TRABAJO DE FIN DE GRADO

El modelo de Samuelson y su aplicación a la economía española

Samuelson's model and its application to the Spanish economy

Autor: D. José Fulgencio Gálvez Rodríguez

Tutora: Dª. Almudena Guarnido Rueda

Grado en Economía

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Curso Académico: 2020/ 2021

Almería, mayo de 2021

ÍNDICE

RESUMEN

El modelo del multiplicador-acelerador de Samuelson fue introducido a mediados del siglo XX por dicho economista con el objetivo de proporcionar una herramienta de análisis económico de carácter dinámico. En este trabajo estimamos los parámetros de dicho modelo a través de los datos registrados para la economía española en los últimos años, lo que nos permite hacer predicciones sobre futuros valores de la renta nacional. En particular, una predicción basada en datos previos a la pandemia originada por la COVID-19 nos permitirá establecer una comparativa con los verdaderos valores registrados en 2020. Asimismo, analizamos el modelo para el resto de valores de los parámetros, tratando el problema como una ecuación en diferencias finitas y lo extendemos al caso de una economía abierta, para el que se realizan las correspondientes estimaciones y predicciones.

1. INTRODUCCIÓN

El eje central en torno al cual se articula este trabajo es el modelo del multiplicador-acelerador de Samuelson (Samuelson, 1939). Partiendo del conocido equilibrio en el mercado de bienes (Blanchard, 2017), la idea perseguida por dicho economista consistió, básicamente, en dinamizar el modelo keynesiano básico en una economía cerrada, con objeto de aumentar el nivel de análisis de mediados de los años 50 de la economía como ciencia social. Más concretamente, dicho modelo surge ante el deseo de justificar el carácter de los ciclos económicos a través de variables propias de la economía del país objeto de estudio, esto es, de manera endógena.

El planteamiento del modelo se llevará a cabo en el Capítulo 2 a modo de marco teórico. Bajo las correspondientes hipótesis del modelo, éste se transforma en una ecuación en diferencias finitas con coeficientes constantes sujeta a unas condiciones iniciales que vendrán dadas por los datos registrados en la economía objeto de estudio. Para un análisis en profundidad de las ecuaciones en diferencias finitas véase Cortés López et al. (2016). Asimismo, en dicha ecuación figuran dos parámetros: el multiplicador y el acelerador. Ambos parámetros son propios de cada economía, y nos permitirán analizar el comportamiento de una economía arbitraria. Esto se realizará en el Capítulo 3.

Analizados todos los escenarios posibles para los parámetros del modelo, el siguiente paso es estimarlos a través de una regresión de acuerdo con el Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, partiendo de los datos que recoge la economía española desde el año 2000. En el Capítulo 4 hacemos dicha estimación bajo el supuesto de que la economía española es cerrada (es decir, despreciando los datos del sector exterior). Los resultados de la estimación anterior nos permiten realizar predicciones sobre el valor de la producción nacional. Por una parte, estimaremos la renta nacional del año 2020 partiendo de los datos previos, cuantía que podremos comparar con los datos oficiales registrados en España en el último año. Esto nos permitirá, a su vez, hacernos una idea de la influencia que ha tenido la pandemia de la COVID-19 sobre la economía española en términos productivos puesto que, como es bien sabido, ha sido la gran responsable del decrecimiento económico del país y de la economía mundial en general. Es más, utilizando los datos desde el año 2020 hacia atrás, podremos estudiar la evolución prevista para los próximos años.

Adicionalmente, en el quinto capítulo, presentamos una serie de críticas que el modelo de Samuelson ha presentado a lo largo de su historia y que han quedado reflejadas en la literatura.

Teniendo en cuenta todo lo analizado y teniendo presente ciertas críticas de las expuestas en el Capítulo 5, adaptamos el modelo al caso de una economía abierta, planteando unas nuevas hipótesis y estudiando los resultados obtenidos en una nueva estimación realizada, de nuevo, para el caso de la economía española. Ese es, precisamente, el objetivo primordial del Capítulo 6.

Finalmente, se incluyen las correspondientes conclusiones y la bibliografía consultada para la elaboración del presente trabajo, junto con el correspondiente anexo.

2. MARCO TEÓRICO

Paul Anthony Samuelson, economista estadounidense que da nombre a este modelo económico, fue nombrado Premio Nobel de Economía en 1970, tras haber contribuido al desarrollo de la teoría económica estática y dinámica.

De acuerdo con Heertje y Heemeijer (2002), si bien es cierto que en los años treinta del siglo pasado habían tenido lugar importantes avances en cuanto al estudio del comportamiento de los ciclos económicos se refiere, ninguna de las teorías presentes era capaz de explicar, de una manera breve e inteligible, el paso de una época de gran esplendor económico a una de gran depresión de una manera endógena. De hecho, todas las teorías existentes hacían uso de variables exógenas, incapaces de ser explicadas por el propio modelo establecido. En este contexto, Samuelson (1939) marcó un punto de inflexión cuando planteó un modelo de evolución de los ciclos económicos de naturaleza endógena. El motivo principal del éxito de dicha contribución al análisis económico reside en la creación de un modelo accesible que dinamiza una de las versiones más sencillas del modelo keynesiano: el considerado para una economía cerrada con sector público.

Para comprender el comportamiento del modelo en su esencia, debemos partir de un nivel de renta estable, donde la inversión es nula, pero el stock de capital permite que exista producción.

Si por la circunstancia que sea, el consumo aumentase, lo haría la renta, dando lugar a un periodo de expansión de la economía. Estos incrementos sobre la renta permitirían un ahorro, que se traduciría en un aumento de la inversión.

En este punto cobra relevancia el acelerador, ya que permite que este incremento sea acumulativo, explicando, ahora, que el incremento de la inversión en factores productivos para satisfacer la nueva demanda sea mayor que el incremento que se produce en la renta. De esta forma, este incremento aumentaría la dimensión del gasto y, en consecuencia, de la demanda.

Ahora el papel del multiplicador aumentará el efecto del consumo ya que, al aumentar el empleo, aumenta la renta disponible de los desempleados y, con ello, su consumo, y así sucesivamente, pero el incremento será cada vez más reducido.

Este proceso es improbable que se perpetúe indefinidamente, ya que para que la inversión se mantenga en un nivel elevado, el consumo debe ser creciente. Por esto, Samuelson obtuvo distintas combinaciones de valores del multiplicador y del acelerador, en las que el ciclo económico puede presentarse:

- Con oscilaciones regular.
- Con oscilaciones amortiguadas hasta desaparecer.
- Con carácter monótono hasta estabilizarse.
- Con carácter explosivo, es decir, un crecimiento exponencial.

El modelo de Samuelson se vale de las siguientes variables expresadas en función del tiempo, t, de manera discreta:

- Y_t denota la renta.
- I_t representa la inversión privada agregada.
- C_t es el consumo privado agregado.
- G_t simboliza el consumo de la administración pública.

Las hipótesis en las que se apoya el modelo son las siguientes:

1. La función de consumo es lineal, por el hecho de que el único determinante del consumo en el periodo t es la renta del periodo $t-1$, siendo el consumo autónomo nulo. Por tanto, podemos escribir
$$C_t = \alpha Y_{t-1} \qquad (2.1)$$
donde α es el multiplicador del modelo, o propensión marginal a consumir. De ahí que $0 < \alpha < 1$.

2. La función de inversión se basa en la hipótesis del acelerador, debido a que la inversión depende directamente de la diferencia del consumo de dicho periodo con respecto al anterior. En definitiva, podemos escribir
$$I_t = \beta(C_t - C_{t-1}) \qquad (2.2)$$
Dado que la relación existente entre inversión y variación de consumo es directa, se tiene que $\beta > 0$.

   Nótese que la condición anterior puede reformularse en términos de renta de acuerdo con la condición (2.1). En dicho caso, la hipótesis del acelerador se puede interpretar como la variación de la inversión en términos de la variación de renta en los dos periodos anteriores.

3. Un gasto público constante en los distintos periodos. Por ello, $G_t = G_0$, para todo momento de tiempo, t.
4. La producción nacional ha de coincidir con la demanda nacional en cada periodo. Con otras palabras, debe suceder que haya equilibrio macroeconómico. Es decir,
$$Y_t = C_t + I_t + G_0 \qquad (2.3)$$

3. ANÁLISIS DEL MODELO

En este capítulo del trabajo analizaremos el modelo de Samuelson de acuerdo con los valores de la propensión marginal a consumir, α, y el acelerador, β. Para ello, vamos a partir de las hipótesis recogidas al final del capítulo anterior.

