

EL APRENDIZAJE COOPERATIVO COMO METODOLOGÍA MOTIVADORA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Máster en Profesorado de Educación Secundaria



“La actividad más importante que un ser humano puede lograr es aprender para entender, porque entender es ser libre” **Baruch Spinoza**

Alumna: Inmaculada Vallejo Rueda

Especialidad: Matemáticas

Tutora: María Isabel Ramirez Álvarez



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA



ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	4
2. OBJETIVO	5
3. MARCO TEÓRICO	5
3.1. La competencia matemática en PISA	5
3.2. Las competencias básicas y su inclusión en el currículo de matemáticas	7
3.3. Enseñanza contextual	13
3.4. Aprendizaje cooperativo	15
3.4.1. ¿Qué es el aprendizaje cooperativo?	15
3.4.2. Elementos básicos del aprendizaje cooperativo	16
3.4.3. ¿Por qué es conveniente el aprendizaje cooperativo?	18
3.4.4. La organización del trabajo cooperativo en el aula	19
3.4.5. Técnicas de aprendizaje cooperativo	21
3.5. Nuevas tecnologías aplicadas a la Educación	25
4. METODOLOGÍA	26
5. DESARROLLO: UNIDAD DIDÁCTICA BASADA EN APRENDIZAJE COOPERATIVO	27
5.1. Condicionantes de partida	27
5.2. Marco legal	27
5.2.1. Nivel estatal	27
5.2.2. Nivel autonómico	28
5.3. Contextualización, descripción y justificación de la unidad	28
5.4. Objetivos	29
5.4.1. Objetivos de etapa	29
5.4.2. Objetivos de área	30
5.4.3. Objetivos didácticos	31
5.5. Contenidos: conceptuales, procedimentales y actitudinales	31
5.6. Propuesta de actividades	32
5.6.1. Obsolescencia programada	32
5.6.2. La revolución de las redes sociales	34



5.6.3. ¿Media o proporción?	36
5.6.4. Mentiras, pecados y abusos estadísticos	38
5.6.5. La sociedad de la información	40
5.6.6. A por la selectividad	41
5.7. Materiales y recursos	42
5.8. Contribución de las tareas propuestas a la adquisición de las competencias básicas	42
5.9. Interdisciplinariedad con otras áreas de conocimiento	44
5.10. Evaluación	44
6. CONCLUSIONES.	46
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEBGRAFÍAS	48
ANEXOS	51
Anexo I: Obsolescencia programada (Intervalos de confianza para la media)	51
Ficha I: Distribución de las medias muestrales	51
Ficha II: Estimación por intervalos	52
Ficha III: Error máximo admisible	54
Ficha IV: Tamaño de la muestra	56
Anexo II: Las redes sociales (Intervalos de confianza para la proporción)	58
Ficha I: Distribución de las proporciones muestrales	58
Ficha II: Estimación por intervalos	59
Ficha III: Error máximo admisible	60
Ficha IV: Tamaño de la muestra	61
Anexo III: Mentiras, pecados y abusos estadísticos (Artículo)	62
Anexo IV: A por la selectividad (Relación de problemas)	66
Anexo V: Cuestionario de evaluación unidad didáctica	68

1. INTRODUCCIÓN.

Es curioso, pero nunca había reflexionado sobre las matemáticas en mi vida, quizás porque éstas nos acompañan en todo momento en nuestro día a día.

Comencé a acercarme a ellas cuando tan solo tenía 4 años y aprendí los números, a contar, a sumar y a restar, etc., y es a partir de ese momento y con el paso de los años cuando se convirtieron en una de mis asignaturas preferidas, y es que éstas no nos abandonan, ya que a diario nos enfrentamos a situaciones matemáticas cuando compramos, viajamos, organizamos el tiempo, etc., en las que usamos el razonamiento cuantitativo, relacional o espacial.

Cuando finalicé el Bachillerato, me enfrenté a un gran dilema, estudiar matemáticas o una ingeniería. Quizás me decanté por la segunda opción, por las perspectivas de futuro que, en aquel preciso momento, los estudios de cualquier ingeniería podían ofrecerme. De hecho, con el paso de los años me convertí en Ingeniera Agrónoma, y he tenido y tengo la suerte de poder ejercer mi profesión y vivir de ella.

Sin embargo, las matemáticas no han dejado de rondar mi cabeza todo este tiempo y es por ello que, el pasado año, decidí matricularme en el Máster en Profesorado de Educación Secundaria en la especialidad de Matemáticas, ya que era una forma de combinar una de mis materias preferidas con la enseñanza a los demás, otra de mis pasiones e inquietudes.

Gracias al Máster, durante el periodo de prácticas en el I.E.S. Albaida (Almería) he podido poner en práctica las destrezas adquiridas durante el curso en todo cuanto tiene que ver con los procesos de enseñanza y aprendizaje y con la formación pedagógica y didáctica. En este periodo, he trabajado la modalidad de enseñanza semipresencial de Educación Permanente de Personas Adultas, fundamentada en un proceso de teleformación complementado con la aplicación por el profesorado de métodos pedagógicos basados en un sistema que potencia el aprendizaje autónomo combinado con el aprendizaje en colaboración, un modelo de formación eminentemente práctico centrado en la realización de tareas o proyectos, el uso de materiales didácticos multimedia y

un modelo de evaluación que pondera de forma proporcional los elementos básicos que intervienen en esta modalidad de enseñanza.

Sin embargo, el tener que llevar a cabo mi intervención educativa con alumnos de 2º de Bachillerato (Humanidades y Ciencias Sociales), en una modalidad semipresencial y a las puertas de los exámenes de selectividad, no me ha permitido poner en práctica una estrategia de aprendizaje, como es el **aprendizaje cooperativo**, que desde que la conocí, en la asignatura de Herramientas Prácticas para el Desarrollo del Currículo de Matemáticas, tuvo una gran influencia en mí, ya que creo que permite la mejora del desarrollo académico, personal y social del alumnado.

2. OBJETIVO.

Por todo lo expuesto anteriormente, con el presente trabajo quiero contrastar las estrategias de aprendizaje que emplean los alumnos cuando trabajan de forma individual, frente a cuando lo hacen cooperativamente en la asignatura de Matemáticas. Por tanto, el **objetivo** del mismo es **profundizar en el aprendizaje cooperativo como metodología innovadora para el aprendizaje de las Matemáticas.**

Pretendo además, exponer que las situaciones de **aprendizaje cooperativo** son más eficaces y motivadores que las de aprendizaje individualista. De hecho, estoy totalmente convencida de las mejoras notables en la solución de problemas, ya que el trabajo cooperativo es más productivo.

3. MARCO TEÓRICO.

3.1. *La competencia matemática en PISA.*

El informe PISA considera hasta cuatro significados distintos sobre la noción de competencia matemática, que ponen de manifiesto la riqueza y diversidad de matices con que se trabaja y el interés que tiene para su correcta interpretación.

En primer lugar, PISA define la **competencia matemática** como “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OECD, 2004, p. 3; OECD, 2003, p. 24).

En segundo lugar, considera las competencias como un conjunto de procesos generales que deben ponerse en práctica al resolver problemas matemáticos, por medio de cuya realización se muestra la competencia general, es decir, la competencia matemática. Estas competencias singularizan y concretan la finalidad global, estableciendo capacidades y habilidades específicas que ayudan a modular los objetivos, a establecer tareas y caracterizar las propuestas de trabajo y evaluaciones. El proyecto PISA establece ocho competencias o procesos matemáticos generales que orientan las tareas y ayudan a establecer el análisis de los resultados y permiten caracterizar los niveles en el rendimiento de los alumnos, globalmente y en relación con cada área. Estas competencias o procesos generales (OECD, 2004, p. 40), son: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones y usar herramientas y recursos.

En tercer lugar, para caracterizar las tareas, el informe PISA establece tres niveles de complejidad respecto de las competencias generales requeridas. De este modo incluye una nueva variable de tarea, útil para evaluar las competencias, que ha mostrado su adecuación para analizar el modo en que las distintas competencias son requeridas como respuesta a los distintos tipos y niveles de demandas cognitivas planteados por los diferentes problemas matemáticos (OECD, 2004). Dichas clases de complejidad para las tareas son: 1) reproducción y procedimientos rutinarios; 2) conexiones e integración para resolver problemas estándar; y 3) razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Finalmente, en cuarto lugar, se habla de las competencias como nivel alcanzado por los alumnos, que se determina empíricamente y se expresa en

una escala. Cada nivel de competencia (se establecen empíricamente hasta 6 niveles) se caracteriza por los procesos o competencias empleados y por el grado de complejidad con que los alumnos los ejecutan al abordar tareas de dificultad creciente. De este modo es posible entender cada nivel de competencia matemática en relación con la maestría con que el alumno lleva a cabo las tareas matemáticas propuestas, es decir, muestra su competencia matemática (OECD, 2004).

Por tanto, la noción de competencia matemática es central en el estudio PISA y desempeña diferentes funciones:

- Expresa una finalidad prioritaria en la enseñanza de las matemáticas.
- Expresa un conjunto de procesos cognitivos generales que caracterizan un esquema pragmático de entender el hacer matemáticas.
- Concreta variables de tarea para los ítems en la evaluación.
- Marca niveles de dominio en las tareas de hacer matemáticas.

3.2. Las competencias básicas y su inclusión en el currículo de matemáticas.

La globalización y la modernización están creando un mundo cada vez más diverso e interconectado, en el que los individuos, para comprender y funcionar bien, necesitan dominar las tecnologías cambiantes, comprender enormes cantidades de información disponible y enfrentarse a desafíos colectivos como sociedades. En este contexto, las competencias que los individuos necesitan satisfacer para alcanzar sus metas se han ido haciendo más complejas, requiriendo de un mayor dominio de ciertas destrezas definidas estrechamente. El proyecto PISA, como se ha comentado anteriormente, elige 8 competencias o procesos generales que el alumno debe adquirir.

En primer lugar, la competencia de **pensar y razonar** que incluye el planteamiento de cuestiones propias de las matemáticas, el conocimiento de los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas, la distinción entre diferentes tipos de enunciados y el entendimiento y utilización de los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

En segundo lugar, la competencia de **argumentar** incluye el conocimiento de lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático, el seguimiento y la valoración de cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos, la disposición de sentido para la heurística y la creación y expresión de argumentos matemáticos.

Comunicar es la tercera competencia que incluye la expresión de uno mismo en una variedad de vías sobre temas de contenido matemático (oral y escrito) y el entendimiento de enunciados de otras personas (oral y escrito).

La cuarta competencia es **modelar** e incluye la estructuración del campo o situación que va a modelarse, la traducción de la realidad a una estructura matemática, la interpretación de modelos matemáticos en términos generales reales, la reflexión, análisis y ofrecimiento crítico de un modelo y sus resultados, la comunicación acerca de un modelo y de sus resultados y la dirección y el control del proceso de modelización.

Plantear y resolver problemas es la quinta competencia PISA e incluye el planteamiento, la formulación y la definición de diferentes tipos de problemas matemáticos y su resolución mediante diversas vías.

La sexta competencia es **representar** que incluye la decodificación, interpretación y distinción entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, la interrelación entre las distintas representaciones; y la selección y relación de las diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.

Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones es la séptima competencia e incluye la interpretación del lenguaje simbólico y formal y el entendimiento de sus relaciones con el lenguaje natural, la traducción desde el lenguaje natural al simbólico y formal, el manejo de enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas y la utilización de variables, resolución de ecuaciones y comprensión de los cálculos.

La última competencia PISA es el **uso de herramientas y recursos** que incluye la utilización de los recursos y herramientas familiares en contextos, modos y situaciones que son distintos del uso con el que fueron presentados.

En España, sin embargo, y en concreto para Bachillerato, no se tratan las competencias básicas como tales y, de hecho, en el diseño curricular, solo encontramos referencias al término.

Por un lado, en el art. 2 del Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas, al referirse a los fines, aparece el término: “El bachillerato tiene como finalidad proporcionar a los estudiantes formación, madurez intelectual y humana, conocimientos y habilidades que les permitan desarrollar funciones sociales e incorporarse a la vida activa con responsabilidad y competencia”. Sin embargo, en el articulado posterior, no se desarrolla, ni define, ni estructura la competencia, por lo que no se considera un elemento del currículo.

Por otro lado, en el art. 6 y 9.5 del Real Decreto 1467/2007 y en el art. 7 del Decreto 416/2008, de 22 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía, tras definir currículo en el primero y como orientaciones metodológicas en el segundo, se recoge que las actividades educativas en el bachillerato favorecerán la capacidad del alumnado para aprender por sí mismo, para trabajar en equipo y para aplicar los métodos de investigación apropiados y que las administraciones educativas promoverán las medidas necesarias para que en las distintas materias se desarrollen actividades que estimulen el interés y el hábito de lectura y la capacidad de expresarse correctamente en público así como el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

Asimismo, el art. 6.3.c) y d) del Decreto 416/2008, indica que, entre otras cosas, el Bachillerato se orientará a facilitar que el alumnado adquiera unos saberes coherentes actualizados y relevantes, adecuados a la modalidad y especialización elegidas e integrar los aprendizajes y experiencias que se consiguen o adquieren en el horario lectivo con los que se puedan conseguir o adquirir en las actividades extraescolares.

Finalmente, en el art. 10 del Decreto 416/2008 se recoge que las materias comunes del Bachillerato tienen como finalidad profundizar en la formación general del alumnado, aumentar su madurez intelectual y humana y profundizar en aquellas competencias que tienen un carácter más transversal y favorecer

seguir aprendiendo. Y de igual forma, en el art. 11 del mismo se recoge que las materias de modalidad del Bachillerato tienen como finalidad proporcionar la formación de carácter específico vinculada a la modalidad elegida que oriente en un ámbito de conocimiento amplio, desarrolle aquellas competencias con una mayor relación con el mismo, prepare para una variedad de estudios posteriores y favorezca la inserción en un determinado campo laboral.

Es evidente que la normativa estatal y autonómica (andaluza) ha querido obviar las competencias, sin conseguirlo del todo. Sin embargo a falta de definición del término competencia en bachillerato y de su reconocimiento explícito en el currículo, entendemos que dentro de la autonomía pedagógica de los centros, es posible continuar el trabajo de las competencias, seguir desarrollándolas, haciendo alusión a las de la etapa anterior (E.S.O).

Por tanto, en el marco de la propuesta realizada por la Unión Europea, y de acuerdo con las consideraciones que se acaban de exponer, a nivel estatal, se identifican igualmente 8 competencias básicas.

