FFT son base para cualquier estudio más avanzado en este tema.

II.7.2 Objetivo de Fourier

El punto de partida para nuestro análisis es el desarrollo de una representación de señales como combinación lineal de un conjunto de señales básicas. Para llevar a cabo esta representación alternativa usaremos las exponenciales complejas. Las representaciones resultantes se conocen como la Serie y la Transformada de Fourier, ya sea en tiempo continuo o discreto.

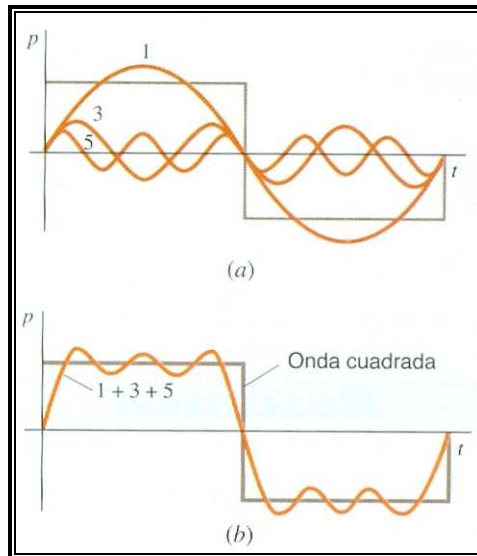


Figura 30. Objetivo de Fourier

Se recuerda que por exponencial compleja entendemos

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\text{sen}(\omega t)$$

II.7.3 Representación en series de Fourier de señales periódicas discretas.

II.7.3.1 Combinaciones lineales de exponenciales complejas relacionadas armónicamente

Una señal discreta $x[n]$ es periódica con periodo N si

$$x[n] = x[n + N] \tag{29}$$

El periodo fundamental es el entero positivo N más pequeño para el cual la ecuación (29) se cumple, y $\omega_0 = 2\pi / N$ es la frecuencia fundamental. Además, el conjunto total de las señales exponenciales complejas discretas que son periódicas con periodo N está dado por

$$\phi k[n] = e^{jk\omega_0 n} = e^{jk(2\pi/N)n}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{30}$$

Es decir, cuando k se cambia por cualquier múltiplo entero de N , generamos la secuencia idéntica.

Ahora deseamos considerar la representación de secuencias periódicas más generales en términos de combinaciones lineales de las secuencias $\phi_k[n]$ en la ecuación (30). Tal combinación lineal tiene la forma

$$x[n] = \sum_k a_k \phi_k[n] = \sum_k a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (31)$$

En vista de que las secuencias $\phi_k[n]$ son distintas sólo sobre un rango de N valores sucesivos de k , la sumatoria en la ecuación (31) necesita incluir solo términos en este rango. Entonces, la sumatoria es sobre k , a medida que k varía sobre un rango N enteros sucesivos, empezando con cualquier valor de k .

Indicamos esto expresando los límites de la sumatoria como $k=\langle N \rangle$. Es decir

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k \phi_k[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (32)$$

Por ejemplo, k podría asumir los valores $k=0,1,\dots, N-1$ o $k=3,4,\dots, N+2$. En cualquier caso, el mismo conjunto de secuencias exponenciales complejas aparecen en la sumatoria del miembro derecho de la ecuación (32). Esta ecuación se conoce como la Serie discreta de Fourier y los coeficientes a_k , como los coeficientes de la serie de Fourier.

II.7.3.2 Determinación de la representación en serie de Fourier de una señal periódica.

Suponga ahora que se nos da una secuencia $x[n]$ la cual es periódica con periodo fundamental N . Nos gustaría determinar si existe una representación de $x[n]$ en la forma dada en la ecuación (32) y, de ser así, cuáles son los valores de los coeficientes de la serie de Fourier. Esta pregunta puede expresarse en otros términos, es decir, encontrar una solución para un conjunto de ecuaciones lineales. En concreto, si evaluamos la ecuación (32) para N valores sucesivos de n que corresponden a un periodo $x[n]$, obtendremos

$$\begin{aligned}
 x[0] &= \sum_{k=\langle N \rangle} a_k, \\
 x[1] &= \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{j2\pi k/N} \\
 &\vdots \\
 x[N-1] &= \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{j2\pi k(N-1)/N}
 \end{aligned} \tag{33}$$

Así, la ecuación (33) representa un conjunto de N ecuaciones lineales para los n coeficientes desconocidos a_k conforme k varía sobre un conjunto de K enteros sucesivos. También se puede demostrar que este conjunto de ecuaciones es linealmente independiente y, en consecuencia se puede resolver para obtener los coeficientes a_k en términos de los valores dados de $x[n]$.

Ahora consideraremos la representación en serie de Fourier de la ecuación (32). Al multiplicar ambos miembros por $e^{-jk(2\pi/N)n}$ y sumando los N términos obtenemos

$$\sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jr(2\pi/N)n} = \sum_{n=\langle N \rangle} a_k \sum_{n=\langle N \rangle} e^{j(k-r)(2\pi/N)n} \tag{34}$$

Esto proporciona una expresión cerrada para obtener los coeficientes de la serie de Fourier, y tenemos el par de la serie discreta de Fourier:

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \tag{35}$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \tag{36}$$

La ecuación (35) representa la ecuación de síntesis, mientras que la ecuación (36) representa la ecuación de análisis. Los coeficientes de la serie discreta de Fourier a_k son a menudo llamados los coeficientes espectrales de $x[n]$. Estos coeficientes especifican una descomposición de $x[n]$ en una suma de N exponenciales complejas relacionadas armónicamente. Son la modificación de estos valores lo que dan poder a los filtros, y lo que se representa en los espectros de frecuencias.

II.7.3.3 Series de Fourier y sistemas LTI

Si $x[n] = z^n$ es la entrada a un sistema LTI discreto, entonces la salida está dada por $y[n] = H(z)z^n$, donde

$$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k} \quad (37)$$

Para señales y sistemas discretos, nos enfocaremos en valores de z para los cuales $|z|=1$, de manera que $z = e^{j\omega}$ y z^n sea de la forma $e^{j\omega n}$. Entonces la función del sistema $H(z)$ para z restringida a la forma $z = e^{j\omega}$ se conoce como la respuesta en frecuencia del sistema y está dada por

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n} \quad (38)$$

Sea $x[n]$ una señal periódica cuya representación en serie de Fourier está dada por

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (39)$$

Si aplicamos esta señal como la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso $h[n]$, entonces, con $z_k = e^{jk(2\pi/N)}$, la salida es

$$y[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k H(e^{j2\pi k/N}) e^{jk(2\pi/N)n} \quad (40)$$

Entonces $y[n]$ también es periódica con el mismo periodo de $x[n]$, y el k -ésimo coeficiente de Fourier de $y[n]$ es el producto del k -ésimo coeficiente de Fourier de la entrada y el valor de la respuesta en frecuencia del sistema LTI, $H(e^{j2\pi k/N})$, a la frecuencia correspondiente.

II.7.4 Señales aperiódicas: La transformada de Fourier en tiempo discreto

¿Qué ocurre cuando en nuestro caso la señal no es periódica?

Considere una secuencia general $x[n]$ que tiene duración finita. Esto es, para algunos enteros N_1, N_2 , $x[n]=0$ fuera del intervalo $-N_1 \leq n \leq N_2$ en la Figura 31 (a) se muestra una señal de este tipo. A partir de esta señal aperiódica podemos construir una secuencia periódica $\tilde{x}[n]$ para la cual $x[n]$ sea un periodo, como se muestra en la Figura 31 (b).

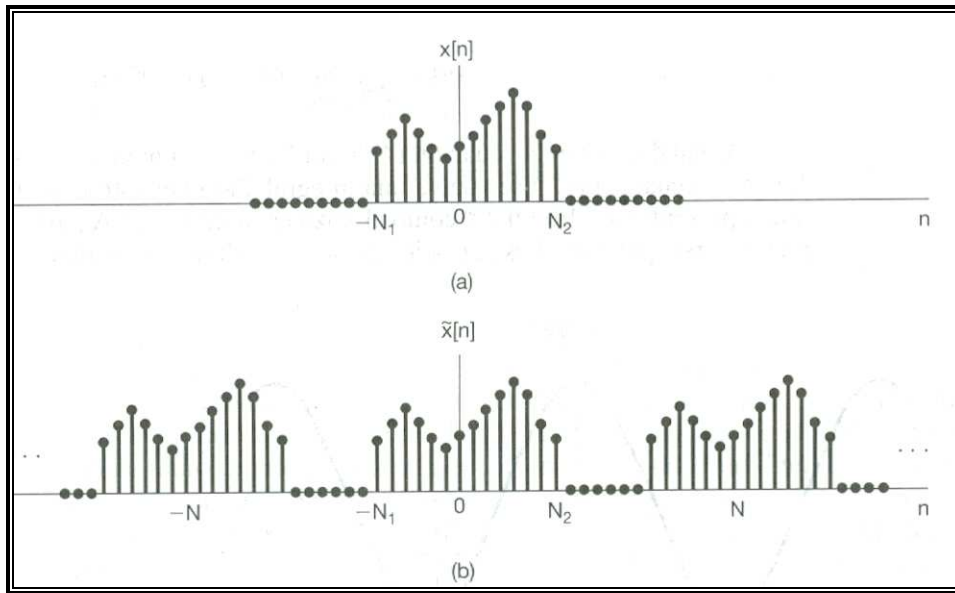


Figura 31. Señal no periódica

Cuando hacemos que el periodo sea más grande $\tilde{x}[n]$ es idéntica a $x[n]$ sobre un intervalo más grande, y conforme $N \rightarrow \infty$, $\tilde{x}[n] = x[n]$ para cualquier valor finito de n .

Examinemos ahora la representación en serie de Fourier de $\tilde{x}[n]$. En concreto rescribiendo las ecuaciones (35) y (36), tenemos

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (41)$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} \tilde{x}[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \quad (42)$$

Puesto que $\tilde{x}[n] = x[n]$ sobre un periodo que incluye en intervalo $-N_1 \leq n \leq N_2$, es conveniente seleccionar un intervalo de la sumatoria en la ecuación (42) que incluya este intervalo, de manera que $\tilde{x}[n]$ pueda reemplazarse por $x[n]$ en la sumatoria. Por tanto,

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-N_1}^{N_2} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \quad (43)$$

Donde en la segunda igualdad nos hemos valido del hecho de que $x[n]$ es cero fuera del intervalo $-N_1 \leq n \leq N_2$. Definiendo la función

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (44)$$

Vemos que los coeficientes a_k son proporcionales a las muestras de $X(e^{j\omega})$, es decir

$$a_k = \frac{1}{N} X(e^{jk\omega_0}) \quad (45)$$

Donde $\omega_0 = 2\pi / N$ es el espaciado de las muestras en el dominio de la frecuencia. Combinando las ecuaciones (41) y (45) obtenemos que

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} \frac{1}{N} X(e^{jk\omega_0}) e^{jk\omega_0 n} \quad (46)$$

Ya que $\omega_0 = 2\pi / N$ o de manera equivalente $1/N = \omega_0 / 2\pi$, la ecuación(46) se puede reescribir como

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=\langle N \rangle} X(e^{jk\omega_0}) e^{jk\omega_0 n} \omega_0 \quad (47)$$

Conforme N aumenta, ω_0 disminuye, y conforme $N \rightarrow \infty$ la ecuación (47) se vuelve una integral. Para ver esto más claramente, considere que representamos $X(e^{j\omega}) e^{j\omega n}$ como el trazo de la Figura 32.

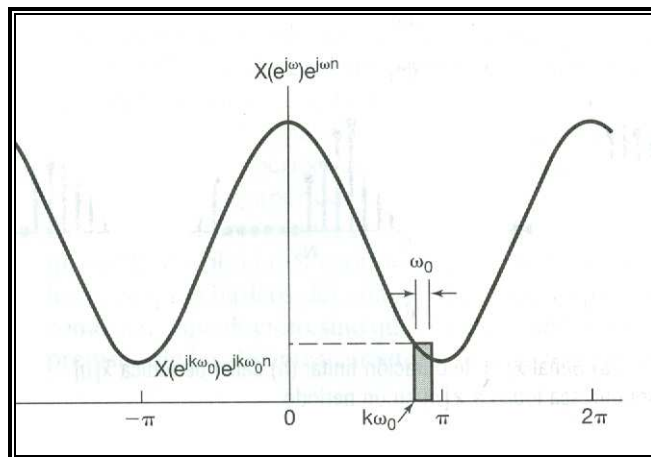


Figura 32. Interpretación gráfica de la ecuación (62)

A partir de la ecuación (44) puede verse que $X(e^{j\omega})$ es periódica en ω con periodo 2π y también lo es $e^{j\omega n}$. Entonces, el producto de ambos también será periódico. Como hemos representado en la Figura 32, cada término en la sumatoria de la ecuación (47) representa el área de un rectángulo de altura $X(e^{jk\omega_0}) e^{jk\omega_0 n}$ y ancho

ω_0 . A medida que $\omega_0 \rightarrow 0$, la sumatoria se vuelve una integral. Más aún, puesto que la sumatoria se lleva a cabo sobre n intervalos consecutivos de ancho $\omega_0 = 2\pi / N$, el intervalo total de integración siempre tendrá un ancho de 2π . Por lo tanto, a medida que $N \rightarrow \infty$, $\tilde{x}[n] = x[n]$, y la ecuación (47) se convierte en

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (48)$$

Donde, debido a que $X(e^{j\omega}) e^{j\omega n}$ es periódica con periodo 2π , el intervalo de integración se puede tomar como cualquier intervalo de longitud 2π . En consecuencia, tenemos el siguiente par de ecuaciones:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (49)$$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (50)$$

La función $X(e^{j\omega})$ se conoce como la transformada de Fourier de tiempo discreto y el par de ecuaciones se conoce como el par de transformada de Fourier. La ecuación (49) es la ecuación de síntesis y la (50) es la ecuación de análisis. *Nuestra deducción de estas ecuaciones indica como una secuencia aperiódicas puede considerarse como una combinación lineal de exponenciales complejas.* En particular, la ecuación de síntesis es en efecto una representación de $x[n]$ como una combinación lineal de exponenciales complejas infinitesimales cercanas en frecuencia y con amplitudes $X(e^{j\omega})(d\omega/2\pi)$. Por esta razón, a menudo se hace referencia a la transformada de Fourier como espectro de $x[n]$ dado que nos proporciona la información acerca de cómo $x[n]$ está compuesta de exponenciales compleja a frecuencias diferentes.

II.7.4.1 Transformada rápida de Fourier (FFT)

Deseamos aquí calcular la suma

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \xrightarrow{\text{Simplificando la notacion}} F[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} f[m] w_N^{-mn} \quad \text{para } n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (51)$$

De forma rápida. Se va a prescindir del factor $1/N$ centrando el análisis en el sumatorio

$$A_N[n] = \sum_{m=0}^{N-1} f[m] \cdot w_N^{-mn} = \quad (52)$$

$$f[0] + f[1]w_N^{-n} + f[2]w_N^{-2n} + \dots + f[N-1]w_N^{-(N-1)n} \quad \text{para } n = 0, 1, \dots, N-1$$

El subíndice N en A_N indica el número de puntos distintos a calcular, que forman el periodo de sucesión. De una simple inspección deducimos que para calcular cada punto de $A_N[n]$ mediante la suma anterior se necesita $N-1$ multiplicaciones complejas y $N-1$ sumas complejas. El cálculo de las N puntos precisará pues de $N(N-1) \approx N^2$ operaciones complejas para $N \gg 1$, constanding una operación compleja de una suma y un producto complejos.

Los puntos $A_N[n]$ son los valores de un polinomio de variable compleja, correspondientes a los puntos A_N^{-mn} equidistantes en la circunferencia unidad. Gracias a las propiedades particulares de éstos va a ser posible el cálculo de $A_N[n]$ con muchas menos operaciones y de una forma recurrente.

Los procedimientos de cálculo, se basan en la siguiente igualdad, válida para las raíces N -ésimas de la unidad cuando N es divisible por un entero r que expresa la coincidencia de las raíces de orden N/r con las rk $k = 0, 1, \dots, N/r - 1$ de orden N

Para el caso particular de $r = 2$, la figura 33 ilustra la equivalencia entre las raíces pares de orden $N=8$ y las raíces de orden $N/2=4$. En el resto de este capítulo nos limitaremos a dicho caso particular en donde N es divisible por 2.

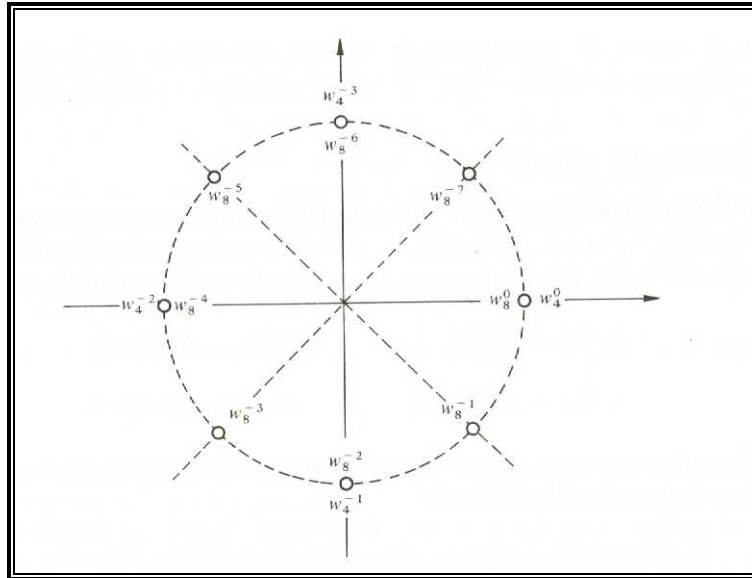


Figura 33

La anterior equivalencia sugiere entonces dividir la suma $A_N[n]$ en N términos en dos sumas de $N/2$ términos que, como se verá, gracias a esta propiedad, representarán dos series de Fourier de orden mitad: $A_{N/2}^0[n]$ y $A_{N/2}^1[n]$

Se darán dos formas de llevar a cabo la descomposición, conocidas como *decimación en el tiempo* (DT) y *decimación en la frecuencia* (DF), ambas realizan la descomposición en índices pares e impares, la primera con el de tiempos, m , y la segunda con el de frecuencias, n .

En la Figura 34 se puede observar como el tiempo de cálculo necesario para hallar los coeficientes de Fourier se reduce drásticamente usando la FFT.

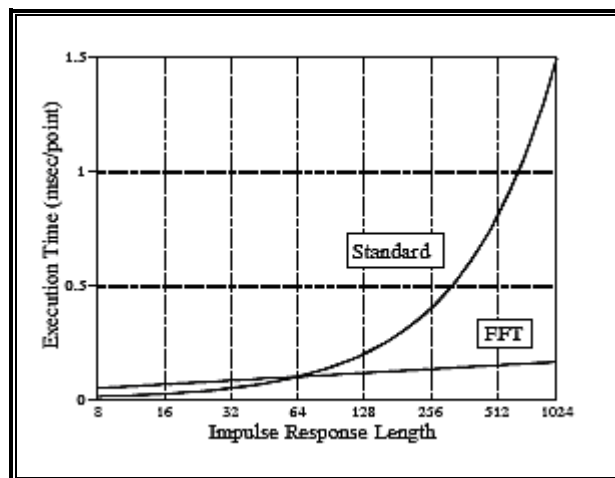


Figura 34. FFT vs STANDARD

II.7.5 Filtrado

En una amplia variedad de aplicaciones, resulta de interés cambiar la amplitudes relativas de las componentes de frecuencia de una señal, o quizás eliminar por completo algunas componentes de frecuencia, proceso conocido como filtrado. Los sistemas lineales invariantes en el tiempo que cambian la forma del espectro se conocen como filtros conformadores de frecuencia, sería el caso del ecualizador de una radio, en cambio los sistemas diseñados para dejar pasar algunas frecuencias esencialmente no distorsionadas y atenuar de manera significativa o eliminar por completo otras se conocen como filtros selectivos de frecuencia (nuestro caso). Los coeficientes de la serie de Fourier de la salida de un sistema LTI son aquellos de la entrada multiplicados por la respuesta en frecuencia del sistema. En consecuencia, el filtrado se puede realizar en forma conveniente mediante el uso de sistemas LTI con una respuesta en frecuencia seleccionada adecuadamente, y los métodos en el dominio de la frecuencia proporcionan las herramientas ideales para examinar esta clase tan importante de aplicaciones.

II.7.5.1 Filtros selectivos en frecuencia.

Los filtros selectivos en frecuencia son una clase de filtros específicamente destinados para seleccionar con exactitud o muy aproximadamente algunas bandas de frecuencia y rechazar otras. El uso de filtros selectivos en frecuencia surge en una amplia variedad de situaciones. Por ejemplo, si el ruido de una grabadora de audio está en una banda de frecuencia más alta que la música o la voz de grabación, se puede eliminar mediante un filtrado selectivo en frecuencia.

Por ejemplo un filtro paso bajas es aquel que deja pasar bajas frecuencias (es decir, frecuencias alrededor de $\omega = 0$) y atenúa o elimina las frecuencias más altas. Un filtro paso altas es aquel que deja pasar las frecuencias altas y atenúa o elimina las bajas, y un filtro pasa banda es aquel que deja pasar una banda de frecuencias y atenúa frecuencias tanto más altas como bajas con respecto a la banda que deja pasar. En cada caso, las frecuencias de corte son frecuencias que definen los límites entre las frecuencias que pasan y las que se eliminan, es decir, las frecuencias en la banda de paso y en la banda de supresión.

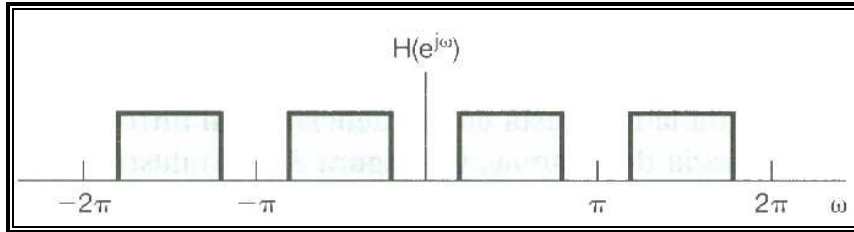


Figura 35. Filtro selectivo de frecuencias

Numerosas preguntas surgen cuando se define y evalúa la calidad de un filtro selectivo de frecuencias. ¿Qué tan efectivo es el filtro al dejar pasar las frecuencias en la banda de paso? ¿Qué tan efectivo es al atenuar frecuencias en la banda de supresión? ¿Qué tan aguda es la transición cerca de la frecuencia de corte, es decir, desde casi libre de distorsión en la banda de paso hasta altamente atenuadas en la banda de supresión? Cada una de estas preguntas involucra una comparación de las características de un filtro real selectivo en frecuencia con las de un filtro con comportamiento ideal. En forma específica, un filtro ideal selectivo en frecuencia es aquel que deja pasar exactamente las exponenciales complejas en un conjunto de frecuencias sin ninguna distorsión, y elimina por completo las señales en las demás frecuencias. Por ejemplo, un filtro ideal paso bajas de tiempo continuo con frecuencia de corte ω_c es un sistema LTI que deja pasar las exponenciales complejas $e^{j\omega t}$ para valores de ω en el intervalo $-\omega_c < \omega < \omega_c$ y elimina señales en las demás frecuencias. Esto es, la respuesta en frecuencia de un filtro ideal paso bajas de tiempo continuo es

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad (53)$$

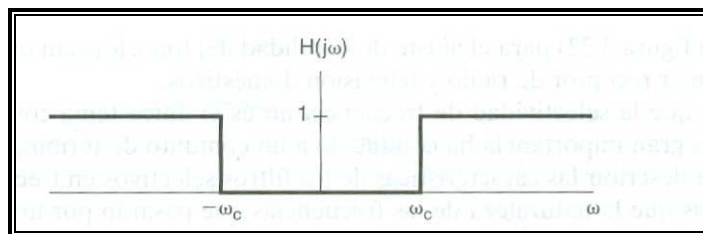


Figura 36 Filtro pasa altas

La Figura 36 representa la respuesta en frecuencia de un filtro ideal paso altas de tiempo continuo con frecuencia de corte ω_c , y la Figura 35 ilustra un filtro ideal paso

banda. Observe que cada filtro es simétrico alrededor $\omega = 0$ y, por tanto, parecería tener dos bandas de paso. Esta es una consecuencia de haber adoptado el uso de la señal exponencial compleja $e^{j\omega t}$, en lugar de las señales sinusoidales $\sin(\omega t)$ y $\cos(\omega t)$, a frecuencia ω . Ya que $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$ y $e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\sin(\omega t)$, ambas exponenciales complejas están compuestas por señales sinusoidales a la misma frecuencia ω . Por esta razón, es común definir los filtros ideales de manera que tengan el comportamiento de la respuesta a la frecuencia simétrica que se ve en la Figura 36

Como veremos en muchas ocasiones, los filtros ideales son bastante útiles en la descripción de configuraciones de sistemas idealizados para muchas aplicaciones. Sin embargo, no son realizables en la práctica y sólo se les puede aproximar. Además, aun si se pudiera realizar, algunas características de los filtros ideales podrían hacerlos indeseables para aplicaciones específicas, y de hecho pueden ser preferibles los filtros no ideales.

II.7.5.2 Filtros discretos

Al igual que sus contrapartes continuas (el famoso filtro paso bajas RC, o similares), los filtros discretos descritos por ecuaciones de diferencias lineales con coeficientes constantes son de considerable importancia en la práctica.

Los sistemas LTI discretos descritos por ecuaciones de diferencias pueden ser recursivos y tener respuestas al impulso de duración infinita (sistemas IIR) o no ser recursivos y tener respuesta al impulso de duración finita (sistemas FIR). Los primeros son la contraparte directa de los sistemas continuos, mientras que los segundos también son de importancia considerable en sistemas digitales. Estas dos clases tienen distintas ventajas y desventajas en términos de facilidad de construcción, cálculo y en términos del orden del filtro o de su complejidad para alcanzar los objetivos particulares deseados en el diseño.

Ecuación de diferencias de Filtros IIR de primer orden.

Al utilizar nosotros un filtro IIR realizaremos aquí una brevísima introducción a las ecuaciones de diferencias que rigen este tipo de filtros.

El sistema LTI descrito por la ecuación de diferencias de primer orden

$$y[n] - ay[n-1] = x[n] \quad (54)$$

A partir de la propiedad de funciones propias de las señales exponenciales complejas, sabemos que si $x[n] = e^{j\omega n}$, entonces $y[n] = H(e^{j\omega})e^{j\omega n}$, donde $H(e^{j\omega})$ es la respuesta en frecuencia del sistema. Sustituyendo en la ecuación (54), obtenemos

$$H(e^{j\omega})e^{j\omega n} - aH(e^{j\omega})e^{j\omega(n-1)} = e^{j\omega n} \quad (55)$$

De modo que

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} \quad (56)$$

Las ventajas de los filtros IRR respecto a los FIR es que estos pueden conseguir una misma respuesta empleando un número de coeficientes en el filtro mucho menor, requiriendo un menor tiempo de cálculo. El mayor inconveniente es, además de la posible inestabilidad, la existencia de desfase en la señal, que se puede compensar a costa de añadir más coeficientes al filtro.

II.8 MATLAB

II.8.1 Introducción

Hasta aquí hemos recorrido un largo camino para poder comprender todos los conceptos que han sido necesarios en la realización de este proyecto.

Comenzábamos hablando de la existencia de una frecuencia fundamental en los sistemas mecánicos que provoca unos desplazamientos desproporcionados con respecto a la señal de entrada. Vista la necesidad de hallar esta frecuencia fundamental, nos propusimos encontrarla de forma práctica, para ello vimos que la mejor opción era la realización del diagrama de Bode del sistema. Se nos planteó entonces el problema de cómo obtener los datos para la realización del diagrama, para resolverlo acudimos a la teoría de muestreo y a los sistemas de adquisición de datos. Aprovechamos también para comentar como podíamos comunicarnos de forma efectiva con el generador de funciones (el que propicia la señal excitadora de entrada) de una forma eficiente, permitiendo el paso de una frecuencia a otra de forma fácil y rápida. Finalmente una vez que tuvimos los datos en nuestro poder, la necesidad de comprobar si estaban ensuciados por ruido indeseable nos hizo profundizar en la Transformada de Fourier y en el diseño de filtros discretos.



Ahora es el momento de hablar del entorno computacional que gestionará todos estos conceptos, es decir el que realizará el diagrama de Bode y hallará la frecuencia fundamental, usará el driver IVI para comunicarse con el generador de funciones, adquirirá los datos, realizará la FFT y aplicará el filtro. Todo esto lo hará MATLAB.

Comenzaremos con una breve introducción de MATLAB para después centrarnos en los dos toolboxes que aplicamos con mayor importancia, el *Data Acquisition* y el *Instrument Control*.

En este caso la bibliografía se basa en los distintos User Guide que Mathworks proporciona, [25], [26].

II.8.2 MATLAB

Matlab, abreviatura de *MATrix LABoratory* (laboratorio de matrices), es un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows y Apple Mac OS X. Es un software muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo.

Fue creado por *The MathWorks* en 1984, surgiendo la primera versión con la idea de emplear paquetes de subrutinas escritas en Fortran en los cursos de álgebra lineal y análisis numérico, sin necesidad de escribir programas en dicho lenguaje. El lenguaje de programación M fue creado en 1970 para proporcionar un sencillo acceso al software de matrices sin tener que usar Fortran. Es un software de cómputo, de alta ejecución numérica y de visualización. Matlab integra el análisis numérico, cálculo de matrices, procesamiento de señales, y graficación, en un ambiente sencillo de utilizar.

Entre sus prestaciones básicas se hayan: la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUIDE) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware.

Actualmente, Matlab, también cuenta con varias familias de soluciones para aplicaciones específicas llamadas toolboxes, que son colecciones de funciones utilizadas para resolver alguna clase particular de problema. Las áreas en donde los toolboxes están disponibles incluyen la adquisición y análisis de datos, herramientas para

medición y verificación, conexión con dispositivos externos, visualización de resultados, etc.

II.8.2.1 Herramientas para test y medición

Este apartado está íntimamente relacionado con *II.6 sistemas de adquisición de datos y comunicación con instrumentos*

Existen dos métodos para la obtención de medidas con Matlab. El primero es mediante tarjetas de adquisición de datos (toolbox Data Acquisition); el segundo consiste en la comunicación a través del control de un bus de instrumentación (toolbox Instrument Control).

- **Data Acquisition Toolbox**

El Data Acquisition Toolbox nos permite llevar directamente a Matlab los datos medidos y recogidos a través de la tarjeta de adquisición de datos para su análisis y visualización. Proporciona una serie de herramientas para controlar y comunicar con el hardware (tarjetas) de adquisición de datos.

- **Instrument Control Toolbox**

El Instrument Control Toolbox nos permite controlar y comunicarnos con dispositivos externos a través de los protocolos de comunicación como TCP/IP usando el cable LAN entre otros directamente desde Matlab. Proporciona interfaces intuitivas para conectar y comunicar con su instrumento.

