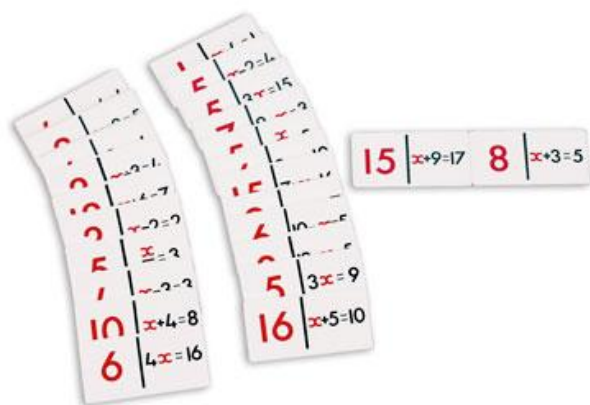




# Materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas



**Autora:**

Natalia Quereda Castañeda

**Directora/Tutora:**

María Francisca Moreno Carretero

**Especialidad:**

Matemáticas

**Convocatoria:**

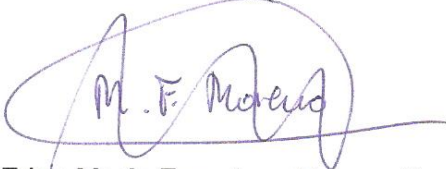
Junio 2012



## AUTORIZACIÓN PARA LA DEFENSA DEL TRABAJO FIN DE GRADO / TRABAJO FIN DE MÁSTER / PROYECTO FIN DE CARRERA

|   |
|---|
| <b>Datos del alumno/a</b>   |
| DNI: 75716378-X   |
| Apellidos, Nombre: Quereda Castañeda, Natalia   |
| Grado/Máster/Titulación (y especialidad en su caso):<br>Máster en Profesorado de Educación Secundaria. Especialidad en Matemáticas. |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Datos del Trabajo/Proyecto</b>   |           |
| Título del Trabajo/Proyecto:<br>Materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas. |           |
| Convocatoria (indicar mes de defensa): Junio  | Año: 2012 |

|   |
|---|
| <b>El director/tutor(es) del Trabajo/Proyecto INFORMA FAVORABLEMENTE la defensa del mismo:</b>  |
| Director/tutor:<br><br>*Fdo.: María Francisca Moreno Carretero |
| Director/tutor:<br><br>*Fdo.:.....  |

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción .....</b>  | <b>4</b>  |
| <b>2. Objetivos generales.....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>3. La utilización de materiales a lo largo de la Historia.....</b>                             | <b>5</b>  |
| 3.1. El uso de los materiales en la Educación en el pasado. ....                                  | 8         |
| 3.2. Comenius .....   | 9         |
| 3.3. Pestalozzi .....   | 10        |
| 3.4. El siglo XX .....  | 11        |
| <b>4. Los materiales y recursos en los currícula de Matemáticas. ....</b>                         | <b>12</b> |
| <b>5. Reflexiones sobre el papel de los materiales y recursos en el aula de Matemáticas .....</b> | <b>24</b> |
| <b>6. Una posible organización de los materiales y recursos .....</b>                             | <b>27</b> |
| <b>7. Desarrollo de una tarea con un material concreto: El Dominó de funciones .....</b>          | <b>38</b> |
| 7.1. Fundamentación de la actividad .....   | 38        |
| 7.2. Contextualización .....  | 38        |
| 7.3. Objetivos.....   | 39        |
| 7.4. Contenidos .....   | 40        |
| 7.5. Descripción de la actividad.....   | 40        |
| 7.6. Análisis de datos y conclusiones .....   | 42        |
| <b>8. Conclusiones.....</b>   | <b>45</b> |
| <b>9. Referencias .....</b>   | <b>46</b> |
| <b>10. Anexos.....</b>  | <b>49</b> |
| 10.1. Dominó de funciones .....   | 49        |
| 10.2. Encuesta de satisfacción .....  | 56        |

## 1. Introducción

El uso de los materiales para la enseñanza de las Matemáticas tiene una larga historia dentro de las aulas. Sin embargo, no siempre han sido totalmente aceptados o usados apropiadamente. Su uso comenzó a decaer con la aparición de los métodos escritos y fueron los pedagogos Comenius y Pestalozzi quienes empezaron su reintroducción. En el siglo XX María Montessori elaboró un material didáctico específico que constituye el eje fundamental para el desarrollo e implantación de su metodología, lo que supuso un punto de partida para la aparición de cientos de materiales educativos disponibles a nuestro alcance. Los argumentos han persistido, sin embargo, en cuanto a si las herramientas comunes de la vida diaria podrían ser mejores que los materiales educativos, y si, en realidad, todos los materiales de este tipo podrían hacer más daño que bien. Los materiales educativos no son medicamentos milagrosos, su uso productivo requiere de una importante planificación y previsión.

Se entiende por *recurso* cualquier material, no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el profesor decide incorporar en sus enseñanzas. Son recursos habituales la tiza y la pizarra o el cuaderno del alumno. También lo son una calculadora sencilla, científica o gráfica, la fotografía, la prensa, los vídeos, los programas de ordenador llamados “de propósito general” (procesadores de texto, hojas de cálculo...), el retroproyector, la historia de las Matemáticas, etc.

Por otro lado, los *materiales didácticos* se distinguen de los recursos porque, inicialmente, se diseñan con fines educativos, aunque en ocasiones un buen material didáctico admite variadas aplicaciones, con lo que a veces no se puede diferenciar claramente qué constituye un material didáctico y qué un recurso. Son ejemplos de materiales didácticos los siguientes: las hojas de trabajo preparadas por el profesor en una unidad didáctica, los programas de ordenador de propósito específico (como, por ejemplo, el Geogebra, la calculadora Wiris, etc.), distintos materiales manipulativos como los ábacos, los geoplanos, los dados, las regletas, etc.

En este trabajo pretendo un acercamiento al funcionamiento de los recursos y materiales didácticos para la enseñanza de las Matemáticas. Constituye una pequeña reflexión sobre cómo deben usarse para ayudar a la consecución de las competencias y objetivos en el área de las Matemáticas. Parto de unos objetivos básicos de carácter general y de una pequeña historia del origen y evolución de estos materiales, porque conociendo su desarrollo histórico podemos utilizarlos de manera más eficaz. Posteriormente, comento la legislación educativa vigente para comprobar la importancia que en la actualidad se le da al uso de los materiales y recursos como instrumento imprescindible en la práctica educativa de las Matemáticas. Continúa este trabajo con un análisis sobre el papel que en la actualidad tienen los materiales y recursos en el aula de Matemáticas, así como se describen las condiciones idóneas para su utilización y se plantea una posible



organización de los mismos. Por último, como ejemplificación práctica, programo una tarea concreta con un material de elaboración propia, el *Dominó de funciones*, que llevé a cabo en el transcurso de las prácticas docentes en el IES Alhamilla.

### 2. Objetivos generales

Una de mis intenciones durante mi estancia en el desarrollo del Prácticum del presente máster era realizar un trabajo de innovación e investigación en el campo educativo. El grupo objeto en cuestión era un curso de 1º de ESO en el que existía una gran heterogeneidad entre su alumnado, aunque en general eran alumnos comprometidos y el nivel en Matemáticas era bueno. Mi propósito fundamental era consolidar los contenidos desarrollados en la unidad didáctica que iban a desarrollar. Para esto, decidí elaborar una actividad en la que un material didáctico jugara un importante papel.

Por este motivo, me documenté sobre todo lo concerniente al uso de los materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas y pude obtener conclusiones sobre la adecuación o no de su uso en el aula como futura profesora de Matemáticas.

Por todo ello, los objetivos generales de este trabajo son:

- Conocer los orígenes del uso de los materiales y recursos en el aula de Matemáticas, así como su evolución a lo largo de la Historia.
- Analizar la legislación educativa vigente para ver el tratamiento que hace de los recursos y materiales didácticos como medio para alcanzar las Competencias Básicas y los Objetivos en los diferentes niveles de actuación.
- Investigar sobre el uso y la utilización que de estos recursos y materiales se hace en la actualidad como medio auxiliar en las programaciones didácticas.
- Experimentar algún recurso o material didáctico en el desarrollo de una unidad didáctica concreta y analizar su rendimiento pedagógico.

### 3. La utilización de materiales a lo largo de la Historia

Las Matemáticas han sido importantes desde los tiempos antiguos desde un punto de vista tanto teórico como práctico, como una herramienta útil en la vida cotidiana y en diferentes profesiones (Szendrei, 1996). Los materiales concretos han sido usados para contar objetos, simbolizar números (marcas en palos de madera, nudos en una cuerda, etc.), y como herramientas para encontrar resultados de operaciones.

Se pueden citar dos referentes óseos de la historia de las Matemáticas. Uno es el descubierto en una cueva de la cordillera Lebombo, en Sudáfrica, así denominado, que es un peroné babuino de hace 35.000 años. El hueso tiene una serie de 29 muescas que parece ser que sirvieron para calcular números y puede que también para medir el paso

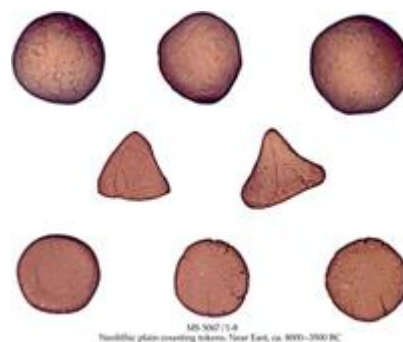


del tiempo, probablemente la duración de un mes. Se considera el artefacto matemático más antiguo conocido.

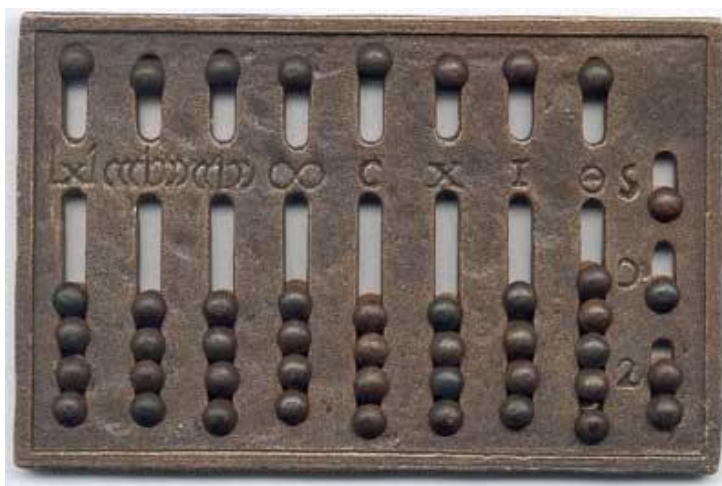


Otros materiales de este tipo fueron hallados en los años cincuenta en Ishango (República Democrática del Congo), junto a la cabecera del Nilo a los que se les atribuyen 20.000 años de antigüedad y que revelaron que su civilización dominaba series aritméticas e incluso el concepto de los números primos. Están conservados en el Instituto Real de Ciencias Naturales de Bélgica, y según los científicos indican que los primeros sistemas numéricos se inventaron en África hace veinte milenios, es decir, 15.000 años antes de que la escritura y la numeración aparecieran en Mesopotamia.

Se sostiene que alrededor de 8000 a.C. los conteos del Paleolítico con muescas fueron reemplazados por las fichas del Neolítico en diversas formas geométricas adecuadas para contar. Se cree que esta invención ha sido utilizada durante unos 5000 años antes de la aparición de números abstractos. Las figuras tenían formas geométricas básicas, tales como esferas, tetraedros, conos, cilindros, discos, cuadrángulos o triángulos.



Las Matemáticas de la vida cotidiana se convirtieron más accesibles con la difusión del sistema de numeración indio y los números árabes. Este sistema simplificó no solo la manera de escribir los números, sino también las operaciones aritméticas. Antes de este sistema, las operaciones con números se llevaban a cabo bien mentalmente o bien usando las manos, piedras, etc. El ábaco era una herramienta muy utilizada para representar números.



La conexión entre la escritura de los números y las operaciones fue posible gracias al *ábaco de Gerbert*. Gerbert d'Aurillac, (930 - 1003), más tarde conocido como Silvestre II el “Papa Matemático”. Este personaje creó un ábaco que contenía discos con un número. Sus operaciones escritas solo se diferenciaban de las modernas por la ausencia del cero. Más tarde el ábaco cambió su forma: las líneas verticales fueron reemplazadas por horizontales. Esta nueva versión del ábaco se difundió rápidamente y se hizo muy popular ya que era accesible para aquellos que no sabían leer o escribir. Era una herramienta para realizar sumas y restas fácilmente. La eliminación del ábaco fue posible después de la introducción del cero y de los números árabes.

En el sistema moderno de cálculo, la notación para los números se convirtió en un sistema abstracto e independiente de su sentido geométrico. Al principio, los algoritmos que usaban esta notación no fueron siempre bienvenidos o fácilmente adoptados. En el *Liber Abaci*, famoso trabajo de Leonardo da Pisa, más conocido como Fibonacci (1175 - 1250), se discutió el uso de los números hindúes. Aunque Europa se familiarizó con estos números a través de su libro, el propósito de Fibonacci era mostrar como él usaba el ábaco para el cálculo, y su libro era “propaganda” contra los algoritmos con los numerales. Muchos estados y autoridades civiles trataron de prohibir el uso de los números árabes, ya que les parecía demasiado fácil manipular las cuentas con la inserción del cero, pues la cantidad podría convertirse 10 veces mayor, mientras que con los números romanos esto no era posible.

La figura de la derecha conmemora la lucha entre los “abacistas” (representados por Pitágoras) y los “algorítmicos” (representados por Boethius). La señora Aritmética tenía que elegir entre algoritmos o cálculos con ábacos.



Naturalmente, en Geometría se usaban materiales como la regla, el compás y los modelos sólidos. En la siguiente ilustración se observa a Fra Luca Pacioli, el autor de *Summa Arithmetica Geometria Proportioni et Proportionalita* y *Divina Proportione* (posteriormente ilustrada por Leonardo da Vinci) y su alumno.



Luca Pacioli, en el centro de la escena, ejerce el magisterio utilizando un libro de geometría, posiblemente los *Elementos*, ya que el nombre de Euclides está escrito en el dorso. Pacioli mira directamente hacia un sólido transparente y semilleno de agua, un rombicuboctaedro que cuelga delante de sus ojos y en primer plano. Este sólido es uno de los trece sólidos arquimedianos descritos por Arquímedes. A la derecha tenemos otro modelo de sólido conocido desde la antigüedad clásica y que representa la quinta esencia, el quinto de los sólidos regulares platónicos: el dodecaedro.

No obstante, se tiene constancia de que desde el Neolítico, al menos 1000 años antes que Platón, eran conocidos los cinco poliedros regulares.