En primer lugar, la competencia en **comunicación lingüística** que se refiere a la utilización del lenguaje como instrumento de comunicación oral y escrita, de representación, interpretación y comprensión de la realidad, de construcción y comunicación del conocimiento y de organización y autorregulación del pensamiento, las emociones y la conducta.

En segundo lugar, la competencia **matemática** que consiste en la habilidad de utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Conocimiento e interacción con el mundo físico es la tercera competencia que es la habilidad para interactuar con el mundo físico, tanto en sus aspectos naturales como en los generados por la acción humana, de tal modo que posibilita la comprensión de sucesos, la predicción de consecuencias y la actividad dirigida a la mejora y preservación de las condiciones de vida propia, de las demás personas y del resto de los seres vivos.

La cuarta competencia es el **tratamiento de la información y competencia digital** que consiste en disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y para transformarla en conocimiento.

La competencia **social y ciudadana** es la quinta y hace posible comprender la realidad social en que se vive, cooperar, convivir y ejercer la ciudadanía democrática en una sociedad plural, así como comprometerse a contribuir en su mejora.

La sexta es la competencia **cultural y artística** que supone conocer, comprender, apreciar y valorar críticamente diferentes manifestaciones culturales y artísticas, utilizarlas como fuente de enriquecimiento y disfrute y considerarlas como parte del patrimonio de los pueblos.

Aprender a aprender es la séptima competencia y supone disponer de habilidades para iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuar aprendiendo de manera cada vez más eficaz y autónoma de acuerdo a los propios objetivos y necesidades.

La última competencia es la **autonomía e iniciativa personal** que se refiere, por una parte, a la adquisición de la conciencia y aplicación de un conjunto de valores y actitudes personales interrelacionadas, como la responsabilidad, la perseverancia, el conocimiento de sí mismo y la autoestima, la creatividad, la autocrítica, el control emocional, la capacidad de elegir, de calcular riesgos y de afrontar los problemas, así como la capacidad de demorar la necesidad de satisfacción inmediata, de aprender de los errores y de asumir riesgos.

Por tanto, la **competencia matemática** se presenta como finalidad general en la formación de los estudiantes de matemáticas. Marín y Guerrero (2005) y Recio y Rico (2005) subrayan la importancia de esta noción de competencia dentro de las finalidades del currículo de matemáticas.

En cuanto al currículo, las matemáticas, como todas las disciplinas, tienen una tradición, de más de 200 años, en el modo de organizarlo mediante contenidos matemáticos (aritmética, geometría, álgebra y otros), la cual se ha discutido y construido a lo largo de la historia.

La consideración de las matemáticas como “modo de hacer” y la noción de competencia responden a un modelo funcional sobre aprendizaje de las

matemáticas, que postula unas tareas contextualizadas, unas herramientas conceptuales y un sujeto, centrado en los fenómenos del mundo real que llevan a un tratamiento matemático.

Sin embargo, intentar establecer una clasificación de contenidos basada en los fenómenos que estudian presenta la dificultad de que éstos no están organizados lógicamente, por lo que el estudio PISA/OCDE opta por su estructuración mediante cuatro grandes ideas, que satisfacen las condiciones de respetar el desarrollo histórico, cubrir el dominio y contribuir a la reflexión de las líneas principales del currículo.

La primera idea o categoría es la **cantidad** que incluye todos aquellos conceptos involucrados en la comprensión de tamaños relativos, reconocimiento de patrones numéricos, uso de números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetivos del mundo real. El razonamiento cuantitativo incluye el sentido numérico, la representación de números de varios modos, la comprensión del significado de las operaciones, el cálculo mental y la estimación.

La segunda categoría es **espacio y forma**, ya que las formas pueden considerarse como patrones y los patrones geométricos sirven como modelos relativamente simples de muchos fenómenos, siendo su estudio deseable a todos los niveles. El estudio de las formas y construcciones requiere buscar similitudes y diferencias cuando se analizan los componentes de las formas y se reconocen según distintas representaciones y diferentes dimensiones, teniendo los estudiantes que aprender a desenvolverse a través ellas. Igualmente deben entender cómo los objetos tridimensionales pueden representarse en dos dimensiones, cómo se interpretan las sombras, cuáles son sus perspectivas y sus funciones.

La tercera categoría es **cambios y relaciones**, y es que en nuestro entorno el mundo muestra una multitud de relaciones temporales y permanentes entre fenómenos, pudiendo algunos de los procesos de cambio ser descritos y modelados directamente mediante funciones matemáticas. El pensamiento funcional es una meta disciplinar fundamental en la enseñanza de las

matemáticas, pudiendo representarse las relaciones mediante una diversidad de sistemas, incluyendo símbolos, gráficas, tablas y dibujos geométricos.

La cuarta idea o categoría es la **incertidumbre**, entendida por el tratamiento de datos y el azar, fenómenos que son la materia de estudio de la estadística y de la probabilidad, respectivamente. Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.

3.3. Enseñanza contextual.

Las conclusiones de la Comisión Nacional de Enseñanza de Matemática y Ciencias para el Siglo XXI muestran que los métodos de enseñanza usados por la gran mayoría de los profesores, probablemente dieron buenos resultados en el pasado pero, no están dando buenos resultados a día de hoy, por lo que necesitamos cambiar de estrategias educativas, y el punto de partida está en el aula. Dicha Comisión concluyó que el instrumento más poderoso para el cambio está en el mismo acto de educar, es decir, en la enseñanza en sí misma.

Estrategias que ayudan a desarrollar un entendimiento profundo de los conceptos fundamentales de los programas de estudio son las llamadas **estrategias de enseñanza contextual**, basadas en investigaciones sobre cómo la gente aprende para entender y sobre cómo los mejores profesores enseñan para entender, las cuales pueden resumirse en cinco palabras: relación (R), experimentación (E), aplicación (A), cooperación (C) y transferencia (T). Estas estrategias se concentran en la enseñanza y el aprendizaje en contexto, principio fundamental del constructivismo, un enfoque de enseñanza basado en la investigación acerca de cómo las personas aprenden.

En definitiva, podemos llamar REACT a aquellos métodos usados por los mejores profesores, y que las investigaciones han comprobado que se trata de estrategias mediante las cuales los alumnos aprenden mejor.

Relación (R) es la estrategia de enseñanza contextual más poderosa. Según esta estrategia, aprender por “relación” consiste en aprender en el contexto de las experiencias de la vida o conocimiento preexistente. El profesor usa esta estrategia cuando “conecta” un nuevo concepto con algo que es conocido o familiar para los alumnos, conectando de esa manera lo que los alumnos ya conocen con la nueva información, de forma que si la conexión es exitosa, los estudiantes tienen un acto de discernimiento casi instantáneo.

Sin embargo, la estrategia de “relación” no se puede realizar si los alumnos no tienen experiencia o conocimiento previo relevantes. El profesor puede superar este obstáculo y ayudar a los alumnos a incorporar nuevos conocimientos a través de experiencias aplicadas programadas para hacer en el aula. Pues bien, esta estrategia se llama **experimentación (E)** y consiste en aprender en el contexto de la exploración, descubrimiento e invención, es decir, es aprender haciendo. Dentro de estas experiencias aplicadas en el aula, se puede mencionar el uso de actividades manipulativas y actividades de resolución de problemas.

La estrategia de **aplicación (A)** se define como aprender conceptos en el contexto de su puesta en práctica. Obviamente, los alumnos “aplican” conceptos cuando están involucrados en actividades de resolución de problemas prácticos y proyectos. El profesor también puede motivar la necesidad de aprender conceptos mediante la asignación de ejercicios realistas y relevantes, que planteen situaciones de la vida cotidiana y que demuestren la utilidad de los conceptos académicos en algún área de la vida del alumno. Hay investigaciones que muestran que los ejercicios reales o de la vida cotidiana pueden motivar a los alumnos a aprender conceptos matemáticos a un nivel más profundo de entendimiento.

Sin embargo, muchos ejercicios de resolución de problemas, especialmente cuando incluyen situaciones reales, son complejos. A veces, cuando los alumnos trabajan individualmente en estos problemas, no logran progresar lo suficiente en un período de clase y como consecuencia, pueden frustrarse a menos que el profesor les dé orientaciones paso a paso. En cambio, cuando los alumnos trabajan en grupos, a menudo pueden resolver estos problemas

complejos con poca ayuda externa. Los profesores que usan grupos liderados por alumnos para hacer ejercicios o actividades prácticas están usando la estrategia llamada **cooperación (C)**, que consiste en aprender en el contexto de compartir e interactuar. Al trabajar con compañeros en grupos, la mayoría de los alumnos sienten menos vergüenza y pueden hacer preguntas sin sentirse intimidados. También van a explicar fácilmente lo que entienden a sus compañeros o proponer al grupo diversos enfoques para la resolución de problemas. Por el hecho de que escuchan a los compañeros dentro del grupo, los alumnos pueden volver a evaluar y formular su propio entendimiento, aprendiendo a valorar las opiniones de los demás porque, a veces, una estrategia diferente puede ser mejor para resolver el problema. Cuando un grupo tiene éxito en lograr un objetivo común, sus miembros tienen una mejor motivación y más seguridad en sí mismos que cuando trabajan individualmente.

Los alumnos que aprenden para entender también pueden aprender a transferir conocimiento. La **transferencia (T)** es una estrategia de enseñanza que consiste en aprender en el contexto de la aplicación del conocimiento en nuevos contextos o en nuevas situaciones. En un aula contextual o constructivista, el rol del profesor incluye la creación de una variedad de experiencias de aprendizaje centradas en el entendimiento y no en la memorización, asignando actividades prácticas y problemas realistas a través de los cuales los alumnos logran un primer entendimiento y profundizan su dominio de conceptos.

3.4. Aprendizaje cooperativo.

3.4.1. ¿Qué es el aprendizaje cooperativo?

Kagan (1994) sostiene que el **aprendizaje cooperativo** “se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen a la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, sobre algún tema, como una parte integral del proceso de aprendizaje”. El aprendizaje cooperativo se cimienta en la teoría

constructivista que otorga un papel fundamental a los alumnos como actores principales de su proceso de aprendizaje.

Johnson & Johnson (1991), destacan que el **aprendizaje cooperativo** “es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce en la interrelación”. Estos autores definen que cooperar significa trabajar juntos para lograr objetivos compartidos y también destacan que dentro de las actividades cooperativas los estudiantes buscan los resultados que son beneficiosos para ellos mismos y para los otros miembros del grupo.

En definitiva, el **aprendizaje cooperativo** es un término genérico usado para referirse a un grupo de procedimientos de enseñanza que parten de la organización de la clase en pequeños grupos mixtos y heterogéneos donde los alumnos trabajan conjuntamente de forma coordinada entre sí para resolver tareas académicas y profundizar en su propio aprendizaje.

3.4.2. Elementos básicos del aprendizaje cooperativo.

Para que la cooperación funcione bien, hay cinco **elementos** que deberán ser explícitamente incorporados en cada clase.

El primer y principal elemento del aprendizaje cooperativo es la **interdependencia positiva**. El docente debe proponer una tarea clara y un objetivo grupal para que los miembros del grupo tengan claro que los esfuerzos de cada integrante no sólo lo benefician a él mismo sino también a los demás miembros. Esta interdependencia positiva crea un compromiso con el éxito de otras personas, además del propio, lo cual es la base del aprendizaje cooperativo, ya que sin interdependencia positiva, no hay cooperación.

El segundo elemento esencial del aprendizaje cooperativo es la **responsabilidad individual y grupal**. El grupo debe asumir la responsabilidad de alcanzar sus objetivos, y cada miembro será responsable de cumplir con la parte del trabajo que le corresponda, nadie puede aprovecharse del trabajo de otros. El grupo debe tener claros sus objetivos y debe ser capaz de evaluar el progreso realizado en cuanto al logro de esos objetivos y los esfuerzos

individuales de cada miembro. La responsabilidad individual existe cuando se evalúa el desempeño de cada alumno y los resultados de la evaluación son transmitidos al grupo y al individuo a efectos de determinar quién necesita más ayuda, respaldo y aliento para efectuar la tarea en cuestión. El propósito de los grupos de aprendizaje cooperativo es fortalecer a cada miembro individual, es decir, que los alumnos aprenden juntos para poder luego desempeñarse mejor como individuos.

El tercer elemento esencial del aprendizaje cooperativo es la **interacción estimuladora cara a cara**. Los alumnos deben realizar juntos una labor en la que cada uno promueva el éxito de los demás, compartiendo los recursos existentes y ayudándose, respaldándose, alentándose y felicitándose unos a otros por su empeño en aprender. Algunas importantes actividades cognitivas e interpersonales sólo pueden producirse cuando cada alumno promueve el aprendizaje de los otros, explicando verbalmente cómo resolver problemas, analizar la índole de los conceptos que se están aprendiendo, enseñar lo que uno sabe a sus compañeros y conectar el aprendizaje presente con el pasado. Al promover personalmente el aprendizaje de los demás, los miembros del grupo adquieren un compromiso personal unos con otros, así como con sus objetivos comunes.

El cuarto componente del aprendizaje cooperativo consiste en enseñarles a los alumnos algunas **prácticas interpersonales y grupales** imprescindibles. El aprendizaje cooperativo es intrínsecamente más complejo que el competitivo o el individualista, porque requiere que los alumnos aprendan tanto las materias (ejecución de tareas) como las prácticas interpersonales y grupales necesarias para funcionar como parte de un grupo (trabajo de equipo). Los miembros del grupo deben saber cómo ejercer la dirección, tomar decisiones, crear un clima de confianza, comunicarse y manejar los conflictos, y deben sentirse motivados a hacerlo. Dado que la cooperación guarda relación con el conflicto, los procedimientos y las técnicas requeridas para manejar los conflictos de manera constructiva son especialmente importantes para el buen funcionamiento de los grupos de aprendizaje.