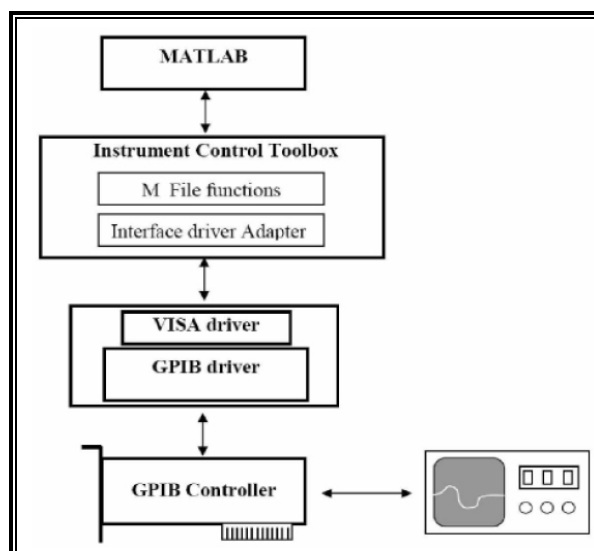


Figura 37. Esquema de control de instrumentos mediante MATLAB

Mediante Matlab podemos realizar todo el proceso de adquisición y análisis de datos, incluida la conexión con los instrumentos y dispositivos de adquisición de datos, la visualización y la producción de salidas en calidad de presentación. Las principales ventajas que presenta son:

- Comunicación con el hardware de estándar industrial y posibilidad de almacenar de manera directa los datos medidos
- Lectura y escritura de/hacia los instrumentos con los comandos específicos.
- Posibilidad de realizar cálculos y análisis de datos en tiempo real
- Visualizar los datos durante la adquisición para la verificación de los mismos
- Posibilidad de crear gráficos e informes de sus resultados

II.9 Normativa

II.9.1 Introducción

Para poder realizar correctamente los ensayos de vibraciones será necesario que éstos se desarrollen bajo unas condiciones de funcionamiento particulares.

En el caso concreto de este proyecto, la normativa que lo rige ha sido desarrollada y difundida por la Comisión Electrotécnica Internacional. La CEI es una organización mundial de normalización, compuesta por la unión de los comités electrotécnicos nacionales. La Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR) es el organismo español que forma parte de la CEI.

La CEI tiene por objeto favorecer la cooperación internacional para todas las cuestiones de normalización en el dominio de la electricidad y la electrónica. Para esto la CEI, entre otras actividades, publica normas internacionales sobre especificaciones técnicas, informes técnicos, especificaciones accesibles al público y guías.

El ensayo de vibración en el cual se centra este proyecto está regulado por la norma CEI 60068-2-6:2007, última revisión de la norma sobre ensayos ambientales, más concretamente sobre los ensayos de frecuencia crítica de vibración, bajo la actuación de vibraciones sinusoidales.

II.9.2 CEI 60068-2-6

Esta parte de la norma CEI 60068 proporciona un método de ensayo aplicable a los componentes, materiales y otros artículos que puedan, durante su transporte o utilización, estar sometidos a vibraciones de naturaleza armónica generada principalmente por fuerzas rotativas, pulsatorias u oscilantes.

La norma consiste esencialmente en una especificación concreta de las acciones y especificaciones que se han de tener en cuenta al someter un objeto a vibraciones sinusoidales en un rango de frecuencias o a frecuencias concretas, durante un tiempo específico. El estudio de la respuesta que ofrece la pieza a la vibración, puede utilizarse para determinar las frecuencias críticas de la misma.

La parte principal de esta norma trata sobre los métodos para pilotar el ensayo en puntos específicos, describiendo detalladamente el procedimiento del ensayo, adaptándolo a la pieza y a su utilización.

Mediante la correcta aplicación de esta norma se podrá determinar la fiabilidad mecánica y/o la degradación de las especificaciones de las piezas, y decidir si son o no aceptables para la tarea que han sido diseñadas.

II.9.3 Exigencias para el ensayo

En este apartado se expondrán las características requeridas a todos los aparatos del ensayo, incluyendo amplificadores de potencia, generadores de señal, medios de fijación, sistema de pilotaje y elemento ensayado.

El movimiento fundamental debe ser sinusoidal en el tiempo y los puntos de fijación del objeto ensayado deben desplazarse en fase y siguiendo direcciones rectilíneas y paralelas. La tolerancia de la señal de aceleración únicamente debe realizarse si es prescrita en las especificaciones particulares del ensayo. En caso de ser necesaria debe ejecutarse en el punto de referencia (punto medio de los puntos de fijación), y la tolerancia no debe ser superior al 5% en ningún caso.

Por su parte la amplitud del movimiento fundamental en los puntos de verificación y referencia debe tener una tolerancia igual al valor específico dado en esta norma. Los valores de estas tolerancias se presentan en la tabla 2.

Tabla 1. Tolerancias de la señal de pilotaje

Tolerancias	
Punto de referencia:	$\pm 15\%$
Punto de verificación	$\pm 25\%$ si: $f \leq 500\text{Hz}$
	$\pm 50\%$ si: $f > 500\text{Hz}$

También son de aplicación las tolerancias sobre la frecuencia contenidas en la tabla

Tabla 2. Tolerancias de la frecuencia

Tolerancias		
Ensayo a frecuencia fija:	Frecuencia fija:	$\pm 2\%$
	Frecuencia cuasi-fija	$\pm 0.05\text{Hz}$ Si $f \leq 0.25\text{Hz}$
		$\pm 20\%$ Si $0.25 \leq f \leq 5\text{Hz}$
		$\pm 1\text{Hz}$ Si $5 \leq f \leq 50\text{Hz}$
		$\pm 2\%$ Si $f > 50\text{Hz}$
Medida de la frecuencia crítica	$\pm 0.05\text{Hz}$ Si $f \leq 0.25\text{Hz}$	
	$\pm 10\%$ Si $0.25 \leq f \leq 5\text{Hz}$	
	$\pm 0.5\text{Hz}$ Si $5 \leq f \leq 100\text{Hz}$	
	$\pm 0.5\%$ Si $f > 50\text{Hz}$	

Si se decide realizar un barrido continuo del rango de frecuencias elegido, la frecuencia debe variar exponencialmente. La velocidad de barrido está fijada por norma en una octava por minuto permitiéndose una tolerancia de $\pm 10\%$. Sin embargo la norma permite modificar esta velocidad para la búsqueda y estudio de frecuencias críticas.

Las especificaciones particulares del ensayo deben indicar si el pilotaje ha de realizarse a partir de un punto o de varios. Si fuese necesario realizar más de un pilotaje hemos de utilizar técnicas como la media, la media aritmética o alguna técnica basada en el comportamiento de datos extremos para obtener un único valor de la amplitud del pilotaje.

II.9.4 Severidad

La severidad de la vibración está definida por la combinación de tres parámetros: el rango de frecuencias estudiado, la amplitud de la vibración y la duración del ensayo, en número de ciclos de barrido o tiempo.

Estos parámetros han de ser decididos previamente, y deben quedar indicados en las especificaciones particulares del ensayo. La elección de estos parámetros debe hacerse de acuerdo a las recomendaciones dadas por esta norma.

Se recomienda que el rango de frecuencias del ensayo quede limitado por los valores propuestos en la normativa. Sin embargo, esto no es una exigencia, ya que la norma permite el uso de otros extremos en el rango de frecuencias, si así es recomendado en los anexos A y/o C de la misma norma, o en caso de que nuevos valores se pudiesen deducir a partir de unas condiciones del ensayo concreto conocidas o de otras fuentes de información particulares sobre este tema.

Tabla 3. Extremos posibles del rango de frecuencias

Rango de frecuencias
Frecuencia inferior (f_1): 0.1, 1, 5, 10, 55, 100
Frecuencia superior (f_2): 10, 20, 35, 55, 100, 150, 200, 300, 500, 1000, 2000, 5000

Por lo que concierne a la amplitud de la frecuencia la norma no establece ningún parámetro obligatorio o recomendado, y permite decidir si la amplitud constante que se impone al ensayo es la perteneciente al desplazamiento, la velocidad o la aceleración.

Para la determinación de la duración del ensayo, la especificación particular debe escoger el valor de entre los permitidos por la norma. Estos valores se encuentran recogidos en la tabla 4 y variarán dependiendo de que el ensayo se realice a frecuencias fijas o mediante un barrido continuo el espectro de frecuencias:

Tabla 4. Duración posible para los ensayos

Duraciones
Ensayo de barrido: 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 ciclos
Ensayo a frecuencias fijas: 1' 10', 30' 90' 10h

Ciertos parámetros visuales y dimensionales pertenecientes a la pieza sobre la cual se realiza el ensayo pueden ser medidos antes de realizar el ensayo y tras éste. Mediante la comparación de los valores de estos parámetros se podrá observar el efecto de las vibraciones sobre la pieza.

II.9.5 Ensayo

La búsqueda y el estudio de las frecuencias críticas debe ser efectuado durante un ciclo de barrido, sin embargo se puede disminuir la amplitud de la vibración por

debajo del valor especificado si, de esta forma, se puede obtener una determinación más precisa de las características de la respuesta.

Durante la búsqueda y el estudio de las frecuencias críticas, la pieza ensayada y los resultados de la respuesta producida en el ensayo deben ser examinados con el fin de determinar las frecuencias críticas. Estas frecuencias, al igual que las amplitudes aplicadas y el comportamiento de la pieza, deben ser especificadas en el informe del ensayo. Pero, debe ser la especificación particular la que precise las medidas que han de tomarse.

II.9.6 Otros apartados

En esta norma además de los apartados especialmente importantes indicados anteriormente, también se puede encontrar en otros de sus capítulos, datos relevantes para la realización del ensayo.

La norma ofrece un listado de los datos de partida que deben estar incluidos en la especificación particular de cualquier ensayo. Sin embargo de las características del ensayo listadas en la norma sólo algunas deben ser dadas obligatoriamente, la mayoría deben proporcionarse en la medida en que son aplicables a cada ensayo.

Asimismo la norma, en otro de sus capítulos, nos ofrece un listado de la mínima información que debe proporcionar el informe del ensayo realizado.

En esta norma también podemos encontrar, a título informativo, diferentes anexos muy útiles todos ellos para una correcta realización de los ensayos de vibración y de sus respectivos informes.

El anexo A contiene una completa guía para el ensayo de frecuencias propias. Esta guía se seguirá en la medida de lo posible tanto en el ensayo como en el informe del mismo, con el fin de que ambos se realicen lo más fielmente posible a lo marcado en esta norma.

Así mismo, en los anexos B y C de esta norma se adjuntan algunas tablas con sugerencias sobre los valores de las severidades para distintos métodos y condiciones de funcionamiento, lo cual permite elegir las severidades adecuadas para la realización del ensayo objeto de este proyecto.



III. Material y métodos

Donde se incluye una exposición detallada de los equipos empleados, técnicas de análisis utilizadas, procedimientos y descripción del trabajo realizado.

III.1 Estructura de Materiales y Métodos

De igual forma que se realizó en la revisión bibliográfica, de nuevo es importante dar una visión general de la forma de proceder y los principios que nos rigen en esta parte del proyecto.

Para la redacción de *Materiales y Métodos* nos basamos en dos ideas fundamentales, la primera de ellas es el *orden*, al tratar de explicar con detalle los pasos seguidos en la realización práctica del proyecto entendemos que es fundamental mantener una lógica en su exposición, en este proyecto ocurre la particularidad de que se tratan temas diversos y de varios campos, por ello, y con más razón que nunca, mantener el orden temporal de la construcción del proyecto es vital. Es por esa razón que esta parte se dividirá en tres secciones bien definidas, coincidiendo con las tres fases de las que consta el proyecto y que ya se enunciaron al principio en *I.2 Objetivos*.

La primera de las fases será el montaje de los distintos equipos y su conexión. En esta parte se expondrá los detalles técnicos del material empleado y la conexión física que existe entre ellos. En la segunda fase mostraremos la realización de un programa bajo MATLAB que gestionará todo el proceso, es decir, un programa que nos permitirá obtener de forma fácil y sencilla, los modos propios de vibración de un objeto de menos de 200 gramos. Una vez que está ya montado todo el equipo y disponemos de un programa en MATLAB que nos ayudará a lo largo del proceso, la tercera y última fase del proyecto, es probar el sistema, para ello elegimos como objeto de estudio una viga en voladizo, de la cual obtendremos su modo normal de vibración de forma experimental, gracias al sistema montado, pero también comprobaremos ese resultado, tanto de forma teórica como mediante elementos finitos en un programa de simulación, en nuestro caso CATIA.

Como segunda idea fundamental en esta parte del proyecto tomamos *las referencias a la revisión bibliográfica*, como ya enunciamos, los fundamentos teóricos expuestos allí son de vital importancia para poder comprender los procesos descritos en esta parte, es por ello, que siempre que sea posible, enlazaremos la realización práctica con su correspondiente explicación teórica.

III.2 Arquitectura del sistema de medida

En esta parte se describirá tanto las características técnicas de los equipos utilizados, como la conexión entre ellos, además hablaremos de los mayores problemas e incidencias que tuvimos, y cuyo conocimiento pudiera ser de utilidad para futuros proyectos.

III.2.1 Instrumentos empleados.

III.2.1.1 Generador de señales Agilent 33220a

Para producir la onda sinusoidal excitadora del sistema optamos por el generador de señales Agilent 33220a, generador versátil y de probada eficiencia para esta clase de experiencias que nos brindaba unas características más que suficiente para nuestro trabajo.

Sin duda una de las mayores ventajas del aparato es la posibilidad de múltiples sistemas de comunicación con el PC, desde el clásico GPIB, hasta los novedosos LAN o USB. Esta facilidad para la conexión, junto con la posibilidad de introducir su driver IVI en el PC, hace que programar el generador de funciones desde entornos de computación como pudiera ser MATLAB resulte relativamente sencillo.



Figura 38. Generador de funciones

A continuación se muestran algunas características del generador de funciones:

Tabla 5. Características del generador de funciones

Generador de funciones: 33220 ^a		
Formas de onda:	Seno, cuadrado, triángulo, rampa, pulso, aleatoria	
Características de ondas sinusoidales		
Frecuencia:	Rango:	1 μ Hz – 20 MHz

	Precisión:	$\pm (20 \text{ ppm} + 3 \text{ pHz})$
	Resolución:	1 μHz
Amplitud:	Rango:	10 mV _{pp} – 20 V _{pp}
	Precisión:	$\pm 1 \%$ $\pm 1 \text{ mV}_{pp}$
	Resolución:	4 dígitos
Monotonía de la amplitud:	<100 kHz:	0,1 dB
	100 kHz – 5 MHz:	0,15 dB
	5 MHz – 20 MHz:	0,3 dB
Distorsión armónica:		0,04 %
Salida principal:	Impedancia:	50 Ω
	Aislamiento:	42 V _{pk} a tierra
	Protección:	Ante cortocircuito y sobrecarga

III.2.1.2 Amplificador LDS PA100E

El amplificador electrónico es un equipo que realiza la función de incrementar la intensidad de corriente, la tensión o la potencia de la señal que se le aplica a su entrada, obteniendo su salida aumentada. En este caso el amplificador toma potencia de una fuente de alimentación, y aumenta la potencia de la señal a su salida, manteniendo la forma de la señal, pero dotándola de mayor amplitud.

Se ha optado por un amplificador de la compañía LDS Test and Measurement, en concreto se ha elegido el modelo PA100E. Este tipo de amplificador genera continuamente una importante cantidad de calor, por lo que es necesario acoplarle un ventilador que evacue esta energía.



Figura 39. Amplificador

Las características más importantes del amplificador son:

Tabla 6. Características del amplificador

Amplificador PA100E de LDS	
Potencia nominal de salida sinusoidal:	147 W
Carga resistiva paralela:	2,9 Ω



Rango de frecuencias a potencia nominal:	10 Hz -10 kHz
Tensión máxima de salida:	20 V _{rms}
Tensión máxima sin carga:	32 V _{rms}
Regulación del voltaje:	3 %
Intensidad máxima de salida:	7 A _{rms}
Eficiencia:	58 %
Protección:	Limitador de corriente de actuación rápida

III.2.1.3 Mesa de vibración LDS V406/8

A la salida del amplificador la señal está lista para dirigirse a la mesa de vibración. En este ensayo se utilizará el modelo V406/8, esta mesa de vibración pertenece a la compañía LDS Test & Measurement. Este equipo electrodinámico ha sido diseñado para reproducir un ambiente con vibraciones en las condiciones de calidad y fiabilidad requeridas en un laboratorio.

La utilización de este tipo de mesas de vibración está ampliamente extendida en la industria y son ideales para ser usadas en universidades y centros de investigación, principalmente para investigar el comportamiento dinámico de las estructuras y ensayos de componentes pequeños, livianos y ensamblajes.

El cuerpo del vibrador se puede montar en un marco opcional que permite el ajuste del eje de la vibración en un rango de ± 90 grados. Para otras aplicaciones, el generador de vibraciones puede ser rígidamente atornillado a una estructura adecuada utilizando los orificios roscados en la base del cuerpo de la máquina.



Figura 40. Mesa de vibraciones

Se recomienda que la mesa de vibraciones se sitúe en el suelo, a fin de que la vibración producida no se transmita a los diferentes instrumentos empleados, pudiendo ocasionar su rotura.

Cabe destacar también la importancia de la refrigeración en esta clase de instrumentos, no solo para incrementar su potencia, sino para mantener su vida útil. Es por esta razón por la que siempre se debe de utilizar bajo ventilación forzada.

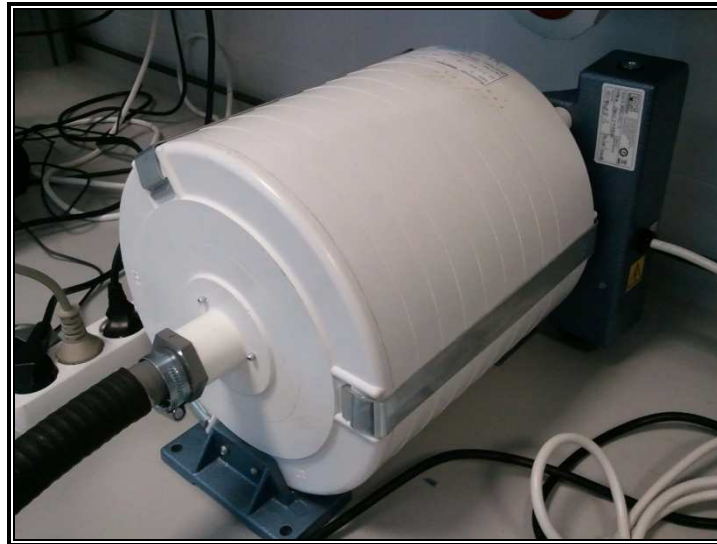


Figura 41. Ventilador acoplado a la mesa de vibraciones

Las características más importantes son:

Tabla 7. Características de la mesa de vibraciones

Mesa de vibración V406/8 de LDS		
Fuerza sinusoidal pico:	Refrigeración natural:	98 N
	Refrigeración forzada:	196 N
Fuerza eficaz aleatoria máxima:		38 N
Aceleración pico máxima:	Refrigeración natural:	490 m/s ²
	Refrigeración forzada:	980 m/s ²
Velocidad pico máxima:		1,78 m/s
Desplazamiento continuo:		17,6 mm pk
Rango de frecuencia útil		5-9000 Hz
Masa del elemento en movimiento:		0,2 Kg

III.2.1.4 Acelerómetro 352C03 de PCB Piezotronics

Este acelerómetro es de tipo cerámico y su funcionamiento está basado en la compresión de elementos piezocerámicos por una masa, la cual está sujeta a un muelle por su cara opuesta, todo dentro de un compartimento metálico. Cuando el sensor se ve sometido a vibración, el elemento piezocerámico se ve sometido a una fuerza de compresión variable, que es proporcional a la aceleración de la masa. Debido al efecto piezocerámico se desarrolla un potencial variable que es proporcional a la aceleración.



Figura 42. Acelerómetro

Características más importantes.

Tabla 8. Características del acelerómetro

Acelerómetro 352C03 de PCB Piezotronics		
Fuerza sinusoidal pico:	Refrigeración natural:	98 N
	Refrigeración forzada:	196 N
Sensibilidad:		1,02 mV/(m/s ²)
Rango de medida:		± 4 900 m/s ² pk
Rango de frecuencias:		0,5 – 10 000 Hz (± 5 %)
		0,3 – 15 000 Hz (± 10 %)
No linealidad:		≤ 1 %
Intensidad constante de excitación:		1 – 20 mA
Impedancia de salida:		≤ 100 Ω
Elemento sensor:		Cerámica
Material de la carcasa:		Titanio
Sellado:		Hermético
Conector eléctrico:		10-32 coaxial, hembra

Se muestra a continuación la gráfica que relaciona el voltaje de salida del acelerómetro con la aceleración que lo produce, dese cuenta que la pendiente será 1.02 mV/(m/s²) tal y como se indica en la tabla 8.

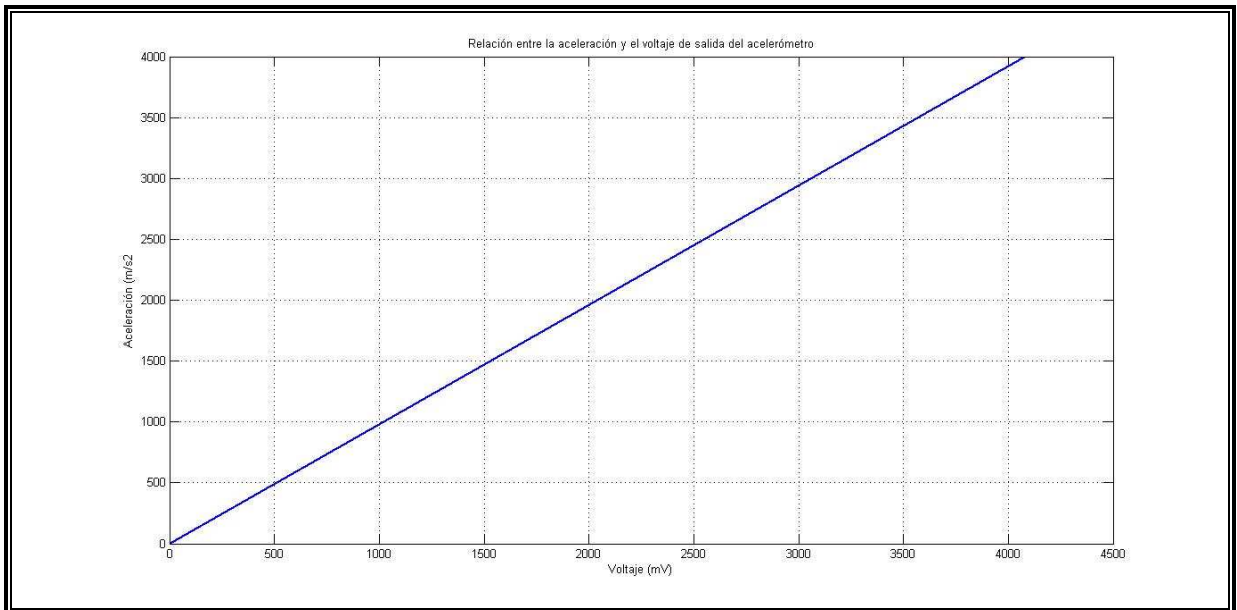


Figura 43. Relación entre Voltaje y Aceleración en el acelerómetro

III.2.1.5 Acondicionador de señales 482C05 de PCB Piezotronics

El acondicionador de señales filtra, adapta, amplifica y en general mejora la señal de entrada de forma que su posterior lectura sea más eficiente.

Para este ensayo se ha seleccionado un acondicionador de señal de PCB Piezoelectrics, en concreto se ha elegido el modelo 482C05

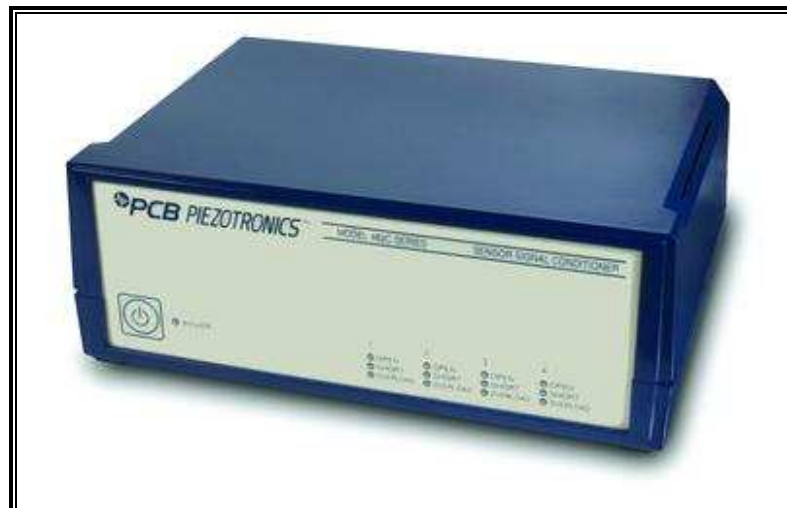


Figura 44. Acondicionador de señales.

Cuyas principales características son:

Tabla 9. Características del acondicionador de señales

Acondicionador de señal 482C05 de PCB Piezotronics	
Canales:	4

Ganancia de tensión:	1:1 ($\pm 1\%$)
Rango de salida:	$\pm 10\text{ V}$
Impedancia de salida:	$50\ \Omega$

III.2.1.6 Tarjeta de adquisición de datos NI USB-6251 Screw Term

Como ya se ha indicado anteriormente en la revisión bibliográfica, la adquisición de datos o adquisición de señales, consiste en la toma de muestras del mundo real (sistema analógico) para generar datos que puedan ser manipulados por un ordenador u otros sistemas electrónicos (sistema digital). La principal función es tomar un conjunto de señales físicas en este caso las correspondientes al movimiento del acelerómetro, y convertirlas en tensiones eléctricas. Al digitalizarlas se consigue que puedan ser procesadas en el ordenador. Se trata ampliamente este tema en *II.5 Variables muestreadas*, para una idea del funcionamiento y partes básicas de una tarjeta de adquisición de datos, véase *II.6.3 Tarjetas de adquisición de datos*



Figura 45. Tarjeta de adquisición de datos

Cuyas características más importantes son:

Tabla 10. Características de la tarjeta de adquisición de datos

Tarjeta de adquisición de datos NI USB-6251 Screw Term		
Entrada analógica:	Canales:	16
	Resolución:	16 bits
	Frecuencia de muestreo:	1,25 MS/s
	Rango de tensión máximo:	-10 V, 10 V
	Rango de tensión mínimo:	-100 mV, 100 mV
Salida analógica:	Canales:	2
	Resolución:	16 bits
	Frecuencia de actualización:	2,86 MS/s
	Rango de tensión máximo:	-10 V, 10 V
	Rango de tensión mínimo:	-5 V, 5 V
E/S Digital:	Canales bidireccionales:	24
	Máxima velocidad del reloj:	1 MHz
	Sincronización:	Hardware, Software
	Rango de E/S:	0 V, 5 V

III.2.2 Comunicación de los distintos instrumentos.

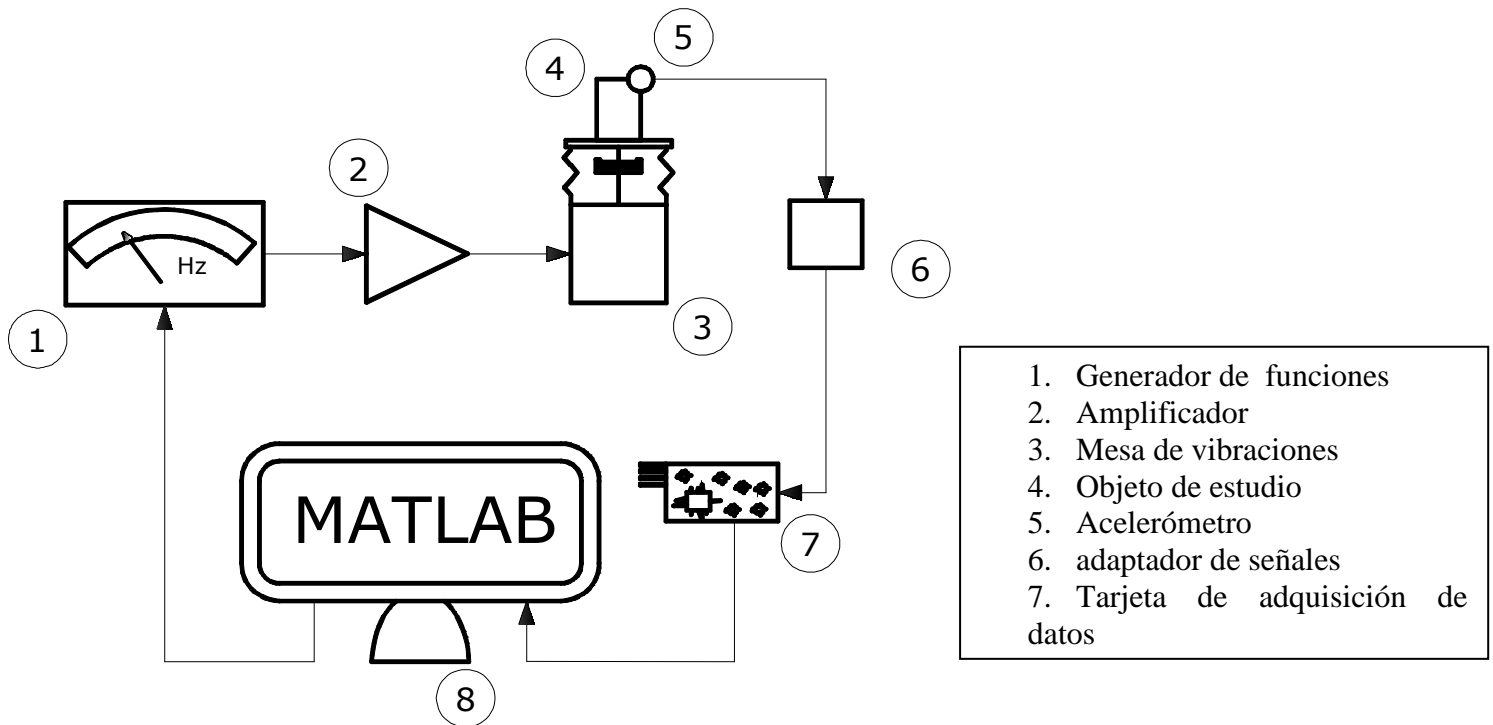
III.2.2.1 Introducción

Una vez descritos los distintos instrumentos que vamos a utilizar, estamos en disposición de detallar tanto la forma en la que se conectan los distintos aparatos como la forma de comunicarse entre ellos.

En primer lugar y de forma general, describiremos el flujo de información que ocurre a lo largo del sistema montado.

El generador de funciones crea una onda sinusoidal de frecuencia y amplitud seleccionada por nosotros, esa señal viaja hasta el amplificador que finalmente la comunica a la mesa de vibraciones, convirtiendo un pulso sinusoidal eléctrico en una vibración mecánica de frecuencia determinada.

Sujeta a la mesa de vibraciones está el objeto del cual queremos medir la respuesta ante esa vibración, para ello colocamos de forma solidaria al objeto de estudio un acelerómetro que transforma la aceleración producida por esa vibración en señales eléctricas, la señal eléctrica pasa por el acondicionador de señales que la mejora, y finalmente llega a la tarjeta de adquisición de datos, convirtiendo una señal analógica en digital entendible por el PC.



Una vez los datos de entrada (Función excitadora, inputs) y salida (Función respuesta, outputs) están en el PC estamos en disposición de obtener su diagrama de Bode.

Pasamos ahora a explicar de forma detenida los pormenores de algunas de las conexiones más importantes de este sistema de adquisición de datos.

III.2.2.2 PC → Generador de funciones.

Una de nuestras máximas a la hora de exponer los objetivos del proyecto fue la facilidad del proceso, que cualquier persona de forma sencilla pueda obtener de forma experimental el modo normal de vibración de un objeto.

Obtener el modo normal de vibración de forma práctica se basa en probar sucesivamente distintas frecuencias y medir la respuesta del objeto, es decir probar una tras otra decenas y puede que cientos de frecuencias hasta encontrar la que produce una respuesta máxima, este proceso aunque fácil, no resulta nada cómodo, una persona tendría que estar durante horas o días en frente del generador de funciones cambiando de frecuencia cada vez que se quiera medir una diferente, teniendo que esperar a que acabe un ensayo para poder empezar con el siguiente.

Teniendo en cuenta las posibilidades que ofrecía nuestro generador de funciones, optamos por realizar este proceso de forma automática, lo que se considera uno de los mayores éxitos del proyecto.

Se recomienda revisar la sección *II.6.4 buses de Instrumentos* en especial el apartado *II.6.4.2 VISA e IVI* para obtener una introducción teórica de este apartado.