### 3.1. El uso de los materiales en la Educación en el pasado.

Al principio, las operaciones aritméticas se usaban como material educativo en las escuelas de las colegiatas y pasaron a ser parte de la vida comercial. Su importancia



llevó a la necesidad de implantarlas llamadas *escuelas de contar*. El ábaco, piedra, contador y demás desaparecieron de las escuelas tan pronto como afloraron los nuevos métodos de cálculo.

Las primeras escuelas eran muy similares a las escuelas profesionales donde los maestros enseñaban a sus aprendices a contar. Podemos encontrar, a partir de 1482, libros de escuela de diversos autores, como Ulrich Wagner, Luca Pacioli o Georgius Hungaricus, en donde las instrucciones no eran más que métodos mecánicos para aprender reglas aritméticas. Los materiales en aritmética ya no eran necesarios como herramientas para encontrar un resultado, y la comprensión del alumno del propio algoritmo no tenía gran valor en absoluto. Solo en la mitad del siglo XVIII los autores de los libros escolares comenzaron a incluir razones para los métodos. Fue también en este periodo cuando apareció por primera vez la visualización de dibujos de números.

### 3.2. Comenius

Comenius (1592 – 1670) es considerado el padre de la Pedagogía. Fue teólogo, filósofo y pedagogo, pero su fuerza está en su convencimiento de que la educación tiene un importante papel en el desarrollo de las personas, en el esfuerzo que hizo para que el conocimiento llegara a todos, hombres y mujeres por igual, sin malos tratos, buscando la alegría y motivación de los alumnos. El establecimiento de la pedagogía como ciencia autónoma y la inclusión en sus métodos de ilustraciones y objetos, hicieron de él pionero de las artes de la educación y de la didáctica posterior.

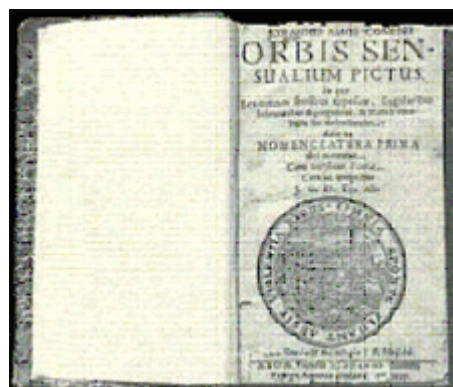


Los trabajos educativos de Comenius tuvieron una gran influencia en Educación. El principio de Comenius era que los alumnos debían aprender a usar la realidad de los significados y no solo palabras. No era solo un educador teórico, sino también creó objetos para clases individuales. Su obra más conocida, *Orbis Pictus*, se convirtió en un referente importante en todas las escuelas. Comenius sugirió usar herramientas de la vida cotidiana o al menos sus ilustraciones en clase, como se puede mostrar en el siguiente extracto:

*Cuatro son, por tanto, las condiciones que se deben procurar en el adolescente que desea investigar los secretos de las ciencias:*

*I Que tenga limpios los ojos del entendimiento.*

*II Que se le presenten los objetos.*



*III Que preste atención.*

*IV Que se le presenten unas cosas después de otras, con el debido método; así conocerá todas las cosas con certeza y expedición.*

Un ejemplo de sus ilustraciones es el siguiente:

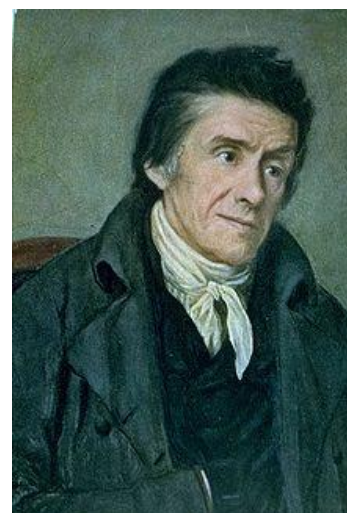
*CIII- Geometría*



*Un geómetra midiendo la altura de una torre, o la distancia de los lugares con diversos materiales. Él construye la forma de las cosas, con líneas, ángulos y círculos, con una regla, un cuadrado y un par de compases. De éstos surge un óvalo, un triángulo, un cuadrado y otras figuras.*

### 3.3. Pestalozzi

El padre del uso de la experiencia sistemática de los sentidos en la escuela fue Pestalozzi (1746 – 1827). Construyó tres tablas para enseñar aritmética a los alumnos. La primera de ellas contenía 100 cuadrados, 10 en cada una de las 10 filas. Había un trazo en cada cuadrado de la primera fila, dos trazos en cada cuadrado de la segunda, tres en la tercera, y así hasta la décima fila. La segunda tabla también contenía 100 cuadrados. Los cuadrados de la primera fila no estaban divididos, los de la segunda estaban divididos en dos partes por una línea horizontal, los de la tercera fila en tres partes, y así hasta la décima fila que estaba dividida en 10 partes. La tercera tabla se distinguía de la segunda solo en que cada cuadrado estaba



también dividido en líneas verticales. La primera tabla era para operaciones con números enteros y las otras dos para operaciones con fracciones simples y compuestas. Estas tablas se difundieron rápidamente.

Su método se basaba en:

1. **Forma** (observar, medir, dibujar y escribir): enseñarles a distinguir la forma de cada objeto, es decir, sus dimensiones y proporciones. *¿Cuál es su forma?*

- Enriquecer la memoria de los niños con explicaciones sencillas de objetos y materiales.
- Enseñar a describir y a darse cuenta de sus percepciones.
- Enseñar al niño, por medio del dibujo, a medir todos los objetos que se presentan a su vista y adquirir habilidades para reproducir. Pestalozzi pensó que por medio del dibujo se ejercitaba al niño en su escritura.

2. **Número** (relaciones métricas y numéricas): enseñar a los niños a considerar cada uno de los objetos que se les da a conocer como unidad, es decir, separado de aquellos con los cuales aparece asociado. *¿Cuántos hay?*

- Utilización de tablillas.
- Partir de las cosas simples antes de avanzar a las más complicadas.

3. **Nombre**: familiarizarlos tan temprano como sea posible con el conjunto de palabras y de nombres de todos los objetos que le son conocidos. *¿Cómo se llaman?*

El método de Pestalozzi es un método "lógico", basado en la concepción "analítica y sistemática" de la enseñanza y el aprendizaje.

---

### 3.4. El siglo XX

---

En el año 1909, el editor de la revista *L'Enseignement Mathématique*, Charles Laisant, en su trabajo *Initiation mathématique: Ouvrage étranger pour tout programme dédié aux amis de l'enfance* (Iniciación matemática: Trabajo extranjero para cada programa dedicado a los amigos de la infancia) daba consejos a los adultos que querían que sus hijos tuvieran una buena educación en Matemáticas: "Examine el laboratorio de la escuela: los pesos, las medidas y los instrumentos de medición. Si no encuentra estas herramientas, corra y no vuelva".

Podemos decir que este siglo tuvo muchos altibajos en cuanto a la utilización de materiales didácticos en las aulas de Matemáticas. Por una parte, existía un gran número de docentes convencidos de la importancia de las Matemáticas formales, por lo que los

materiales concretos no tenían cabida en sus enseñanzas y prescindían totalmente de ellos. No obstante, también hubo grandes defensores e impulsores de los mismos, de los que cabe destacar a uno de los matemáticos españoles que más trabajaron en la didáctica de las Matemáticas, Puig Adam.

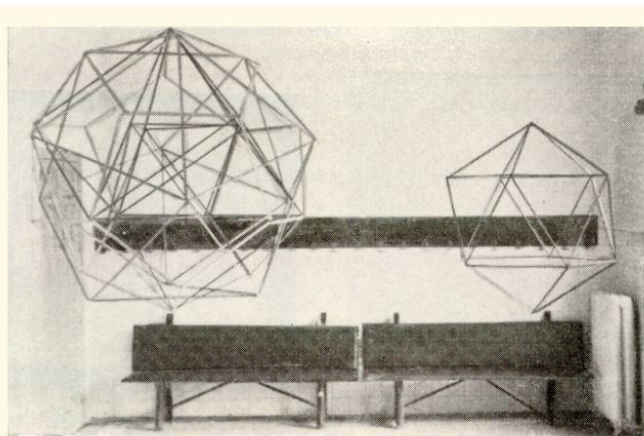
**Pedro Puig Adam** (1900 - 1960), catedrático del Instituto San Isidro de Madrid y de Metodología de las Matemáticas en aquella universidad, compaginaba su contacto real con la enseñanza, con sus inquietudes pedagógicas influyendo en los nuevos profesores.



Su preocupación por los problemas de la enseñanza lo llevó a ser un destacado miembro de la CIEM (Comisión Internacional para la Enseñanza de las Matemáticas), logrando que la undécima reunión de la CIEM se celebrase en Madrid en 1958.

En 1958 redactó el *Decálogo del Profesor de Matemáticas*<sup>1</sup> en el que recogía sus opiniones sobre la enseñanza de las Matemáticas en los Institutos de Bachillerato. A lo largo de su vida diseñó instrumentos para manipular las Matemáticas y escribió abundantes libros de texto de todos los niveles. Sus materiales didácticos crearon un nuevo estilo de exponer los saberes matemáticos cuya influencia aún perdura.

Como ejemplo, en la imagen de la derecha podemos ver el *omnipoliedro* que construyó Puig Adam en el Instituto San Isidro de Madrid. Realizó los cálculos y medidas necesarias para construir esta estructura, todos ellos recopilados en su obra *Didáctica de la Matemática Moderna*, en donde describe el proceso de construcción de esta estructura y aporta los datos necesarios.



#### 4. Los materiales y recursos en los currícula de Matemáticas.

Un buen indicio para conocer el uso de los materiales en la enseñanza de las Matemáticas en nuestro país puede ser indagar sobre el papel que le otorgan los documentos curriculares elaborados por las administraciones. Analizando estos documentos podemos darnos cuenta de la importancia que deben tener desde un punto de vista de la normativa curricular. Por lo tanto, a continuación examino las referencias de los materiales y recursos en nuestra legislación educativa vigente, comenzando con el RD que fija las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria

<sup>1</sup> Véase, por ejemplo, en [http://www.matematicas.profes.net/archivo2.asp?id\\_contenido=49938](http://www.matematicas.profes.net/archivo2.asp?id_contenido=49938)

Obligatoria, la Orden que desarrolla el currículo de la ESO en Andalucía y continuando con el RD por el que se establece la estructura del Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas y la Orden que desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía. En todos los casos, las páginas citadas se refieren, respectivamente, a cada uno de los documentos curriculares mencionados.

- REAL DECRETO 1631/2006, DE 29 DE DICIEMBRE

En el Anexo II, donde se detallan las materias de la Educación Secundaria Obligatoria, en la descripción de la asignatura de Matemáticas podemos encontrar los siguientes apartados:

*Para que el aprendizaje sea efectivo, los nuevos conocimientos que se pretende que el alumno construya han de apoyarse en los que ya posee, tratando siempre de relacionarlos con su propia experiencia y de presentarlos preferentemente en un contexto de resolución de problemas. Algunos conceptos deben ser abordados desde situaciones preferiblemente intuitivas y cercanas al alumnado para luego ser retomados desde nuevos puntos de vista que añadan elementos de complejidad. La consolidación de los contenidos considerados complejos se realizará de forma gradual y cíclica, planteando situaciones que permitan abordarlos desde perspectivas más amplias o en conexión con nuevos contenidos. (Pág. 75)*

La propia experiencia se puede relacionar fácilmente con los materiales, pues de todos ellos se requiere de la participación expresa de los alumnos y en la mayoría de ellos de la propia manipulación. También se pueden situar en un contexto de resolución de problemas, como por ejemplo, en el mecano ¿cuántos triángulos se pueden formar? ¿Cuáles son las condiciones de formación de un triángulo?, etc. Además, para que estas sean intuitivas y cercanas al alumnado, la utilización de materiales será un complemento idóneo para el desarrollo de conceptos matemáticos.

*La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la interacción con un objeto físico. Especial interés presentan los programas de geometría dinámica al permitir a los estudiantes interactuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas. (Pág. 76)*

En este apartado se comentan explícitamente los recursos manipulativos para la enseñanza de la geometría. Esta rama de las Matemáticas es susceptible al requerimiento de cierto grado de abstracción por parte del alumno, por ello, los materiales pueden ser una gran ayuda ya que permiten la manipulación y el aprendizaje por la propia experiencia. Igualmente, hace mención de los recientes programas de geometría dinámica, pues en ellos los estudiantes pueden modificar las figuras para poder analizar sus propiedades y relaciones de una manera muy visual.

*Debido a su presencia en los medios de comunicación y el uso que de ella hacen las diferentes materias, la estadística tiene en la actualidad una gran importancia y su estudio ha de capacitar a los estudiantes para analizar de forma crítica las presentaciones falaces, interpretaciones sesgadas y abusos que a veces contiene la información de naturaleza estadística. [...] La utilización de las hojas de cálculo facilita el proceso de organizar la información, posibilita el uso de gráficos sencillos, el tratamiento de grandes cantidades de datos, y libera tiempo y esfuerzos de cálculo para dedicarlo a la formulación de preguntas, comprensión de ideas y redacción de informes. (Pág. 76)*

En primer lugar, nos habla de que los alumnos tienen que ser capaces de interpretar de forma crítica las informaciones sobre estadísticas presentes en los medios de comunicación. Por lo tanto, podemos tener en cuenta que los medios de comunicación (periódicos, televisión, revistas, radio, Internet, etc.) son un recurso en sí que podemos utilizar. La presentación a los alumnos de una noticia de un periódico en el que intervengan datos o gráficos estadísticos para su posterior análisis sería un buen ejemplo de este hecho. Por otro lado, hace referencia al potencial que tienen las hojas de cálculo, en particular en el campo de la Estadística, pues podemos tratar con grandes conjuntos de datos y nos ahorra esfuerzo y tiempo en cálculos que podemos utilizar para consolidar mejor los conceptos y redactar informes, aspecto que me parece esencial pues es un método de trabajo que se usa actualmente en el área profesional de la Estadística.

*En la construcción del conocimiento, los medios tecnológicos son herramientas esenciales para enseñar, aprender y en definitiva, para hacer Matemáticas. Estos instrumentos permiten concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas. En este sentido, la calculadora y las herramientas informáticas son hoy dispositivos comúnmente usados en la vida cotidiana, por tanto el trabajo de esta materia en el aula debería reflejar tal realidad. (Pág. 76)*

Por último, se hace referencia a la calculadora y las herramientas informáticas en general. No debemos olvidar que las nuevas tecnologías forman parte de nuestro día a día, y por lo tanto deben formar parte de las Matemáticas escolares. Así es como se refleja en este párrafo.

En el siguiente extracto sobre la *contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas* vemos como la utilización de recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas contribuye al desarrollo de la competencia Tratamiento de la información y competencia digital.