La ecuación (2.3) refleja el equilibrio macroeconómico en este modelo. Si en dicha expresión sustituimos las condiciones (2.1) y (2.2), queda

$$Y_t = \alpha Y_{t-1} + \beta(C_t - C_{t-1}) + G_0 = \alpha Y_{t-1} + \beta(\alpha Y_{t-1} - \alpha Y_{t-2}) + G_0$$

y, reordenando,

$$Y_t = G_0 + \alpha(\beta+1)Y_{t-1} - \alpha\beta Y_{t-2} \tag{3.1}$$

3.1 Soluciones del modelo

Obsérvese que la ecuación (3.1) es una ecuación en diferencias finitas de orden 2 con coeficientes constantes. Con objeto de analizar sus posibles soluciones, primero hemos de expresarla de forma estándar, desplazando el tiempo en dos unidades discretas, de forma que nos quede una expresión lineal en Y_t, Y_{t+1} e Y_{t+2}. El resultado de dicho desplazamiento es

$$Y_{t+2} - \alpha(\beta+1)Y_{t+1} + \alpha\beta Y_t = G_0 \tag{3.2}$$

Para resolverla, primero hemos de obtener la solución general de la ecuación homogénea asociada, es decir, de

$$Y_{t+2} - \alpha(\beta+1)Y_{t+1} + \alpha\beta Y_t = 0 \tag{3.3}$$

Para ello, a su vez, necesitamos el polinomio característico asociado a la misma, que será

$$p(x) = x^2 - \alpha(\beta+1)x + \alpha\beta$$

Dado que $p(x) = 0$ es una ecuación de segundo grado completa, sus soluciones vienen dadas por

$$x = \frac{\alpha(\beta+1) \pm \sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2 - 4\alpha\beta}}{2}$$

El valor del radicando en la expresión anterior es crucial de cara al comportamiento de la solución y la consiguiente evolución de la economía objeto de estudio. Por ello, en lo que sigue, distinguimos varios casos:

1. Si $\alpha^2(\beta+1)^2 - 4\alpha\beta = 0$ o, lo que es lo mismo, $\alpha = \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$, entonces las dos raíces del polinomio característico son iguales, con lo que la solución general de la ecuación (3.3) tendrá la forma

$$Y_t = c_1\left(\frac{\alpha(\beta+1)}{2}\right)^t + c_2 t\left(\frac{\alpha(\beta+1)}{2}\right)^t, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

2. Si $\alpha^2(\beta+1)^2 - 4\alpha\beta > 0$ o, equivalentemente, $\alpha > \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$, entonces las dos raíces del polinomio característico son reales y distintas, con lo que la solución general de la ecuación (3.3) tendrá la forma $Y_t =$

$$c_1\left(\frac{\alpha(\beta+1)+\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}\right)^t+c_2\left(\frac{\alpha(\beta+1)-\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}\right)^t$$

siendo $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

3. Si $\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta<0$ o, lo que es lo mismo, $\alpha<\frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$, entonces las dos raíces del polinomio característico son complejas (y distintas). En efecto, serán

$$x=\frac{\alpha(\beta+1)\pm i\sqrt{4\alpha\beta-\alpha^2(\beta+1)^2}}{2}$$

con lo que la solución general de la ecuación (3.3) tendrá la forma

$$Y_t=(\alpha\beta)^{\frac{t}{2}}[c_1\cos(t\theta)+c_2\mathrm{sen}(t\theta)], c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

donde θ denota el argumento de una de las dos raíces del polinomio característico.

Para más detalle sobre la obtención de la solución general en cada uno de los casos anteriores véase, por ejemplo, Cortés López et al. (2016).

Finalmente, vamos a determinar una solución particular de la ecuación completa, (3.2). Para ello, hemos de hacer uso del método de los coeficientes indeterminados, el cual nos proporciona la candidata ideal a solución particular de la ecuación. Como el término independiente es constante, la candidata a solución particular será $Y_t=A$, siendo A una constante. Para precisar el valor de A sustituimos $Y_t=A$ en la ecuación (3.2), lo que implica

$$A-\alpha(\beta+1)A+\alpha\beta A=G_0$$

Operando se concluye que

$$A=\frac{G_0}{1-\alpha}$$

La solución general de la ecuación (3.2) será la suma de la solución general de la ecuación (3.3), obtenida según los casos distinguidos anteriormente; y la solución particular de la ecuación completa, recientemente hallada, que es $Y_t=\frac{G_0}{1-\alpha}$.

A partir de aquí, podemos realizar un análisis de la evolución de una economía cerrada a largo plazo, a partir del valor de los parámetros del modelo, de acuerdo con los casos anteriores. La idea es demostrar que los cuatro posibles escenarios contemplados por Samuelson en cuanto a ciclos económicos se refiere (véase el Capítulo 2) son, efectivamente, todas las posibilidades de evolución de una economía a largo plazo. Además, buscaremos condiciones para caracterizar dichos ciclos. Para complementar lo anterior, vamos a ofrecer una serie de ejemplos, para cierta propensión marginal a consumir y cierto acelerador de una determinada economía, con objeto de dar a conocer los posibles comportamientos a largo plazo de una manera gráfica. Las representaciones gráficas serán el resultado de programar el correspondiente código en Mathematica (Wolfram, 1996).

3.2 Análisis de estabilidad

En esta sección vamos a estudiar bajo qué supuestos sobre el multiplicador y el acelerador del crecimiento, la economía tiende a estabilizarse a largo plazo. Matemáticamente, esto equivale a que el límite de la solución de la ecuación (3.3), cuando t tiende a infinito, sea 0. Nótese que si $\lim_{t\to\infty} Y_t = 0$, siendo Y_t la solución general de la ecuación (3.3), entonces la solución general de la ecuación (3.2) tenderá a $\frac{G_0}{1-\alpha}$. Además, de manera paralela al estudio anterior, justificaremos la presencia de ciclos económicos, uno de los objetivos primeros seguidos por Samuelson en este contexto.

Para ello, volvemos a considerar los posibles casos distinguidos en la Sección 3.1 con el fin de que las condiciones de estabilidad sean detectadas más cómodamente:

1. Ya hemos comentado que en el caso en que $\alpha = \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$, las dos raíces del polinomio característico son iguales, con lo que la solución general de la ecuación (3.3) tendrá la forma

   $$Y_t = c_1 \left(\frac{\alpha(\beta+1)}{2}\right)^t + c_2 t \left(\frac{\alpha(\beta+1)}{2}\right)^t, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

   Por ello, si queremos que $\lim_{t\to\infty} Y_t = 0$, es decir, que la economía se estabilice a largo plazo, tendremos que imponer que $|\alpha(\beta+1)| < 2$, condición que equivale a $\alpha(\beta+1) < 2$ ya que tanto el multiplicador como el acelerador son positivos. De esta forma, tendremos una fracción menor que 1 elevada a infinito en ambos sumandos. Tenemos, así, una primera condición para garantizar la estabilidad de la solución, que es

   $$\alpha(\beta+1) < 2 \tag{3.4}$$

2. También hemos visto anteriormente que si $\alpha > \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$, entonces las dos raíces del polinomio característico son reales y distintas, con lo que la solución general de la ecuación (3.3) adquiere la forma $Y_t =$

$$c_1\left(\frac{\alpha(\beta+1)+\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}\right)^t+c_2\left(\frac{\alpha(\beta+1)-\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}\right)^t$$

siendo $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

Por tanto, si

$$\left|\frac{\alpha(\beta+1)+\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}\right|<1$$

y

$$\left|\frac{\alpha(\beta+1)-\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}\right|<1$$

tendremos que

$$\lim_{t\to\infty} Y_t = 0$$

Es decir, la economía se estabilizará a largo plazo.

Las dos desigualdades anteriores equivalen, respectivamente, a

$$-1<\frac{\alpha(\beta+1)+\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}<1$$

y

$$-1<\frac{\alpha(\beta+1)-\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}}{2}<1$$

Las dos condiciones anteriores ocurren, a su vez, si, y sólo si

$$-2-\alpha(\beta+1)<\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}<2-\alpha(\beta+1)$$

y

$$-2-\alpha(\beta+1)<-\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}<2-\alpha(\beta+1)$$

Dado que en el primer caso el término intermedio es positivo y el primero negativo, la primera desigualdad se tiene siempre. Igualmente, puede justificarse que la segunda desigualdad de la segunda cadena de desigualdades es cierta en cualquier caso si tenemos en cuenta la primera condición de estabilidad obtenida, (3.4). En efecto, imponiendo que $\alpha(\beta+1)<2$, tendremos que $2-\alpha(\beta+1)>0$ con lo que, en particular, $2-\alpha(\beta+1)>-\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}$, dado que el miembro derecho es negativo. En definitiva, las dos últimas condiciones se reducen a

$$\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}<2-\alpha(\beta+1)$$

y

$$-2-\alpha(\beta+1)<-\sqrt{\alpha^2(\beta+1)^2-4\alpha\beta}$$

Si ahora elevamos al cuadrado queda, para la primera,

$$\alpha^2(\beta+1)^2 - 4\alpha\beta < 4 + \alpha^2(\beta+1)^2 - 4\alpha(\beta+1)$$

y, para la segunda,

$$4 + \alpha^2(\beta+1)^2 + 4\alpha(\beta+1) > \alpha^2(\beta+1)^2 - 4\alpha\beta$$

Si simplificamos ambas desigualdades, de la primera se deduce que $\alpha < 1$, condición que es siempre cierta puesto que la propensión marginal a consumir es un valor comprendido entre 0 y 1 (véanse las hipótesis del modelo), y la segunda se convierte en $1 + 2\alpha\beta + \alpha > 1$, condición que siempre es cierta puesto que tanto α como β son positivos. Por tanto, concluimos que, en este segundo caso, habrá estabilidad a largo plazo siempre y cuando se verifique la condición (3.4).