La comunicación Instrumento-PC se realizó a través del cable LAN utilizando el protocolo TCPIP. Aunque GPIB como ya se enunció es la forma más común de realizar esta comunicación, es un sistema que necesita de especificaciones en el PC poco usuales, se quiere decir con esto que mientras que todos los PC tienen tarjeta de red, pocos tienen tarjeta GPIB.

Al realizar la comunicación mediante TCPIP resulta básico configurar el ordenador de forma que se asigne una IP automáticamente.

La mejor forma de obtener información sobre la configuración actual de nuestro ordenador en este campo es teclear en Ejecutar el comando *cmd*, y una vez que estemos en la pantalla de Símbolo del Sistema teclearemos el comando *ipconfig/all*

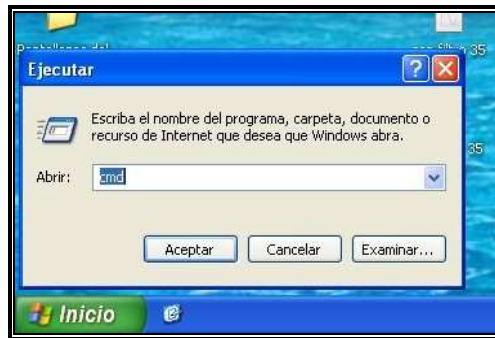


Figura 46. Llamada al Símbolo del Sistema

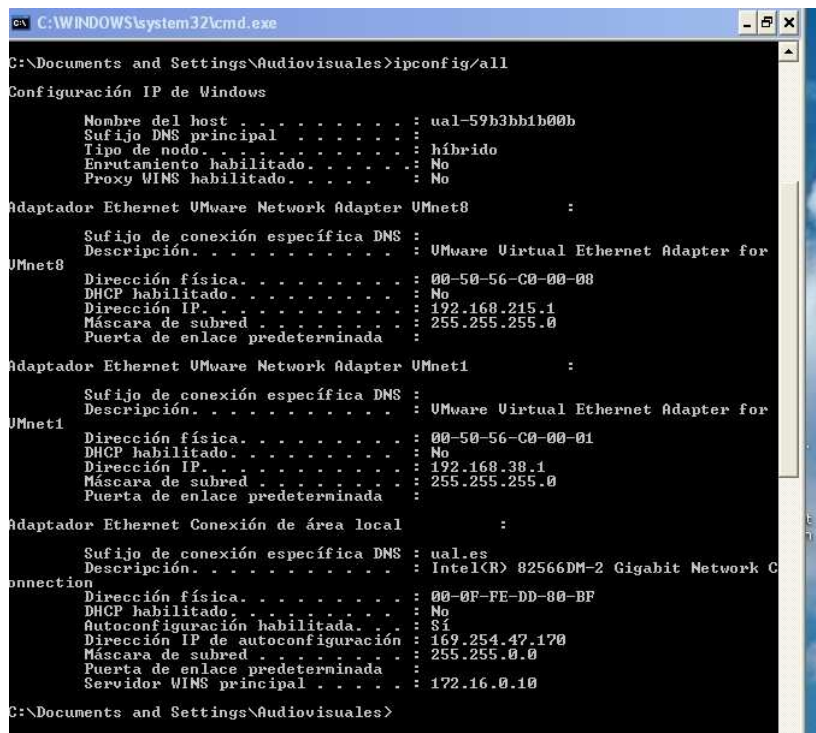


Figura 47. ipconfig/all

En la Figura 47 se puede ver como en este caso la opción DHCP no está habilitada. Para poder comunicar el generador de funciones con el PC tanto el DHCP como el AUTO IP tienen que estar configuradas como ON. Para ello nos dirigimos a *Propiedades de Conexión de área local* marcando la opción de Obtener una nueva IP automáticamente, dentro de las *Propiedades de Protocolo de Internet (TCP/IP)*. Figura 48.

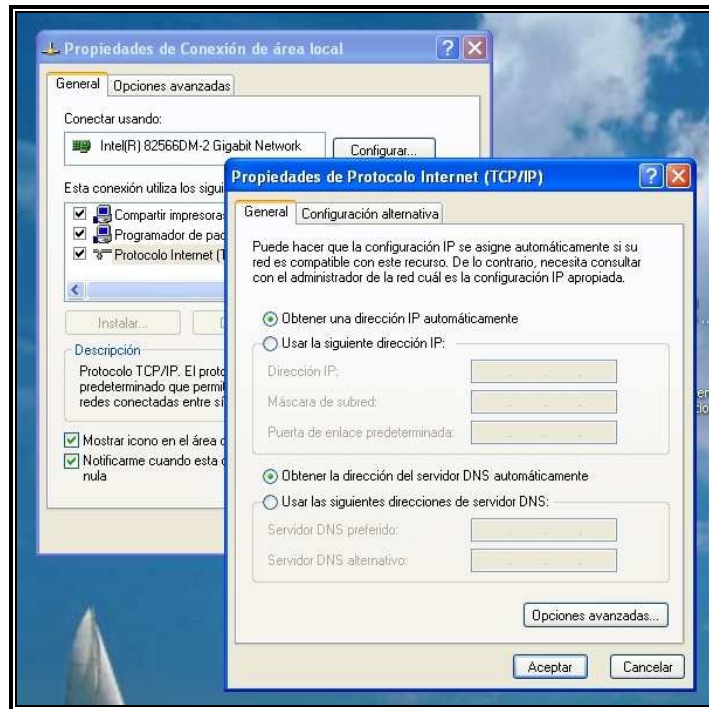


Figura 48. Configuración de la IP para una correcta comunicación

Una vez que el ordenador está correctamente configurado estamos en disposición de instalar el driver IVI que va a hacer posible la comunicación entre PC y generador de funciones.

Como ya se comentó en la revisión bibliográfica el Driver IVI nos permite la utilización de VISA que por razones obvias es la mejor opción a la hora de comunicarse con los instrumentos, su transparencia hacia el usuario permite utilizar lenguajes de alto nivel en la programación y en la comunicación del instrumento.

El primer paso será descargar de la página web del fabricante del instrumento el driver IVI correspondiente a nuestro generador de funciones.

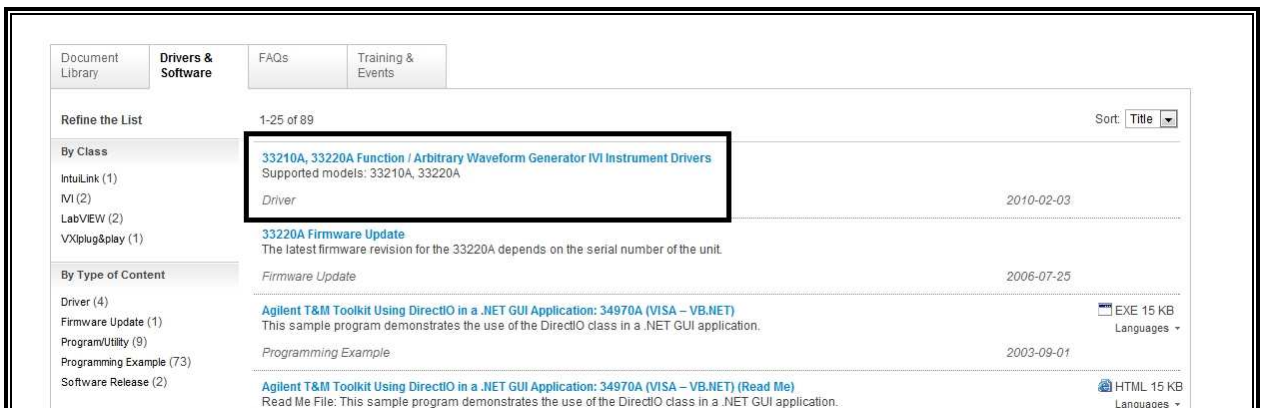


Figura 49. Descarga del driver IVI

Una vez descargado instalamos el driver en la base de datos de Instrument Control Toolbox de MATLAB.

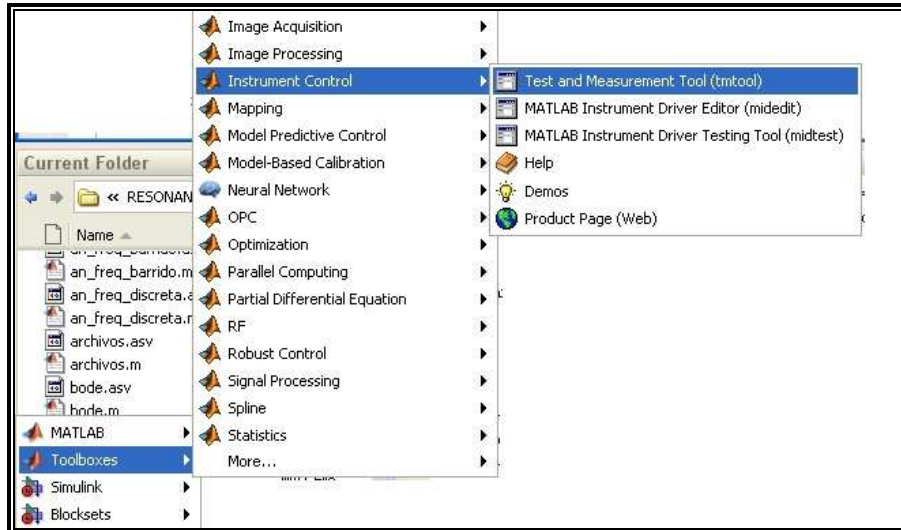


Figura 50. Test and Measurement (MATLAB)

Pinchamos en Instrument Driver Editor y seleccionamos importar.

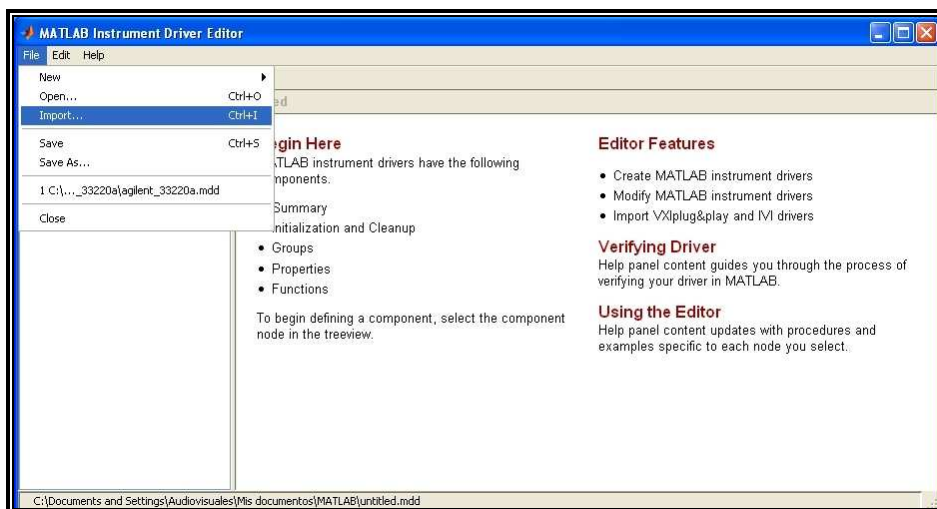


Figura 51. Instrument Driver Editor

En importar, seleccionamos el driver que previamente nos hemos descargado.

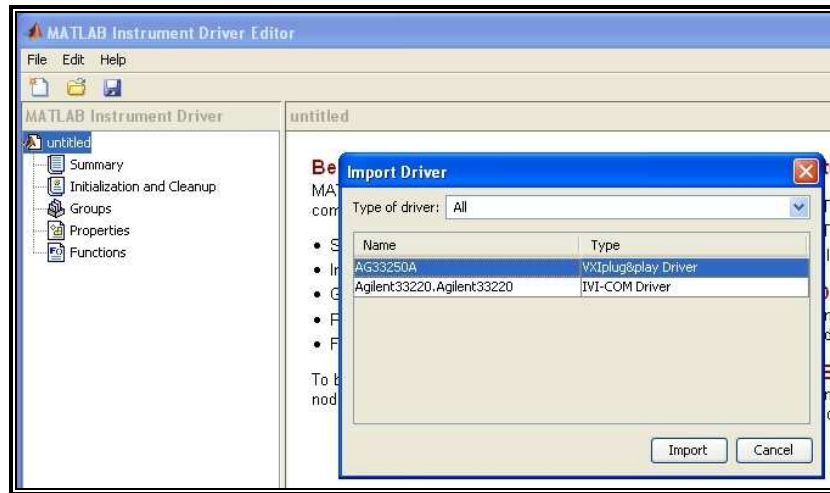


Figura 52. Importar a MATLAB el Driver IVI

Una vez instalado, comprobamos que aparece junto a los otros driver que por defecto trae MATLAB.

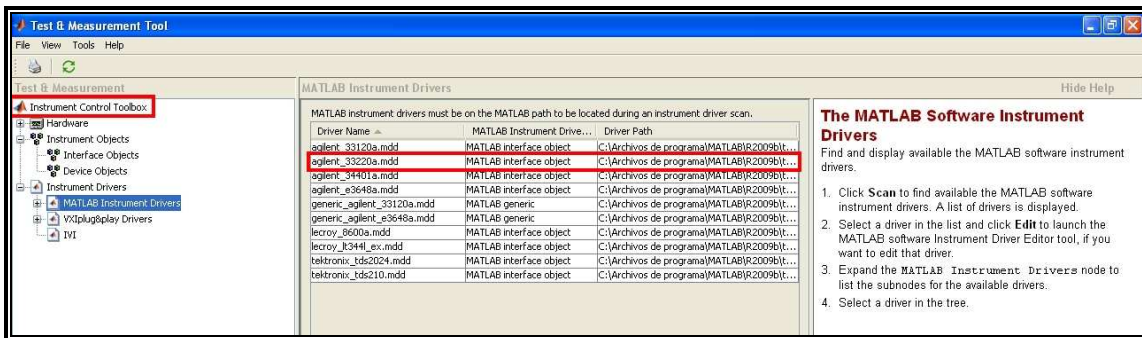


Figura 53. Instalación del driver IVI en MATLAB

Una vez instalado, podemos comprobar con el programa que trae el generador de funciones, como éste está conectado al PC.

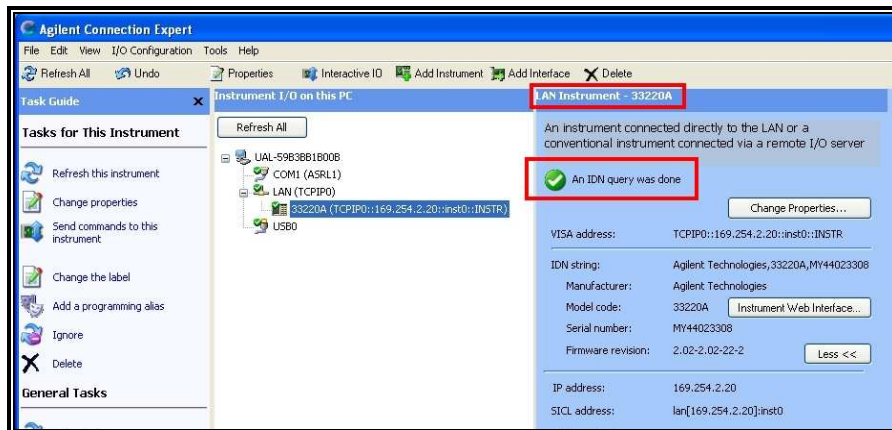


Figura 54. Conexión del generador de funciones

III.2.2.3 Generador de funciones → Amplificador

La señal será conducida al amplificador de potencia mediante un cable triaxial proporcionado por el fabricante. Un conector triaxial se utilizará para el acoplamiento al amplificador, mientras que la comunicación con el generador se realiza mediante un conector BNC.



Figura 1. Conector BNC (izquierda) y triaxial (derecha)

III.2.2.4 Acondicionador de señales → Tarjeta de adquisición de datos

La salida del acondicionador de señales será un BNC mientras que la entrada al regletero de la tarjeta de adquisición de datos será de dos conductores aislados que se conectarán a tierra de forma “*entradas referidas a masa (single-ended inputs)*” véase *II.6.3.1 Características y criterios de selección de TADs* para una mayor información sobre las distintas posibilidades en la conexión a tierra en las tarjetas de adquisición de datos.

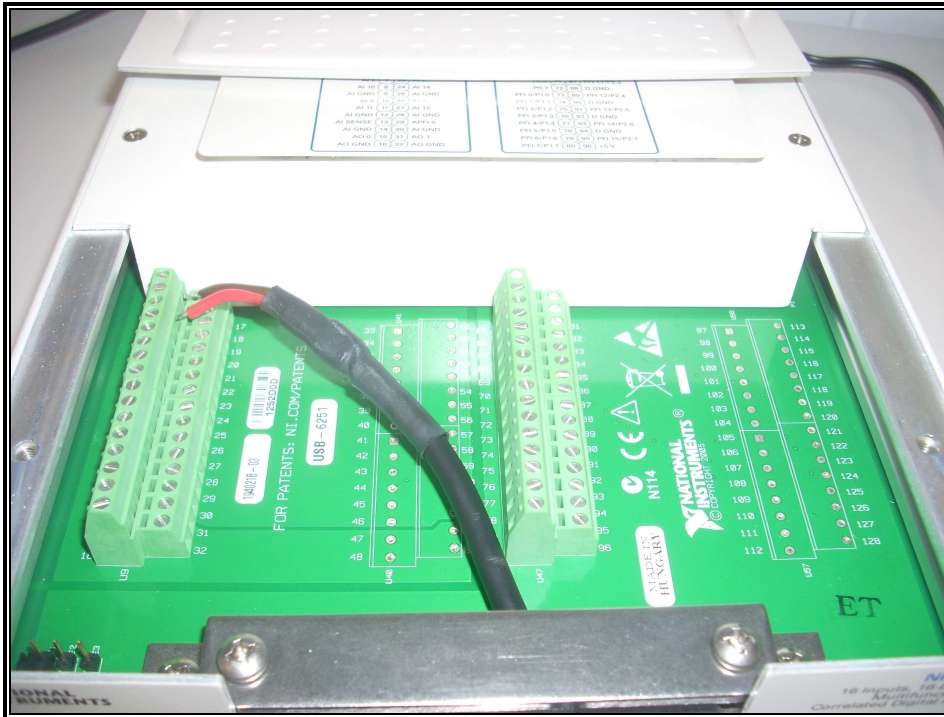


Figura 55. Conexión a la TAD

III.2.2.5 Tarjeta de adquisición de datos → PC

Una vez que instalamos los drivers de la tarjeta de adquisición de datos y la conectamos mediante USB el PC lo reconoce automáticamente.

MATLAB mediante *Data Acquisition System Toolbox* reconoce el dispositivo sin problemas.

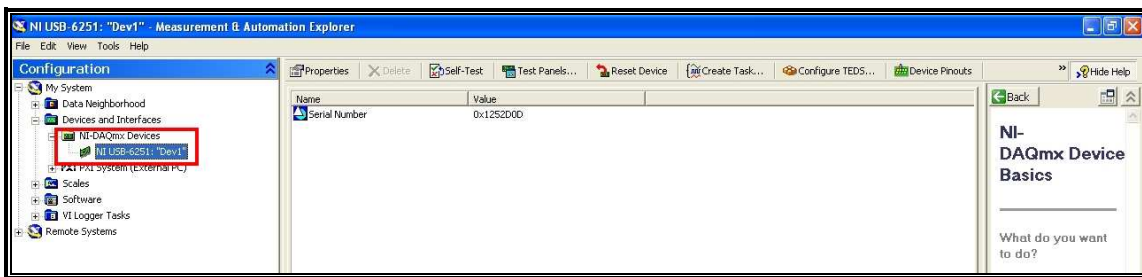
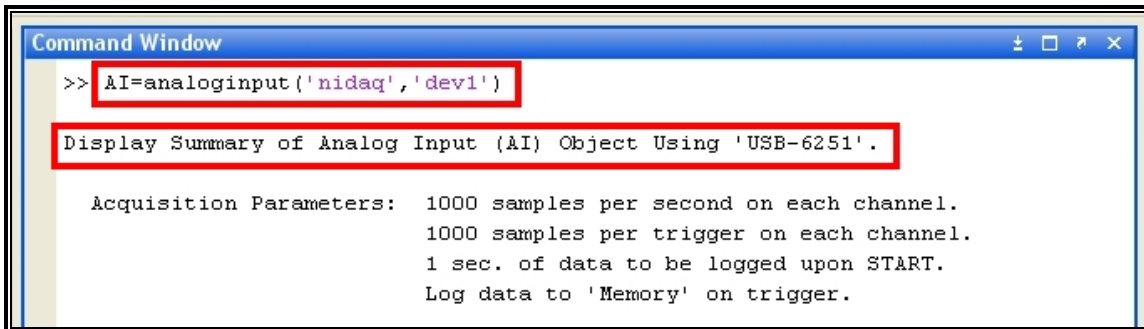


Figura 56. Comunicación PC con TAD en el programa propio de la TAD.



```
Command Window
>> AI=analoginput('nidaq','dev1')
Display Summary of Analog Input (AI) Object Using 'USB-6251'.
Acquisition Parameters: 1000 samples per second on each channel.
                        1000 samples per trigger on each channel.
                        1 sec. of data to be logged upon START.
                        Log data to 'Memory' on trigger.
```

Figura 57. Comunicación MATLAB con TAD

Para una descripción pormenorizada de las conexiones realizadas entre los distintos aparatos, se recomienda ver muy encarecidamente el ANEXO I: Plano de Conexiones.

III.3 Proceso de adquisición de datos

Una vez que hemos concluido la primera fase, la presentación de los instrumentos utilizados y la conexión entre ellos, podemos describir como se realizará la toma de datos, esta fase constará de tres apartados, en un primero hablaremos del proceso general que hay que seguir para obtener los datos de respuesta a distintas frecuencias, en un segundo apartado hablaremos de la utilización de un programa en MATLAB que facilitará notablemente el proceso de toma de datos, y por último se hablará de los detalles técnicos de ese programa.

III.3.1 Proceso general de Adquisición de Datos

Pasos a seguir

- 1) El primer paso en la adquisición de datos será comunicar el PC con el generador de funciones a través de MATLAB.
- 2) Una vez se haya producido la comunicación estableceremos la amplitud y el tiempo de duración de la señal sinusoidal que enviaremos a la mesa de vibraciones
- 3) Especificaremos las frecuencias de estudio
 - a) Introduciendo un rango de frecuencias y el paso entre ellas
 - b) Introduciendo frecuencias discretas específicas

- 4) Una vez que el generador de funciones lance la onda sinusoidal con la frecuencia apropiada (Función excitadora), la mesa de vibraciones oscilará, transmitiendo la vibración al objeto de estudio y con ella al acelerómetro que enviará a MATLAB los datos de salida (Función respuesta). Habrá que distinguir entre:
- a) respuesta INPUT, señal que verdaderamente excita al objeto, es decir el acelerómetro se situará en la unión entre el objeto de estudio y la mesa de vibraciones
 - b) respuesta OUTPUT, señal de respuesta del objeto, el acelerómetro se situará en el punto más desfavorable del objeto de estudio, donde se produzcan las mayores vibraciones.

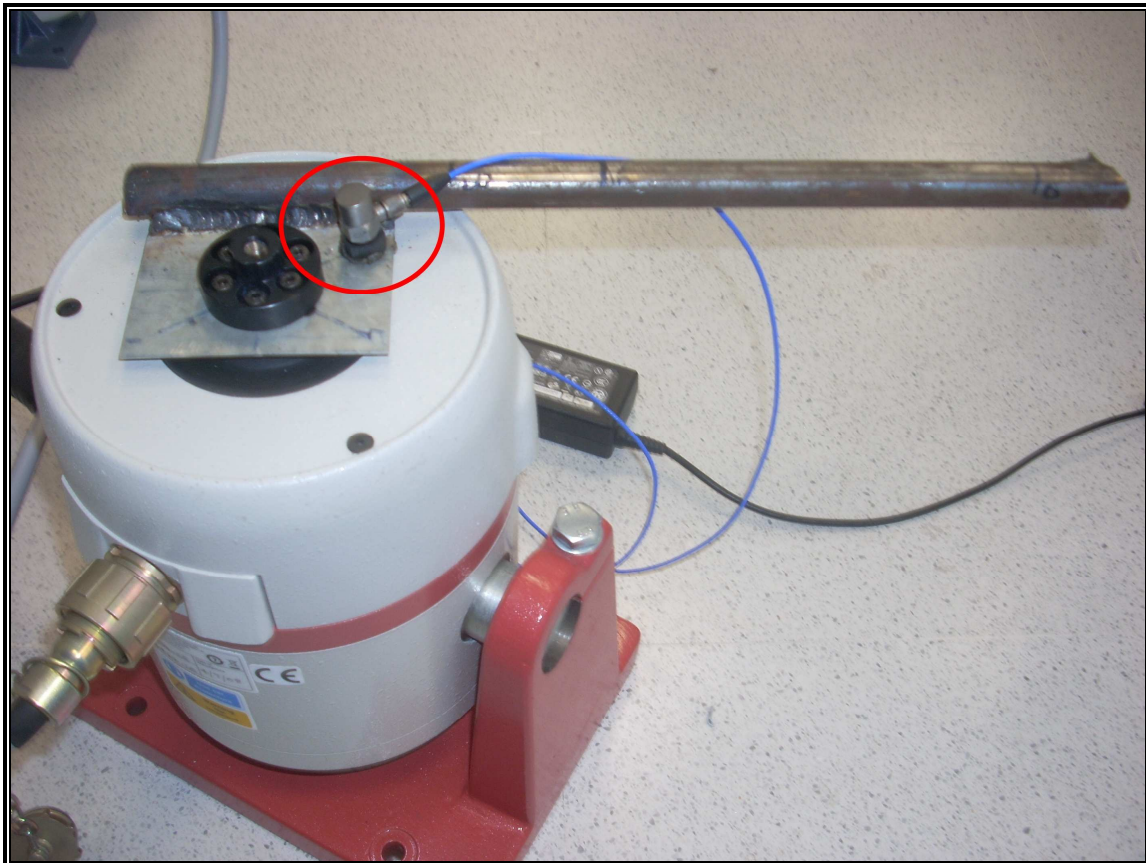


Figura 58. Colocación del acelerómetro para INPUT

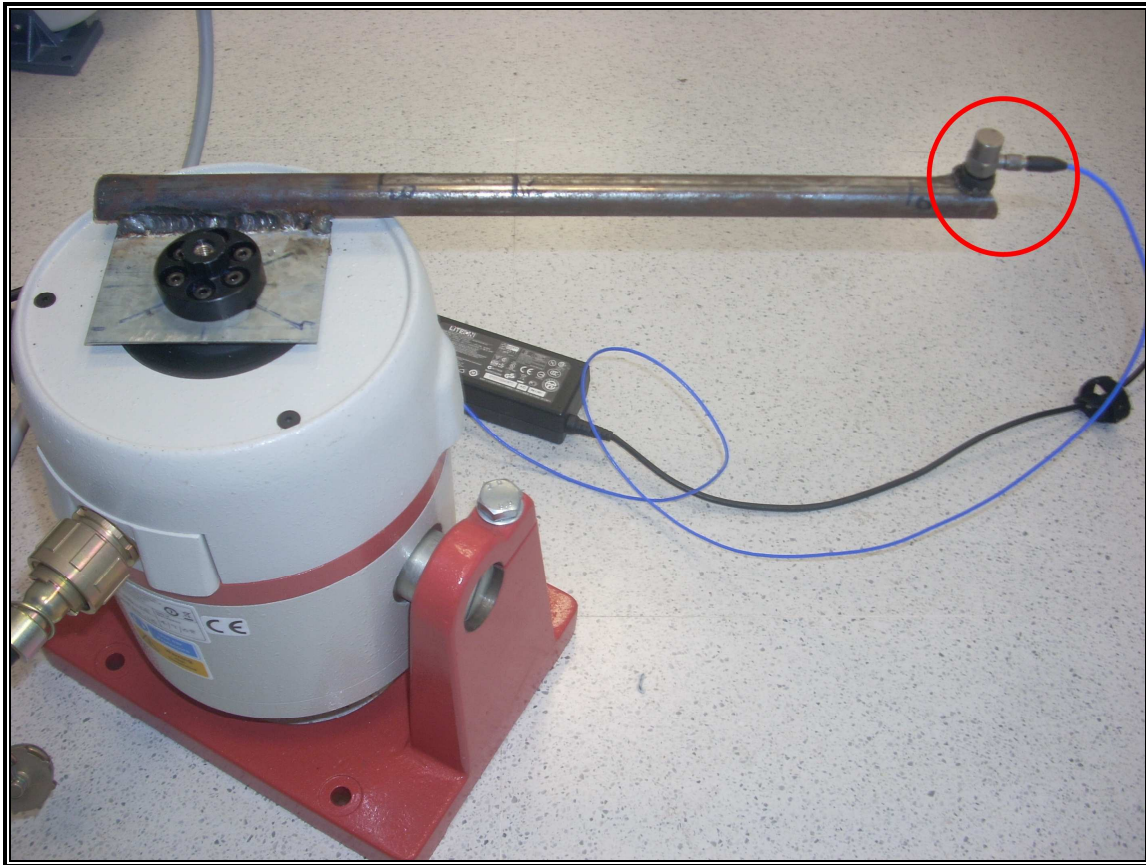


Figura 59. Colocación del acelerómetro para OUTPUT

- 5) Durante el tiempo de estudio establecido, MATLAB almacenará los datos de la función respuesta enviados por el acelerómetro. A estos datos se les hará la media del valor absoluto, con el fin de obtener para cada frecuencia un valor representativo.
- 6) Una vez se haya almacenado la frecuencia y el valor medio de la amplitud para esa frecuencia, se pasará a la frecuencia de estudio siguiente repitiéndose el paso 4 y 5.
- 7) Finalmente tendremos una matriz con tres columnas distintas, la primera será las frecuencias estudiadas, la segunda será la respuesta INPUT para cada frecuencia, y la tercera será la respuesta OUTPUT para cada frecuencia.
- 8) Ya sólo nos queda dividir los OUTPUTs entre los INPUTs para ver en qué frecuencia se da la mayor ganancia, es decir, realizamos su diagrama de Bode.



- 9) Una vez hayamos hecho un primer diagrama de Bode aproximado podemos ir afinando la frecuencia de resonancia tanto como queramos simplemente redimensionando el intervalo de frecuencias de estudio y el paso entre ellas.

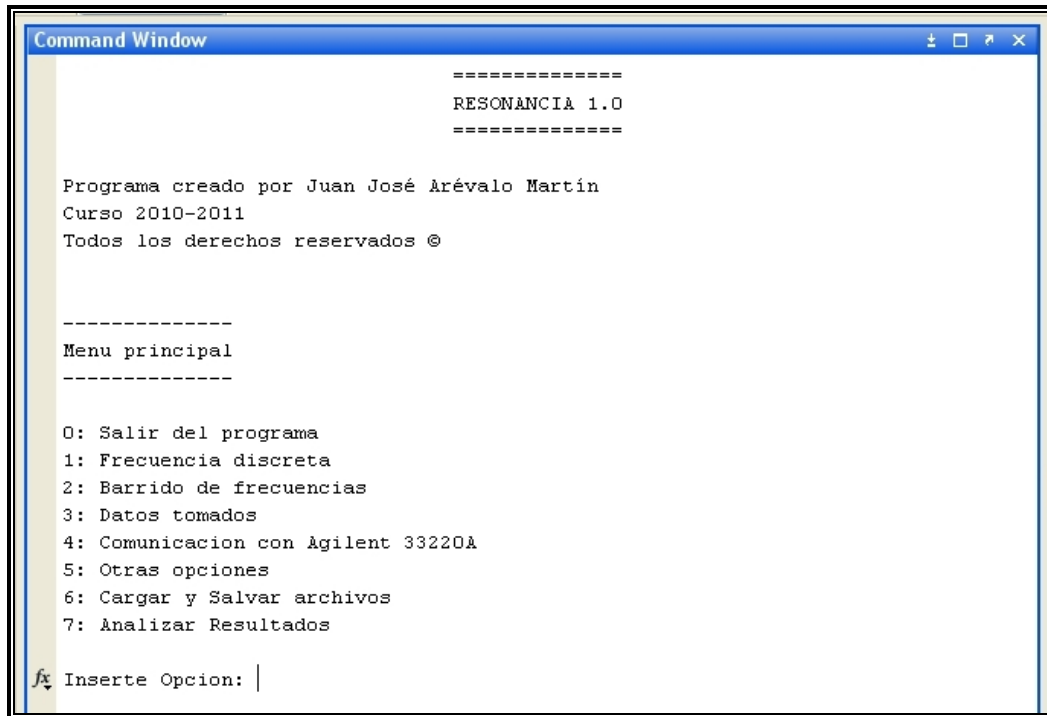
Este sería el proceso que hemos de seguir para hallar el modo normal de vibración del objeto, para facilitar el procedimiento, sobre todo los pasos 6) y 7) nos valdremos de un programa informático en MATLAB que nos ayudará de forma notable.