*Por su parte, la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación. (Pág. 76)*

Los objetivos generales de las Matemáticas en la E.S.O vienen detallados también en este documento. De entre ellos destacamos, desde el punto de vista de los recursos y materiales, los siguientes:

2. *Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.*
3. *Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.*
4. *Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.*
5. *Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.*
6. *Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.*
8. *Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.*
9. *Manifiestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las Matemáticas. (Pág. 77)*

Vemos como encontramos diversas referencias a los recursos para elaborar y analizar estrategias, funciones de las Matemáticas en los medios de comunicación, estudiar formas y propiedades geométricas, resolver problemas, etc. También existe una clara predisposición a trabajar en un contexto cercano al alumno, para que los conocimientos que adquieran tengan significado y aplicaciones en su día a día.

En los siguientes cuadros se resumen las apariciones de los materiales y recursos en la descripción de los contenidos y criterios de evaluación en los bloques establecidos y por cursos.

| PRIMER CURSO          |  |  |   |
|-----------------------|--|--|---|
| Bloques               | Contenidos   | Criterios evaluación   | Orientaciones   |
| 1. Contenidos comunes | Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. |  |   |
| 2. Números            | Elaboración y utilización de estrategias personales para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y con calculadoras  | 1. Utilizar números naturales y enteros y fracciones y decimales sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información. | Se trata de comprobar la capacidad de identificar y emplear los números y las operaciones siendo consciente de su significado y propiedades, elegir la forma de cálculo más apropiada (mental, escrita o con calculadora) y transmitir informaciones utilizando los números de manera adecuada. |
| 4. Geometría          | Empleo de herramientas informáticas para construir, simular e investigar relaciones entre elementos geométricos.   |  |   |

| SEGUNDO CURSO                 |   |  |  |
|-------------------------------|---|--|--|
| Bloques                       | Contenidos  | Criterios evaluación   | Orientaciones  |
| 1. Contenidos comunes         | Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.                |  |  |
| 2. Números                    | Utilización de la forma de cálculo mental, escrito o con calculadora, y de la estrategia para contar o estimar cantidades más apropiadas a la precisión exigida en el resultado y la naturaleza de los datos. |  | Se trata de valorar la capacidad de [...], elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora) y estimar la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. |
| 5. Funciones y gráficas       | Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.  |  |  |
| 6. Estadística y probabilidad | Utilización de la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar los cálculos y generar los gráficos más adecuados.   | 6. Formular las preguntas adecuadas para conocer las características de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas informáticas adecuadas. | También se pretende valorar la capacidad para utilizar la hoja de cálculo, para organizar y generar las gráficas más adecuadas a la situación estudiada.                             |



### TERCER CURSO

| Bloques                       | Contenidos  | Criterios evaluación  | Orientaciones  |
|-------------------------------|---|---|--|
| 1. Contenidos comunes         | Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos [...], las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. |   |  |
| 2. Números                    | Potencias de exponente entero. Significado y uso. [...] Operaciones con números expresados en notación científica. Uso de la calculadora.                 |   | Se trata de valorar la capacidad de [...], elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora) y estimar la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.   |
| 3. Álgebra                    |   | 3. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado o de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. | La resolución algebraica no se plantea como el único método de resolución y se combina también con otros métodos numéricos y gráficos, mediante el uso adecuado de los recursos tecnológicos.  |
| 5. Funciones y gráficas       | Uso de las tecnologías de la información para el análisis conceptual y reconocimiento de propiedades de funciones y gráficas.                             |   |  |
| 6. Estadística y probabilidad | Utilización de la calculadora y la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar cálculos y generar las gráficas más adecuadas.                      | 6. Elaborar e interpretar informaciones estadísticas [...], y analizar si los parámetros son más o menos significativos.  | Se trata de valorar la capacidad de [...], y calcular, utilizando si es necesario la calculadora o la hoja de cálculo, los parámetros centrales (media, mediana y moda) y de dispersión (recorrido y desviación típica) de una distribución. |

### CUARTO CURSO (Opción A)

| Bloques                       | Contenidos  | Criterios evaluación  | Orientaciones  |
|-------------------------------|---|---|--|
| 1. Contenidos comunes         | Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos [...], las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. |   |  |
| 2. Números                    | Uso de la hoja de cálculo para la organización de cálculos asociados a la resolución de problemas cotidianos y financieros.                               |   | Se trata de valorar la capacidad de [...], elegir la forma de cálculo apropiada: mental, escrita o con calculadora, y estimar la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.   |
| 3. Álgebra                    | Resolución de otros tipos de ecuaciones mediante ensayo-error o a partir de métodos gráficos con ayuda de los medios tecnológicos.                        | 3. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado o de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. | La resolución algebraica no se plantea como el único método de resolución y se combina también con otros métodos numéricos y gráficos, mediante el uso adecuado de los recursos tecnológicos.  |
| 5. Funciones y gráficas       | Utilización de tecnologías de la información para su análisis.  | 5. Identificar relaciones cuantitativas en una situación y determinar el tipo de función que puede representarlas.  | Este criterio pretende evaluar la capacidad de discernir a qué tipo de modelo de entre los estudiados [...], y de extraer conclusiones razonables de la situación asociada al mismo, utilizando para su análisis, cuando sea preciso, las tecnologías de la información. |
| 6. Estadística y probabilidad | Gráficas estadísticas: gráficas múltiples, diagramas de caja. Uso de la hoja de cálculo.  | 7. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales [...], y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.   | Se trata de valorar la capacidad de [...] y calcular los parámetros que resulten más relevantes con ayuda de la calculadora o la hoja de cálculo.  |

| CUARTO CURSO (Opción B) |  |   |  |
|-------------------------|--|---|--|
| Bloques                 | Contenidos   | Criterios evaluación  | Orientaciones  |
| 1. Contenidos comunes   | Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas. |   |  |
| 2. Números              | Utilización de la calculadora para realizar operaciones con cualquier tipo de expresión numérica.  | 1. Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico.   | Se trata de valorar la capacidad de identificar y emplear los distintos tipos de números y las operaciones siendo conscientes de su significado y propiedades, elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora) y estimar la coherencia y precisión de los resultados obtenidos. |
| 3. Álgebra              | Resolución de otros tipos de ecuaciones mediante ensayo-error o a partir de métodos gráficos con ayuda de los medios tecnológicos.   | 3. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado o de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.   | La resolución algebraica no se plantea como el único método de resolución y se combina también con otros métodos numéricos y gráficos, mediante el uso adecuado de los recursos tecnológicos.  |
| 4. Geometría            | Uso de la calculadora para el cálculo de ángulos y razones trigonométricas.  | 3. Utilizar instrumentos, fórmulas y técnicas apropiadas para obtener medidas directas e indirectas en situaciones reales.  | Se pretende comprobar la capacidad de desarrollar estrategias para calcular magnitudes desconocidas a partir de otras conocidas, utilizar los instrumentos de medida disponibles, [...].   |
| 5. Funciones y gráficas | Uso de las tecnologías de la información en la representación, simulación y análisis gráfico.  | 4. Identificar relaciones cuantitativas en una situación y determinar el tipo de función que puede representarlas, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica. | Este criterio pretende evaluar la capacidad de discernir a qué tipo de modelo de entre los estudiados, [...] y de extraer conclusiones razonables de la situación asociada al mismo, utilizando para su análisis, cuando sea preciso, las tecnologías de la información.                                 |

- ORDEN DE 10 DE AGOSTO DE 2007

En este documento se desarrolla el currículo de la ESO en Andalucía. En el siguiente apartado concretamos lo especificado para la asignatura de Matemáticas.

### **MATEMÁTICAS: Relevancia y sentido educativo**

*Los medios tecnológicos son hoy día herramientas esenciales y habituales en el proceso educativo, en general, y en la materia de Matemáticas de manera específica. Deben aprovecharse para el desarrollo de los procesos de aprendizaje y para facilitar la comprensión de los conceptos, dando menos peso a los algoritmos rutinarios y poniendo énfasis en los significados y razonamientos. (Pág. 77)*

Por lo tanto, las nuevas tecnologías deben utilizarse habitualmente como apoyo al desarrollo de los contenidos para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

A continuación, se hace una descripción de la asignatura de Matemáticas en cuanto a la división en núcleos temáticos. En los siguientes cuadros podemos ver un resumen de lo mencionado sobre los recursos y materiales en el aula, tratando por separado, por su importancia en este tema, el núcleo temático 2. Uso de los recursos TIC en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

| Núcleo temático   | 2. Uso de los recursos TIC en la e/a de las matemáticas   |
|---|---|
| <i>Relevancia y sentido educativo</i>                                       | Hoy día los medios tecnológicos son esenciales para la sociedad en general y para la construcción del conocimiento matemático en particular.  |
| <i>Contenidos relevantes</i>  | Es fundamental la incorporación a la dinámica habitual de trabajo en el aula el uso webquests, cazas del tesoro, herramientas de autor, entre otras.<br>Los alumnos deben profundizar gradualmente en el conocimiento, manejo y aprovechamiento didáctico de aplicaciones de geometría dinámica, cálculo simbólico, hojas de cálculo, representación de funciones y estadística. Deben ser elementos facilitadores para la representación y análisis de situaciones, organización de los datos, cálculos con éstos, toma de decisiones y establecimiento de conclusiones. |
| <i>Interacción con otros núcleos temáticos y de actividades</i>             | La utilización de los recursos TIC debe estar presente en los procesos de e/a de todos los núcleos temáticos de matemáticas, en la medida en que ello sea posible, dependiendo del nivel de informatización del centro.   |
| <i>Sugerencias acerca de líneas metodológicas y utilización de recursos</i> | La introducción de los recursos TIC en debe ser proceso progresivo y no traumático<br>En la materia de Matemáticas, las calculadoras y las aplicaciones informáticas específicas deben suponer, no solo un apoyo para la realización de cálculos complejos, sino que deben convertirse en herramientas para la construcción del pensamiento matemático y facilitar la comprensión de los conceptos, ya que permiten liberar de una parte considerable de carga algorítmica.   |
| <i>Criterios de valoración de los aprendizajes</i>                          | Debe producirse diversificación y enriquecimiento en los procesos de evaluación que han de contemplar: capacidad de interpretar, sintetizar, razonar, expresar situaciones, tomar decisiones, manejo diestro de las herramientas, facilidad de trabajar en equipo, etc.<br>Por otro lado, las TIC nos ofrecen elementos novedosos que deben enriquecer el proceso de evaluación del alumnado, tales como simuladores, cuestionarios de corrección automatizada, webquests, cazas del tesoro, autoevaluaciones, entre otros.   |



| Núcleos temáticos  | <i>Sugerencias acerca de líneas metodológicas y utilización de recursos</i>   |
|--|---|
| <b>1. Resolución de problemas</b>  | Tanto en el estudio de situaciones problemáticas como, en general, en todo proceso de construcción del aprendizaje matemático, deberán utilizarse como recursos habituales juegos matemáticos y materiales manipulativos e informáticos. En este sentido, se potenciará el uso del taller y/o laboratorio de matemáticas.   |
| <b>3. Dimensión histórica, social y cultural de las matemáticas</b>                      | Para el estudio de la componente histórica de las matemáticas resulta especialmente indicado el uso de Internet y de las herramientas educativas existentes para su aprovechamiento.  |
| <b>4. Desarrollo del sentido numérico y la simbolización matemática</b>                  | Los números han de ser usados en diferentes contextos –juegos, situaciones familiares y personales, situaciones públicas y científicas–, sabiendo que la comprensión de los procesos desarrollados y del significado de los resultados, es contenido previo respecto a la propia destreza en el cálculo y la automatización operatoria.   |
| <b>5. Las formas y figuras y sus propiedades</b>   | Para el estudio de la Geometría es conveniente conjugar la metodología tradicional con la experimentación a través de la manipulación, sin olvidar las posibilidades que ofrece el uso de la tecnología. Es recomendable el uso de materiales manipulables, así como la incorporación de programas de geometría dinámica para construir, investigar y deducir propiedades geométricas. En este sentido, se potenciará el uso del taller y/o laboratorio de matemáticas.<br>La observación del entorno permitirá encontrar elementos susceptibles de estudio geométrico.   |
| <b>6. Interpretación de fenómenos ambientales y sociales a través de las matemáticas</b> | Las tablas y gráficos presentes en los medios de comunicación, Internet o en la publicidad facilitarán ejemplos suficientes para analizar y agrupar datos y sobre todo, para valorar la necesidad y la importancia de establecer relaciones entre ellos y buscar generalidades a través de expresiones matemáticas.<br>Los cálculos, tanto numéricos como con expresiones algebraicas, deben orientarse siempre hacia situaciones prácticas y cercanas al alumnado, evitándose la excesiva e innecesaria utilización de algoritmos.<br>Deben adquirir destrezas en el uso de patrones para analizar fenómenos y relaciones en problemas de la vida real, empleando ordenadores o calculadoras gráficas para obtener la representación gráfica, interpretar con claridad las situaciones y realizar cálculos más complicados.<br>Con respecto a la estadística, es recomendable comenzar con ejemplos sencillos cercanos a la realidad del alumnado para posteriormente, profundizar en ejemplos relacionados con las distintas áreas del currículum obtenidos a partir de los medios de comunicación o de Internet.<br>Al igual que para otros contenidos del área es recomendable la utilización del ordenador y de las calculadoras, tanto convencionales como gráficas, para manipular, analizar y representar conjuntos de datos, sin olvidar los recursos manipulables que resultarán de gran ayuda para el desarrollo de experimentos aleatorios. |

- REAL DECRETO 1467/2007 DE 2 DE NOVIEMBRE

En este documento se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. Concretando al caso de las asignaturas de Matemáticas (Matemáticas I y II, Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II), encontramos en el Anexo I las siguientes referencias:

### MATEMATICAS I Y II

*En Matemáticas I, los contenidos relacionados con las propiedades generales de los números y su relación con las operaciones, más que en un momento determinado deben ser trabajados en función de las necesidades que surjan en cada momento concreto. A su vez, estos contenidos se complementan con nuevas herramientas para el estudio de la estadística y la probabilidad, [...].*

*Las Matemáticas contribuyen a la adquisición de aptitudes y conexiones mentales cuyo alcance trascienden el ámbito de esta materia; [...]. Estas destrezas, ya iniciadas en los niveles previos, deberán ampliarse ahora que aparecen nuevas herramientas, enriqueciendo el abanico de problemas abordables y la profundización en los conceptos implicados.*

*Las herramientas tecnológicas, en particular el uso de calculadoras y aplicaciones informáticas como sistemas de álgebra computacional o de geometría dinámica, pueden servir de ayuda tanto para la mejor comprensión de conceptos y la resolución de problemas complejos como para el procesamiento de cálculos pesados, sin dejar de trabajar la fluidez y la precisión en el cálculo manual simple, donde los estudiantes suelen cometer frecuentes errores que les pueden llevar a falsos resultados o inducir a confusión en sus conclusiones. (Pág. 68)*

Además, encontramos como objetivo prioritario el uso de las nuevas tecnologías para el tratamiento de la información, el ahorro de tiempo en cálculos y como una herramienta más dentro del aula, como se observa en el siguiente párrafo:

*La enseñanza de las Matemáticas en el bachillerato tendrá como finalidad el desarrollo de las siguientes capacidades:*

*5. Emplear los recursos aportados por las tecnologías actuales para obtener y procesar información, facilitar la comprensión de fenómenos dinámicos, ahorrar tiempo en los cálculos y servir como herramienta en la resolución de problemas. (Pág. 69)*

### MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I Y II

*Por su parte, las herramientas tecnológicas ofrecen la posibilidad de evitar tediosos cálculos que poco o nada aportan al tratamiento de la información, permitiendo abordar con rapidez y fiabilidad los cambiantes procesos sociales mediante la modificación de determinados parámetros y condiciones iniciales. No por ello debe dejarse de trabajar la fluidez y la precisión en el cálculo manual simple, donde los estudiantes suelen cometer frecuentes errores que les pueden llevar a falsos resultados o inducirles a confusión en las conclusiones. (Pág. 94)*

Por tanto, vemos como las herramientas tecnológicas se plantean como apoyo a la hora de hacer cálculos, pero sin dejar de lado el trabajo del cálculo manual simple.