3. Por último, buscaremos la condición de estabilidad para el caso en que las raíces del polinomio característico sean números complejos. Estamos, pues, en el caso en que $\alpha < \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$. Recordemos que las raíces del polinomio característico son, en este caso,

$$\frac{\alpha(\beta+1) + i\sqrt{4\alpha\beta - \alpha^2(\beta+1)^2}}{2}$$

y

$$\frac{\alpha(\beta+1) - i\sqrt{4\alpha\beta - \alpha^2(\beta+1)^2}}{2}$$

Dado que se trata de dos números complejos conjugados, poseen el mismo módulo, que será

$$\sqrt{\left(\frac{\alpha(\beta+1)}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{4\alpha\beta - \alpha^2(\beta+1)^2}}{2}\right)^2}$$

Para que haya estabilidad en este caso, necesitamos que el módulo sea menor que 1 y eso es cierto si, y sólo si

$$\frac{\alpha^2(\beta+1)^2}{4} + \frac{4\alpha\beta - \alpha^2(\beta+1)^2}{4} < 1$$

que equivale a que $\alpha\beta < 1$.

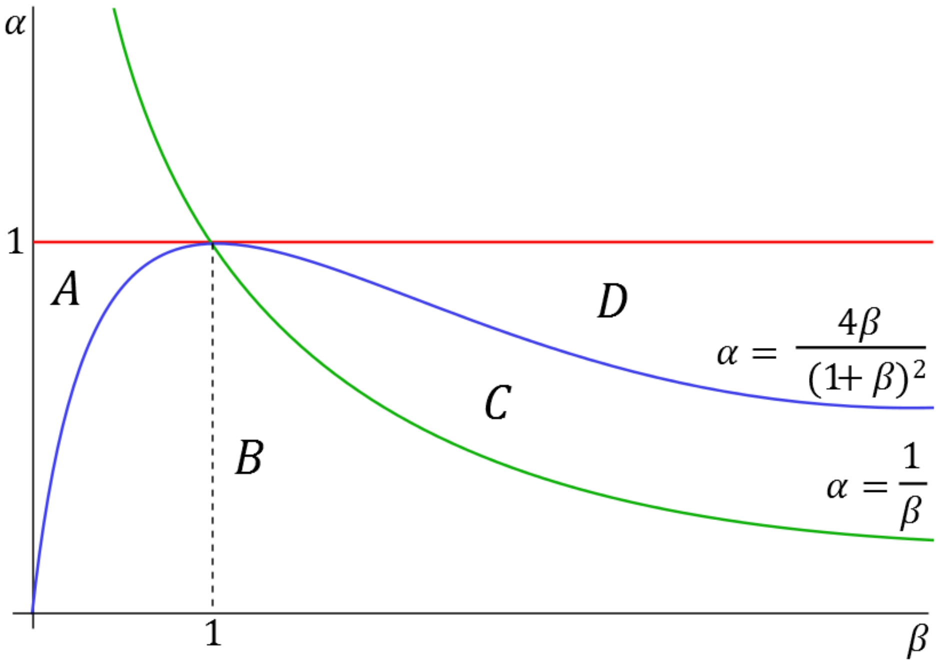
Llegamos, así, a que otra condición para que se tenga la estabilidad de la economía a largo plazo es

$$\alpha < \frac{1}{\beta} \tag{3.5}$$

Nótese que, en realidad, las desigualdades (3.4) y (3.5) son equivalentes. Por ello, la condición que permite caracterizar la estabilidad de los ciclos económicos a largo plazo será cualquiera de ellas.

Ya que hemos justificado la condición necesaria y suficiente para que se produzca la estabilidad a largo plazo, mostramos un gráfico en el que quedan contempladas todas las posibilidades de comportamiento de una economía, considerando también la naturaleza de las soluciones del polinomio característico de la ecuación (3.3). Véase el Gráfico 3.1.

Gráfico 3.1: Espacio paramétrico del modelo de Samuelson



Fuente: Elaboración propia

Para terminar con esta parte del trabajo, vamos a analizar cada uno de los casos distinguidos de acuerdo con las regiones en que queda dividido el gráfico anterior, por debajo de la línea marcada en rojo, puesto que $\alpha < 1$.

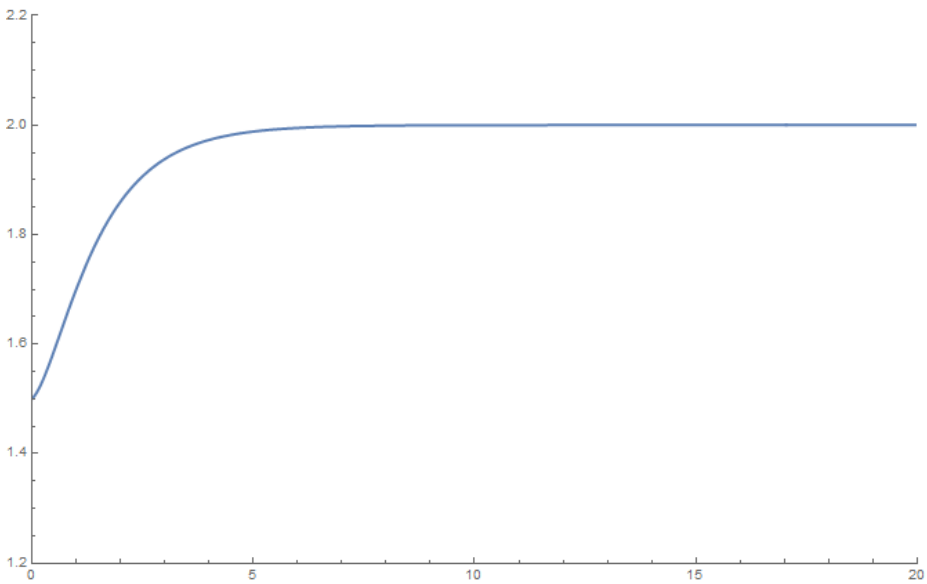
3.2.1 Estabilidad económica sin oscilaciones

Si queremos que la solución del modelo se estabilice en el largo plazo, la primera condición que tendrá que darse, según el análisis previo, es que $\alpha < \frac{1}{\beta}$. Por tanto, de acuerdo con el Gráfico 3.1, estaremos en la zona del plano que queda por debajo de la curva en color verde. Así pues, podremos encontrarnos sobre la región A, la región B o, incluso, sobre la curva azul en el trozo correspondiente a que $\beta < 1$.

- En la región A es $\alpha > \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$, con lo que tendremos estabilidad en virtud de la condición $\alpha < \frac{1}{\beta}$. Concretamente, en el largo plazo, la economía tenderá a estabilizarse, produciendo un nivel de $\frac{G_0}{1-\alpha}$.
- Sobre la curva $\alpha = \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$ cuando $\beta < 1$ ocurre algo análogo al caso anterior.
- En la región B se tiene que $\alpha < \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$, con lo que, si bien la solución se estabiliza, su expresión posee senos y cosenos, funciones que conllevan la aparición de oscilaciones, a las que dedicaremos la Subsección 3.2.3.

A modo de ejemplo, podemos considerar una economía en la que el multiplicador sea $\alpha = 0{,}5$, el acelerador $\beta = 0{,}1$ y el gasto anual constante de valor $G_0 = 1$ millones de unidades monetarias (a las que nos referiremos mediante sus siglas, u.m., a partir de ahora). Supongamos, además, que la renta del año inicial ($t = 0$) es de 1,5 millones de u.m. y la del año 1 de 1,7 millones de u.m. Obsérvese que $\alpha < \frac{1}{\beta}$, con lo que podemos garantizar que esta economía tenderá a estabilizarse. Además, se cumple la desigualdad $\alpha > \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$ puesto que $0{,}5 > \frac{4(0{,}1)}{(0{,}1+1)^2} = \frac{40}{121} \approx 0{,}33$. Por tanto, el par (β, α) se encuentra situado en la región A del Gráfico 3.1 y habrá estabilidad de la economía a largo plazo hacia una renta de $\frac{G_0}{1-\alpha} = \frac{1}{1-0{,}5} = 2$ millones de u.m. El Gráfico 3.2 muestra la solución del modelo de Samuelson, que ha sido representada en Mathematica.

Gráfico 3.2: Estabilidad económica sin oscilaciones



Fuente: Elaboración propia

Adicionalmente, en este ejemplo, se ha obtenido, como valor de la renta nacional del año siguiente, $Y_2 = 1{,}86$ millones de u.m. Para comprobarlo, basta con sustituir $t = 0$ en la igualdad (3.2) y tener en cuenta el valor de Y_0, Y_1, del multiplicador y del acelerador. Se tiene que

$$Y_2 = G_0 + \alpha(\beta + 1)Y_1 - \alpha\beta Y_0 = 1 + 0{,}5(0{,}1 + 1)1{,}7 - (0{,}5)(0{,}1)(1{,}5) = 1{,}86$$

millones de u.m. Lógicamente, si cambiamos t por 2 en la solución general que se ha deducido en la Sección 3.1, usando Y_0 e Y_1 como condiciones iniciales, el resultado es el mismo.