III.3.2 Guía de utilización del programa RESONANCIA 1.0

Antes de comenzar a utilizar el programa que gestionará todo el proceso es fundamental asegurarnos que tanto la tarjeta de adquisición de datos, como el generador de funciones, el adaptador de señales y el amplificador están encendidos.

Una vez hecha esta comprobación establecemos en MATLAB la carpeta donde se encuentra el programa RESONANCIA 1.0 como Current Directory. Comenzar a utilizar el programa es tan fácil como teclear el comando “*resonancia*” dentro del Command Window.

Una vez activado el programa en la primera pantalla se encuentran las opciones generales, Figura 60: realizar un análisis con una sola frecuencia, realizar un estudio con un barrido de frecuencias, ver los datos que hemos tomado hasta ahora, comunicarnos con el generador de funciones, salvar y cargar los datos que hemos tomado previamente o analizar los resultados con esos datos y salir del programa.



```
Command Window

=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

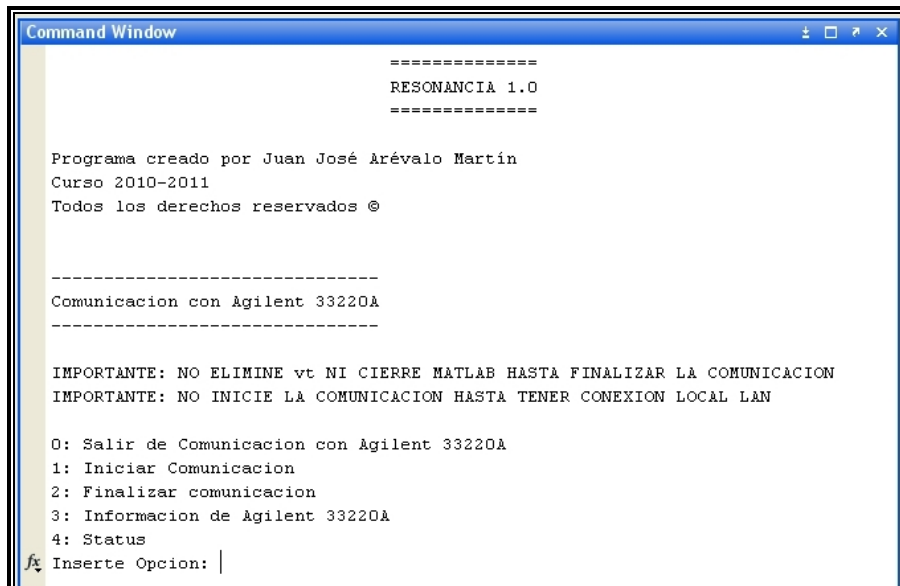
-----
Menu principal
-----

0: Salir del programa
1: Frecuencia discreta
2: Barrido de frecuencias
3: Datos tomados
4: Comunicacion con Agilent 33220A
5: Otras opciones
6: Cargar y Salvar archivos
7: Analizar Resultados

fx Inserte Opcion: |
```

Figura 60. Pantalla principal

El primer paso de nuestro estudio será comunicar el PC con el instrumento, para ello, marcaremos la opción 4: Comunicación con Agilent 33220A.



```
Command Window

=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

-----
Comunicacion con Agilent 33220A
-----

IMPORTANTE: NO ELIMINE vt NI CIERRE MATLAB HASTA FINALIZAR LA COMUNICACION
IMPORTANTE: NO INICIE LA COMUNICACION HASTA TENER CONEXION LOCAL LAN

0: Salir de Comunicacion con Agilent 33220A
1: Iniciar Comunicacion
2: Finalizar comunicacion
3: Informacion de Agilent 33220A
4: Status

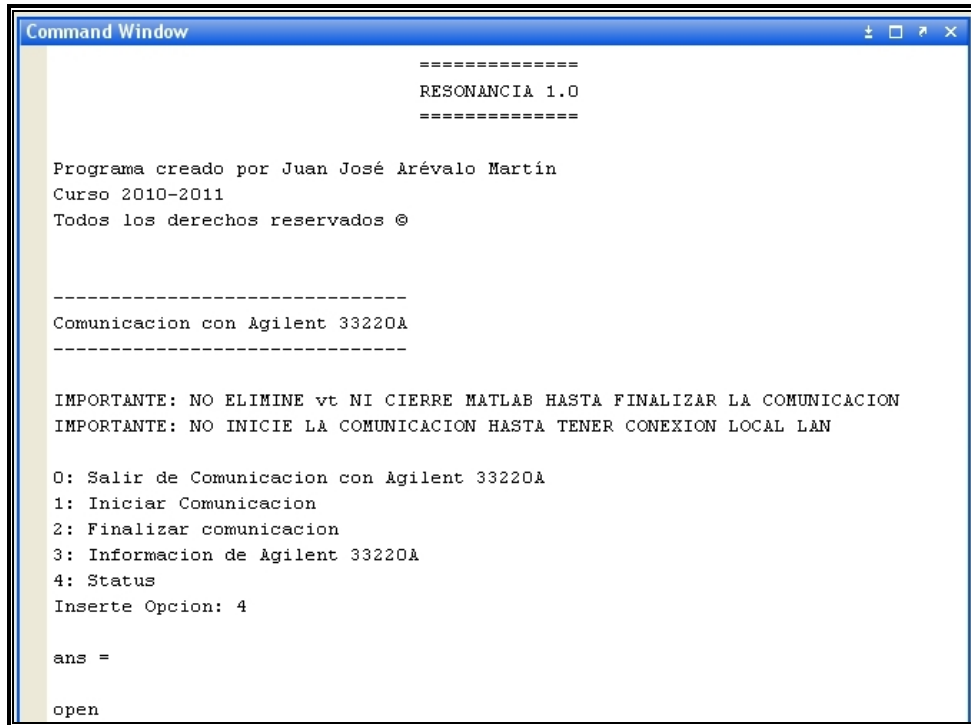
fx Inserte Opcion: |
```

Figura 61. Comunicación con generador de señales

En este apartado hay que recordar que la comunicación se realiza mediante el cable LAN, por tanto habrá que esperar unos minutos desde que se enciende el generador de señales hasta que se pueda comunicar con el PC. Otra consideración será la de nunca cerrar MATLAB sin antes desconectar la comunicación, ya que la

interrupción brusca de la comunicación paralizará el funcionamiento del programa, además de que puede ser perjudicial para la vida útil del instrumento.

En esta pantalla las opciones más importantes serán las de iniciar y acabar la comunicación entre PC e instrumento. Cuando la comunicación entre PC e instrumento se haya realizado de forma correcta, aparecerá al marcar la opción de *Status* , *OPEN*, como puede verse en la Figura 62.



```
Command Window
=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

-----
Comunicacion con Agilent 33220A
-----

IMPORTANTE: NO ELIMINE vt NI CIERRE MATLAB HASTA FINALIZAR LA COMUNICACION
IMPORTANTE: NO INICIE LA COMUNICACION HASTA TENER CONEXION LOCAL LAN

0: Salir de Comunicacion con Agilent 33220A
1: Iniciar Comunicacion
2: Finalizar comunicacion
3: Informacion de Agilent 33220A
4: Status
Inserte Opcion: 4

ans =

open
```

Figura 62. Conexión con generador de señales

Por último, si queremos información sobre las características técnicas de la comunicación entre PC e instrumento, podremos marcar la opción 3, Información de Agilent 33220A, donde entre otras cosas podremos conocer el RemoteHost, dato necesario para una correcta comunicación como veremos al estudiar el código fuente del programa más adelante.

Una vez hemos establecido la comunicación entre el instrumento y el PC, estamos en condiciones de ordenarle al instrumento que envíe durante un tiempo concreto una señal sinusoidal de frecuencia y amplitud determinada.

Para modificar el valor de la amplitud, el desplazamiento y el tiempo de cada ensayo nos dirigiremos a la opción 5, *Otras Opciones*, en el menú de la pantalla principal, Figura 63.

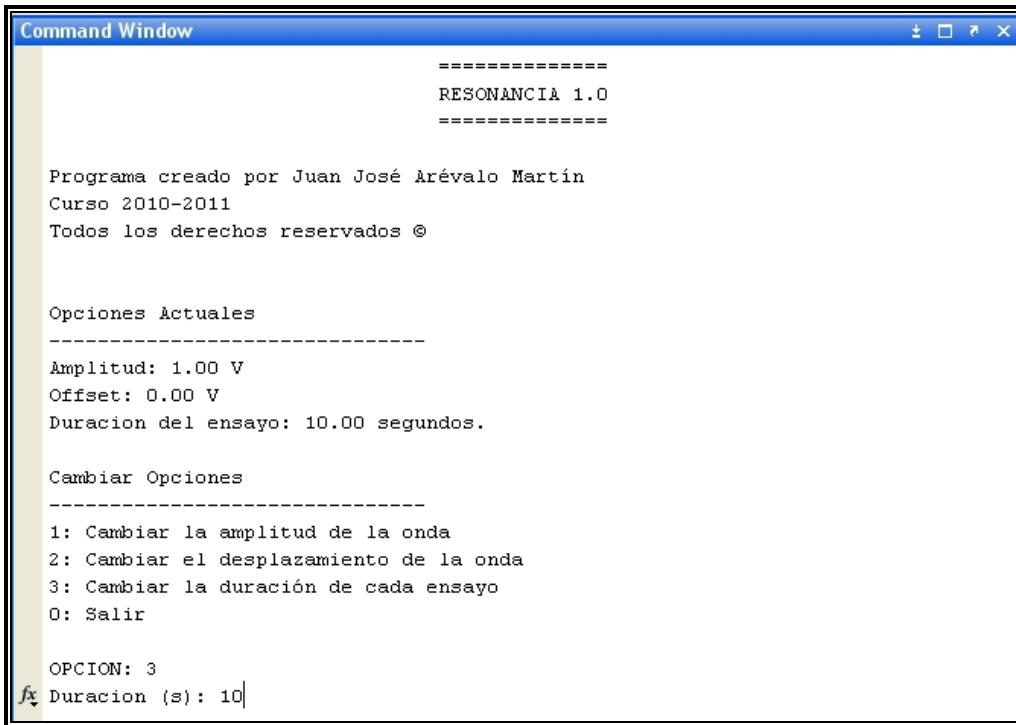


Figura 63. Opciones generales

Como puede verse en la Figura 63 además de indicarnos los valores actuales, nos da la posibilidad de cambiarlos según nuestras necesidades.

Tras establecer la comunicación y configurar las opciones generales, estamos en disposición de empezar a realizar el estudio. Se nos plantean dos posibilidades para hacer este estudio de frecuencias, el primero es a través de frecuencias discretas, es decir, introducir una a una cada frecuencia, opción 1 del menú principal.

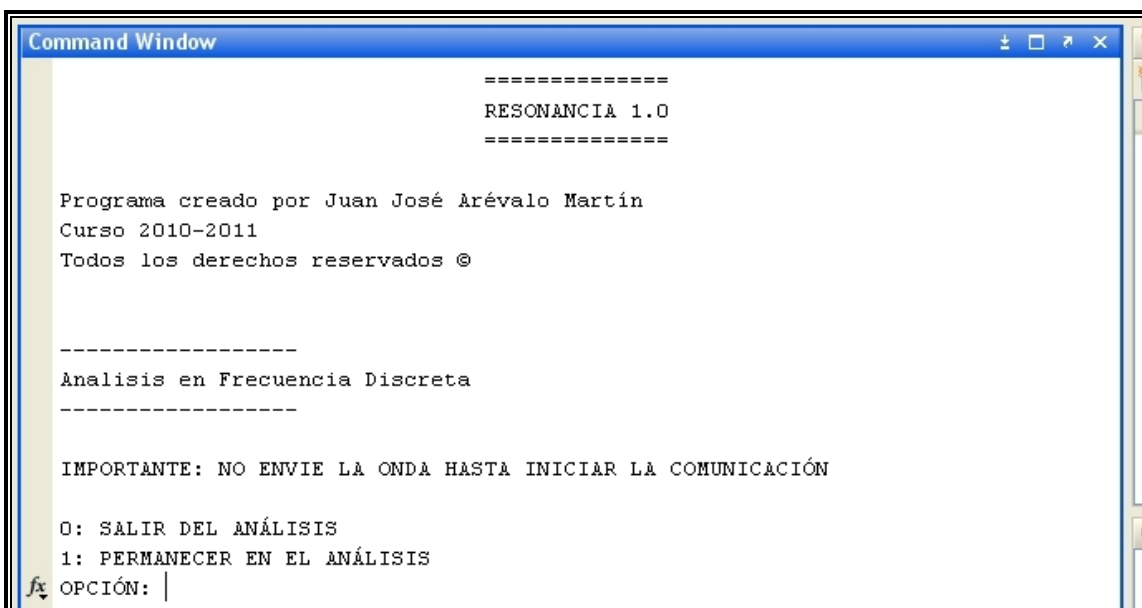
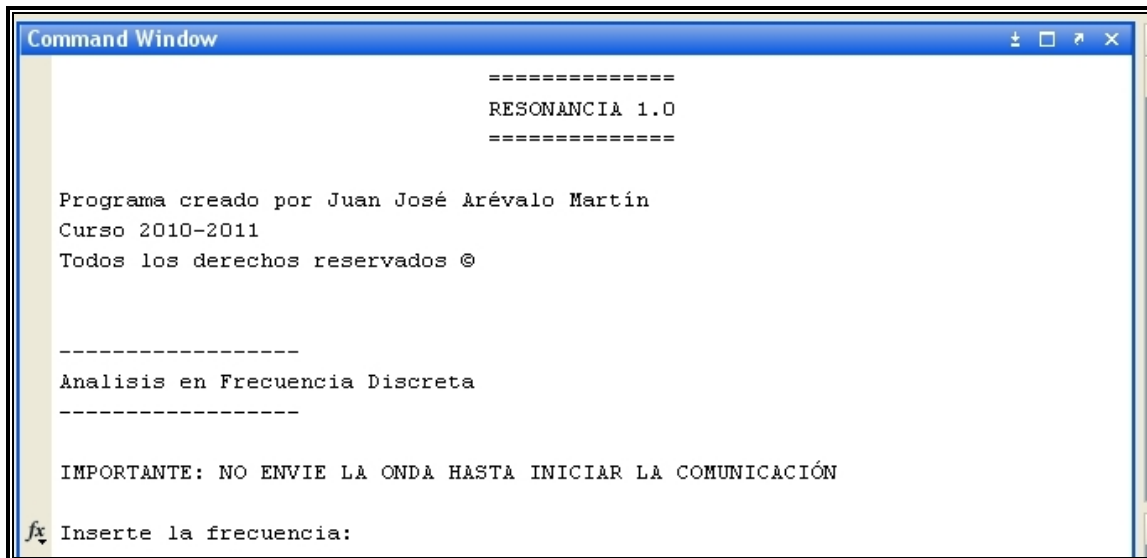


Figura 64. Frecuencia discreta

Se nos pedirá entonces que confirmemos ese análisis y se nos recordará que no podemos enviar la onda sinusoidal de frecuencia elegida hasta que la comunicación con el instrumento no sea correcta.



```
Command Window

=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

-----
Análisis en Frecuencia Discreta
-----

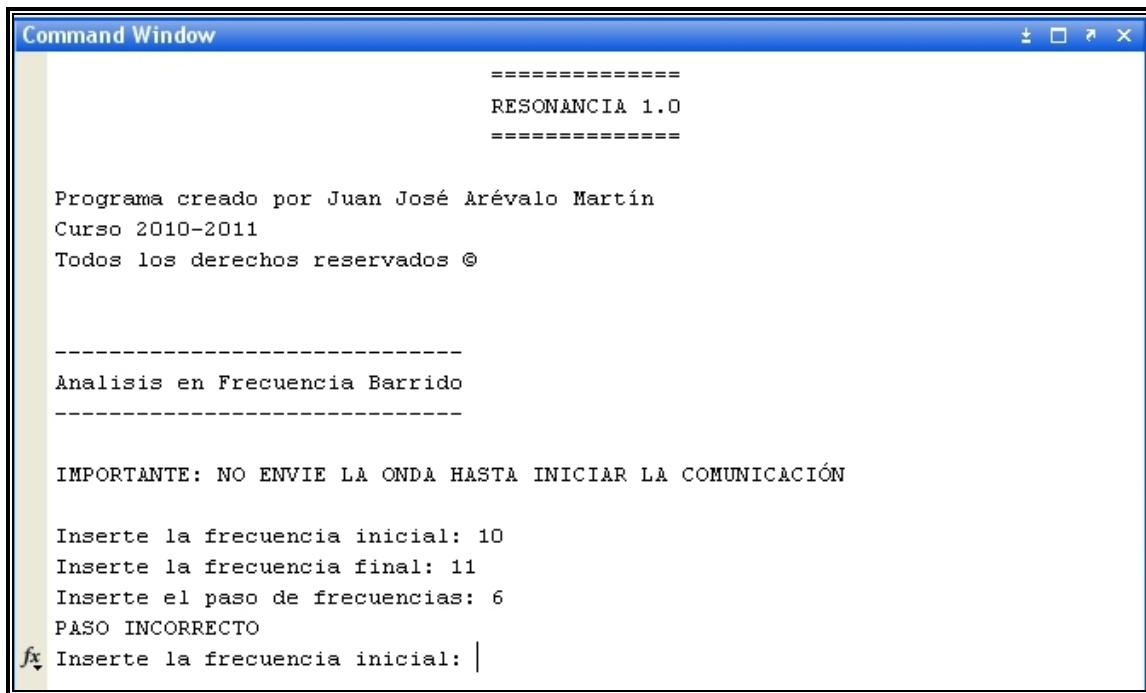
IMPORTANTE: NO ENVIE LA ONDA HASTA INICIAR LA COMUNICACIÓN

fx Inserte la frecuencia:
```

Figura 65. Frecuencia Discreta

Una vez confirmado nuestra permanencia en el análisis estamos preparados para indicar la frecuencia de estudio que queremos.

Sin duda la opción de frecuencias discretas, solo será útil, si queremos estudiar una frecuencia determinada de antemano, o si queremos afinar nuestro estudio una vez que hayamos estudiado un rango de frecuencias completo, pero para el propósito general, será mucho más útil la opción de barrido de frecuencias.



```
Command Window

=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

-----
Análisis en Frecuencia Barrido
-----

IMPORTANTE: NO ENVIE LA ONDA HASTA INICIAR LA COMUNICACIÓN

Inserte la frecuencia inicial: 10
Inserte la frecuencia final: 11
Inserte el paso de frecuencias: 6
PASO INCORRECTO
fx Inserte la frecuencia inicial: |
```

Figura 66. Barrido de frecuencias.

Una vez seleccionada la opción 2 de la pantalla general, *barrido de frecuencias*, se nos pedirá tanto la frecuencia inicial como final y el paso entre ellas. Si el paso es incorrecto, nos informará de que introduzcamos unos nuevos valores.

Por ejemplo si queremos estudiar el comportamiento de un objeto entre la frecuencia 1 Hz hasta la frecuencia 1000 Hz a paso de 2 Hz y que cada frecuencia se mantenga durante un minuto, lo que en otra ocasión hubiera significado estar días, delante del generador de funciones, se convierte en un sencillo paso, que nos permite ausentarnos durante todo el proceso, y volver con los datos ya almacenados.

Cada vez que se realice el estudio de una frecuencia, se nos mostrará en pantalla, tanto la información recogida en el dominio temporal, como en el dominio de frecuencias, Figura 67, gracias a la Transformada Rápida de Fourier, véase *II.7 Representación de señales en series de Fourier y Filtros* y muy especialmente *II.7.4.1 Transformada Rápida de Fourier (FFT)*.

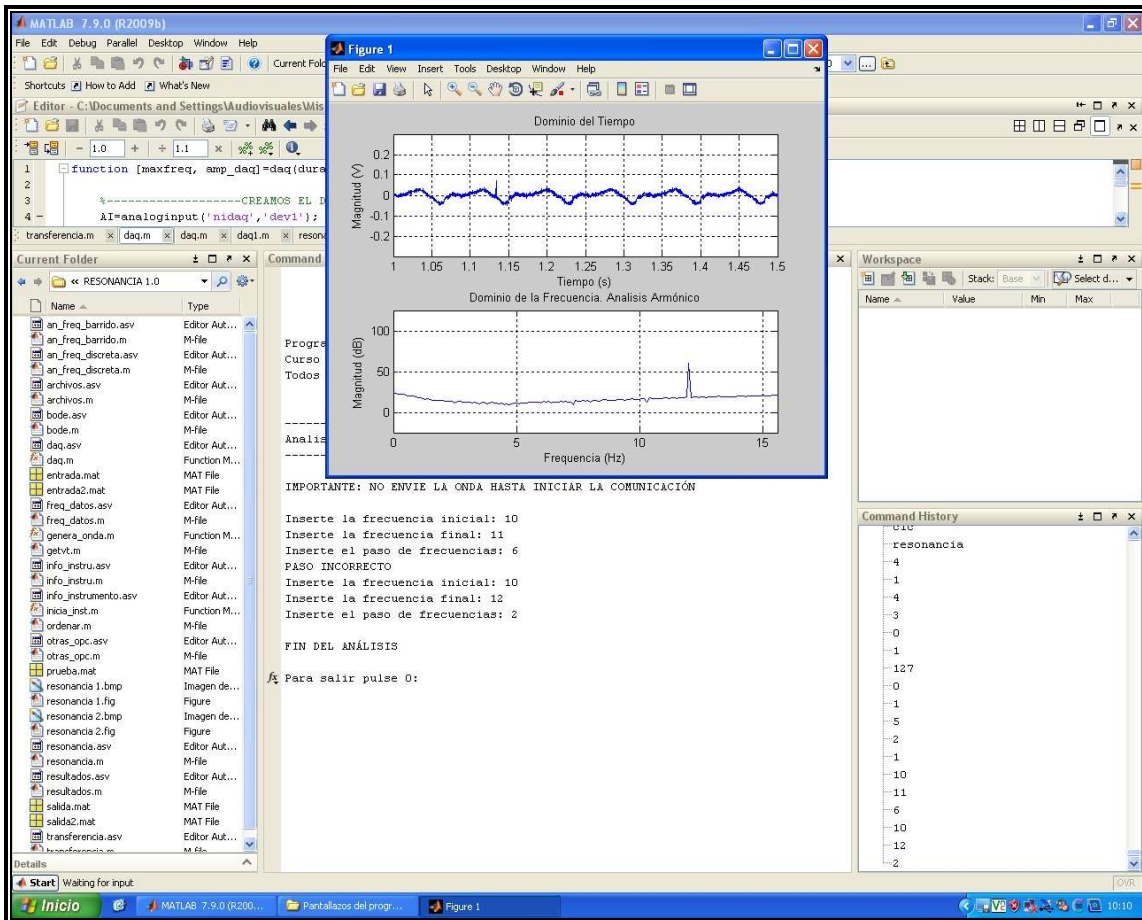


Figura 67. Barrido de frecuencias

Una vez que hayamos realizado el estudio con las frecuencias deseadas, podemos ver los datos obtenidos con la opción 3 de la pantalla principal, *Datos tomados*, Figura 68.

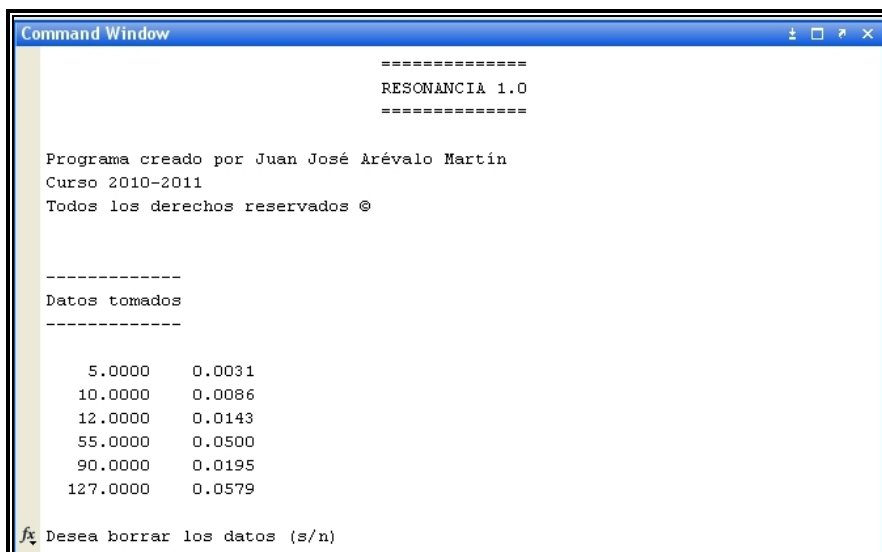
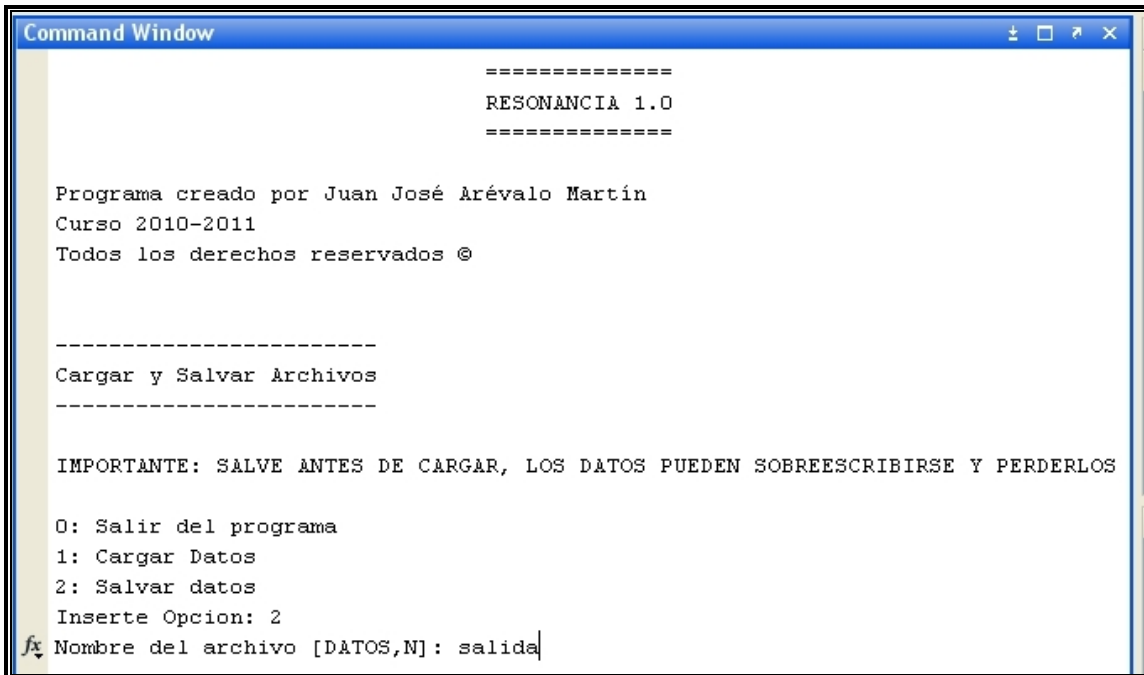


Figura 68. Datos adquiridos

En esta opción además de poder ver los datos tomados podremos también bórralos.

Una opción muy importante y que complementa a ver los datos tomados es la de guardar los datos actuales y cargar datos tomados previamente. Opción 6, *Carga y salvar archivos*. Figura 69.



```
Command Window
=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

-----
Cargar y Salvar Archivos
-----

IMPORTANTE: SALVE ANTES DE CARGAR, LOS DATOS PUEDEN SOBRESERIBIRSE Y PERDERLOS

0: Salir del programa
1: Cargar Datos
2: Salvar datos
Inserte Opcion: 2
Nombre del archivo [DATOS,N]: salida
```

Figura 69. Cargar y salvar archivos.

Con esta opción se nos abre un gran abanico de posibilidades y flexibiliza la realización del estudio, ya que nos permite realizar un análisis de barrido de frecuencias con un paso grande, guardar los datos, obtener el diagrama de Bode, y una vez que hemos acotado el rango de frecuencias por donde estará el modo normal de vibración, volver a cargar los datos y realizar un nuevo barrido de frecuencias, entre unos límites ya más definidos y con un paso menor, lo que nos da la ocasión de ir, poco a poco afinando la frecuencia donde se produce esa respuesta máxima, característica del modo normal de vibración.

Por ultimo una vez que hemos tomado datos de todas las frecuencias deseadas, tanto INPUT como el OUTPUT, véase Figura 58 y 59 para más información, estamos en condiciones de obtener el diagrama de Bode del sistema.

Marcando la opción 7, *Analizar Resultados* se nos abren 3 opciones, la primera será cargar los datos del INPUT y OUTPUT obtenidos. Figura 70.

```
Command Window

=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

-----
Resultados
-----

0: Salir del programa
1: Cargar datos
2: Datos tomados
3: Bode
4: Funcion en el espacio de estados
Inserte Opcion: 1

1: Cargar INPUT
Nombre de Archivo: entrada

2: Cargar OUTPUT
Nombre de Archivo: salida
```

Figura 70. Cargar datos

La segunda será ver esos datos cargados.

```
Command Window

=====
RESONANCIA 1.0
=====

Programa creado por Juan José Arévalo Martín
Curso 2010-2011
Todos los derechos reservados ©

-----
Resultados
-----

0: Salir del programa
1: Cargar datos
2: Datos tomados
3: Bode
4: Funcion en el espacio de estados
Inserte Opcion: 2

Datos de ENTRADA
  Freq (Hz)   Amp (V)
  =====   =====
  10.0000    0.0071
  15.0000    0.0168
  20.0000    0.0310
  25.0000    0.0427
  30.0000    0.0435
```

Figura 71. Datos cargados

Y por último nos ofrecerá la posibilidad de mostrarnos tanto el diagrama de Bode, Figura 72, como las frecuencias estudiadas por orden de ganancia, siendo la máxima el modo normal de vibración, Figura 73.