Igualmente, dentro de los objetivos de estas asignaturas encontramos referencias sobre recursos que ayuden a la búsqueda y tratamiento de la información, representación gráfica, estadística, etc.

*La enseñanza de las Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales en el bachillerato tendrá como finalidad el desarrollo de las siguientes capacidades:*

6. *Hacer uso de variados recursos, incluidos los informáticos, en la búsqueda selectiva y el tratamiento de la información gráfica, estadística y algebraica en sus categorías financiera, humanística o de otra índole, interpretando con corrección y profundidad los resultados obtenidos de ese tratamiento. (Pág. 95)*

Además, encontramos en los criterios de evaluación comentarios sobre herramientas tecnológicas y sobre los medios de comunicación, que, como ya explicamos anteriormente, pueden ser considerados un recurso en sí.

*Criterios de evaluación*

### *MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I*

3. *Utilizar los porcentajes y las formulas de interés simple y compuesto para resolver problemas financieros e interpretar determinados parámetros económicos y sociales.*

*Este criterio pretende comprobar si se aplican los conocimientos básicos de matemática financiera a supuestos prácticos, utilizando, si es preciso, medios tecnológicos al alcance del alumnado para obtener y evaluar los resultados. (Pág. 95)*

### *MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II*

7. *Analizar de forma crítica informes estadísticos presentes en los medios de comunicación y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones.*

*Se valora el nivel de autonomía, rigor y sentido crítico alcanzado al analizar la fiabilidad del tratamiento de la información estadística que hacen los medios de comunicación y los mensajes publicitarios, especialmente a través de informes relacionados con fenómenos de especial relevancia social. (Pág. 97)*

- **ORDEN DE 5 DE AGOSTO DE 2008**

En esta orden se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía. Podemos encontrar en el Anexo I, la división de las asignaturas Matemáticas I y II y Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II, en diversos núcleos temáticos, de los que encontramos las siguientes referencias a materiales y recursos como podemos ver en los siguientes cuadros.

## Materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas

Natalia Quereda Castañeda

| MATEMÁTICAS I Y II                    |  |   |   |
|---------------------------------------|--|---|---|
| <b>Relevancia y sentido educativo</b> | Las Tecnologías de la Información y Comunicación han cambiado de forma radical el mundo actual, por lo que es necesario adaptar los currículos y metodologías a esa realidad y responder así a las nuevas demandas sociales. El trabajo en las clases de matemáticas con estas tecnologías, ya sean calculadoras u ordenadores, favorece un aprendizaje activo que permite al alumnado investigar, diseñar experimentos bien contruidos, conjeturar las razones profundas que yacen bajo los experimentos y los resultados obtenidos, reforzar o refutar dichas conjeturas y demostrar o rechazar automáticamente con la ayuda de dichas tecnologías. Es un magnífico recurso para que el alumnado construya su propio conocimiento matemático, que es la mejor forma de aprenderlo. |   |   |
| <b>NÚCLEOS TEMÁTICOS</b>              | <b>1. La resolución de problemas.</b>  | <i>Sugerencias sobre metodología y utilización de recursos.</i> | La enseñanza a través de la resolución de problemas implica seguir una serie de pasos:<br>- Propuesta de la situación-problema de la que surge el tema, que puede estar basada en aspectos históricos, en aplicaciones, modelos, juegos, etc.                               |
|                                       | <b>2. Aprender de y con la Historia de las Matemáticas.</b>  | <i>Relevancia y sentido educativo.</i>                          | Las tecnologías de la información y comunicación brindan hoy recursos de fácil acceso, localización y reproducción para introducir en el aula los grandes momentos de los descubrimientos matemáticos de los conceptos y destrezas que se pretende que el alumnado aprenda. |
|                                       |  | <i>Sugerencias sobre metodología y utilización de recursos.</i> | Para estudiar la componente histórica de las matemáticas resulta especialmente indicado el uso de internet y de las herramientas educativas existentes para su aprovechamiento.   |
|                                       | <b>3. Introducción a los métodos y fundamentos matemáticos.</b>  | No se han encontrado referencias de materiales o recursos.      |   |
|                                       | <b>4. Modelización matemática.</b>   | No se han encontrado referencias de materiales o recursos.      |   |

| MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I Y II |   |   |   |
|--|---|---|---|
| <b>Relevancia y sentido educativo</b>                | Las Tecnologías de la Información y Comunicación han cambiado de forma radical el mundo actual, por lo que es necesario adaptar los currículos y metodologías a esa realidad y responder así a las nuevas demandas sociales. El trabajo en las clases de matemáticas, con estas tecnologías, ya sean calculadoras u ordenadores, permite introducir un aprendizaje activo, que permitirá al alumnado investigar, diseñar experimentos bien contruidos, conjeturar sobre las razones profundas que yacen bajo los experimentos y los resultados obtenidos, reforzar o refutar dichas conjeturas y demostrar o rechazar automáticamente, con la ayuda de dichas tecnologías. Es un magnífico recurso para que el alumnado construya su propio conocimiento matemático, que es la mejor forma de aprenderlo. |   |   |
| <b>NÚCLEOS TEMÁTICOS</b>                             | <b>1. La resolución de problemas.</b>   | No se han encontrado referencias de materiales o recursos.      |   |
|  | <b>2. Aprender de y con la Historia de las Matemáticas.</b>   | <i>Relevancia y sentido educativo.</i>                          | Las tecnologías de la información y comunicación brindan hoy recursos de fácil acceso, localización y reproducción para introducir en el aula los grandes momentos de los descubrimientos matemáticos de los conceptos y destrezas que se pretende que el alumnado aprenda. |
|  |   | <i>Sugerencias sobre metodología y utilización de recursos.</i> | Para estudiar la componente histórica de las matemáticas resulta especialmente indicado el uso de internet y de las herramientas educativas existentes para su aprovechamiento.   |
|  | <b>3. Introducción a los métodos y fundamentos matemáticos.</b>   | No se han encontrado referencias de materiales o recursos.      |   |



De todo lo anterior se pueden deducir una serie de reflexiones generales en lo referente al uso de estos materiales y recursos. En primer lugar, la importancia que en la actualidad tienen las Tecnologías de la Información. En todos los niveles educativos se potencia y aconseja su uso. En el caso de las Matemáticas, para ahorrar tiempo en hacer cálculos, representar gráficas y funciones, trabajar la Geometría, etc. En segundo lugar, se debe usar Internet para trabajar la componente histórica de las Matemáticas y buscar nuevas experiencias en el uso de estos materiales. También se persigue el uso de materiales manipulativos en la enseñanza de la Geometría, sobre todo en el nivel de ESO.

Igualmente, se encuentran referencias a aspectos relacionados con el denominado *aprendizaje funcional y experiencial* de las Matemáticas. Los contenidos matemáticos situados en un contexto cercano, como puede ser el uso de algún material concreto, facilita al alumnado su comprensión y asimilación.

### 5. Reflexiones sobre el papel de los materiales y recursos en el aula de Matemáticas

El uso en el aula de materiales didácticos y recursos impone condiciones generales que merece la pena explicitar. Según Coriat (1997) se necesita:

- ✓ Una disponibilidad en el momento en que se decide usar; esto conlleva, a veces, dificultades previas de presupuesto y gestión.
- ✓ Un equipamiento suficiente para todos los alumnos.
- ✓ Una cierta práctica, por parte del profesor y de los alumnos, en el manejo de empezar a razonar matemáticamente con ellos.
- ✓ Una temporización adecuada que permita extraer consecuencias a la mayoría de los alumnos en momentos previstos, aunque estas consecuencias no se caractericen todas por el mismo nivel de profundización.

No se puede dudar de que, en numerosas ocasiones, el uso adecuado de materiales y recursos en el aula de Matemáticas puede resultar más que beneficioso si se planifica convenientemente. No obstante, existe una problemática generalizada desde el punto de vista de la práctica educativa.

En primer lugar, este tipo de objetos son de difícil caracterización, pues no existen opiniones sistemáticas sobre qué constituye un material y que no. Por ejemplo, ¿es el libro de texto un material didáctico? Podemos pensar que el material debe tener un sentido manipulativo, cuyo fin es modelizar o representar relaciones matemáticas; en este caso, los libros de texto no serían considerados como materiales en sí.

En segundo lugar, el uso escolar de materiales didácticos y recursos puede constituir un problema metodológico, en el que influye notablemente la cultura escolar de cada Centro. El profesor necesita el apoyo del Departamento de Matemáticas para sopesar las ventajas e inconvenientes de un material o recurso. Una vez conocidos los pros y los contras, es necesario tomar una serie de decisiones para llevarlo a la clase y también



resulta conveniente analizar el comportamiento global del grupo – clase para determinar la reacción de este como consecuencia del uso del material.

Es posible que para cualquier tema de ESO o Bachillerato se pueda encontrar o idear un material didáctico o recurso, sin embargo, no resultaría posible ni deseable desarrollar todos los temas de una programación usándolos. Por lo tanto, debe ser el Departamento de Matemáticas quien precise claramente que temas son los que se van a trabajar en clase con materiales didácticos. Posiblemente la elección no se hará apelando a razones de principio, más bien se usarán materiales en los que se den las condiciones de uso indicadas anteriormente.

Para que el material o recurso cumpla alguna función positiva en el aprendizaje es necesario que:

- El profesor indique claramente a sus alumnos lo que espera que hagan.
- El grupo – clase tenga ocasión de reflexionar sobre las relaciones matemáticas trabajadas.

En tercer lugar, los materiales didácticos y recursos plantean dificultades curriculares. Podemos mencionar algunas de ellas:

- En formación inicial y permanente de los profesores. Se debe plantear una mejora del tratamiento de este tema en la formación de los profesores, pues, se puede decir que resulta escasa en este sentido.
- En dotación de ellos: la posibilidad o no de un centro de adquirir materiales y recursos suficientes para poder utilizarlos en un grupo – clase.
- En espacios adecuados para usar estos materiales y recursos: posibilidad de dotar a un centro de un Laboratorio de Matemáticas.
- La evaluación del uso y el trabajo de los alumnos con materiales didácticos y recursos no resulta evidente.

No obstante, hay que destacar que el profesor que suscita su uso en clase no lo hace a la ligera, si no que es consciente de que su medida se integra en una red de decisiones propias y ajenas que tiene influencia en la educación matemática de sus alumnos; por tanto, busca puntos de equilibrio entre lo que se puede hacer con un material o recurso y lo que se va a proponer que se haga. Además, las principales decisiones que llevan a resolver el problema didáctico que representa el uso de materiales y recursos se refieren, por una parte a la cultura escolar y, por otra, a cuestiones metodológicas.

Podemos destacar algunos aspectos significativos que se observan del uso de materiales y recursos en el aula. Por un lado, los *materiales manipulativos* modelizan físicamente algunas relaciones de un sistema matemático, pero no todas. Por tanto, el profesor o Departamento no debe olvidar que, junto con sus cualidades, incorpora ciertas limitaciones.

Además, la modelización inherente en todos los materiales manipulativos tiene también una ventaja general: permite dar vida a la noción de problema abierto en Matemáticas. Por lo tanto, podemos introducir desde edades tempranas la necesidad de convencer y demostrar en Matemáticas. Por ejemplo, podemos ver como es imposible construir un triángulo equilátero en el geoplano  $n \times n$  o la raíz cuadrada de 2 con las regletas de Cuisenaire.

Una desventaja de estos materiales es que con los materiales manipulativos no se puede hacer ostensible ningún proceso infinito o continuo.

En el caso de los *recursos simbólicos*, como calculadoras y programas de ordenador, podemos notar las siguientes características:

- Cuando se necesita manejar muchos datos numéricos, el Departamento debe decidir si va a dar más importancia al manejo de los algoritmos o a la interpretación de los resultados obtenidos.
- Los programas de cálculo simbólico permiten, por ejemplo, transformar expresiones, simplificar o resolver ecuaciones; en general, su potencia de cálculo es superior a las necesidades conceptuales de la Secundaria.
- En los programas de propósito general, como los procesadores de texto o las hojas de cálculo, no conviene descartar el trabajo con las popularmente llamadas “macros” (secuencias de acciones muy repetidas por cada usuario que el propio programa se encarga de almacenar y, en su caso, ejecutar), pues son ejemplos de destrezas operatorias. La comparación de macros inventadas por diferentes alumnos permite elegir la mejor, relativizar la importancia de las destrezas y justificar la conveniencia de que las personas dispongamos también de algunas de ellas.

En resumen, podemos señalar unas indicaciones sobre los materiales manipulativos y los recursos simbólicos:

- Pueden ayudar en prácticamente todas las situaciones matemáticas escolares, pero no ayudan obligatoriamente.
- Es conveniente circunscribir su uso en clase para que las propiedades del modelo no se impongan sobre las relaciones matemáticas que se desea trabajar con ellos.

Una vez que se ha decidido desarrollar una idea con un material didáctico o recurso, el profesor debe todavía tomar algunas decisiones:

1. ¿Se usará para fines meramente expositivos o se permitirá que los alumnos los manipulen?

2. ¿Se usará material ya preparado o lo construirán los alumnos? Un material ya preparado tiene incomparables ventajas sobre uno artesanal, pero la fabricación puede enseñar mucho a quien reflexiona sobre ello.
3. ¿Se apelará al material o recurso desde el primer momento o se recurrirá a él en el caso de que surjan dificultades? Se trata de una decisión metodológica no siempre trivial. Lo es cuando el enunciado de una situación se refiere a objetos concretos (como cubos, calculadoras o geoplanos), pero no lo es cuando, constatada la dificultad y el atasco por parte de los alumnos, el profesor recurre a los materiales como sugerencia para volver a analizar la situación.
4. En el caso de los ordenadores, ¿se darán las clases buscando actividades que exigen el uso del ordenador o se utilizarán únicamente como apoyo para resolver tareas habituales?

En definitiva, podemos concluir que los materiales y recursos son excelentes mediadores para dar sentido en la enseñanza comprensiva. La experiencia demuestra cada vez más que un uso variado y bien temporizado de los mismos es fructífero a medio plazo, incorporando a los alumnos un mayor grado de autonomía y una mejor capacidad para dar sentido y profundizar en Matemáticas. No obstante, es necesario que el profesor tenga un cierto dominio con materiales didácticos y recursos para obtener un resultado fructífero en clase, se necesita tiempo, años. Una vez conseguido, la acumulación de estrategias metodológicas permitirá la adaptación del profesor al uso de los recursos según las diferentes necesidades educativas en el grupo clase, con lo que será una buena manera de atender a la diversidad.

### 6. Una posible organización de los materiales y recursos

Existen múltiples formas de organizar los materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas. En este apartado daremos algunas de ellas y presentaremos una propuesta de organización en forma de base de datos.

En primer lugar, en el caso de los materiales manipulativos, podíamos organizarlos según su *versatilidad*. Algunos materiales didácticos son adecuados para actividades muy variadas mientras que otros son de uso más uniforme. Esto último ocurre, por ejemplo, con los dominós, que solamente suelen usarse para enlazar objetos matemáticos siguiendo algún criterio, ya que si se cambia el criterio generalmente se necesita un nuevo dominó. Mucho más versátiles son los polígonos, troquelados o de plástico, a la hora de afrontar situaciones relacionadas con el espacio; un simple cubo puede usarse en actividades de reconocimiento (desde caras, vértices y aristas hasta elementos que lo dejan invariante), de razonamiento, de volumen o compactación.

Otra posibilidad sería organizarlos según el contenido matemático que se trabaje, si pertenece al bloque de Números, Álgebra, Geometría, Funciones y gráficas o Estadística y probabilidad. En el caso de los materiales versátiles podían pertenecer a dos grupos a la vez. Por ejemplo, con el tangram se pueden trabajar, además de otros conceptos,



polígonos y fracciones, por lo que estaría en el bloque de Números y en el de Geometría.

Podemos clasificarlos igualmente, según la función que cumplen los materiales o recursos. Por ejemplo, en el caso de los materiales para la enseñanza del álgebra, una buena disposición sería como se muestra en la siguiente tabla:

|                                 | CONCEPTUAL                     | EJERCITACIÓN                  |
|---------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| <b>SIMBOLIZAR</b>               | Puzzles igualdades algebraicas | Dominós algebraicos           |
|                                 | Números figurados              | Dominós de perímetros y áreas |
|                                 | Juegos y adivinanzas           |                               |
|                                 | Esquema de operaciones         | Carpeta de Matemáticas        |
| <b>RESOLUCIÓN DE ECUACIONES</b> | Balanzas                       | Dominós de ecuaciones         |
|                                 | Tableros de carreras           | Barajas algebraicas           |
|                                 | El Hex                         |                               |
|                                 |                                |                               |

La organización que propongo en este trabajo consiste en realizar una base de datos con el mayor número de materiales y recursos que sea posible. Esta base de datos estaría formada por una ficha por cada material, en la que vendrían reflejados los siguientes apartados:

- Descripción del material. En este apartado describiríamos el material con detalle: con qué está fabricado, cómo se utiliza, en cuantas piezas está dividido, si es o no versátil, donde lo podemos conseguir, la existencia o no de soluciones, etc.
- Conceptos matemáticos. Aquí enumeraríamos los conceptos matemáticos que podemos trabajar utilizando este material.
- Ejemplo de una actividad en la que se emplee el material. Expondríamos una actividad a modo de ejemplo en la que se usara el material. De esta manera, podemos hacernos una idea de cuál podría ser su uso en el aula para adaptarlo a nuestras necesidades.
- Valoración personal. En este apartado relataríamos nuestras opiniones y experiencias personales sobre el material. Podríamos señalar expresamente cuales son, a nuestro parecer, las ventajas e inconvenientes del mismo. De esta manera, podemos tener estos aspectos positivos y negativos a la hora de planificar nuestra actividad.
- Bibliografía y páginas web relacionadas con el material. Como último apartado añadiríamos una recopilación de bibliografía y páginas web útiles para el uso de este material.

Estas fichas deberían revisarse y modificarse con el paso del tiempo, pues siempre que utilicemos algún material de la base de datos, nuestra valoración personal del mismo puede variar y enriquecerse con las experiencias.

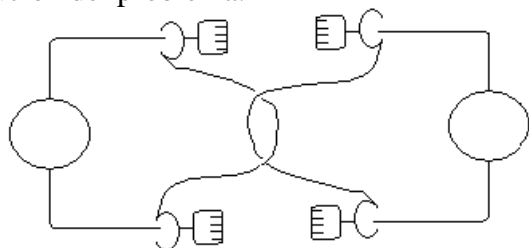
A modo de ejemplo, expongo a continuación tres fichas que conformarían nuestra base de datos.

## FICHA 2. PUZZLES TOPOLÓGICOS

### DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES

#### 1<sup>er</sup> material: Cuerdas amarradas

Es un material que se usa por parejas. Consiste en un par de cuerdas entrelazadas donde cada extremo de la cuerda está amarrado en las muñecas de ambas personas. Se trata de cómo separar las cuerdas sin quitarte los amarres. Es importante darse cuenta de que existe un hueco entre las cuerdas y las muñecas que deberemos utilizar para la resolución del problema.



#### 2<sup>o</sup> material: Puzzles de anillas

Disponemos de dos puzzles:

- El primero consta de dos maderas y dos cuerdas en las que hay “encerrada” una anilla. La tarea consiste en sacar la anilla del puzzle. En este material hay que percatarse de que las maderas cumplen el mismo papel de las cuerdas en el material anterior y que las cuerdas son como las manos.
- El segundo está formado por una madera y una cuerda en la que hay entrelazada una anilla. Igualmente hay que separar la anilla teniendo en cuenta que existe un hueco entre la madera y la cuerda (agujeros por donde pasa la cuerda) que es vital para resolver el puzzle.

#### 3<sup>er</sup> material: Puzzles de alambre

Consiste en una variedad de piezas de alambre que podemos combinar para generar problemas. La clave es que hay que combinar las denominadas piezas cerradas con las piezas abiertas. Las piezas cerradas son aquellas en las que no queda ningún hueco y son las que tenemos que quitar de las piezas abiertas, en las que siempre existe una obertura que nos permita hallar la solución del puzzle.



### CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Los conceptos matemáticos que trabajamos utilizando dichos materiales son:

- Visión espacial.
- Formas.
- Movimientos.
- Simetrías.
- Figuras abiertas y cerradas.
- Figuras enlazadas (situación de figuras).

### EJEMPLO DE UNA ACTIVIDAD EN LA QUE SE EMPLEE EL MATERIAL

Podemos aprovechar este tipo de materiales como motivación para introducir métodos de resolución de problemas. Los alumnos tienen un problema en sí, que consiste en la resolución de los puzzles, y deberemos darles estrategias para que no desistan y llegar a la solución del mismo con satisfacción.

### VALORACIÓN PERSONAL

*Ventajas:* Es muy importante el hecho de que trabajamos conceptos matemáticos mediante la manipulación, lo que conlleva adquirir destrezas manuales al trabajar con los puzzles. Otra ventaja es que permite el desarrollo de la visión espacial, además de establecer unas técnicas para la resolución de problemas. Además, son fáciles de conseguir y su coste no es elevado.

*Inconvenientes:* Son materiales que no son fáciles de manejar, por lo que, debido a su dificultad, los alumnos pueden desesperarse, incluso llegando a producirse dejadez y rechazo por los materiales de este tipo.

En resumen, opino que es un material que nos proporciona numerosas destrezas y que es útil para introducir al alumnado conceptos matemáticos muy importantes. Sin embargo, observo que no es muy recomendable abusar de él, ya que podemos producir sentimientos negativos en cuanto a recursos educativos se refiere.

### BIBLIOGRAFÍA Y PÁGINAS WEB RELACIONADAS CON LOS PUZZLES TOPOLÓGICOS

- <http://www.rodoval.com/heureka/enlaces.html>
- <http://www.divulgamat.net/weborriak/RecursosInternet/Recaula/Puzzles.asp>
- <http://www.geocities.com/capecanaveral/hall/3964/anilla/anilla.htm>
- [http://es.geocities.com/rompe\\_kokos/Metal.html](http://es.geocities.com/rompe_kokos/Metal.html)
- <http://www.xtec.es/~jjover/traba/guia.htm>

**FICHA 6. TANGRAM**

**DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL**

El tangram chino es un rompecabezas que se obtiene dividiendo un cuadrado en una serie de polígonos:



1: Cuadrado

2 y 3: Triángulo rectángulo de base el doble del lado del cuadrado

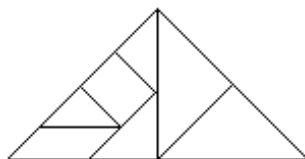
4 y 5: Triángulo rectángulo de base el lado del cuadrado

6: Triángulo rectángulo de hipotenusa el doble del lado del cuadrado

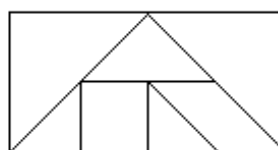
7: Romboide de lado el lado del cuadrado

Es muy fácil de construir con cartón, cartulina o madera. No se pueden superponer las piezas y generalmente deberemos utilizar todas las piezas para la formación de las figuras correspondientes.

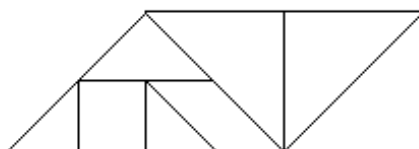
Podemos formar figuras como las siguientes:



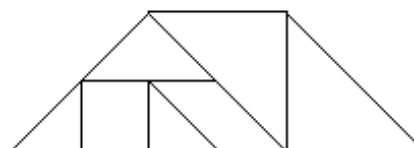
Triángulo



Rectángulo

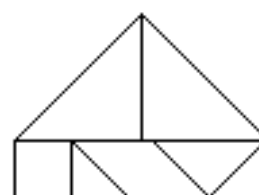
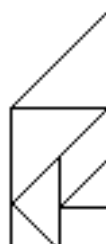
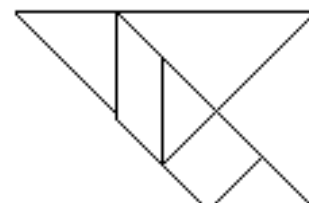
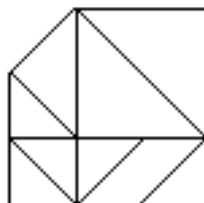


Paralelogramo



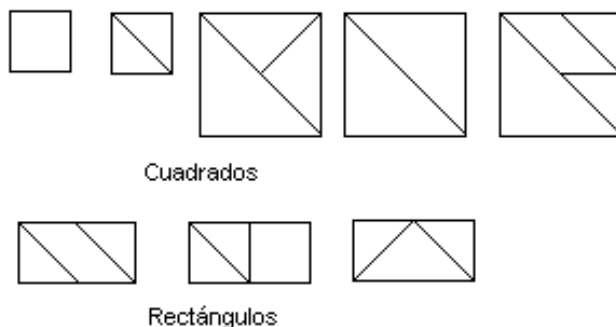
Trapecio

También construimos todos los polígonos convexos, a la derecha tenemos algunos:





Podemos igualmente formar todos los cuadrados y rectángulos posibles.

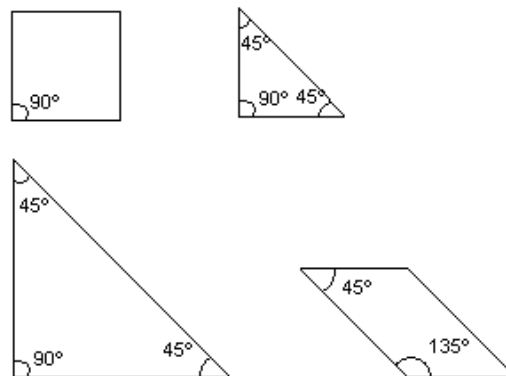


Por otro lado, si tomamos como unidad la longitud del lado del cuadrado, los perímetros de las piezas son los siguientes:

- Cuadrado: 4 unid.
- Triángulo pequeño:  $2 + \sqrt{2}$  unid.
- Triángulo mediano:  $2 + 2\sqrt{2}$  unid.
- Triángulo grande:  $4 + 2\sqrt{2}$  unid.
- Paralelogramo:  $2 + 2\sqrt{2}$  unid.

En las figuras de la derecha vienen reflejados los ángulos interiores de todos los polígonos del tangram.

Podemos realizar otras actividades con el tangram, tales como demostrar el teorema de Pitágoras, representar fracciones, obtener las áreas de los polígonos, etc.



### CONCEPTOS MATEMÁTICOS

- Polígonos
- Ángulos
- Perímetro
- Áreas
- Superficies
- Teorema de Pitágoras
- Fracciones
- Números irracionales:  $\sqrt{2}$

### EJEMPLO DE UNA ACTIVIDAD EN LA QUE SE EMPLEE EL MATERIAL

Una vez enunciado en clase el teorema de Pitágoras procederíamos a su demostración usando el tangram. Los alumnos deberán experimentar por ellos mismos la demostración del mismo, utilizando cada uno un tangram. Para comprobar el teorema con otro tipo de triángulos, le pediríamos que, por parejas, construyeran con un tangram un triángulo rectángulo (con todas las piezas) y con otro un cuadrado del mismo lado. Así verificarían el teorema con otro triángulo a su vez que aprovecharíamos para entrenar la destreza manual y la visión espacial.

### VALORACIÓN PERSONAL

*Ventajas:* El tangram es un material muy versátil, lo que nos permite utilizarlo para múltiples tareas y mostrar numerosos conceptos matemáticos. Permite el desarrollo de la destreza manual y de la visión espacial, además de que lo podemos usar con alumnos de muchas edades, siempre que las actividades las adaptemos a nuestras necesidades. Los propios alumnos pueden fabricarse uno propio y practicar con él en casa.

*Inconvenientes:* No resulta un pasatiempo fácil, así que tendremos que tener mucho cuidado al adaptar las actividades a cada edad. No deberemos abusar de él, ya que si los alumnos no obtienen resultados de forma rápida suelen desesperarse llegando a producir rechazo hacia el tangram.

En conclusión, es un material del que podemos obtener mucho provecho, siempre que tengamos muy claro qué es lo que queremos enseñar y adaptando todas las actividades a las edades de los alumnos.

### BIBLIOGRAFÍA Y PÁGINAS WEB RELACIONADAS CON EL TANGRAM

- <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Tangram>
- [www.xtec.es/~jbuil/tangram/](http://www.xtec.es/~jbuil/tangram/)
- <http://www.arrakis.es/~mcj/tangram.htm>
- [http://descartes.cnice.mecd.es/taller\\_de\\_matematicas/rompecabezas/tangram\\_0a.htm](http://descartes.cnice.mecd.es/taller_de_matematicas/rompecabezas/tangram_0a.htm)
- [http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act\\_permanentes/mate/imagina/mate3z.htm](http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/imagina/mate3z.htm)
- <http://www.kidscom.com/games/tangram/game1/tangram01.html>
- <http://www.gieson.com/Library/projects/games/matter/>

**FICHA 9. CALCULADORAS GRÁFICAS****DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL**

Podemos definir las calculadoras gráficas como ordenadores de bolsillo especializados en Matemáticas. Los modelos avanzados permiten la manipulación de expresiones Matemáticas simbólicas, aunque todavía pueden encontrar limitaciones a la hora de resolver ciertas expresiones.



Las calculadoras gráficas llevan incorporado un microprocesador. Son programables, el lenguaje de programación es básico, pero evoluciona con la aparición de nuevos modelos más potentes. Consta de un teclado alfanumérico en el que cada tecla ejecuta hasta tres funciones, siendo una de ellas la inclusión de un signo de escritura o de puntuación. Si ese signo es una letra, entonces puede representar un texto escrito o una variable de memoria. Los signos de puntuación y otros específicos son comandos del lenguaje de programación.

También disponen de un sistema operativo actualizable y de pantalla generosa que la hace apta para la representación y el estudio de funciones. Los modelos recientes permiten la realización de gráficos en tres dimensiones, trabajan con listas de datos y matrices y llevan preinstalada una hoja de cálculo (versión adaptada).

Son aptas para álgebra, cálculo, estadística avanzada y matemática financiera. Su utilidad se extiende a las áreas de ciencias y a las ingenierías: existen programas y aplicaciones fácilmente instalables. Se pueden conectar al ordenador y con otros modelos compatibles de calculadoras (por cable o infrarrojos). Utilizan tarjetas de memoria para guardar los programas. Además, tienen una visualización natural en los modelos recientes: las expresiones Matemáticas aparecen en pantalla como en los libros de texto. Algunos modelos tienen pantalla en color y disponen de accesorios que aumentan sus aplicaciones en la enseñanza como sensores que permiten la recolección de datos experimentales para su posterior análisis y la posibilidad de conexión a un proyector de imágenes para uso en el aula.

**CONCEPTOS MATEMÁTICOS**

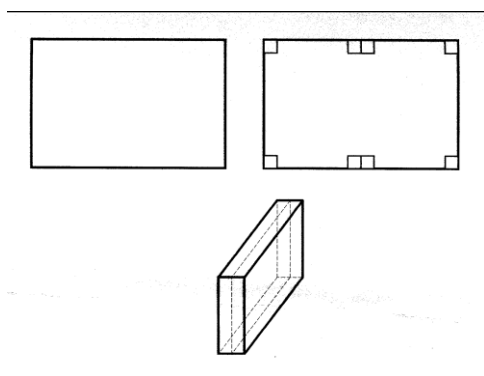
- Operaciones algebraicas
- Derivadas, integrales
- Funciones: elementos de una función
- Continuidad
- Probabilidad y estadística

- Geometría
- Matemática financiera
- Cálculo

EJEMPLO DE UNA ACTIVIDAD EN LA QUE SE EMPLEE EL MATERIAL

Podemos plantear la siguiente actividad:

Disponemos de planchas de tamaño 30 x 20 cm. para confeccionar cajas como muestra el dibujo:



¿Cuál tiene que ser el tamaño de los cuadraditos para que el volumen del paralelepípedo resultante sea máximo?

Si tomamos como  $X$  la longitud del lado de los cuadraditos a cortar, el volumen del paralelepípedo resultante es:

$$V(X) = 2X(15 - 2X)(20 - 2X) = 8X^3 - 140X^2 + 600X$$

La resolución tradicional de este problema necesita del Análisis: derivar la función y encontrar dónde se anula.  $V'(X) = 24X^2 - 280X + 60$ ; con lo que se anulará en:  $X_1 = 8.837959396$ ,  $X_2 = 2.828707271$

Como uno de los lados del paralelepípedo es  $(15 - 2X)$  podemos descartar  $X_1$  pues sino este factor sería negativo. Comprobemos que en  $X_2$  la segunda derivada es negativa, con lo cual el extremo será un máximo.  $V''(X) = 48X - 280$ ,  $V''(X_2) = -144.222051$

Los alumnos de secundaria que conozcan la fórmula del área del paralelepípedo y tengan cierta soltura con expresiones algebraicas, serán capaces de escribir la función volumen de este problema, pero no sabrán aplicar el cálculo diferencial para hallar la solución.

Veamos cómo podemos resolver el problema utilizando calculadora gráfica.

Se representará en una gráfica la función volumen y se hace una estimación de las coordenadas del punto máximo de la gráfica. En la ampliación de esta parte de la gráfica se obtienen las coordenadas con una aproximación de hasta varios decimales. Las calculadoras gráficas incluyen utilidades de ampliación (zoom) y de lectura de coordenadas sobre la curva (trace).

Utilizando la función volumen ya definida y que el máximo está en torno a 800 definimos los valores de la ventana que queremos ver.

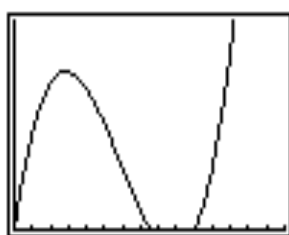


fig.1

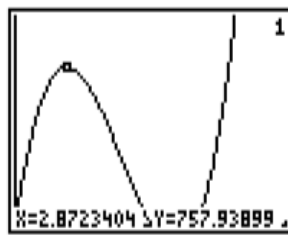


fig.2



fig.3

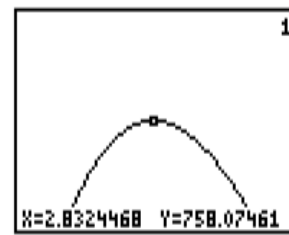


fig.4

Posicionándonos sobre el máximo (con la función trace, fig. 23), y haciendo un zoom sobre el (fig. 24 y 25) obtenemos una buena aproximación. Repitiendo el proceso obtendríamos mejores aproximaciones.

### VALORACIÓN PERSONAL

*Ventajas:* Es un material muy versátil con múltiples utilidades. Además, usándolo trabajaríamos la competencia tecnológica, tan importante en nuestros días. Nos ahorraríamos tiempo a la hora de hacer cálculos tediosos y aprovecharlo para formular hipótesis, conjeturas u observar propiedades. Asimismo, podemos utilizarla para demostrar a los alumnos los diversos caminos que se pueden tomar para llegar a la solución de un problema.

*Inconvenientes:* Es un material difícil de manejar, con lo que requiere de al menos una sesión para enseñar a los alumnos a usarla. Además, aunque no tenemos que disponer de las mismas, pues las podemos pedir como préstamo, son materiales caros y tenemos que tener mucho cuidado al usarlos.

En conclusión, podemos sacarle mucho rendimiento a este material, pero teniendo en cuenta que su manejo es complicado y el tipo de alumnado en el que vamos a llevar a cabo nuestra actividad, pues son materiales caros y delicados.

### BIBLIOGRAFÍA Y PÁGINAS WEB RELACIONADAS CON LAS CALCULADORAS GRÁFICAS

- <http://www.enciga.org/es/enlaces/calculadoras.htm>
- <http://www.ua.es/personal/SEMCV/Actas/IJornadas/pdf/Part17.PDF>
- <http://www.campus-oei.org/revista/deloslectores/393Puerto.PDF>
- <http://www.omerique.net/calcumat/>
- <http://www.sinewton.org/elrincon/>
- <http://www.casio-europe.com/es/sc/graphic/>
- <http://www.sinewton.org/elrincon/ElRincon9-99.pdf>.

### 7. Desarrollo de una tarea con un material concreto: El Dominó de funciones

Durante el desarrollo de mis prácticas del presente máster realicé, a modo de trabajo de investigación en innovación, una experiencia con un material concreto en un aula. Se trata de un material de elaboración propia, denominado *Dominó de funciones*. A continuación describiré en detalle la fundamentación, el desarrollo y la valoración de esta experiencia.

#### 7.1. Fundamentación de la actividad

La actividad denominada *Dominó de funciones* tiene como objetivo principal consolidar los conocimientos adquiridos en la Unidad Didáctica **Funciones y Gráficas**, llevada a cabo durante seis sesiones previas a la realización de la misma. Por otro lado, nuestra aspiración era además, introducir en el desarrollo de las sesiones un material manipulativo para observar el resultado del mismo en el alumnado y extraer conclusiones sobre el uso de este tipo de recursos en el aula. Estaba orientado a un grupo de **1º de ESO** y se realizó en el tercer trimestre, durante mi estancia en las prácticas del Máster en el IES Alhamilla.

#### 7.2. Contextualización

##### *Características generales del Centro.*

El Centro educativo para el que se ha diseñado la presente actividad, desarrollada en el periodo de intervención del Practicum, es el IES Alhamilla, situado en la capital almeriense.

Es un Centro de reciente construcción, con lo que las instalaciones son nuevas y están en muy buen estado. El alumnado es bastante heterogéneo, teniendo como centro adscrito el CEIP Luis Siret, muy cercano al IES, aunque también recoge escolares de barrios de las afueras como el CEIP Los Almendros o IES El Argar, entre otros.

Por tanto, los barrios de los que procede el alumnado del Centro son barrios de clase media-baja, carentes de servicios o equipamientos que fomenten expectativas culturales (bibliotecas, casa de cultura, cines, museos...).

Debido a la múltiple oferta educativa existente en el Centro (Secundaria, Bachillerato, PGS, Ciclos Formativos), la edad y la procedencia del alumnado es muy diversa. Cabe destacar que en Bachillerato también se suman escolares procedentes de pueblos como Tabernas, Pechina o Benhadux.

### *Características psicoevolutivas y específicas del grupo – aula.*

El alumnado del primer curso de la Educación Secundaria se encuentra en plena etapa de la preadolescencia. Coincide con la aparición de la pubertad, produciéndose importantes cambios físicos: cambios de voz, la aparición de acné, desarrollo de los caracteres sexuales, etc.

El desarrollo físico va a tener una gran repercusión en el desarrollo emocional y personal del adolescente, debido al importante peso que se confiere durante esta etapa al aspecto físico.

Las emociones que sienten se hacen más intensas y variadas. Comienzan un proceso en el que buscan su identidad. Necesita invertir una gran cantidad de tiempo y esfuerzo en sus relaciones sociales, ya que de éstas recibe gran información sobre lo que actualmente es y lo que le gustaría que fuera su propia identidad.

La integración social cobra un papel de gran importancia en estas edades, produciéndose de forma paralela una progresiva emancipación de los adultos de referencia. Además, han desarrollado un pensamiento más elaborado que en etapas anteriores, caracterizado por la abstracción, con lo que serán capaces de aplicar un razonamiento deductivo.

El grupo-clase en cuestión está caracterizado por su heterogeneidad, encontrando alumnos que presentan desde dificultades de aprendizaje hasta altas capacidades intelectuales. Consta de 22 alumnos.

En general, son muy participativos y responsables en su aprendizaje, aunque también son muy habladores y en ocasiones resulta difícil mantener el orden. Hay un alumno que tiene dificultad para integrarse y relacionarse con el resto de sus compañeros y se encuentra desplazado.

El aula está equipada con mesas individuales movibles, con lo que se pueden desplazar para facilitar el trabajo en grupo. Además de una pizarra tradicional, consta de una pizarra digital de la que podemos hacer uso.

---

### 7.3. Objetivos

---

Los Objetivos Didácticos planteados para esta actividad fueron los siguientes:

- Establecer relaciones significativas entre las distintas representaciones de una función: enunciado, fórmula, tabla y gráfica.

- Relacionar la expresión numérica de coordenadas en el plano y su expresión gráfica.
- Usar un material manipulativo como herramienta docente para adquirir conocimientos matemáticos.
- Fomentar los valores propios del trabajo en grupo.
- Aprender a valorar y disfrutar con las Matemáticas.

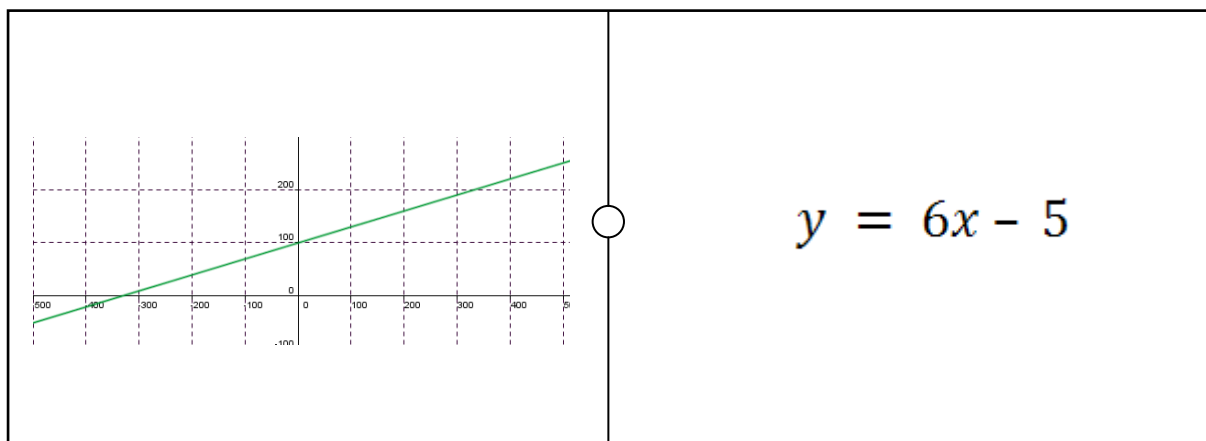
### 7.4. Contenidos

Los contenidos matemáticos trabajados en esta actividad fueron:

- Concepto de función.
- Variable dependiente e independiente.
- Funciones en forma de tabla.
- Funciones expresadas mediante su fórmula.
- Gráfica de una función.
- Pendiente de una función.
- Coordenadas en el plano: representación numérica y gráfica.

### 7.5. Descripción de la actividad

El *Dominó de funciones* consiste en un dominó en el que las fichas vienen divididas en dos secciones, cada una de ellas conteniendo una expresión de una función o de unas coordenadas. También existe otro tipo de fichas, denominadas fichas dobles, en el que viene reflejado un enunciado de una función para el que existen dos posibles soluciones del mismo. En el Anexo 1 vienen reflejadas todas las fichas, que son como las siguientes:





Se juega por grupos de 4 – 5 personas. Se reparten todas las fichas entre los alumnos y comienza el alumno de menor edad. Los demás jugadores van colocando fichas por turnos, en sentido contrario a las agujas del reloj. Consiste en ir encontrando todas las parejas de las fichas, hasta completar el dominó. Gana el jugador que se quede primero sin fichas.

Dado que a primera vista puede no ser trivial encontrar las parejas, está permitido que los miembros del grupo se ayuden unos a otros y tomen decisiones conjuntas sobre la corrección o no de una pareja.

Al finalizar el juego los alumnos rellenan una encuesta de satisfacción (ver Anexo 1) que permite extraer información sobre si el desarrollo del mismo ha sido o no adecuado. Las preguntas realizadas en la encuesta fueron las siguientes:

- ¿Te ha gustado realizar el juego? ¿Por qué?
- ¿Te ha resultado fácil o difícil encontrar las parejas? ¿Por qué?
- ¿Has repasado lo aprendido en clase?
- ¿Os habéis ayudado entre los compañeros del grupo?
- ¿Te gustaría realizar más juegos matemáticos como este?

Está previsto que el juego dure unos 30 – 40 minutos, con lo que, teniendo en cuenta el tiempo de explicación y realización de la encuesta, se lleva a cabo en una sesión completa, como queda reflejado en el siguiente cuadro:

| <b>ACTIVIDAD: DOMINÓ DE LAS FUNCIONES</b>         |                      |   |
|---|----------------------|---|
| <b>Contenido</b>                                  | <b>Temporización</b> | <b>Descripción</b>  |
| Explicación de la tarea y formación de los grupos | 15 mins.             | Se explicarán las reglas del juego, resolviendo las posibles dudas que puedan surgir sobre el mismo. Los grupos podrán ser formados por los propios alumnos.              |
| Juego del dominó                                  | 35 mins.             | Los alumnos jugarán por grupos. El profesor irá comprobando el buen funcionamiento del mismo y revisando que no se produzca ningún atasco en la formación de las parejas. |
| Encuesta de satisfacción                          | 10 mins.             | Se rellenará una encuesta de satisfacción de manera individual, potenciando que los alumnos expresen todas sus opiniones sobre el juego.                                  |

## 7.6. Análisis de datos y conclusiones

Las respuestas a las preguntas de la encuesta realizada a los alumnos al término de la actividad fueron las siguientes:

- ¿Te ha gustado realizar el juego? ¿Por qué?

| Respuestas   | Nº de personas |
|--|----------------|
| Sí, he aprendido.  | 3              |
| Sí, me he divertido/entretenido.                             | 12             |
| Sí, me ha gustado la forma de unir un juego y las funciones. | 1              |
| Sí, me gusta el trabajo en grupo.                            | 2              |
| Regular, no entendía bien.                                   | 1              |
| No, era difícil.   | 2              |
| No, no me gusta el trabajo en grupo.                         | 3              |
| Sí, por perder clase.  | 1              |

- ¿Te ha resultado fácil o difícil encontrar las parejas? ¿Por qué?

| Respuestas                                    | Nº de personas |
|---|----------------|
| Difícil buscar las parejas                    | 8              |
| Difícil porque había muchas fichas            | 3              |
| Difícil porque las gráficas no se veían bien  | 1              |
| Regular, algunas fichas difíciles             | 5              |
| Regular, el trabajo en mi grupo ha sido malo. | 1              |
| Fácil.  | 3              |

- ¿Has repasado lo aprendido en clase?

| Respuestas | Nº de personas |
|------------|----------------|
| Sí.        | 21             |

- ¿Os habéis ayudado entre los compañeros del grupo?

| Respuestas | Nº de personas |
|------------|----------------|
| Sí.        | 18             |
| No.        | 1              |
| Regular.   | 2              |

- ¿Te gustaría realizar más juegos matemáticos como este?

| Respuestas            | Nº de personas |
|-----------------------|----------------|
| Sí.                   | 16             |
| Sí, por perder clase. | 1              |
| Me da igual.          | 1              |
| No.                   | 3              |

Si analizamos los datos obtenidos en esta encuesta, podemos extraer útiles conclusiones. En primer lugar, a la mayoría de ellos les gustó el juego, pues en general se trata de un alumnado con predisposición al trabajo en grupo y a muchos de ellos les pareció una actividad fuera de la rutina habitual de las clases de Matemáticas.

Todos los alumnos afirmaron que el juego les había resultado útil para repasar los contenidos aprendidos en clase, la mayoría pensaba que de una manera amena y divertida. No obstante, al haber un alumno con tendencia a aislarse del resto de los compañeros, el grupo en el que estaba dicho alumno no funcionó correctamente y este hecho se reflejó en las encuestas de los miembros de este grupo, quedando todos ellos descontentos con el juego.

Esta es, en mi opinión, una situación que puede repetirse siempre que se realice una actividad que conlleve trabajo en grupo, pues no todos los alumnos están acostumbrados o tienen facilidad para llevar a cabo tareas de esta índole. En este caso, tampoco es una opción adecuada prescindir de estas actividades, pues son una buena forma de fomentar las relaciones con los compañeros. Sin embargo, el profesor debe estar muy atento al grupo en el que haya alumnos conflictivos e intentar que el resto de los miembros del grupo sean sociables para que no surjan situaciones de tensión.

En este caso, optamos por que fueran los propios alumnos quienes hicieran los grupos, pues consideramos que al tratarse de una actividad en buena parte lúdica y recreativa, estarían más a gusto que con grupos previamente formados por nosotras. Pero cabe a la reflexión el que si hubiéramos impuesto los grupos de antemano quizás habríamos tenido menos problemas con este aspecto.

Por otro lado, casi todos los alumnos opinaron que les resultó difícil encontrar las parejas. Este fue, bajo mi parecer, el aspecto negativo de la experiencia, pues el nivel de dificultad no estaba bien ajustado para un grupo de 1º de ESO. Las profesoras que estuvimos allí tuvimos que ayudar mucho a los grupos para que fueran poniendo las fichas, y esto ralentizó mucho el desarrollo del juego. Hay que tener mucho cuidado con este aspecto, pues si el material o recurso que estemos utilizando requiere demasiado esfuerzo por parte del alumno, puede producir un rechazo generalizado hacia el mismo, consiguiendo entonces el efecto contrario al deseado cuando utilizamos materiales.



Podríamos haber bajado el nivel de dificultad, como bien apuntaron algunos escolares, disminuyendo el número de fichas del dominó o usando gráficas más sencillas para que se vieran bien.

Otro aspecto a destacar fue la ayuda entre los compañeros de grupo. En general todos se ayudaron entre ellos, poniéndose de acuerdo sobre qué ficha era la que tenían que poner en cada momento, y, aunque en muchas de ellas se atascaban y había que ayudarles, poco a poco fueron formando el dominó, aunque ningún grupo logró terminarlo completo. En este caso la colaboración entre los compañeros era muy necesaria y en casi todos los grupos se observó claramente la ayuda que se daban unos a otros.

Por último, la gran mayoría del alumnado expresó su deseo de repetir actividades de este tipo. Por lo tanto, cabe pensar que casi todos se llevaron una buena sensación de la experiencia y pasaron un rato ameno a la vez que repasaron los conceptos aprendidos en clase.

Cabe destacar que las respuestas dadas por los alumnos en las encuestas fueron, en su mayor parte, muy escuetas y poco clarificadoras. Esto es, en mi opinión, debido al formato de encuesta que escogimos, siendo este de respuesta totalmente libre y abierta. Por consiguiente, la información recabada podría haber sido más precisa si hubiéramos utilizado otro formato, por ejemplo con preguntas formuladas con elementos tipo “Likert” de 5 puntos, como por ejemplo:

*El juego del dominó de funciones me ha parecido sencillo y adecuado a nuestro nivel.*

1. *Totalmente en desacuerdo*
2. *En desacuerdo*
3. *Ni de acuerdo ni en desacuerdo*
4. *De acuerdo*
5. *Totalmente de acuerdo*

De esta manera, también podríamos haber aplicado técnicas estadísticas para poder obtenido conclusiones más precisas.

En conclusión, he podido comprobar de primera mano como el uso de materiales y recursos en el aula de Matemáticas no resulta una tarea trivial. Es necesaria mucha planificación y requiere de la toma de decisiones sobre aspectos que en cierta manera pueden ser delicados. No obstante, la experiencia en general ha sido positiva, de la que pienso que la fase más importante es el análisis y obtención de conclusiones, pues resulta muy útil para la mejora de la práctica docente al mismo tiempo que se va obteniendo formación en el campo de los materiales y recursos en el aula de Matemáticas.

### 8. Conclusiones

La labor de investigación e innovación que he llevado a cabo durante la realización de este trabajo me ha permitido obtener determinadas conclusiones que paso a detallar a continuación.

En primer lugar, al recopilar información sobre los orígenes y la evolución histórica de materiales y recursos, he comprobado como estos han sido utilizados desde los tiempos antiguos como apoyo a la comprensión de nociones matemáticas. Además, aunque no siempre fueron bien considerados, grandes pedagogos e investigadores en la Didáctica de las Matemáticas potenciaron su uso e incluso crearon los suyos propios.

En segundo lugar, la legislación educativa vigente nos ofrece una visión sobre la integración de materiales concretos en las programaciones de aula que merece la pena analizar. Las orientaciones metodológicas que aparecen recomiendan, sobre todo, la incorporación de las nuevas tecnologías como un contenido más que hay que tratar en clase; pero también hacen referencia al uso de materiales manipulativos para la enseñanza de la geometría, juegos, la prensa, etc., al igual que tener muy en cuenta el situar los conceptos en un contexto real y cotidiano a la experiencia del alumno.

No obstante, la utilización de materiales y recursos en clase no suele ser un hecho muy extendido en la clase de Matemáticas ya que conlleva una serie de problemas para el profesorado. Por otro lado, su correcta utilización requiere de mucha planificación además de experiencia por parte del docente que solo se consigue con el paso de los años.

He podido comprobar de cerca algunos de estos problemas en el desarrollo de una experiencia con una actividad concreta, el Dominó de funciones. Sin embargo, mi opinión es que, en general, la utilización de diferentes tipos de recursos y materiales resulta beneficiosa siempre que se programe de manera adecuada, se tengan en cuenta las características del alumnado y se analice cuidadosamente el resultado de su aplicación en clase. De esta manera, conseguiremos poco a poco mejorar nuestra práctica docente con estos materiales y así poder usarlos para obtener un máximo rendimiento de los mismos.

Por todo lo anterior, puedo afirmar que los objetivos propuestos en el presente trabajo han sido conseguidos de una manera satisfactoria, pues toda la bibliografía y páginas web consultadas, así como la experiencia llevada a cabo con un grupo – aula concreto, han contribuido a incrementar mis conocimientos sobre el amplio campo que suponen los materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas, a la vez que ayudarme a mejorar mi idea inicial sobre qué supone su uso para la consecución del desarrollo del conocimiento matemático implícito en las Matemáticas escolares.

### 9. Referencias

Berenguer, L. et al. (2001). *Materiales para construir las Matemáticas en la ESO: Guía didáctica*. Proyecto Sur: Granada.

Cachafeiro, L.C. (1989). Buscando recursos para el aula. *Suma-Revista didáctica de las Matemáticas*, n. 4, pp. 43 – 45.

Cordero, F. (¿?). Recursos didácticos para trabajar las Matemáticas en la educación infantil. Perceiana Digital-Revista digital de investigación educativa. En <http://perceianadigital.com/index.php/materiales-didacticos/349-recursos-didacticos-para-trabajar-las-matematicas-en-la-educacion-infantil>, consultado el 18 de mayo de 2012.

Coriat, M. (1997) Materiales, recursos y actividades: un panorama. En Rico, L. (coord). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori, pp 155 – 177.

Conserjería de Educación. Junta de Andalucía. Currículo y competencias básicas. En [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/concepto/Institucionales/Curriculo%20y%20Competencias%20Basicas\\_MEC.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/concepto/Institucionales/Curriculo%20y%20Competencias%20Basicas_MEC.pdf), consultado el 23 de mayo de 2012.

Conserjería de Educación. Junta de Andalucía. Decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria obligatoria en Andalucía. En <http://www.juntadeandalucia.es/boja/boletines/2007/156/d/updf/d2.pdf>, consultado el 23 de mayo de 2012.

Conserjería de Educación. Junta de Andalucía. Decreto 416/2008, de 22 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía. Portal de la Junta de Andalucía. En <http://www.juntadeandalucia.es/boja/boletines/2008/149/d/2.html>, consultado el 23 de mayo de 2012.

Conserjería de Educación. Junta de Andalucía. Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria obligatoria en Andalucía. En [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/normativa/Normativa/1189579499300\\_orden\\_curriculo\\_secundaria\\_definitivo\\_para\\_web.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/normativa/Normativa/1189579499300_orden_curriculo_secundaria_definitivo_para_web.pdf), consultado el 23 de mayo de 2012.

Conserjería de Educación. Junta de Andalucía. Orden de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía. En <http://www.juntadeandalucia.es/boja/boletines/2008/169/d/2.html>, consultado el 23 de mayo de 2012.



García, J.A. (2001). Las Matemáticas en Luca Pacioli. Universidad de La Laguna. En <http://webpages.ull.es/users/jagcruz/Articulos/pacioli.pdf>, consultado el 8 de mayo de 2012.

Gil, T. (2012). El ábaco de la CAM. La Terreta. En <http://laterretadetoni.blogspot.com.es/2012/02/el-abaco-de-la-cam.html>, consultado el 15 de mayo de 2012.

Jefatura del Estado. Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. En <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>, consultado el 23 de mayo de 2012.

Ministerio de Educación y Ciencia. Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. En <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>, consultado el 23 de mayo de 2012.

Ministerio de Educación y Ciencia. Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. En <http://www.boe.es/boe/dias/2007/11/06/pdfs/A45381-45477.pdf>, consultado el 23 de mayo de 2012.

Moreno, M. F. (1998). *Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria*. Universidad de Almería: Servicio de Publicaciones.

Mora, J. A. (2002). Geometría de ayer y de hoy. *Suma-Revista didáctica de las Matemáticas*, n. 39, pp. 77 – 82.

Norman, J. (2012). Mathematics / Logic Timeline. History of Information. En <http://www.historyofinformation.com/index.php?category=Mathematics+%2F+Logic>, consultado el 8 de mayo de 2012.

Rico, L. (1988). La importancia de los recursos en la clase de Matemáticas. *Suma-Revista didáctica de las Matemáticas*, n. 1, pp. 53 – 55.

Szendrei, J. (1996). Concrete materials in the classroom. En Bishop, A. (Edt) *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, pp 411 – 434.