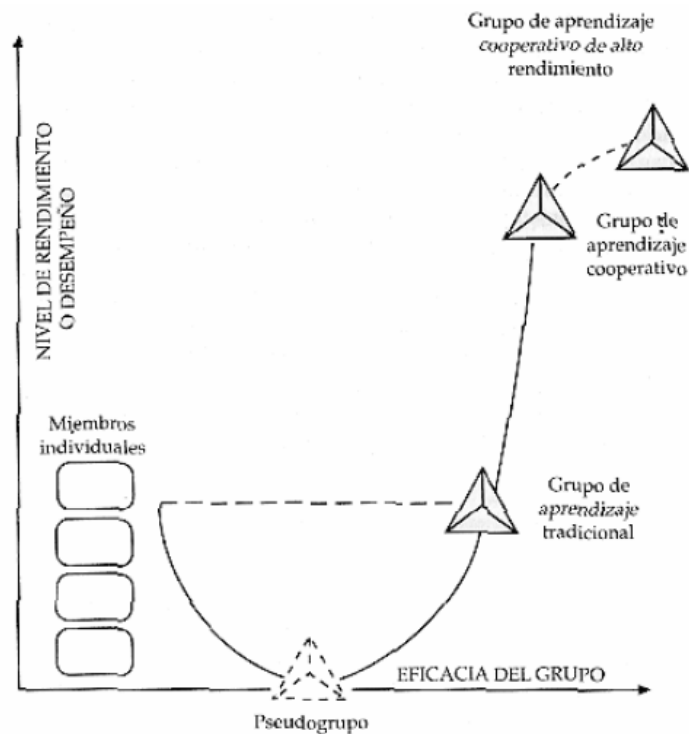
El quinto elemento fundamental del aprendizaje cooperativo es la **evaluación grupal**. Esta evaluación tiene lugar cuando los miembros del grupo analizan en qué medida están alcanzando sus metas y, manteniendo relaciones de trabajo eficaces. Los grupos deben determinar qué acciones de sus miembros son positivas o negativas, y tomar decisiones acerca de cuáles conductas conservar o modificar. Para que el proceso de aprendizaje mejore en forma sostenida, es necesario que los miembros analicen cuidadosamente cómo están trabajando juntos y cómo pueden acrecentar la eficacia del grupo.

3.4.3. ¿Por qué es conveniente el aprendizaje cooperativo?

Para convencerse de la conveniencia de emplear el aprendizaje cooperativo, basta con recabar las investigaciones realizadas al respecto, y es que a partir de ellas, sabemos que la cooperación, comparada con los métodos competitivo e individualista, da lugar a los siguientes resultados:

- **Mayores esfuerzos por lograr un buen desempeño:** esto incluye un rendimiento más elevado y una mayor productividad por parte de todos los alumnos, mayor posibilidad de retención a largo plazo, motivación intrínseca, motivación para lograr un alto rendimiento, más tiempo dedicado a las tareas, un nivel superior de razonamiento y pensamiento crítico.
- **Relaciones más positivas entre los alumnos:** esto incluye un incremento del espíritu de equipo, relaciones solidarias y comprometidas, respaldo personal y escolar, valoración de la diversidad y cohesión.
- **Mayor salud mental:** esto incluye un ajuste psicológico general, fortalecimiento del yo, desarrollo social, integración, autoestima, sentido de la propia identidad y capacidad de enfrentar la adversidad y las tensiones.

Figura 1. La curva del rendimiento del grupo de aprendizaje.



3.4.4. La organización del trabajo cooperativo en el aula.

En cuanto a la distribución de los alumnos en el aula, el aprendizaje cooperativo comprende tres tipos de grupos de aprendizaje.

Los **grupos formales**, funcionan durante un periodo que va de una hora a varias semanas de clase. En los grupos formales, los alumnos trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros de grupo completen la tarea de aprendizaje asignada. Estos grupos cooperativos garantizan la participación activa de los alumnos en las tareas intelectuales de organizar el material, explicarlo, resumirlo e integrarlo a las estructuras conceptuales existentes.

Los **grupos informales**, como su nombre indica son esporádicos (operar durante unos pocos minutos hasta una hora de clase) y su composición puede ser tanto homogénea como heterogénea (en cuanto a características, rendimiento y capacidad de sus miembros). La cantidad de miembros de este tipo de grupos puede variar mucho, desde un mínimo de 2 ó 3 alumnos, hasta un máximo de 6 ó 8. El docente puede utilizarlos durante una actividad de enseñanza directa (clase magistral, demostración, película, etc.) para centrar la

atención de los alumnos en el material en cuestión, para promover un clima propicio al aprendizaje, para crear expectativas acerca del contenido de la clase, para asegurarse de que los alumnos procesen cognitivamente el material que se les está enseñando y para dar cierre a una clase. Al igual que los grupos formales, los grupos informales sirven al maestro para asegurarse de que los alumnos efectúen el trabajo intelectual de organizar, explicar, resumir e integrar el material a las estructuras conceptuales existentes durante las actividades de enseñanza directa.

Los **grupos base**, son permanentes (por lo menos de casi un año) y siempre de composición heterogénea (en género, intereses, capacidades, motivación, rendimiento, etc.). Por lo general, el número de componentes de cada grupo es 4, y como máximo podrá ser 6, ya que a partir de esta cantidad, es difícil que se puedan relacionar todos los miembros. En cuanto a la capacidad y rendimiento, se procura que el grupo esté formado por un alumno que tenga rendimiento-capacidad alto, dos alumnos con rendimiento-capacidad mediano, y otro más bajo. Su principal objetivo es posibilitar que sus integrantes se brinden unos a otros el apoyo, la ayuda, el aliento y el respaldo que cada uno de ellos necesita para tener un buen rendimiento escolar. Los grupos base permiten que los alumnos entablen relaciones responsables y duraderas que los motivarán a esforzarse en sus tareas, a progresar en el cumplimiento de sus obligaciones escolares y a tener un buen desarrollo cognitivo y social.

Los grupos base, de vez en cuando, pueden redistribuirse en **grupos de expertos**, en los cuales un miembro de cada equipo se especializa en un conocimiento o habilidad hasta hacerse experto, de forma que más tarde pueda transmitir sus conocimientos dentro del equipo base. Asimismo, los demás le transmitirán a él los conocimientos adquiridos en sus respectivos equipos de expertos.

Por otro lado, la disposición y el arreglo del espacio y los muebles del aula afectan casi todas las conductas de los alumnos y el docente, y pueden facilitar o bien obstruir el aprendizaje. Por tanto, al disponer el aula para el trabajo en grupos, el docente debe tener presente algunas pautas como que los miembros

del grupo de aprendizaje deben sentarse juntos, deben poder ver al docente y la disposición en el aula debe ser flexible.

Por último, asignar roles a los alumnos (portavoz, secretario, internauta, avisador, gestor de tiempo, etc.) es una de las maneras más eficaces de asegurarse de que los miembros del grupo trabajen juntos sin tropiezos y de forma productiva. Lo ideal es que dichos roles sean rotatorios para que no se establezcan relaciones de dependencia y así pueda conseguirse que todos los alumnos aprendan a desempeñar con soltura cualquiera de las funciones asignadas, garantizando que las tareas que deba realizar el grupo puedan desarrollarse superando cualquier inconveniente, ya que todos los alumnos son capaces de desarrollar todos los roles.

3.4.5. Técnicas de aprendizaje cooperativo.

3.4.5.1. La técnica TAI (“Team Assisted Individualization”).

La **técnica TAI** combina el aprendizaje cooperativo con la instrucción individualizada. Todos los alumnos trabajan sobre lo mismo, pero cada uno de ellos sigue un programa específico, es decir, la tarea de aprendizaje común se estructura en programas individualizados o, mejor dicho, personalizados para cada miembro del equipo, ajustados a las características y necesidades de cada uno.

La secuencia a seguir en la aplicación de esta técnica puede ser la siguiente:

1. Se divide el grupo clase en un determinado número de equipos de base.
2. Se concreta para cada alumno su plan de trabajo personalizado, en el cual consten los objetivos que debe alcanzar a lo largo de la secuencia didáctica y las actividades que debe realizar.
3. Todos trabajan sobre los mismos contenidos, pero no necesariamente con los mismos objetivos ni las mismas actividades.
4. Cada alumno se responsabiliza de llevar a cabo su plan de trabajo y se compromete a ayudar a sus compañeros a llevar a cabo el suyo propio.

5. Simultáneamente, cada equipo elabora -para un periodo determinado- su propio plan de equipo, con los objetivos que se proponen y los compromisos que contraen para mejorar su funcionamiento como equipo.
6. Si además de conseguir los objetivos de aprendizaje personales, consiguen mejorar como equipo, cada alumno obtiene una “recompensa” (unos puntos adicionales en su calificación final).

3.4.5.2. La tutoría entre iguales (“Peer Tutoring”).

La **tutoría entre iguales** es una estrategia que trata de adaptarse a las diferencias individuales en base a una relación diádica entre los participantes. Estos suelen ser dos compañeros de la misma clase y edad, uno de los cuales hace el papel de tutor y el otro de alumno. El tutor enseña y el alumno aprende, siendo generalmente esta relación guiada por el profesor. (Parrilla: 1992, p. 127).

Para que esta estrategia ayude a mejorar el rendimiento de los alumnos implicados, por un lado, el alumno tutor debe responder a las demandas de ayuda de su compañero, y por otro lado, la ayuda que proporcione el tutor a su compañero debe tomar la forma de explicaciones detalladas sobre el proceso de resolución de un problema y nunca deben proporcionarse soluciones ya hechas (Serrano y Calvo: 1994, p. 24).

La secuencia a seguir en la aplicación de esta técnica puede ser la siguiente:

1. Selección de los alumnos tutores y de los alumnos tutorizados (fase de preparación).
2. Diseño de las sesiones de tutoría (contenidos, estructura básica y sistema de evaluación).
3. Constitución de los “pares” (alumno tutor y alumno tutorizado).
4. Formación de los tutores.
5. Inicio de las sesiones, bajo la supervisión de un profesor en las primeras sesiones.

6. Mantenimiento de la implicación de los tutores (con reuniones formales y contactos informales con los profesores de apoyo).

3.4.5.3. *El rompecabezas o puzzle (“Jigsaw”).*

La técnica del **rompecabezas o puzzle** es quizás la más conocida y la más utilizada en el ámbito académico, siendo sus objetivos (García, Traver y Candela, 2001: p. 59) estructurar las interacciones entre los alumnos, mediante equipos de trabajo y lograr que los alumnos dependan unos de otros para lograr sus objetivos.

La secuencia a seguir en la aplicación de esta técnica es la siguiente:

1. División de la clase en grupos heterogéneos de 4 ó 5 miembros cada uno.
2. Fraccionamiento del material objeto de estudio en tantas partes como miembros tiene el equipo, de manera que cada uno de sus miembros recibe un fragmento de la información del tema que, en su conjunto, están estudiando todos los equipos, y no recibe la que se ha puesto a disposición de sus compañeros para preparar su propio “subtema”.
3. Cada miembro del equipo prepara su parte a partir de la información que le facilita el profesor o la que él ha podido buscar.
4. Después, con los integrantes de los otros equipos que han estudiado el mismo subtema, forma un “grupo de expertos”, donde intercambian la información, ahondan en los conceptos clave, construyen esquemas y mapas conceptuales, clarifican las dudas planteadas, etc.; podríamos decir que llegan a ser expertos de su sección.
5. A continuación, cada uno de ellos retorna a su equipo de origen y se responsabiliza de explicar al grupo la parte que él ha preparado.

Así pues, todos los alumnos se necesitan unos a otros y se ven “obligados” a cooperar, porque cada uno de ellos dispone sólo de una pieza del rompecabezas y sus compañeros de equipo tienen las otras, imprescindibles para culminar con éxito la tarea propuesta.

3.4.5.4. Los grupos de investigación (“Group-Investigation”).

Los objetivos principales de la técnica de **los grupos de investigación** es (García, Traver y Candela, 2001: p. 69) discutir, valorar e interpretar los contenidos informativos que reciben los alumnos en el aula y participar más activamente en la selección de métodos o procedimientos para el aprendizaje. Es una técnica muy parecida a la que en nuestro entorno educativo se conoce también con el **método de proyectos o trabajo por proyectos**.

Esta técnica implica la siguiente secuenciación:

1. Elección y distribución de subtemas: los alumnos eligen, según sus aptitudes o intereses, subtemas específicos dentro de un tema o problema general, normalmente planteado por el profesor en función de la programación.
2. Constitución de grupos dentro de la clase: la libre elección del grupo por parte de los alumnos puede condicionar su heterogeneidad, que debemos intentar respetar al máximo. El número ideal de componentes oscila entre 3 y 5.
3. Planificación del estudio del subtema: los estudiantes y el profesor planifican los objetivos concretos que se proponen y los procedimientos que utilizarán para alcanzarlos, al tiempo que distribuyen las tareas a realizar (encontrar la información, sistematizarla, resumirla, esquematizarla, etc.).
4. Desarrollo del plan: los alumnos desarrollan el plan descrito. El profesor sigue el progreso de cada grupo y les ofrece su ayuda.
5. Análisis y síntesis: los alumnos analizan y evalúan la información obtenida. La resumen y la presentarán al resto de la clase.
6. Presentación del trabajo: una vez expuesto, se plantean preguntas y se responde a las posibles cuestiones, dudas o ampliaciones que puedan surgir.
7. Evaluación: el profesor y los alumnos realizan conjuntamente la evaluación del trabajo en grupo y la exposición. Puede completarse con una evaluación individual.

3.5. Nuevas tecnologías aplicadas a la Educación.

Las **tecnologías de la información y comunicación (TIC)** son un conjunto de servicios, redes, software y dispositivos cuyo fin es mejorar la calidad de vida de las personas de un entorno y que se integran a un sistema de información interconectado y complementario.

Las **nuevas tecnologías de la educación** son tecnologías de la información aplicadas al campo pedagógico para racionalizar los procesos educativos, mejorar los resultados del sistema educativo y asegurar el acceso de excluidos. Según el Informe Mundial sobre la Comunicación de la UNESCO la expresión **nuevas tecnologías de la información y la comunicación** se usa para denominar a las nuevas técnicas de comunicación desarrolladas durante las últimas décadas en tres diferentes ramas, las telecomunicaciones, la informática y el sector audiovisual.

Algunas de las características que las nuevas tecnologías aportan a la educación son las siguientes:

- Equilibran de los procesos de pensamiento (visual-racional).
- Propician el manejo de la información y el desarrollo de la creatividad.
- Favorecen la innovación.
- Tienen un propósito instructivo.
- Articulan lenguajes propios con códigos específicos.
- Elaboran, recogen información, la almacenan, procesan, presentan y difunden.
- Permite una formación individualizada, ya que cada alumno puede trabajar a su ritmo.
- Permiten la planificación del aprendizaje según las posibilidades del alumno.
- Aportan comodidad al alumno.
- Los nuevos medios proporcionan grandes oportunidades para la revisión, el pensamiento en profundidad y para la integración (interactividad).

Asimismo, las nuevas tecnologías ofrecen multitud de posibilidades a la educación tales como:

- La ampliación de la oferta informativa.
- La creación de entornos más flexibles para el aprendizaje.
- La eliminación de barreras espacio-temporales entre docente-alumno.
- El incremento de las modalidades comunicativas.
- La potenciación de los escenarios y entornos interactivos.
- El favorecimiento del aprendizaje independiente, colaborativo y en grupo.
- La rotura con los clásicos escenarios formativos limitados a las instituciones educativas.
- La formación permanente.