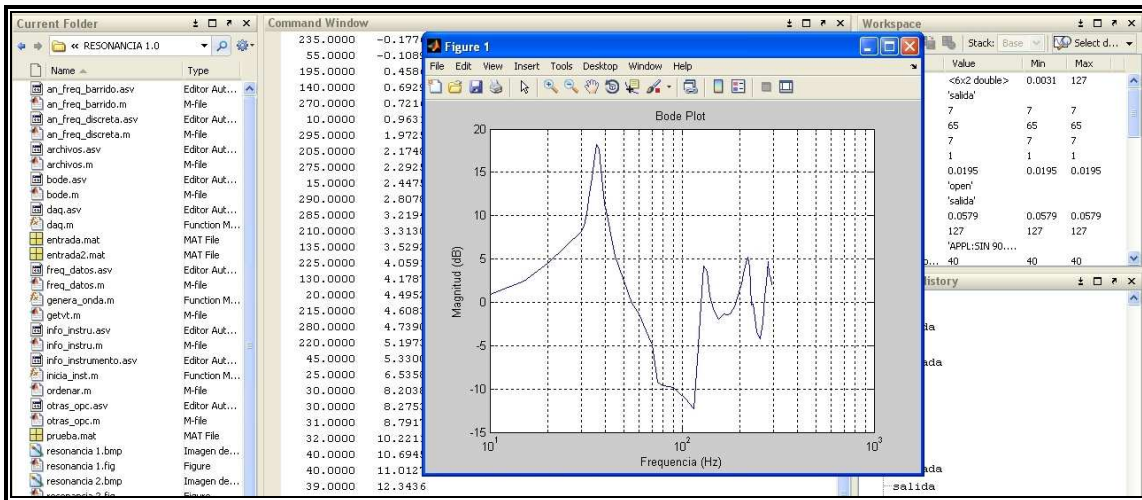


Figura 72. Diagrama de Bode obtenido

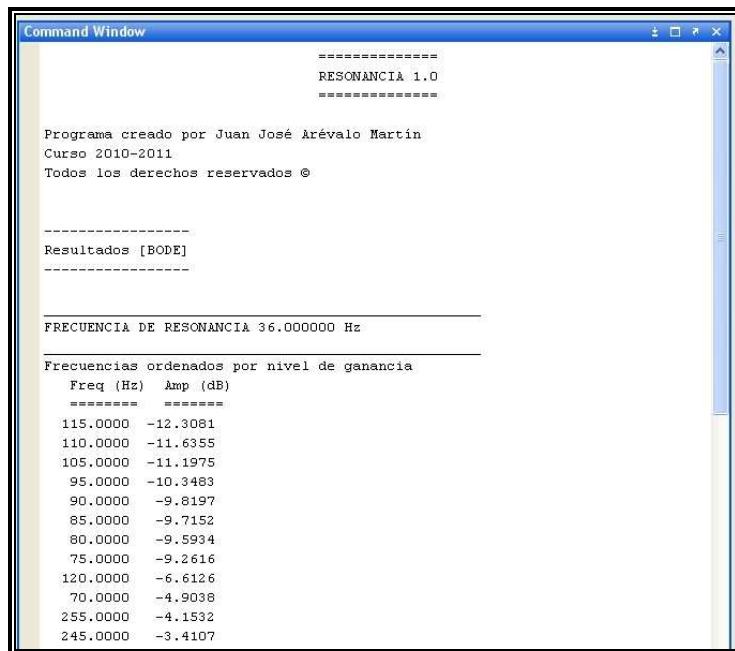


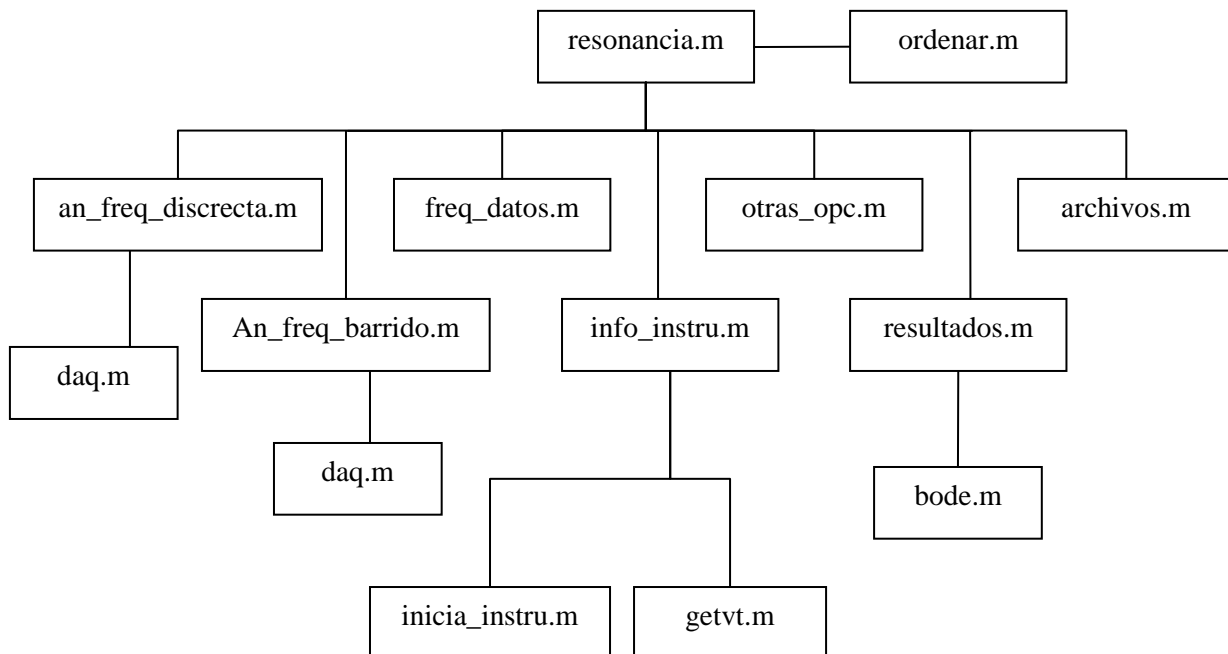
Figura 73. Resultado final

Con esto hemos concluido, uno de los mayores objetivos del proyecto. Obtenemos el diagrama de Bode y con él, el modo normal de vibración de un objeto de forma cómoda y sencilla.

III.3.3 Características de código fuente de RESONANCIA 1.0

Veamos a continuación las características más importantes y los módulos principales del programa RESONANCIA 1.0.

A continuación se muestra el árbol donde se indican la dependencia y las relaciones entre los distintos módulos que componen en programa RSEONANCIA 1.0



El código fuente completo de cada uno de los módulos se puede observar en el ANEXO II.

III.3.3.1 Resonancia.m

Como se puede comprobar, el módulo `resonancia.m` será la pantalla principal desde donde llamaremos a las distintas opciones antes explicadas. La mayor particularidad de este módulo será la activación del módulo `ordenar.m` cada vez que volvamos a la pantalla de inicio, de esta forma si realizamos un análisis entre unas frecuencias determinadas y luego cambiamos los límites para un nuevo análisis, las frecuencias siempre estarán ordenadas y podremos realizar el diagrama de Bode sin problemas.

III.3.3.2 Inicia_intru.m

Importante módulo con el que se realiza la comunicación entre instrumento generador de funciones y PC. Como se observa la comunicación se realiza mediante



VISA , que facilita enormemente la comunicación entre instrumentos y PC. Véase *II.6.4.2 VISA e IVI* para una mayor información,

La dirección 'TCPIP0::A-33220A-23308::INSTR' que permite la comunicación se obtiene del panel de información del propio generador de funciones.

```
vt=visa('Agilent','TCPIP0::A-33220A-23308::INSTR') %Creamos el objeto
fopen(vt) %Abrimos la comunicación
```

Aunque la comunicación se realice mediante el estándar VISA, utilizamos Comandos SCPI para confirmar la comunicación.

```
fprintf(vt, '*IDN?') %Comando SCPI que prueba la comunicación
```

III.3.3 an_freq_barrido

Por su utilización sin duda, uno de los módulos, más importantes del programa.

Lo primero que haremos en este módulo será comprobar que los límites del intervalo y el paso son correctos.

```
%Comprobamos que el paso es coherente con los límites de las
%frecuencias
paso_correcto=0;
while paso_correcto==0;
ordenar
freq_barr_inicio=input('Inserte la frecuencia inicial: ');
freq_barr_fin=input('Inserte la frecuencia final: ');
freq_barr_paso=input('Inserte el paso de frecuencias: ');

resto=rem(freq_barr_fin-freq_barr_inicio,freq_barr_paso);
if resto==0
paso_correcto=1;
elseif fprintf('PASO INCORRECTO\n');
end
end
```

Una vez comprobado el paso ordenamos al generador de funciones que genere una onda sinusoidal de frecuencia y amplitud determinada, mediante comandos SCPI. Para más información sobre los comandos SCPI véase *II.6.4.1 Comandos SCPI*

```
c=sprintf('APPL:SIN %f HZ, %f VPP, %f V',freq_barr,amp,offset);
%Enviamos la señal al generador de funciones
fprintf(vt,c)
```

Adquirimos los datos (frecuencia estudiada y amplitud media) mediante el módulo daq.m que también será el encargado de establecer la duración del ensayo.

```
[maxfreq, amp_daq]=daq(duration);
```

Una vez adquiridos los datos los almacenamos en una matriz y pasamos a la frecuencia siguiente.



```
DATOS(N,2)=amp_daq;  
    N=N+1;  
end  
freq_barr=freq_barr+freq_barr_paso;
```

El módulo *an_freq_discreta.m* opera de forma similar, sólo que en esta ocasión no comprueba el paso de frecuencias ni pasa a la frecuencia siguiente.

III.3.3.4 Daq.m

Modulo encargado de adquirir los datos de la tarjeta de adquisición de datos, y devolver la amplitud media, como valor característico de esa frecuencia.

Lo primero será crear el objeto, es decir, le comunicamos a MATLAB la existencia de una tarjeta de adquisición de datos y añadimos los canales, en nuestro caso solo uno. En este apartado también le comunicamos a MATLAB que lo forma de conectarse a tierra los cables es de la forma *SingleEnded*, véase *II.6.3.1 Características y criterios de selección de TADs* para ver la importancia que tiene la forma de conectar a tierra los cables.

```
%-----CREAMOS EL DEVICE OBJECT-----  
-----  
AI=analoginput('nidaq','dev1'); %AI= Analog Input  
  
%-----AÑADIMOS LOS CANALES-----  
-----  
AI.InputType='SingleEnded'; %Ground-Reference Setting (Tipo de  
conexion de los cables)  
addchannel(AI,0,'Canal 0'); % Dentro del device objet creamos el  
"canal 0"
```

Una vez establecido el objeto y los canales, configuramos las principales características de la adquisición de datos, entre ellas la frecuencia de muestreo (*SampleRate*) que tanta importancia tiene, como ya se vio en *II.5.4 teorema de muestreo* para evitar el *Aliasing*, y finalmente adquirimos los datos.

```
%-----CONFIGURAMOS LAS PROPIEDADES-----  
-----  
set(AI,'SampleRate', 10000); % Modificamos el valor de SampleRate  
[Muestras/segundo]  
ActualRate = get(AI,'SampleRate'); % A la variable ActualRate le  
asignamos el valor antes modificado  
  
set(AI,'SamplesPerTrigger', duration*ActualRate); % N° de muestras  
por trigger= [muestras/segundo]*[segundos]=[muestras]  
  
wait(AI, duration+1) %esperamos a que se establezca a la nueva  
frecuencia.  
%-----ADQUIRIMOS LOS DATOS-----  
-----
```

```
start(AI) %Comenzamos la adquisicion de datos
wait(AI, duration+1) %Esperamos un segundo antes de utilizar los
datos obtenidos

%-----EXTRAEMOS LOS DATOS-----
[ data, time]=getdata(AI); %Extraemos los datos
```

Una vez tenemos los datos nos detendremos de forma especial en la aplicación de un filtro digital.

III.3.3.4.1 Filtros digitales

Para más información de cómo a través de la modificación de los coeficientes de Fourier obtenidos gracias a la transformada de Fourier se puede modificar la señal, para eliminar ciertas frecuencias que no son deseadas, se recomienda que se vea la sección *II.7 Representación de señales en series de Fourier y Filtros* así como para una ampliación de los filtros IRR.

Si analizamos el diagrama de Fourier para la función respuesta, obtenemos que aparte de la frecuencia de estudio existe un ruido muy fuerte por parte de la frecuencia de la red eléctrica (50 Hz) y sus armónicos.

La existencia de este ruido distorsiona las medidas hechas, por lo tanto hay que suprimirlo. La forma de suprimirlo elegido fue un filtro digital IRR notch

IIR siglas en inglés para Infinite Impulse Response o Respuesta infinita al impulso. Se trata de un tipo de filtros digitales en el que, como su nombre indica, si la entrada es una señal impulso, la salida tendrá un número infinito de términos no nulos, es decir, nunca vuelve al reposo.

El filtro notch, llamado también elimina banda, es uno que no permite el paso de señales cuyas frecuencias se encuentran comprendidas entre las frecuencias de corte superior e inferior.

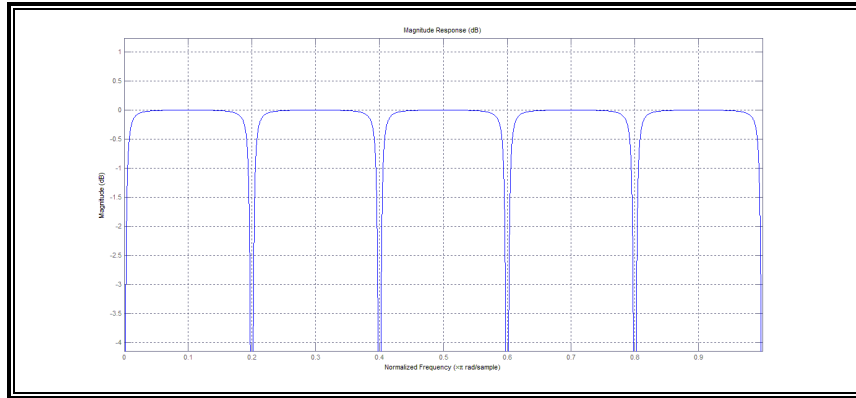


Figura 74. Filtro notch

En nuestro caso las frecuencias eliminadas fueron tanto 50 hz como sus armónicos. Fíjese en la 74 que las frecuencias filtradas se indican de forma “frecuencia normalizada” y compárelo con la Figura 35.

El resultado fue una notable mejora de la señal, como puede compararse en las figuras siguientes.

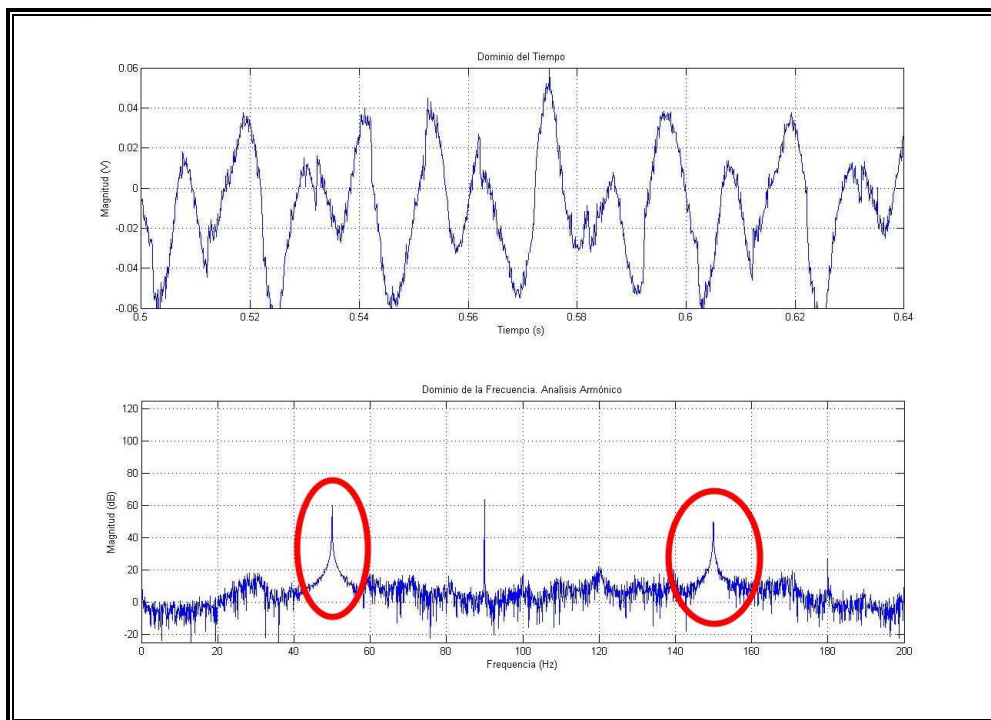


Figura 75. Respuesta a 90 Hz sin filtro

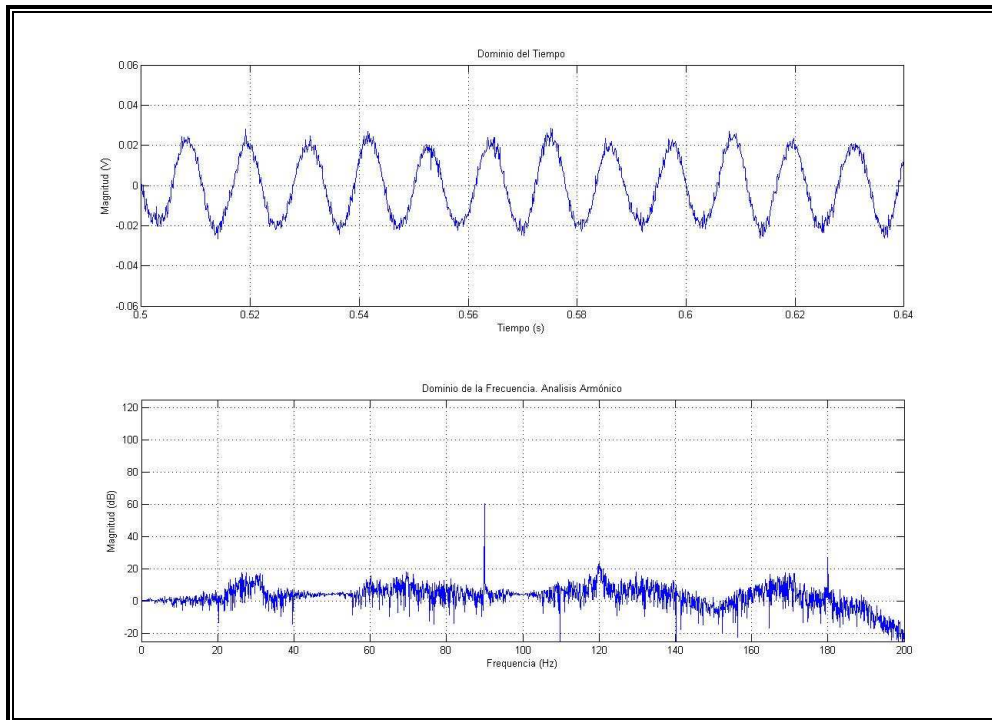


Figura 76. Respuesta a 90 Hz con filtro

Matemáticamente el filtro se representa por

$$H(z) = b \cdot \frac{1 - z^{-n}}{1 - az^{-n}} \quad (57)$$

Siendo a y b escalares que se determinan según la calidad del filtro y la frecuencia a eliminar y siendo n el orden del filtro.

Mediante MATLAB la aplicación de este filtro se realiza de la siguiente manera, siendo fo la frecuencia a eliminar

```
fs=ActualRate;
fo = 50;
q = 35;
bw = (fo/(fs/2))/q;
ab=10;
[b,a] = iircomb(fs/fo,bw,'notch'); % Note type flag 'notch'

data2 = filter(b,a,data);
data=data2;
```

Una vez que los datos están filtrados, estamos en disposición de realizar la media de su valor absoluto, y realizar el análisis de Fourier a las muestras filtradas.

```
%-----ANALIZAMOS LOS DATOS-----  
-----  
absdata=abs(data); %Valor absoluto de data  
amp_daq=mean(absdata); %Media aritmética de absdata  
  
%-----REALIZAMOS EL ANALISIS DE FRECUENCIAS-----  
-----  
Fs=ActualRate;  
blocksize= duration*ActualRate;  
  
[f,mag]=daqdocfft(data,Fs,blocksize); %Transformada rápida de  
Fourier (FFT)  
  
[ymax,maxindex]=max(mag); %Frecuencia maxima  
maxfreq=f(maxindex);  
subplot(2,1,2)% varias graficas en la misma ventana [2filas,  
1columna, N°2]  
plot(f,mag)  
axis([0 maxfreq+0.3*maxfreq -25 125])% Configuracion de los ejes  
grid on %Propiedades de la gráfica  
ylabel('Magnitud (dB)')  
xlabel('Frecuencia (Hz)')  
title('Dominio de la Frecuencia. Analisis Armónico')  
stop(AI);  
delete(AI);
```

III.3.3.5 Bode.m

Como ya enunciábamos en *II.4.6 Diagramas de Bode* la determinación experimental de una función de transferencia se hace simplemente si los datos de la respuesta en frecuencia se presentan como un diagrama de Bode. Es decir dividiendo la salidas entre la entrada y representando la ganancia en un diagrama semilogarítmico, estamos en disposición de señalar cual será la frecuencia en la que se producirá la mayor respuesta.

En MATLAB esto lo realizamos así

```
bode_mag= entrada(:,2).\salida(:,2); %Dividimos la salida entre la  
entrada  
bode_magdb=20*log10(bode_mag); %Pasamos a decibelios  
bode_freq=entrada(:,1);  
[maxmagbd,maxmagbdindex]=max(bode_magdb);  
[minmagbd,minmagbdindex]=min(bode_magdb);  
freq_resonancia=bode_freq(maxmagbdindex);  
fprintf('_____\n');  
fprintf('\nFRECUENCIA DE RESONANCIA %f Hz \n',freq_resonancia);  
  
resultados_bode(:,1)=bode_freq(:,1);  
resultados_bode(:,2)=bode_magdb;
```

III.3.3.6 ordenar.m

Por último aunque no tan importante como los módulos aquí comentados, pero sin el cual, nada se podría hacer es el de ordenar las frecuencias mediante el método de la burbuja.

```
i=1;
while i<=(N-1)
    j=1;
    while j<=((N-1)-i)
        if DATOS(j,1)>DATOS(j+1,1);

            aux_freq=DATOS(j,1);
            DATOS(j,1)=DATOS(j+1,1);
            DATOS(j+1,1)=aux_freq;

            aux_amp=DATOS(j,2);
            DATOS(j,2)=DATOS(j+1,2);
            DATOS(j+1,2)=aux_amp;
        end
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
```

III.4 Obtención del modo normal de vibración de una viga en voladizo

Como ya se anunció con anterioridad, el principal objetivo del proyecto es el desarrollo de un método fácil y cómodo, que nos permita obtener la frecuencia del modo normal de vibración de pequeños objetos.

Aunque este objetivo se ha cumplido con la creación del programa RESONANCIA 1.0, el proyecto resultaría incompleto si no se hiciera un primer ensayo práctico, y para ello se eligió hacer las primeras pruebas con una viga en voladizo.

Los resultados obtenidos se contrastaron de tres formas, por una parte la forma práctica, a la que va dedicada la mayor parte del proyecto y por otro lado de una forma teórica y mediante elementos finitos. De esta forma estamos en condiciones de asegurar lo efectivo que resulta el método práctico.

III.4.1 Consideraciones prácticas

III.4.1.1 Objeto de estudio

Como objeto de estudio nos decantamos por una viga de acero en voladizo de 280 mm de longitud de sección circular de diámetro exterior 16mm y espesor de 2 mm.

III.4.1.2 Utilaje

Puesto que nuestro objeto de estudio debe sujetarse a la mesa de vibración y el diseño de esta no está realizado con tal finalidad será necesario el diseño y fabricación de un utilaje capaz de solventar esta situación. Por este motivo, con anterioridad a la realización del ensayo analizamos las posibilidades de fijación de la pieza a la mesa de vibración.

En primer lugar se deben estudiar las posibilidades que ofrecen tanto la mesa de vibración como nuestro objeto de estudio con el fin de encontrar una fijación viable, segura y adecuada a nuestro fin.

En lo referente a la mesa de vibración, tras un estudio visual y de los planos de la misma se observa que el anclaje a la mesa debería realizarse en la parte superior de la misma. Más concretamente, en los 6 agujeros situados en la parte vibradora. La distribución de estos es uniforme a lo largo de una circunferencia de diámetro 25 mm, y para llevar a cabo la fijación serán necesarios 6 tornillos. Estos tornillos serán del tipo M 4, roscado correspondiente al de los agujeros de la mesa de vibración.



Figura 77. Zona de sujeción de la mesa de vibraciones

Como utillaje elegimos una chapa de acero galvanizado de 1 mm de espesor y de medidas 80x80 mm el cual será taladrado con forme a la mesa de vibraciones para una correcta sujeción a esta mediante los tornillos anteriormente citados.

Para sujetar la viga a la chapa de acero elegimos la soldadura, las razones de soldar la viga a la chapa que nos sirve de utillaje son 2.



Figura 78. Detalles de soldadura

La primera es que es el único método que nos asegura una correcta fijación. En el ámbito de las vibraciones las uniones desmontables son desaconsejables, las posibles holguras sumadas a los continuos desplazamientos provocan continuos impactos que hacen que estas uniones sean perjudiciales tanto para la pieza y los datos obtenidos como para la propia mesa de vibraciones.

La segunda razón parte de las exigencias mecánicas que provoca la viga en voladizo. Las tensiones que se crean en el extremo donde se produce la unión junto con las aceleraciones ligadas al continuo cambio de sentido de las vibraciones propician la necesidad de una unión extremadamente resistente.

Por tanto a los 280 mm de viga en voladizo sumamos 80 mm que dedicaremos a dos cordones de soldadura a ambos lados de la viga en voladizo.



Figura 79. Utillaje

El peso sumado de la placa soldada a la viga en voladizo es de 196 gramos, inferior al límite de 200 gramos, que nos impone la mesa de vibraciones.

El siguiente acoplamiento necesario será el del acelerómetro, este es el encargado de convertir el movimiento de la pieza en una señal eléctrica. Para instalar el

acelerómetro correctamente se recurre a la guía de operación que PCB Piezotronics pone a disposición de sus clientes para este fin.

En esta guía se ofrecen distintos métodos de montaje, exponiéndose las ventajas y desventajas de cada técnica. Algunas de las características críticas, que serán pues muy influyentes en la elección del método de montaje del acelerómetro son la rugosidad, accesibilidad, rango de frecuencias...

La guía nos ofrece como principales alternativas las siguientes:

Montaje con tachuela. Esta técnica requiere una superficie plana y sin rugosidad y es recomendada para instalaciones permanentes y/o seguras. Tras lijar y pulir la superficie de donde se debe instalar el acelerómetro, será necesario realizar un taladro y lubricar la superficie con una fina capa de aceite. En el orificio realizado se atornillara la tachuela y sobre esta se fijara el acelerómetro.

Montaje adhesivo. Es el método más utilizado para instalaciones temporales. Adhesivos como la cera poseen un buen comportamiento para instalaciones temporales, mientras que para instalaciones más permanentes se aconseja utilizar pegamentos. Además ofrece la alternativa de utilizar la base de montaje o no hacerlo. Para este tipo de montaje también será necesario preparar la superficie, eliminando las rugosidades existentes. Tras esto se pondrá una pequeña cantidad de adhesivo en la cara inferior de la base del montaje o el acelerómetro y se aplicará presión en el lugar donde se desee instalar.

Montaje magnético. Es muy utilizado para hacer medidas rápidas y cambiantes y comúnmente se utiliza en maquinaria a fin de monitorizar las lecturas y poder realizar mantenimientos predictivos. Hemos de preparar una superficie lisa y elegir el tipo de imán correcto y tras esto realizar el montaje.

Montaje con punta de sonda. Este montaje no está recomendado para la mayoría de aplicaciones. La exactitud y repetitividad no están aseguradas a bajas frecuencias, mientras que su comportamiento a frecuencias superiores a 1 kHz es muy cuestionable. Está especialmente recomendado para monitorización de datos, cuando el espacio está muy restringido o en aplicaciones portátiles. Sin embargo, técnicamente puede ser de gran utilidad para determinar las localizaciones de las mayores vibraciones y establecer los puntos para una instalación permanente.

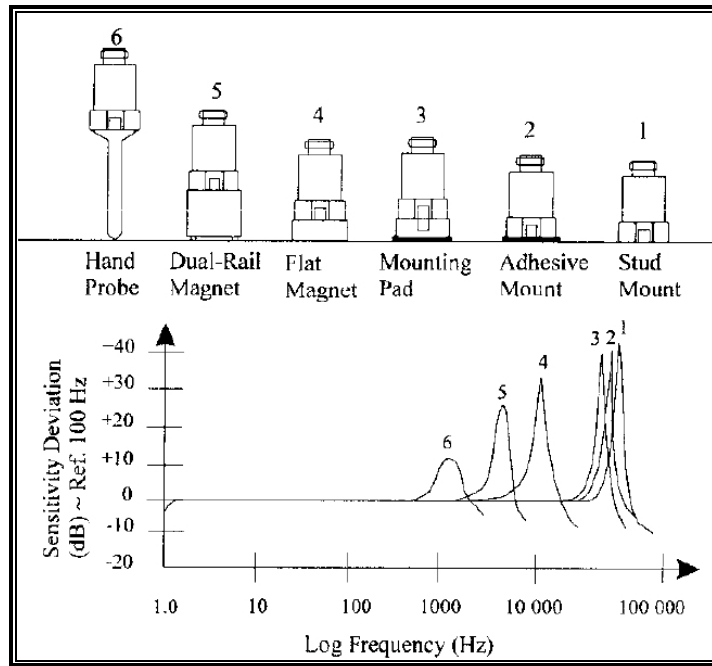


Figura 80. Comportamiento de los montajes respecto a la frecuencia

Después de estudiar con detenimiento la guía se ha optado por un montaje adhesivo. Se decide por su versatilidad y comodidad, y por que nos permite montarlo y desmontarlo fácilmente. Observando la gráfica de la Figura 80 observamos que en el rango de frecuencias en el que nos vamos a mover entre 1Hz y 300 Hz no tenemos problemas en la desviación de la sensibilidad.

Antes del montaje se eliminará, mediante varias lijas, la rugosidad de los lugares donde se llevará a cabo el posicionamiento del acelerómetro, tanto en la superficie de la pieza como en la de la chapa.

Como adhesivo PCB Piezotronics adjunta con el acelerómetro dos tipos diferentes. El pegamento Loctite 454 recomendado para montajes de larga duración y el cual es posible eliminar con acetona, y una cera que será necesario calentar y que al solidificarse proporcionará la adhesión necesaria.

Finalmente, se decide utilizar la cera como adhesivo al permitir desmontar y volver a montar el acelerómetro sobre otro lugar con gran facilidad. Como se cuenta con la plataforma de montaje del acelerómetro se decide utilizarla, por lo que será bajo esta plataforma donde se sitúe la cantidad de cera caliente necesaria y se ejerza presión para fijarla correctamente al punto de medida.



Figura 81. Unión acelerómetro con resina

Cabe decir que el acelerómetro solo trabaja en un sentido, por tanto habrá que colocarlo de forma totalmente vertical, para que su dirección longitudinal, sea igual que la del movimiento.

III.4.1.3 Parámetros del ensayo

Teniendo en cuenta las especificaciones de la norma CEI 60068-2-6 recogidas en la sección *II.9. Normativa* los parámetros elegidos para el ensayo fueron:

- Movimiento fundamental sinusoidal
- Dirección rectilínea y paralela
- Tolerancia entre frecuencias no superior al 5%
- Frecuencia inferior del barrido 10 Hz
- Frecuencia superior del barrido 300 Hz
- Amplitud de salida de la onda sinusoidal igual a 1Vpp
- Duración del ensayo a frecuencias fijas 1 minuto
- Situación del acelerómetro en el punto más desfavorable para los OUTPUTs y en la unión soldada para los INPUTs
-

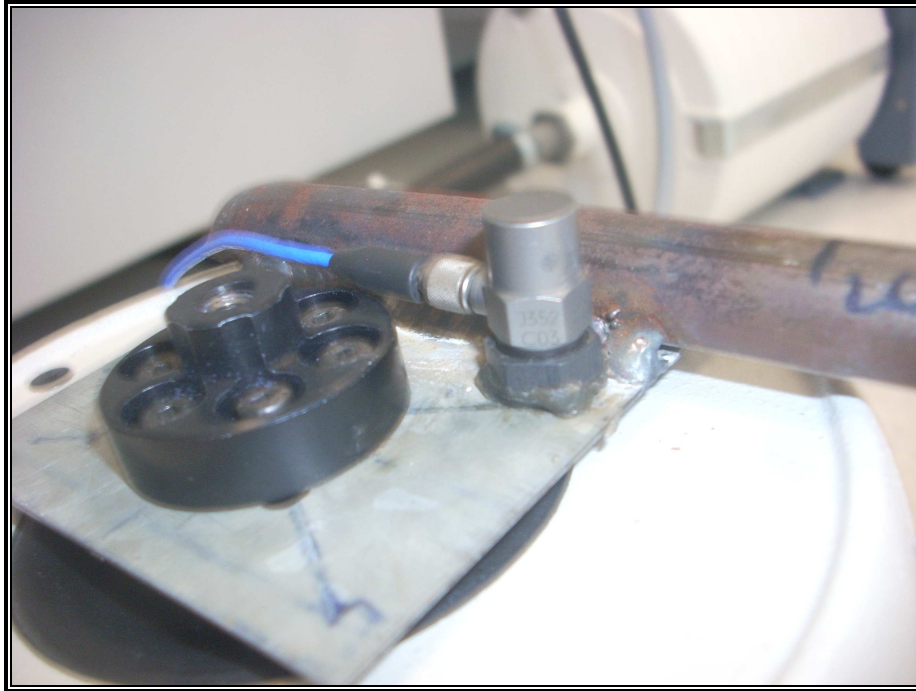


Figura 82. Colocación del acelerómetro en la unión soldada



Figura 83. Colocación del acelerómetro en la posición más desfavorable

-

Con estos requisitos ya estamos en disposición de realizar el primer ensayo práctico en la mesa de vibraciones siguiendo el proceso descrito en *III.3.1 Proceso general de Adquisición de Datos* y ayudándonos del programa RESONANCIA 1.0

III.4.2 Simulación por elementos finitos

III.4.2.1 Introducción al Método de los Elementos Finitos

El MEF (Método de Elementos Finitos) es un método numérico de resolución de ecuaciones diferenciales. La solución obtenida por MEF es sólo aproximada, coincidiendo con la solución exacta sólo en un número finito de puntos llamados nodos. En el resto de puntos que no son nodos, la solución aproximada se obtiene interpolando a partir de los resultados obtenidos para los nodos, lo cual hace que la solución sea sólo aproximada.