3.2.2 Crecimiento exponencial

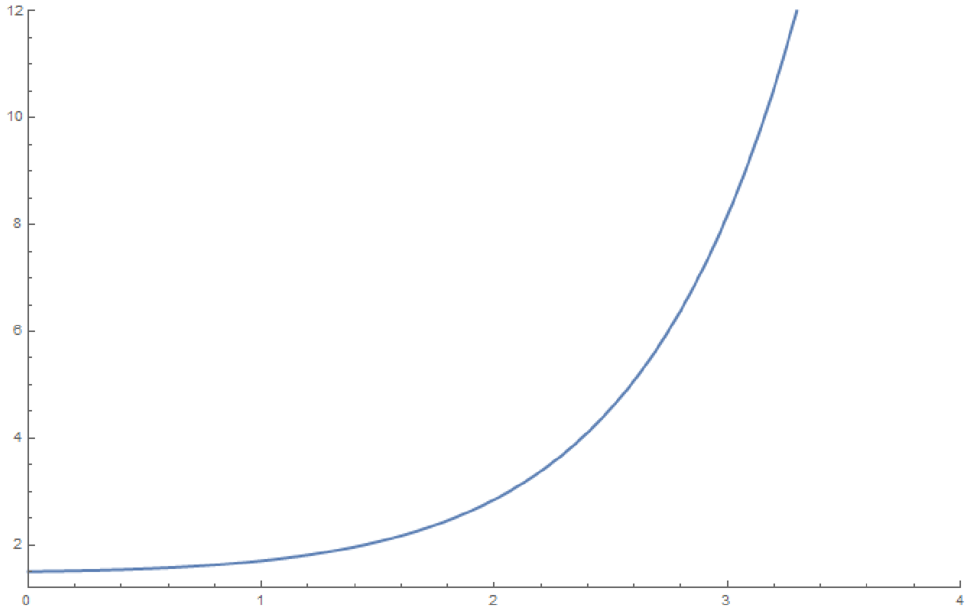
Para que la economía espere tener un crecimiento de carácter explosivo o exponencial, hemos de exigir, primeramente, que no haya estabilidad a largo plazo, es decir, que $\alpha \geq \frac{1}{\beta}$. De las zonas del Gráfico 3.1 que verifican dicha condición, descartamos la zona C pues, en ese caso, la solución presenta senos y cosenos, lo que conlleva oscilaciones. Luego, el crecimiento exponencial se dará sobre la curva $\alpha = \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$ si $\beta > 1$ o bien en la zona D.

A modo de ejemplo, consideremos una economía en la que el multiplicador sea $\alpha = 0{,}5$, el acelerador $\beta = 10$ y el gasto anual constante de valor $G_0 = 1$ millones de u.m. Supongamos, además, que la renta del año inicial ($t = 0$) es de 1,5 millones de u.m. y la del año 1 de 1,7 millones de u.m. Obsérvese que $\alpha > \frac{1}{\beta}$, con lo que podemos garantizar que esta economía no tenderá a estabilizarse. Además, se cumple la desigualdad $\alpha > \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$ puesto que $0{,}5 > \frac{4.10}{(10+1)^2} = \frac{40}{121} \approx 0{,}33$. Por tanto, el par (β, α) se encuentra situado en la región D del Gráfico 3.1 y no habrá estabilidad de la economía a largo plazo. El Gráfico 3.3 muestra la solución del modelo de Samuelson, que ha sido representada en Mathematica. Adicionalmente, en este ejemplo, se ha obtenido, como valor de la renta nacional del año siguiente, $Y_2 = 2{,}85$ millones de u.m. Para comprobarlo, basta con sustituir $t = 0$ en la igualdad (3.2) y tener en cuenta el valor de Y_0, Y_1, del multiplicador y del acelerador. Se tiene que

$$Y_2 = G_0 + \alpha(\beta + 1)Y_1 - \alpha\beta Y_0 = 1 + 0{,}5(10 + 1)1{,}7 - (0{,}5)(10)(1{,}5) = 2{,}85$$

millones de u.m. Además, si cambiamos t por 2 en la solución general que se ha deducido en la Sección 3.1, usando Y_0 e Y_1 como condiciones iniciales, el resultado es el mismo.

Gráfico 3.3: Crecimiento exponencial



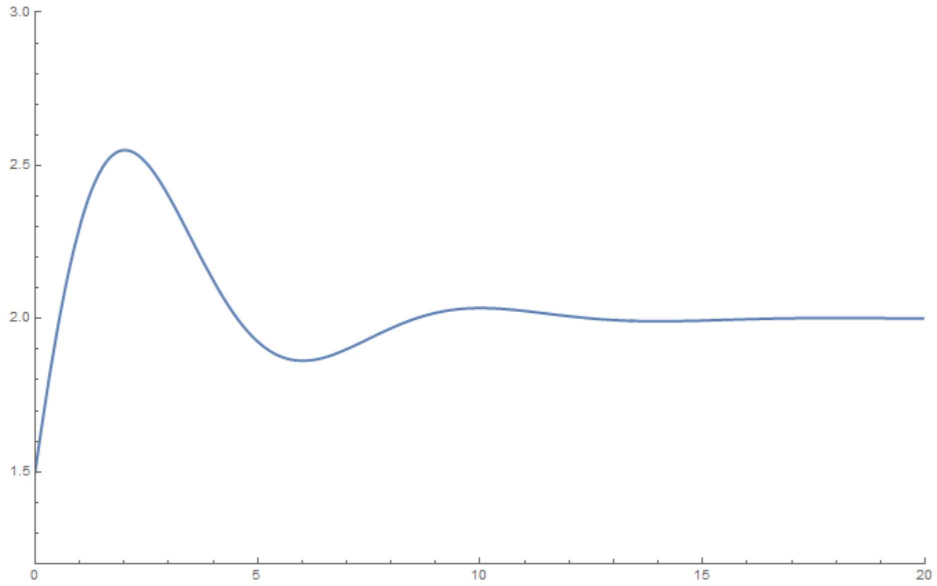
Fuente: Elaboración propia

3.2.3 Oscilaciones económicas amortiguadas

En realidad, ya nos hemos topado con esta alternativa. Concretamente, en la Subsección 3.2.1. Nótese que la zona B es aquella en la que se producen oscilaciones amortiguadas gracias a las funciones seno y coseno presentes en la solución del modelo. El hecho de que sean amortiguadas posibilita que la renta, en el largo plazo, se estabilice hacia un nivel de valor $\frac{G_0}{1-\alpha}$. No obstante, merece la pena dedicar una subsección específica a este caso pues uno de los objetivos primeros de Samuelson, al plantear el modelo que estamos estudiando, es la detección a los ciclos económicos y su justificación de manera endógena.

A modo de ejemplo, podemos considerar una economía en la que multiplicador sea $\alpha = 0{,}5$, el acelerador $\beta = 1$ y el gasto anual constante de valor $G_0 = 1$ u.m. Supongamos, además, que la renta del año inicial ($t = 0$) es de 1,5 millones de u.m. y la del año 1 de 2,3 millones de u.m. Obsérvese que se cumple la desigualdad $\alpha < \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$ puesto que $0{,}5 < \frac{4.1}{(1+1)^2} = 1$ lo que significa que la solución del modelo presenta oscilaciones. Ahora bien, dado que $\alpha < \frac{1}{\beta}$, podemos garantizar que esta economía tenderá a estabilizarse y, siendo más precisos, su comportamiento estará basado en oscilaciones amortiguadas. Por tanto, el par (β, α) se encuentra situado en la región B del Gráfico 3.1 y habrá estabilidad de la economía a largo plazo hacia una renta de $\frac{G_0}{1-\alpha} = \frac{1}{1-0{,}5} = 2$ millones de u.m. El Gráfico 3.4 muestra la solución del modelo de Samuelson, representada en Mathematica. Además, en este ejemplo, se ha obtenido, como valor de la renta nacional del año siguiente, $Y_2 = 2{,}55$ millones de u.m.

Gráfico 3.4: Oscilaciones económicas amortiguadas



Fuente: Elaboración propia

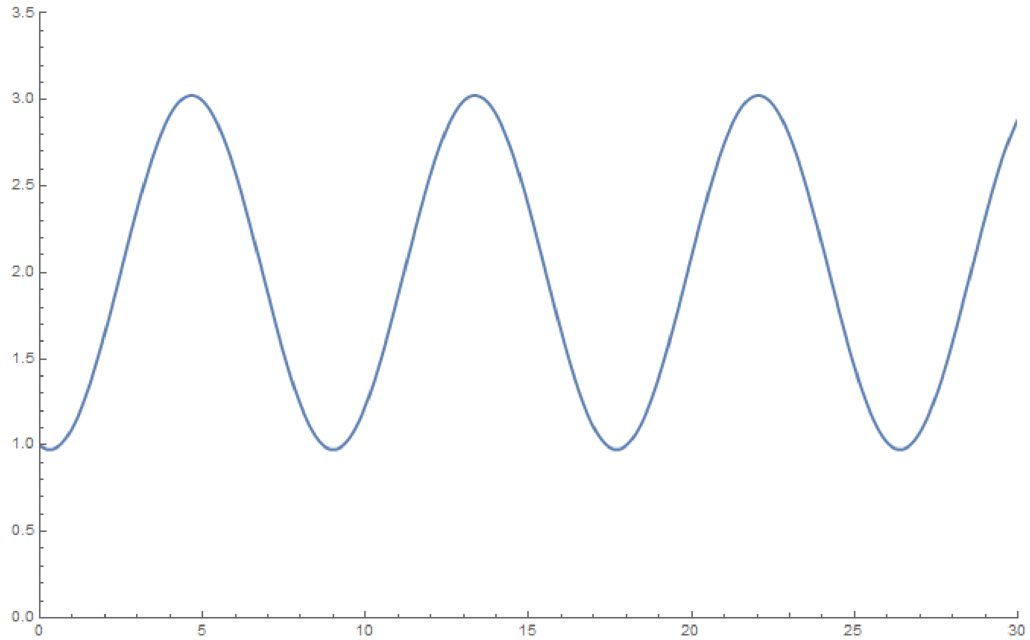
3.2.4 Oscilaciones económicas no amortiguadas

En realidad, ya hemos analizado esta posibilidad. Concretamente, en la Subsección 3.2.2. Nótese que la zona C es aquella en la que se producen oscilaciones no amortiguadas gracias a las funciones seno y coseno de la solución. El hecho de que no sean amortiguadas imposibilita que la renta, en el largo plazo, se estabilice en un cierto nivel. No obstante, merece la pena dedicar una subsección específica a este caso pues es el objetivo primero por Samuelson al plantear el modelo. También, sobre la curva $\alpha = \frac{1}{\beta}$ se producen oscilaciones no amortiguadas.

A modo de ejemplo, podemos considerar una economía en la que multiplicador sea $\alpha = 0{,}5$, el acelerador $\beta = 2$ y el gasto anual constante de valor $G_0 = 1$ millones de u.m. Supongamos, además, que la renta del año inicial ($t = 0$) es de 1 millón de u.m. y la del año 1 de 1,1 millones de u.m. Obsérvese que se cumple la desigualdad $\alpha < \frac{4\beta}{(\beta+1)^2}$ puesto que $0{,}5 < \frac{4.2}{(2+1)^2} = \frac{8}{9}$ lo que significa que la solución del modelo presenta oscilaciones. Además, nótese que $\alpha = \frac{1}{\beta}$, con lo que la economía no tenderá a estabilizarse. Concluimos que el comportamiento de esta economía responde a oscilaciones no amortiguadas. El Gráfico 3.5 muestra la solución del modelo de Samuelson, representada en Mathematica.

Además, en este ejemplo, se ha obtenido, como valor de la renta nacional del año siguiente, $Y_2 = 1{,}65$ millones de u.m.

Gráfico 3.5: Oscilaciones económicas no amortiguadas



Fuente: Elaboración propia

4. APLICACIÓN AL CASO ESPAÑOL

Una vez observados los principales elementos teóricos y estudiados los distintos escenarios posibles a los que nos puede conducir el modelo del multiplicador-acelerador de Samuelson, pasaremos a realizar un estudio del caso concreto de la economía española.

En esta sección se tratará de predecir, por tanto, la dinámica de los ciclos económicos a largo plazo, todo ello considerando el modelo de Samuelson original, es decir, considerando una economía cerrada con sector público pero sin sector exterior.

Para ello, se ha llevado a cabo la recopilación de datos del periodo comprendido entre el año 2000 y el 2020, teniéndose en cuenta la metodología establecida por el Sistema Europeo de Cuentas SEC-2010 para la Contabilidad Nacional española. De este modo, se ha considerado el gasto en consumo final de las Administraciones Públicas como variable gasto público, G_t (recordemos que el modelo está enfocado desde el lado de la demanda), el gasto en consumo final de los hogares como variable consumo, C_t, y la formación bruta de capital (suma de formación bruta de capital fijo y variación de existencias) como variable Inversión, I_t, a modo de adecuar de la forma más fidedigna posible el modelo a los datos reales. Los datos anteriores se pueden consultar en la Tabla A.1 del Anexo.

Nótese que la ecuación (3.1) puede verse como un modelo econométrico sin más que considerar una perturbación aleatoria. Concretamente, en dicho modelo se considerará como variable explicada Y_t y como variables explicativas Y_{t-1} e Y_{t-2}, mientras que el gasto público será el término independiente (la constante del modelo, tal y como se describe en la hipótesis de Samuelson). Por todo ello, el modelo econométrico adquiera la expresión

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + u_t \tag{4.1}$$

donde $\beta_0 = G_0$, $\beta_1 = \alpha + \beta\alpha$ y $\beta_2 = -\alpha\beta$. Por su parte, u_t denota una perturbación aleatoria, la cual supondremos que verifica las correspondientes hipótesis del modelo lineal general. Recordemos que nos encontramos con una economía cerrada, por lo que la variable Y_t será el resultado de la suma del gasto público, la inversión y el consumo, dado que se considera que $Y = DA$ siendo DA la demanda agregada.

La regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) nos permite hallar el estimador del gasto público, $\hat{G}_0$, el estimador de $\alpha + \beta\alpha$ y el de $= -\alpha\beta$.

En las dos secciones que siguen presentamos los resultados de dos estudios de aplicación del modelo, partiendo de los datos anteriormente mencionados.

4.1 Predicción económica sin COVID-19

En primer lugar, echando un vistazo a los datos recopilados en el tramo temporal comprendido entre el año 2000 y el 2020, podemos notar la caída sufrida por la economía española. Es más, si consideramos la economía cerrada, que es el caso que nos ocupa en este capítulo, el valor registrado en 2020 ha sido de 1.091.414 millones de euros. Lo primero que podemos preguntarnos es "de no ser por la crisis sanitaria vivida desde el pasado mes de marzo, ¿qué valor hubiera registrado la renta nacional en 2020?" Podemos apoyarnos en el planteamiento econométrico del modelo de Samuelson –véase la igualdad (4.1)- para conocer una predicción de la renta nacional en un escenario sin COVID-19, con tal de llevar a cabo una regresión con los datos registrados entre el año 2000 y el 2019. Los resultados de la estimación por MCO quedan recogidos en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Resultados de la estimación por MCO

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*	*Inferior 95%*	*Superior 95%*	*Inferior 95,0%*	*Superior 95,0%*
Intercepción	139265,683	67952,722	2,0494497	0,0583277	-5572,1158	284103,48	-5572,11581	284103,4814
Variable X 1	1,43426863	0,2046388	7,0087803	4,218E-06	0,9980913	1,870446	0,998091279	1,870445977
Variable X 2	-0,5622354	0,1824977	-3,0807806	0,0076101	-0,9512201	-0,1732508	-0,95122015	-0,173250752

Fuente: Elaboración propia

Por consiguiente, obtenemos que $\hat{\beta}_0 = \hat{G}_0 = 139.165{,}683$ millones de euros, mientras que $\hat{\beta}_1 = 1{,}43426863$ y $\hat{\beta}_2 = -0{,}5622354$. Las dos últimas expresiones conforman un sistema de ecuaciones cuya solución nos proporciona el valor estimado del multiplicador y del acelerador. El sistema es

$$\begin{cases} \hat{\alpha} + \hat{\beta}\hat{\alpha} = 1{,}43426863 \\ -\hat{\alpha}\hat{\beta} = -0{,}5622354 \end{cases}$$

Si el valor de $\hat{\alpha}\hat{\beta}$ lo introducimos en la primera ecuación se deduce que $\hat{\alpha} = 0{,}87203323$. Por tanto, despejando, queda $\hat{\beta} = 0{,}6447407973$.

Ya que disponemos de los valores estimados para los parámetros del modelo para el caso de la economía española (cerrada), el siguiente paso es obtener una predicción del valor de la renta nacional para 2020. Para ello, tendremos en cuenta los datos registrados en 2018 y 2019 como condiciones iniciales en el modelo (4.1). La renta de 2018 es de $Y_{2018} =$ 1.157.353 millones de euros mientras que la de 2019 es de $Y_{2019} =$ 1.197.435 millones de euros. Por tanto, la de 2020, predicha por el modelo, será

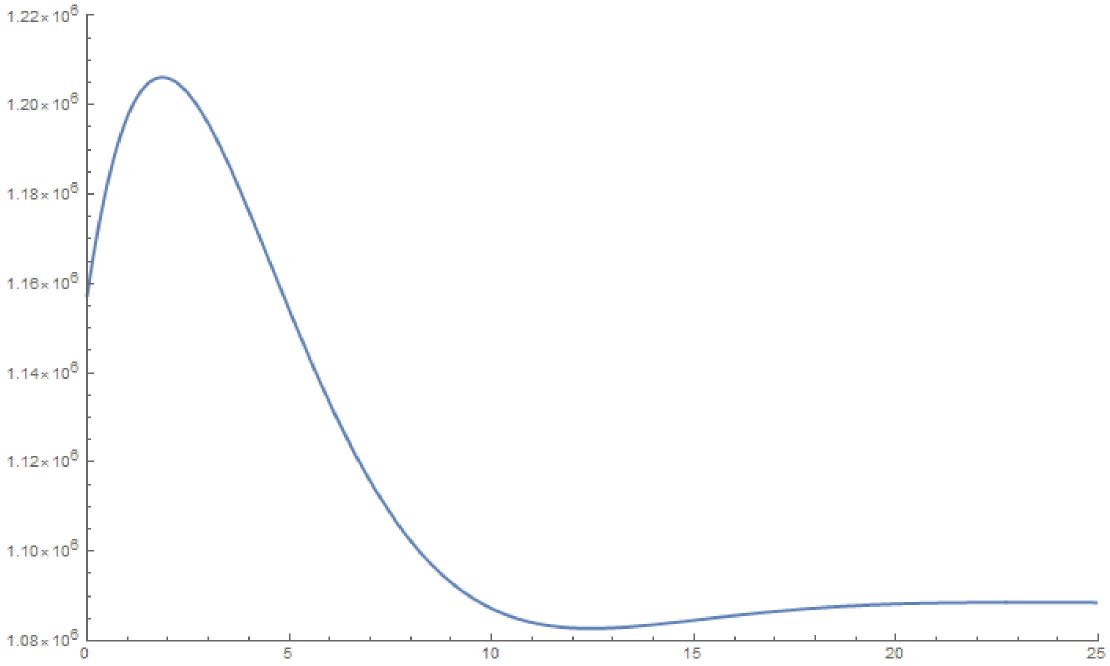
$$\hat{Y}_{2020} = 139.165{,}683 + 1{,}43426863 Y_{2019} - 0{,}5622354 Y_{2018} = 1.206.004{,}251$$

millones de euros. El modelo sitúa la tasa de variación anual del PIB español, en el caso de despreciar el sector exterior, en un 0,72 % desde 2019 hasta 2020 en un escenario sin COVID-19. Además, conocido el dato de 2020, podemos ver que la renta nacional para la economía cerrada ha sido de 114.590,251 millones de euros menor que lo predicho según el modelo en un escenario sin COVID-19.