Por tanto, la incorporación de las TIC en las aulas permite nuevas formas de acceder, generar y transmitir información y conocimientos, a la vez que permite flexibilizar el tiempo y el espacio en el que se desarrolla la acción educativa. Las TIC pueden ofrecer al estudiante una elección real en cuándo, cómo y dónde estudiar, ya que se encuentran fuera del espacio formal de formación y posibilitan el compartir información en tiempo real, así como el rápido acceso al conocimiento. Sin embargo, se enfrentan ante algunas desventajas como son el coste de los ordenadores, la dependencia de la tecnología o la diferente y nueva organización de los materiales de una la asignatura. En este contexto, docentes y estudiantes tienen que adoptar nuevos roles en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que implican el uso de estrategias y metodologías nuevas para lograr una enseñanza activa, participativa y constructiva.

4. METODOLOGÍA.

Como he comentado anteriormente, durante mi periodo de prácticas en el I.E.S. Albaida (Almería), comprendido entre el 10 de abril y el 7 de mayo, no pude poner en práctica una estrategia de aprendizaje (aprendizaje cooperativo), que desde que la conocí y tras el estudio y análisis de la misma, mejora el desarrollo académico, personal y social del alumnado.

Por ello, en este trabajo quiero contrastar las estrategias de aprendizaje que emplean los alumnos cuando trabajan de forma individual, frente a cuando lo hacen cooperativamente en la asignatura de Matemáticas, con el **diseño de una Unidad Didáctica sobre “Intervalos de Confianza”** basada en esta metodología innovadora y motivadora, a través del diseño de tareas o proyectos cooperativos contextualizados en situaciones reales y/o de la vida cotidiana a través de uso de las tecnologías de la información y comunicación.

5. DESARROLLO: UNIDAD DIDÁCTICA BASADA EN APRENDIZAJE COOPERATIVO.

5.1. Condicionantes de partida.

En primer lugar, el diseño y desarrollo de la unidad didáctica se fundamenta en la aplicación de métodos pedagógicos basados en un sistema que potencia el **aprendizaje cooperativo** como estrategia de aprendizaje base, combinada con el **aprendizaje autónomo** y complementadas, ambas, con un **proceso de teleformación** (plataforma Moodle). Es esencial, por tanto, el **uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación**.

En segundo lugar, el nivel de enseñanza para el que se pretende diseñar dicha unidad didáctica es **2º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales**. Finalmente, se apuesta por un modelo de formación eminentemente práctico centrado en la **realización de tareas o proyectos**.

5.2. Marco legal.

5.2.1. Nivel estatal.

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.
- Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas.

5.2.2. Nivel autonómico.

- Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía.
- Decreto 416/2008, de 22 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía.
- Orden del 5 de Agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía.

5.3. Contextualización, descripción y justificación de la unidad.

La Unidad Didáctica “Intervalos de confianza” se enmarca en el bloque de contenidos III “Probabilidad y Estadística” según el Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas, y concretamente bajo el epígrafe “Intervalo de confianza para el parámetro p de una distribución binomial y para la media de una distribución normal de desviación típica conocida”.

Con las técnicas de muestreo se obtiene información acerca de las muestras extraídas aleatoriamente de poblaciones conocidas, pero en la práctica tiene más interés inferir información sobre una población basándose en los datos que nos suministra una muestra representativa de dicha población. Para poder inferir esa información uno de los métodos que se utiliza es la estimación de parámetros, como la media o la proporción.

La estimación por intervalos de confianza se basa en determinar un intervalo donde se prevé que esté el parámetro poblacional con una cierta seguridad o confianza. Se ve que al aumentar el tamaño de la muestra, se gana en nivel de confianza y, por tanto, se puede reducir la amplitud del intervalo, por lo que es evidente que existe una gran relación entre el nivel de confianza, el tamaño de la muestra y la amplitud del intervalo.

Es una de las unidades más importantes del curso, ya que durante los últimos años el último ejercicio de la prueba de acceso a la universidad es sobre intervalos de confianza. Asimismo, es una unidad importante por la aplicación práctica que tiene en las distintas ramas de las Ciencias Sociales y para estudios posteriores.

5.4. Objetivos.

5.4.1. Objetivos de etapa.

A nivel estatal, el art. 33 de la Ley Orgánica 2/2006 de Educación define 14 objetivos para el desarrollo de determinadas capacidades en los alumnos y alumnas. La presente unidad contribuirá específicamente a los siguientes:

- b) Consolidar una madurez personal y social que les permita actuar de forma responsable y autónoma y desarrollar su espíritu crítico. Prever y resolver pacíficamente los conflictos personales, familiares y sociales.
- d) Afianzar los hábitos de lectura, estudio y disciplina, como condiciones necesarias para el eficaz aprovechamiento del aprendizaje, y como medio de desarrollo personal.
- e) Dominar, tanto en su expresión oral como escrita, la lengua castellana y, en su caso, la lengua cooficial de su Comunidad Autónoma.
- g) Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y la comunicación.
- i) Acceder a los conocimientos científicos y tecnológicos fundamentales y dominar las habilidades básicas propias de la modalidad elegida.
- j) Comprender los elementos y procedimientos fundamentales de la investigación y de los métodos científicos. Conocer y valorar de forma crítica la contribución de la ciencia y la tecnología en el cambio de las condiciones de vida, así como afianzar la sensibilidad y el respeto hacia el medio ambiente.
- k) Afianzar el espíritu emprendedor con actitudes de creatividad, flexibilidad, iniciativa, trabajo en equipo, confianza en uno mismo y sentido crítico.

A nivel autonómico, el art. 4 del Decreto 416/2008 por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía, define 5 objetivos para el desarrollo en el alumnado de determinados saberes, capacidades, hábitos y valores, de los cuales la presente unidad contribuirá específicamente a los siguientes:

- b) La capacidad para aprender por sí mismo y para trabajar en equipo.

- c) La capacidad para aplicar técnicas de investigación para el estudio de diferentes situaciones que se presenten en el desarrollo del currículo.

5.4.2. Objetivos de área.

A nivel estatal, el anexo II del Real Decreto 1467/2007 por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas, define 8 objetivos para el desarrollo de determinadas capacidades en los alumnos y alumnas de bachillerato, de los cuales la presente unidad contribuirá a los siguientes:

1. Aplicar a situaciones diversas los contenidos matemáticos para analizar, interpretar y valorar fenómenos sociales, con objeto de comprender los retos que plantea la sociedad actual.
2. Adoptar actitudes propias de la actividad matemática como la visión analítica o la necesidad de verificación. Asumir la precisión como un criterio subordinado al contexto, las apreciaciones intuitivas como un argumento a contrastar y la apertura a nuevas ideas como un reto.
3. Elaborar juicios y formar criterios propios sobre fenómenos sociales y económicos, utilizando tratamientos matemáticos. Expresar e interpretar datos y mensajes, argumentando con precisión y rigor y aceptando discrepancias y puntos de vista diferentes como un factor de enriquecimiento.
4. Formular hipótesis, diseñar, utilizar y contrastar estrategias diversas para la resolución de problemas que permitan enfrentarse a situaciones nuevas con autonomía, eficacia, confianza en sí mismo y creatividad.
5. Utilizar un discurso racional como método para abordar los problemas: justificar procedimientos, encadenar una correcta línea argumental, aportar rigor a los razonamientos y detectar inconsistencias lógicas.
6. Hacer uso de variados recursos, incluidos los informáticos, en la búsqueda selectiva y el tratamiento de la información gráfica, estadística y algebraica en sus categorías financiera, humanística o de otra índole,

interpretando con corrección y profundidad los resultados obtenidos de ese tratamiento.

7. Adquirir y manejar con fluidez un vocabulario específico de términos y notaciones matemáticas. Incorporar con naturalidad el lenguaje técnico y gráfico a situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente.
8. Utilizar el conocimiento matemático para interpretar y comprender la realidad, estableciendo relaciones entre las matemáticas y el entorno social, cultural o económico y apreciando su lugar, actual e histórico, como parte de nuestra cultura.

5.4.3. Objetivos didácticos.

De forma específica, los objetivos didácticos concretos de esta unidad son los siguientes:

1. Conocer y aplicar el teorema Central del Límite para describir el comportamiento de las medias de las muestras de un cierto tamaño extraídas de una población de características conocidas.
2. Conocer, comprender y aplicar la relación que existe entre el tamaño de la muestra, el nivel de confianza y el error máximo admisible en la construcción de intervalos de confianza para la media.
3. Conocer, comprender y aplicar las características de la distribución de las proporciones muestrales.
4. Conocer, comprender y aplicar la relación que existe entre el tamaño de la muestra, el nivel de confianza y el error máximo admisible en la construcción de intervalos de confianza para proporciones y probabilidades.
5. Relacionar el tamaño mínimo que debe tener la muestra con el error máximo admisible y el nivel de confianza.

5.5. Contenidos: conceptuales, procedimentales y actitudinales.

En la siguiente tabla se presentan los contenidos, procedimientos y actitudes que se desarrollan a lo largo de la unidad didáctica objeto de estudio:

Tabla 1. Contenidos, procedimientos y actitudes.

Conceptos	Procedimientos	Actitudes
Teorema Central del Límite	Estudio del comportamiento de las medias de las muestras de tamaño n .	Gusto e interés por enfrentarse a problemas de inferencia estadística.
Distribución de proporciones muestrales		Disposición favorable para el estudio y conocimiento de las técnicas para realizar estimaciones.
Intervalo de confianza	Cálculo de intervalos de confianza para estimar la media poblacional, utilizando diferentes muestras y niveles de significación.	Espíritu crítico para valorar los resultados obtenidos al realizar una estimación y el proceso seguido.
Nivel de confianza		
Coeficiente de confianza	Estudio del comportamiento de las proporciones muestrales de las muestras de tamaño n .	Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido para la obtención de los resultados.
Nivel de significación o riesgo		
Valor crítico	Cálculo de intervalos de confianza para estimar una proporción, utilizando diferentes muestras y niveles de significación.	Interés por la búsqueda de situaciones y problemas del entorno para los que haya que realizar estimaciones mediante intervalos de confianza.
Margen de error		
Amplitud	Cálculo del tamaño de la muestra que debe utilizarse para realizar una inferencia con ciertas condiciones de error y de nivel de confianza.	
Error máximo admisible		
Tamaño de la muestra		

5.6. Propuesta de actividades.

5.6.1. Obsolescencia programada.

¿Sabías que muchos de los productos que compramos han sido diseñados para fallar? Es probable que no estés familiarizado con el término de **obsolescencia programada**, ya que no es un fenómeno sobre el que se hable en los medios de comunicación (televisión, radio, internet, redes sociales, etc.) ni tampoco hay mucha información al respecto, sin embargo ha definido nuestras vidas desde los años 20 y no es otra cosa que *la utilización de técnicas por los fabricantes para acortar la vida de los productos con el fin de que el consumidor tenga que reemplazarlos*. Este fenómeno va desde la utilización de piezas que fallan a partir de unas horas determinadas de uso, hasta el desarrollo pautado de la innovación, con salidas al mercado de productos que envejecen a los anteriores, o el juego con las modas.

EJERCICIO PROPUESTO

Para comprobar la veracidad del fenómeno de obsolescencia programada la Unión de Consumidores de España (UCE) ha realizado un estudio de la vida útil media de uno de los aparatos electrodomésticos más habitual en nuestros hogares, el televisor. El estudio se ha realizado con 100 personas que han comprado dicho aparato, obteniendo una vida útil media de 45.000 horas y una desviación típica de 9.000 horas.

- a) ¿Cómo se distribuye la vida útil media del televisor?
- b) Estima la vida útil media (μ), mediante un intervalo de confianza con un nivel de confianza del 90%. ¿Cuál es la amplitud de dicho intervalo?
- c) A un nivel de confianza del 95 %, ¿cuál será el error máximo admisible (E)?
- d) Determina el tamaño muestral mínimo (n) para que el error sea menor que 0,05 con un nivel de confianza del 99%.

5.6.1.1. Organización de la clase.

Se pretende abordar la actividad mediante la utilización de la **técnica del rompecabezas o puzzle (“Jigsaw”)**, utilizando **grupos formales** de 4 alumnos de composición heterogénea (en cuanto a capacidad y rendimiento de sus miembros), de forma que podamos garantizar la participación activa de los mismos en las tareas propuestas. Para ello, el docente debe procurar que el grupo esté formado por un alumno que tenga rendimiento-capacidad alto, dos alumnos con rendimiento-capacidad mediano y otro más bajo.

5.6.1.2. Secuencia de trabajo y pautas generales para llevarla a cabo.

Se propone esta tarea en primer lugar porque el fenómeno de obsolescencia programada, a priori desconocido por la mayoría de los alumnos, define nuestro día a día y a la sociedad para el consumo en la que estamos inmersos, lo cual puede despertar rápidamente el interés del alumnado.

La secuencia de trabajo así como las pautas generales para llevar a cabo dicha tarea son las siguientes:

- Mostrar el vídeo correspondiente al documental “Comprar, tirar, comprar” emitido en la noche temática de La 2.

(<http://www.youtube.com/watch?v=gCY5SUgt3p4>) y comentar brevemente las principales impresiones (15 min).

- Introducir al conjunto de la clase la actividad “Obsolescencia programada”, organizando y estructurando la forma de trabajar a lo largo de la sesión, así como sus criterios de evaluación (5 min).
- Dividir la clase en grupos de 4 personas (*Ver 5.6.1.2. Organización de la clase*) y repartir, a cada uno de los integrantes, un fragmento de la información objeto de estudio (10 min). Dicha información puede consultarse en el anexo I.
- Trabajar, individualmente, el fragmento de la información correspondiente, buscando información adicional, si se considera necesario, e intentar responder a la cuestión planteada (30 min).
- Puesta en común de aquellos alumnos que hayan trabajado el mismo fragmento, formando un “grupo de expertos”, en el que se intercambie información, se ahonde en los conceptos clave y se clarifiquen aquellas dudas que puedan plantearse (20 min).
- Retorno de los alumnos al grupo original y exposición y explicación del fragmento que cada integrante ha trabajado al resto de sus compañeros (35 min).
- Entrega de la resolución conjunta al profesor (5 min).

Se dedicará a esta tarea 2 sesiones de clase.