El MEF convierte un problema definido en términos de ecuaciones diferenciales en un problema en forma matricial que proporciona el resultado correcto para un número de finitos de puntos e interpola posteriormente la solución al resto del dominio, resultando finalmente sólo una solución aproximada.

El conjunto de puntos donde la solución es exacta se denomina conjunto nodos. Dicho conjunto de nodos forma una red, denominada malla formada por retículos. Cada uno de los retículos contenidos en dicha malla es un "elemento finito". El conjunto de nodos se obtiene dividiendo o discretizando la estructura en elementos de forma variada.

Desde el punto de vista de la programación algorítmica modular las tareas necesarias para llevar a cabo un cálculo mediante un programa MEF se dividen en:

Preproceso, que consiste en la definición de geometría, generación de la malla, las condiciones de contorno y asignación de propiedades a los materiales y otras propiedades. En ocasiones existen operaciones cosméticas de regularización de la malla y acondicionamiento para garantizar una mejor aproximación o una mejor convergencia del cálculo.

Cálculo, el resultado del preproceso, en un problema simple no-dependiente del tiempo, permite generar un conjunto de N ecuaciones y N incógnitas, que puede ser resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Cuando el problema a tratar es un problema no-lineal o un problema dependiente del tiempo a veces el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de N ecuaciones y N incógnitas que deben resolverse uno a continuación de otro, y cuya entrada depende del resultado del paso anterior.

Postproceso, el cálculo proporciona valores de cierto conjunto de funciones en los nodos de la malla que define la discretización, en el postproceso se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores de aproximación.

III.4.2.2 CATIA

Una vez que hemos realizado el ensayo de forma práctica contrastaremos los resultados con su simulación mediante elementos finitos.

Para la realización del ensayo mediante elementos finitos nos decantamos por CATIA.

CATIA cuyas siglas en inglés significan Computer Aided Three Dimension Interactive Application, es un programa que proporciona soluciones de diseño y fabricación y está ocupando un puesto de privilegio en el diseño sólido dentro del ámbito profesional.

Sus orígenes se remontan a Francia cuando el piloto Marcel Dassault, decide fabricar sus propios aviones. Funda Dassault Aviation y diseña aviones como el Falcon Jet o el caza Mirage. Para su diseño encarga la creación de un programa CAD/CAM/CAE de gamma alta, y especialista en superficies complejas.

CATIA sin duda es referente mundial del diseño asistido por ordenador, utilizado por la mayoría de empresas aeroespaciales y de automoción del mundo, con una potencia de cálculo y una posibilidades para la simulación prácticamente infinitas.

CATIA dispone de numerosos módulos, cada uno especializado en un ámbito diferente del mundo CAD/CAM/CAE. Para la realización de la simulación utilizamos los siguientes módulos:

- Part Design para generar la pieza a estudiar.
- Generative Structural Analysis para realizar el análisis modal.

En CATIA el análisis solo se realizó de la pieza de estudio, la viga en voladizo en este caso, ya que es el resultado que nos interesa.

Es imposible describir la realización del diseño de todo el sistema, y tampoco es el objetivo de este proyecto, por tanto se describirá de forma general la realización de la viga en voladizo.

Lo primero que se hizo fue introducir en el programa el objeto de estudio mediante el módulo Parte Desing, creando el Sketch con el perfil deseado, extrusionando (Pad) y aplicando finalmente el material acero (Steel). Uno de los defectos de CATIA es que su paleta de materiales por defecto es bastante escasa, teniendo que editar manualmente las características de los materiales.

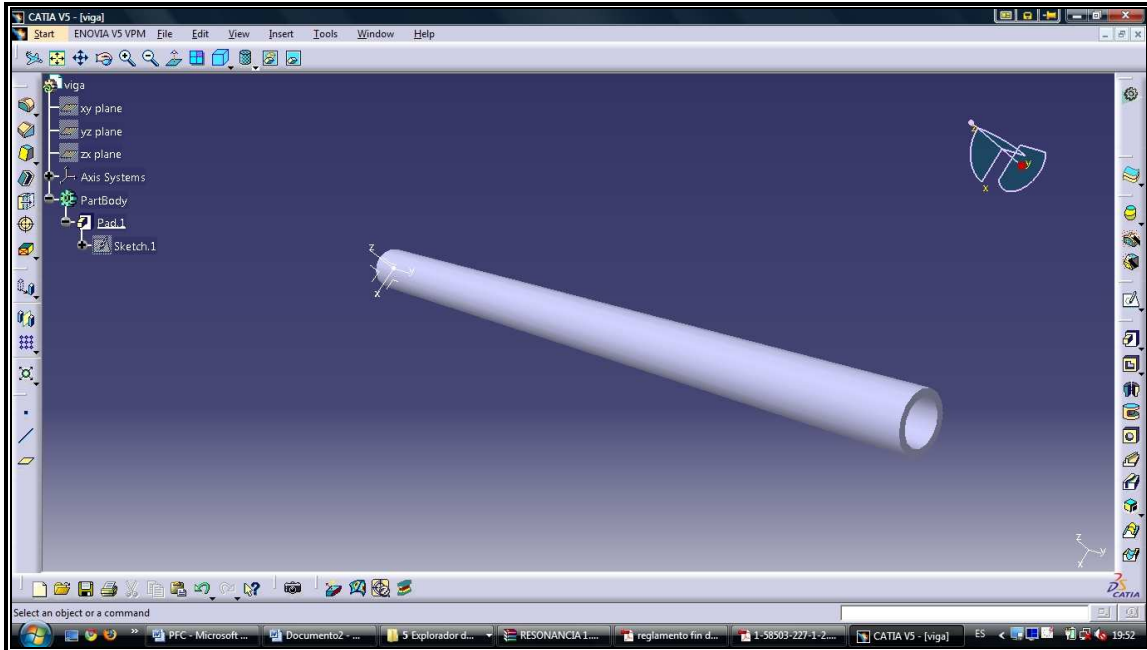


Figura 84. Objeto de estudio en CATIA

Una vez que la geometría de la viga estuvo acabada, el siguiente paso fue discretizarla en tetraedros, es decir, crear los nodos que trasformarán esa geometría, y permitirán el análisis mediante elementos finitos explicados anteriormente.

El elemento seleccionado para el mallado fue un tetraedro de 2.638 mm de arista y superficie lineal, por lo cual transformamos la viga en 112847 elementos finitos.

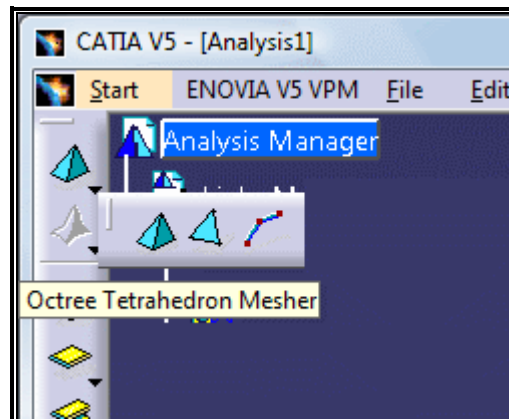


Figura 85. Malla tetraédrica

Para realizar el análisis, entramos en el módulo *Generative Structural Analysis*, eligiendo entre los distintos análisis que nos ofrece el *Frequency Analysis*, el cual nos permite introducir condiciones de contorno, como pudiera ser el empotramiento.

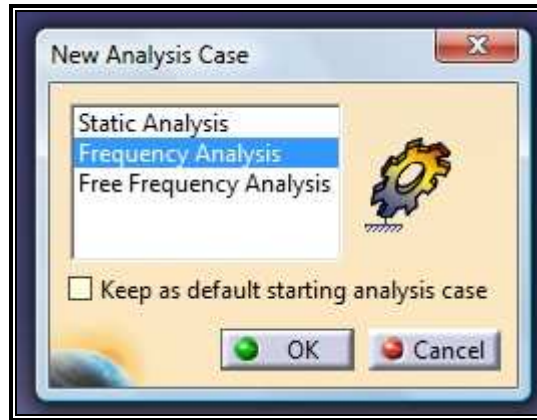


Figura 86. Frequency Analysis

Finalmente añadimos la restricción de empotramiento en un extremo de la barra, que simulará la soldadura realizada y ya solo nos queda calcular los modos normales del elemento, en nuestro caso los 10 primeros.

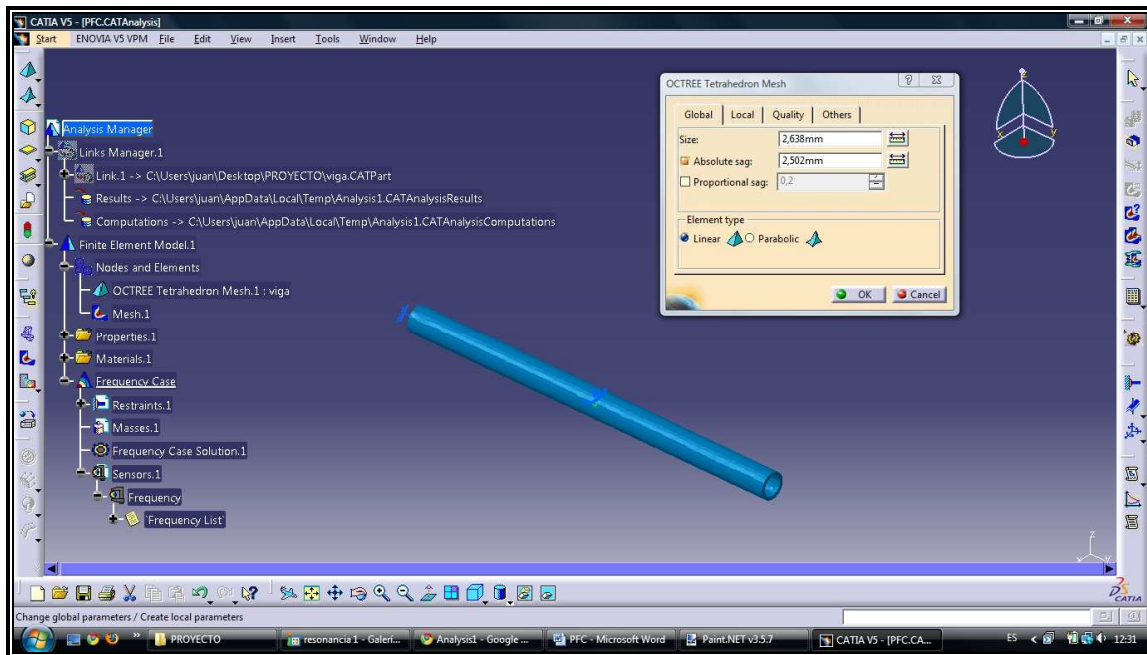


Figura 87. Objeto de estudio en elementos finitos



IV. Resultados y discusión

Donde se presentan de forma lógica los resultados obtenidos así como una interpretación y discusión de los resultados y su significado, indicando la posible similitud y discrepancia con otros trabajos previos.

IV.1 Introducción

Llegamos finalmente al apartado donde se exponen los resultados experimentales de los ensayos realizados a la viga en voladizo. Aquí se expondrán y se intentarán explicar los Diagramas de Bode obtenidos, comparando estos resultados con los logrados mediante técnicas analíticas y mediante simulación en análisis de elementos finitos.

En este capítulo, solo se presentarán los resultados finales, dejando todos los datos con los que se han obtenido estos resultados en los ANEXOS.

IV.2 Modo normal de vibración de una viga en voladizo. Método experimental

Se realizaron 2 ensayos, en los dos se probaron desde la frecuencia 10 Hz hasta la frecuencia 300 Hz con un paso de 5 Hz, después de realizar un primer diagrama de Bode y con el fin de obtener una mayor precisión, se probó desde la frecuencia 30 Hz hasta la frecuencia 40 Hz a un paso de 1 Hz.

Los diagramas de Bode resultantes fueron:

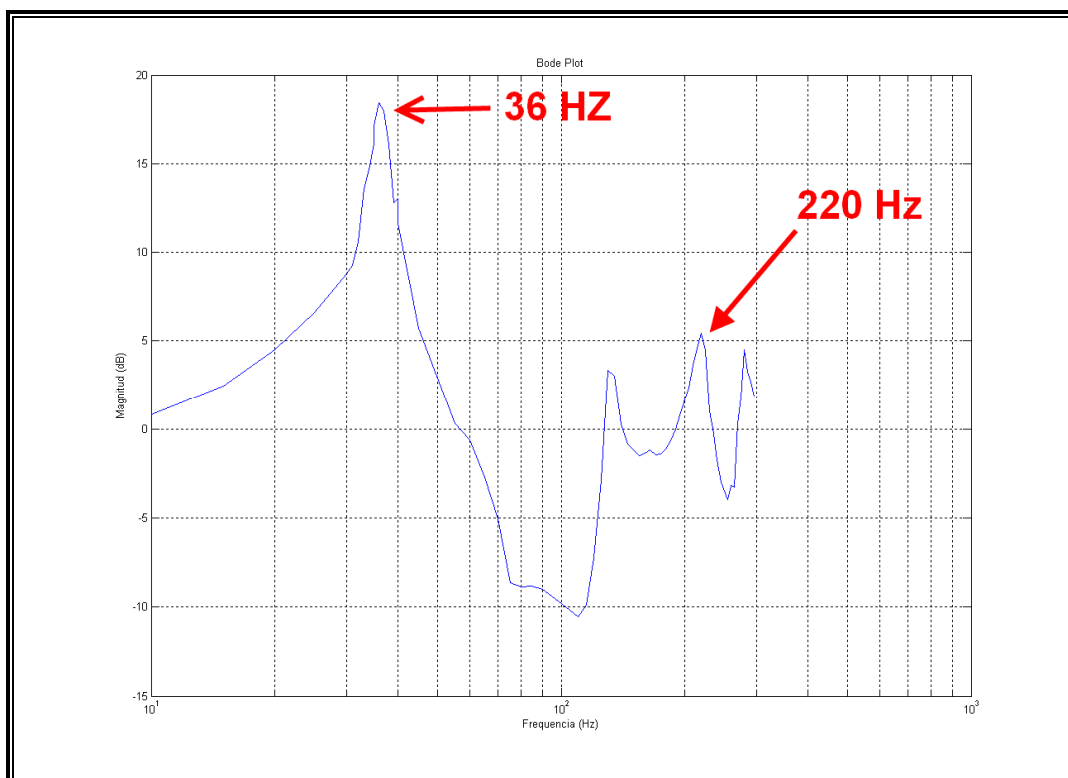


Figura 88. Diagrama de Bode correspondiente al ensayo 1

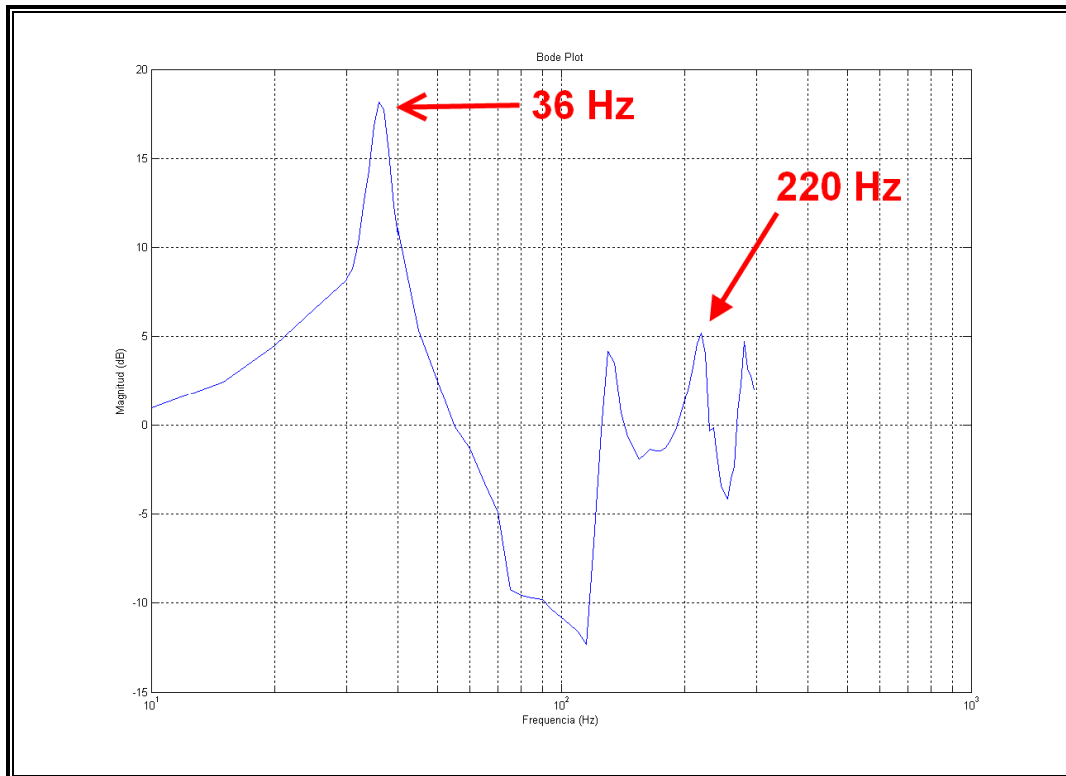


Figura 89. Diagrama de Bode correspondiente al ensayo 2

IV.2.1 Observaciones

Antes de realizar cualquier observación es conveniente comparar este diagrama de Bode real, con el ideal representado en la Figura 14 en la sección II.4.5 *Diagramas de Bode*. Al compararlo se observa la similitud entre los dos en su primera parte, y llama la atención como tras pasar por su frecuencia fundamental, en los dos la ganancia cae en picado.

Una vez visto que el diagrama obtenido guarda cierta similitud con el ideal, y que por tanto, podemos considerar como apropiado, en necesario realizar ciertas observaciones.

La primera sin duda, es lo extremadamente parecidos que resultan los dos ensayos, siendo prácticamente idénticos y teniendo que fijarse en pequeños detalles para darse cuenta que no son exactamente iguales. Como conclusión podemos decir que el ensayo se realizó por tanto correctamente y que no hubo errores experimentales notables en la toma de datos.



Para la siguiente observación es necesario recordar lo dicho en *II.2.7 Modos normales de vibración*

La frecuencia de resonancia más baja del sistema se denomina frecuencia fundamental, y junto con todos sus armónicos (sus múltiplos) constituye el modo fundamental de vibración.

La frecuencia de resonancia siguiente a la fundamental recibe el nombre de primer sobretono y junto con sus múltiplos constituyen el segundo modo de vibración, y así sucesivamente.

En ese Diagrama de Bode se observa claramente como el modo fundamental de vibración (pico a 36 Hz) destaca por encima de los sobretonos (picos en torno a 220 Hz).

Una vez realizado este estudio cualitativo de la forma del Diagrama de Bode, corresponde hacer un análisis cuantitativo de éste.

Se concluye que el modo normal de vibración de esta viga en voladizo se sitúa en 36 Hz. Por tanto para mantener la integridad estructural de esta viga el mayor tiempo posible se deberá evitar esta frecuencia.

Nos surge ahora la pregunta, ¿Es esta frecuencia evitable?

$$36\text{Hz} = 36 \frac{\text{ciclos}}{\text{segundo}} \cdot \frac{1 \text{ revolucion}}{1 \text{ ciclo}} \cdot \frac{60 \text{ segundos}}{1 \text{ minuto}} = 2160 \text{ rpm}$$

Por lo que, si esta viga en voladizo fuera en un automóvil, 2160 rpm sería una frecuencia que no se podría evitar, es decir, si quisiéramos mantener la vida útil de esta viga el mayor tiempo posible tendríamos que modificar su características geométricas para evitar que su modo fundamental de vibración estuviese dentro de las revoluciones en las que se mueve el automóvil.

En muchas ocasiones igual de importante es hallar la frecuencia que ocasionará los mayores desplazamientos (el modo fundamental de vibración) como hallar la frecuencia que provocará los menores desplazamientos. En este caso, la frecuencia que provocará los menores desplazamientos estará entre 110 Hz y 115 Hz.

IV.3 Modo normal de vibración de una viga en voladizo. Método analítico

Para encontrar el modo normal de vibración de una viga en voladizo mediante un método analítico nos valdremos de la ecuación (26) correspondiente a la sección

II.3.3 Frecuencia natural de vibración de una viga en voladizo

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3 \left(m + \frac{33}{140} m_b \right)}}$$

Donde:

$$\begin{cases} E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N / m}^2 \\ I = \frac{\pi R^4}{4} - \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi 0.008^4}{4} - \frac{\pi 0.006^4}{4} = 2.199 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4 \\ L = 0.280 \text{ m} \\ m_b = 0.136 \text{ kg} \\ m = 0 \end{cases}$$

Resultando

$$f = 223.30 \text{ Hz}$$

IV.3.1 Observaciones.

La principal observación que se debe de hacer de este resultado es que no da 36 Hz, como nos daba de forma experimental, ni teniendo en cuenta el 1.5% de diferencia que el autor nos indica que puede existir.

Comprobar que el resultado teórico y práctico es diferente, suele ser común al realizar experimentos, lo importante, en estos casos es analizar la causa de esa diferencia.

Posibles causas.

Al realizar un experimento y no dar el resultado teórico esperado, lo primero que se piensa es que el experimento ha salido mal. Pero cuando realizas más de un ensayo, como hicimos nosotros, y te sigue dando exactamente los mismos resultados, significa entonces que hay una causa oculta que hace que estos sean distintos.

Ocurre, si se observa el Diagrama de Bode, que sí existe un pico a 220 Hz, pero esté está como un sobretono, y no como frecuencia fundamental.

Por tanto, concluimos que, el Diagrama de Bode, es correcto, pero es correcto para todo el sistema y no solo para la viga en voladizo. Es decir al transmitirse la oscilación desde la mesa de vibraciones hasta la viga en voladizo pasando primero por los tornillo que sujetan la placa de utillaje a la mesa y después por la soldadura desde la placa hasta la viga, hacen que la frecuencia fundamental sea de todo ese sistema y no sólo de la viga.

Como consecuencia la frecuencia fundamental de la viga sola, se oculta dentro del Diagrama de Bode de todo el sistema, como un sobretono más.

IV.4 Modo normal de vibración de una viga en voladizo.

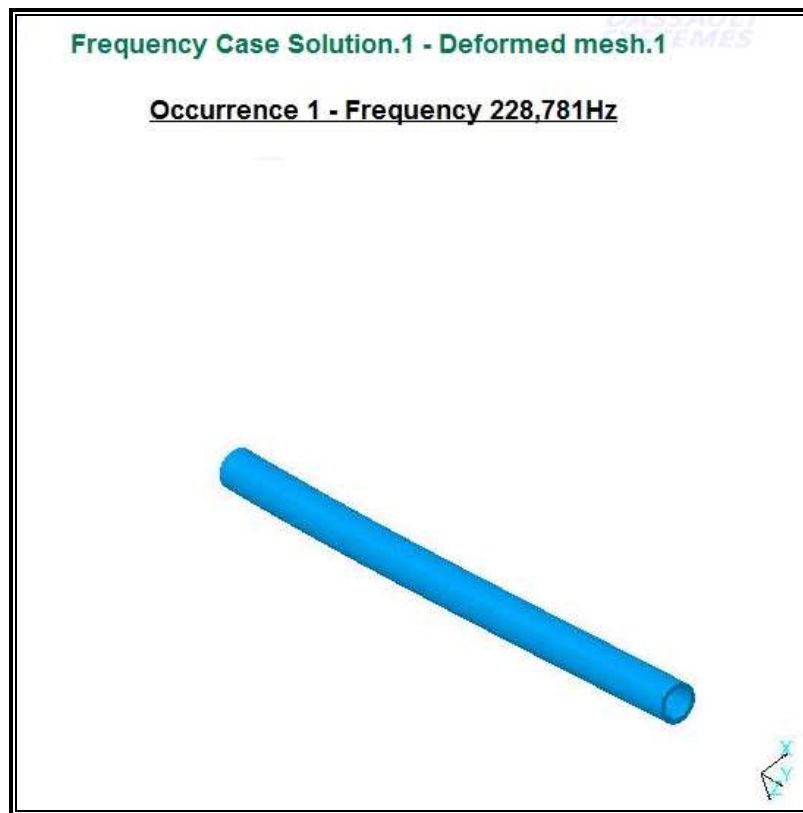
Análisis mediante elementos finitos.

Los resultados obtenidos mediante el análisis por elementos finitos nos lo encontramos en el análisis generado por CATIA cuyo texto completo se adjunta con el proyecto como ANEXO III.

Mode	Frequency Hz	Tx (%)	Ty (%)	Tz (%)	Rx (%)	Ry (%)	Rz (%)
1	2.2878e+002	52.46	0.00	8.88	1.37	0.00	8.09
2	2.2948e+002	8.88	0.00	52.47	8.09	0.00	1.37
3	1.3932e+003	17.00	0.00	2.17	0.56	0.00	4.37
4	1.3973e+003	2.17	0.00	17.01	4.38	0.00	0.56
5	3.2862e+003	0.00	0.00	0.00	0.00	81.08	0.00
6	3.7444e+003	6.05	0.00	0.65	0.28	0.00	2.56
7	3.7564e+003	0.65	0.00	6.04	2.57	0.00	0.28
8	5.0506e+003	0.00	80.94	0.00	0.00	0.00	0.00
9	6.9588e+003	3.16	0.00	0.34	0.17	0.00	1.62
10	6.9750e+003	0.34	0.00	3.16	1.63	0.00	0.18
	Total	90.70	80.94	90.71	19.03	81.08	19.03

Figura 90. Análisis modal hecho con CATIA

El primer modo normal o modo fundamental es



IV.4.1 Observaciones

De nuevo la principal observación es que no da 36 Hz pero sí que da cerca de los 223 Hz que daba el método analítico.

Esto tiene una gran importancia, la primera es que el método analítico funciona, incluso el 1.5% de diferencia que nos advierte el autor se ha cumplido.

El segundo es que al validarse la frecuencia fundamental de la viga en torno a 223 Hz, las razones que dábamos del porqué de la diferencia entre método experimental y teórico concuerdan también para el análisis por elementos finitos.



V. Conclusiones

Donde se exponen de forma resumida, aquellas conclusiones que se derivan de los resultados obtenidos y una valoración final del interés del trabajo.

Como un primer balance del proyecto se resumirán los resultados obtenidos como frecuencia fundamental en el ensayo de la viga en voladizo:

- De forma experimental el primer modo normal se situó en 36 Hz existiendo un sobretono a tener en cuenta en torno a 220 Hz.
- De forma analítica el primer modo normal se situó en 223.3 Hz
- Mediante elementos finitos el primer modo normal de vibración lo hallamos a 228.781 Hz.

En un primer estudio vemos como los valores en torno a 220 Hz concuerdan en los tres casos, resultando coherente tanto analíticamente como por elementos finitos e incluso en la experiencia realizada.

¿Qué ocurre entonces a 36 Hz?

Las diferencias entre el principal valor hallado de forma experimental y el analítico pueden deberse a diversos factores. En primer lugar la idealidad teórica no tiene en cuenta las particularidades existentes en el ensayo, tales como: rozamientos, holguras en el utillaje, imperfecciones en la transmisión de la vibración a lo largo del utillaje, etc. En segundo lugar observando el Diagrama de Bode, se percibe como esa frecuencia de 220 Hz correspondiente a la viga sola, se enmascara como un simple sobretono más del sistema completo, cuya frecuencia fundamental es de 36 Hz.

Por otro lado la similitud entre el resultado obtenido de forma analítica y mediante un análisis de elementos finitos, permiten suponer la validez de estas dos formas de hallar el modo fundamental de vibración de una viga.

Como conclusión obtenemos que en la búsqueda de la frecuencia fundamental de una viga en voladizo, los métodos analíticos y por elementos finitos obtienen resultados similares, mientras que de forma experimental el utillaje puede afectar al resultado, pudiendo ocultarlo como sobretono.

Una vez que hemos enunciado la conclusión del ensayo realizado, conviene recordar como hacia finales del curso 2009-2010 cuando se habló por primera vez de este proyecto, la Universidad de Almería no contaba con nada parecido a un laboratorio de vibraciones, un año después la Universidad cuenta con una base, una semilla de la que nacerán nuevos Proyectos Fin de Carrera cuya temática serán las vibraciones o incluso en un futuro líneas de investigación o doctorados en este campo, consiguiendo

de esta manera, poco a poco, la creación de un verdadero Laboratorio de Vibraciones en la Universidad de Almería.

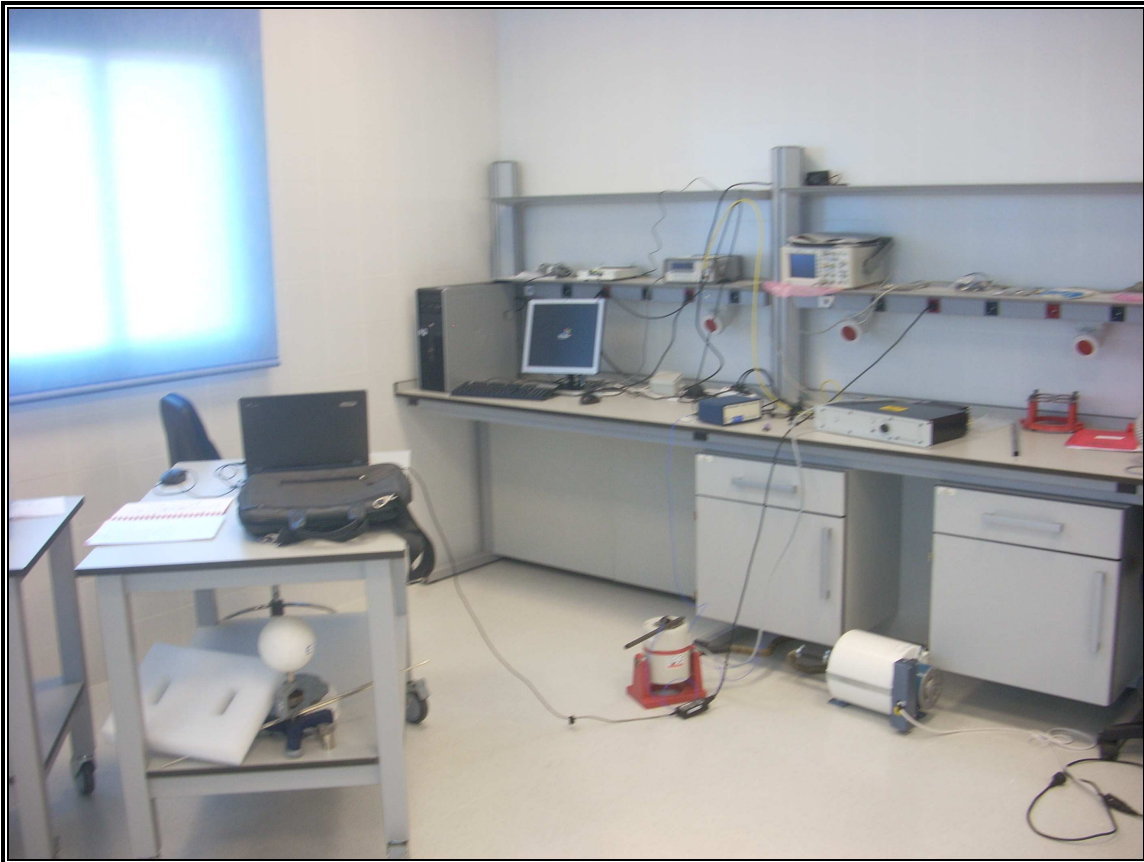


Figura 91

Recordando el objetivo de este proyecto:

La implantación de una mesa de vibraciones que nos permitirá calcular de forma fácil y sencilla, los modos propios de vibración de cualquier mecanismo u objeto de menos de 200 gramos.