Para culminar con esta sección, analizamos el comportamiento de la economía española con las condiciones determinadas en el Capítulo 3, con objeto de detectar una posible estabilidad a largo plazo y/o un comportamiento cíclico de la economía en caso de no haberse producido una pandemia. Los resultados obtenidos en Mathematica se pueden ver en el Gráfico 4.1.

Observemos que el resultado se corresponde con oscilaciones amortiguadas en el largo plazo, algo que cobra perfecto sentido si tenemos en cuenta que valor de α y β en el espacio paramétrico del modelo de Samuelson (Gráfico 3.1).

Gráfico 4.1: Comportamiento de la economía española (cerrada) a largo plazo en un escenario sin COVID-19



Fuente: Elaboración propia

En definitiva, si la economía española estuviese cerrada al exterior, el largo plazo pondría de manifiesto el carácter cíclico, con una tendencia a estabilizarse en un valor de $\frac{\hat{G}_0}{1-\hat{\alpha}} = 1.087.514.227$ millones de euros.

4.2 Predicción económica en la situación actual

Por otro lado, resulta de interés conocer, una vez disponemos del dato real de 2020, la tendencia de crecimiento de la economía española, golpeada por el efecto de la crisis sanitaria. Así, en lo que sigue, mostramos la predicción de la renta nacional para 2021 y el correspondiente gráfico de evolución.

Tabla 4.2: Resultados de la estimación por MCO

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*	*Inferior 95%*	*Superior 95%*	*Inferior 95,0%*	*Superior 95,0%*
Intercepción	204898,349	78220,289	2,6195039	0,018589	39078,744	370717,95	39078,74427	370717,9542
Variable X 1	1,30170115	0,2431834	5,3527554	6,472E-05	0,7861754	1,8172269	0,786175412	1,817226879
Variable X 2	-0,4989584	0,2207421	-2,2603683	0,0380938	-0,9669108	-0,0310061	-0,96691077	-0,031006102

Fuente: Elaboración propia

Por consiguiente, obtenemos que $\hat{\beta}_0 = \hat{G}_0 = 204.898{,}349$ millones de euros, mientras que $\hat{\beta}_1 = 1{,}30170115$ y $\hat{\beta}_2 = -0{,}4989584$. El sistema del que despejar el valor estimado del multiplicador y del acelerador es, ahora,

$$\begin{cases} \hat{\alpha} + \hat{\beta}\hat{\alpha} = 1{,}30170115 \\ -\hat{\alpha}\hat{\beta} = -0{,}4989584 \end{cases}$$

Procediendo de manera similar a cómo se ha resuelto el correspondiente sistema en la sección anterior, se concluye que $\hat{\alpha} = 0{,}80274275$. Por tanto, despejando, queda $\hat{\beta} = 0{,}6215669964$.

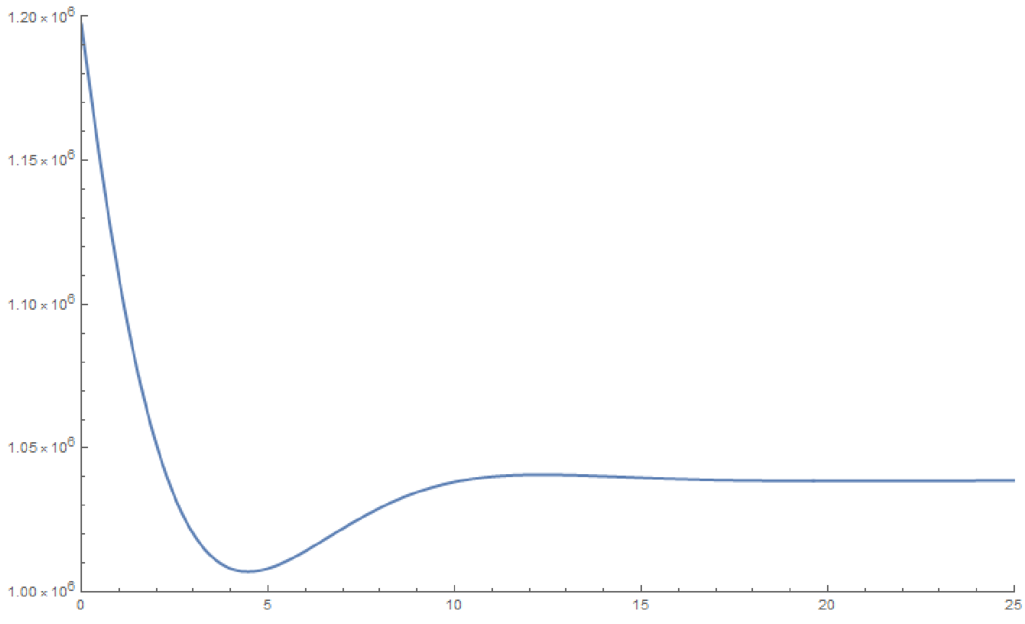
Ya que disponemos de los valores estimados para los parámetros del modelo para el caso de la economía española (cerrada), el siguiente paso es obtener una predicción del valor de la renta nacional para 2021. Para ello, tendremos en cuenta los datos registrados en 2019 y 2020 como condiciones iniciales en el modelo (4.1). La renta de 2019 es de $Y_{2019} = 1.197.435$ millones de euros mientras que la de 2020 es de $Y_{2020} = 1.109.414$ millones de euros. Por tanto, la de 2021, predicha por el modelo, será

$$\hat{Y}_{2021} = 204.898{,}349 + 1{,}30170115Y_{2020} - 0{,}4989584Y_{2019} = 1.051.553{,}577$$

millones de euros. El modelo sitúa el crecimiento anual de la economía española, en el caso de despreciar el sector exterior, en un $-5{,}5$ % desde 2020 hasta 2021.

Para culminar con esta sección, en el Gráfico 4.2 ilustramos la evolución a largo plazo de la economía actual, golpeada por de la crisis originada por la situación sanitaria provocada por la COVID-19. El modelo augura una caída durante varios años.

Gráfico 4.2: Comportamiento de la economía española (cerrada) actual a largo plazo



Fuente: Elaboración propia

5. CRÍTICAS AL MODELO DE SAMUELSON

Una vez analizados los principales fundamentos teóricos, desarrollado el modelo y aplicado para el caso de la economía española, es de interés conocer todos aquellos matices que pueden implicar ciertas deficiencias del modelo a la hora de representar la realidad económica.

Hemos de tener en cuenta que Samuelson ya partía del modelo keynesiano y del concepto del multiplicador de este modelo. Partiendo de esta base, hemos de considerar que el modelo da una imagen muy simplificada de la realidad económica, obviando ciertos fenómenos que en ella tienen lugar.

En primer lugar, no se considera el sector exterior, ni las interacciones que hace la economía nacional con el mercado internacional. Debemos saber que, en las economías actuales, el sector exterior tiene un gran peso en cuanto a la renta nacional por lo que, si lo obviamos en nuestro análisis, puede inducir a distorsiones y desajustes con respecto a la realidad económica. A este problema le intentaremos dar una solución en la siguiente parte de este trabajo (véase el Capítulo 6).

Por otro lado, tampoco se tiene en cuenta el funcionamiento de los mercados financieros ni, tampoco, el de la política monetaria, aspectos que no son para nada banales a la hora de analizar una economía, principalmente, porque la inversión es uno de los pilares de este modelo, a través del cual se intentan explicar los niveles de equilibrio de ingreso según distintos valores de inversión. Esto nos induce a otro problema, y es que al ser esto último un análisis estático comparativo, se nos dificulta mantener estas consideraciones a la hora de expresarlo en forma de multiplicador.

De acuerdo con Westerhoff (2006), el modelo de Samuelson presenta dos grandes inconvenientes: en primer lugar, el modelo no es capaz de producir ciclos económicos duraderos; en segundo lugar, los valores empíricamente observados de sus parámetros α y β indican que la trayectoria de la renta nacional es inestable; tiende a más o menos infinito. Westerhoff añade, también, otro problema, y es que el modelo no tiene en cuenta las expectativas. Con respecto a este último problema, el autor analiza cómo los agentes económicos son estrictamente racionales, y que suelen usar una mezcla de reglas de formación de expectativas extrapolarias y regresivas para pronosticar variables económicas. Sin tener en cuenta esto último, el modelo puede pasar por alto posibles variaciones derivadas de las decisiones de estos agentes y provocar, así, desajustes con respecto a la realidad.

6. AMPLIACIÓN DEL MODELO A UNA ECONOMÍA ABIERTA

Dadas las críticas que presenta el modelo de Samuelson, comentadas en el capítulo anterior, cabe plantearse la posibilidad de extender el modelo al caso de una economía abierta. Esto, a su vez, permitiría hacernos una idea sobre el futuro económico próximo de España en un contexto más real. De hecho, si por algo se caracteriza la economía española, como es bien sabido, es por la contundente aportación que a su PIB suponen las exportaciones netas, esto es, el saldo (positivo) de su balanza comercial, desde el año 2011. Siguiendo la idea de Samuelson de dinamizar el modelo en el caso anterior partiendo del equilibrio en el mercado de bienes para una economía cerrada, damos un paso más e incorporamos las exportaciones y las importaciones al modelo de forma similar a cómo refleja Blanchard (2017) a la hora de tratar el equilibrio del mercado de bienes en una economía abierta con sector público.

Consideraremos que las exportaciones en el periodo t son constantes durante todo el mismo, es decir, $X_t = X_0$. Además, las importaciones del periodo t, M_t, dependerán inmediatamente de la renta en del periodo $t-1$ de manera análoga a cómo depende el consumo del periodo t de la renta en el periodo $t-1$, esto es, $M_t = mY_{t-1}$ donde m es la propensión marginal a importar. Esta última suposición se desprende de que las importaciones, al fin y al cabo, pueden ser consideradas una forma de consumo para la propia economía.

Así, en el equilibrio, se tendrá la igualdad

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + X_t - M_t \tag{6.1}$$

El modelo econométrico planteado, en este caso, es

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + u_t \tag{6.2}$$

donde $\beta_0 = G_0 + X_0$, $\beta_1 = \alpha + \beta\alpha - m$ y $\beta_2 = -\alpha\beta$.

Tras llevar a cabo la estimación por MCO, las expresiones de $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ nos proporcionan un sistema de ecuaciones del que no podemos deducir los valores exactos de los estimadores para α, β y m, a diferencia de lo acontecido en el Capítulo 4 al trabajar con la economía cerrada, contexto en que sí podíamos estimar el valor del acelerador y del multiplicador. De ahí que, adicionalmente, se dificulte un estudio del espacio paramétrico del modelo que surge de la ecuación (6.1), pues tendríamos que trabajar con un gráfico en tres dimensiones con más casos a considerar según el valor de los parámetros. No obstante, las predicciones y el comportamiento a largo plazo pueden seguir obteniéndose. De hecho, las llevaremos a cabo en las dos siguientes secciones, de acuerdo con los dos mismos escenarios tratados en el Capítulo 4.

6.1 Predicción económica sin COVID-19

El PIB de España registrado en 2020 ha sido de 1.108.137 millones de euros. Al igual que en la Sección 4.1, lo primero que haremos será estudiar el valor que hubiera registrado el PIB español, de no ser por la pandemia, de acuerdo con la ampliación del modelo presentada al inicio de este capítulo. Para ello, nos apoyaremos en el planteamiento econométrico dado por (6.2), con el fin de conocer una predicción de la renta nacional en un escenario sin COVID-19. Esta predicción se apoya, a su vez, en los datos registrados entre el año 2000 y el 2019. Los resultados de la estimación por MCO quedan recogidos en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1: Resultados de la estimación por MCO

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*	*Inferior 95%*	*Superior 95%*	*Inferior 95,0%*	*Superior 95,0%*
Intercepción	69638,9961	46918,005	1,4842702	0,1584461	-30364,364	169642,3562	-30364,3639	169642,3562
Variable X 1	1,57833481	0,1956123	8,0686893	7,749E-07	1,1613971	1,995272538	1,161397079	1,995272538
Variable X 2	-0,6378458	0,1778161	-3,5871084	0,002696	-1,0168519	-0,25883965	-1,01685194	-0,258839654

Fuente: Elaboración propia

Por consiguiente, obtenemos que $\hat{\beta}_0 = 69.638{,}9961$ millones de euros, mientras que $\hat{\beta}_1 = 1{,}57833481$ y $\hat{\beta}_2 = -0{,}6378458$.

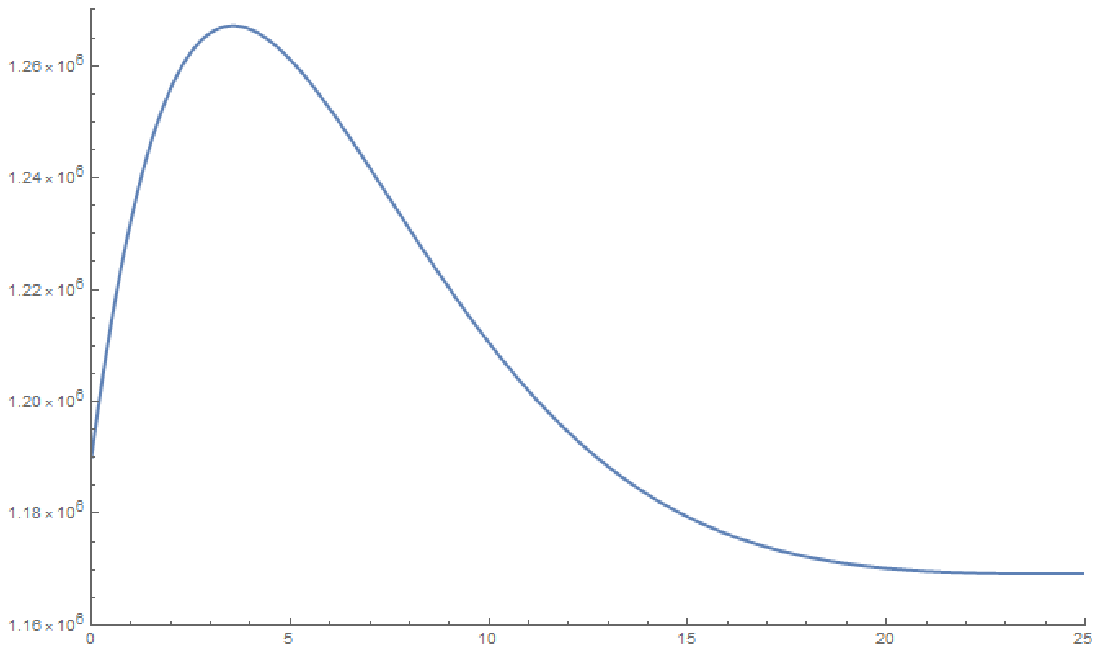
Ya que disponemos de los valores estimados para los parámetros del modelo para el caso de la economía española, el siguiente paso es obtener una predicción del valor de la renta nacional para 2020. Para ello, tendremos en cuenta los datos registrados en 2018 y 2019 como condiciones iniciales en el modelo (6.2) sin perturbación aleatoria. La renta de 2018 es de $Y_{2018} = 1.189.976$ millones de euros mientras que la de 2019 es de $Y_{2019} = 1.232.596$ millones de euros. Por tanto, la de 2020, predicha por el modelo, será

$$\hat{Y}_{2020} = 69.638{,}9961 + 1{,}57833481 Y_{2019} - 0{,}6378458 Y_{2018} = 1.256.066{,}976$$

millones de euros. A raíz de lo anterior, podemos afirmar que, de no ser por la pandemia originada por el SARS-CoV-2, la economía española hubiera crecido, aproximadamente, en 1,9 puntos porcentuales entre 2019 y 2020. Es más, el verdadero dato correspondiente al

PIB en 2020 es de 1.108.137 millones de euros, con lo que el valor de la producción de la economía española de 2020 es, aproximadamente, 147.929,976 millones de euros menor que lo que podría haber sido de no ser por la pandemia.
Para culminar con esta sección, estudiamos el comportamiento de la economía española a largo plazo, apoyándonos en los desarrollos y conclusiones del Capítulo 3, con objeto de detectar una posible estabilidad a largo plazo y/o un comportamiento cíclico de la economía en caso de no haberse producido una pandemia. Los resultados obtenidos en Mathematica se pueden ver en el Gráfico 6.1.

Gráfico 6.1: Comportamiento de la economía española a largo plazo en un escenario sin COVID-19



Fuente: Elaboración propia

Según dicho gráfico, confirmamos una de las predicciones más sonadas de los expertos en tiempos previos al origen de la pandemia: se acercaba una crisis económica en España.

6.2 Predicción económica en la situación actual

Finalmente, al igual que se trató en la Sección 4.2 el estudio del comportamiento de la economía española en caso de estar cerrada al exterior con el fin de predecir su evolución en un contexto afectado por la pandemia, en esta sección haremos un estudio análogo pero contando con el modelo (6.1) en el que se tiene en cuenta la apertura al exterior. Así, con ayuda de los datos registrados entre el año 2000 y el 2020 (ambos incluidos), mostramos la predicción de la renta nacional para 2021 y el correspondiente gráfico de evolución.