5.6.2. La revolución de las redes sociales.

Las redes sociales permiten relacionarnos con grupos de amigos y con personas de cualquier parte del mundo. Portales como Tuenti, MySpace y Facebook, entre otros, crean nexos de unión entre los usuarios al permitir compartir ideas e intereses.

Sin embargo, del mismo modo que en la vida real tomamos ciertas reservas al conocer una persona y valoramos qué información es apropiada dar y cual no, en las redes sociales es conveniente tenerlo presente también, por lo que no debemos olvidar que siempre hay que mantener unos niveles de privacidad

adecuados para salvaguardar la información personal, ya que sólo debe acceder a ella las personas que deseamos, evitando de esta forma el uso indebido de nuestros datos personales, fotos, vídeos, etc., por parte de terceros.

EJERCICIO PROPUESTO

La Oficina de Seguridad del Internauta (OSI), como servicio del Gobierno para proporcionar información y soporte para evitar y resolver los problemas de seguridad que pueden afectarnos al navegar por Internet, ha realizado un estudio sobre los niveles de privacidad que los usuarios de las redes sociales mantenemos. El estudio se ha realizado con 500 usuarios de redes sociales, resultando que el 30% de ellos no mantiene nivel de privacidad alguna para salvaguardar su información personal.

- ¿Cómo se distribuye la proporción de usuarios que mantienen un nivel de privacidad adecuado?
- Halla un intervalo de confianza en el cual se encuentre el 98 % de la proporción de usuarios que mantienen un nivel de privacidad adecuado.
- A un nivel de confianza del 96 %, ¿cuál será el error máximo admisible (E)?
- Determina el tamaño muestral mínimo (n) para que el error sea menor que 0,01 con un nivel de confianza del 93%.

5.7.2.1. Organización de la clase.

Se pretende abordar la actividad mediante la utilización de la **técnica del rompecabezas o puzzle (“Jigsaw”)**, utilizando los mismos **grupos formales** de 4 alumnos de composición heterogénea (en cuanto a capacidad y rendimiento de sus miembros) que se formaron para la actividad anterior.

5.7.2.2. Secuencia de trabajo y pautas generales para llevarla a cabo.

La secuencia de trabajo así como las pautas generales para llevar a cabo dicha tarea son las siguientes:

- Mostrar el vídeo correspondiente “Las redes sociales en España y en el Mundo” disponible en youtube

(<http://www.youtube.com/watch?v=hc7TlIPBbW0>) y comentar brevemente las principales impresiones (15 min).

- Introducir al conjunto de la clase la actividad “La revolución de las redes sociales”, organizando y estructurando la forma de trabajar a lo largo de la sesión, así como sus criterios de evaluación (5 min).
- Dividir la clase en grupos de 4 personas (*Ver 5.6.2.1. Organización de la clase*) y repartir, a cada uno de los integrantes, un fragmento de la información objeto de estudio (10 min). Dicha información puede consultarse en el anexo II.
- Trabajar, individualmente, el fragmento de la información correspondiente, buscando información adicional, si se considera necesario, e intentar responder a la cuestión planteada (30 min).
- Puesta en común de aquellos alumnos que hayan trabajado el mismo fragmento, formando un “grupo de expertos”, en el que se intercambie información, se ahonde en los conceptos clave y se clarifiquen aquellas dudas que puedan plantearse (20 min).
- Retorno de los alumnos al grupo original y exposición y explicación del fragmento que cada integrante ha trabajado al resto de sus compañeros (35 min).
- Entrega de la resolución conjunta al profesor (5 min).

Se dedicará a esta tarea 2 sesiones de clase.

5.6.3. ¿Media o proporción?

Uno de los problemas de la estadística inferencial es el estimar el valor de la media de una población a partir de una muestra. La estimación se realiza de forma aproximada (mediante un intervalo) y con una cierta inseguridad (asignando un nivel de confianza al resultado). El tamaño de la muestra influye en la finura de la estimación y para realizar este proceso, se echa mano de la curva normal.

También hay otros parámetros que, ocasionalmente, deben ser estimados mediante muestras, como es el caso de la proporción de individuos de un

colectivo que posee una cierta cualidad o, lo que es equivalente, la probabilidad de que ocurra un cierto suceso.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El Departamento de Orientación del I.E.S. Albaida está desarrollando un proyecto de atención a alumnos con altas capacidades intelectuales en Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O). Para ello, ha realizado un estudio sobre el coeficiente intelectual (C.I.) medio de los alumnos/as seleccionando una muestra aleatoria de 120 alumnos/as. Los resultados obtenidos desprenden que el coeficiente intelectual (C.I.) medio de la muestra es de 102, con una desviación típica de 12.

a) Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 92%, para la media de la distribución del coeficiente intelectual (C.I.).

b) Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población, para que el error sea inferior a 0,02.

2. Tomada una muestra de 300 personas mayores de 15 años en la provincia de Almería, se encontró que 104 de ellas leían algún periódico regularmente.

a) Halla, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de lectores de periódicos entre los mayores de 15 años.

A la vista del resultado anterior, se pretende repetir la experiencia para conseguir una cota de error de 0,01 con el mismo nivel de confianza.

b) ¿Cuántos individuos debe tener la muestra?

3. Se sabe que la estatura de los andaluces es una variable aleatoria que sigue una distribución normal cuya desviación típica es de 0,04 m. Para estimar la media de esta variable el Instituto de Estadística de Andalucía ha tomado una muestra aleatoria de 60 andaluces y se ha encontrado una estatura media de 1,73 m.

a) Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 96%, para la media de la distribución.

b) Halle el tamaño mínimo que debe tener la muestra de esta población, para que la amplitud del intervalo con este nivel de confianza sea inferior a 0,08.

4. Se selecciona aleatoriamente una muestra de 600 personas en la ciudad de Almería y se les pregunta si consideran que el tráfico de la misma es aceptablemente fluido. Responden afirmativamente 250 personas.

a) ¿Cuál es el intervalo de confianza de la proporción de ciudadanos de esa ciudad que consideran aceptable la fluidez del tráfico, con un nivel de confianza del 90 %?

b) ¿Cuál es el error máximo cometido al hacer la estimación anterior?

5.6.3.1. Organización de la clase.

Se pretende abordar las actividades propuestas mediante la utilización de la **técnica del rompecabezas o puzzle (“Jigsaw”)**, utilizando los mismos **grupos formales** de 4 alumnos de composición heterogénea (en cuanto a capacidad y rendimiento de sus miembros) que se formaron para las actividades anteriores.

5.6.3.2. Secuencia de trabajo y pautas generales para llevarla a cabo.

La secuencia de trabajo así como las pautas generales para llevar a cabo dicha tarea son las siguientes:

- Introducir al conjunto de la clase la actividad, organizando y estructurando la forma de trabajar a lo largo de la sesión, así como sus criterios de evaluación. Dividir la clase en grupos de 4 personas (*Ver 5.6.3.1. Organización de la clase*) y repartir, a cada uno de los integrantes, uno de los problemas objeto de resolución (5 min).
- Trabajar, individualmente, el problema, buscando información adicional, si se considera necesario, e intentar responder a las cuestiones planteadas (20 min).
- Puesta en común de aquellos alumnos que hayan trabajado el mismo problema, formando un “grupo de expertos” (10 min).
- Retorno de los alumnos al grupo original y exposición y explicación del fragmento que cada integrante ha trabajado al resto de sus compañeros (20 min).
- Entrega de la resolución conjunta al profesor (5 min).

Se dedicará a estas tareas 1 sesión de clase.

5.6.4. Mentiras, pecados y abusos estadísticos.

No es de extrañar que, con las manipulaciones y los malos usos estadísticos, el público en general acabe navegando entre la fascinación y la repudia por las

cifras. La estadística no es torpe ni taimada, lo son aquellos que la usan ignorando sus supuestos más sencillos o con anhelo de que sirvan a sus intereses particulares. Y es que esta continua perversión de la estadística hace que el ciudadano en un principio acepte las conclusiones estadísticas sin ejercer crítica alguna, por suponer que las cifras no mienten.

FORO DE DEBATE

¡A debatir! Lee el artículo de divulgación estadística “**Mentiras, pecados y abusos estadísticos**”, señala las ideas que te parezcan más interesantes y compártelas con tus compañeros.

5.6.4.1. Organización de la clase.

En primer lugar, se pretende abordar la actividad utilizando los **grupos formales** de 4 alumnos de composición heterogénea (en cuanto a capacidad y rendimiento de sus miembros) establecidos anteriormente. Finalmente, a modo de conclusión se pretende abordar la actividad (debate) en gran grupo.

5.6.4.2. Secuencia de trabajo y pautas generales para llevarla a cabo.

La secuencia de trabajo así como las pautas generales para llevar a cabo dicha tarea son las siguientes:

- Introducir al conjunto de la clase la actividad, organizando y estructurando la forma de trabajar a lo largo de la sesión, así como sus criterios de evaluación. Dividir la clase en grupos de 4 personas (*Ver 5.6.4.1. Organización de la clase*) y repartir el artículo de divulgación estadística a cada uno de los integrantes (5 min). El artículo puede consultarse en el anexo III.
- Leer, individualmente, el artículo, e intentar buscar las 5 ideas clave del mismo (25 min).
- Debate y puesta en común de todos los integrantes del grupo, intercambiando información, ahondando en las ideas clave, clarificando

posibles dudas que puedan plantearse y unificando las ideas clave (30 min).

- Exposición, por parte de uno de los miembros del grupo, de las ideas clave que su grupo ha consensuado (15 min).
- Debate en gran grupo (15 min).

Se dedicará al foro de debate 1 sesión y media de clase.

5.7.5. La sociedad de la información.

La sociedad actual, la *Sociedad de la Información*, exige la utilización de nuevas tecnologías, no pudiendo quedar éstas relegadas a un segundo plano, ya que no son una mera herramienta de comunicación o trabajo, sino que a día de hoy son una de las causas fundamentales del cambio estructural de la sociedad a nivel económico y social y a través de ellas se propicia el desarrollo de capacidades técnicas que permiten un manejo adecuado de la información, el desarrollo de la creatividad y la resolución de problemas.

Las tecnologías de la información y comunicación (TIC) son un conjunto de servicios, redes, software y dispositivos cuyo fin es mejorar la calidad de vida de las personas de un entorno y que se integran a un sistema de información interconectado y complementario. Permiten, por tanto, transmitir, encontrar, almacenar, convertir y administrar la información.

EJERCICIO PROPUESTO

Perteneces al grupo de trabajo de innovación de una importante empresa de estudios estadísticos a nivel nacional. Dadas las nuevas exigencias de la sociedad y con objeto de mejorar el manejo y tratamiento de la información, la Dirección encarga el diseño un software de cálculo (hoja de cálculo) para la obtención de intervalos de confianza (puedes elegir para la media o para la proporción). Con los conocimientos adquiridos hasta el momento y tu creatividad puedes lograrlo ¡ánimo!

5.6.5.1. Organización de la clase.

Se pretende abordar la actividad utilizando los **grupos formales** de 4 alumnos de composición heterogénea (en cuanto a capacidad y rendimiento de sus miembros) establecidos anteriormente.

5.6.5.2. Secuencia de trabajo y pautas generales para llevarla a cabo.

La secuencia de trabajo así como las pautas generales para llevar a cabo dicha tarea son las siguientes:

- Introducir al conjunto de la clase la actividad, organizando y estructurando la forma de trabajar a lo largo de la sesión, así como sus criterios de evaluación (5 min).
- Dividir la clase en grupos de 4 personas (*Ver 5.6.5.1. Organización de la clase*) (5 min).
- Trabajar, en grupo, el diseño de la hoja de cálculo, buscando información adicional, si se considera necesario (1 h).
- Exposición, por parte de uno de los miembros del grupo, del diseño realizado con algún ejemplo práctico (20 min).

Se dedicará a esta actividad 1 sesión y media de clase. Aquel grupo que requiera más tiempo para llevar a cabo el diseño de la hoja de cálculo deberá reunirse fuera de clase para concluir la actividad.

5.6.6. A por la selectividad.

Como actividades de seguimiento del alumnado de carácter no presencial, a través de la plataforma Moodle, se pondrá a disposición del alumno una relación de problemas (Ver anexo IV) correspondientes a las pruebas de selectividad de los últimos años, de forma que, de forma autónoma e individual, puedan ponerse en práctica todos los conocimientos matemáticos adquiridos a lo largo de la unidad didáctica. Asimismo, la resolución de los mismos permitirá el entrenamiento del alumno para la prueba de selectividad.

5.7. Materiales y recursos.

Por un lado, se ponen a disposición del alumnado los contenidos de la unidad a través de **hojas de trabajo**, proporcionando también algunas **direcciones webs** que sirven como complemento a dichos contenidos.

Asimismo, se proporcionan **relaciones de ejercicios y problemas**, en las que es necesario el uso de la **calculadora científica**.

De igual forma se utilizan **programas y aplicaciones matemáticas** que sirven para ayudar al alumnado en el estudio y profundización de la materia (Excel, Geogebra, etc.).

La **plataforma virtual** de aprendizaje proporcionada por la Junta de Andalucía también será un recurso imprescindible para el desarrollo de la unidad, para cuyo uso es necesario disponer de **ordenador e internet**.

Finalmente, otros recursos que se utilizan son la **pizarra**, el **rotulador**, el **proyector**, etc.

5.8. Contribución de las tareas propuestas a la adquisición de las competencias básicas.

Las destrezas de las diferentes competencias básicas que se contribuye a adquirir con las diferentes tareas propuestas son las siguientes:

Tabla 2. Contribución de las tareas a la adquisición de las competencias básicas.