Vizmanos, J.R. et al. (2011). *Matemáticas – Pitágoras para 1º de ESO*. Ediciones SM: Madrid.

*Páginas web consultadas:*

<http://es.wikipedia.org/wiki/Comenio>, consultado el 15 de mayo de 2012.

[http://es.wikipedia.org/wiki/Johann\\_Heinrich\\_Pestalozzi](http://es.wikipedia.org/wiki/Johann_Heinrich_Pestalozzi), consultado el 15 de mayo de 2012.

<http://www.arrakis.es/~mcj/puigadam.htm>, consultado el 15 de mayo de 2012.

[http://es.wikipedia.org/wiki/Escalas\\_Likert](http://es.wikipedia.org/wiki/Escalas_Likert), consultado el 23 de mayo de 2012.

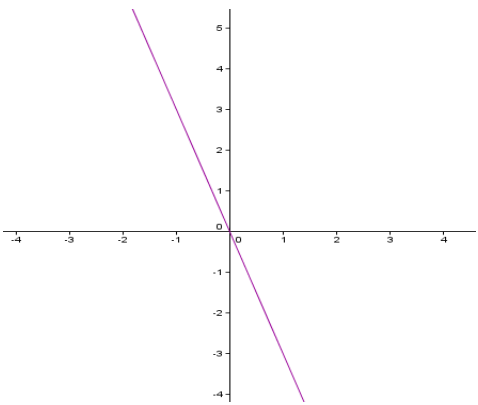
<http://jomyanez.galeon.com/grz2hima.htm>, consultado el 15 de mayo de 2012.



10. Anexos

10.1. Dominó de funciones

FICHAS DEL DOMINÓ

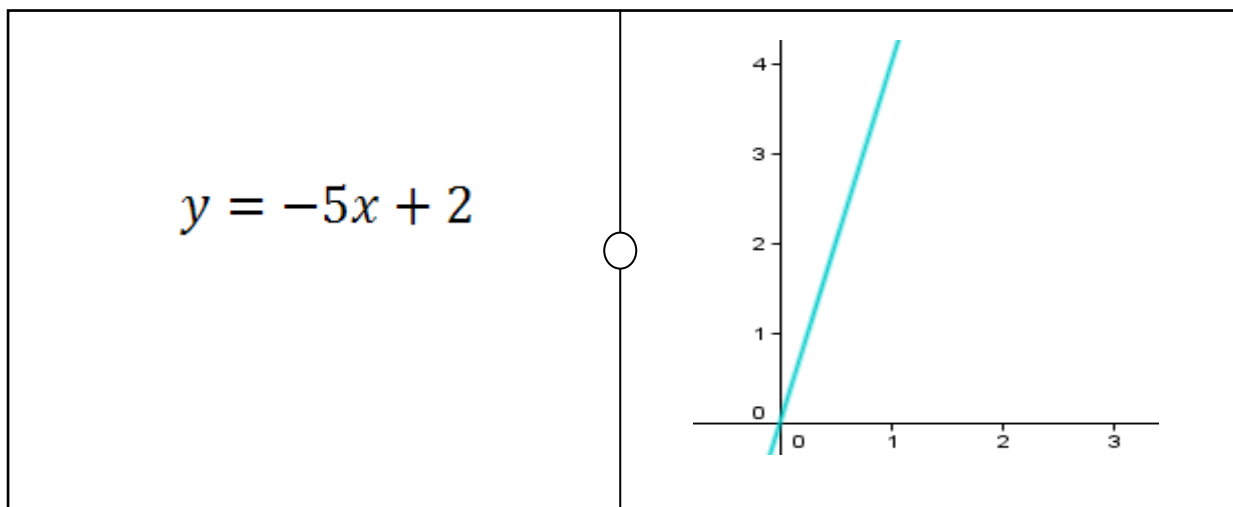
|   |            |    |   |   |   |     |    |    |   |   |  |
|---|------------|----|---|---|---|-----|----|----|---|---|--|
| <p>...aquella que toma los valores en base a los que fijas para la otra variable.</p>   | $y = -3x$  |    |   |   |   |     |    |    |   |   |  |
| <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;">-6</td> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> </table> | $x$        | -1 | 0 | 1 | 2 | $y$ | -6 | -3 | 0 | 3 | <p>En una función, la variable dependiente es...</p> |
| $x$   | -1         | 0  | 1 | 2 |   |     |    |    |   |   |  |
| $y$   | -6         | -3 | 0 | 3 |   |     |    |    |   |   |  |
|    | $y = 120x$ |    |   |   |   |     |    |    |   |   |  |



|  |                                |
|--|--------------------------------|
| <p>Coordenadas:</p> <p style="text-align: center;"><math>A(0, -2)</math><br/> <math>B(3, -1)</math><br/> <math>C(-4, -3)</math><br/> <math>B(-1, 0)</math></p> | <p><math>y = 3x - 3</math></p> |
|--|--------------------------------|

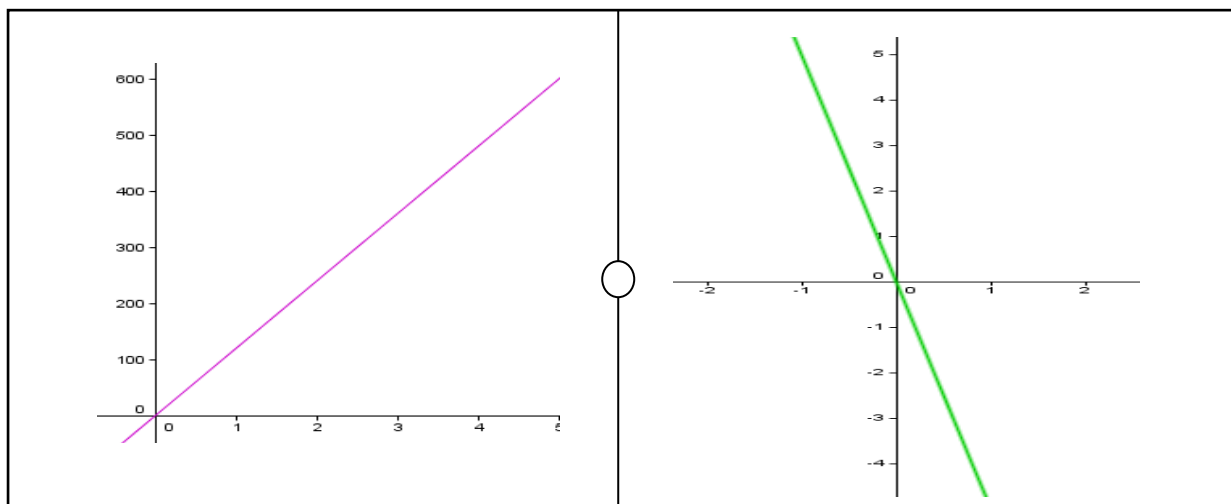
|  |     |   |   |   |   |     |   |   |   |   |  |
|--|-----|---|---|---|---|-----|---|---|---|---|--|
| <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">8</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table> | $x$ | 2 | 3 | 5 | 8 | $y$ | 4 | 3 | 3 | 0 |  |
| $x$  | 2   | 3 | 5 | 8 |   |     |   |   |   |   |  |
| $y$  | 4   | 3 | 3 | 0 |   |     |   |   |   |   |  |

|                            |  |
|----------------------------|--|
| <p><math>y = 4x</math></p> |  |
|----------------------------|--|



Un kilo de pollo cuesta 4€. Encuentra la fórmula y la gráfica de la función que relaciona la cantidad, en kilos, de pollo que compras con el precio, en euros.

|   |     |    |    |     |   |     |   |   |    |     |   |     |    |   |   |     |   |   |    |
|---|-----|----|----|-----|---|-----|---|---|----|-----|---|-----|----|---|---|-----|---|---|----|
| <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-5</td> <td style="padding: 5px;">-10</td> </tr> </table> | $x$ | -1 | 0  | 1   | 2 | $y$ | 5 | 0 | -5 | -10 | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> </tr> </table> | $x$ | -1 | 0 | 1 | $y$ | 4 | 1 | -2 |
| $x$   | -1  | 0  | 1  | 2   |   |     |   |   |    |     |   |     |    |   |   |     |   |   |    |
| $y$   | 5   | 0  | -5 | -10 |   |     |   |   |    |     |   |     |    |   |   |     |   |   |    |
| $x$   | -1  | 0  | 1  |     |   |     |   |   |    |     |   |     |    |   |   |     |   |   |    |
| $y$   | 4   | 1  | -2 |     |   |     |   |   |    |     |   |     |    |   |   |     |   |   |    |



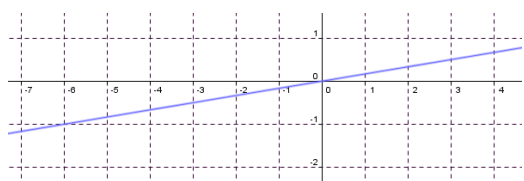
Un coche viaja a una velocidad constante de 120 km/h. Si hace un recorrido de 600 km, encuentra la fórmula y la gráfica de la función que relaciona el espacio recorrido dependiendo del tiempo.

$$y = -3x + 1$$

$$y = \frac{x}{6}$$

El peso de un objeto en la Luna es la sexta parte de su peso en la Tierra.

Encuentra su fórmula y su gráfica.



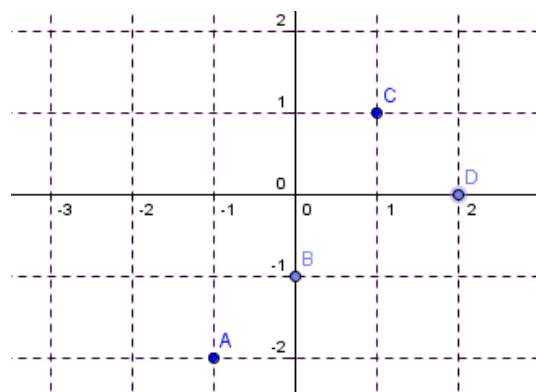
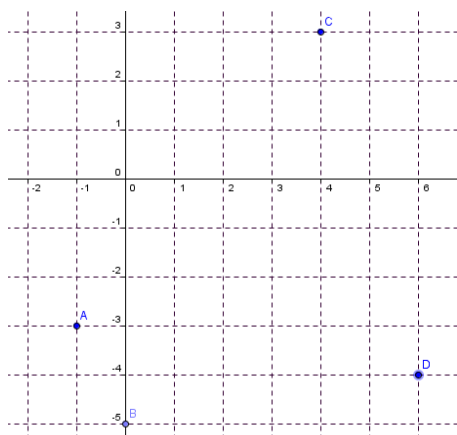
Coordenadas:

$$A(-1, -3)$$

$$B(0, -5)$$

$$C(4, 3)$$

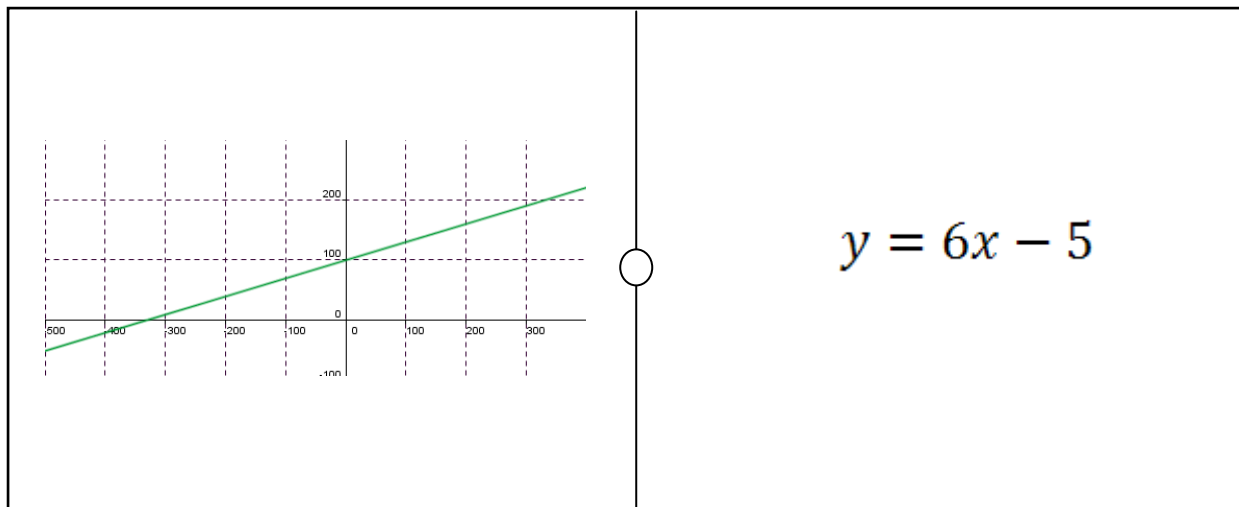
$$D(6, -4)$$



|   |  |
|---|--|
| <p>...la que se fija previamente y toma valores libremente.</p> |  |
|---|--|

|   |     |    |   |   |   |     |    |    |   |   |                   |
|---|-----|----|---|---|---|-----|----|----|---|---|-------------------|
| <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table> | $x$ | -1 | 0 | 1 | 2 | $y$ | -2 | -1 | 1 | 0 | $y = 100 + 0.30x$ |
| $x$   | -1  | 0  | 1 | 2 |   |     |    |    |   |   |                   |
| $y$   | -2  | -1 | 1 | 0 |   |     |    |    |   |   |                   |

Por el alquiler de un coche cobran 100€ diarios más 0.30€ por kilómetro. Encuentra la función y la gráfica que relaciona el coste diario con el número de kilómetros.



|     |     |    |   |
|-----|-----|----|---|
| $x$ | -1  | 0  | 1 |
| $y$ | -11 | -5 | 1 |

En una función, la variable independiente es...

---

## 10.2. Encuesta de satisfacción

---

Nombre: \_\_\_\_\_

### DOMINÓ DE LAS FUNCIONES

#### REGLAS DEL JUEGO:

- Empieza el miembro de menor edad poniendo la primera ficha que quiera y en sentido contrario a las agujas del reloj por turnos van poniendo fichas el resto de jugadores.
- Hay dos tipos de fichas:
  - Simples: tenéis que unir cada mitad con su pareja solución.
  - Dobles: tendréis un enunciado y dos mitades solución.
- Si un jugador no tiene fichas que poner, pasa al siguiente.
- Gana el jugador que primero se quede sin fichas.
- Os podéis ayudar entre los miembros del grupo para unir las fichas.

De manera individual contestad a las siguientes preguntas:

- ¿Te ha gustado realizar el juego? ¿Por qué?
- ¿Te ha resultado fácil o difícil encontrar las parejas? ¿Por qué?
- ¿Has repasado lo aprendido en clase?
- ¿Os habéis ayudado entre los compañeros del grupo?
- ¿Te gustaría realizar más juegos matemáticos como este?