Tabla 6.2: Resultados de la estimación por MCO

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*	*Inferior 95%*	*Superior 95%*	*Inferior 95,0%*	*Superior 95,0%*
Intercepción	165475,304	71202,242	2,3240182	0,0336175	14533,294	316417,31	14533,29354	316417,3144
Variable X 1	1,30219996	0,3100109	4,2004968	0,0006778	0,6450061	1,9593938	0,645006121	1,959393789
Variable X 2	-0,4591274	0,2870339	-1,5995583	0,1292543	-1,067612	0,1493572	-1,06761195	0,14935721

Fuente: Elaboración propia

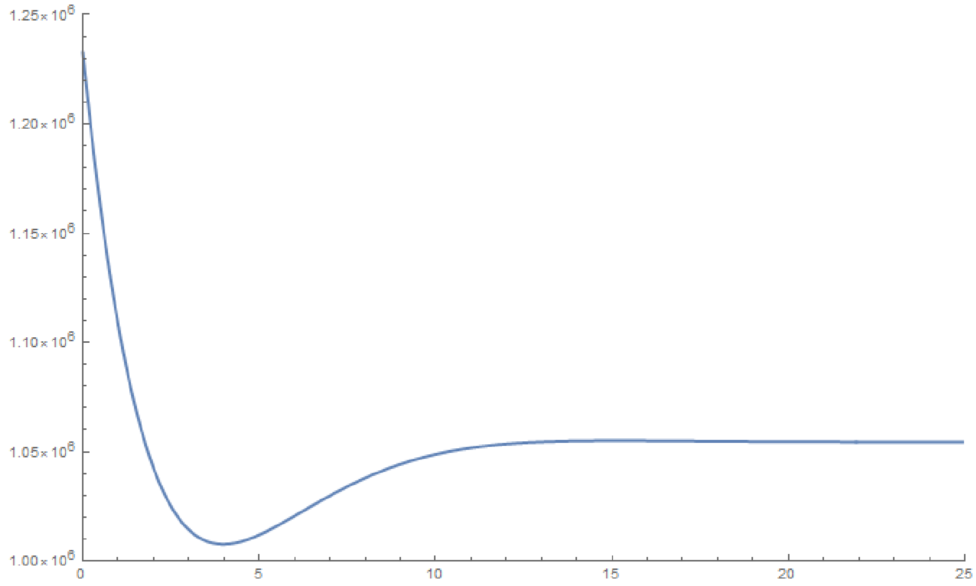
Por consiguiente, obtenemos que $\hat{\beta}_0 = 165.475{,}304$ millones de euros, mientras que $\hat{\beta}_1 = 1{,}30219996$ y $\hat{\beta}_2 = -0{,}4591274$.

Ahora podemos predecir el valor de la renta de 2021, teniendo en cuenta los datos registrados en 2019 y 2020 como condiciones iniciales en el modelo (6.2) sin perturbación aleatoria. La renta de 2019 es de $Y_{2019} = 1.232.596$ millones de euros mientras que la de 2020 es de $Y_{2020} = 1.108.137$. Por tanto, la de 2021, predicha por el modelo, será

$$\hat{Y}_{2021} = 165.475{,}304 + 1{,}30219996 Y_{2020} - 0{,}4591274 Y_{2019} = 1.042.442{,}444$$

millones de euros. El modelo sitúa el crecimiento anual de la economía española en un $-5{,}93$ % desde 2020 hasta 2021.

Gráfico 6.2: Comportamiento de la economía española actual a largo plazo



Fuente: Elaboración propia

Para terminar esta sección, en el Gráfico 6.2 mostramos la evolución a largo plazo de la economía actual, golpeada por de la crisis originada por la COVID-19. El modelo augura una caída durante varios años con tendencia a estabilizarse.

7. CONCLUSIONES

El modelo del multiplicador-acelerador de Samuelson constituye una herramienta de análisis económico dinámico destacada en esta ciencia social a lo largo del último siglo.

En este trabajo, partiendo de las hipótesis formuladas por Samuelson (1939), realizamos un estudio en profundidad de la ecuación que proporciona el equilibrio en el mercado de bienes en el caso de una economía cerrada. Más exactamente, la condición de equilibrio puede tratarse como una ecuación en diferencias finitas con coeficientes constantes que resolvemos para todos los posibles valores del multiplicador y el acelerador. Además, justificamos, por una parte, la condición necesaria y suficiente para que una economía se estabilice en el largo plazo -que resulta ser $\alpha < \frac{1}{\beta}$ donde α es la propensión marginal a consumir en la economía (multiplicador) mientras que β es el acelerador del modelo- y, por otro lado, demostramos la existencia de ciclos económicos bajo ciertas hipótesis sobre dichos parámetros, que era el objetivo último de Samuelson cuando propuso dicho modelo. Todos los escenarios posibles contemplados en el modelo se acompañan de un ejemplo concreto con la correspondiente representación gráfica, todo ello obtenido con el correspondiente código implementado con el software de programación Mathematica.

Adicionalmente, el equilibrio en el modelo de Samuelson puede traducirse en un modelo econométrico dinámico, con el que poder hacer predicciones sobre la renta nacional. Por ello, se han recopilado datos anuales de las variables macroeconómicas involucradas para la economía española para todo el horizonte temporal comprendido entre el año 2000 y el 2019, con objeto de obtener una predicción del valor de la renta nacional en 2020. Bajo dicho supuesto, podemos estimar el valor del multiplicador y el acelerador para la economía española y, a partir de ahí, deducir un crecimiento anual de la misma del 0,72 % entre 2019 y 2020. Es más, conocido el verdadero valor de la renta nacional de 2020, podemos hacernos una idea del impacto que ha supuesto la pandemia sobre la economía española. En este sentido, la renta nacional de 2020 ha sido 114.590,251 millones de euros menor que lo predicho según el modelo en un escenario sin COVID-19. Además, conocido el dato de 2020 y siendo éste incorporado a los datos de los años previos en la estimación, se predice que la tasa de variación de la renta nacional sea de -5,5% entre 2020 y 2021. De igual forma, dichos datos nos conducen a una visión de la evolución de la economía española en el largo plazo en el supuesto de que estuviese cerrada al exterior. El resultado refleja una economía con una clara tendencia a estabilizarse. Sin embargo, estas predicciones no son significativas ya que, si por algo se caracteriza la economía española, es por la gran contribución que suponen las exportaciones netas al PIB en los últimos años. Esto, precisamente, constituye una crítica que, a lo largo del tiempo, ha perseguido al modelo de Samuelson. Dicha crítica, junto con otras, son recopiladas en este trabajo.

La limitación del modelo, anteriormente mencionada, nos hace plantearnos la posibilidad de ampliar el modelo de Samuelson al caso de una economía abierta. Pues bien, la incorporación de las exportaciones y las importaciones al modelo nos permite, de nuevo, realizar predicciones similarmente al caso en que la economía esté cerrada al exterior. No obstante, en este caso, las estimaciones resultan algo más realistas tras considerar el sector exterior. Dado que los datos considerados hasta 2019 no estaban sometidos a la influencia de una pandemia, el dato obtenido para 2020, que presenta un tasa de variación de la renta de un 1,9 % con respecto a 2019, es un dato en un escenario sin COVID-19, lo que nos permite hacernos una idea de la pérdida de renta nacional sufrida tras conocer el verdadero dato correspondiente a 2020. Concretamente, la renta nacional de 2020 ha sido 147.929,976 millones de euros menor que lo augurado por el modelo ampliado en un escenario sin COVID-19. Además, si a los datos recopilados entre el año 2000 y el 2019 incorporamos el de la renta de 2020, el modelo predice una caída de la renta nacional de 5,93 puntos porcentuales entre 2020 y 2021. Finalmente, cabe mencionar que, hasta la aparición y extensión de la pandemia a nivel mundial, numerosos eran los expertos que auguraban una posible crisis económica en España para los próximos años. Pues bien, nuestro modelo ampliado parece apoyar dicha idea en un escenario sin crisis sanitaria a largo plazo.

BIBLIOGRAFÍA

Banco de España. “Síntesis de la Contabilidad Nacional de la Economía Española. Componentes de la demanda. Datos brutos (Cuadro 1.1 de CFEE)”. 2020. Recuperado de https://www.bde.es/webbde/es/estadis/infoest/temas/sb_cnesp.html Acceso 10 de abril de 2021.

Blanchard, O. (2017). “El mercado de bienes”. *Macroeconomía*. Madrid: Pearson.

Cortés López, J. C., Monreal Mengual, L., Santamaría Navarro, C., Villanueva Micó, R. J., Navarro Quiles, A., & Sánchez Sánchez, A. (2016). *Modelos matemáticos discretos para administración y dirección de empresas. Problemas resueltos*. Valencia: Universitat Politècnica de València.

Heertje, A., & Heemeijer, P. (2002). On the origin of Samuelson's multiplier-accelerator model. *History of political economy*, 34(1), 207-218.

Samuelson, P. A. (1939). Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration. *The Review of Economics and Statistics*, 21(2), 75-78.

Westerhoff, F. H. (2006). Samuelson's multiplier-accelerator model revisited. *Applied Economics Letters*, 13(2), 89-92.

Wolfram, S. (1996). *Mathematica Version 3*. Champaign: Cambridge university press.

ANEXO

Tabla A.1: Gasto en consumo final de los hogares (C), formación bruta de capital (I), gasto en consumo final de las Administraciones Públicas (G), exportaciones (X) e importaciones (M) en España, en millones de euros (2000-2020).

Año	G	C	I	X	M
2000	108.177	380.340	172.590	185.048	204.196
2001	115.977	408.931	185.476	195.308	211.248
2002	124.608	432.783	200.012	199.036	213.961
2003	134.593	457.473	220.651	205.612	223.309
2004	147.556	492.934	243.095	218.400	250.201
2005	160.726	530.024	272.524	231.647	276.195
2006	174.267	570.855	306.822	253.378	310.541
2007	190.431	609.744	327.418	279.476	341.622
2008	208.850	627.013	315.715	284.308	336.850
2009	220.705	598.490	249.188	246.604	255.923
2010	221.331	612.349	239.247	278.386	289.380
2011	219.898	611.386	218.836	314.182	311.238
2012	205.982	602.781	190.090	324.335	303.041
2013	202.852	590.837	175.660	336.333	296.245
2014	202.678	601.586	184.777	345.593	313.601
2015	209.910	618.514	204.702	362.356	329.593
2016	212.278	636.323	208.882	377.370	332.956
2017	216.332	666.374	225.731	408.730	367.144
2018	223.819	688.585	244.949	422.170	389.547
2019	233.238	704.552	259.645	434.250	399.089
2020	247.295	614.637	229.482	343.594	326.871

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Banco de España (2020)