Competencia matemática						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones.	x	x	x	x		
Conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números y medidas) en situaciones reales de la vida cotidiana	x	x	x		x	
Seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales, y estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones	x	x	x	x		
Disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja	x	x	x		x	
Habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento	x	x	x		x	x

Aplicar destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas	x	x	x		x	
Identificación de situaciones cotidianas que precisan elementos y razonamientos matemáticos	x	x	x	x	x	
Selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible	x	x	x		x	x
Aplicar algunos algoritmos de cálculo o elementos de la lógica para identificar la validez de los razonamientos y valorar el grado de certeza asociado a los resultados derivados de los razonamientos válidos	x	x	x		x	x
Respeto y gusto por la certeza y su búsqueda a través del razonamiento	x	x	x			x
Utilizar espontáneamente en el ámbito social los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar información	x	x		x		
Aplicación de estrategias de resolución de problemas	x	x	x			x
Integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad				x	x	
Competencia lingüística						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Buscar, recopilar y procesar información	x	x			x	
Utilizar la lectura para facilitar la interpretación y comprensión del código, y permitir hacer uso de la lengua escrita	x	x		x		
Habilidades para representarse mentalmente, interpretar y comprender la realidad	x	x	x	x		
Habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones	x	x	x	x	x	x
Competencia mundo físico						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Ser consciente de la influencia que tiene la presencia de las personas en el espacio, su asentamiento, su actividad, las modificaciones que introducen y los paisajes resultantes	x	x				
Ser consciente de la importancia de que todos los seres humanos se beneficien del desarrollo y de que éste procure la conservación de los recursos y la diversidad natural.	x					
Demostrar espíritu crítico en el análisis de los mensajes informativos y publicitarios	x	x		x		
Demostrar unos hábitos de consumo responsable.	x					
Demostrar espíritu crítico en la observación de la realidad	x	x	x	x		
Competencia digital y tratamiento de la información						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Búsqueda, selección, y análisis de la información, en soporte digital	x	x		x	x	
Emplear las TIC como herramienta en el uso de modelos de procesos matemáticos.					x	
Competencia social y ciudadana						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Comprensión crítica de la realidad mediante la experiencia, conocimientos y conciencia de que hay distintas perspectivas	x	x		x		
Realizar razonamientos críticos y lógicamente válidos sobre situaciones reales	x	x	x	x	x	

Dialogar para mejorar colectivamente la comprensión de la realidad	x	x	x	x	x	
Saber comunicarse en distintos contextos, expresar las propias ideas y escuchar las ajenas	x	x	x	x	x	
Competencia cultural y artística						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Encontrar fuentes, formas y cauces de comprensión y expresión				x		
Planificar, evaluar y ajustar los procesos necesarios para alcanzar unos resultados	x	x	x		x	x
Competencia aprender a aprender						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Ser consciente de lo que se sabe y de lo que es necesario aprender	x	x	x		x	x
Curiosidad de plantearse preguntas, identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles ante una misma situación o problema.	x	x	x	x	x	x
Sentimiento de competencia personal, que redundará en la motivación, la confianza en uno mismo y el gusto por aprender	x	x	x		x	x
Aprender de y con los demás	x	x	x	x	x	
Competencia iniciativa personal						
Destrezas	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Conocer las fases de desarrollo de un proyecto, planificar, tomar decisiones, actuar, evaluar lo hecho y autoevaluarse, extraer conclusiones y valorar las posibilidades de mejora					x	
Responsabilidad y compromiso personal	x	x	x		x	x
Actitud positiva hacia el cambio y la innovación que presupone flexibilidad de planteamientos.	x	x	x		x	
Disponer de habilidades sociales para relacionarse, cooperar y trabajar en equipo	x	x	x	x	x	

5.9. Interdisciplinariedad con otras áreas de conocimiento.

Con esta unidad y en concreto con las tareas propuestas se fomenta la educación para el consumo, para un desarrollo sostenible y orientada al uso e integración de las nuevas tecnologías en la sociedad. Asimismo, se fomenta la lectura comprensiva de textos, la expresión oral y escrita y espíritu crítico.

5.10. Evaluación.

Para la **evaluación de los alumnos** se deberán tener en cuenta los siguientes **criterios de evaluación** que permitirán valorar el grado de adquisición de los objetivos:

Tabla 3. Criterios de evaluación.

Objetivos didácticos	Criterios de evaluación
Conocer y aplicar el Teorema Central del Límite para describir el comportamiento de las medias de las muestras de un cierto tamaño extraídas de una población de características conocidas	Describe la distribución de las medias muestrales
Conocer, comprender y aplicar la relación que existe entre el tamaño de la muestra, el nivel de confianza y el error máximo admisible en la construcción de intervalos de confianza para la media.	Construye un intervalo de confianza para la media conociendo la media muestral, el tamaño de la muestra y el nivel de confianza.
Conocer, comprender y aplicar las características de la distribución de las proporciones muestrales	Describe la distribución de las medias muestrales
Conocer, comprender y aplicar la relación que existe entre el tamaño de la muestra, el nivel de confianza y el error máximo admisible en la construcción de intervalos de confianza para proporciones y probabilidades.	Construye un intervalo de confianza para la proporción conociendo una proporción muestral, el tamaño de la muestra y el nivel de confianza.
Relacionar el tamaño mínimo que debe tener la muestra con el error máximo admisible y el nivel de confianza.	Calcula el tamaño de la muestra, el error máximo admisible o el nivel de confianza cuando se conocen los demás elementos del intervalo.

Además de estos criterios de evaluación, la correcta expresión oral y escrita, el razonamiento lógico y la capacidad de comprensión, la creatividad y la capacidad para conectar ideas matemáticas y utilizar distintas formas de razonamiento son otros criterios que están siempre presentes a la hora de evaluar cualquier actividad planteada.

Los **instrumentos de evaluación** para la obtención de la nota de la unidad serán los siguientes:

- *Prueba escrita*: 50 % de la calificación de la unidad.
- *Realización de las tareas cooperativas propuestas*: 40 % de la calificación de la unidad. La calificación total de esta parte, los integrantes del grupo podrán repartírsela como consideren oportuno en función de la contribución individual de cada uno de los integrantes al buen funcionamiento del grupo y a la consecución de los objetivos.
- *Realización de las tareas individuales propuestas*: 10 % de la calificación de la unidad.

El alumno/a se considera evaluado positivamente cuando obtenga en cada una de las partes al menos un 4 (sobre 10) siendo la nota media ponderada igual o superior a 5. En caso contrario, la calificación de la unidad será insuficiente.

Para **evaluar el diseño y desempeño de la unidad didáctica**, al final de la unidad se entregará a los alumnos un cuestionario de evaluación, anónimo, para que de acuerdo a su apreciación respondan a una serie de preguntas que sirvan al docente para medir el grado de consecución de los objetivos propuestos (Ver anexo V).

6. CONCLUSIONES.

Como ya concluyó la Comisión Nacional de Enseñanza de Matemáticas y Ciencias para el Siglo XXI, los métodos de enseñanza tradicionales, probablemente dieron buenos resultados en el pasado pero a día de hoy, es necesario un cambio en las estrategias educativas. Y es que la sociedad actual exige nuevas estrategias, así como la utilización de nuevas tecnologías de la información y la comunicación, con el fin de propiciar en los alumnos el aprendizaje de los contenidos a través del desarrollo de capacidades técnicas que permitan un adecuado manejo de la información, el desarrollo de la creatividad y la resolución de problemas.

El instrumento más poderoso que tenemos es el acto de educar, es decir, la enseñanza en sí misma.

Los estudios experimentales y correlativos que se han llevado a cabo sobre aprendizaje cooperativo, cimentado en la teoría constructivista, han dejado patente que la estrategia de cooperación, comparada con los métodos competitivo e individualista proporciona, por un lado, rendimientos más elevados, una mayor productividad, mayor posibilidad de retención a largo plazo, un incremento de la motivación y un nivel superior de razonamiento y pensamiento crítico. Por otro lado, la cooperación permite relaciones más positivas entre los alumnos lo que redundará en un incremento del espíritu de equipo, relaciones más solidarias y comprometidas, respaldo personal y valoración de la diversidad y cohesión. Asimismo, proporciona al alumno un mayor grado de autoestima, fortalecimiento del yo, desarrollo social, integración, sentido de la propia identidad y capacidad de enfrentar la adversidad y las tensiones. Y es que, el aprendizaje cooperativo otorga un

papel fundamental a los alumnos como actores principales de su proceso de aprendizaje.

Cuando se apuesta por un modelo de formación práctico centrado en la realización de tareas o proyectos, se ha comprobado que en muchas ocasiones, cuando los alumnos trabajan individualmente en la resolución de problemas, éstos no logran progresar lo suficiente y como consecuencia, pueden frustrarse. Sin embargo, cuando los alumnos trabajan en grupos, a menudo pueden resolver problemas complejos con poca ayuda externa, ya que con éste tipo de estrategia, la mayoría de los alumnos sienten menos vergüenza, pueden hacer preguntas sin sentirse intimidados y van a explicar fácilmente lo que entienden a sus compañeros proponiendo diversos enfoques para la resolución de problemas. Asimismo, gracias a la cooperación, los alumnos pueden volver a evaluar y formular su propio entendimiento, aprendiendo a valorar las opiniones de los demás porque, a veces, una estrategia diferente puede ser mejor para resolver el problema y cuando un grupo tiene éxito, sus miembros tienen una mejor motivación y más seguridad en sí mismos que cuando trabajan individualmente.

Sin embargo, el diseño de unidades didácticas basadas en aprendizaje cooperativo no es fácil, requiere de tiempo adicional de preparación y mucho trabajo, por lo que los profesores deben estar motivados para dedicar el tiempo y esfuerzo adicional que requiere probar estrategias como la planteada y persistir cuando se encuentran con obstáculos y dificultades. Se ha descubierto que la motivación y la implementación exitosa de las estrategias cooperativas normalmente son el resultado de un proceso gradual de cambio que combina el desarrollo profesional docente a largo plazo, orientación, colaboración con compañeros, práctica y reflexión.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEBGRAFÍAS.

Canós, L., Canós, M.J., y Liern, V. (2009). El uso de las nuevas tecnologías aplicadas a la educación superior, *En XVII Jornadas ASEPUMA – V Encuentro Internacional*. Universidad de Valencia.

Cólera J., García R., Oliveira M.J. “*Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II*” Edición Andalucía. Anaya. Madrid. 2009

Crawford, M.L. (2004). *Enseñanza Contextual. Investigación, fundamentos y técnicas para mejorar la motivación y el logro de los estudiantes de matemáticas y ciencias*. Texas: CORD.

Domingo, J., Martínez, H., Giraldo, B. y Benítez, R. (2004): “Algunos de los roles más habituales de los estudiantes en los grupos cooperativos”, *En Actas de la 4ª Jornada sobre Aprendizaje Cooperativo del grupo GIAC*. Universitat Politècnica de Catalunya.

García, R., Traver, J. A. y Candela, I. (2001). *Aprendizaje cooperativo: fundamentos, características y técnicas*. Madrid: CCS.

Johnson, D. y Johnson, R. (1991). *Learning together and alone. Cooperative, competitive and individualistic learning*. Needham Heights, Allyn and Bacon.

Johnson, D., Johnson, R. y Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica S.A.

Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*. San Clemente, CA: Kagan

Marín, A. y Guerrero, S. (2005). Una lectura del Informe PISA desde la secundaria. *Padres y Madres de Alumnos. Revista de la CEAPA*, 82. 24-28.

OECD (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading,*

science and problem solving knowledge and skills. Paris: OECD.

OECD (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: OECD.

Parrilla, A. (1992): *El profesor ante la integración escolar: "Investigación y formación"*. Capital Federal (Argentina): Ed. Cincel.

Pujolàs, P. (2003). *El aprendizaje cooperativo: Algunas ideas prácticas*. Universidad de Vic.

Recio, T. y Rico. L. (2005, 24 de Enero). El Informe PISA 2003 y las matemáticas [Suplemento de Educación]. *El País*, p. 34.

Rico, L. (2005). La competencia matemática en PISA. En Fundación Santillana (Ed.), *La Enseñanza de las matemáticas y el Informe PISA* (pp. 21-40). Madrid: Editor.

Rychen D.S. y Salganik L.H. (2001). *Definición y selección de competencias clave*. (Eds.)

Serrano, J.M., y Calvo, M.T. (1994): *Aprendizaje cooperativo. Técnicas y análisis dimensional*. Murcia: Caja Murcia Obra cultural.

Servicio de Innovación Educativa (UPM) (2008). *Aprendizaje cooperativo. Guías rápidas sobre nuevas tecnologías*. Universidad Politécnica de Madrid.

Descartes, Estimación de parámetros en http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/inferencia_estadistica/estimac.htm#2

Descartes, Estimación por intervalos en
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/estimacion_por_intervalos/index.htm

Estimación por intervalos de confianza en
http://maralboran.org/wikipedia/index.php/Estimaci%C3%B3n_por_intervalos_de_confianza_de_medias_y_proporciones

GIAC. Grupo de interés en el aprendizaje cooperativo. Portal dependiente del ICE de la UPV en el que se tratan los aspectos básicos de esta metodología.
http://giac.upc.es/pag/giac_cas/giac_nuestro_grupo.htm

La doctora Inferencia Estadística: Efectos Secundarios en
http://agrega.juntadeandalucia.es/visualizar/es/esn_2011032413_9125628/true

La doctora Inferencia Estadísticas: Sacando Conclusiones en
http://agrega.juntadeandalucia.es/visualizar/es/esan_2011032413_9122644/true

Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II. Orientaciones y recursos didácticos en <http://www.anayamascerca.com/menu.html?nav=2>

ANEXOS

Anexo I: Obsolescencia programada (Intervalos de confianza para la media).

Ficha I: Distribución de las medias muestrales.

Según el **Teorema Central del Límite**, dada una población de **media (μ)** y **desviación típica (σ)**, no necesariamente normal, la distribución de las medias de las muestras de tamaño n:

- Tiene la misma media, μ , que la población.
- Su desviación típica es $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ¹, y por consiguiente, disminuye al aumentar n.
- Cuando $n \geq 30$ es prácticamente normal.

Es importante señalar que este teorema es válido cualquiera que sea la distribución de la población de partida. Si ésta es normal, también lo será la distribución de las medias muestrales, cualquiera que sea el valor de n. Aunque la población de partida no sea normal, la distribución de las medias muestrales puede ser muy parecida a la normal, incluso para valores pequeños de n pero para $n > 30$ es seguro que se consigue una gran aproximación a la normal cualquiera que sea la distribución de partida.

Por tanto, sabemos que la distribución de las medias muestrales es $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

Para comprobar la veracidad del fenómeno de obsolescencia programada la Unión de Consumidores de España (UCE) ha realizado un estudio de la vida útil media de uno de los aparatos electrodomésticos más habitual en nuestros hogares, el **televisor**. El estudio se ha realizado con 100 personas que han comprado dicho aparato, obteniendo una vida útil media de 45.000 horas y una desviación típica de 9.000 horas. **¿Cómo se distribuye la vida útil media del televisor?**

¹ σ : Desviación típica poblacional; n: Tamaño de la muestra.

Ficha II: Estimación por intervalos.

A la hora de estimar un parámetro poblacional, como la **media (μ)**, un **intervalo de confianza (IC)** es un rango de valores (calculado en una muestra) en el cual se encuentra el verdadero valor del parámetro, con una probabilidad determinada. Viene dado por la siguiente expresión:

$$IC = \left(\bar{x} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Siendo:

- \bar{x} : Media muestral.
- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: Valor crítico.
- σ : Desviación típica poblacional.
- n : Tamaño de la muestra.