Podemos decir que se ha cumplido, en especial la parte que dice *de forma fácil y sencilla*. El barrido automático que hacemos, saltando de una frecuencia a otra, se puede considerar uno de los grandes logros de este proyecto. Como ejemplo diremos que antes de la creación del programa RESONANCIA 1.0 se probó a la realización de un ensayo de forma manual. Este se alargó casi una semana debido al cambio manual de frecuencias una a una y su posterior análisis. Con el programa de MATLAB se pueden analizar más de 500 frecuencias distintas en menos de una hora (dependiendo de la duración de cada ensayo). La comodidad que ofrece poder dejar el ensayo toda la noche probando cientos o incluso miles de frecuencias y volver por la mañana y tener todos



los resultados guardados supone un gran cambio a la hora de plantearse la realización de un ensayo de estas características.

Otro de los grandes logros de este proyecto y que hicieron que fuese de *una forma mucho más fácil y cómoda* la obtención del modo fundamental de vibración es la integración de todo el proceso en una misma aplicación. La adquisición de datos, el cambio automático de frecuencias, la creación del Diagrama de Bode, todo ello se realiza sin salir de MATLAB. Se pudo haber hecho el cambio de frecuencias con el programa nativo que traía el generador de señales, de igual forma se hubiera podido adquirir los datos en programas hechos para este fin, incluso el Diagrama de Bode, se pudo haber hecho en una plantilla Excel. Pero si hubiésemos hecho esto, este ensayo no hubiera sido nada fácil, y nuestra máxima: “Que cualquier persona pueda obtener el modo principal de vibración de un pequeño objeto” no se habría cumplido. Integrando todo dentro de un mismo programa, cualquiera delante del ordenador y simplemente siguiendo los pasos indicados en *III.3.1 Proceso general de Adquisición de Datos* y *III.3.2 Guía de utilización del programa RESONANCIA 1.0* puede obtener esta frecuencia fundamental.

Con estos dos logros, se expresa la firme voluntad de que este proyecto, sea el apoyo de futuros proyectos fin de carrera, ya sea en la utilización de su revisión bibliográfica, en la utilización del programa RESONANCIA 1.0 o simplemente en la utilización de su bibliografía.

A nivel personal la sola realización de este proyecto ha sido un logro. Desde la perspectiva de un estudiante de ingeniería mecánica, tratar temas como los filtros digitales, la adquisición de datos o el control de instrumentos, etc. suponía un reto el solo hecho de encontrar la bibliografía, por ello el desarrollo y la redacción de este proyecto ha sido una verdadera y gratificante aventura.

Se finalizará dando algunas ideas de **futuros proyectos trabajos**:

La primera propuesta será la incorporación de dos acelerómetros. En nuestro caso solo se pudo conseguir un acelerómetro, por tanto los INPUTs y los OUTPUTs se medían por separado y había que parar el ensayo. Con la incorporación de dos acelerómetros (que sólo supondría un pequeño cambio en el módulo *a.m.*), la rapidez del ensayo se multiplicaría por dos.



La segunda propuesta, es hacer un entorno gráfico al programa RESONANCIA 1.0. Usando la aplicación GUIDE del propio MATLAB este trabajo resulta bastante sencillo, la única complicación proviene de las múltiples pantallas que habría que realizar.

La tercera propuesta es la realización práctica de un gran ensayo, comparando distintos elementos, por ejemplo, midiendo la frecuencia fundamental de distintos tipos de viga, ya sea en sección o longitud, o por ejemplo distintos rodamientos.

La cuarta propuesta sería la realización de un utillaje universal, en mayor o menor medida, es decir, implantar la posibilidad de cambiar de elemento rápidamente, sin necesidad de hacer un utillaje especial para cada uno.

La quinta propuesta es la de hacer este equipo portátil.

La sexta y última propuesta consiste en la creación de algún mecanismo que transmita con exactitud las oscilaciones creadas por la mesa de vibraciones, y que solviente el problema de la limitación de 200 gramos de peso que tiene.



VI. Bibliografía

*Donde se incluye un listado alfabético de todas las fuentes bibliográficas
consultadas*

VI.1 Libros

- [1] Artes, M.: *Mecánica*. UNED, 2003.
- [2] Balachandran, B.: *Vibraciones*. Thomson, 2001
- [3] Bastero, J. y Casellas, J.: *Curso de Mecánica*. EUNSA, 1991.
- [4] French, A.P.: *Vibraciones y ondas*. Reverté, 1991.
- [5] Graham Kelly, S.: *Fundamentals of Mechanical Vibrations*. McGraw Hill, 2000
- [6] Marion, J.: *Dinámica clásica de las partículas y sistemas*. Reverté, 2000.
- [7] Moreno, L.: *Ingeniería de control*. Ariel ciencia, 2003
- [8] Ogata, K.: *Ingeniería de control moderna*. Pearson Prentice Hall, 2003.
- [9] Oppenheim, A.: *Señales y Sistemas*. Prentice Hall, 1997.
- [10] Oppenheim, A.: *Tratamiento de señales en tiempo discreto*. Prentice Hall, 2000.
- [11] Paz, M.: *Structural dynamics*. Kluwer Academic Publishers, 2002
- [12] Pérez, C.: *Matlab y sus aplicaciones en las ciencias*, Prentice Hall. 2003
- [13] Pérez, M et al.: *Instrumentación electrónica*. Thomsom, 2004.
- [14] Sears, F.: *Física universitaria*. Pearson Education, 2005.
- [15] Shames, J.: *Mecánica para ingenieros. Dinámica*. Prentice Hall, 1999.
- [16] Shigley, J.: *Diseño en ingeniería mecánica*. McGraw-Hill, 2002.
- [17] Tipler, P.: *Física para la ciencia y la tecnología*. Reverté, 2005.
- [18] Rao, S.: *Mechanical Vibrations*. Prentice Hall, 2010.

VI.2 Artículos científicos

- [19]. Ambrosini, D et al. “Frecuencias naturales de vigas de pared delgada doblemente simétricas”. *Mecánica computacional* Vol. XXIII. Noviembre 2004
- [20]. Guerrero, M et al. “Aplicación del método de elementos finitos al análisis nodal”. *Ingenierías* Vol III. Abril 1990

VI.3 Proyectos fin de carrera

- [21]. Amores, E. *Control de instrumentos mediante el bus GPIB programado con MATLAB*. Ingeniería Técnica de Telecomunicaciones, Universidad Autónoma de Barcelona, 2010.
- [22]. Fernandez, C. *Estudio de la frecuencia crítica del Air-Box perteneciente a la moto2 diseñada por la Universidad Carlos III de Madrid*. Ingeniería Industrial, Universidad Carlos III, 2011.
- [23]. Muñoz, J. *Vibraciones de vigas de sección variable*. Ingeniería Industrial, Universidad Carlos III, 2009.



VI.4 Normas

- [24]. International Electro technical Commission. Environmental testing – Part 2-6: Test – Test Fc: Vibration (sinusoidal). International Standard CEI 60068-2-6:2007, Edition 7.0.

VI.5 Manuales

- [25]. Mathworks: *Instrument Control Toolbox 2*. 2010
- [26]. Mathworks: *Data Acquisition Toolbox 2*. 2010



VII. ANEXOS

VII.1 ANEXO I: Plano de conexiones

Una vez que se ha explicado de forma general, la manera que tienen de comunicarse los distintos aparatos utilizados, véase III.2.2 *Comunicación de los distintos instrumentos* nos dispondremos a representar esa conexión mediante un plano, adjuntando las imágenes necesarias para hacerse una idea de las conexiones realizadas.

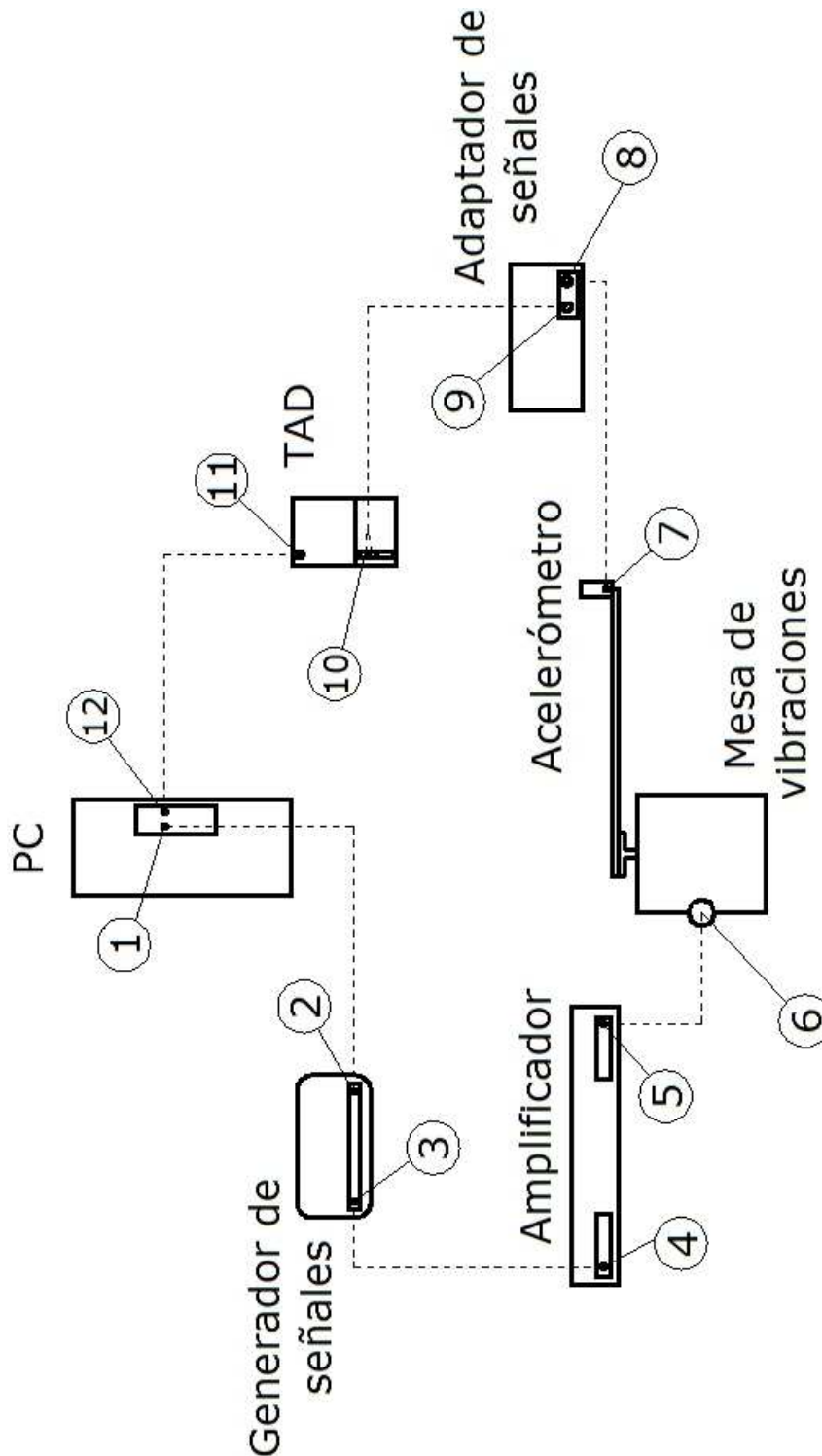


Figura 92. 1) Conexión en el PC mediante un cable de red que comunica con el generador de señales. 12) Conexión en el PC mediante cable USB que comunica con la tarjeta de adquisición de datos.

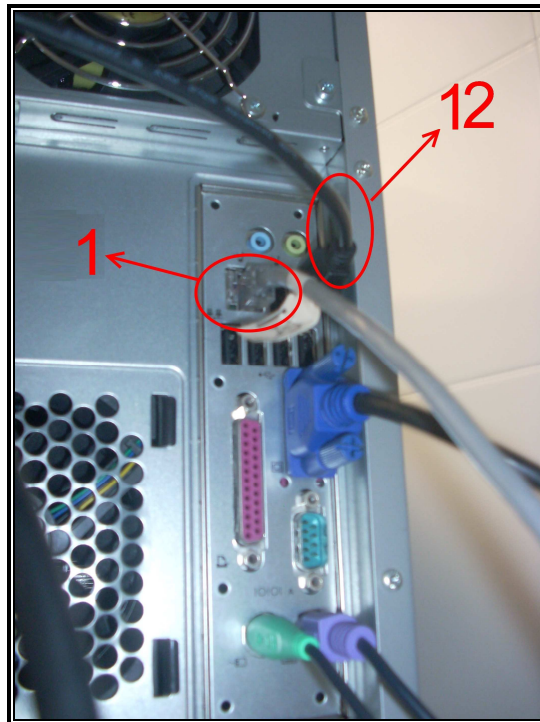


Figura 92.PC

Figura 93. 2) Conexión en el generador de señales mediante un cable de red que comunica con PC.

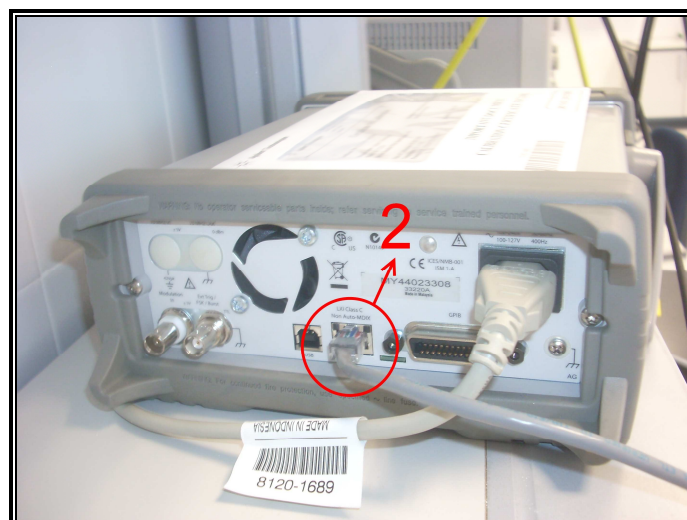


Figura 93. Generador de funciones

Figura 94. 3) Conexión BNC en el generador de señales que comunica con amplificador.

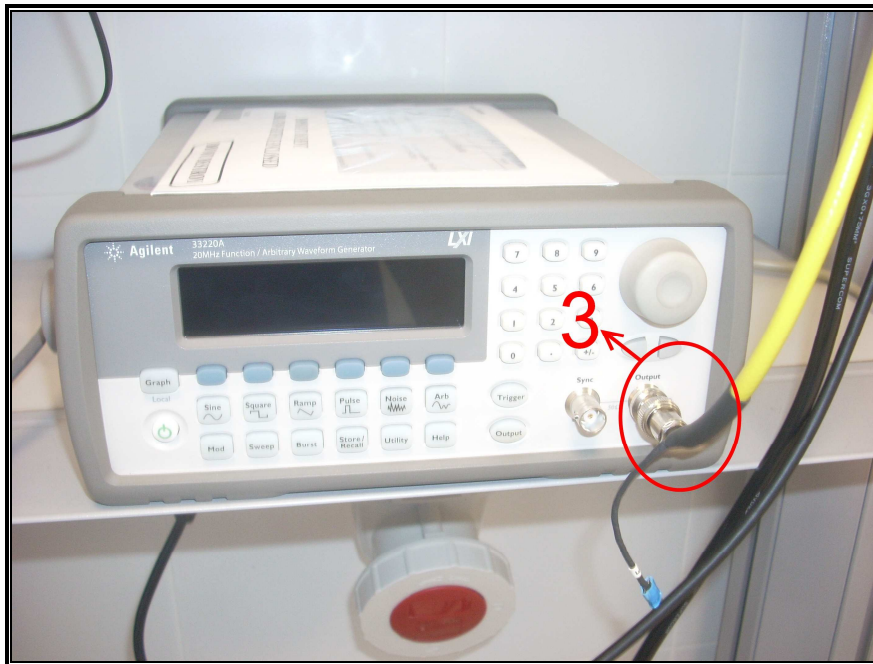


Figura 94. Generador de funciones

Figura 95. 4) Conexión triaxial en el amplificador que comunica con generador de señales con 5) Conexión especial en el amplificador que une con la mesa de vibraciones.

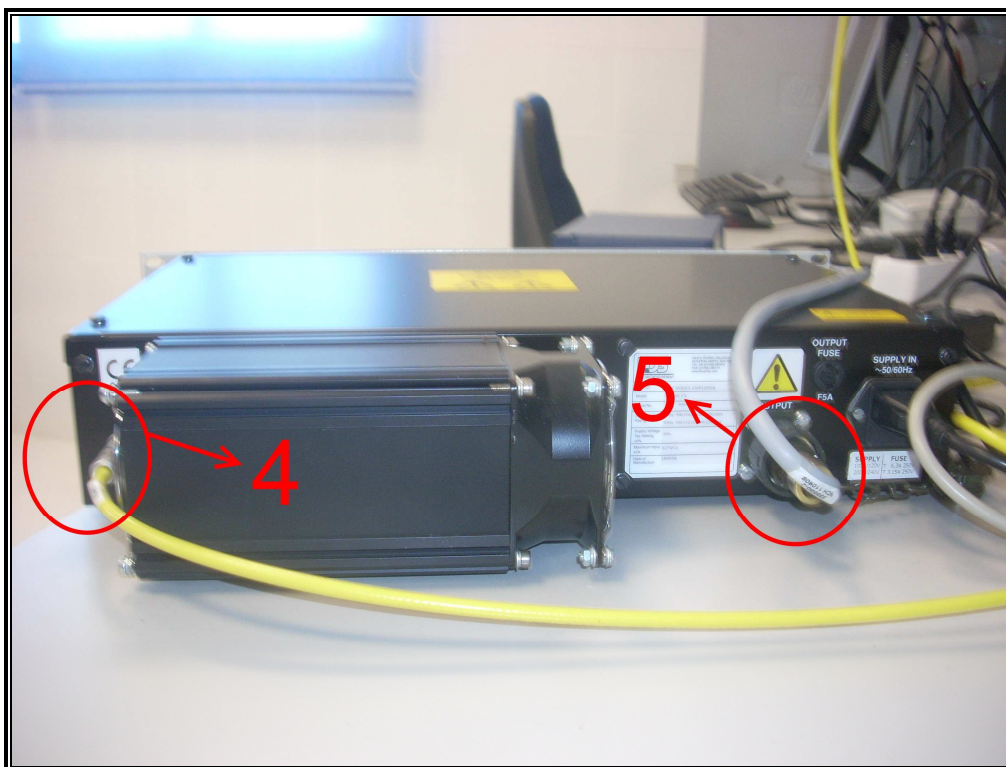


Figura 95. Amplificador

Figura 96. 6) Conexión especial en la mesa de vibraciones que comunica con el amplificador.



Figura 96. Mesa de vibraciones

Figura 97. 7) Conexión especial en el acelerómetro que une con el adaptador de señales.

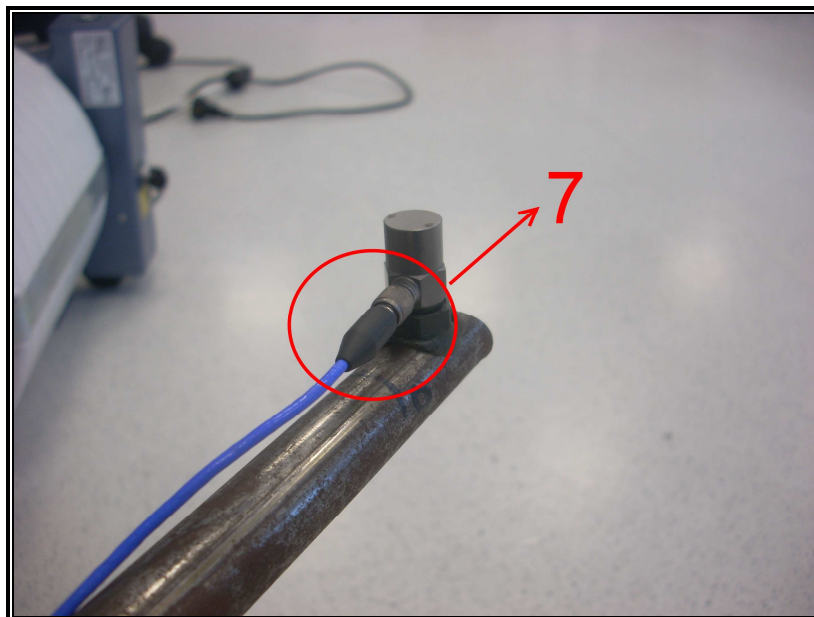


Figura 97. Acelerómetro

Figura 98. 8) Conexión BNC en el adaptador de señales que une al acelerómetro. 9) conexión BNC que une con la tarjeta de adquisición de datos.

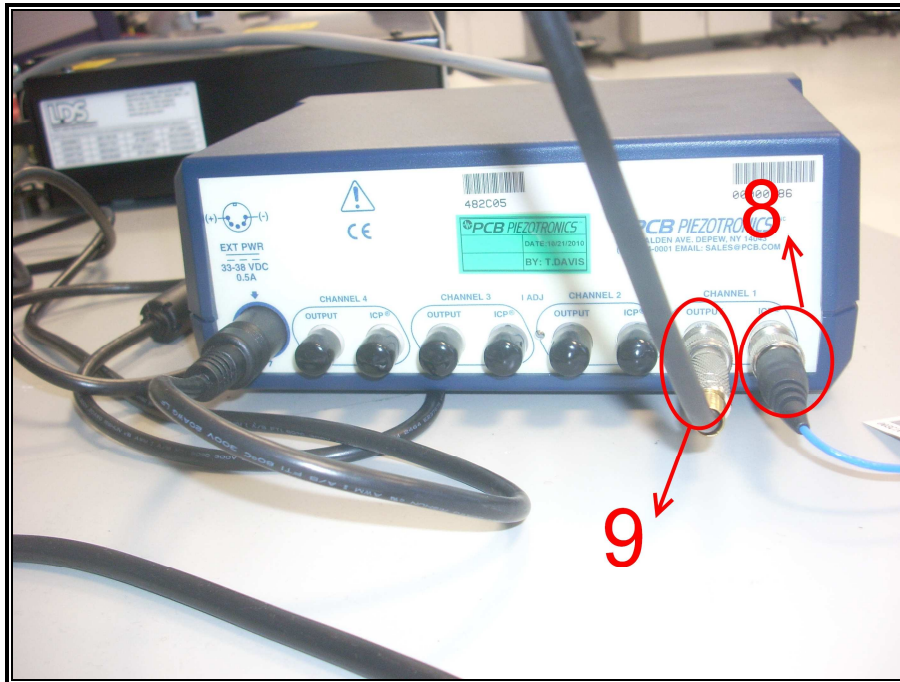


Figura 98. Adaptador de señales

Figura 99. 10) Conexión en la tarjeta de adquisición de datos con el adaptador de señales.

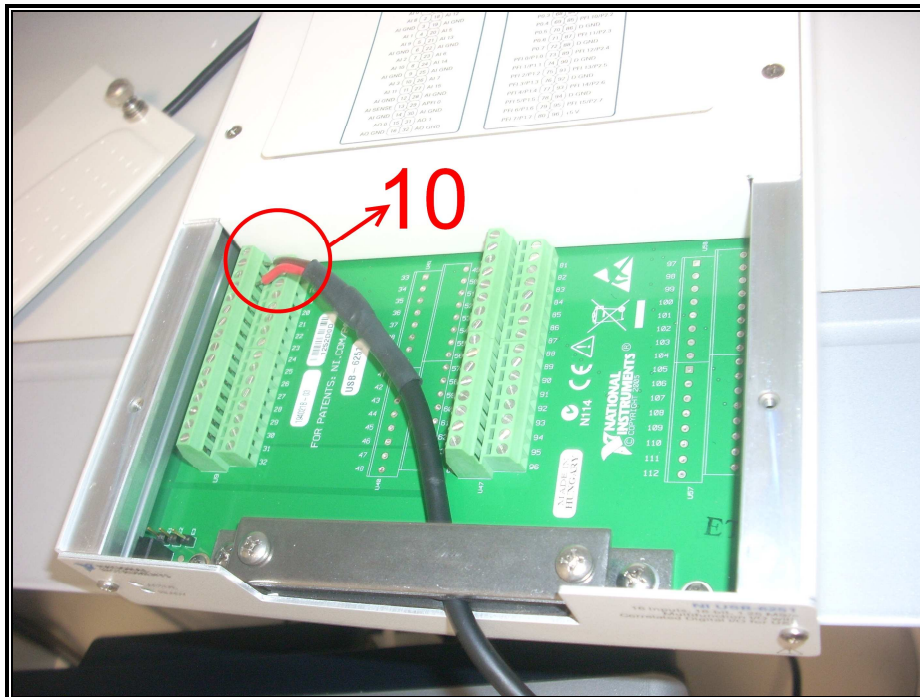


Figura 99. TAD

Figura 100. 11) conexión mediante USB en la tarjeta de adquisición de datos que comunica con el PC

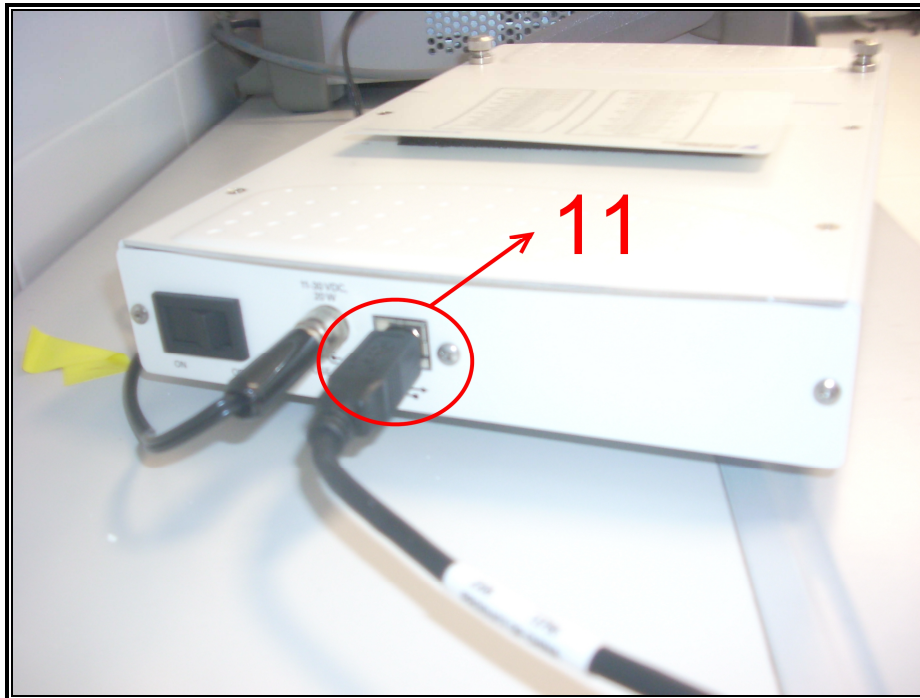


Figura 100. TAD

Finalmente el sistema montado queda.

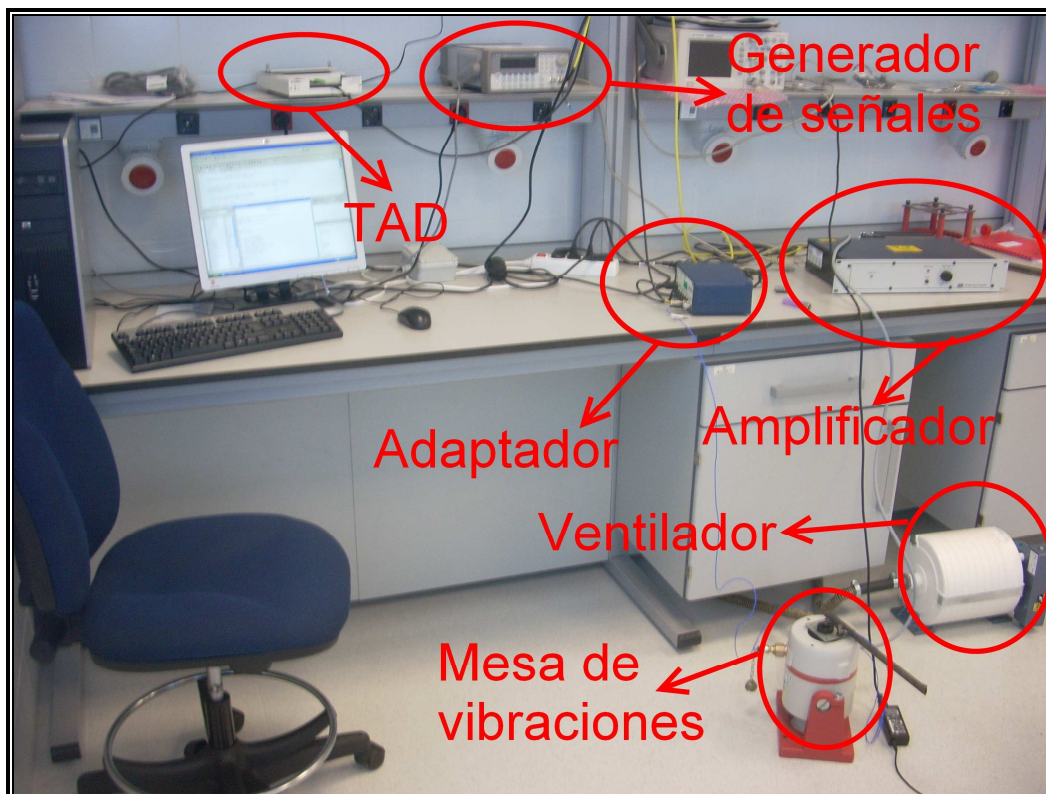


Figura 101.



```
    salir_freq_barrido=input('Para salir pulse 0: ');  
end
```

VII.2.4 daq.m

Módulo que se encarga de la adquisición de datos y la comunicación con la TAD.

```
function [maxfreq, amp_daq]=daq(duration)  
  
    %-----CREAMOS EL DEVICE OBJECT-----  
    -----  
    AI=analoginput('nidaq','dev1'); %AI= Analog Input  
  
    %-----AÑADIMOS LOS CANALES-----  
    -----  
    AI.InputType='SingleEnded'; %Ground-Reference Setting (Tipo de  
    conexion de los cables)  
    addchannel(AI,0,'Canal 0'); % Dentro del device objet creamos el  
    "canal 0"  
  
    %-----CONFIGURAMOS LAS PROPIEDADES-----  
    -----  
    %duration=10; %Segundos de adquisicion de datos  
  
    set(AI,'SampleRate', 10000); % Modificamos el valor de SampleRate  
    [Muestras/segundo]  
    ActualRate = get(AI,'SampleRate'); % A la variable ActualRate le  
    asignamos el valor antes modificado  
  
    set(AI,'SamplesPerTrigger', duration*ActualRate); % N° de muestras  
    por trigger= [muestras/segundo]*[segundos]=[muestras]  
  
    wait(AI, duration+1) %esperamos a que se estabilice a la nueva  
    frecuencia.  
    %-----ADQUIRIMOS LOS DATOS-----  
    -----  
    start(AI) %Comenzamos la adquisicion de datos  
    wait(AI, duration+1) %Esperamos un segundo antes de utilizar los  
    datos obtenidos  
  
    %-----EXTRAEMOS LOS DATOS-----  
    -----  
    [data,time]=getdata(AI); %Extraemos los datos  
  
    %-----Filtro-----  
    -----  
    % fs=ActualRate;  
    % wo = 2*50/fs; bw = wo/70;  
    % [b,a] = iirnotch(wo,bw,25);  
    % data2 = filter(b,a,data);  
    % data=data2;
```




```
fprintf('-----\n');  
fprintf('Resultados [FUNCION DE TRANSFERENCIA]\n');  
fprintf('-----\n\n');  
Ts=0;  
z = iddata(salida(:,2),entrada(:,2),Ts,'Frequency',salida(:,1))  
%Creamos el objeto con los datos.  
fprintf('\n_____ \n\n\n')  
  
m=pem(z) %Buscamos la representacion en el espacio de estados  
  
pause
```



VII.3 Resultados de los ensayos experimentales

ENSAYO 1

Datos de INPUT		Datos de OUTPUT	
Freq (Hz)	Amp (m/s ²)	Freq (Hz)	Amp (m/s ²)
=====	=====	=====	=====
10.0000	6.9281	10.0000	7.6118
15.0000	16.5092	15.0000	21.9454
20.0000	30.4291	20.0000	51.0715
25.0000	41.8753	25.0000	89.7401
30.0000	42.6933	30.0000	117.4458
30.0000	42.5981	30.0000	117.1218
31.0000	40.0401	31.0000	116.3411
32.0000	34.7877	32.0000	118.0353
33.0000	26.0191	33.0000	124.1846
34.0000	24.6819	34.0000	133.8429
35.0000	22.6660	35.0000	144.4460
35.0000	20.4898	35.0000	147.0274
36.0000	19.1401	36.0000	159.8421
37.0000	20.2364	37.0000	160.0794
38.0000	22.9447	38.0000	145.5500
39.0000	28.0509	39.0000	122.5497
40.0000	25.0832	40.0000	112.6038
40.0000	28.7435	40.0000	109.8663
45.0000	39.7660	45.0000	76.7166
55.0000	50.9095	55.0000	52.8692
60.0000	51.7759	60.0000	48.2519
65.0000	48.8386	65.0000	35.7147
70.0000	38.4346	70.0000	21.4883
75.0000	50.7763	75.0000	18.7934
80.0000	51.3987	80.0000	18.4699
85.0000	48.8356	85.0000	17.6573
90.0000	46.1197	90.0000	16.3582
95.0000	41.7569	95.0000	14.2018
105.0000	39.0313	105.0000	12.0655
110.0000	38.5453	110.0000	11.4455
115.0000	35.7320	115.0000	11.4179
120.0000	32.7628	120.0000	14.2723
125.0000	28.3516	125.0000	20.4153
130.0000	28.5910	130.0000	41.8950
135.0000	42.6945	135.0000	60.4895
140.0000	49.8408	140.0000	51.4764
145.0000	43.3579	145.0000	39.2293
155.0000	38.6227	155.0000	32.4636
160.0000	39.3980	160.0000	33.6138
165.0000	38.7103	165.0000	33.8295
170.0000	37.7384	170.0000	31.9647
175.0000	36.2290	175.0000	30.7923
180.0000	34.5778	180.0000	30.3851
185.0000	32.8595	185.0000	30.4874
190.0000	30.9100	190.0000	30.8963
195.0000	27.4566	195.0000	29.9850
205.0000	23.8709	205.0000	31.2486
210.0000	23.3933	210.0000	35.5215
215.0000	22.0801	215.0000	37.5331
220.0000	22.0777	220.0000	41.1850



225.0000	25.1445	225.0000	42.0528
230.0000	36.9228	230.0000	41.5381
235.0000	40.9388	235.0000	39.6877
240.0000	38.6757	240.0000	31.6721
245.0000	34.3798	245.0000	24.2986
255.0000	29.5685	255.0000	18.7108
260.0000	29.1701	260.0000	20.1831
265.0000	31.6232	265.0000	21.6321
270.0000	24.3483	270.0000	25.2323
275.0000	23.9833	275.0000	29.3552
280.0000	19.6651	280.0000	32.9804
285.0000	23.6871	285.0000	34.3395
290.0000	23.6131	290.0000	32.1619
295.0000	23.7228	295.0000	29.3957

ENSAYO 2

Datos de INPUT		Datos de SALIDA	
Freq (Hz)	Amp (m/s ²)	Freq (Hz)	Amp (m/s ²)
=====	=====	=====	=====
10.0000	6.8878	10.0000	7.6955
15.0000	16.6366	15.0000	22.0515
20.0000	30.6663	20.0000	51.4544
25.0000	42.2998	25.0000	89.7700
30.0000	42.2581	30.0000	108.6682
30.0000	42.2716	30.0000	109.6005
31.0000	39.1652	31.0000	107.7663
32.0000	33.6672	32.0000	109.2099
33.0000	27.5569	33.0000	117.8600
34.0000	24.6253	34.0000	128.3242
35.0000	20.4943	35.0000	141.9084
35.0000	20.4795	35.0000	141.5510
36.0000	19.1581	36.0000	155.4069
37.0000	20.5751	37.0000	158.5108
38.0000	22.9476	38.0000	134.9043
39.0000	27.7458	39.0000	114.9155
40.0000	31.1664	40.0000	106.7605
40.0000	29.5215	40.0000	104.8996
45.0000	39.9906	45.0000	73.8681
55.0000	50.5276	55.0000	49.8981
60.0000	52.1084	60.0000	44.6980
65.0000	48.5943	65.0000	33.2931
70.0000	36.7109	70.0000	20.8740
75.0000	51.3927	75.0000	17.6938
80.0000	51.3336	80.0000	17.0111
85.0000	48.9001	85.0000	15.9789
90.0000	46.0897	90.0000	14.8805
95.0000	41.7645	95.0000	12.6879
105.0000	38.8759	105.0000	10.7105
110.0000	38.4257	110.0000	10.0657
115.0000	35.6448	115.0000	8.6415
120.0000	32.8892	120.0000	15.3612
125.0000	28.8767	125.0000	27.7952
130.0000	30.3131	130.0000	49.0414
135.0000	44.0175	135.0000	66.0826



140.0000	48.5065	140.0000	52.5345
145.0000	42.6852	145.0000	39.4246
155.0000	38.1839	155.0000	30.5533
160.0000	38.6629	160.0000	31.9439
165.0000	37.7991	165.0000	32.2606
170.0000	36.6810	170.0000	31.0247
175.0000	35.2546	175.0000	29.7424
180.0000	33.8340	180.0000	29.2557
185.0000	32.2945	185.0000	29.2235
190.0000	30.4707	190.0000	29.4564
195.0000	27.1807	195.0000	28.6542
205.0000	23.8397	205.0000	30.6226
210.0000	23.3535	210.0000	34.1983
215.0000	21.5819	215.0000	36.6865
220.0000	21.5306	220.0000	39.1670
225.0000	24.7626	225.0000	39.5139
230.0000	37.6709	230.0000	36.2477
235.0000	44.6453	235.0000	43.7418
240.0000	38.6036	240.0000	31.6214
245.0000	34.0336	245.0000	22.9813
255.0000	28.8628	255.0000	17.8929
260.0000	27.8261	260.0000	19.7244
265.0000	28.2512	265.0000	21.5429
270.0000	23.2446	270.0000	25.2582
275.0000	22.4472	275.0000	29.2273
280.0000	19.1500	280.0000	33.0459
285.0000	23.7633	285.0000	34.4253
290.0000	23.1584	290.0000	31.9964
295.0000	23.2495	295.0000	29.1769

Mostramos a continuación los resultados del diagrama de bode ordenados por ganancia.

ENSAYO 1

Frecuencias ordenadas por nivel de ganancia	
Freq (Hz)	Amp (dB)
=====	=====
110.0000	-10.5467
105.0000	-10.1973
115.0000	-9.9095
95.0000	-9.3677
90.0000	-9.0030
80.0000	-8.8898
85.0000	-8.8363
75.0000	-8.6331
120.0000	-7.2178
70.0000	-5.0504
255.0000	-3.9747
265.0000	-3.2981
260.0000	-3.1990
245.0000	-3.0144
125.0000	-2.8524



65.0000	-2.7183
240.0000	-1.7352
155.0000	-1.5089
170.0000	-1.4422
175.0000	-1.4123
160.0000	-1.3791
165.0000	-1.1706
180.0000	-1.1227
145.0000	-0.8692
185.0000	-0.6508
60.0000	-0.6123
235.0000	-0.2696
190.0000	-0.0039
140.0000	0.2805
270.0000	0.3097
55.0000	0.3281
195.0000	0.7652
10.0000	0.8175
230.0000	1.0230
275.0000	1.7555
295.0000	1.8624
205.0000	2.3392
15.0000	2.4723
290.0000	2.6838
135.0000	3.0262
285.0000	3.2256
130.0000	3.3187
210.0000	3.6280
225.0000	4.4671
280.0000	4.4912
20.0000	4.4978
215.0000	4.6083
220.0000	5.4157
45.0000	5.7075
25.0000	6.6206
30.0000	8.7849
30.0000	8.7896
31.0000	9.2648
32.0000	10.6117
40.0000	11.6465
39.0000	12.8073
40.0000	13.0434
33.0000	13.5755
34.0000	14.6843
38.0000	16.0466
35.0000	16.0866
35.0000	17.1172
37.0000	17.9640
36.0000	18.4349

ENSAYO 2

Frecuencias ordenadas por nivel de ganancia	
Freq (Hz)	Amp (dB)
=====	=====
115.0000	-12.3081



110.0000	-11.6355
105.0000	-11.1975
95.0000	-10.3483
90.0000	-9.8197
85.0000	-9.7152
80.0000	-9.5934
75.0000	-9.2616
120.0000	-6.6126
70.0000	-4.9038
255.0000	-4.1532
245.0000	-3.4107
65.0000	-3.2846
260.0000	-2.9890
265.0000	-2.3547
155.0000	-1.9364
240.0000	-1.7329
160.0000	-1.6581
175.0000	-1.4768
170.0000	-1.4547
165.0000	-1.3762
60.0000	-1.3324
180.0000	-1.2629
185.0000	-0.8679
145.0000	-0.6902
230.0000	-0.3345
125.0000	-0.3316
190.0000	-0.2940
235.0000	-0.1776
55.0000	-0.1089
195.0000	0.4586
140.0000	0.6929
270.0000	0.7216
10.0000	0.9631
295.0000	1.9725
205.0000	2.1748
275.0000	2.2925
15.0000	2.4475
290.0000	2.8078
285.0000	3.2194
210.0000	3.3130
135.0000	3.5292
225.0000	4.0591
130.0000	4.1787
20.0000	4.4952
215.0000	4.6083
280.0000	4.7390
220.0000	5.1973
45.0000	5.3300
25.0000	6.5358
30.0000	8.2038
30.0000	8.2753
31.0000	8.7917
32.0000	10.2211
40.0000	10.6945
40.0000	11.0127
39.0000	12.3436
33.0000	12.6227



Montaje y programación bajo MATLAB de una mesa de ensayos de vibraciones

34.0000	14.3386
38.0000	15.3858
35.0000	16.7918
35.0000	16.8075
37.0000	17.7343
36.0000	18.1824



VII.4 ANEXO III: Informe del análisis por elementos finitos

Analysis1

MESH:

Entity	Size
Nodes	4259
Elements	12847

ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE4	12847 (100,00%)

ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Stretch	12847 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	0,365	0,658
Aspect Ratio	12847 (100,00%)	0 (0,00%)	0 (0,00%)	3,365	1,758

Materials.1

Material	Steel
Young's modulus	2e+011N_m2
Poisson's ratio	0,266
Density	7860kg_m3
Coefficient of thermal expansion	1,17e-005_Kdeg
Yield strength	2,5e+008N_m2

Frequency Case

Boundary Conditions

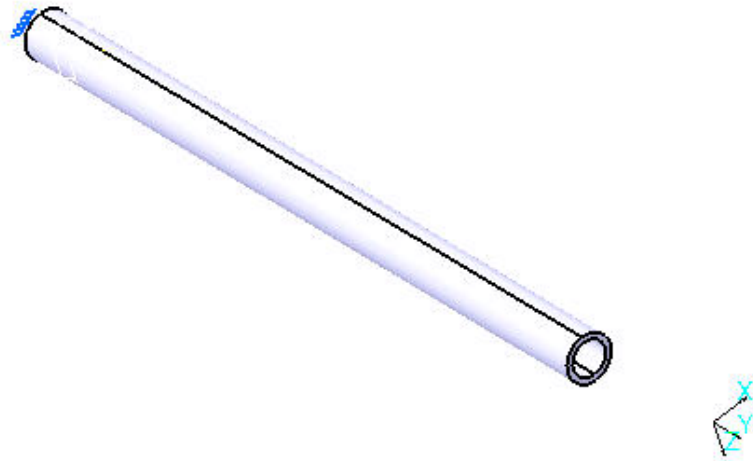


Figure 1

STRUCTURE Computation

Number of nodes	:	4259
Number of elements	:	12847
Number of D.O.F.	:	12777
Number of Contact relations	:	0
Number of Kinematic relations	:	0

Linear tetrahedron	:	12847
--------------------	---	-------

RESTRAINT Computation

Name: Restraints.1

Number of S.P.C : 120

STRUCTURAL MASS Computation

Name: StructuralMassSet.1

Number of lines	:	12777
Number of coefficients	:	217812
Number of blocks	:	1
	:	217812

Maximum number of coefficients per bloc : 2 . 54 Mb
 Total matrix size

Structural mass : 1.752e-001 kg

Inertia center coordinates

Xg : -2 . 791e-003 mm
 Yg : 1 . 250e+002 mm
 Zg : -3 . 412e-003 mm

Inertia tensor at origin: kgxm2

3.655e-003	1.002e-007	-2.156e-009
1.002e-007	8.616e-006	5.524e-008
-2.156e-009	5.524e-008	3.655e-003

Name: Computed Masses.1

Number of lines : 12777
 Number of coefficients : 12777
 Number of blocks : 1
 Maximum number of coefficients per bloc : 12777
 Total matrix size : 0 . 19 Mb

Additional mass : 0.000e+000 kg

Inertia center coordinates

Xg : 0 . 000e+000 mm
 Yg : 0 . 000e+000 mm
 Zg : 0 . 000e+000 mm

Inertia tensor at origin: kgxm2

0.	0.	0.
0.	0.	0.
0.	0.	0.

STIFFNESS Computation

Number of lines : 12777
 Number of coefficients : 217812
 Number of blocks : 1
 Maximum number of coefficients per bloc : 217812
 Total matrix size : 2 . 54 Mb

SINGULARITY Computation

Restraint: Restraints.1

Number of local singularities : 0
 Number of singularities in translation : 0
 Number of singularities in rotation : 0
 Generated constraint type : MPC

CONSTRAINT Computation

Restraint: Restraints.1

Number of constraints : 120
 Number of coefficients : 0
 Number of factorized constraints : 120
 Number of coefficients : 0
 Number of deferred constraints : 0

FACTORIZED Computation

Method : SPARSE
 Number of factorized degrees : 12657
 Number of supernodes : 1204
 Number of overhead indices : 72186
 Number of coefficients : 1538931
 Maximum front width : 324
 Maximum front size : 52650
 Size of the factorized matrix (Mb) : 11 . 7411
 Number of blocks : 2
 Number of Mflops for factorization : 2 . 809e+002
 Number of Mflops for solve : 6 . 219e+000
 Minimum relative pivot : 5 . 723e-004

Minimum and maximum pivot

Value	Dof	Node	x (mm)	y (mm)	z (mm)

5.6640e+005	Tz	4259	4.3555e+000	2.1303e+002	4.1267e+000
1.8732e+009	Tx	2142	- 4.8737e+000	1.2233e+002	- 6.3440e+000

Minimum pivot

Value	Dof	Node	x (mm)	y (mm)	z (mm)
7.7565e+005	Tx	4259	4.3555e+000	2.1303e+002	4.1267e+000
1.0992e+007	Tx	4258	- 3.9193e+000	2.4683e+002	- 4.5430e+000
1.5207e+007	Tz	4258	- 3.9193e+000	2.4683e+002	- 4.5430e+000
3.9260e+007	Tz	4257	- 4.3721e+000	2.5412e+000	4.1091e+000
6.0551e+007	Ty	4259	4.3555e+000	2.1303e+002	4.1267e+000
6.3699e+007	Tz	3913	5.9997e+000	1.4743e+002	-6.0600e-002
6.9552e+007	Tx	3913	5.9997e+000	1.4743e+002	-6.0600e-002
9.5332e+007	Tz	2764	- 2.6838e+000	2.2798e+002	7.5364e+000
9.7718e+007	Tz	4251	- 3.9641e+000	1.8960e+001	- 4.5040e+000

Translational pivot distribution

Value	Percentage
10.E5 --> 10.E6	1.5802e-002
10.E6 --> 10.E7	0.0000e+000
10.E7 --> 10.E8	6.3206e-002
10.E8 --> 10.E9	9.5102e+001
10.E9 --> 10.E10	4.8195e+000

FREQUENCY Computation

Frequency: Frequency Case Solution.1

Restraint: Restraints.1

Mass: Masses.1

Structural mass is taken into account

Total mass : 1.752e-001 kg

Inertia center coordinates

Xg : -2 . 791e-003 mm
 Yg : 1 . 250e+002 mm
 Zg : -3 . 412e-003 mm

Inertia tensor at inertia center: kgxm2

9.171e-004 3.904e-008 -2.154e-009
 3.904e-008 8.616e-006 -1.949e-008
 -2.154e-009 -1.949e-008 9.171e-004

Number of computed modes : 10
 Boundary condition for modes computation : clamped
 Number of iterations already performed : 0
 Total Number of iterations performed : 3
 Relative eigenvalues tolerance required : 1 . 000e-003
 Relative eigenvalues tolerance obtained : 8 . 348e-004

Mode number	Frequency Hz	Stability
1	2.2878e+002	2.2044e-012
2	2.2948e+002	3.0048e-013
3	1.3932e+003	7.7317e-008
4	1.3973e+003	6.0645e-008
5	3.2862e+003	1.5748e-006
6	3.7444e+003	2.5408e-005
7	3.7564e+003	1.1647e-005
8	5.0506e+003	8.8175e-005

9	6.9588e+003	6.1707e-004
10	6.9750e+003	8.3485e-004

Modal participation :

Mode	Frequency Hz	Tx (%)	Ty (%)	Tz (%)	Rx (%)	Ry (%)	Rz (%)
1	2.2878e+002	52.46	0.00	8.88	1.37	0.00	8.09
2	2.2948e+002	8.88	0.00	52.47	8.09	0.00	1.37
3	1.3932e+003	17.00	0.00	2.17	0.56	0.00	4.37
4	1.3973e+003	2.17	0.00	17.01	4.38	0.00	0.56
5	3.2862e+003	0.00	0.00	0.00	0.00	81.08	0.00
6	3.7444e+003	6.05	0.00	0.65	0.28	0.00	2.56
7	3.7564e+003	0.65	0.00	6.04	2.57	0.00	0.28
8	5.0506e+003	0.00	80.94	0.00	0.00	0.00	0.00
9	6.9588e+003	3.16	0.00	0.34	0.17	0.00	1.62
10	6.9750e+003	0.34	0.00	3.16	1.63	0.00	0.18
	Total	90.70	80.94	90.71	19.03	81.08	19.03

Frequency Case Solution.1 - Deformed mesh.1

Occurrence 1 - Frequency 228,781Hz

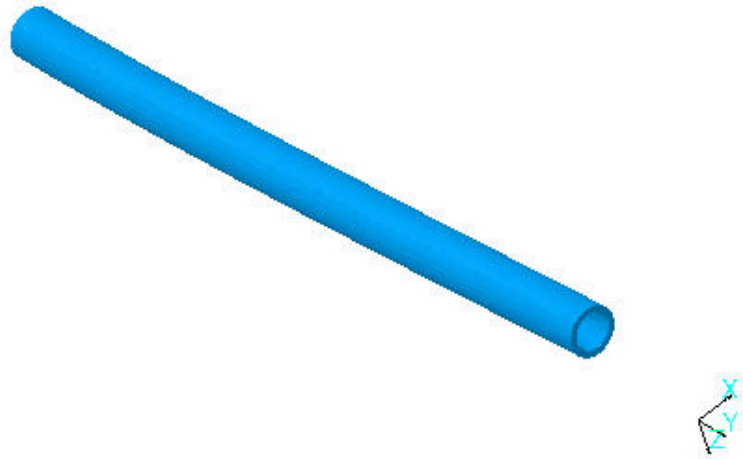


Figure 2

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 2 - Frequency 229,481Hz

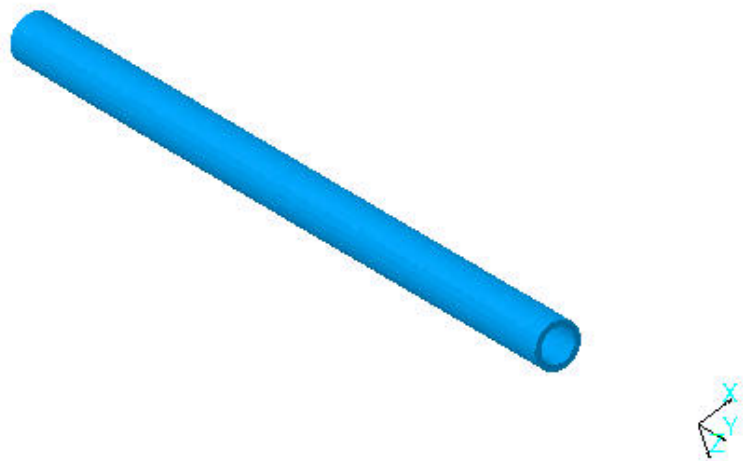


Figure 3

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 3 - Frequency 1393,2Hz

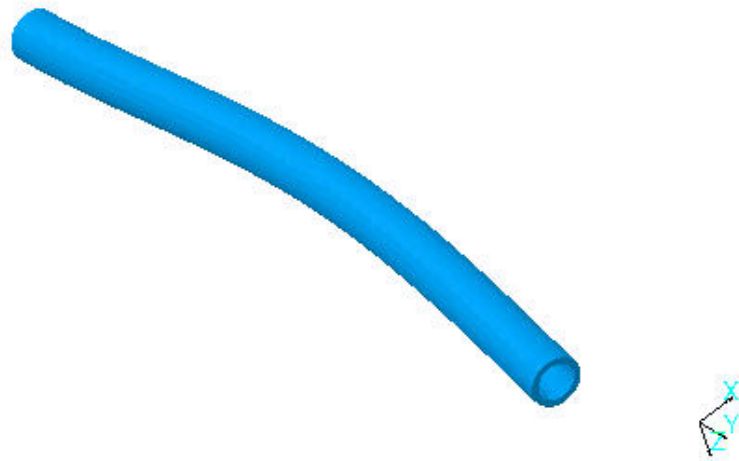


Figure 4

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 4 - Frequency 1397,28Hz

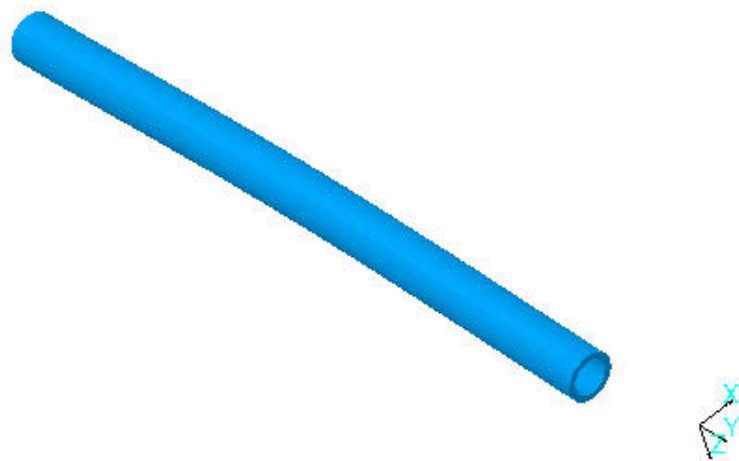


Figure 5

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 5 - Frequency 3286,18Hz

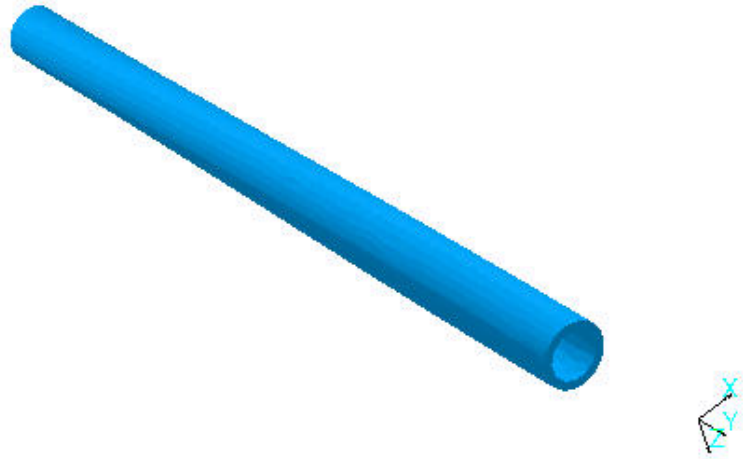


Figure 6

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 6 - Frequency 3744,37Hz

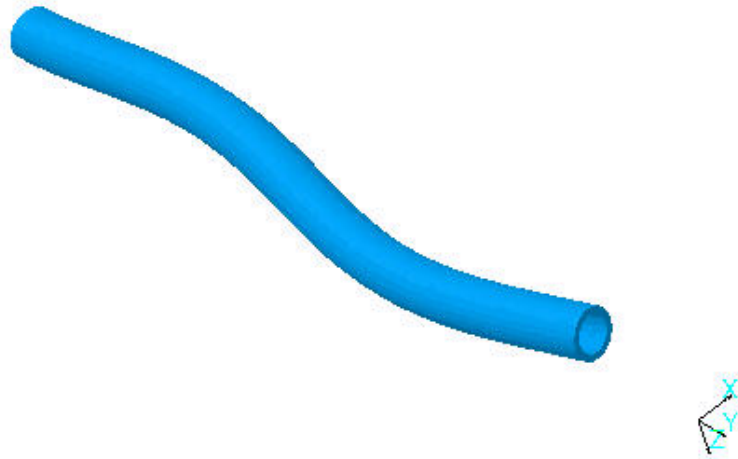


Figure 7

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 7 - Frequency 3756,38Hz

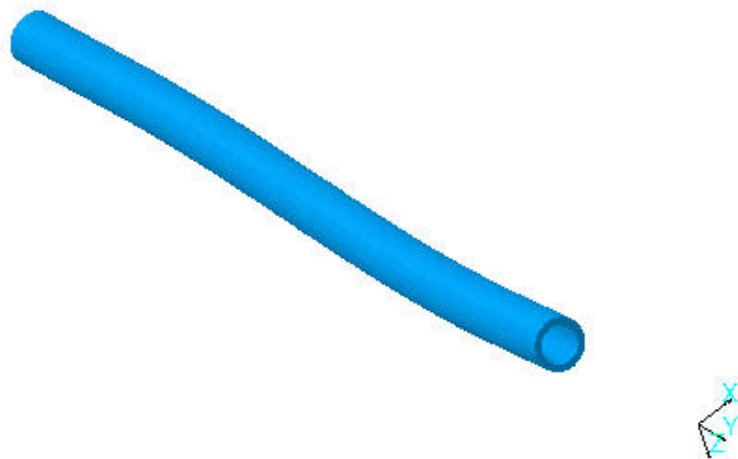


Figure 8

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 8 - Frequency 5050,64Hz

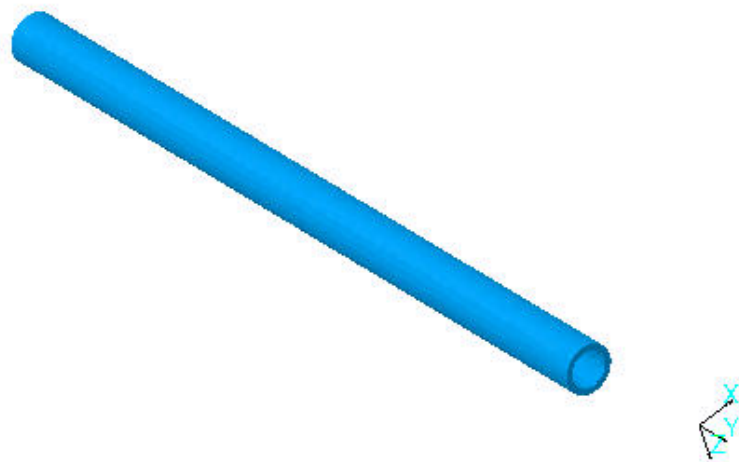


Figure 9

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Occurrence 9 - Frequency 6958,84Hz

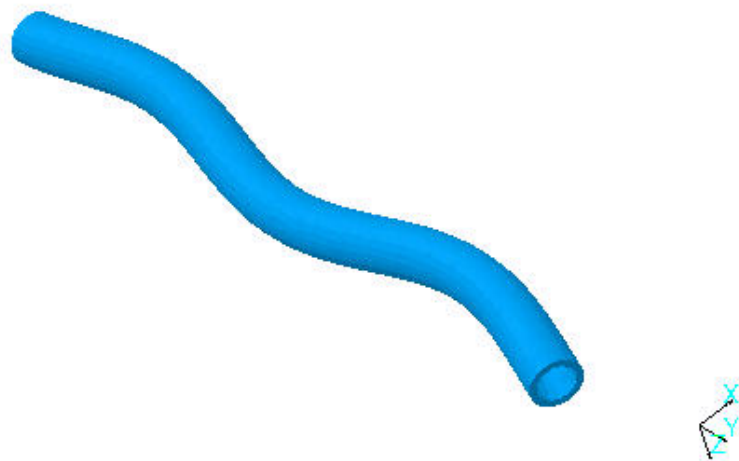


Figure 10

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

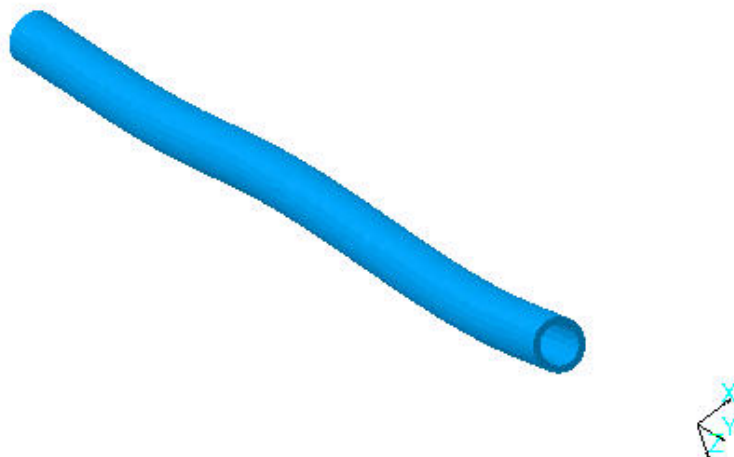
Occurrence 10 - Frequency 6975,01Hz

Figure 11

On deformed mesh ---- On boundary ---- Over all the model

Global Sensors

Sensor Name	Sensor Value
Frequency	228,781Hz
	229,481Hz
	1393,202Hz
	1397,284Hz
	3286,175Hz
	3744,368Hz
	3756,376Hz
	5050,637Hz
	6958,84Hz
	6975,013Hz