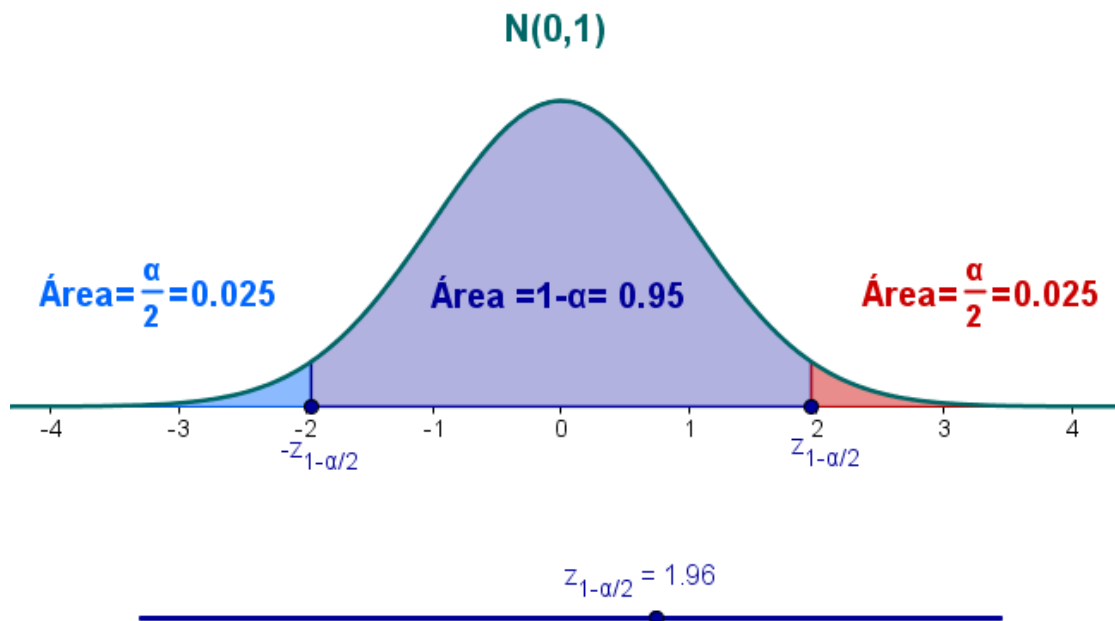
El valor crítico se designa mediante $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ y cumple lo siguiente:

$$P \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}} < z < z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right] = 1 - \alpha = c$$

Siendo:

- c : Coeficiente de confianza. Es la probabilidad de que el intervalo de confianza contenga el parámetro estimado.
- α : Nivel de significación o de riesgo. Es la probabilidad de que el intervalo de confianza no contenga el parámetro estimado.

A modo de ejemplo, a continuación se calcula el valor crítico correspondiente a un nivel de confianza del 95 %.



Como la distribución $N(0,1)$ siempre toma los mismos valores, el valor que buscamos tiene que dejar a la izquierda de $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ exactamente un área de $\frac{\alpha}{2} + (1-\alpha) = 0,025 + 0,95 = 0,975$. El subíndice de z coincide con la probabilidad que buscamos en la tabla de la $N(0,1)$, pudiendo comprobar que $z_{0,975} = 1,96$.

Por otro lado, a la diferencia entre los extremos superior e inferior de un intervalo de confianza se denomina **amplitud** del intervalo o **margen de error**.

Para comprobar la veracidad del fenómeno de **obsolescencia programada** la Unión de Consumidores de España (UCE) ha realizado un estudio de la vida útil media de uno de los aparatos electrodomésticos más habitual en nuestros hogares, el **televisor**. El estudio se ha realizado con 100 personas que han comprado dicho aparato, obteniendo una vida útil media de 45.000 horas y una desviación típica de 9.000 horas. **Estima la vida útil media (μ), mediante un intervalo de confianza con un nivel de confianza del 90%. ¿Cuál es la amplitud de dicho intervalo?**

Ficha III: Error máximo admisible.

Cuando calculamos un **intervalo de confianza (IC)** para la **media (μ)**, estamos indicando un rango de valores (calculado en una muestra) en el cual se encuentra el verdadero valor del parámetro con una cierta probabilidad. Sin embargo, es evidente que se comete un error, ya que puede que la media real de la población esté fuera de ese intervalo. El **error máximo admisible (E)** en el cálculo de un intervalo de confianza para la media es:

$$E = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Siendo:

- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: Valor crítico.
- σ : Desviación típica poblacional.
- n : Tamaño de la muestra.

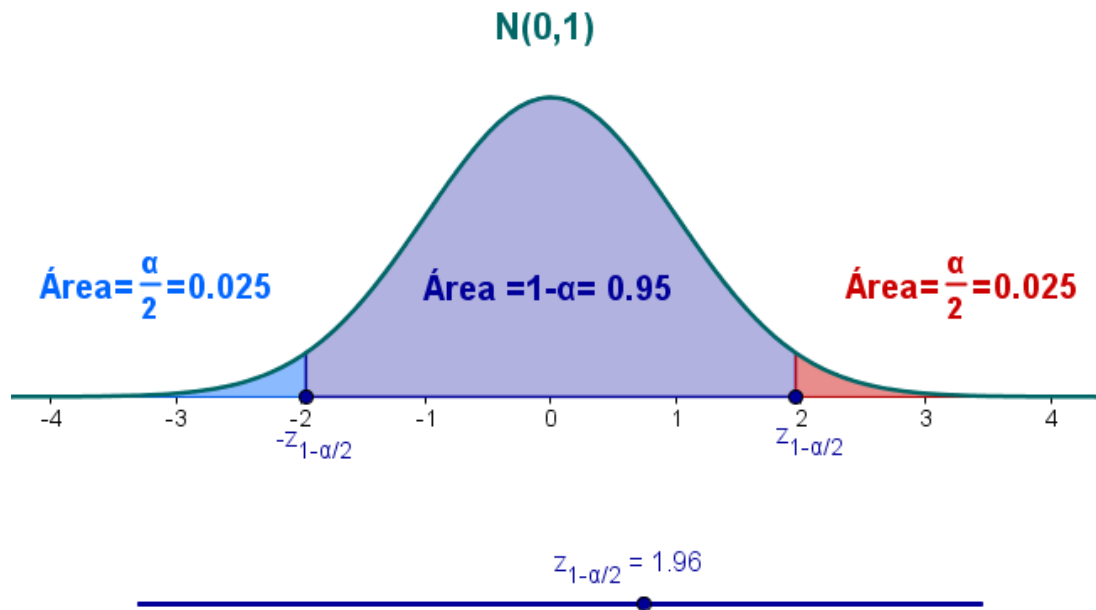
El valor crítico se designa mediante $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ y cumple lo siguiente:

$$P \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}} < z < z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right] = 1 - \alpha = c$$

Siendo:

- c : Coeficiente de confianza. Es la probabilidad de que el intervalo de confianza contenga el parámetro estimado.
- α : Nivel de significación o de riesgo. Es la probabilidad de que el intervalo de confianza no contenga el parámetro estimado.

A modo de ejemplo, a continuación se calcula el valor crítico correspondiente a un nivel de confianza del 95 %.



Como la distribución $N(0,1)$ siempre toma los mismos valores, el valor que buscamos tiene que dejar a la izquierda de $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ exactamente un área de $\frac{\alpha}{2} + (1-\alpha) = 0,025 + 0,95 = 0,975$. El subíndice de z coincide con la probabilidad que buscamos en la tabla de la $N(0,1)$, pudiendo comprobar que $z_{0,975} = 1,96$.

Para comprobar la veracidad del fenómeno de **obsolescencia programada** la Unión de Consumidores de España (UCE) ha realizado un estudio de la vida útil media de uno de los aparatos electrodomésticos más habitual en nuestros hogares, el **televisor**. El estudio se ha realizado con 100 personas que han comprado dicho aparato, obteniendo una vida útil media de 45.000 horas y una desviación típica de 9.000 horas. **A un nivel de confianza del 97 %, ¿cuál será el error máximo admisible (E)?**

Ficha IV: Tamaño de la muestra.

Cuando calculamos un **intervalo de confianza (IC)** para la **media (μ)**, estamos indicando un rango de valores (calculado en una muestra) en el cual se encuentra el verdadero valor del parámetro con una cierta probabilidad. Si nos fijan el error máximo admisible, el mínimo tamaño de la muestra para que en el intervalo de confianza se cometa dicho error es:

$$n = \left[\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{E} \right]^2$$

Siendo:

- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: Valor crítico.
- σ : Desviación típica poblacional.
- E: Error máximo admisible.

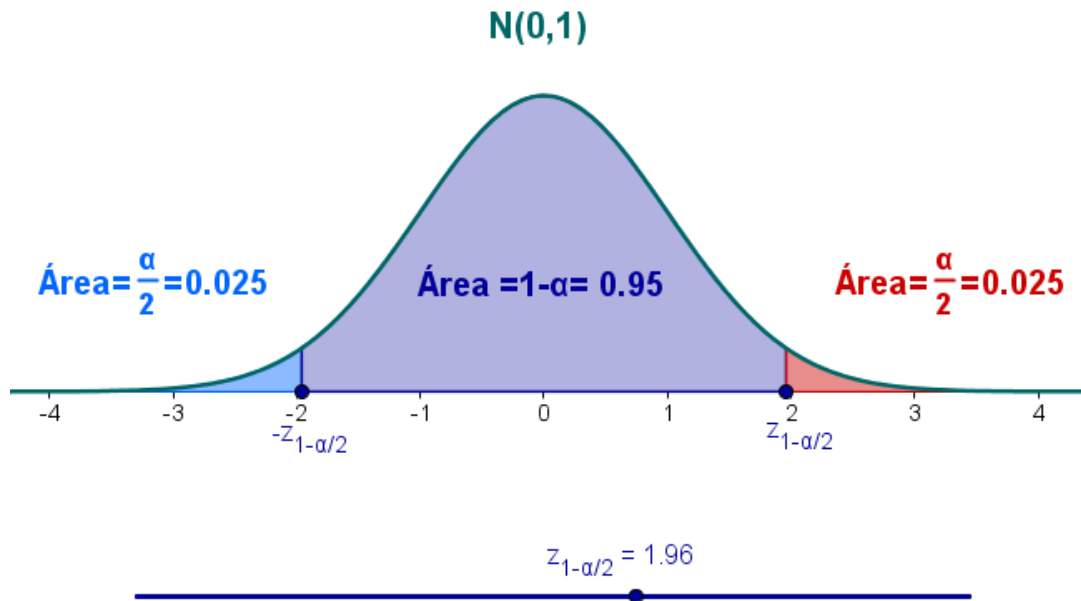
El valor crítico se designa mediante $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ y cumple lo siguiente:

$$P \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}} < z < z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right] = 1 - \alpha = c$$

Siendo:

- c: Coeficiente de confianza. Es la probabilidad de que el intervalo de confianza contenga el parámetro estimado.
- α : Nivel de significación o de riesgo. Es la probabilidad de que el intervalo de confianza no contenga el parámetro estimado.

A modo de ejemplo, a continuación se calcula el valor crítico correspondiente a un nivel de confianza del 95 %.



Como la distribución $N(0,1)$ siempre toma los mismos valores, el valor que buscamos tiene que dejar a la izquierda de $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ exactamente un área de $\frac{\alpha}{2} + (1-\alpha) = 0,025 + 0,95 = 0,975$. El subíndice de z coincide con la probabilidad que buscamos en la tabla de la $N(0,1)$, pudiendo comprobar que $z_{0,975} = 1,96$.

Para comprobar la veracidad del fenómeno de **obsolescencia programada** la Unión de Consumidores de España (UCE) ha realizado un estudio de la vida útil media de uno de los aparatos electrodomésticos más habitual en nuestros hogares, el **televisor**. El estudio se ha realizado con 100 personas que han comprado dicho aparato, obteniendo una vida útil media de 45.000 horas y una desviación típica de 9.000 horas. **Determina el tamaño muestral mínimo (n) para que el error sea menor que 0,05 con un nivel de confianza del 99%.**

Anexo II: Las redes sociales (Intervalos de confianza para la proporción).

Ficha I: Distribución de las proporciones muestrales.

Si en una población la proporción de individuos que posee una cierta característica es p , la distribución de las proporciones en una muestra de tamaño n :

- Tiene la misma proporción, p , que la población.
- Su desviación típica es $\sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$.
- Cuando $np \geq 5$ y $nq \geq 5$ es prácticamente normal.

Por tanto, sabemos que la distribución de las proporciones muestrales es $N(p, \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}})$.

La Oficina de Seguridad del Internauta (OSI), como servicio del Gobierno para proporcionar información y soporte para evitar y resolver los problemas de seguridad que pueden afectarnos al navegar por Internet, ha realizado un estudio sobre los niveles de privacidad que los usuarios de las redes sociales mantenemos. El estudio se ha realizado con 500 usuarios de redes sociales, resultando que el 30% de ellos no mantiene nivel de privacidad alguna para salvaguardar su información personal. **¿Cómo se distribuye la proporción de usuarios que mantienen un nivel de privacidad adecuado?**

² p : proporción de un suceso; q : proporción del suceso contrario; n : tamaño de la muestra.

Ficha II: Estimación por intervalos.

A la hora de estimar un parámetro poblacional, como la **proporción (p)**, un **intervalo de confianza (IC)** es un rango de valores (calculado en una muestra) en el cual se encuentra el verdadero valor del parámetro, con una probabilidad determinada. Viene dado por la siguiente expresión:

$$IC = \left(p \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \right)$$

Siendo:

- p: proporción de un suceso (en la muestra).
- q: proporción del suceso contrario (en la muestra).
- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: Valor crítico.
- n: Tamaño de la muestra.

La Oficina de Seguridad del Internauta (OSI), como servicio del Gobierno para proporcionar información y soporte para evitar y resolver los problemas de seguridad que pueden afectarnos al navegar por Internet, ha realizado un estudio sobre los niveles de privacidad que los usuarios de las redes sociales mantenemos. El estudio se ha realizado con 500 usuarios de redes sociales, resultando que el 30% de ellos no mantiene nivel de privacidad alguna para salvaguardar su información personal. **Halla un intervalo de confianza en el cual se encuentre el 98 % de la proporción de usuarios que mantienen un nivel de privacidad adecuado.**

Ficha III: Error máximo admisible.

Cuando calculamos un **intervalo de confianza (IC)** para la **proporción (p)**, estamos indicando un rango de valores (calculado en una muestra) en el cual se encuentra el verdadero valor del parámetro con una cierta probabilidad. Sin embargo, es evidente que se comete un error, ya que puede que la proporción real de un suceso esté fuera de ese intervalo. El **error máximo admisible (E)** para la estimación de proporciones viene dado por la siguiente fórmula:

$$E = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$$

Siendo:

- p: proporción de un suceso (en la muestra).
- q: proporción del suceso contrario (en la muestra).
- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: Valor crítico.
- n: Tamaño de la muestra.

La Oficina de Seguridad del Internauta (OSI), como servicio del Gobierno para proporcionar información y soporte para evitar y resolver los problemas de seguridad que pueden afectarnos al navegar por Internet, ha realizado un estudio sobre los niveles de privacidad que los usuarios de las redes sociales mantenemos. El estudio se ha realizado con 500 usuarios de redes sociales, resultando que el 30% de ellos no mantiene nivel de privacidad alguna para salvaguardar su información personal. **A un nivel de confianza del 96 %, ¿cuál será el error máximo admisible (E)?**

Ficha IV: Tamaño de la muestra.

Cuando calculamos un **intervalo de confianza (IC)** para la **proporción (p)**, estamos indicando un rango de valores (calculado en una muestra) en el cual se encuentra el verdadero valor del parámetro con una cierta probabilidad. Si nos fijan el error máximo admisible, el mínimo tamaño de la muestra para que en el intervalo de confianza se cometa dicho error es:

$$n = \frac{p \cdot q \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2}{E^2}$$

Siendo:

- p: proporción de un suceso (en la muestra).
- q: proporción del suceso contrario (en la muestra).
- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: Valor crítico.
- E: Error máximo admisible.

La Oficina de Seguridad del Internauta (OSI), como servicio del Gobierno para proporcionar información y soporte para evitar y resolver los problemas de seguridad que pueden afectarnos al navegar por Internet, ha realizado un estudio sobre los niveles de privacidad que los usuarios de las redes sociales mantenemos. El estudio se ha realizado con 500 usuarios de redes sociales, resultando que el 30% de ellos no mantiene nivel de privacidad alguna para salvaguardar su información personal. **Determina el tamaño muestral mínimo (n) para que el error sea menor que 0,01 con un nivel de confianza del 93%.**

Anexo III: Mentiras, pecados y abusos estadísticos (Artículo).

Mentiras, pecados y abusos estadísticos

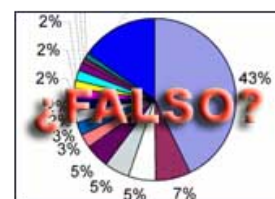
Por Bartolo Luque Serrano. - No es de extrañar que, con las manipulaciones y los malos usos estadísticos, el público en general acabe navegando entre la fascinación y la repudia por las cifras. "Existen medias mentiras, mentiras y estadísticas", oímos con frecuencia decir satisfecho al tertuliano de turno. La frase correcta debería ser: "Existen medios mentirosos, mentirosos y estadísticos embaucadores".

La estadística no es ni torpe ni taimada. Lo son aquellos que la usan ignorando sus supuestos más sencillos o con anhelo de que sirvan a sus intereses particulares. Como apunta el estadístico Stephen K. Campbell, esta continua perversión de la estadística hace que el ciudadano "en un principio acepte las conclusiones estadísticas sin ejercer crítica alguna, por suponer que las cifras no mienten. A veces nos desalentamos con el solo hecho de que se nos ofrezcan afirmaciones que empiecen "según las estadísticas ..." o "las estadísticas demuestran que ..." Pero conforme maduramos pasamos al extremo opuesto. Ya nos han engañado demasiadas veces publicistas, políticos, ciudadanos prominentes que tratan de darnos gato por liebre, periodistas que buscan el sensacionalismo, etc. Por lo que tendemos a creer que con las estadísticas se puede probar cualquier cosa, y por lo tanto no prueban nada. Mientras que en un momento creímos que las cifras no podían mentir, ahora se deduce que lo único que pueden hacer es engañar".

Muchos malos usos estadísticos son pequeños pecados. Por ejemplo, cuando un medio de comunicación quiere impresionar a su audiencia con la gravedad de una situación, que puede afectar a gran parte de la población, suele emplear números absolutos en vez de porcentajes. Así leemos en un titular: "50 muertos en el puente de cuatro días." Si la noticia se acompañara de las estadísticas de muertes por accidente de tráfico, observaríamos que se trata de aproximadamente el mismo valor que el número de víctimas por accidente de tráfico en cualquier periodo de cuatro días. Pero entonces el titular no sería noticia ... Se trata de lo que los matemáticos llaman falacia de "base extensa". La argucia se suele emplear en forma inversa. Por ejemplo: "El número de asesinatos en la ciudad tal aumentan un 60% respecto al pasado año." Si el periodista o el político nos dijeran que el año pasado se cometieron 5 homicidios y éste 8, probablemente el dato no nos impactaría de la misma manera. Y sin embargo, en ninguno de los dos ejemplos podemos decir que el periodista o el político hayan mentido.

Pero en otras cuestiones, el pecado puede ser mayor. Para determinar el número de pobres de un país, la tasa de desempleo o el índice de precios al consumo (IPC), se debe acordar una definición de pobreza, desempleo o consumo. El término apalancamiento estadístico hace referencia al grado en que puede cambiar el conteo en cuanto se altera un poco la definición de aquello que estamos contando. Nuestro ejemplo más cercano es la disociación entre el IPC presentado por el gobierno y la sensibilidad popular respecto al impacto en los precios con la entrada del euro.

"Los periódicos no se atreven a publicar los datos estadísticos de forma más correcta. La formación estadística de los periodistas es nula" (José Olarrea)



Una redefinición del IPC puede cambiar las cifras apalancándolas a la baja. No nos ha de extrañar que varias instituciones de prestigio puedan ofrecer cifras verdaderamente dispares sobre la misma cuestión. Todo depende de la definición y métodos de conteo que cada institución haya empleado. Sin esas definiciones y métodos presentados de forma explícita, los datos deberían levantar nuestra suspicacia. Sobretudo teniendo en cuenta que, la mayoría de las veces, los resultados están asombrosamente adecuados a la ideología o intereses particulares de las instituciones.

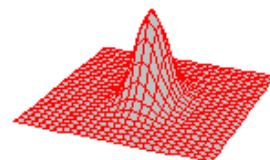
A propósito de la polémica por la disparidad de cifras ofrecidas por el gobierno y los sindicatos, en referencia al seguimiento de la última huelga general, ¿recuerdan si gobierno, sindicatos o algún medio de comunicación dio explicaciones de los métodos por los que se determinaron las cifras? Tal vez, si el ciudadano hubiera sido informado en estos términos, su juicio hubiera sido más claro.

El quid de la estadística consiste en deducir opiniones, propiedades, cualidades, etc. del conjunto de una población, a partir de informaciones de una muestra. Estimar el tanto por ciento de población que prefiere a cierto candidato político, parece, en principio, simple. Se encuesta a una muestra de la población seleccionada al azar y se determina qué porcentaje de la muestra prefiere al candidato. De ahí hemos de estimar qué porcentaje de toda la población prefiere al candidato. Lamentablemente, no es tan fácil: tanto el tamaño de la muestra, como la forma de seleccionarla, pueden conducirnos a engaños. Es evidente que el tamaño de la muestra es determinante a la hora de sacar conclusiones. Cuanto mayor sea la muestra, mejor serán nuestros datos. De hecho, lo ideal sería conocer la opinión de toda la población ...

Intervalos de confianza

Para controlar el efecto del tamaño de la muestra los estadísticos usan intervalos de confianza y niveles de significación. Una frase estadísticamente más correcta que: "El 66% de los ciudadanos prefieren al candidato X", sería: "Con un nivel de significación del 95%, el 66% más/menos el 6% de los ciudadanos prefirieron al candidato X". Quiere decir que con una seguridad del 95%, entre el 60% y el 72% de la población (el intervalo de confianza) prefiere al candidato X.

Sin una teoría del por qué, que sustente una correlación, debemos levantar las defensas. O podemos acabar estableciendo conclusiones absurdas, a partir de hechos estadísticamente fiables



Lamentablemente si queremos afinar la estimación, reducir el intervalo de confianza, perdemos seguridad, disminuimos el nivel de significación. La única manera de aumentarla es aumentando el tamaño de la muestra encuestada, pero eso es caro. Como nos comenta el profesor de estadística de la Universidad Politécnica de Madrid, José Olarrea: "Los periódicos no se atreven a publicar los datos estadísticos de forma más correcta. La formación estadística de los periodistas es nula. Probablemente piensen que si ellos no lo entienden, exponerlos sería apabullar al lector. Pero en el fondo le hacen un flaco favor. Por ejemplo, es común que una compañía contrate los servicios de varias empresas de estadística para analizar su posición en el mercado respecto a sus competidores. Una vez la compañía dispone de los resultados de varias encuestas, puede escoger aquella que más apoye sus intereses jugando con los intervalos de confianza y los niveles de significación. Puesto que finalmente sólo nos ofrecen un porcentaje sin ninguna referencia más, probablemente no podemos decir que mientan, pero el dato así presentado carece de toda credibilidad".

Si una noticia nos dice que el desempleo ha cambiado del 9,1 al 8,9% de la población activa, parece claro que se trata de una buena noticia. Pero si resulta que el intervalo de confianza es de más/menos 1%, el error asociado al muestreo nos está diciendo que esa aparente disminución puede ser inexistente. Es más: ¿es posible que el paro haya aumentado!

La segunda cuestión importante, después del tamaño, a la hora de realizar estadísticas fiables es escoger una muestra representativa de la población. Para que así fuera, deberíamos escoger al azar. Pero eso es mucho más difícil de lo que parece. Verbigracia: si la encuesta es telefónica, dejaremos fuera a aquellos que no tienen teléfono. Si pedimos a los lectores de una publicación, ya sea en papel o electrónica, que den su opinión, estaremos construyendo una muestra autoseleccionada. Sólo los lectores de esa publicación, y entre ellos los verdaderamente comprometidos con la cuestión, perderán su tiempo. ¿Qué validez tiene entonces una información tan sesgada?

La bis cómica de la selección la sufrimos diariamente en los programas televisivos. Cuando el presentador dice: "escuchemos la opinión del hombre de la calle", significa que el reportero ha molestado a los viandantes hasta que puede obsequiarnos con una declaración a favor y otra en contra. Pero el premio se lo llevan los anuncios publicitarios donde un famoso nos aconseja tal o cual producto. ¡En ese caso la estadística se reduce a un solo individuo y desde luego no escogido al azar!

"Somos víctimas del abuso estadístico por nuestro analfabetismo numérico,
por nuestro "anumerismo"



Douglas Hofstadter

Correlaciones espúreas

Si obtener las cifras estadísticas ya es un problema, inferir de ellas conclusiones parece haberse convertido en el todo vale. Para demostrar que un hecho es causa de otro, no basta con establecer que tienden a producirse de forma simultánea. Si razonamos de forma tan cándida, seremos víctimas de lo que los estadísticos llaman correlaciones espúreas. Por ejemplo: una serie de tests sobre 1.000 niños demuestra sin ambages que los que poseen los pies más grandes, son capaces de sumar mejor. Estamos correlacionando la habilidad para sumar con el tamaño del pie. ¡Y la correlación es positiva! ¿Cómo es posible? Sencillamente los niños de mayor edad suman mejor que los más pequeños. Y por supuesto tienen los pies más grandes ... Es una correlación espúrea.

Sin una teoría del por qué, que sustente una correlación, debemos levantar las defensas. O podemos acabar estableciendo conclusiones absurdas, a partir de hechos estadísticamente fiables. Todas las estadísticas nos dicen que la mayor parte de los accidentes de tráfico se producen a menos de 40 km del lugar de residencia y por debajo de los 80 km por hora. De aquí podríamos deducir que para conducir, es conveniente hacerlo lo más alejado posible de nuestra casa y a grandes velocidades. Un absurdo.

Anexo IV: A por la selectividad (Relación de problemas).

1. De una muestra aleatoria de 350 individuos de una población, 50 son adultos.

- a) Calcule un intervalo de confianza, al 98%, para la proporción de adultos de esa población.
- b) ¿Puede admitirse, a ese nivel de confianza, que la proporción de adultos de esa población es $2/15$?

2. Se sabe que el tiempo de reacción a un determinado estímulo se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0,2 segundos.

- a) Observada una muestra aleatoria de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral de 0,3 segundos. Obtenga un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 94%.
- b) A un nivel de confianza del 90%, ¿cuál será el tamaño muestral mínimo si el error cometido es inferior a 0,05?

3. En los individuos de una población, la concentración de una proteína en sangre se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0,42 g/dL. Se toma una muestra aleatoria de 49 individuos y se obtiene una media muestral de 6,85 g/dL.

- a) Obtenga un intervalo de confianza, al 96%, para estimar la concentración media de la proteína en sangre de los individuos de esa población.
- b) ¿Es suficiente el tamaño de esa muestra para obtener un intervalo de confianza, al 98%, con un error menor que 0,125 g/dL?

4. Con el fin de estudiar el peso medio de los perros recién nacidos de una determinada raza, se tomó una muestra en una clínica veterinaria y se obtuvieron los siguientes pesos, medidos en kg:

1,2 0,9 1 1,2 1,1 1 0,8 1,1

Se sabe que el peso de los cachorros de esta raza se distribuye según una ley Normal con desviación típica 0,25 kg.

- a) Obtenga un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, al 95%.
- b) Halle el error máximo que se cometería usando el intervalo anterior.
- c) Razone cómo variaría la amplitud del intervalo de confianza si, manteniendo el mismo nivel de confianza, aumentásemos el tamaño de la muestra.

5. El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ y desviación típica 7 gramos. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5.274 gramos.

- a) Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ .
- b) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?

Anexo V: Cuestionario de evaluación unidad didáctica.

Responde, con sinceridad, a las siguientes cuestiones:

1. ¿Qué te ha parecido la unidad didáctica?

2. La metodología de trabajo en el aula mediante aprendizaje cooperativo
¿Te ha gustado?

3. Destaca tres aspectos fuertes del uso del aprendizaje cooperativo en el aula.

4. Destaca tres aspectos débiles del uso del aprendizaje cooperativo en el aula.

5. ¿Has logrado asimilar los conceptos abordados a lo largo de la unidad?

6. ¿Te han parecido significativas las tareas propuestas a lo largo de la unidad?

7. ¿Te gustaría trabajar con esta metodología en otras unidades?

8. Sugerencias: