



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR Y FACULTAD DE
CIENCIAS EXPERIMENTALES

INGENIERÍA INFORMÁTICA

**DESARROLLO Y APLICACIÓN DE ALGORITMOS
EVOLUTIVOS MULTI OBJETIVO AL ATLAS GEOGRÁFICO
DE ESPAÑA DE TOMÁS LÓPEZ**

El Alumno:

Sergio López Márquez

Almería, mayo de 2014

Director(es):

Consolación Gil Montoya

Francisco Rogelio Manzano Agugliaro

A mis padres, sin su perseverancia nunca hubiera podido terminar la carrera. A mi hermano, que despertó mi interés por la informática y a mis directores de proyecto, por su dedicación y paciencia a la hora de supervisar el proyecto.

Índice General

Índice General	5
Índice de figuras	7
Introducción	9
1. Teoría de la Optimización Evolutiva Multiobjetivo	11
1.1. Conceptos Generales de Optimización	11
1.2. Conceptos en Optimización Mono-Objetivo	12
1.3. Conceptos en Optimización Multi-Objetivo	14
1.4. Meta-heurísticas de optimización	17
1.5. Clasificación de meta-heurísticas	18
1.6. ¿Cuándo debemos utilizar meta-heurísticas?	20
1.7. Algoritmos Evolutivos	21
1.8. Funcionamiento de los algoritmos evolutivos	26
1.9. Algoritmos Evolutivos Multi-objetivo	28
1.9.1 NSGA-II	30
1.9.2. msPESA	37
1.9.3. HVSEA	45
1.10. Entornos Software para meta-heurísticas	47
2. Análisis de Cartografía Histórica	49
2.1. El Atlas Geográfico de España (AGE) de Tomás López	49
2.1.1. Origen y razón de ser del Atlas Geográfico de España (AGE) de Tomás López	49
2.1.2. La obra y método de Tomás López	54
2.2. Los métodos de análisis de cartografía según su escala	56
2.3. Análisis mediante Algoritmos Evolutivos Multi-objetivo del Atlas Geográfico de España de Tomás López	57
3. Extensión de los algoritmos evolutivos al análisis de mapas históricos	59
3.1. Introducción	59
3.2. Implementación	62
3.2.1. Tecnología	62
3.2.2. Framework	63
3.3. Interfaz de Usuario	74
4. Análisis de los Resultados	77

4.1. Introducción	77
4.2. Resultados	79
4.2.1. Corona de Aragón.....	79
4.2.2. Andalucía	97
4.2.3. Obispado y Reyno de Murcia	107
4.2.4. Provincia de Extremadura	112
4.3. Conclusiones.....	117
4.4. Trabajos Futuros.....	118
Anexos	119
Apéndice A: Mapas del Atlas Geográfico de España (AGE) de Tomás López.....	119
Apéndice B: Interrogatorio de Tomás López	142
Apéndice C: Coordenadas extraídas de la digitalización de los mapas de Tomás López	144
C.1. Reyno de Aragón	144
C.2. Islas Baleares	149
C.3. Principado de Cataluña	150
C.4. Reyno y obispado de Córdoba	154
C.5. Reyno de Jaén.....	155
C.6. Obispado y reyno de Murcia	156
C.7. Provincia de Extremadura	157
Apéndice D: Soluciones ejemplo	159
D.1. Reyno de Aragón.....	159
D.2. Islas Baleares.....	163
D.3. Principado de Cataluña	164
D.4. Reyno y obispado de Córdoba	168
D.5. Reyno de Jaén	169
D.6. Obispado y reyno de Murcia.....	170
D.7. Provincia de Extremadura.....	171
Bibliografía.....	173

Índice de figuras

Figura 1 – Diferencia entre un mínimo local y un mínimo global	13
Figura 2 - Representación gráfica de un problema de optimización con un único mínimo global y varios mínimo locales	13
Figura 3 – Concepto de la optimalidad de Pareto	16
Figura 4 - Genotipo vs Fenotipo	21
Figura 5 – Ciclo de vida de una generación	22
Figura 6 – Operación de cruce	24
Figura 7 – Operación de mutación	25
Figura 8 - Diagrama de flujo que muestra el funcionamiento de un algoritmo evolutivo	26
Figura 9 - Esquema de un procedimiento de optimización multi-objetivo	29
Figura 10 - Cálculo de la distancia de Crowding	33
Figura 11 - Procedimiento NSGA-II	35
Figura 12 - Estrategia de población de PESA	38
Figura 13 - Hipergrid PESA vs hipergrid msPESA	41
Figura 14 - Hipergrids, con origen en soluciones extremo (izquierda) y extendido a todo el espacio de búsqueda (derecha)	41
Figura 15 - Mapa de España según las 4 hojas del Atlas Geográfico de España de Tomás López	52
Figura 16 - Comparación entre los mapas del "Reyno de Jaén" de sus versiones de 1761 (izquierda) y de 1787 (derecha)	55
Figura 17 - Detalle de la digitalización del marco inferior derecho de la lámina 64 del AGE.	57
Figura 18 - Esquema de las transformaciones aplicadas a los mapas	60
Figura 19 - Representación gráfica del problema	61
Figura 20 - Diagrama de clases del software desarrollado	67
Figura 21 - Estado inicial del software desarrollado	74
Figura 22 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Reyno de Aragón	79
Figura 23 - msPESA sobre el Reyno de Aragón	80
Figura 24 - NSGAII sobre el Reyno de Aragón	81
Figura 25 - HVSEA sobre el Reyno de Aragón	82
Figura 26 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Aragón	83
Figura 27 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre las Islas Baleares	84
Figura 28 - msPESA sobre las Islas Baleares	85
Figura 29 - NSGAII sobre las Islas Baleares	86
Figura 30 - HVSEA sobre las Islas Baleares	87
Figura 31 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre la isla de Mallorca	88
Figura 32 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre la isla de Menorca	88
Figura 33 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Principado de Cataluña	90
Figura 34 - msPESA sobre el Principado de Cataluña	92
Figura 35 - NSGA-II sobre el Principado de Cataluña	93
Figura 36 - HVSEA sobre el Principado de Cataluña	94

Figura 37 - Visualización de los efectos del parámetro de rotación sobre el mapa de Cataluña	95
Figura 38 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Cataluña (I)	96
Figura 39 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Cataluña (II)	96
Figura 40 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Reyno y obispado de Córdoba	97
Figura 41 - msPESA sobre el Reyno y obispado de Córdoba	98
Figura 42 - NSGA-II sobre el Reyno y obispado de Córdoba	99
Figura 43 - HVSEA sobre el Reyno y obispado de Córdoba	100
Figura 44 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Córdoba (I)	101
Figura 45 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Córdoba (II)	101
Figura 46 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Reyno de Jaén	102
Figura 47 - msPESA sobre el Reyno de Jaén	103
Figura 48 - NSGA-II sobre el Reyno de Jaén	104
Figura 49 - HVSEA sobre el Reyno de Jaén	105
Figura 50 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Jaén (I)	106
Figura 51 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Jaén (II)	106
Figura 52 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el obispado y reyno de Murcia	107
Figura 53 - msPESA sobre el obispado y reyno de Murcia	108
Figura 54 - NSGA-II sobre el obispado y reyno de Murcia	109
Figura 55 - HVSEA sobre el obispado y reyno de Murcia	110
Figura 56 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Murcia (I)	111
Figura 57 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Murcia (II)	111
Figura 58 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre la provincia de Extremadura	112
Figura 59 - msPESA sobre la provincia de Extremadura	113
Figura 60 - NSGA-II sobre la provincia de Extremadura	114
Figura 61 - HVSEA sobre la provincia de Extremadura	115
Figura 62 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Extremadura	116

Introducción

Los algoritmos evolutivos son algoritmos que, utilizando procedimientos similares a los de la mecánica evolutiva, nos permite desarrollar conjuntos de datos en un entorno controlado, es decir, nos puede conseguir soluciones optimizadas descartando las soluciones que no sean apropiadas, imitando el mecanismo de la evolución inicialmente descrito por Charles Darwin en su libro *Sobre el Origen de las Especies por medio de la Selección Natural* (Darwin, 1859).

El análisis se centrará en el trabajo del cartógrafo Tomás López, más concretamente el *Atlas Geográfico de España* (AGE) en su edición de 1804. De aquí obtenemos los datos correspondientes a diferentes hojas, cuya elaboración data de 1787, incluyendo los siguientes mapas: *Reyno de Aragón, Islas Baleares, Reyno y Obispado de Cataluña, Obispado y Reyno de Córdoba, Reyno de Jaén, Obispado y Reyno de Murcia* y la *provincia de Extremadura*.

Los métodos actuales de análisis de cartografía histórica se clasifican según su escala, así para pequeños planos se utiliza una comparación más detallada con levantamiento topográfico específico para la zona a estudiar o a una cartografía actual. Para mapas territoriales de extensión media, es frecuente realizar el montaje de planos o fotografías aéreas de las cartografías históricas y compararlas con la actual. Sin embargo, para extensiones grandes de terreno, no existe una metodología establecida. Este proyecto propone un método basado en los algoritmos evolutivos, más concretamente se utilizarán NSGA-II (Deb, et al., 2002), msPesa (Márquez, et al., 2006) y HVSEA (Márquez, et al., 2011).

El propósito de éste proyecto es la creación de un modelo de estudio de la cartografía histórica, basándose en los actuales algoritmos evolutivos multiobjetivo que ofrezca un nuevo punto de vista en el análisis de mapas históricos. Para ello se ha desarrollado una herramienta informática que leerá los datos referentes a las coordenadas de las localidades según consta en los mapas históricos y los valores reales obtenidos con técnicas modernas y más precisas, y que realizará un análisis de los datos utilizando algoritmos evolutivos multiobjetivo.

El objetivo es obtener cuales serían las transformaciones que deberían de realizarse sobre el mapa histórico para minimizar el error comparándolos con los datos actuales. Dichas transformaciones tienen una naturaleza diferente y se clasifican en 3 grupos: Desplazamiento, rotación y escala. Con dichos datos, podrá realizarse un análisis más profundo de los mapas.

1. Teoría de la Optimización Evolutiva Multiobjetivo

1.1. Conceptos Generales de Optimización

Según la Real Academia Española, la optimización es la acción y efecto que persigue la búsqueda de la mejor manera de realizar una actividad. En nuestro contexto, cuando nos referimos a optimización, lo que pretendemos es averiguar la mejor solución (solución óptima) ante un problema que nos presenta un conjunto de soluciones.

Más específicamente, la optimización combinatorial (M. Grötschel & L. Lovász, 1995) puede ser descrita como la búsqueda de un máximo o mínimo en una determinada función, denominada función objetivo, que se encuentra definida en un dominio determinado.

Como ejemplos prácticos de problemas de optimización nos encontramos con la planificación de horarios (Corne, et al., 1994), el diseño VLSI (Srivasta, et al., 2005), el diseño de redes de telecomunicaciones (Kelly, et al., 1998), la asignación de tareas a procesadores (Rastello, et al., s.f.), el enrutamiento y carga de vehículos en redes de distribución (Glover, et al., 2001), la planificación de la producción (Kubalik, et al., 2002), la selección de carteras financieras (Rockafellar & Uryasev, 2000), la planificación de la generación de electricidad (Linares & Romero, 2000), el diseño de proteínas (Gordon & Mayo, 1999), la distribución de ambulancias en una región para asegurar un cierto nivel de servicio a su población (Gendreau, et al., 2001) entre otros muchos.

Un problema de optimización combinatoria (también conocido como COP, de Combinatorial Optimization Problem), utilizando la definición utilizada por Blum y Roli, puede ser definida como $COP = (F, f)$, utilizando los siguientes conceptos (Blum & Roli, 2003):

- Un conjunto de variables $X = \{x_1, \dots, x_n\}$;
- Dominios de las variables D_1, \dots, D_n ;
- Una función objetivo $f : D_1 \times \dots \times D_n \rightarrow \mathcal{R}^+$;
- Un conjunto de restricciones entre las variables;

El *espacio de búsqueda*, o *espacio de soluciones* (F), es el conjunto formado por todas las soluciones que satisfacen las restricciones entre las variables. Expresándolo de manera formal, $F = \{s = \{(x_1, u_1), \dots, (x_n, u_n)\} \text{ con } u_i \in D_i, i=1, \dots, n, \text{ tal que } s \text{ satisface todas las restricciones del problema}\}$.

En un primer acercamiento al concepto de optimización, nos centraremos en problemas cuya resolución consista en minimizar el error ante un único objetivo. Más adelante veremos

que esta aproximación no siempre es suficiente y ampliaremos los límites viendo la optimización multi-objetivo.

Veamos en primer lugar los conceptos comunes tanto en la optimización mono-objetivo, como la multi-objetivo:

- El *espacio de búsqueda*, S : También conocido como espacio de decisión, es el dominio de las variables del problema de optimización de un conjunto de funciones f^n , $|f^n| \geq 1$.
- El *espacio objetivo*. Es el espacio al que pertenece el vector objetivo. La cardinalidad \mathbb{C} del vector objetivo es $\mathbb{C} = 1$ para problemas mono-objetivos y $\mathbb{C} > 1$ para problemas multi-objetivos.

1.2. Conceptos en Optimización Mono-Objetivo

Un problema general de optimización mono-objetivo puede ser definido como la minimización (o en su defecto maximización) de la función $f(x)$ sujeta a $g_i(x) \leq 0$, $i = \{1, \dots, m\}$ y $h_j(x) = 0$, $j = \{1, \dots, p\}$, $x \in \Omega$. Es decir, una solución minimiza (o maximiza) la función escalar $f(x)$, siendo x un vector de decisiones variable n -dimensional $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ de algún universo Ω .

Cabe mencionar que $g_i(x) \leq 0$ y $h_j(x) = 0$ son la representación de restricciones que deben de ser respetadas mientras estamos optimizando $f(x)$. Mientras que Ω contiene todos los posibles x que podrían ser utilizados para satisfacer una evaluación de $f(x)$ junto con sus restricciones, pudiendo ser x un vector de variables continuo o discreto, del mismo modo que f podría ser también de tipo continuo o discreto.

Con el término Optimización Global, nos referimos al método que utilizamos para encontrar el óptimo global de cualquier función. Dicho óptimo no tiene por qué ser único.

Expresado formalmente, podemos decir que *dada una función $f : \Omega \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \Omega \neq \emptyset$, para $x \in \Omega$ el valor $f^* \triangleq f(x^*) > -\infty$ es denominada mínimo global si y solo si x^* es por definición la solución mínima global, f es la función objetivo, y el conjunto Ω es la región factible de x . El objetivo de determinar la solución mínima global (s) es denominada como problema de optimización global para un problema mono-objetivo (T. Bäck, 1996).*

En la figura 1 se muestra la representación de un mínimo global frente al resto de mínimos locales de una función de ejemplo.

Por otro lado, en la figura 2 podemos apreciar la representación gráfica de un problema de optimización que posee un mínimo global y varios mínimos locales

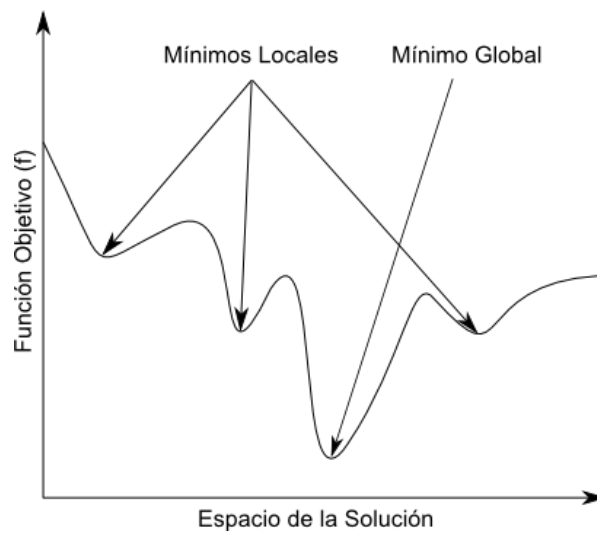


Figura 1 – Diferencia entre un mínimo local y un mínimo global

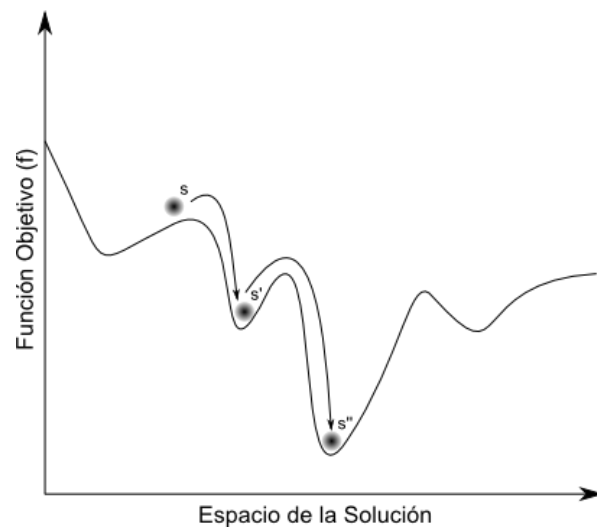


Figura 2 - Representación gráfica de un problema de optimización con un único mínimo global y varios mínimo locales

1.3. Conceptos en Optimización Multi-Objetivo

Un problema de optimización multi-objetivo puede ser definido como un vector de variables de decisión que satisfacen restricciones y optimizan una función vector cuyos elementos representan las funciones objetivos. Estas funciones forman una descripción matemática de criterios de rendimiento que normalmente entran en conflicto entre sí. Por lo tanto, el término “optimizar” significa encontrar aquella solución que proporcionaría los valores aceptables para todas las funciones objetivo (A. Osyczka, 1985).

En esta definición podemos intuir que, a diferencia de la optimización mono-objetivo, donde podríamos encontrarnos solamente con una única solución óptima, cuando hablamos de optimización multi-objetivo, los problemas pueden presentar un incontable conjunto de soluciones, que, cuando son evaluadas, sus componentes representan una compensación en el espacio objetivo entre los diferentes objetivos del problema, es decir, tenemos que sacrificar parte de la mejora en un objetivo determinado para conseguir un acercamiento al valor óptimo de otro objetivo, ya que estos suelen ser contrapuestos. Es en este preciso instante cuando un experto en el problema a resolver (denominado *Decision Maker*) entra en juego, encargándose de elegir qué solución (o conjunto de éstas) es la más adecuada.

A continuación veremos las definiciones formales, tal cual las describe El-Ghazali en su libro *Metaheuristics* (Talbi, 2009). Cabe destacar que aunque en las definiciones se utiliza el término minimizar, es únicamente por generalizar, pues existen muchos problemas cuyos objetivos necesitan ser maximizados para alcanzar las soluciones óptimas.

Un problema de optimización multi-objetivo (MOP, de MultiObjective Optimization Problem) es definido como:

$$MOP \triangleq \min F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)), x \in S$$

Donde n , $n \geq 2$ es el número de objetivos, $x = (x_1, \dots, x_k)$ es el vector que representa las variables de decisión y S representa el conjunto de soluciones aceptables asociadas con restricciones de igualdad y desigualdad y límites explícitos. $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$ es el vector de objetivos a optimizar.

El vector F puede ser definido como una función de coste del espacio de búsqueda en el espacio objetivo que se encarga de la evaluación de la calidad de cada solución asignándole un vector objetivo que represente la calidad de dicha solución.

Como ya se ha mencionado, los problemas de optimización multi-objetivos suelen presentar objetivos contrapuestos que entran en conflicto, por lo que es necesario el uso de otros

conceptos diferentes al de optimalidad, pues no podemos asegurar que se pueda encontrar una solución que cumpla de forma óptima cada uno de sus objetivos. Por esta razón, se utiliza una relación de orden parcial conocida *relación de dominancia*. Destacan los siguientes conceptos:

- **Dominancia de Pareto.** *Un vector objetivo $u = u_1, u_2, \dots, u_n$ domina a un vector $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ (denotado por $u < v$) si y solo si ningún componente de v es más pequeño que el correspondiente componente de u y al menos un componente de u es estrictamente más pequeño, esto es,*

$$\forall i \in 1, \dots, n : u_i \leq v_i \wedge \exists i \in 1, \dots, n : u_i < v_i$$

El concepto de Optimalidad de Pareto está directamente relacionado con el concepto de dominancia propuesto por (F. Y. Edgeworth, 1881) y posteriormente extendido por (V. Pareto, 1896).

- **Optimalidad de Pareto.** *Una solución $x^* \in S$ es un óptimo de Pareto (también conocida como no dominada o aceptable) si para cada $x \in S, F(x)$ no domina $F(x^*)$, es decir, $F(x) \not< F(x^*)$.*
- **Conjunto óptimo de Pareto.** *Para un problema de optimización multi-objetivo, el conjunto óptimo de Pareto se define como $\mathcal{P}^* = \{x \in S / \nexists x' \in S, F(x') < F(x)\}$.*
- **Frente de Pareto.** *Para un problema de optimización multi-objetivo dado y su conjunto de Pareto \mathcal{P}^* , el Frente de Pareto se define como $\mathcal{PF}^* = \{F(x), x \in \mathcal{P}^*\}$.*

Como consecuencia, todas las soluciones que aparecen en el Frente de Pareto son *indiferentes*, es decir, cualquier cambio en algún objetivo x_i susceptible de mejorarlo, empeoraría sin remedio cualquier otra cantidad de objetivos x_n .

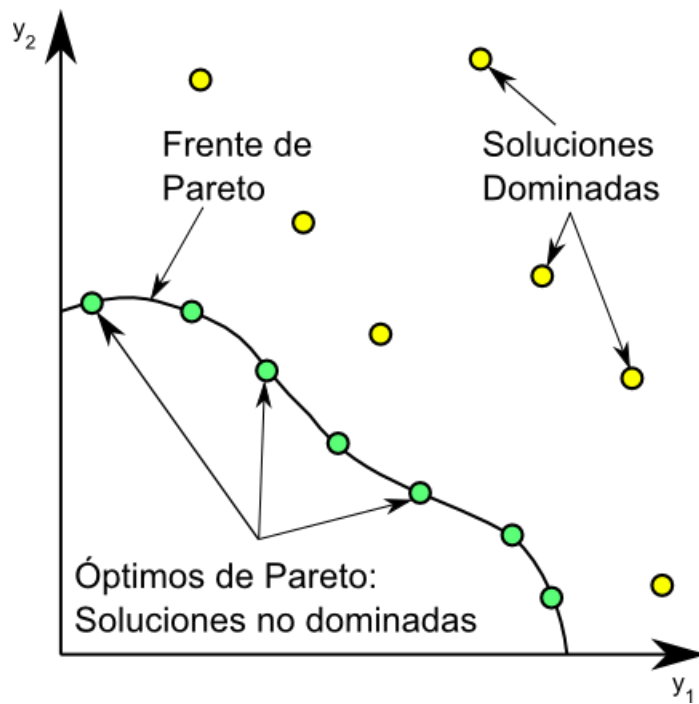
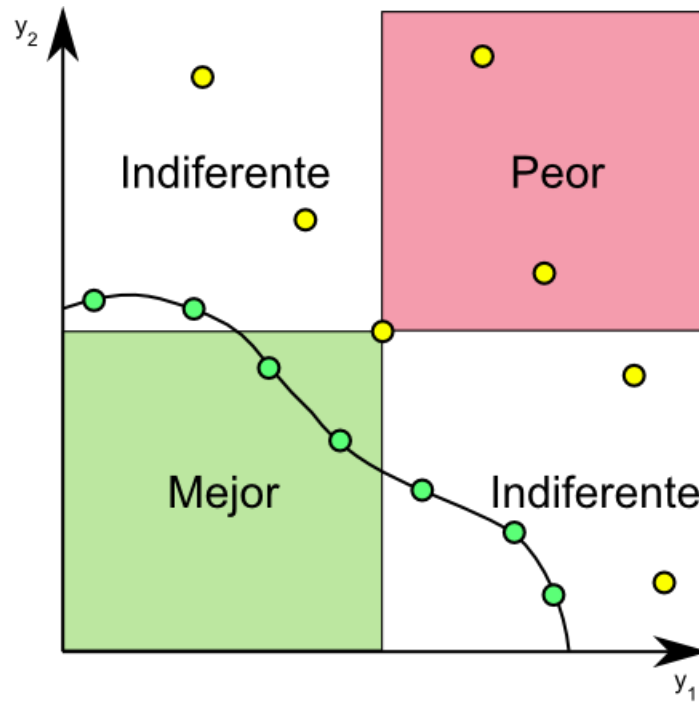


Figura 3 – Concepto de la optimalidad de Pareto

En conclusión, el **Frente de Pareto** es la imagen del conjunto óptimo de Pareto en el espacio objetivo y como tal, constituye el principal **objetivo de la optimización multi-objetivo**.

1.4. Meta-heurísticas de optimización

En la actualidad existen numerosos problemas de optimización en los cuales no es posible obtener la solución óptima en el tiempo requerido, sin embargo, si es posible alcanzar soluciones que se pueden considerar como “buenas”, siendo estas soluciones el objetivo que persiguen algoritmos conocidos como meta-heurísticas, término introducido por primera vez por F. Glover (Glover, 1986).

La palabra heurística tiene su procedencia en la antigua palabra griega *heuriskein*, que significa el arte de descubrir nuevas estrategias (reglas) para solucionar problemas. El sufijo *meta*, también una palabra griega, significa “metodología de nivel superior”.

Una meta-heurística se define formalmente como un proceso de generación iterativo que guía una heurística subordinada combinando de manera inteligente diferentes conceptos para explorar y explotar el espacio de búsqueda, aprendiendo estrategias que son utilizadas para estructurar información con el fin de encontrar de manera eficiente soluciones casi óptimas (I. H. Osman & G. Laporte, 1996).

Una manera más completa de describir una meta-heurística, es verla como un proceso iterativo maestro que guía y modifica las operaciones de una heurística subordinada que produce de manera eficiente soluciones de alta calidad, pudiendo manipular una completa (o incompleta) solución o una colección de soluciones en cada iteración. La heurística subordinada puede ser procedimientos de alto o bajo nivel, una simple búsqueda local o incluso solamente un método de construcción (S. VoB, et al., 1999).

A continuación enumeraremos las principales características que se pueden extraer de las meta-heurísticas (Blum & Roli, 2003):

- Las meta-heurísticas son estrategias que guían el proceso de búsqueda.
- Su principal objetivo es explorar el espacio de búsqueda con el fin de encontrar las soluciones óptimas (o las más cercanas a ellas).
- Las técnicas que las constituyen varían desde procedimientos de búsqueda local simple, hasta procesos de aprendizaje complejos.
- Los algoritmos que las implementan, son aproximados y normalmente no deterministas.
- Es posible que incorporen mecanismos para evitar quedar atrapados en ciertas áreas del espacio de búsqueda.
- Permiten un nivel abstracto de descripción.
- Las meta-heurísticas no son dependientes del problema.

- Pueden utilizar conocimiento específico del dominio del problema en forma de heurísticas que son controladas por la estrategia de nivel superior.
- Las meta-heurísticas más avanzadas usan experiencia en la búsqueda (a través de alguna clase de memoria) para guiar la búsqueda.

1.5. Clasificación de meta-heurísticas

Existen numerosas maneras de clasificar los algoritmos meta-heurísticos dependiendo de las características que los diferencian entre sí. Muchas de estas clasificaciones son el resultado de centrarse en un punto de vista determinado. A continuación veremos algunas de las clasificaciones más utilizadas actualmente (Blum & Roli, 2003) y (Talbi, 2009):

- **Inspiradas en la naturaleza vs. no inspiradas en la naturaleza:** La manera más intuitiva de clasificación de meta-heurísticas. Como sus nombres indican, algoritmos como los de Colonias de Hormigas (M. Dorigo & G. Di Caro, 1999) o el Enfriamiento Simulado (S. Kirkpatrick, et al., 1983), están claramente basados en comportamientos observables en la naturaleza, mientras que otros como la Búsqueda Tabú (F. Glover, et al., 1993), no simulan ningún aspecto conocido de la naturaleza. Esta clasificación puede inducir a confusión ante algoritmos híbridos que tomen partes inspiradas en la naturaleza, junto con otras que no.
- **Basadas en poblaciones vs. trayectorias:** En ellos, se tienen en cuenta el número de soluciones que se tratan al mismo tiempo. Así si trabajamos con una única solución, estamos hablando de métodos basados en trayectorias, abarcando meta-heurísticas basadas en búsqueda local como la Búsqueda Tabú (F. Glover, et al., 1993), en el que durante el proceso de búsqueda, se va describiendo una trayectoria en el espacio de búsqueda. Por el contrario, las meta-heurísticas basadas en poblaciones, parten de un conjunto de soluciones para realizar la búsqueda, describiendo la evolución de un conjunto de puntos en el espacio de búsqueda. Como regla general, los métodos basados en poblaciones son capaces de generar soluciones de mayor calidad que los basados en trayectorias, debido a la ventaja que proporciona la capacidad de explorar simultáneamente múltiples áreas del espacio de búsqueda.
- **Función objetivo estática vs. dinámica:** Esta clasificación corresponde a la forma en que la meta-heurística hace uso de la función objetivo, puesto que algunos algoritmos mantienen la misma función objetivo durante todo el proceso de búsqueda, en contraposición a otros algoritmos, como la Búsqueda Local Guiada (C. Voudouris & E.P.K. Tsang, 1998), que son capaces de modificarla durante la

búsqueda. La idea tras este acercamiento es la de escapar de mínimos locales, alterando la función al intentar incorporar información recogida durante el proceso de búsqueda.

- **Estructuras de vecindario único vs. vecindarios múltiples:** La mayoría de los algoritmos meta-heurísticos trabajan utilizando una estructura de vecindario simple, es decir, la topología del espacio objetivo no cambia durante la búsqueda. Por otro lado, existen meta-heurísticas como la Búsqueda en Vecindario Variable que diversifican la búsqueda mediante el uso de diferentes espacios de soluciones.
- **Meta-heurística que utilizan memoria vs. meta-heurísticas que no la utilizan:** Una característica muy importante para clasificar meta-heurísticas es el uso que los algoritmos realizan del historial de búsqueda, es decir, si utilizan memoria o no (refiriéndonos a memoria adaptativa, no a memoria rígida). Heurísticas tales como el Enfriamiento Simulado (S. Kirkpatrick, et al., 1983) utilizan en exclusiva el estado actual del proceso de búsqueda a la hora de tomar la próxima decisión. Por otro lado, tenemos algoritmos como la Búsqueda Tabú (F. Glover, et al., 1993), que son capaces de utilizar información previa (memoria) del proceso de búsqueda, para determinar cual será la próxima forma de actuación. Actualmente existen dos formas de utilizar este mecanismo, siendo la primera de ellas incorporar una memoria a corto plazo considerando las últimas decisiones tomadas, mientras que la segunda consiste en la incorporación de una memoria a largo plazo, que es capaz de considerar toda la búsqueda realizada, o al menos, una gran parte de ésta.
- **Deterministas vs. estocásticas:** Las meta-heurísticas deterministas resuelven los problemas tomando decisiones deterministas, luego los resultados obtenidos utilizando los mismos datos de entrada serán siempre iguales. Como ejemplo de algoritmo meta-heurístico que realiza elecciones deterministas, podemos citar la Búsqueda Tabú (F. Glover, et al., 1993). Por otro lado, tenemos meta-heurísticas estocásticas, como el Enfriamiento Simulado (S. Kirkpatrick, et al., 1983) o los algoritmos evolutivos (Holland, 1975), en las cuales se pueden obtener diferentes soluciones a partir de la solución inicial. Esta es una característica que debería ser tomada en consideración para la evaluación del rendimiento de los algoritmos meta-heurísticos.
- **Iterativa vs. voraz:** En algoritmos iterativos, el punto de partida es una solución completa (o una población de soluciones) que se va transformando en cada iteración gracias a la utilización de algún tipo de operador de búsqueda, mientras que, por el otro lado, tenemos los algoritmos voraces que, toman como punto de partida una solución vacía donde, en cada paso, una variable de decisión del problema es

asignada hasta que se obtiene una solución completa. Hoy día, la mayoría de las meta-heurísticas se clasificarían como algoritmos iterativos.

1.6. ¿Cuándo debemos utilizar meta-heurísticas?

La pregunta que inicia esta sección nos plantea la duda sobre si las meta-heurísticas son el camino que debemos seguir a la hora de resolver nuestro problema.

La complejidad de un problema normalmente es indicativo de la dificultad del problema, por ello es importante conocer el tamaño del problema que el algoritmo se supone que tiene que resolver. Incluso cuando el problema es NP-Duro, pequeñas instancias de dicho problema pueden ser resueltas por algoritmos exactos. Por otra parte, la estructura de la instancia del problema interpreta un papel muy importante. Algunas instancias con un tamaño medio (o incluso grande) con una estructura determinada puede ser resuelta de manera óptima por algoritmos exactos. Otro aspecto importante a tener en cuenta para la elección de algoritmo para la optimización de soluciones es el tiempo de búsqueda requerido para resolver un problema.

Teniendo esto en cuenta podemos aventurar que utilizar meta-heurísticas para resolver problemas donde existen algoritmos que proporcionan soluciones exactas en un tiempo razonable no tiene sentido. Un ejemplo claro es que hoy día, a nadie se le ocurriría utilizar un algoritmo meta-heurístico para encontrar el árbol de coste mínimo de un grafo conociendo que existen algoritmos de orden polinómico que resuelven el problema.

En resumen, para problemas de optimización sencillos, las meta-heurísticas son raramente utilizadas, por ello, el primer paso a la hora de resolver un problema debería de ser siempre el análisis de su complejidad. Si el problema puede ser reducido a un problema clásico o que ya esté resuelto en la literatura, entonces habría que recurrir a hacer un estudio del arte de los algoritmos de optimización conocidos que son eficientes para su resolución. Por otro lado, si son problemas relacionados, la misma metodología puede ser aplicada.

Como conclusión, las meta-heurísticas están pensadas para ser utilizadas ante problemas en los que no se pueda encontrar algoritmos exactos que sean capaces de encontrar una solución en una cantidad razonable de tiempo.

1.7. Algoritmos Evolutivos

Los algoritmos evolutivos o EAs (Evolutionary Algorithms) (Holland, 1975) son algoritmos que intentan resolver problemas complejos imitando el proceso de evolución Darwiniano, es decir, nos permite obtener soluciones optimizadas de un problema desarrollando conjuntos de datos, que se comportarían como “criaturas artificiales” sobre el espacio de búsqueda de un problema, y que irían compitiendo unas con otras, descartando las soluciones que no sean apropiadas, imitando el mecanismo de evolución inicialmente descrito por Charles Darwin en su libro *Sobre el Origen de las Especies por medio de la Selección Natural* (Darwin, 1859).

Este mecanismo de resolución de problemas utiliza una serie de términos y de conceptos que serán explicados a continuación:

Individuo: Es lo que anteriormente hemos denominado “criatura artificial”, y representa una única solución del problema. Un individuo puede ser representado de múltiples formas, partiendo desde una simple cadena o vector, hasta un objeto con sus propiedades bien diferenciadas. Esta representación es lo que denominamos el genotipo, es decir, la información que posee un individuo en particular.

Población: Es el conjunto de soluciones (individuos) con los que los algoritmos evolutivos trabajan. En la población podemos ver el fenotipo, que es la expresión del genotipo en función del ambiente. Más claramente, el fenotipo serían los rasgos que caracterizan una población, frente al genotipo, que serían las características que diferencian a cada individuo.

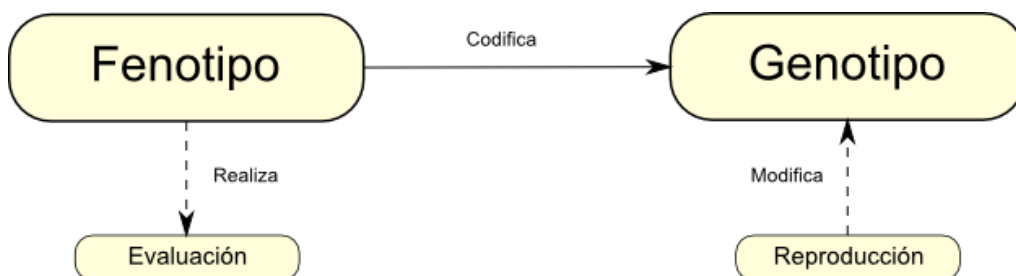


Figura 4 - Genotipo vs Fenotipo

Diversidad: La gran ventaja que ofrecen los algoritmos evolutivos frente a los algoritmos de búsqueda tradicionales (que son muy sensibles a la elección de la población inicial), está basada en su habilidad inherente de exploración de amplios espacios de búsqueda con un riesgo mínimo de quedar atrapados en un mínimo local del que no pueda escapar, lo que

implica que cualquier algoritmo evolutivo debe mantener una población diversificada, para que el espacio de búsqueda pueda ser recorrido de una manera eficiente.

Generación: Representa el estado de la población en un instante determinado. Así, si a dicho instante lo denominamos generación i , $i \in N$, la generación $i + 1$ es aquella que ha sido obtenida a partir de los individuos de la generación i con el único fin de conseguir mejores soluciones. La ejecución de un algoritmo evolutivo se encarga de simular, durante varias generaciones la evolución de la población de individuos con la esperanza de alcanzar un conjunto de individuos más evolucionados que los originales, obteniendo de ésta manera soluciones más optimizadas.

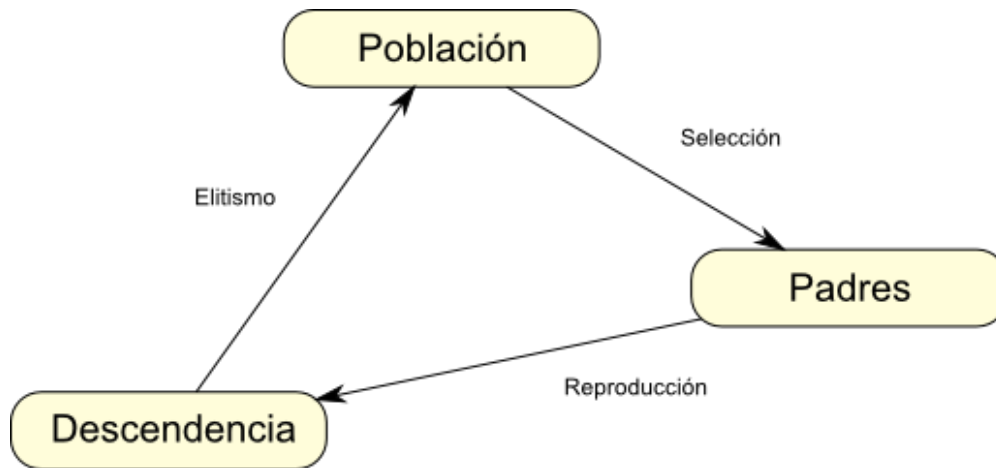


Figura 5 – Ciclo de vida de una generación

Las diferentes generaciones que son creadas en la ejecución de un algoritmo evolutivo, se obtienen a partir de diferentes operaciones de selección, reproducción y elitismo, que se explican a continuación:

Selección: El mecanismo de selección es uno de los componentes más importantes a la hora de buscar soluciones óptimas utilizando algoritmos evolutivos. El principio primordial de la selección se basa en la máxima de “cuanto mejor sea un individuo, mayor es la probabilidad de ser padre”. Esta selección tan restrictiva, conducirá a la población a alcanzar los mejores individuos (soluciones), sin embargo, lo peores individuos no deberían de ser totalmente descartados, y darles la oportunidad de ser elegidos, pues pueden dar lugar a un genotipo útil. Las estrategias de selección determinan qué individuos son elegidos para la reproducción, y cuanta descendencia produce (Talbi, 2009).

Existen múltiples estrategias para realizar la selección, desde las más sencillas consistentes únicamente en ordenar las soluciones según su bondad, y eliminar las que peor puntuación obtengan, hasta otras estrategias más complejas, pero seguramente más eficaces, como los denominados *torneos de selección*.

En un torneo de selección, se selecciona aleatoriamente un conjunto de individuos de la población P , de tamaño $|P|$, y son forzados a competir entre ellos para determinar cuales son los más adecuados para sobrevivir hasta la siguiente generación. Los torneos involucran n individuos, $2 \leq n \leq |P|$, donde n es normalmente un número par.

El principal objetivo de un torneo entre 4 o más individuos es elegir a dos mejores para realizar la operación de cruce.

Como ya se ha mencionado, es recomendable no ser demasiado restrictivo y seleccionar algunas soluciones no óptimas (especialmente en poblaciones pequeñas que aún no han alcanzado el máximo tamaño), para aumentar la variabilidad genética, ayudando así a evitar quedar atrapados en mínimos locales.

Reproducción: Una vez se ha finalizado la fase de selección, entra en juego la fase de reproducción, consistente en la aplicación de diferentes operadores, donde podemos distinguir el cruce y la mutación:

- **Cruce:** La función de la operación de cruce es permitir la herencia de las características de los padres en la descendencia, es decir, permiten que dos individuos sean capaces de intercambiar su información genética, con el propósito de crear nuevos sujetos que posean las características de sus padres.

Hay que tener en cuenta algunos factores a la hora de diseñar un buen operador de cruce:

- Herencia: Es la principal característica de los operadores de cruce. Permite conseguir el material genético de los dos padres para traspasarlos a la descendencia. Se llama operador de recombinación puro (herencia fuerte) si dos individuos idénticos generan una descendencia idéntica. Por esta razón el cruce y la mutación son operadores complementarios, pues la mutación será la encargada de producir diversidad.
- Validez: El operador de cruce debe de producir siempre soluciones válidas, pues no es posible siempre en algunos problemas de optimización con restricciones (Talbi, 2009).

Existen muchas aproximaciones para implementar operadores de cruce. La más básica es el *cruce binario*, en el que dos individuos son representados como cadenas

binarias cuyos valores son intercambiados rotando valores sobre uno o más puntos de corte.

Esta técnica presenta múltiples ventajas, pues es fácil de implementar y con ella se obtienen múltiples descendientes. Por ejemplo, con un único punto de corte, intercambiando ambas partes, obtenemos dos nuevos individuos diferentes entre sí, y si aumentamos el número de cortes, incrementamos la diversidad. Sin embargo, no todo son ventajas, pues esta implementación limita la posibilidad de representar número reales en caso de ser necesario.

Existen operadores de cruce más elaborados que sí permiten el uso de números reales, como por ejemplo el Cruce Binario Simulado (Deb, 1995), que utiliza métodos estadísticos.

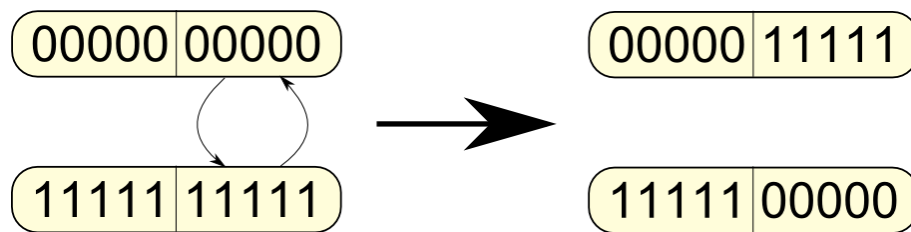


Figura 6 – Operación de cruce

- **Mutación:** A diferencia del cruce, que requería múltiples individuos, la mutación actúa sobre un único individuo. La mutación representa pequeños cambios en algunos individuos seleccionados de la población, modificando aleatoriamente parte de sus características (genes).

Los puntos importantes a tener en cuenta a la hora del diseño de un operador de mutación son:

- Ergodicidad: Debe ser capaz de afectar cualquier individuo.
- Validez: Siempre debe de producir soluciones válidas, al igual que el cruce, pues no es asegurable siempre.
- Localidad: El cambio producido por la mutación debería de ser siempre mínimo. El tamaño de la mutación es muy importante y debería de ser siempre controlable. La localidad es el efecto en la solución (fenotipo) cuando se realizan cambios (se producen perturbaciones) en su representación (genotipo). Cuando se realizan cambios pequeños en el genotipo, se deben de revelar cambios pequeños en su fenotipo. Este efecto se conoce como localidad fuerte. Por el contrario, si ante cambios pequeños en el genotipo,

generamos grandes cambios en su fenotipo, nos encontramos ante un caso de localidad fuerte, lo que puede llevar en casos extremos a una búsqueda de la solución aleatoria.



Figura 7 – Operación de mutación

Elitismo: En términos generales, el elitismo consiste en alcanzar las mejores soluciones durante la búsqueda. Explicado de una forma más específica, el elitismo es una técnica en la que se fuerza que solo las mejores soluciones puedan acceder a la siguiente generación, con el único objetivo de impedir que sus valores óptimos se pierdan en el olvido. Se distinguen varios tipos de elitismo, desde los más restrictivos donde solamente sobreviven los mejores individuos (supervivencia del más fuerte), hasta otras alternativas más permisivas, donde algunos individuos logran sobrevivir con la esperanza futura de que su genotipo ayude las próximas generaciones a alcanzar mejores individuos (soluciones más óptimas), ayudando a preservar la diversidad.

1.8. Funcionamiento de los algoritmos evolutivos

Una vez vistos los conceptos fundamentales, veremos cómo se relacionan entre sí para conocer el funcionamiento interno de los algoritmos evolutivos.

A continuación podemos ver un diagrama que muestra el flujo de trabajo que realizan generalmente los algoritmos evolutivos:

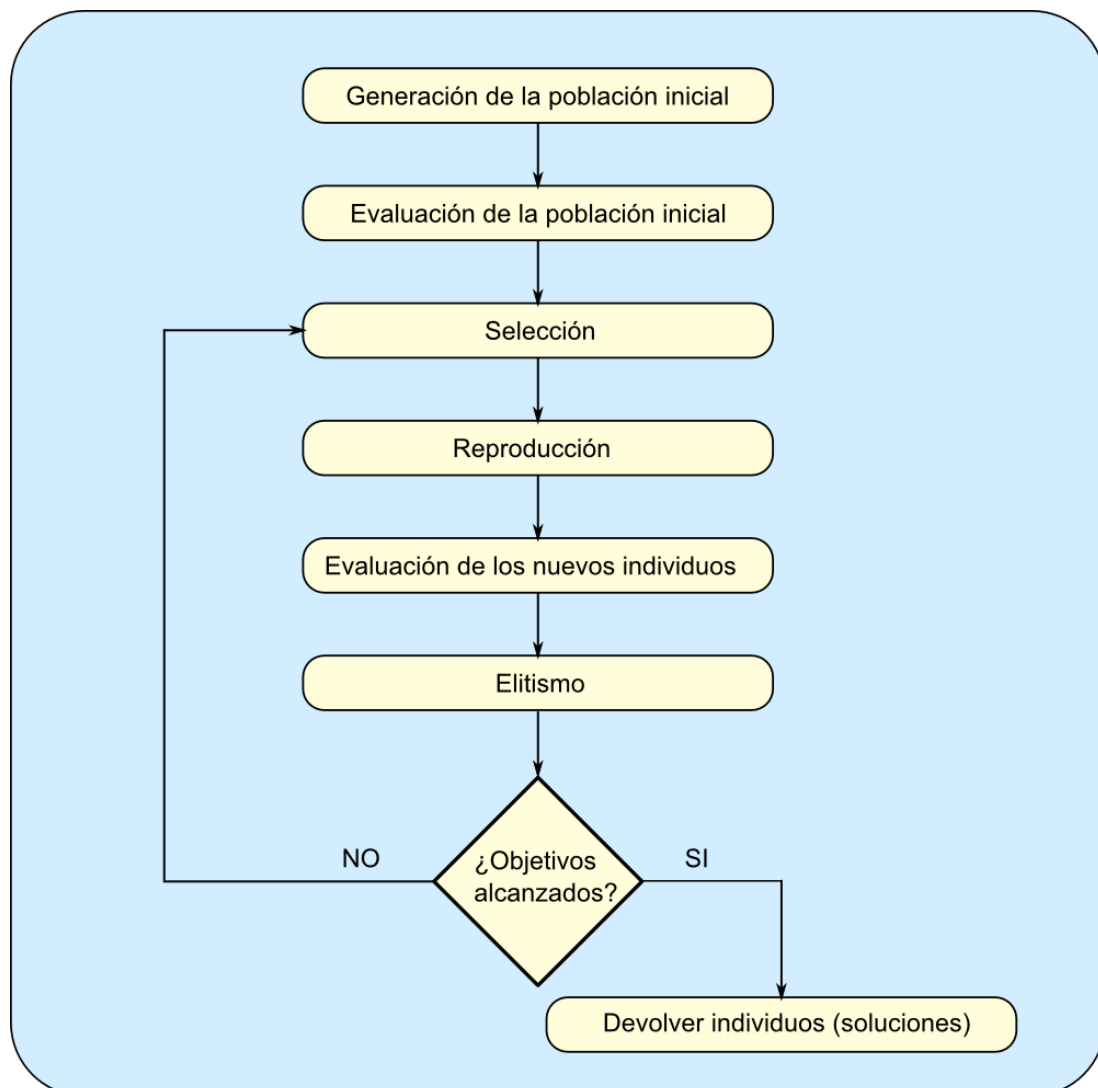


Figura 8 - Diagrama de flujo que muestra el funcionamiento de un algoritmo evolutivo

En primer lugar es necesaria la generación de la población inicial, aquí se crea la primera generación de individuos, que irán evolucionando en cada iteración (generación). Normalmente, la población inicial se genera otorgando a los individuos genes (valores) aleatorios. Tras la generación de la población, es necesaria una primera evaluación de sus individuos, paso necesario para

tener unos valores de referencia que podamos usar en la siguiente etapa, la fase de selección, donde comparamos los individuos entre sí, y se elegirán aquellos que hayan sido evaluados y clasificados con mejor puntuación.

A los individuos seleccionados se les permitirá la reproducción, fase en la cual generaremos nuevos individuos (soluciones) que, utilizando la operación de cruce, heredarán las características de sus padres, pudiendo obtener una descendencia que sea capaz de mejorar los resultados de sus ancestros, al combinar los mejores genes de cada uno de ellos. También puede aplicarse en esta fase la operación de mutación, donde se introducirían pequeños cambios en los genes de los individuos para aumentar la diversidad. Los nuevos individuos que han sido generados, deberán ser evaluados a continuación, para poder realizar la fase de elitismo, donde debemos escoger esta vez a los individuos con peor puntuación para su eliminación, lo que en una expresión más natural, nos referimos como “la supervivencia del más fuerte”, permitiendo de esta manera que en las sucesivas iteraciones del algoritmo, las soluciones que se vayan creando estén cada vez más optimizadas.

Una vez realizada la fase de elitismo, comprobamos si se han cumplido los criterios de optimización requeridos. Generalmente están limitados por el número de generaciones que se realizan. En caso de no haber alcanzado los objetivos, se deberá volver al paso de selección, que volvería a elegir los candidatos para la reproducción, etc.

Una vez cumplidos los objetivos, procedemos a devolver los individuos que han sobrevivido, y que formarán nuestro conjunto de soluciones.

1.9. Algoritmos Evolutivos Multi-objetivo

Teniendo en cuenta los conceptos explicados en capítulos anteriores, podemos afirmar que los algoritmos evolutivos multi-objetivo (en inglés Multi-Objective Evolutionary Algorithms, MOEA) son algoritmos evolutivos cuyo propósito es resolver problemas de optimización multi-objetivo.

Una manera eficaz de representar gráficamente las soluciones de un MOEA es considerarlas como puntos existentes en el espacio de soluciones (x, y) en un problema con dos objetivos, obteniendo de esta manera una representación aproximada y discreta del Frente de Pareto.

Algunas de las características que deben de cumplir los MOEA son las siguientes:

- Tienen como finalidad la minimización de la distancia existente entre las soluciones que van generando y el Frente de Pareto.
- Las soluciones que generan, deben de ser representativas de todo el Frente de Pareto.
- La distribución de dichas soluciones a lo largo de todo el Frente de Pareto deben de ser lo más uniformes posibles.

Los algoritmos evolutivos son adecuados para la resolución de problemas multi-objetivo gracias a su capacidad innata de mantener muchos individuos cuyas soluciones pertenecen a una aproximación al Frente de Pareto, evolucionando todo el tiempo que el algoritmo está ejecutándose.

Algunas características que hacen que estos algoritmos sean tan utilizados es su capacidad inherente para ser paralelizados, junto con la habilidad de hacer uso de las similitudes entre soluciones utilizando como medio el sistema de reproducción comentado en apartados anteriores (cruce o mutación).

En la tesis de Rosenberg se propuso la idea de utilizar algoritmos genéticos para la resolución de problemas multi-objetivo, por lo que el potencial de los algoritmos evolutivos para resolver problemas en el dominio que estamos tratando nace de él (Rosenberg, 1967), aunque el primer intento real para resolver un problema multi-objetivo con algoritmos evolutivos llega con el algoritmo VEGA, del inglés Vector Evaluated Genetic Algorithm (Schaffer, 1985).

A continuación vemos el esquema general para la construcción de un MOEA:

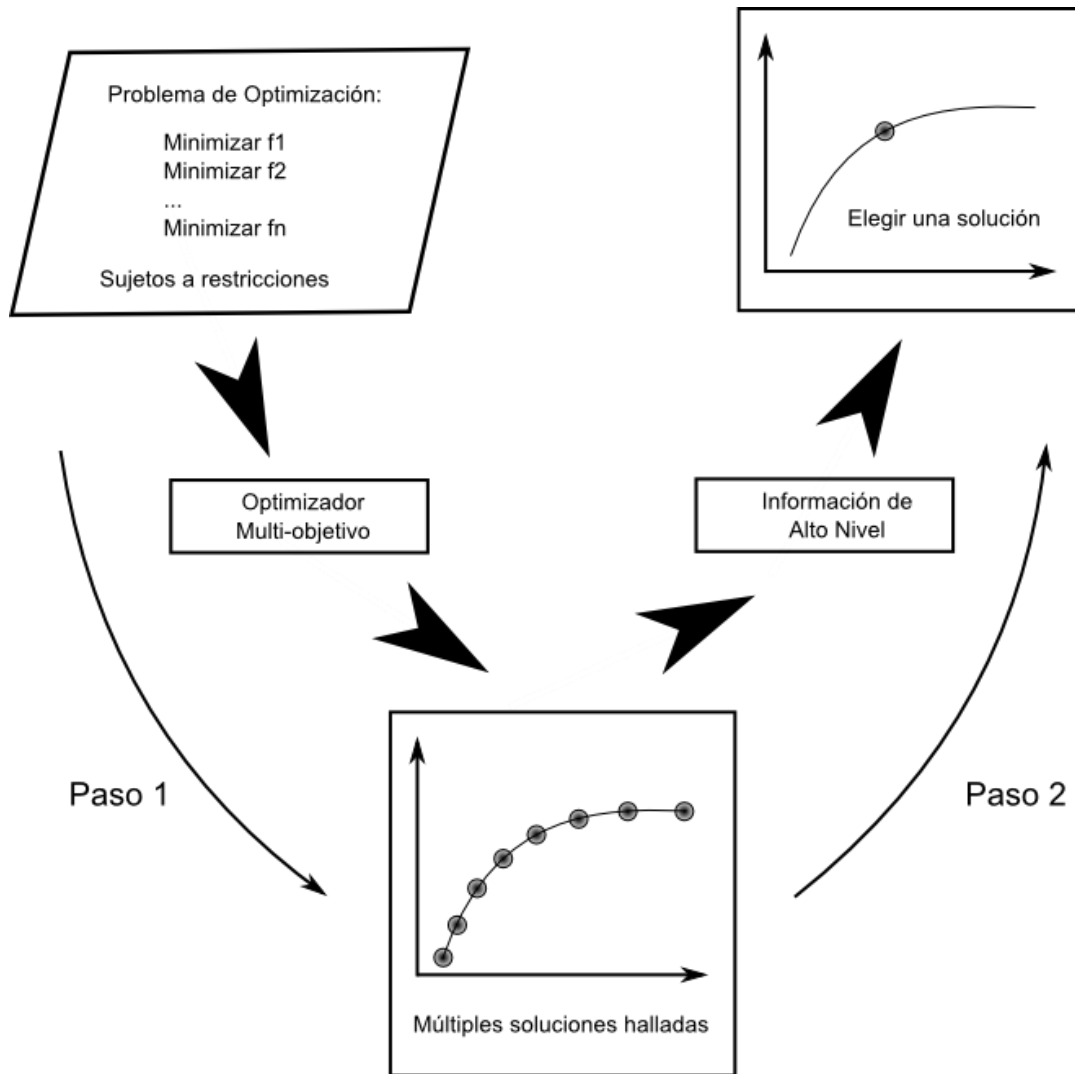


Figura 9 - Esquema de un procedimiento de optimización multi-objetivo

En la figura anterior remarcamos la importancia que tiene la existencia de un experto en la materia que sea capaz de escoger la solución que considere más adecuada de las múltiples soluciones compromiso halladas por los algoritmos evolutivos.

Los algoritmos que están más ampliamente extendidos y se utilizan como referencia a la hora de evaluar nuevos algoritmos son NSGA II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) (K. Deb, et al., 2000), y SPEA2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) (E. Zitzler, et al., 2001).

En los últimos años se ha demostrado que el uso del elitismo a la hora de diseñar un MOEA produce una mejora notable en los resultados (Zitzler, et al., 2000). Lamentablemente, si se utilizan procedimientos elitistas de selección en cada generación, hay una tendencia a que converjan a una única solución óptima del espacio de búsqueda, por lo que es necesaria una estrategia paralela que se encargue de mantener la diversidad de individuos en la población. Existen multitud de estrategias para conseguir este efecto, destacamos entre ellas los métodos de nichos (niching methods), los métodos de densidad (crowding), los métodos de repartición de aptitud (fitness sharing) o los métodos de borrado (clearing) (B. Sareni & L. Krahenbuhl, 1998).

En los siguientes apartados veremos algunos de los MOEA que se utilizarán en el estudio del problema:

1.9.1 NSGA-II

NSGA-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm) (Deb, et al., 2002) es el sucesor del algoritmo de ordenación no-dominada NSGA (Srinivas & Deb, 1994) que fue propuesto hace dos décadas, siendo de los primeros de su clase, aunque haya recibido una serie de críticas a lo largo de los años como las siguientes:

- La alta complejidad computacional de la ordenación no dominada, que es de $O(MN^3)$, siendo M el número de objetivos y N el tamaño de la población, haciéndolo prácticamente inviable para aquellos problemas con grandes poblaciones, ya que el procedimiento de ordenación no dominada se tiene que repetir para cada generación.
- Falta de elitismo. Algunos estudios realizados (Zitzler, et al., 2000) demuestran que el elitismo puede acelerar el rendimiento de un algoritmo genético, además de ayudar a evitar la pérdida de soluciones buenas cuando se encuentran.
- El uso del parámetro de compartición δ_{share} , ya que un mecanismo de preservación de la diversidad que no dependa de parámetros es más deseable que la fórmula anterior.

Aproximación a la ordenación no-dominada rápida

En el algoritmo 1, hay una pequeña descripción de la ordenación rápida no-dominada para generar múltiples frentes de Pareto.

Primero, para cada solución tenemos que calcular 2 entidades: 1) la cuenta de dominación n_p , que sería el número de soluciones que dominan la solución p , y 2) S_p , un conjunto de soluciones que la solución p domina, lo que requiere $O(MN^2)$ comparaciones.

Cada una de las soluciones en el primer frente no-dominado tendrá su cuenta de dominación $n_p=0$. Ahora, para cada solución p con $n_p=0$, el procedimiento visita cada miembro q de su conjunto de soluciones S_p y reduce su cuenta de dominación en uno. Haciendo esto, si para cada miembro q de la cuenta de dominación alcanza cero, es guardado en una lista separada Q . Estos miembros pertenecen al segundo frente no-dominado. Este procedimiento es efectuado para cada miembro de Q de tal manera que el tercer frente es identificado. Esto continúa hasta que todos los frentes han sido identificados.

La cuenta de dominación n_p puede ser como máximo $N - 1$ para cada solución p en el segundo o posterior nivel de no-dominación. Así, cada solución p será visitada como máximo $N - 1$ veces antes de que su cuenta de dominación valga cero. Es en este punto cuando la solución adquiere un nivel de no-dominación, por lo que no volverá a ser visitada jamás. Puesto que hay como máximo $N - 1$ soluciones así, la complejidad total sería de $O(N^2)$, y por consiguiente la complejidad total del procedimiento sería de $O(MN^2)$. Otra forma de calcular esta complejidad sería comprobar que el cuerpo del primer bucle interno (*for each $p \in F_i$*) se ejecuta exactamente N veces porque cada sujeto puede ser miembro de como máximo un frente, y que el segundo bucle interno (*for each $q \in S_p$*) se puede ejecutar como máximo $N - 1$ veces para cada individuo (cada individuo domina como máximo a $N - 1$ sujetos, y cada comprobación de dominación requiere como máximo M comparaciones) resultando en un total de $O(MN^2)$ cálculos.

Cabe destacar el hecho de que aunque la complejidad temporal se ha reducido a $O(MN^2)$, los requisitos de almacenamiento han aumentado a $O(N^2)$.

Preservación de la diversidad

Además de converger hacia el frente de Pareto, se espera que un Algoritmo Evolutivo genere soluciones que estén bien distribuidas sobre el Frente. El problema del algoritmo original de NSGA, era la utilización de un método que implicaba el uso de un parámetro de compartición denominado δ_{share} que relaciona la distancia real elegida para calcular la medida de proximidad entre dos soluciones vecinas. Entre otros problemas, esto provoca que cada solución tenga que ser comparada con todas las otras soluciones de la población, lo que genera una complejidad de $O(N^2)$.

En NSGA-II, esta función es reemplazada con una aproximación basada en comparaciones de multitud (*crowded comparison*) que eliminan los problemas anteriores. Dicha aproximación no necesita de ningún parámetro que tenga que ser definido por el usuario para que se

pueda mantener una diversidad aceptable entre los miembros de la población. Además, este método tiene una mejor complejidad computacional. Para describirlo, primero se define una métrica de estimación de la densidad, para posteriormente pasar a describir el operador de *crowded-comparison* en el algoritmo 2.

Algorithm 1 Algoritmo de Ordenación No-Dominada Rápida

```

1: procedure FASTNONDOMINATEDSORT( $P$ )
2:   for  $\forall p \in P$  do
3:      $S_p \leftarrow \emptyset$ ;
4:      $n_p \leftarrow 0$ ;
5:     for  $\forall q \in P$  do
6:       if ( $p \prec q$ ) then
7:          $S_p = S_p \cup \{q\}$ ;    ▷ Añadir  $q$  al conjunto de soluciones dominadas por  $p$ 
8:       else
9:          $n_p \leftarrow n_p + 1$ ;    ▷ Incrementar el contador de dominación de  $p$ 
10:      end if
11:    end for
12:    if  $n_p = 0$  then
13:       $p_{rank} \leftarrow 1$ ;
14:       $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_1 \cup \{p\}$ ;
15:    end if
16:  end for
17:   $i \leftarrow 1$ ;
18:  while  $\mathcal{F}_i \neq \emptyset$  do
19:     $Q \leftarrow \emptyset$ ;    ▷ Usado para almacenar los miembros del próximo frente
20:    for  $\forall p \in \mathcal{F}_i$  do
21:      for  $\forall q \in S_p$  do
22:         $n_q \leftarrow n_q - 1$ ;
23:        if  $n_q = 0$  then
24:           $q_{rank} \leftarrow i + 1$ ;    ▷  $q$  pertenece al siguiente frente
25:           $Q = Q \cup \{q\}$ ;
26:        end if
27:      end for
28:    end for
29:     $i \leftarrow i + 1$ ;
30:     $\mathcal{F}_i \leftarrow Q$ ;
31:  end while
32: end procedure

```

Estimación de densidad

Para la obtención de una estimación de la densidad de soluciones que rodean a una en particular de la población, se calcula para cada objetivo la distancia media de dos puntos a cualquier lado de dicho punto. Esta cantidad i_{distance} sirve como una estimación del perímetro del cuboide formado por el uso de los vecinos más próximos como los vértices (también conocido como *distancia del crowding*). En la siguiente figura, la distancia de crowding de la i -ésima solución en su frente (los marcados con círculos sólidos) es la longitud media del lado del cuboide (la caja punteada). Los puntos marcados en círculos rellenos son soluciones del mismo frente no-dominado.

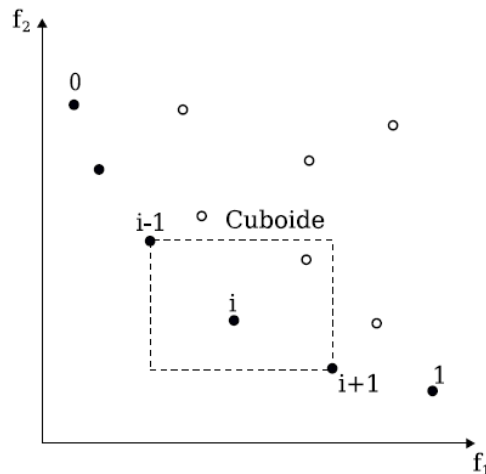


Figura 10 - Cálculo de la distancia de Crowding

Para calcular las distancias de crowding, es necesario ordenar la población de acuerdo con cada función objetivo en orden ascendente. Así, para cada solución objetivo, las soluciones fronterizas (las que tienen menor y mayor valor de la función objetivo) obtienen un valor de distancia *infinito*. El resto de soluciones intermedias obtienen un valor que es igual al absoluto de la diferencia normalizada de los valores de dos soluciones adyacentes. Dicho cálculo es realizado con el resto de las funciones objetivo. Cada función objetivo es normalizada antes de proceder a calcular la distancia de crowding. El algoritmo que se muestra describe el procedimiento de cálculo de la distancia de crowding para todas las soluciones en un conjunto no-dominado \mathcal{I} .

Aquí, $\mathcal{I}[i].k$ se refiere al valor de la k -ésima función objetivo del i -ésimo individuo en el conjunto \mathcal{I} , y los parámetros f_k^{\max} y f_k^{\min} son los valores máximo y mínimo de la k -ésima función objetivo. La complejidad de este procedimiento viene determinada por el algoritmo de búsqueda. Puesto que M ordenaciones independientes de un máximo de N soluciones (esto es, cuando todos los miembros de la población están en un frente \mathcal{I}) son los cálculos a realizar, el algoritmo tendría una complejidad computacional de orden $O(MN \log N)$.

Después de que a los miembros de la población en el conjunto \mathcal{I} se les haya asignado una distancia métrica, es posible comparar dos soluciones por su proximidad con otras soluciones. Una solución con un menor valor de medida de distancia está, en algunos sentidos, más "poblada" (crowded) por otras soluciones. Esto es lo que se compara en el operador propuesto, y acaba de ser descrito.

Algorithm 2 Algoritmo de asignación de la Distancia de Crowding

```
1: procedure ASIGNACIÓN-DISTANCIA-CROWDING( $P$ )
2:    $l = |\mathcal{I}|$ ; ▷ Número de soluciones en  $\mathcal{I}$ 
3:   for  $\forall i; i \in \mathcal{I}$  do
4:      $t \leftarrow 0$ ;
5:   end for
6:   for  $\forall m, m \mapsto \text{objetivo}$  do
7:      $\mathcal{I} \leftarrow \text{ordenar}(\mathcal{I}, m)$ ; ▷ Ordenar usando cada valor objetivo...
8:      $\mathcal{I}[1]_{\text{distancia}} \leftarrow \mathcal{I}[l]_{\text{distancia}} = \infty$ ; ▷ ... para que los extremos sean elegidos
9:     for  $i = 2; i < l - 1$  do
10:       $\mathcal{I}[i]_{\text{distancia}} \leftarrow \mathcal{I}[i]_{\text{distancia}} + \frac{(\mathcal{I}[i + 1].m - \mathcal{I}[i - 1].m)}{f_m^{\max} - f_m^{\min}}$ ;
11:    end for
12:  end for
13: end procedure
```

Operador de comparación “Crowded”

El operador de comparación de multitud (\prec_n) (Véase algoritmo 2) guía el proceso de selección en las diferentes etapas del algoritmo hacia una distribución uniforme del Frente óptimo de Pareto. Asumiendo que cada sujeto i en la población tiene dos atributos:

1. Rango de no-dominación (i_{rango})
2. Distancia de crowding ($i_{\text{distancia}}$)

Podemos definir un orden parcial \prec_n como:

$$i \prec_n j \text{ si } (i_{\text{rango}} < j_{\text{rango}}) \\ \text{o } ((i_{\text{rango}} = j_{\text{rango}}) \text{ y } (i_{\text{distancia}} > j_{\text{distancia}}))$$

O sea, entre dos soluciones con rangos de no-dominación diferente, se prefiere la solución con el menor (mejor) rango. En otro caso, si ambas soluciones pertenecen al mismo frente, entonces elegimos la solución que está en una región menos poblada del espacio de búsqueda.

Con estas tres innovaciones (un procedimiento de ordenación rápida, un procedimiento de estimación de población veloz, y un operador de población) se puede comenzar la descripción del algoritmo NSGA-II.

NSGA-II: Bucle principal

Como se puede apreciar en el algoritmo 3, de manera inicial se crea una población inicial P_0 aleatoria. Acto seguido, la población es ordenada en base a la no-dominación. A cada solución se le asigna un fitness (o rango) igual a su nivel de no-dominación (siendo 1 el mejor nivel, 2 el siguiente y así sucesivamente). Así, asumimos la minimización del fitness. Al principio, se usan los operadores usuales de torneo binario, recombinación y mutación para crear una población descendiente Q_0 de tamaño N . Dado que el elitismo es introducido al comparar la población actual con las mejores

soluciones no-dominadas previamente halladas, el procedimiento es diferente tras la generación inicial.

Primero, formamos una población combinada $R_t = P_t \cup Q_t$, formando una población R_t de tamaño $2N$, y a continuación, R_t se ordena de acuerdo a la no-dominación. Puesto que todos los miembros de la población anterior y la población actual se hallan en R_t , el elitismo está asegurado. Ahora, las soluciones que pertenecen al mejor conjunto no-dominado \mathcal{F}_1 son las mejores soluciones de la población combinada. Si el tamaño de \mathcal{F}_1 es menor que N , se eligen todos los miembros de \mathcal{F}_1 para la nueva población P_{t+1} . Los miembros restantes son elegidos de los subsiguientes frentes no dominados siguiendo el orden de su ranking, de forma que las siguientes soluciones son las del frente \mathcal{F}_2 , a continuación las de \mathcal{F}_3 , etc. Este procedimiento prosigue hasta que no se pueden acomodar más conjuntos. Teniendo en cuenta que el frente \mathcal{F}_l es el último conjunto no dominado tras el cual no se pueden acomodar más conjuntos en la población P_{t+1} , en general, el total de soluciones de \mathcal{F}_1 a \mathcal{F}_l será mayor que el tamaño de la población. Para elegir exactamente N miembros de la población, se ordenan las soluciones del último frente \mathcal{F}_l usando el operador de comparación crowded $<_n$ en orden descendiente, eligiendo las mejores soluciones necesarias para rellenar todos los huecos de la población.

En la figura siguiente mostramos el procedimiento NSGA-II. La nueva población P_{t+1} de tamaño N es usada ahora para la selección, cruce y mutación para crear una nueva población Q_{t+1} de tamaño N . Hay que indicar que se usa un comparador de selección de Torneo Binario, pero el criterio de selección se basa en el operador de comparación de multitudes $<_n$. Puesto que dicho operador requiere tanto el rango como la distancia de multitud de cada solución en la población, calculamos esas cantidades mientras de forma la población P_{t+1} .

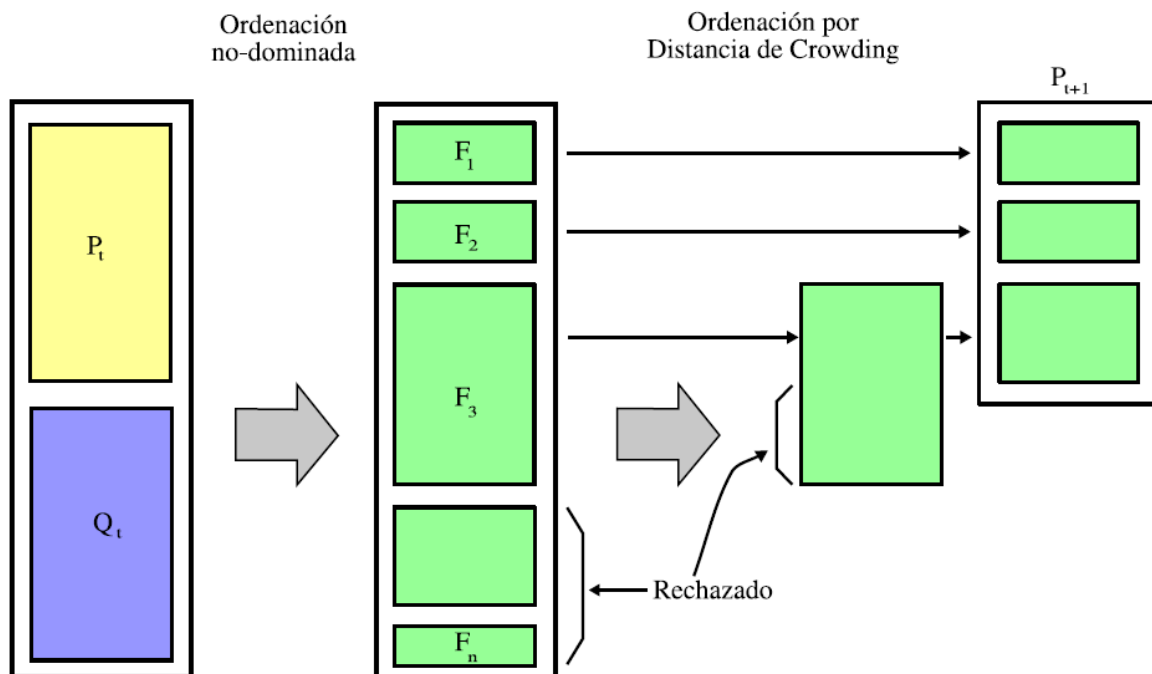


Figura 11 - Procedimiento NSGA-II

Considerando la complejidad de una iteración del algoritmo, las operaciones básicas y las complejidades de sus peores casos son:

1. Ordenación no-dominada: $O(M(2N)^2)$
2. Asignación de la distancia de multitud (Crowding): $O(M(2N) \log(2N))$
3. Ordenar por operador de comparación crowded \prec_n : $O(2N \log(2N))$

Así pues, la complejidad general del algoritmo es $O(MN^2)$, determinada por la parte de la ordenación no-dominada del algoritmo. Si es realizada cuidadosamente, una población completa de tamaño $2N$ puede que no necesite ordenarse de acuerdo al factor de no-dominación. Tan pronto como el algoritmo de ordenación ha hallado suficiente número de frentes como para tener N miembros en P_{t+1} , no hay razón para proseguir con el algoritmo de ordenación.

La diversidad entre las soluciones no dominadas es introducida utilizando el procedimiento de comparación crowding, que es utilizado en la selección por torneo y durante la fase de reducción de la población. Puesto que las soluciones compiten con su distancia de crowding (una medida de la densidad de soluciones en su vecindad), no se necesitan parámetros extra (como el δ_{share} de NSGA). Aunque la distancia de crowding se calcula en el espacio de las funciones objetivo, también se puede implementar en el espacio de parámetros si así se desea, aunque la opción elegida para la implementación en este estudio utiliza el espacio de las funciones objetivo.

Algorithm 3 Bucle Principal de NSGA-II

```

1: procedure BUCLEPRINCIPAL( $P_t, Q_t$ )
2:    $R_t \leftarrow P_t \cup Q_t$ ;           ▷ Combinar la población origen y la población descendiente
3:    $\mathcal{F} \leftarrow$  ordenacion-no-dominada-rapida( $R_t$ )   ▷  $\mathcal{F} \leftarrow (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots, \mathcal{F}_n)$ , todos los frentes no dominados de  $R_t$ 
4:    $P_{t+1} \leftarrow \emptyset$ 
5:    $i \leftarrow 1$ ;
6:   while  $\neg(|P_{t+1}| + |\mathcal{F}| \leq N)$  do
7:     asignacion – distancia – crowding( $\mathcal{F}_i$ );   ▷ calcular la distancia de crowding en  $\mathcal{F}_i$ 
8:      $P_{t+1} \leftarrow P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i$ ;       ▷ Incluir el  $i$ -ésimo frente no dominado en la población origen
9:      $i \leftarrow i + 1$ ;                       ▷ Comprobar el siguiente frente para inclusión
10:    ordenar( $\mathcal{F}_i, \prec_n$ ); ▷ Ordenar en orden descendiente usando  $\prec_n$  (el último frente)
11:     $P_{t+1} \leftarrow P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i[1 : (N - |P_{t+1}|)]$ ;   ▷ Elegir los primeros  $N - |P_{t+1}|$  elementos de  $\mathcal{F}_i$ 
12:     $Q_{t+1} \leftarrow$  crear-nueva-poblacion( $P_{t+1}$ );   ▷ Usar selección, cruce y mutación para crear una nueva población  $Q_{t+1}$ 
13:     $t \leftarrow t + 1$ ;                               ▷ Incrementar el contador de generaciones
14:  end while
15: end procedure

```

1.9.2. msPESA

msPESA nace como mejora del algoritmo PESA (Pareto Envelop-based Selection Algorithm) (Corne, et al., 2000) en el que la selección y mantenimiento de la diversidad se controlan mediante un esquema basado en un hipergrid sencillo.

Con un método de selección atípico al compararlo con el resto de MOEA, que tienden a usar cuentas basadas en el grado en el que unas soluciones dominan a otras, aunque el mantenimiento de la diversidad sí es similar a otros algoritmos. Su principal atracción es la integración de la selección y el mantenimiento de la diversidad, dado que esencialmente se usa la misma técnica para ambos.

PESA es un algoritmo que utiliza una pequeña **población interna** y una (generalmente) mayor **población externa**. La población externa sería el *archivo* que guarda la aproximación actual al Frente de Pareto, mientras que la población interna es donde se encuentran las soluciones candidatas, compitiendo por entrar en el archivo.

Además de los parámetros estándar, como serían las tasas de mutación y cruce, PESA tiene dos parámetros concernientes al tamaño de la población, y uno con respecto a la estrategia de población hipergrid. PESA utiliza dos parámetros de población P_I , el tamaño de la población interna (PI), y P_E , el tamaño máximo del archivo o “población externa”.

La descripción del funcionamiento de PESA es el siguiente:

1. Generar y evaluar cada uno de los P_I cromosomas de la población interna, e inicializar la población externa al conjunto vacío θ .
2. Incorporar los miembros no dominados de la PI en la PE.
3. Si se ha alcanzado un criterio de finalización, acabar y devolver el conjunto de cromosomas de PE como resultado. En otro caso, borrar los contenidos actuales de la PI y repetir lo siguiente hasta que se han generado P_I nuevos candidatos:
 - Con probabilidad p_c , elegir dos padres de la PE, producir un único descendiente mediante cruce, y mutarlo. Con probabilidad $(1 - p_c)$, elegir un cromosoma de la PE y mutarlo para producir un descendiente.
4. Regresar al paso 2.

En el paso 2, el conjunto actual de nuevas soluciones candidatas se incorpora al archivo una a una. Un candidato puede entrar al archivo si no es dominado dentro de la PI, y si no es dominado por ningún otro miembro del archivo. Una vez un candidato ha entrado en el archivo, cualquier miembro del mismo dominado por el nuevo candidato (si hay alguno) se retira de él. Si la adición de un candidato hace que el archivo sobrepase su tamaño máximo entonces se retira un miembro del archivo.

En el paso 3, la elección de un pariente en PESA se basa en el grado de población en las diferentes regiones del archivo. En la siguiente figura podemos observar como un cierto número de puntos se muestra en el espacio fenotípico de un problema de minimización con

2 objetivos. Los círculos son puntos no-dominados, por lo que podrían estar en el archivo PESA. Los cuadrados son dominados por miembros del archivo, pero puede que sean puntos en la población interna actual.

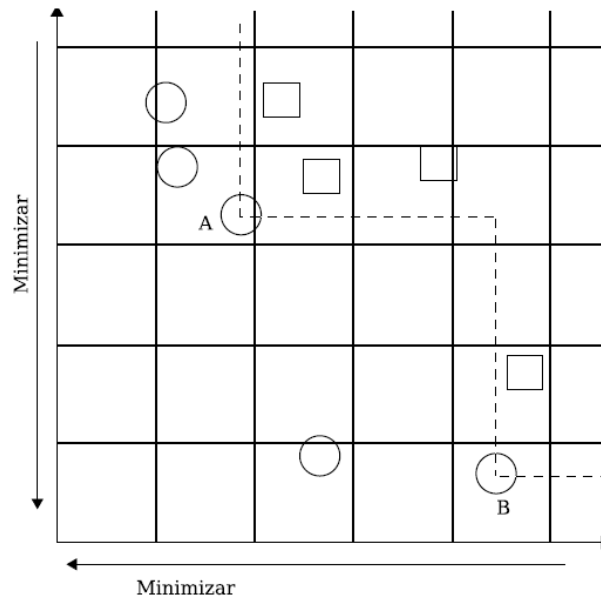


Figura 12 - Estrategia de población de PESA

La estrategia de población (crowding) en PESA funciona por la formación de una hipergred implícita que divide el espacio fenotípico normalizado en hipercajas, en la figura anterior esto es ilustrado por las líneas verticales y horizontales gruesas (el problema es bidimensional, siendo las hipercajas cuadrados sencillos). Cada cromosoma en el archivo se asocia con una hipercaja particular en el espacio fenotípico, y posee un atributo llamado "factor de compresión" (squeeze factor), que es simplemente el número total de otros cromosomas en el archivo que habitan en la misma caja.

Por ejemplo, el factor de compresión del cromosoma A de la figura es 2, mientras que el factor de compresión del cromosoma B es 1. Este factor se utiliza como una medida selectiva del fitness. Así, cuando PESA usa selección por torneo binario, se eligen dos cromosomas al azar del archivo, y el que tenga menor compresión es el elegido, orientando de esa forma el esfuerzo hacia las zonas del Frente de Pareto que tienen poca representación en la población.

El factor de compresión se utiliza también para la actualización del archivo. Como acabamos de ver, la incorporación de un miembro de la población interna al archivo puede hacer que el tamaño del archivo P_E sea sobrepasado. Así pues se debe retirar una solución del archivo. La elección se realiza eliminando una solución arbitraria con el factor de compresión más elevado, lo que permite descongestionar la hipercaja de donde se elimina la solución.

Una vez visto de manera general las características de PESA, veremos las mejoras que msPESA aporta sobre su antecesor.

Mejoras en la búsqueda del frente de soluciones no dominadas

La mejora más evidente es utilizar un algoritmo eficiente para la localización de las soluciones no dominadas que PESA incorpora en el Archivo. De todos los algoritmos utilizados, la versión más eficiente es el algoritmo de Ordenación Rápida No-Dominada que incorpora NSGA-II, que devuelve un conjunto de frentes formados por soluciones no dominadas entre sí en cada uno de ellos. Puesto que solamente hace falta el frente no-dominado de la población de trabajo para poder seleccionar las soluciones en el archivo, podemos recortar el algoritmo de Ordenación Rápida No-Dominada limitándolo a la generación de un único frente, reduciendo considerablemente el tiempo de cómputo.

Algorithm 4 Procedimiento de evaluación de msPESA

```

1: procedure MSPESA( $IP, EP, Prob_{mutacion}, condicion\_parada$ )
2:    $EvaluatePopulation(IP_{size});$       ▷ Cálculo inicial de soluciones de la población
3:   while  $\neg condicion\_parada$  do
4:      $ndFront \leftarrow getNonDominatedFront(IP);$       ▷ Obtiene el nuevo frente no
       dominado (Técnica de NSGA-II)
5:     for  $\forall subject, subject \in ndFront$  do
6:        $ArchiveIncorporation(subject);$       ▷ Guarda los mejores candidatos
7:     end for
8:      $AssignSqueezeND(EP);$  ▷ Establece el grid y asigna el SqueezeFactor a cada
       solución
9:      $IP.Clear();$       ▷ Reinicializa la población de trabajo
10:    if  $extPopulation.Count > 0$  then
11:      while  $maxPopulationSize > IP.Count$  do
12:        if  $EP.Count > 1 \&\& Random(0, 1) > Prob_{mutacion}/100$  then
13:           $newSubject \leftarrow BinaryTournament(EP);$       ▷ Usa el cruce
14:           $newSubject \leftarrow Mutate(newSubject);$       ▷ Y muta la solución
15:        else
16:           $newSubject \leftarrow Mutate(EP[random(0, EP.Count)]);$       ▷ Realiza
           una mutación
17:        end if
18:           $IP.Add(newSubject);$ 
19:        end while
20:      end if
21:       $EvaluatePopulation(IP);$       ▷ Evalúa las soluciones generadas
22:    end while
23:     $return(EP);$ 
24: end procedure

```

Algorithm 5 Algoritmo modificado de NSGA-II para obtener el frente no dominado

```
1: procedure GETNONDOMINATEDFRONT(population)
2:   if population.Count == 0 then
3:     return population;
4:   end if
5:   ndFront  $\leftarrow \emptyset$ ;
6:   for  $\forall p \in \textit{population}$  do
7:     nrDominated  $\leftarrow 0$ ;
8:     for  $\forall q \in \textit{population}$  do
9:       if ( $q \prec p$ )  $\&\& \neg(p \prec q)$  then
10:        nrDominated  $\leftarrow nrDominated + 1$ ;
11:      end if
12:    end for
13:    if nrDominated == 0 then
14:      ndFront.Add(p);
15:    end if
16:  end for
17:  Return(ndFront);
18: end procedure
```

Mejoras en el grid de selección

La resolución del hipergrid utilizado para la distribución de soluciones sobre la función es uno de los factores que más influye tanto en la precisión de los cálculos como en el tiempo de ejecución.

No es posible saber de antemano si existe una solución (o si no existe) en una cuadrícula del grid, lo que fuerza al software a recorrer todas y cada una de las celdas del grid para comprobar si existen soluciones en la misma. Para grids con un hilado muy fino (es decir, las celdas son muy pequeñas) el número de celdas es muy elevado, mientras que grids con un hilado más basto (celdas más grandes) el número de celdas es significativamente más pequeño. Esta característica del grid presenta un problema con dos variables opuestas:

Primero, el tiempo de ejecución aumenta al reducir el tamaño de las celdas. Al ser celdas más pequeñas, un menor número de soluciones pueden entrar en ellas, por lo que la precisión a la hora de ajustar la población para una mejor distribución de las soluciones es mucho mayor.

En caso contrario, al utilizar celdas más grandes para reducir los tiempos de ejecución, tenemos como consecuencia directa que pueden existir varias soluciones en las diferentes celdas, de forma que la uniformidad de la distribución de las soluciones se ve comprometida.

Esta situación plantea la necesidad de elegir cuidadosamente el tamaño del grid elegido, ya que un hilado excesivamente fino provocaría que la mayor parte de las celdas se queden vacías, aunque a priori no podemos saber cuáles son dichas celdas. Por el otro lado, tenemos

que un hilado excesivamente grueso, puede provocar la acumulación de soluciones dentro de una misma cuadrícula, de manera que la distribución de las soluciones no sea totalmente uniforme.

Dicho dilema provoca la necesidad de plantear una solución alternativa. Puesto que la finalidad del grid es mejorar la distribución de las soluciones a lo largo (y ancho) del espacio de búsqueda, y con la idea de que una parte importante de las celdas del grid permanecen vacías, es posible realizar una modificación sobre el concepto de hipergrid como entidad para garantizar una distribución uniforme de las soluciones.

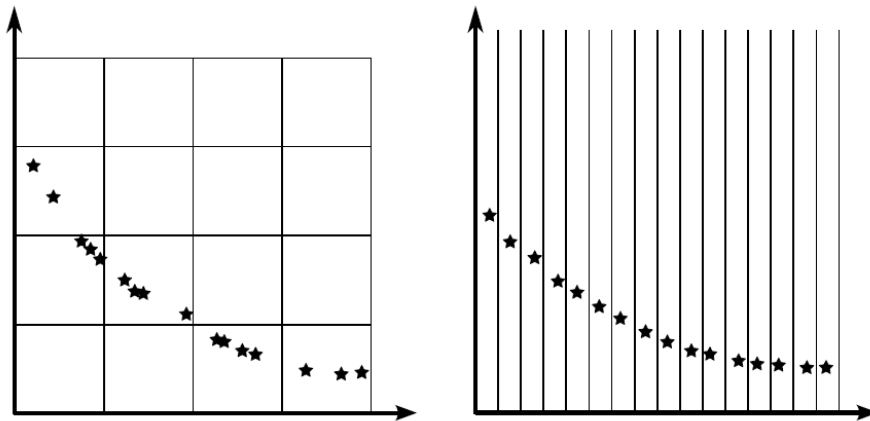


Figura 13 - Hipergrid PESA vs hipergrid msPESA

Podemos utilizar un grid con una dimensión menor (como podemos apreciar en la figura anterior) que la naturaleza del problema, y dejar que sea la propia ejecución del algoritmo quien ajuste las soluciones a la forma del frente de Pareto que se desea calcular. Si además el grid lo ajustamos a las soluciones extremo (la primera y la última solución en el espacio de búsqueda), se pueden eliminar huecos vacíos que existan en el espacio de búsqueda (como se ilustra en la siguiente figura), entre el principio del espacio de búsqueda y el principio del frente de Pareto. Esto nos permite ajustar aún más la distribución de las soluciones al frente de Pareto.

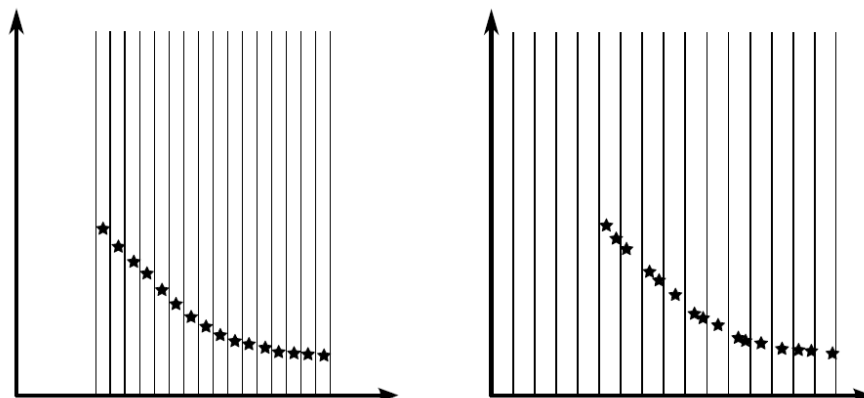


Figura 14 - Hipergrids, con origen en soluciones extremo (izquierda) y extendido a todo el espacio de búsqueda (derecha)

Se ha comprobado experimentalmente que el algoritmo PESA proporciona soluciones de gran calidad. Lo que permite confiar en la capacidad del algoritmo para dirigir las soluciones hacia el frente de Pareto. Reduciendo la dimensionalidad del grid, podemos aumentar enormemente la resolución del grid, utilizando un hilado muy fino, sin que ello signifique sacrificar el rendimiento del algoritmo al eliminar virtualmente todas las cuadrículas no significativas por la carencia de soluciones.

En el caso de una función bidimensional, el grid actuaría como una rejilla, separando las celdas en columnas en las que idealmente una solución presente en ella se deslizaría por la columna hacia el frente de Pareto. En funciones tridimensionales, el grid actuaría como una malla en la que las soluciones descienden hacia la superficie de Pareto.

Al usar un hipergrid $N-1$ dimensional para ajustar la distribución de las soluciones, nos permite generar una distribución ideal con un número de celdas igual al tamaño del archivo, de forma que a cada solución le correspondería una celda. En problemas cuya naturaleza no sea continua, nos encontraríamos con algunas columnas vacías y otras que poseen varias soluciones. Esto no supone generalmente un problema en la distribución de soluciones ya que al ser celdas más pequeñas, un aumento local en la concentración de soluciones no supone un grave problema en la distribución de las mismas considerando el espacio de búsqueda completo.

Mejoras mediante búsqueda local

Tanto la naturaleza de las funciones de prueba utilizadas, como la implementación realizada de la operación de mutación, permiten la implementación de estrategias de búsqueda local en uno de los puntos más críticos del algoritmo, que es cuando una solución es insertada en el archivo de soluciones. Es en este punto donde se consideran dos tipos de soluciones:

- Soluciones candidatas a entrar en el archivo.
- Soluciones que entran en el archivo.

Algorithm 6 Procedimiento para actualizar el SqueezeFactor (Problema biobjetivo)

```
1: procedure ASSIGNSQUEEZE2D(EP)
2:   grid  $\leftarrow$  createHypergrid(EP);  $\triangleright$  Crea un hipergrid unidimensional de EP.Count
   elementos, ancho de cada celda=distancia entre extremos/EP.Count
3:   for  $\forall$ solucion  $\in$  EP do
4:     grid.Insert(solucion)  $\triangleright$  Guarda solucion en la celda apropiada del grid
5:   end for
6:   for  $\forall$ cell  $\in$  grid do
7:     for  $\forall$ solucion in grid[cell] do
8:       solucion.squeeze  $\leftarrow$  grid[cell].Count  $\triangleright$  Actualiza el SqueezeFactor para
       cada solucion
9:     end for
10:  end for
11: end procedure
```

Se consideran soluciones candidatas aquellas que por sí mismas entrarían en el archivo, al formar parte del frente no-dominado. Esto implica que son soluciones con buena calidad, por lo que se puede intentar un proceso de búsqueda local tomando como base cada una de ellas mediante un proceso de mutación que genere un número arbitrario de soluciones derivadas (Como podemos ver en la línea 10 del algoritmo 7). Como la mutación es un proceso ciego, algunas de las soluciones generadas para el proceso de búsqueda local serán de peor calidad que la solución original, mientras que otras será de igual o mejor calidad. Una vez generadas las soluciones aleatorias, se genera un frente no dominado con ellas (línea 13), y se evalúa la idoneidad de cada solución de este frente con las soluciones presentes en el archivo. Sino son soluciones repetidas pasan a formar parte del mismo (línea 15).

Esta técnica muestra una especial eficacia en problemas en los que el espacio de soluciones está íntimamente relacionado con el espacio de búsqueda, de forma que pequeñas variaciones en el valor del genotipo provoquen mejoras o empeoramientos de magnitudes comparables en la calidad del fenotipo. Por el contrario, el proceso de búsqueda local no es útil para situaciones en las que un pequeño cambio provocado por el operador de mutación provoca cambios bruscos en la calidad de la solución.

Algorithm 7 Incorporación al Archivo de Soluciones de msPesa

```
1: procedure ARCHIVEINCORPORATION( $EP, Subject, localSearchSize, EP_{maxSize}$ )
2:    $EP.Add(Subject)$ ;
3:    $ndFront \leftarrow getNonDominatedFront(EP)$ ;
4:   if  $\neg(Subject \in ndFront)$  then
5:      $EP.Remove(Subject)$ ;
6:     Return;
7:   end if
8:    $localSearch.Add(Subject)$ ; ▷ Búsqueda Local
9:   for  $i = 0; i < localSearchSize; i++$  do
10:     $localSearch.Add(Mutate(Subject))$ ; ▷ Añade a la lista local
11:  end for
12:   $EvaluatePopulation(localSearch)$ ; ▷ Evalúa los nuevos sujetos
13:   $ndFront_{localSearch} \leftarrow getNonDominatedFront(localSearch)$ ;
14:  for  $\forall s; s \in ndFront_{localSearch}; \neg(s \in EP)$  do
15:     $EP.Add(s)$ ; ▷ Añade los nuevos sujetos no-dominados
16:  end for
17:  if  $EP.Count > EP_{maxSize}$  then ▷ Eliminar soluciones con mayor squeeze
18:     $EP.RemoveHighestSqueeze(EP.Count - EP_{maxSize})$ ; ▷ para ajustar el
    tamaño de la población
19:  end if
20: end procedure
```

1.9.3. HVSEA

La principal ventaja de utilizar aproximaciones basadas en el Frente de Pareto es que cada solución del conjunto de soluciones que generan mantienen compensados todos los objetivos. Esto significa que cualquier objetivo en particular no puede mejorar sin empeorar al menos alguno de los otros objetivos.

Diferentes MOEAS producen diferentes conjuntos de soluciones para el mismo problema (Talbi, 2009). Incluso diferentes ejecuciones de un mismo MOEA normalmente producen diferentes conjuntos de soluciones. Esto significa que hay una necesidad de utilizar procedimientos externos que sean capaces de comparar la calidad de los conjuntos de soluciones que cada ejecución ha producido. Estos procedimientos son llamados indicadores, y el más popular de ellos, debido a su utilidad, es el método de Hipervolumen.

El Hipervolumen, también conocido como métrica-S (Zitzler, 1999) o medida de Lebesgue (Laumanns & Schwefel, s.f.), miden el tamaño de la porción del espacio de objetivos que es dominado por las soluciones individuales del conjunto de soluciones. El Hipervolumen es generalmente favorecido porque representa en un escalar simple tanto la cercanía de las soluciones al conjunto óptimo, como la propagación de las soluciones a través del espacio objetivo.

Existen multitud de MOEAS propuestos que se basan en el Hipervolumen, pero su mayor inconveniente es la sobrecarga computacional que genera el cálculo del Hipervolumen.

HVSEA (HyperVolume-based Search Evolutionary Algorithm)

HVSEA hace uso de un archivo para almacenar las soluciones que se convierten en parte del frente de Pareto generado. Con el objetivo de generar las soluciones que componen la población, utiliza un torneo entre 4 soluciones para el cruce de las soluciones en el archivo.

Para que una solución S entre en el archivo, ésta debe incrementar el hipervolumen. Para conseguirlo, HVSEA utiliza el concepto de hipervolumen local. El hipervolumen local es el valor de la métrica-S teniendo en cuenta solamente las soluciones más cercanas a S . Si es mayor que cero, entonces la solución S incrementa el hipervolumen local, y con ello, el valor de la métrica-S.

Usar un hipervolumen local significa que no hay necesidad de recalcularse toda la métrica-S cada vez que una solución es guardada en el archivo, ya que solo las soluciones que lo mejoran son almacenadas. Para un acceso más rápido, las soluciones son almacenadas en el archivo en orden, por lo que encontrar los individuos más cercanos a S para un objetivo concreto es rápido.

Con el objetivo de mantener la diversidad de soluciones, alcanzar una propagación uniforme de soluciones a lo largo del frente de Pareto y para purgar el archivo, se implementa un hipergrid $(N-1)$ -dimensional. El hipergrid funciona de la misma manera que lo hace en msPESA. Funciona dividiendo el espacio objetivo en un grid $(N-1)$ -dimensional de alta

resolución, donde idealmente solo una solución encajaría en una celda del grid. Cuando el archivo está lleno, quitar soluciones de las celdas del grid que tienen más de una solución, sirve como medida de preservación de la diversidad que mantiene una propagación uniforme de las soluciones y como un mecanismo de purga que mantiene el tamaño del archivo controlado.

El algoritmo HVSEA puede ser descrito de la siguiente manera:

1. Generar aleatoriamente una población inicial en el archivo a poblar y evaluarla.
2. Repetir lo siguiente hasta que las condiciones exigidas se cumplan:
 - a. Generar una nueva población de trabajo a partir de las soluciones del archivo y evaluarla.
 - b. Para cada solución S en la población de trabajo, si S incrementa localmente el hipervolumen, considerando las soluciones más cercanas a S desde el archivo, entonces insertar S en el archivo, de otra manera rechazar S .
 - c. Purgar el archivo para mantener solamente m soluciones, excluyendo el exceso usando un hipergrid $(N-1)$ -dimensional con m celdas.
3. Devolver el archivo.

La principal contribución de éste MOEA al compararlo con otras soluciones basadas en hipervolumen consiste en el uso del indicador de hipervolumen como un indicador local usado para la aceptación de soluciones individuales en el momento de agregarlas al archivo.

En otros algoritmos como HypE (Bader & Zitzler, 2011), el hipervolumen es calculado para conjuntos de soluciones, utilizando ordenaciones no dominadas como esquema de selección. HVSEA solo añade las soluciones que localmente mejoran el hipervolumen, lo cual significa que el volumen del conjunto de soluciones completo es aumentado, mejorando la calidad del frente de Pareto representado por las soluciones en el archivo.

1.10. Entornos Software para meta-heurísticas

En esta sección vamos a defender las bondades de utilizar un entorno software para la implementación de meta-heurísticas. Hoy día existen una cantidad ingente de problemas de optimización, junto a una gran cantidad de estrategias para resolverlos. Además estas estrategias están siendo rediseñadas una y otra vez, refinándolas para conseguir mejorar tanto su eficacia como su eficiencia. Para más inri, los problemas también pueden cambiar su naturaleza con el tiempo, forzándonos a cambiar los objetivos o las restricciones que se habían dado por sentado en un principio.

En general, la meta-heurística es un campo que está en constante evolución, rediseñando las estrategias actuales y creando continuamente nuevos algoritmos. Esta es la razón por la que utilizar una implementación software es fundamental, pues es la única manera de proporcionar una implementación fácil de utilizar con mínimo coste. Para un experto desarrollador, es muy útil poder comparar las diferentes técnicas que existen, así como de modificarlas para adaptarlas a los problemas que quieran resolver, o basarse en ellas para desarrollar nuevos algoritmos.

A continuación veremos las tres principales aproximaciones en el desarrollo de meta-heurísticas (Talbi, 2009):

- Desde cero o sin reutilización: Esta es la postura más utilizada hoy día, por desgracia. Como el nombre indica, consiste en realizar la implementación completa de los algoritmos desde el principio. Este acercamiento se debe a la falsa creencia de que el código de una meta-heurística es muy sencillo de implementar, por lo que los desarrolladores se inclinan a realizar sus propias implementaciones.

El problema viene cuando se dan cuenta de que el desarrollo requiere más tiempo y esfuerzo del previsto inicialmente, además de ser una estrategia propensa a errores, difícil de mantener.

- Reutilización de código: Básicamente consiste en la utilización del código fuente desarrollado por terceros y que se encuentra disponible para su uso en la Web.

En este acercamiento es necesario realizar un pequeño estudio del funcionamiento del código, pues suele tener secciones dependientes de la aplicación, que deben ser sustituidos por aquellas partes necesarias para la resolución de nuestro problema. Detectar estas partes puede conllevar un gasto de tiempo y recursos superior al previsto, además de seguir siendo propenso a errores, siendo esta una de las razones por las que los desarrolladores suelen optar por la estrategia de empezar desde cero.

Cabe destacar, que en la Web puede encontrarse tanto código fuente, como librerías listas para ser usadas, siendo estas una mejor opción, pues las librerías suelen estar siempre más depuradas, y en constante evolución para intentar ofrecer un código eficiente y libre de errores.

Hoy día está reconocido que la mejor aproximación para la reutilización de código es el uso de paradigmas orientados a objetos, sin embargo, seguimos teniendo un problema con esta aproximación, pues nos permite la reutilización de código, pero no nos permite reutilizar el diseño. Aun así, el esfuerzo realizado para el desarrollo de las librerías debe de ser ampliamente reconocido.

- Reutilización de diseño y código: Con este aproximamiento, se intenta solucionar el problema que plantea únicamente la reutilización del código, que no es ni más ni menos que la escritura del mínimo código para la resolución para cada nuevo problema que debemos afrontar. El concepto básico consiste en implementar la parte invariante de los problemas pertenecientes a un dominio en componentes que puedan ser reutilizados para la resolución de todos ellos. Estos componentes recibe el nombre de *patrones de diseño* (E. Gamma, et al., 1994).

La utilización de estos patrones de diseño proporciona un entorno de trabajo que utiliza el paradigma orientado a objetos, definiendo un conjunto de clases que engloban un diseño abstracto para la resolución de una familia de meta-heurísticas, donde solamente tendremos que diseñar una clase (u objeto) para reflejar las particularidades del problema, y con ella obtener de forma ajena al desarrollador un mecanismo que le permita ejecutar diferentes algoritmos sin necesidad de desarrollar ningún código adicional para adaptarlos a las características de cada uno de dichos algoritmos.

Una vez vistas las tres aproximaciones, depende del desarrollador elegir cual de ellas es la que debe utilizar ante los problemas que debe optimizar. La reutilización de código es muy tentadora, pero habría que hacer un estudio previo para valorar si merece la pena la reutilización de dicho código, pues las modificaciones necesarias para la resolución del problema podrían superar el tiempo necesario para una implementación desde cero. Utilizar un entorno de trabajo que reutilice tanto diseño como código suele ser la mejor opción, pero no siempre es accesible para el desarrollador.

2. Análisis de Cartografía Histórica

2.1. El Atlas Geográfico de España (AGE) de Tomás López

2.1.1. Origen y razón de ser del Atlas Geográfico de España (AGE) de Tomás López

El contexto histórico que enmarca la obra de Tomás López tiene su origen en el ascenso al trono de España de Felipe V, y al establecimiento de su política territorial.

Estas circunstancias favorecieron la creación de una serie de instituciones de diversa índole (como la Real Academia de la Historia, en 1738), con la finalidad de acoger a estudiosos en cada una de las materias y poder iniciar de esta manera, un proceso de renovación surgido de los conocimientos que comenzaran a aplicarse a cada campo.

Fue el primer ministro, el Marqués de la Ensenada (1702-1781) el que ideó una serie de reformas que sirvieran para mejorar la administración de los territorios españoles. Para lograr dicho objetivo, necesitaba de una base cartográfica nacional sobre la que se pudiera cuantificar los impuestos, siendo esta coyuntura política, un marco determinante para la evolución de la cartografía nacional.

En esa época, ya era conocida la teoría que explicaba que la Tierra se asimilaba más a un elipsoide de revolución, desechando el modelo anterior que implicaba un planeta esférico (San Antonio Gómez, 2007). El dilema, provenía ante la incertidumbre de si el achatamiento se producía en los polos, o por el contrario, éste se producía en el ecuador. Por este motivo la Academia de Ciencias de París dirigieron y financiaron en 1735, las expediciones que arrojarían las primeras conclusiones respecto a la verdadera forma de la Tierra (San Antonio Gómez, 2006). Por un lado, se defendía la teoría newtoniana que defendía el achatamiento según el eje polar, enfrentada a la teoría de J. Cassini que afirmaba que el achatamiento se producía por el ecuador. Por ello, se trabajó paralelamente en las mediciones de un arco de meridiano en Quito (1735-1743) y en Laponia (1736-1737), obteniendo como conclusión de los resultados obtenidos, que la teoría de Newton era la correcta.

Dado que para la realización de la expedición al Ecuador, era necesario trabajar en territorio español, la autorización necesaria para la realización del trabajo fue concedida con la condición de que una comisión técnica española acudiera junto a los expertos franceses. Esta comisión estaba formada por Jorge Juan y Santacilia (1713-1773) y Antonio de Ulloa (1713-1795). Juntos publicaron en 1748 las conclusiones de dichos trabajos en su relación histórica del viaje hecho a la América Meridional, dándole la razón a la concepción de una

forma de la Tierra ajustada a un elipsoide de revolución con un aplanamiento en los polos de 1/216, valor que actualmente ha sido concretado en 1/300 .

En 1751, Jorge Juan, ya convertido en un geodesta reconocido de prestigio internacional, presentó un informe a la Secretaría del Estado donde especificaba la metodología científica a aplicar, junto con un presupuesto económico, para la creación de un plano general de España a escala 1:100000. Una prioridad para la monarquía de la época era la de proveer a la sociedad española del siglo XVIII del conocimiento que demandaba de su realidad territorial, a través de la difusión de mapas nacionales y locales. En este aspecto, Jorge Juan reportó al Marqués de la Ensenada de la falta de personal cualificado en España para colaborar con su proyecto (Chueca Pazos, 2008).

Por este motivo, fue una medida factible para el gobierno el envío de pensionados al extranjero para que pudieran recibir la instrucción pertinente y así, amortizar políticamente la medida con la posterior producción de material cartográfico, con el cual se daría un gran servicio al país.

Uno de los elegidos para esta importante tarea, no fue otro más que Tomás López. Durante el periodo de tiempo que transcurre desde el comienzo de su formación como Pensionado del Rey en 1752, se instruyó en París hasta 1760 bajo las enseñanzas del insigne cartógrafo del rey francés D'Anville, que a su vez había sido discípulo de F. Chevalier (Manzano Agugliaro, et al., 2005). Ambos crearon una escuela de cartógrafos de gabinete (San Antonio C., et al., 2001). Antes de su regreso a España, Tomás López ya cosechó su primer éxito con su *Atlas Geográfico del Reyno de España* en edición de bolsillo, el cual fue publicado en 1757 con 20 páginas interiores constituidas por sencillos mapas coloreados y con pocos detalles donde se incluían:

- Mapa conjunto de la península.
- Mapa del reyno de Portugal.
- Mapa de la ciudad de Madrid.
- Cuadro de distancias entre poblaciones.
- 15 mapas regionales.

Ya en 1760, llegó la hora de Tomás López de regresar a España para ejercer el oficio aprendido, pero para entonces, el Marqués de la Ensenada había perdido su puesto (en 1754), por lo que su proyecto cartográfico quedó inacabado. Fue entonces cuando Tomás López comenzó su fructífera trayectoria profesional durante la que produciría más de 200 mapas. Junto con sus hijos, fue el fundador de la primera empresa de ediciones cartográficas, localizada en su casa.

Carlos III (1716-1788) denominó a Tomás López como “Geógrafo de los Dominios de su Majestad” en 1770 como resultado del trabajo realizado a partir de los interrogatorios que López envió por su cuenta para completar según su método, los mapas provinciales. Como resultado de su título, le resultó mucho más fácil el acceso a la información existente, lo que le dio vía libre para continuar con su interés en el recopilatorio de datos por toda España (Saez García, 2004).

Los interrogatorios se trataban de un cuestionario de 15 preguntas acerca de los datos más relevantes correspondientes a cada diócesis o parroquia y dirigidos a sus responsables (León Casas, 2001), (Segura, 1986). Tomás solicitaba un pequeño mapa del territorio de 3 leguas de radio, donde se incluía toda esa información (Olarán Múgica C., 2004).

En 1776, Tomás López ingresa en la Real Academia de la Historia gracias a su director, el Conde de Campomanes (1723-1802), donde compaginó esta labor con su servicio a la monarquía de Carlos III. El Conde por su parte, aprovechando el trabajo comenzado de Tomás López, impulsó la creación del Diccionario Geográfico-Histórico de España. Dicho trabajo no fue concluido por López.

Ya en 1788, Tomás López comenzaría los trabajos previos a lo que más tarde se le conocería como el Atlas Geográfico de España (AGE). Para su elaboración, se basó en los mapas que ya había confeccionado, y en una especie de ensayo general, publicó en 1790 el *Atlas Particular de los Reinos de España, Portugal e islas adyacentes*, encargo de Carlos III. Dicho atlas pretendía responder a la demanda social existente, unido al anhelo de los gobernantes por la posesión de un documento de dichas características, ya que por un lado les proporcionaba conocimiento de sus propiedades territoriales, mientras que por otro lado, gozaban de un elemento de poder que colocaba a su promotor en una situación de privilegio.

Sin embargo, Tomás López, aún insatisfecho de su trabajo, siguió completándolos con la información actualizada de sus interrogatorios. Este nuevo proyecto, que fue realizado desde el Gabinete Geográfico de la Secretaría del Estado, contó con la apreciable ayuda de sus hijos Juan y Tomás Mauricio. El atlas destacaba gracias a la esmerada técnica de grabado, así como por su riqueza y minuciosidad de su toponimia, y a la calidad de impresión (Hernando Rica, 2007).

No obstante, su trabajo fue calificado de poco preciso por no utilizar observaciones astronómicas y geométricas, así como de no contrastar la información que poseía con trabajo de campo, por lo que su trabajo adoleció de valor cartográfico, debido al método empleado e intereses particulares de Tomás López. La falta de precisión en los mapas de España y sus provincias, contenidos en el Atlas Geográfico de Tomás López publicado en

1804, se hizo patente en la Guerra de la Independencia, tanto por los ejércitos de Napoleón como por los de Wellington, ya que ambos utilizaron el Atlas al comienzo de la contienda, hasta que decidieron levantar su propia cartografía.

Durante el reinado de Carlos IV (1748-1819), es encargado a Tomás López en 1795 de la orden del ministro Manuel Godoy (1766-1851) la creación del Gabinete Geográfico de la Secretaría de Estado, a la par que la confección de un Atlas de España. El AGE representó la culminación a los cuarenta años de ejercicio profesional de Tomás López, que logró presentar el mapa de la España peninsular más detallado realizado hasta la fecha. Distribuido en 102 hojas, incluía la información geográfica de los 36 territorios que la componían. El propio autor expuso la utilidad del mapa, dándole valor al hecho de haber sido elaborado íntegramente por un español, utilizando información de fuentes locales, y no extranjeras, como era habitual hasta la fecha.



Figura 15 - Mapa de España según las 4 hojas del Atlas Geográfico de España de Tomás López

Respecto a los mapas locales que utilizó para la elaboración del mapa general de España, introdujo la mejora de la línea de costa, islas y frente africano, que fueron tomadas de las excelentes cartas esféricas realizadas por D. Vicente Tofiño (1732-1795) entre 1784 y 1789, con todos los conocimientos e instrumental hasta entonces disponibles, y que constataron su validez al continuar utilizándose casi hasta el siglo XX.

Fueron los hijos de Tomás López, Juan y Tomás Mauricio López, quienes junto a su viuda, se encargaron de la edición del AGE, el cual se publicó en varias ediciones:

- **Ediciones 1804 y 1810:** Compuesto casi totalmente por los planos elaborados por Tomás López para su Atlas Particular de los Reinos de España, Portugal e islas adyacentes, a los que sus hijos les asignaron una numeración a cada hoja en el ángulo superior derecho.
- **Edición 1816-1830:** Son segundas ediciones de los mapas de Tomás López en las que los hijos actualizaron algunas hojas constando en tal caso, la referencia explícita a una segunda edición.
- **Edición 1844-1846:** Son los mapas reimpressos para el libro de Tomás Bertrán Soler.

2.1.2. La obra y método de Tomás López

Durante la transición entre la antigua escuela cartográfica del siglo XVII y la incipiente ingeniería cartográfica del siglo XVIII, en esta época se desarrolla el trabajo de Tomás López. La primera, en la cual predomina la influencia de los cartógrafos holandeses, incide en la calidad artística de los trabajos (bajo una clara visión comercial), en contraste con la segunda, donde la corriente francesa investigaba en busca de la razón científica de acuerdo a las corrientes ilustradas de la época, agitando las diferentes ramas del conocimiento alcanzado hasta entonces.

Así, siguiendo los pasos de su mentor D'Anville, Tomás López recopiló una serie de cartografía anterior para utilizar como punto de partida para su trabajo. Una de dichas referencias es la copia que Tomás López hizo del Mapa Nacional que se encontraba sin publicar en la Biblioteca del Duque del Infantado, realizada entre 1739 y 1743 por los jesuitas Carlos Martínez y Claudio de la Vega, por encargo del Marqués de la Ensenada en el reinado de Felipe V.

El plano, compuesto por 36 hojas de 35x37 cm, seguía una escala de 1:440000, y podía ser considerado como el mejor plano existente en España. Era un trabajo de gran calidad en su representación cartográfica, pero poseía graves deficiencias como la ausencia de un marco de graduación geográfica o la ausencia de algunos territorios.

Dada la inevitable divergencia que estaba empezando a producirse entre la Ingeniería Cartográfica versus Geografía, Tomás López decidió decantarse por la segunda, ya que era la que mejor se adaptaba a su formación y a sus pretensiones. El método que seguía Tomás López era lo que se ha denominado *cartografía de gabinete*. Desgraciadamente, Tomás López ha sido tachado muchas veces de impreciso, ya que prescindía de observaciones astronómicas y geométricas, y no contrastaba el gran volumen de información que recopilaba con trabajo de campo. Su especialidad era una metodología compilatoria combinada junto a su gran talento sintetizador y resolutorio.

Durante su período formativo en Francia, Tomás López había aprendido muy bien el arte y el oficio del grabado, el cual le gustaba sobremanera ejercerlo en todos sus trabajos. Muchas veces, realizaba sus mapas a partir de otros existentes que eran completados con la información procedente de su interrogatorio, en otras ocasiones, los elaboraba "*ex novo*" con los datos del citado cuestionario. Un claro ejemplo de esto puede apreciarse en las versiones realizadas en 1761 en contraste con la de 1787 del mapa del "*Reyno de Jaén*", donde puede apreciarse a simple vista el grandioso aporte de información con el que cuenta la segunda versión.

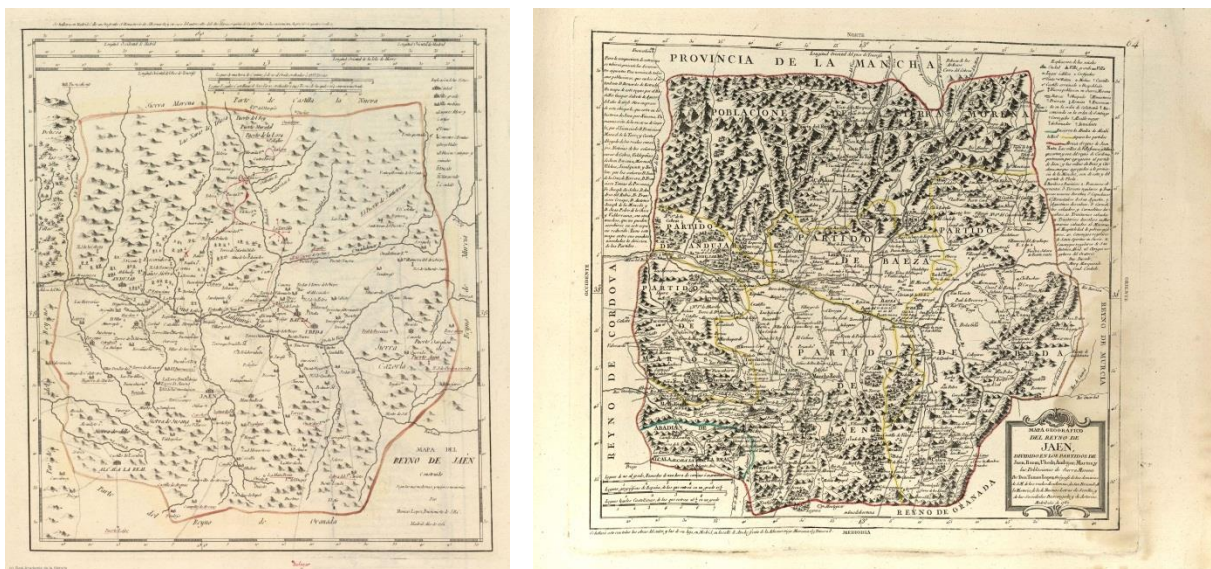


Figura 16 - Comparación entre los mapas del "Reyno de Jaén" de sus versiones de 1761 (izquierda) y de 1787 (derecha)

Tomás López disfrutó de un gran éxito inicial producida por la combinación entre la oferta y la demanda de productos cartográficos, pues hubo, en un primer momento, una cierta avidez de conocimientos por parte del público en general, que fue satisfecha con la primera producción cartográfica de Tomás López. Lamentablemente, sus obras posteriores no gozaron de la misma aceptación, a pesar de contar con una indudable calidad técnica superior.

Fue bajo la propia iniciativa de Tomás López, junto con la exigua financiación pública correspondiente a su categoría de pensionado, quién logró proporcionar la primera imagen global y completa de la nueva España del siglo XVIII, con la composición de un documento informativo que aportaba una gran riqueza de datos, posibilitando además de la representación cartográfica y geográfica del territorio, la proyección de la imagen de su entorno social y político. Se trata pues, de un inventario geográfico georreferenciado.

No sería hasta un siglo después de las últimas publicaciones de Tomás López, cuando se contaría finalmente con un Mapa Nacional de España con el rigor suficiente, producido gracias a poseer una situación política más favorable. Logró contar con una financiación pública adecuada, junto con unos conocimientos e instrumentación más avanzados.

Tomás López impregnó los conocimientos adquiridos junto con una mezcla entre afán mercantil y una gran vocación didáctica y de servicio a la sociedad. Como prueba, podemos destacar que una de sus últimas obras fue un Atlas que sirviera para enseñar geografía a los niños, llamado *Atlas elemental moderno, o colección de mapas para enseñar a los niños geografía; con una idea de la esfera*.

2.2. Los métodos de análisis de cartografía según su escala

En primer lugar, cabe destacar la importancia de la digitalización de las fuentes históricas, debido a la necesidad de los investigadores de trabajar con copias digitales debido a la imposibilidad de utilizar los documentos originales, ya sea por su difícil acceso o por salvaguardarlos de posibles daños, teniendo en cuenta que algunas de las obras son únicas e imposibles de remplazar.

La digitalización de los mapas es la solución que se utiliza hoy día, permitiendo el acceso al contenido deseado de manera eficiente y sin riesgos, pero siempre plantea la duda de la fidelidad, ya que a la hora de realizar una cartografía digital, es frecuente obviar datos importantes como la información histórica, que junto con las limitaciones existentes en los mapas históricos, pueden llevar a una reconstrucción virtual imprecisa.

Existen diferentes maneras de analizar la cartografía histórica, clasificados en función de su escala:

En primer lugar tenemos el caso de planos pequeños, lo que incluye a ciudades pequeñas y su entorno. En este caso suele realizarse una comparación más detallada con levantamiento topográfico específico para la zona a estudiar o una cartografía actual. Así, realizando mediciones comparativas de ángulos y distancias entre puntos de referencia comunes del área de control definida en ambos planos, somos capaces de obtener los errores. Un claro ejemplo de este procedimiento, es el estudio realizado sobre la ciudad de Zowlle en Holanda (Benavides Quecán, 2004).

En segundo lugar, tenemos los mapas territoriales de extensión media, lo que sería equivalente a un polígono catastral o término municipal. En estos casos suele ser más eficaz la realización de montajes de planos o fotografías aéreas de las cartografías históricas, y proceder posteriormente a una comparación exhaustiva con la cartografía actual. Los mapas son cuadriculados en mallas cuyo tamaño queda definido en función de la escala del plano y el grado de precisión que se pueda alcanzar. Un ejemplo de este caso lo podemos encontrar en el estudio del plano de Santa Cruz de Tenerife de 1927 (Delgado, 2006)

En último lugar se clasifican las extensiones grandes, como a nivel de provincia o mayor. En este sector, no encontramos descrita una metodología clara. Es en este campo donde nos centraremos en el trabajo, proponiendo un método de análisis utilizando algoritmos evolutivos multiobjetivo.

Uno de los objetivos de este proyecto es el análisis cartográfico del mapa realizado por Tomás López del "Reyno de Jaén", sacado del AGE, y como es obvio, dicho análisis se realizará sobre una copia digital obtenida del original. Dicho esto, podemos afirmar que la finalidad del trabajo es la comprobación de la confiabilidad de mapas históricos, utilizando técnicas modernas, y desde un punto de vista diferente.

2.3. Análisis mediante Algoritmos Evolutivos Multi-objetivo del Atlas Geográfico de España de Tomás López

Como ya se ha comentado anteriormente, el objetivo de este trabajo consiste en la utilización de algoritmos evolutivos multi-objetivo para realizar un análisis sobre cartografía histórica. Para ello haremos uso de las coordenadas en latitud y longitud que nos indican la posición de los núcleos urbanos actuales y las de las ciudades referenciadas en el mapa de Tomás López. En esta sección veremos de forma breve el proceso previo que se ha tenido que realizar en trabajos anteriores para la obtención de dichos datos.

Pongamos como ejemplo la hoja nº 64 del AGE, correspondiente al “Reyno de Jaen”, el cual se diseñó sobre un marco con graduación en coordenadas geográficas, tanto en latitud como en longitud, tal cual se puede apreciar en la siguiente figura, lo que permite que pueda ser geo-referenciado utilizando un SIG.



Figura 17 - Detalle de la digitalización del marco inferior derecho de la lámina 64 del AGE.

El primer paso que se ha tenido que realizar es la elección del elipsoide de referencia. Como la mayoría de la cartografía actual de España se encuentra con la referencia del European Datum 1950 (ED 50) sobre el elipsoide Internacional o de Hayford de 1950 ¹. También se adopta este Datum para geo-referenciar la cartografía de Tomás López, a pesar de que queda fuera de su época, pero sobre-entendiendo que el elipsoide no afectará a la precisión del mapa.

Acto seguido se hace necesario comprobar la validez de esta hipótesis, para ello se realiza una comprobación de las escalas gráficas tanto en latitud (eje Y) como en longitud (eje X). Se

¹ Mediante el Real Decreto 1071/2007, de 27 de julio publicado en B.O.E. nº 207. Miércoles 29 de Agosto de 2007. pp. 35986-35989 se oficializa el cambio de sistema geodésico de referencia oficial en España. A partir de esa fecha, se instaura el ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989) y deberá usarse para la referenciación geográfica y cartográfica en el ámbito de la Península Ibérica y las Islas Baleares.

comprueba que las leguas de a 20 el grado son idénticas en longitud, pero están reducidas un factor de 0,8 en latitud. Esto se valida para nuestro elipsoide ED50.

A pesar de utilizar como origen un mapa digitalizado, supondremos que los errores de distorsión que pudieran producirse respecto a la cartografía original, son despreciables, ya que se han realizado estudios que demuestran que la digitalización de mapas afecta principalmente al color de la imagen, siendo despreciable el error que pueda afectar a la geometría de los mapas (Benavides Quecán, 2004).

A partir de este punto, es cuando se tiene que realizar la geo-referenciación en SIG, por lo que es necesario elegir los puntos del marco que se van a utilizar para la geo-referenciación, procurando elegir las coordenadas centrales y de números enteros definidos en el marco, pasando dichas coordenadas que se encuentran en grados, minutos y segundos, a grados. Acto seguido, se procede a cargar la lámina en el SIG, y se geo-referencia introduciendo las coordenadas ya en grados.

A continuación hay que proceder con la corrección del meridiano de referencia, origen de latitudes, ya que hasta 1884 no se adoptó el meridiano de Greenwich como tal. El meridiano definido por López habitualmente en el AGE era el que atravesaba el Pico de Tenerife, es decir, el Teide, tal y como puede ser observado en la inscripción de la parte superior del mapa de Jaén. Actualmente, dicho punto corresponde al Vértice Geodésico 75 en Santa Cruz de Tenerife, en el T.M. La Orotava. A las coordenadas de longitud tomadas para la geo-referenciación del marco, se hace necesario sumarle el incremento de longitud anterior para obtener las coordenadas absolutas, para poder compararlas con las actuales.

Si se tiene en cuenta que la equivalencia en distancia para un grado de longitud equivale a 111.177,73 metros, con un radio de la tierra de 6370 Km, se obtendrían los errores en EMC (error medio cuadrático), tanto en grados como en metros, los que nos daría una primera aproximación del error existente en la geo-referenciación. Este es debido a posibles errores en la graduación del mismo (Martínez García, et al., 2011).

Los datos obtenidos por la digitalización de los mapas pueden verse en el anexo.

3. Extensión de los algoritmos evolutivos al análisis de mapas históricos

3.1. Introducción

Una vez que tenemos las coordenadas de las localidades extraídas del mapa histórico, podemos analizar dichos datos, comparándolos con las coordenadas obtenidas en la actualidad utilizando técnicas más modernas, y por ende, más precisas.

Dada la falta de información, y la naturaleza de las técnicas empleadas para digitalizar los mapas históricos, es normal encontrar errores en algunos de los datos, por lo que para obtener mejores resultados, a veces es mejor despreciar dichos datos.

Esto nos presenta 2 objetivos a perseguir:

- Minimización del error medio en las distancias entre las coordenadas de las poblaciones indicadas en el mapa histórico, con sus respectivas coordenadas actuales. Para realizar este cálculo, nos ayudamos de la fórmula Haversine, que nos indica la distancia entre dos puntos del mapa terrestre.

El cálculo quedaría de la siguiente manera (los grados van en radianes):

$$D = \sum_{i=1}^n \text{haversin}\left(\frac{d_i}{r}\right) \\ = \sum_{i=1}^n [\text{haversin}(\phi_{i2} - \phi_{i1}) + \cos(\phi_{i1}) \cos(\phi_{i2}) \text{haversin}(\psi_{i2} - \psi_{i1})]$$

donde,

- D es la distancia media,
- haversin es la función Haversine:
$$\text{haversin}(\theta) = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)^2 = \frac{1 - \cos(\theta)}{2}$$
- d_i : distancia entre las coordenadas indicadas del mapa histórico y las actuales,
- r: radio de la Tierra,
- ϕ_{i1}, ϕ_{i2} : Latitud del punto i_1 y el punto i_2 ,
- ψ_{i1}, ψ_{i2} : Longitud del punto i_1 y el punto i_2 .

Entonces se puede resolver aplicando la haversine inversa (si está disponible), o mediante el uso de la arcoseno función:

$$d = 2R \arcsin(\sqrt{h})$$

- Minimizar el número de localidades excluidas en el cálculo del error medio debido a errores en el procedimiento de digitalización de datos.

$$N = \sum_{i=1}^n 1$$

Donde N es el número de pueblos que no han sido excluidos del análisis.

Para conseguir estos objetivos, el algoritmos evolutivo utilizará una serie de transformaciones que aplicará sobre las coordenadas del mapa histórico

Dichas transformaciones tienen naturaleza diferente y se pueden clasificar en tres grupos: Desplazamiento, rotación y escala. Más concretamente, las transformaciones que se aplican sobre los datos son las siguientes:

- Desplazamiento:
 - Δ_X = Desplazamiento horizontal en grados sexagesimales.
 - Δ_Y = Desplazamiento vertical en grados sexagesimales.
- Rotación:
 - (X_0, Y_0) = Punto de origen de la rotación (latitud y longitud)
 - α = Rotación en grados.
- Escala:
 - S_X = Escalado horizontal.
 - S_Y = Escalado vertical.

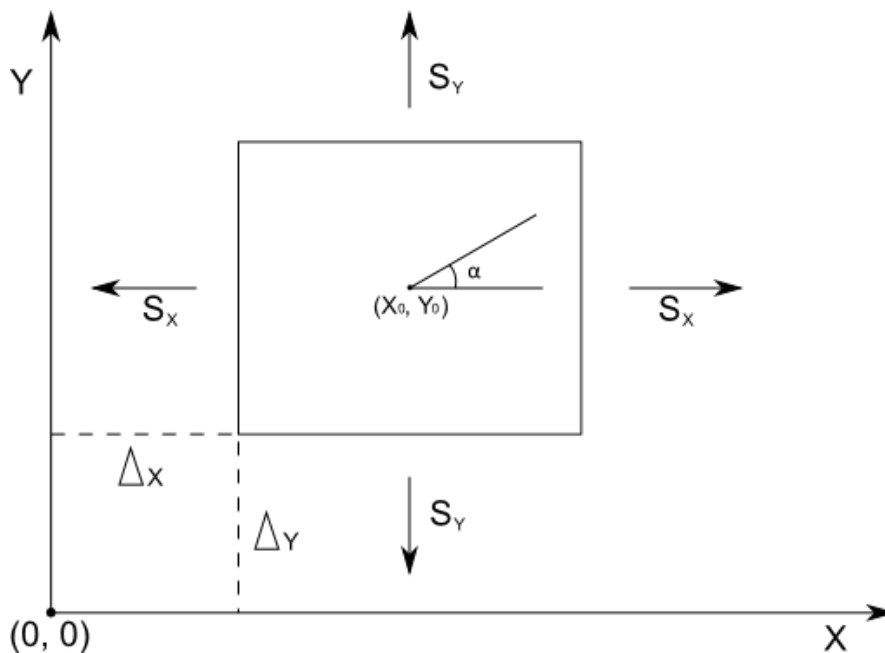


Figura 18 - Esquema de las transformaciones aplicadas a los mapas

Una forma sencilla de visualizar dichas transformaciones, es imaginar que superponemos el mapa histórico sobre un mapa actualizado, y vamos desplazándolo sobre el mismo hasta encontrar cuál sería la posición en la que coincidirían la mayor cantidad de poblaciones posibles.

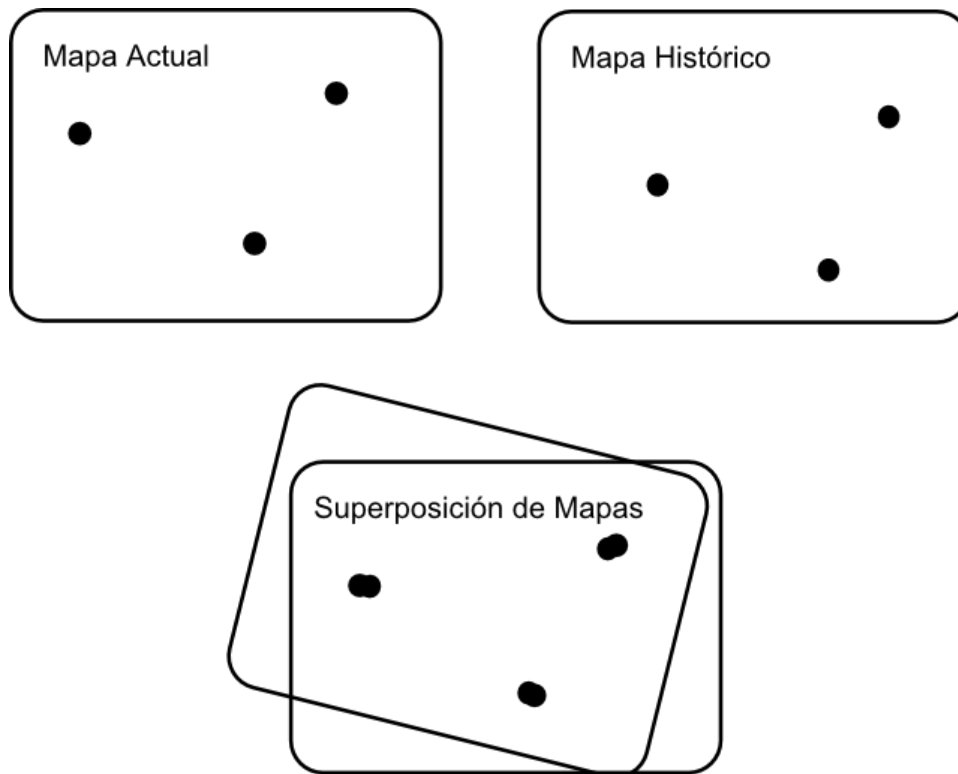


Figura 19 - Representación gráfica del problema

Dada la naturaleza del espacio de búsqueda, nos encontramos con un problema que tiene infinitas combinaciones posibles, aumentando exponencialmente al aumentar el número de variables a tener en cuenta, por lo que un algoritmo clásico de búsqueda podría no encontrar la solución perfecta en el tiempo de cálculo necesario. Por lo que es necesario utilizar otras técnicas que nos proporcionen soluciones viables en tiempos de ejecución aceptables, aunque no sean la solución ideal.

Debido a esto, y a que los dos objetivos que se persiguen son contrapuestos hasta cierto punto (al eliminar las poblaciones más distantes entre sí, se produce un menor error medio), el uso de algoritmos evolutivos multiobjetivo es la solución ideal, presentando una serie de soluciones viables, mejores que otros mecanismos más directos, y en un tiempo aceptable, siendo ésta la principal razón para su utilización en este proyecto.

Una vez presentada la definición del problema, se procederá con la descripción del software desarrollado, explicando la tecnología elegida para su desarrollo, el framework utilizado y las razones para su elección, así como la estructura de la implementación del programa, y el modo de funcionamiento a través de la interfaz de usuario.

3.2. Implementación

3.2.1. Tecnología

Hoy día cobra especial importancia a la hora de implementar una aplicación mantener unos requisitos de usabilidad e interfaces de usuario, lo que requiere un traslado de los algoritmos y las aplicaciones desde un entorno experimental de ejecución, como por ejemplo una aplicación que se ejecuta únicamente en modo texto, a un entorno de escritorio, donde podamos ver de manera visual las opciones de la aplicación y su funcionamiento.

Hoy día, más del 80% de los sistemas operativos instalados en los equipos de escritorio usan como sistema operativo alguno de los productos de Windows, desde el incombustible Windows XP, al más novedoso Windows 8 que ha salido recientemente, por lo que si es necesaria una amplia distribución del software, ésta deberá ser la plataforma sobre la que debamos sustentarnos.

Por otro lado existen entornos de desarrollo que implementan la especificación .NET, lo que permite una portabilidad inmediata entre plataformas de manera similar a otras plataformas como java, siendo el proyecto Mono, uno de dichos proyectos, en el que se ha logrado implementar una buena parte de la funcionalidad de C#.

Por todos los datos comentados anteriormente, se ha decidido realizar la aplicación utilizando el lenguaje C#, sobre el entorno de desarrollo Visual Studio 2010 Professional (Microsoft, 2010), aprovechando la licencia que proporciona el acuerdo de Microsoft con la Universidad de Almería (MSDN, s.f.). Se desarrollará una aplicación de escritorio sobre la plataforma .Net Framework 3.5.

Referente a la visualización de los resultados, mostraremos los resultados obtenidos mediante mapas virtuales, más concretamente utilizaremos las herramientas que nos ofrece Google para mostrar la localización de puntos mediante sus coordenadas, a través de Google Maps.

Respecto a recursos hardware, no será necesaria la utilización de computadoras de alto rendimiento, por lo que podrá ser ejecutado en cualquier equipo actual que posea el software adecuado. Sin embargo, dada la naturaleza de los algoritmos evolutivos, estos son aptos para la paralelización de tareas, por lo que es altamente recomendable utilizar equipos cuyo procesador disponga de múltiples núcleos, en los que se gozará de una mayor eficiencia.

Para la implementación y puesta en marcha de la aplicación, será necesario un ordenador con conexión a internet, que tenga instalado un sistema operativo Windows y que soporte la plataforma .Net Framework 3.5. Cabe destacar que la conexión a internet solamente será necesaria para la descarga de los mapas por parte de Google Maps, una vez descargados no será necesaria dicha conexión.

3.2.2. Framework

Como se ha explicado en el apartado 1.7. sobre los diferentes tipos de framework disponibles, a la hora de implementar la aplicación objetivo, debemos tener en cuenta cual va a ser el framework sobre el que nos vamos a sustentar para realizar la implementación de la misma.

Las principales características que buscamos en dicho framework se resumen en los siguientes puntos:

- Facilidad a la hora de reflejar el problema a solucionar. Para ello sería aconsejable un modelo, el cual, utilizando un paradigma de programación orientado a objetos, nos proporcione la implementación de la parte invariante del problema, en nuestro caso los algoritmos de optimización, teniendo que programar únicamente las peculiaridades concernientes al problema específico, lo que se traduciría en la creación o modificación del mínimo número de clases (objetos), siguiendo un esquema determinado.
- Permitir la ejecución de diferentes algoritmos evolutivos: Aunque en principio parezca obvio, es importante elegir un framework que permita la resolución de problemas mediante diferentes algoritmos evolutivos, porque es muy difícil predecir de antemano que algoritmo evolutivo se va a comportar de mejor manera ante un problema determinado. Además recordamos que uno de los objetivos del proyecto es el estudio de los resultados ante diferentes algoritmos, por lo que en nuestro caso, no es solamente una característica deseable, sino una necesidad.
- Posibilidad de optimizar la implementación: Ante el costo computacional que requiere la resolución de este tipo de problemas, es más que recomendable utilizar un framework que no esté cerrado, ofreciendo la posibilidad de modificar aquellas partes que se crean convenientes, siempre con el fin de obtener resultados más precisos o en un tiempo de ejecución menor.
- Posibilidad de ejecución en múltiples plataformas: Lo más recomendable es que el proyecto pueda ser ejecutado en la mayoría de equipos posibles, con la instalación del mínimo material en el equipo para mejorar el rendimiento y para que sea más fácil de utilizar.

Afortunadamente, existe un framework que cumple con todas estas características: la librería LibMOEA.

Cabe destacar, que además, agrega otra característica deseable, que es la familiarización con dicho framework, pues es digno de mención que ha sido desarrollado en el departamento de Arquitectura de Computadores de la Universidad de Almería, y que incorpora muchos más medios de los que aquí se mencionan.

Estructura del framework

Gracias al paradigma de orientación a objetos y a la utilización de técnicas como la herencia y el polimorfismo, el framework consigue la independencia de la parte de código invariante de los algoritmos de optimización. A continuación explicaremos de manera simplificada el esquema principal que sigue para lograr dicho fin.

En primer lugar debemos de hablar de la clase *EAlgorithm*, donde se engloba la funcionalidad que engloba el comportamiento más genérico de un algoritmo evolutivo, mencionando como ejemplo el control de la población o la obtención del frente no dominado. Éste es el objeto principal, y del que parten la implementación de todos los algoritmos, tanto mono-objetivos, como multi-objetivos.

En nuestro caso, nos interesan únicamente los algoritmos multiobjetivos, por ello mencionamos la clase *MOEAAlgorithm*, que es la encargada de dicha implementación, y que es una ampliación de *EAlgorithm*, donde se crean todas las estructuras necesarias, como por ejemplo la creación del archivo, para aquellos algoritmos que precisen de su uso.

El tercer elemento más importante es la clase *Individual*, la cual se encarga de la implementación de la estructura que posee un individuo genérico de la población.

Estos 3 elementos forman un esquema sencillo en el que es posible agregar en cualquier momento nuevos algoritmos evolutivos, mediante la creación de nuevas clases que hereden directamente de *MOEAAlgorithm*, disponiendo actualmente de las implementaciones de los algoritmos más importantes, como NSGAI, HVSEA, SPEA2 o msPESA.

Además, heredando de la clase *Individual*, podemos ampliarla de manera que ésta sea capaz de resolver el problema multiobjetivo deseado, siendo éste nuestro principal mecanismo a la hora de realizar la implementación del proyecto, especificando cómo se realizan las principales operaciones (mutación, cruce, evaluación, etc), cumpliendo con la aproximación de reutilización de diseño y código en la implementación de meta-heurísticas que vimos en el último punto del apartado 1.7.

En nuestro caso, deberemos de idear un mecanismo que sea en primer lugar capaz de leer los datos previos, que nos indican el nombre de las localidades y sus coordenadas, tanto las actuales como las de los mapas de Tomás López, transformando dichos datos en un modelo que conformará nuestro conjunto de individuos, en el que estableceremos cuales serán las reglas que deberán seguir conforme avance la ejecución del algoritmo. También se ideará un mecanismo con el que podamos almacenar la información conseguida y poder visualizarla de la manera más intuitiva para facilitar la elección de las soluciones que más nos convengan.

Implementación

La implementación de la aplicación se ha dividido en dos partes, la primera de ellas es la lógica de funcionamiento, que es la encargada de realizar los cálculos. La segunda parte es la interfaz gráfica, que provee un mecanismo fácil e intuitivo para usar la aplicación. Con este planteamiento se pretende independizar el cálculo de las soluciones con respecto al mecanismo que se desee para visualizarlas, ya que éste puede variar dependiendo de la situación.

Lógica de funcionamiento

Los cálculos para la obtención de las soluciones, se realizan en un proyecto independiente dentro de la solución para conseguir una librería independiente que pueda ser utilizada por otros proyectos en los que fuera necesario.

A continuación veremos la estructura interno de esa librería para comprender su funcionamiento:

Estructura

En primer lugar mencionaremos el *namespace* donde se encuentran las clases que se han implementado. Dicho espacio limita la zona donde se pueden realizar las operaciones, así si algún otro proyecto requiere utilizar dicha librería, deberá agregar una referencia a dicho *namespace*.

Como la base del proyecto consiste en trabajar con las coordenadas de diferentes mapas, se ha optado por llamar el *namespace* Maps.

En dicho *namespace* se ha decidido dividir el problema en 5 partes diferenciadas según la finalidad de cada una. Cada parte contará a su vez con una división en clases dependiendo de la complejidad de cada una de ellas, siguiendo siempre la máxima de *divide y vencerás*, la cual consiste en dividir un problema en varias partes si éste posee una complejidad elevada, repitiendo el proceso para cada una de las divisiones hasta alcanzar un nivel donde la dificultad del problema sea aceptable para resolverlo.

En primer lugar se explicará brevemente el objetivo de cada parte y la razón por la que se ha clasificado de esa manera. Posteriormente se entrará en más detalle dentro de cada sección, donde veremos los elementos que la contienen y cómo funciona cada uno de ellos. Conforme se va realizando dicha explicación, se irán especificando las relaciones entra cada uno de los elementos hasta alcanzar una visión global del problema.

DataReader: Es el encargado de la lectura de datos para el procesamiento de la información. Recordemos que se deben de leer los datos de las localizaciones de las poblaciones tanto de los mapas de Tomás López como las coordenadas reales obtenidas actualmente utilizando técnicas más precisas.

ProblemElements: Agrupa las estructuras de datos que se van a encargar de almacenar tanto los datos previos al procesamiento, como los datos intermedios que se van generando durante las diversas iteraciones de los algoritmos genéticos.

MapSolver: Es la parte más importante, el núcleo de procesamiento de la información, se encarga de la realización de las evaluaciones de los individuos, así como de la aplicación de las diferentes operaciones de cruce, mutación y selección. En resumen, es la parte de encarga da calcular las soluciones.

MapRepresentation: En esta sección se engloban todas aquellas estructuras de datos que son utilizadas para representar una determinada solución. Con dichas estructuras, posteriormente se utilizarán para visualizar sobre un mapa las soluciones obtenidas para una comprobación fácil y efectiva de la viabilidad de los resultados, además de proporcionar una manera intuitiva de almacenar los datos en disco, pudiendo más adelante cargar dichos datos.

MapSerializer: Es la encargada de la serialización y deserialización de las soluciones obtenidas en disco. Es decir, guarda en disco los datos obtenidos y la información de cómo deben de tratarse dichos datos para que posteriormente puedan ser cargados en memoria para ser poder visualizarlos.

Tras una breve explicación de la funcionalidad de cada una de las partes, se explicará como están relacionadas entre sí:

En primer lugar, la aplicación debe de leer los datos de las poblaciones, de esto se encarga el `DataReader`, conforme va leyendo dicha información, la va almacenando en memoria utilizando las estructuras de datos definidas en `ProblemElements`, una vez tenemos todos los datos cargados en memoria, se procede a su procesamiento, para ello utilizamos `MapSolver`, que se encargará de ir ejecutando el algoritmo evolutivo, hasta obtener las soluciones, que se almacenarán en las estructuras de datos previamente definidas en `MapRepresentation`. Con la información ya procesada, solamente resta elegir las soluciones más adecuadas, para ello se podrá utilizar el sistema de visualización que incorpora la interfaz gráfica que se describe en el apartado 3.3, o bien directamente se almacenarán dichos datos, utilizando entonces el mecanismo implementado en `MapSerializer`.

Como ampliación de la aplicación, una vez calculadas las transformaciones sobre el mapa, se ha agregado la posibilidad de leer un nuevo grupo de coordenadas, siendo éstas aquellas poblaciones que aparecen en los mapas de Tomás López y que no han sido posibles de clasificar, ya sea por la desaparición completa de dichas poblaciones, o por que hayan cambiado su nombre a lo largo del tiempo. Con esto, podemos extrapolar las coordenadas de dichas poblaciones utilizando las transformaciones obtenidas en las soluciones, brindándonos la oportunidad de descubrir con una mayor probabilidad, la posible localización de dichas poblaciones, comparándolas con las coordenadas actuales, permitiéndonos así averiguar si una localización cambió de nombre, o si desapareció.

A continuación se muestra el diagrama de clases que engloba todo lo explicado en este apartado.

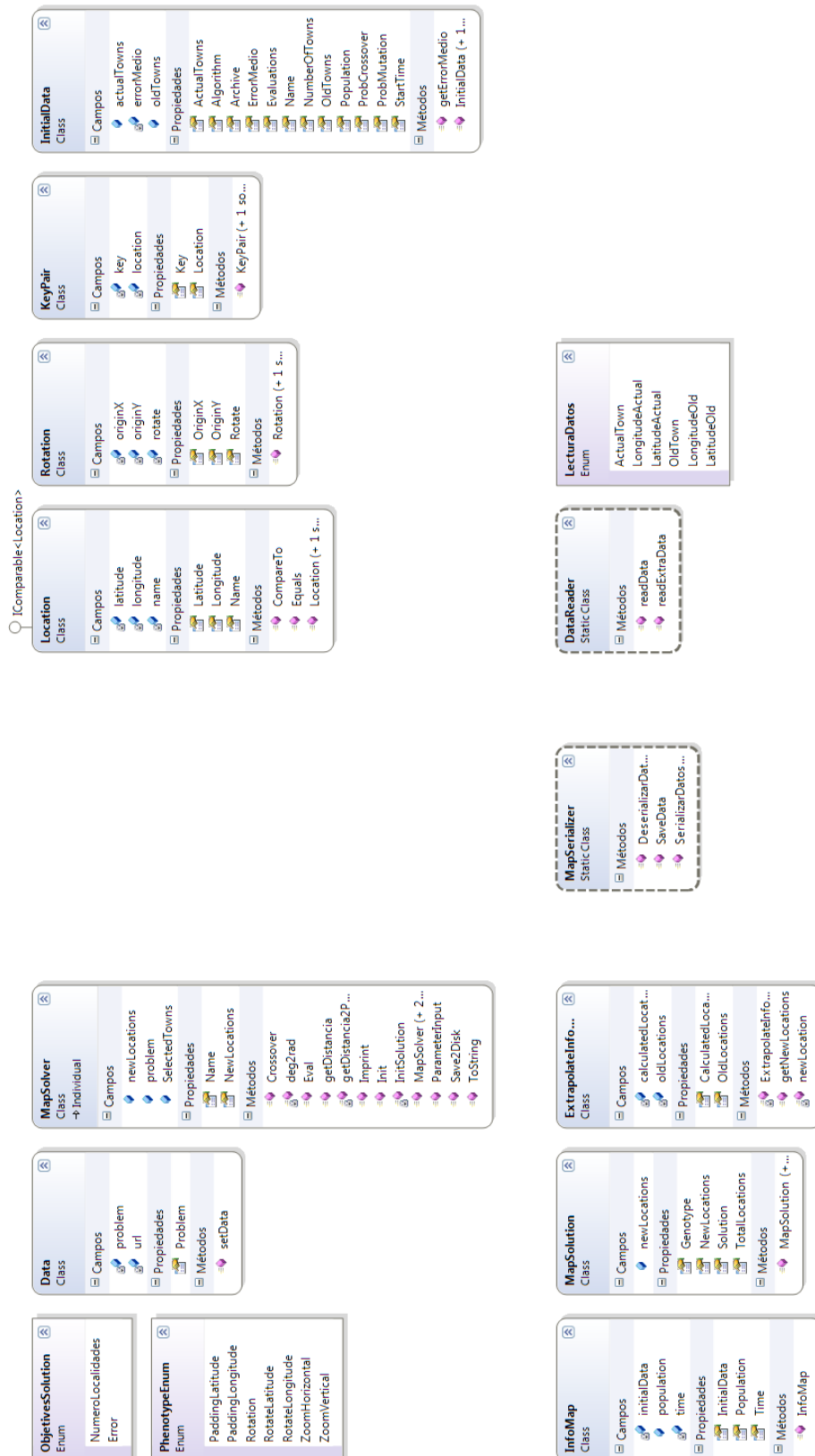


Figura 20 - Diagrama de clases del software desarrollado

Una vez vista de forma general la estructura de la aplicación, pasaremos a ver en detalle cada una de las partes que lo componen, centrándonos en dos aspectos, en primer lugar cómo está implementado y en segundo lugar por qué se ha elegido esa opción frente a otras soluciones.

DataReader

La naturaleza de los datos iniciales es sencilla, consta de un listado que se divide en dos partes, uno con las poblaciones extraídas de los mapas de Tomás López y otro con sus equivalentes poblaciones en la actualidad. De ambos listados se conocen tanto su nombre, como sus coordenadas en latitud y longitud expresadas en grados decimales. Para facilitar la labor, el listado ya tiene realizado de antemano el emparejamiento de poblaciones.

Los datos de entrada se encuentran en un fichero con formato csv (delimitado por comas). Se ha elegido este formato por 2 razones: la primera es que es fácilmente editable por una hoja de cálculo (por ejemplo Excel) para realizar modificaciones de forma manual. La segunda razón es por la sencillez del formato interno, representando cada fila de información (en nuestro caso una localidad con sus coordenadas según el mapa y las coordenadas reales) en una línea del archivo, separando las columnas con el carácter “;”, lo que permite a un programa ser capaz de leer la información de manera sencilla, que es lo que nos interesa.

El módulo encargado de leer la información se divide en 3 partes: La primera de ellas es simplemente un enumerado en el que indicamos la estructura interna del archivo de datos, es decir, especificamos cuál es el formato del contenido de cada una de las columnas de los datos. Más específicamente, son seis partes, refiriéndonos al nombre de la localidad según figura en el mapa, sus coordenadas en latitud y longitud, repitiendo los mismos patrones para los datos de las localidades en la actualidad.

Las otras dos partes se engloban dentro de una clase estática. Se ha elegido englobarlos de éste modo, porque las operaciones de lectura no requieren de la instancia de ningún objeto, pues es algo más abstracto. Las dos funciones implementadas tienen como finalidad la lectura de datos, pero se diferencian en el origen de los mismos, pues tenemos una función que lee los datos previos para calcular las transformaciones necesarias sobre el mapa, mientras que la otra tiene como función, una vez calculadas las soluciones, leer los datos de las poblaciones de los mapas antiguos que no han podido ser emparejados con localidades existentes en la actualidad. En este caso, la estructura es más sencilla, pues no tenemos que leer datos de dos coordenadas (la que figura en el mapa y la real), sino que nos limitamos a leer solo la primera de ellas. Más adelante, veremos el tratamiento que reciben estos datos.

Es en el primer punto, cuando se terminan de leer los datos, cuando se puede proceder a realizar una primera selección de los datos de entrada. La principal razón de realizar tal criba es para eliminar aquellos datos que forzosamente deben de estar equivocados y que únicamente servirían para falsear los resultados. Dichos errores pueden haberse debido a la

acumulación de errores en pasos anteriores provocando un error medio demasiado grande como para ser aceptado, o algo tan sencillo como haber realizado un emparejamiento de las poblaciones erróneo.

Se pueden aplicar diferentes criterios para suprimir dicha información del cálculo. Un ejemplo podría ser el establecimiento de un error máximo, digamos por ejemplo 40Km, en éste caso, deberíamos descartar los datos de aquellas poblaciones cuya distancia entre las coordenadas obtenidas en el mapa y las actuales sea superior a dicha distancia. Como es de suponer, cuanto menor sea dicha cifra, más datos serán descartados, por lo que hay que encontrar una cifra adecuada que no discrimine muchos datos, porque los resultados obtenidos podrían resultar en lo que podemos denominar un falso positivo, consistente en unas soluciones que a primera vista obtengan un resultado prometedor, pero que es únicamente fruto de la inexistencia de datos suficientes para extrapolar un buen cálculo.

Otro criterio que se podría utilizar para intentar resolver éste problema es establecer un criterio de eliminación que no fuera constante. Es decir, que la distancia máxima entre las coordenadas de las poblaciones dependiera del error medio de todas ellas. Así, en un primer lugar calculamos el error medio de todas las localidades, para acto seguido discriminar aquellas que tengan una distancia superior a un porcentaje de dicha cifra (por ejemplo un 50 por ciento más del error medio), o a una distancia fija (por ejemplo, 20Km mayor que el error medio). Con éste planteamiento se pretende eliminar únicamente aquellos datos que no tienen más remedio que ser un error en el tratamiento de los mismos y valga la redundancia, estén fuera de lugar.

Sea cual sea el planteamiento elegido, es recomendable tener en cuenta el volumen de poblaciones excluidas de los cálculos, pues dependiendo del origen de los mapas, es posible que el error acumulado conforme se iban realizando los mapas (tal y como vimos en el apartado 2.1.2, sobre el método de Tomás López) sea mayor del esperado, pues recordando de manera rápida, se fijaba el origen en algún elemento de la naturaleza visible, como un río, y a partir de ahí se iban emplazando las localizaciones de las demás localidades en función de las anteriores, por lo que obtenemos como efecto secundario que, cuanto más alejadas del núcleo de origen, mayor es la distancia que las separa con las coordenadas reales.

Como consecuencia de esto, es posible que discriminemos selectivamente zonas completas de los mapas, obteniendo también en estos casos resultados no deseados.

En resumen, es preferible elegir valores pequeños que discriminen inicialmente muy pocos datos (aquellos que efectivamente no deberían estar allí) y que sea el mismo algoritmo evolutivo el que encuentre que localidades son las que se deben excluir en los cálculos, conforme éste vaya iterando.

Problem Elements

Tras la lectura de los datos, es necesario almacenarlos en una estructura de datos que sea adecuada para su posterior procesamiento. Aprovechando el paradigma de orientación a objetos, se ha diseñado la clase Location como unidad principal de información, representando, como su nombre indica, una localización geográfica, siendo definida por dos características principales: su nombre y sus coordenadas, tanto en latitud como en longitud.

Los datos globales del problema se agrupan no obstante, en otra clase que se ha denominado InitialData, en la que se engloba tanto las características concernientes al algoritmo evolutivo con el que se va a ejecutar, como los datos de las localidades, los cuales estarán almacenados en dos diccionarios diferentes, clasificados según el origen de los datos. Se ha elegido esta estructura debido a la facilidad que proporcionan los diccionarios para obtener un valor a partir de una clave determinada. Cabe mencionar que para que este diseño funcione, es necesario utilizar la misma clave para representar la misma localización en ambos diccionarios, como no se puede garantizar que esta condición se cumpla, los datos se indexan utilizando como clave el nombre actual de las localidades.

MapRepresentation

Hasta ahora hemos visto como se organiza la información de entrada. En este apartado nos centraremos en el extremo opuesto, como almacenaremos la información generada por el algoritmo evolutivo.

Para esta finalidad se han diseñado dos clases: MapSolution e InfoMap, donde la primera se encargará del almacenamiento de la información concerniente a una única solución, mientras que la segunda es el compendio de soluciones generadas por el algoritmo.

La información relevante a una solución, codificada en el genotipo como vimos en el apartado 1.1, es la concerniente a las transformaciones que se tienen que realizar en el mapa histórico para minimizar el error medio entre las coordenadas que figuran en dicho mapa y las coordenadas actuales, medidas con técnicas más avanzadas y por ende más precisas.

Dichas transformaciones podían simplificarse en 3 tipos básicos: traslación, rotación y escalado. Para mayor precisión, subdividimos tanto la traslación como el escalado en sus vertientes horizontal y vertical, mientras que la rotación consta de un punto de origen sobre el que se efectúa la rotación, y los grados de rotación pertinentes. Esto conforma un total de 7 variables y a su vez son el genotipo básico.

En este punto cabe preguntarse cuál es la ventaja de utilizar algoritmos evolutivos para la resolución de éste problema, pues a primera vista podría dar la impresión de ser un problema sencillo de resolver de una manera sistemática. Pero analizando las variables, nos

damos cuenta de que contamos con un número de combinaciones demasiado elevado para comprobar computacionalmente todas y cada una de dichas posibilidades.

Antes he mencionado que estas variables formarían el genotipo básico, pues al fin y al cabo son solamente unos valores delimitados por un rango (por ejemplo la rotación podemos delimitarla a 360°), por lo que reciben las operaciones básicas del genotipo conforme se va ejecutando el algoritmo.

Finalmente se ha decidido incluir otro factor al genotipo, y es ni más ni menos que la posibilidad de discriminar algunas localidades del algoritmo, recordemos nuevamente el apartado 2.1.2, sobre el método de Tomás López, algunos de los datos de entrada pueden ser erróneos. Esta decisión tiene como finalidad la de descubrir aquellos datos que sean más propensos a ser erróneos, y aunque se haga un filtrado preliminar, nunca obtendrá unos resultados tan precisos como los que se pueda obtener si incluimos esta condición al algoritmo.

Para representar esta información, disponemos simplemente de un array de booleanos en los que se representan aquellas localidades que se tendrán en cuenta durante el cálculo.

Por último, queda especificar como se guardarán las coordenadas de las localidades obtenidas en la ejecución del algoritmo evolutivo, que tendrá exactamente el mismo formato que los datos de entrada, es decir, un diccionario donde la clave de cada registro es el nombre de la localidad y el valor sus coordenadas en latitud y longitud. Cabe mencionar que se almacenan los datos de todas las localidades, incluidas aquellas que no han sido seleccionadas por el algoritmo.

La segunda estructura de datos se denomina InfoMap, en ella se almacena toda la información concerniente a la ejecución del algoritmo, incluyendo en primer lugar los datos de origen, en segundo lugar los datos obtenidos por la ejecución del algoritmo, y en tercer lugar los datos concernientes a la ejecución del algoritmo evolutivo. El motivo de estructurar la información así es para poder efectuar de manera sencilla una serialización de los datos para poder almacenarlos en disco. De la misma manera, seremos capaces de deserializar dichos datos para poder trabajar con ellos en cualquier momento, permitiéndonos por ejemplo, ser capaces de visualizar en un mapa las coordenadas de las localidades junto con algún indicador visual que permita observar y verificar de manera sencilla la viabilidad de los datos obtenidos.

Llegado a este punto, es preciso añadir una tercera estructura de datos, denominada ExtrapolatInfoMap. La finalidad de dicha estructura es almacenar las coordenadas de aquellas localidades que no han podido ser emparejadas con núcleos urbanos actuales, para poder calcular, utilizando los datos obtenidos en una primera ejecución del algoritmo, cuál sería la localización aproximada de dichas localidades con una precisión mayor que la representada originalmente en el mapa histórico.

Esta funcionalidad se ha empleado por dos motivos, en primer lugar, conocer unas coordenadas más precisas de dichas localidades nos podría permitir encontrar los emplazamientos de localidades que actualmente no existen. En segundo lugar se podrían utilizar para contrastar si durante el paso del tiempo, alguna de dichas localidades sufrió algún cambio en su nombre, para ello simplemente bastaría comprobar si existe alguna localidad en dichas coordenadas y contrastar que la hipótesis inicial sea cierta.

MapSolver

En último lugar tenemos la parte que se encarga de la implementación del Individuo, y que se ha denominado MapSolver. En esta sección nos centraremos principalmente en aquellas zonas con mayor relevancia.

El Individuo parte de los datos iniciales que forman el problema, e inicializa su genotipo a partir de dicha información, teniendo siempre en cuenta las restricciones asociadas a cada uno de ellos. Este proceso se realiza en el método `InitSolution`, y en él especificamos aleatoriamente las localidades con las que empezará a iniciar el cálculo, así como unos valores de desplazamiento, rotación y escalado.

La operación de cruce es estándar para todas las variables del genotipo, solamente cambia en la que almacena cuales son los pueblos seleccionados para el cálculo, que está compuesta por un array de booleanos. El cruce en este caso consiste en generar una máscara aleatoria de tamaño igual al número de pueblos, así aquellas posiciones que estén con un valor positivo tomará el valor del segundo individuo, mientras que el resto cogerá los valores del primer individuo.

La evaluación es el proceso más importante, tenemos que realizar el cálculo de la distancia entre dos puntos de la superficie terrestre, para ello utilizamos la función `Haversine`, como se mencionó en el apartado 3.1, que nos indica esta distancia en Kilómetros.

En la función de evaluación, para cada individuo, tenemos que aplicar las transformaciones del mapa asociadas a ese individuo. El procedimiento que realiza es el siguiente:

- Fijamos el nuevo origen de coordenadas según el centro de gravedad modificado.
- Aplicamos el desplazamiento indicado (en latitud y en longitud).
- Aplicamos la rotación.
- Aplicamos el escalado.
- Establecemos el origen de coordenadas al valor original (0,0).

Finalmente indicamos en el individuo el valor de los dos objetivos (error medio y número de pueblos excluidos) y le aplicamos una firma para asegurarnos que el individuo generado es único, y no repetir cálculo innecesario.

Existen más funciones implementadas en esta sección, pero nos hemos centrado en las más importantes, ya que el resto son funciones auxiliares utilizadas en funcionalidades secundarias, como el almacenamiento de los datos en disco, o el uso de técnicas de optimización.

Con esto queda terminada la descripción de la implementación de la lógica de cálculo del algoritmo. En el siguiente apartado veremos la interfaz gráfica implementada, cuya finalidad es entender cómo configurar el programa para realizar los cálculos.

3.3. Interfaz de Usuario

A la hora de diseñar la aplicación, un factor a tener en cuenta es que sea fácil de utilizar por los analistas expertos que requieran su uso. Uno de los objetivos de este proyecto es el de proporcionar una herramienta que sea capaz de realizar el análisis sobre cualquier mapa histórico, y que proporcione un mecanismo sencillo y eficaz en el que se pueda comprobar la bondad de las soluciones y elegir aquellas que mejor se adapten a las necesidades del usuario.

Para conseguir este objetivo, se cree necesario que la herramienta deba ser capaz de mostrar sobre un mapa virtual, las coordenadas de los datos de entrada y de las diferentes soluciones. En éste ámbito, se ha elegido utilizar los servicios de cartografía que ofrece Google, más concretamente se van a utilizar los servicios de Google Maps.

Las ventajas de utilizar Google Maps son muchas, contamos con un servicio gratuito de libre acceso, actualizado, fácil de utilizar y familiar con la mayoría de las personas. La integración con Google Maps se consigue con el uso de GMap.NET (GMap.Net, 2010).

GMap.Net es un controlador de código abierto, multiplataforma y flexible que permite el uso de cálculo de rutas, geocodificación y mapas de múltiples proveedores de servicios, como Google, que puede ser utilizado en formularios de Windows, por lo que incluye todas las características que necesitamos.

Para hacer más accesible la utilización de la herramienta, se ha optado por realizar un formulario de Windows:

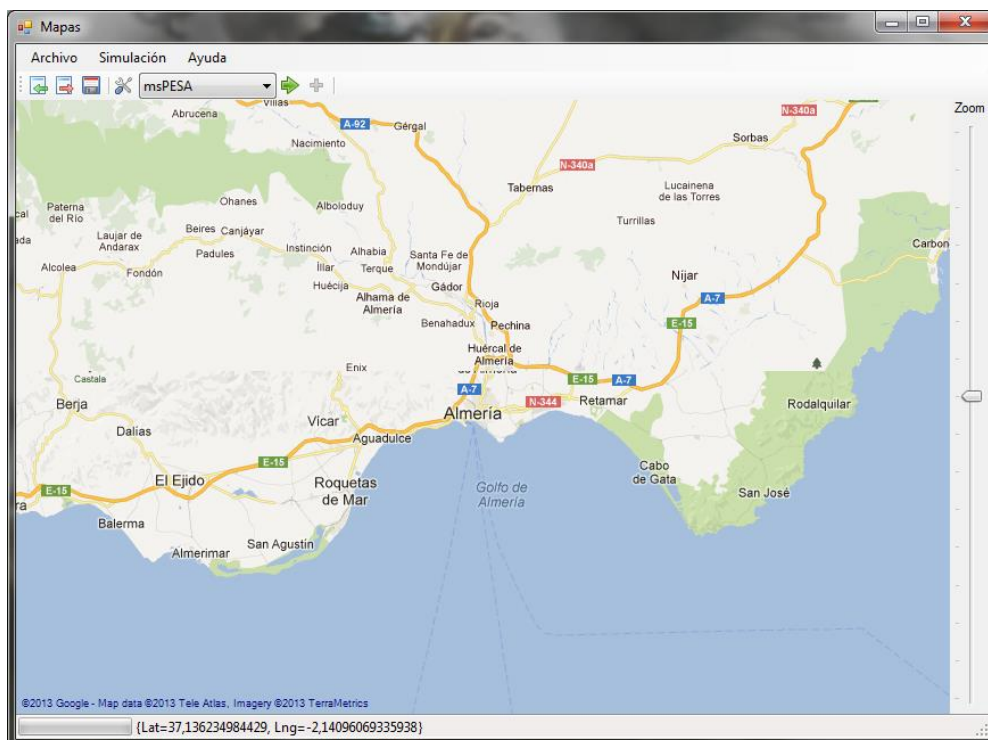


Figura 21 - Estado inicial del software desarrollado

En la imagen anterior, podemos ver que la herramienta se divide en 3 secciones principales:

- Menú superior de Herramientas: Localizada en la parte superior, nos indica las acciones que se pueden realizar sobre la aplicación. En el menú Archivo se pueden realizar las acciones típicas que se realizan sobre cualquier archivo. En ellas Incluimos las opciones de abrir soluciones anteriores, guardar los resultados, importar e importar datos y salir de la aplicación. En el segundo menú es donde se realizan las acciones de simulación, destacando la opción de ejecutar, que abre un panel donde se puede seleccionar el archivo de datos de entrada, y realiza la simulación. Además incluye la opción de estimar localidades, que a partir de una solución determinada, es capaz de interpolar la localización de un segundo grupo de localidades sobre el mapa. También podemos modificar las preferencias de ejecución o abrir una solución determinada. Finalmente tenemos la información sobre el programa y su autor.
- Área de visualización de mapas: Es la sección más grande, pues es la que muestra las coordenadas sobre un mapa virtual. Podemos desplazarnos utilizando el ratón, y nos permite cambiar la escala para visualizar en detalle las zonas deseadas. Sobre el mapa se visualiza la siguiente información:
 - Coordenadas de las localidades del mapa histórico, representadas mediante marcadores de color rojo.
 - Coordenadas actuales de las localidades, representadas mediante marcadores de color verde.
 - Coordenadas de las localidades calculadas por el algoritmo, representadas por marcadores de color azul.
 - Distancia entre los diferentes marcadores de una misma localidad, es decir se unen los puntos que forman las tres coordenadas de una misma localidad, formando un triángulo. Esta triangulación mostrará mejores resultados cuanto más estrechos y alargados sean los triángulos, lo que implicaría que el algoritmo ha encontrado una solución que se acerca más a las coordenadas actuales que la información original.
- Área de visualización de resultados: Localizada en la parte derecha de la aplicación, nos permite seleccionar entre las diferentes soluciones de la ejecución del algoritmo, así como ver los datos asociados a dichas soluciones, correspondiendo con el genotipo de las mismas. También es posible modificar los elementos representados sobre el mapa, los diferentes tipos de marcadores que deseamos mostrar y la distancia entre ellos.

Una vez explicado la estructura básica con la que se ha diseñado la aplicación, pasaremos a la ejecución de las pruebas y al posterior análisis de los resultados.

4. Análisis de los Resultados

4.1. Introducción

En capítulos anteriores, se ha descrito un procedimiento por el cual pretendíamos realizar un estudio de la cartografía histórica. Dicho método, utilizando algoritmos evolutivos debía de ser capaz de calcular las transformaciones necesarias sobre cualquier mapa histórico, para conseguir el mínimo error al compararlo con los datos actualizados y de mayor precisión.

Para comprobar la efectividad del procedimiento, se ha realizado una batería de ejecuciones, sobre algunos de los mapas del Atlas Geográfico de España, realizados por Tomás López, más específicamente sobre los mapas de:

- Andalucía
 - Reyno de Córdoba
 - Reyno de Jaén
 - Reyno de Murcia
- Corona de Aragón
 - Reyno de Aragón
 - Principado de Cataluña
 - Islas Baleares
- Provincia de Extremadura

Como uno de los objetivos del proyecto es comprobar si algún algoritmo se comporta de manera más eficiente que los demás en éste problema específico, las pruebas se realizarán utilizando los siguientes algoritmos:

- msPESA (Márquez, et al., 2006)
- NSGAI (Deb, et al., 2002)
- HVSEA (Márquez, et al., 2011)

Las condiciones sobre las que se han ejecutado los algoritmos son las siguientes:

- Cálculo de 50000 evaluaciones para una población de 100 individuos.
- Poblaciones externas de 10 individuos.
- Probabilidad de cruce del 90%.
- Probabilidad de mutación del 10%.

Con esto se pretende comprobar la viabilidad de utilizar éste procedimiento, analizando la validez de los resultados obtenidos, así como averiguar si alguno de estos algoritmos se comporta de manera más eficiente respecto a los otros en éste problema determinado.

A la hora de estudiar los resultados, se realizará un análisis personalizado para cada uno de los mapas disponibles, realizando en primer lugar un estudio de los datos originales para intentar predecir cuales será los resultados que se obtendrán una vez ejecutado los

algoritmos. En éste primer análisis nos fijaremos en características básicas de los datos de entrada, como por ejemplo el número de poblaciones de las que se dispone o si la distribución de las mismas es uniforme.

A continuación se analizarán los resultados obtenidos con cada uno de los algoritmos, para ello se calculará el Frente de Pareto que nos dará las soluciones no dominadas, y cuyos resultados se verán expuestos tanto en una tabla resumen, como en una gráfica, para poder identificar rápidamente las mejores soluciones.

Acto seguido, se hará una comparativa entre los algoritmos para comprobar cuál de ellos se ha comportado mejor en cada uno de los mapas.

Finalmente, cuando todos los datos hayan sido analizados, se realizará una última comparativa tanto para ver cuál es el mapa que mejores resultados ha obtenido, como para comprobar si es indiferente la elección de un algoritmo sobre otro a la hora de efectuar los cálculos, o por el contrario, existe algún algoritmo que en la mayoría de los casos ofrezca un resultado significativamente mejor.

4.2. Resultados

4.2.1. Corona de Aragón

Reyno de Aragón

Los datos sobre el Reyno de Aragón cuentan con un total de 498 localidades, esto lo convierte en uno de los conjuntos de datos más completos de los que disponemos.

Como consecuencia directa, al ser tan numerosas las localidades que tenemos que tratar, dificulta de manera proporcional la obtención de una solución satisfactoria, por lo que de antemano se espera que para obtener un error medio bajo, sea necesaria la exclusión de un número de localidades relativamente alto.

Otro aspecto a tener en cuenta al tratar con demasiadas poblaciones, es la dificultad de visualizar directamente sobre el mapa la bondad de las soluciones, pues dicha visualización puede ser caótica si se intentara ver de manera general, por lo que seguramente será necesario ampliar la escala de visualización del mapa, e ir analizando cada zona de manera individual.

Un primer análisis visual, muestra tal y como se puede apreciar en la siguiente imagen, que hay un ligero desplazamiento de las poblaciones hacia la derecha, así como puede apreciarse una mayor densidad de localidades concentradas en la parte superior izquierda, estando el resto más distribuidas sobre el mapa, dando dos posibles vías de actuación al algoritmo, intentar emparejar correctamente un mayor número de poblaciones situadas a menor distancia entre sí, o encajar menos poblaciones pero que estén separadas una mayor distancia entre sí.

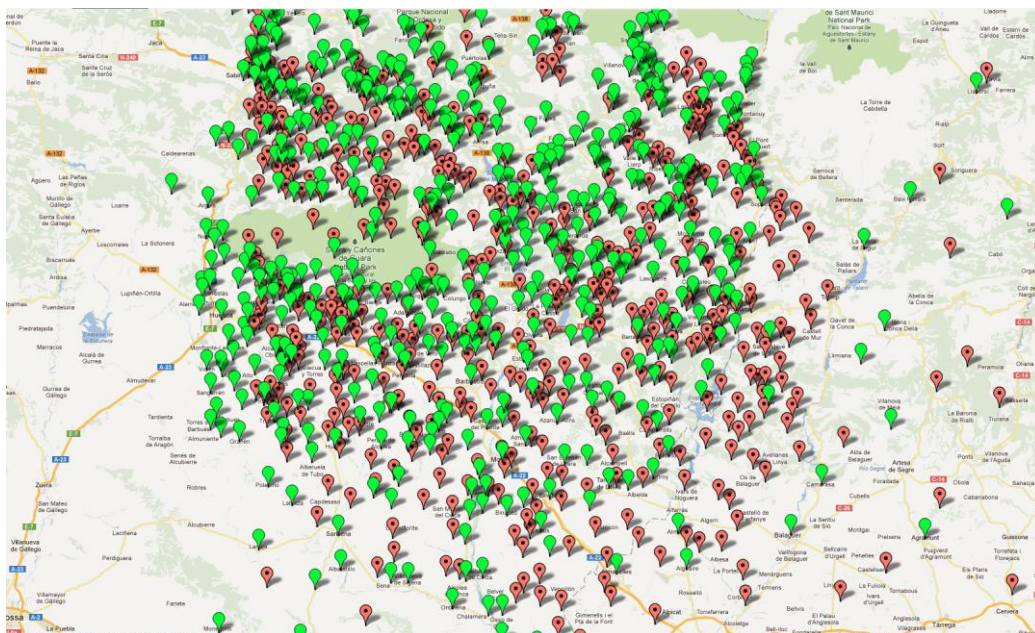


Figura 22 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Reyno de Aragón

A continuación, se muestran los resultados obtenidos con los tres algoritmos para el Reyno de Aragón:

msPESA

En la siguiente tabla podemos observar como algunas de las previsiones se han cumplido, ya que se ha excluido un número relativamente alto de localidades, aproximadamente una quinta parte de los datos de entrada.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	96	13,6342	0.08814	0.017952	0.018019	0.8	0.8
2	97	7.710596	0.08814	-0.13123	0.030849	1.065018	0.8
3	98	6.525751	0.087519	-0.13118	0.01802	1.004505	0.842244
4	102	5.960007	0.08814	-0.13123	0.018019	1.025526	0.912082
5	105	5.840003	0.064849	-0.13403	-0.00933	1.054784	0.940005
6	116	5.670145	0.075942	-0.12074	0.009099	1.013886	0.997813
7	117	5.654286	0.075954	-0.12074	0.009099	1.021811	0.906065
8	123	5.662408	0.081551	-0.11624	-0.00628	0.990895	0.98651
9	126	5.520534	0.085945	-0.11673	-0.01837	1.03297	0.953039
10	132	5.256056	0.094773	-0.12691	-0.02684	1.052539	0.975813

Analizando la gráfica obtenida, destacamos sobre todo la diferencia que produce la exclusión de una población extra, pasando de un error de 13.6 kilómetros a un error de prácticamente la mitad. Este resultado es clave, pues calculando únicamente el error medio sobre las coordenadas obtenidas de los mapas de Tomás López, vemos que el error medio es de 14.5 kilómetros, por lo que salvo la primera solución, en la que no sale rentable excluir tantas poblaciones por mejorar el error medio en un kilómetro, en el resto obtenemos una disminución del error superior al 50%.

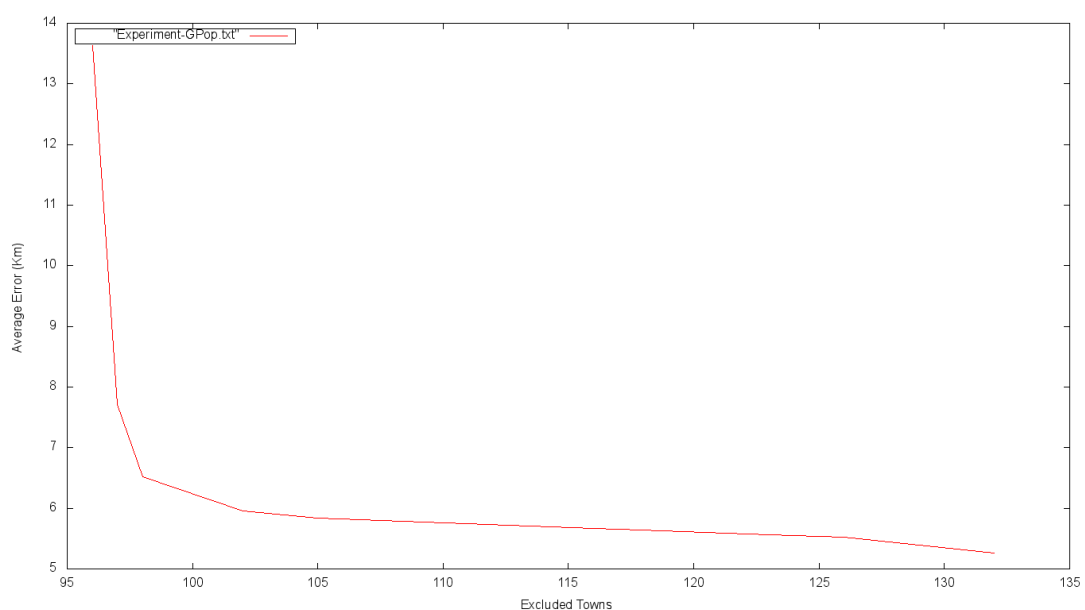


Figura 23 - msPESA sobre el Reyno de Aragón

NSGAI

Los resultados obtenidos tras la ejecución del NSGAI son prometedores en todos los aspectos, puesto que no solo no se ha cumplido la previsión de excluir un número excesivo de poblaciones, sino que el error medio también se ha visto reducido de manera significativa, puesto que la peor solución obtenida está por debajo de la media de soluciones obtenidas utilizando msPESA.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	25	6.457631	0.106087	-0.13866	-0.01278	1.015385	0.991753
2	31	5.97019	0.102716	-0.11275	-0.00205	1.013515	0.955253
3	32	5.943208	0.100423	-0.136	-0.06174	1.055456	0.918081
4	43	5.589603	0.091551	-0.12101	-0.04825	1.018738	0.920608
5	68	5.586712	0.119853	-0.12127	-0.01416	1.052153	0.967475
6	79	5.489602	0.119591	-0.12831	-0.01182	1.052153	0.967475

Gráficamente observamos una curva similar a la obtenida anteriormente, pero en este caso podemos apreciar que la pendiente de la curva es menos pronunciada, ya que las soluciones son más parecidas entre sí, pues las transformaciones realizadas se encuentran en unos rangos muy próximos entre sí.

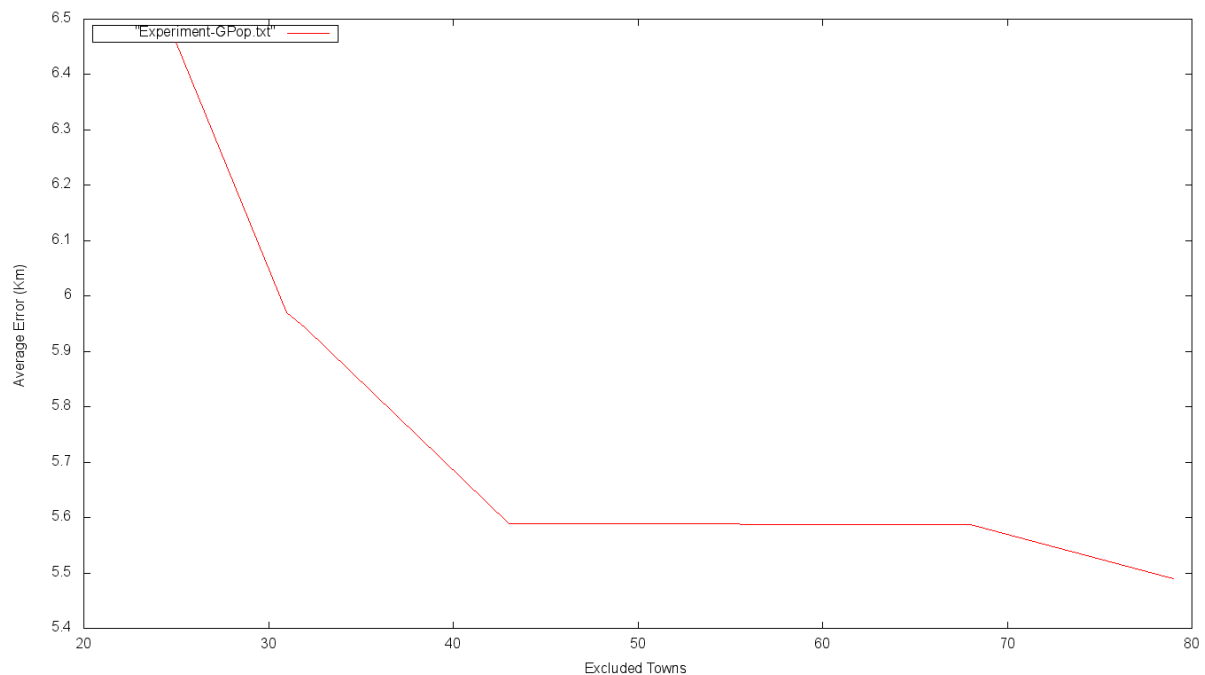


Figura 24 - NSGAI sobre el Reyno de Aragón

HVSEA

Los resultados obtenidos con HVSEA no sorprenden para nada, pues van en la misma línea que los obtenidos con el primer algoritmo, forzándose a excluir demasiadas poblaciones con tal de minimizar el error.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	99	5.77044	0.085155	-0.13605	-0.00731	1.0017634	0.924096
2	103	5.655246	0.084133	-0.121	-0.05189	1.0213155	0.983634
3	112	5.645627	0.067878	-0.11344	0.013759	0.991313	0.93895
4	114	5.383109	0.086737	-0.10758	-0.03916	1.0296775	0.990544
5	195	5.363243	0.075711	-0.13917	-0.01215	1.0326928	0.888926

El dato más destacable de los resultados obtenidos por este algoritmo, es que es el que menor error medio ofrece de los tres, aunque eso es comprensible debido al alto número de localidades excluidas, destacando la quinta solución donde se ha decidido tener en cuenta solamente 3/5 partes de los datos de entrada.

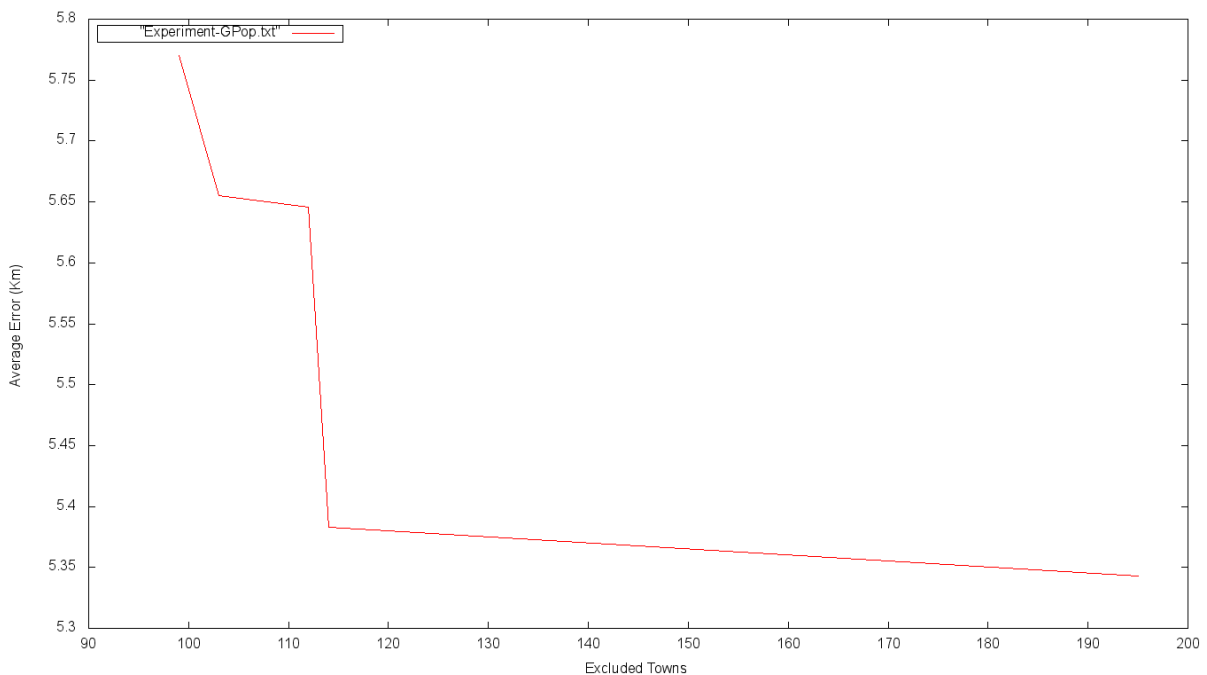


Figura 25 - HVSEA sobre el Reyno de Aragón

En resumen podemos concluir que en mapas en los que haya una gran concentración de poblaciones, es inevitable que se tenga que prescindir de un número relativamente elevado de poblaciones, pero este es un requisito que nos permite obtener una disminución del error superior al 50% con respecto a métodos tradicionales. También cabe destacar la superioridad de NSGAll sobre los otros dos algoritmos, que tendremos en cuenta a la hora de estudiar los resultados de los demás mapas, donde comprobaremos si es un caso aislado,

o responde alguna característica en concreto, como por ejemplo aquellos mapas en los que haya una mayor densidad de poblaciones.

Para terminar el análisis, mostramos unas capturas del programa en las que se aprecia visualmente las transformaciones sobre el mapa.

Como se puede observar en las siguientes capturas, se aprecia perfectamente el desplazamiento comentado al principio, y como las nuevas coordenadas (de color azul) se encuentran en posiciones mucho más cercanas a las coordenadas reales (marcadas de color verde) que las coordenadas extraídas del mapa de Tomás López.

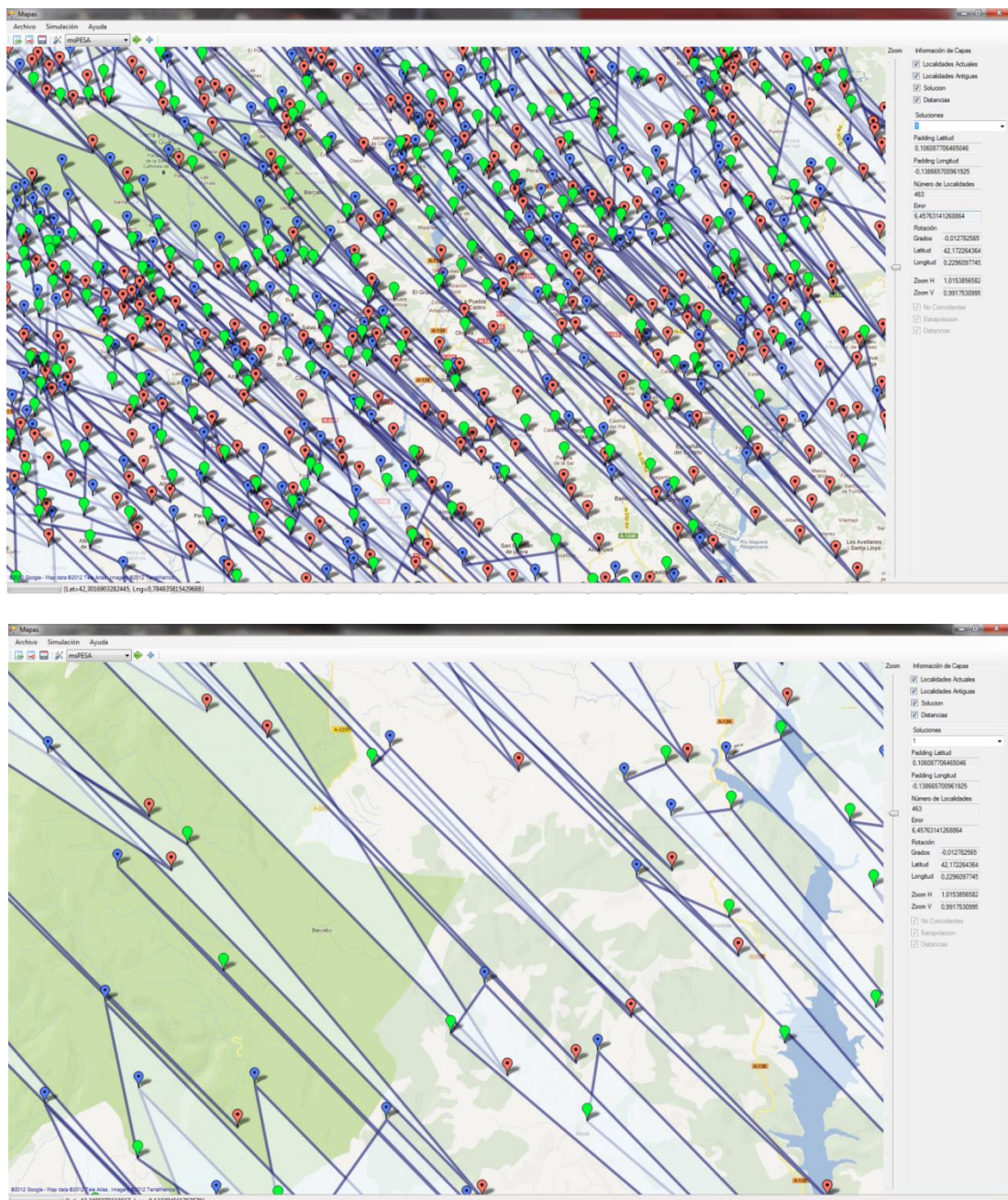


Figura 26 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Aragón

Islas Baleares

En contraposición a los datos analizados hasta ahora, en los que se habían digitalizado un número relativamente alto de poblaciones, de las Islas Baleares disponemos únicamente las coordenadas de 66 localidades, siendo éste uno de los conjuntos de datos más pequeños que se van a analizar.

Estas condiciones ofrecen una ventaja, ya que al ser menor el número de poblaciones con las que se tiene que trabajar, es previsible que los resultados obtenidos tengan un error medio menor que con otros mapas, aunque también se da la posibilidad de que el número de soluciones obtenidas en el frente de Pareto sean menores también.

En un primer análisis visual, destacamos la posibilidad de analizar de manera global todas las soluciones, pues se encuentran en un rango bastante más contenido, lo que nos permite apreciar en la imagen inferior como los datos se encuentran distribuidos de manera más equitativa, lo que en un principio favorece la obtención de buenos resultados.

En cuanto a los propios datos de entrada, se puede apreciar una particularidad: los coordenadas obtenidas del mapa de Tomás López sobre la isla de Mallorca se encuentran en general desplazados ligeramente a la derecha, viéndose claramente este hecho en las poblaciones de la parte inferior de la isla. Por otro lado los datos de Menorca no presentan esta característica, puesto que sus coordenadas se presentan desplazadas de una manera más irregular, pudiendo ser conveniente en un futuro realizar los análisis de las islas de una manera individual para disminuir aún más el error.

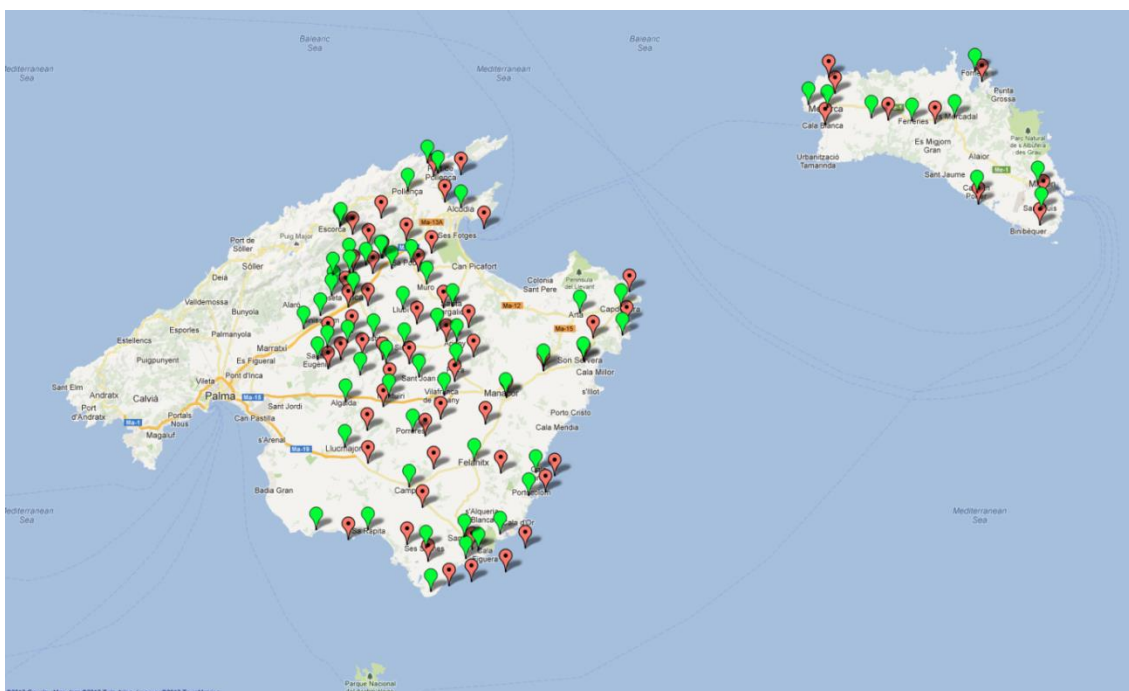


Figura 27 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre las Islas Baleares

Sin más dilación, se muestran los resultados obtenidos con los tres algoritmos para las Islas Baleares:

msPESA

Los resultados obtenidos tras la ejecución se pueden ver en la siguiente tabla, en la que a simple vista destacan dos factores: el pequeño número de soluciones obtenidas en el frente y un error medio bastante bajo.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	2.700308	0.01384	-0.03245	0.000002	0.964885	1.019844
2	2	2.698388	0.02226	-0.02441	-0.02482	0.936021	1.037162
3	10	2.621318	0.01521	-0.02563	-0.01174	0.976314	1.02542

Analizando más detalladamente los resultados, se puede apreciar que las 3 soluciones obtenidas presentan unos resultados muy similares, pues la diferencia entre ellos es inferior a 100 metros.

La cuestión determinante es el número de localidades excluidas para lograr la minimización del error, donde sí destacan las dos primeras soluciones, con las que conseguimos un error medio muy bajo comparándolo con el error inicial, que era de 8.16 kilómetros, obteniendo una mejora del 300%.

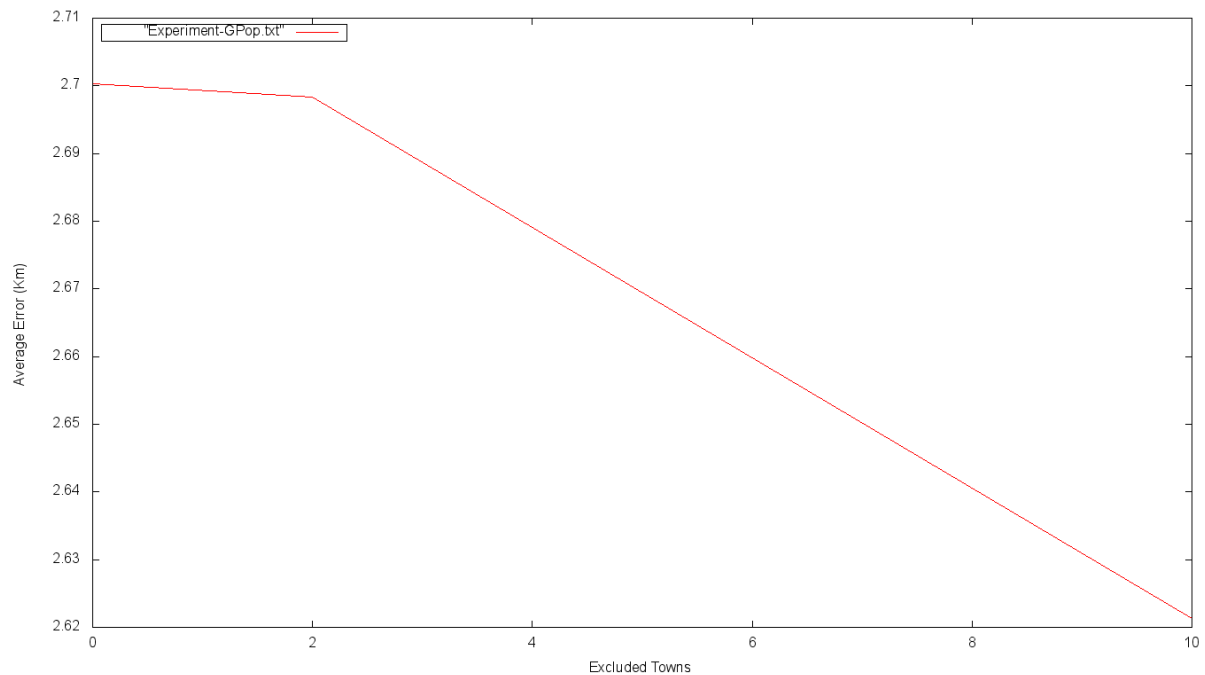


Figura 28 - msPESA sobre las Islas Baleares

NSGAI

Siguiendo el mismo patrón que en el Reyno de Aragón, los resultados obtenidos con NSGAI son mejores que los ofrecidos por msPESA, salvo por un detalle, la cantidad de mejora obtenida, lo cual es debido a las características de los datos de entrada, pues al presentar una menor número de localidades para analizar, el rango de mejora está más limitado con respecto a otros conjuntos de datos. Además debemos tener en cuenta que los datos obtenidos por msPESA son bastante buenos, por lo que era previsible que la mejora fuera menos significativa.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	2.623814	0.01921	-0.02476	-0.00188	0.948103	1.02455
2	3	2.615266	0.02095	-0.02731	-0.00848	0.948613	1.03754
3	8	2.591806	0.01549	-0.01717	0.000006	0.968259	1.03089
4	20	2.581812	0.0224	-0.02281	-0.00375	0.951841	1.03802

Analizando las soluciones, observamos el mismo patrón que con msPESA, es decir, el error medio entre ellas es bastante similar, siendo este incluso menor todavía (menos de 50 metros), destacando solamente las dos primeras soluciones, puesto que las demás excluyen un número de poblaciones demasiado elevado.

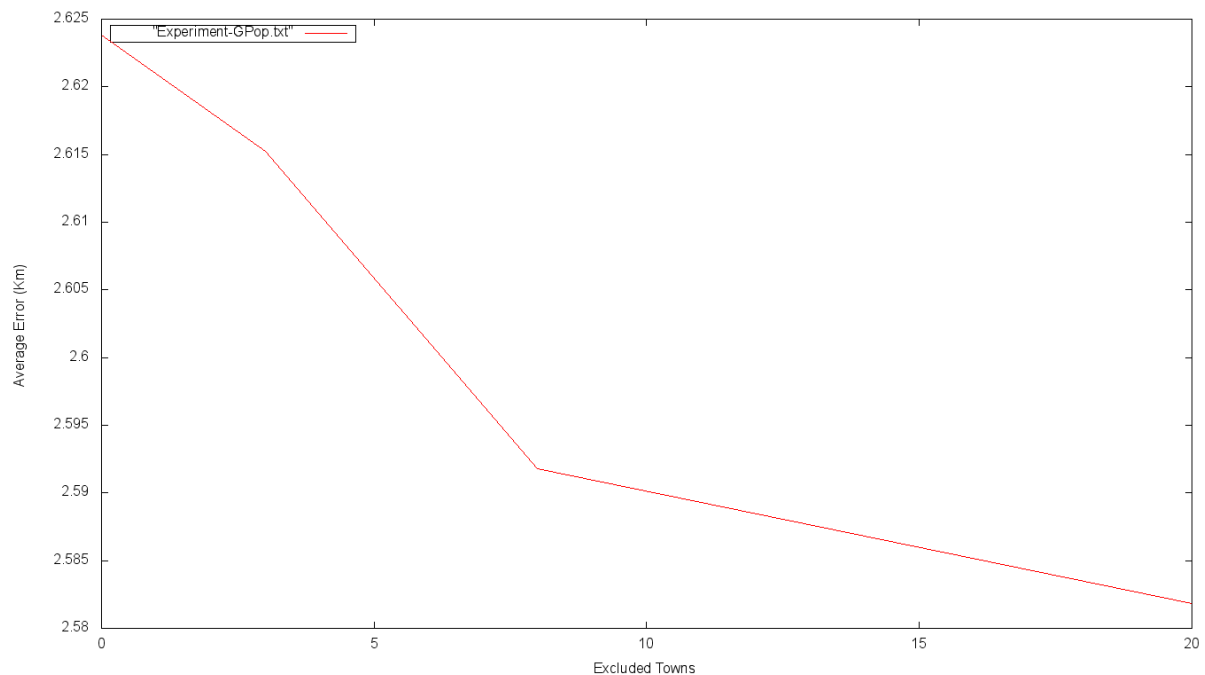


Figura 29 - NSGAI sobre las Islas Baleares

HVSEA

Por su parte, HVSEA nos ofrece unos resultados cuyas características enfatizan las previsiones iniciales, ofreciendo únicamente 2 soluciones a destacar.

Tal y como sucedió anteriormente, los resultados de HVSEA no mejoran en nada con respecto a los otros dos, de hecho, en este caso son ligeramente peores.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	2.762603	0.024467	-0.02912	-0.00606	0.949758	1.045362
2	9	2.682138	0.018053	-0.02435	0.000231	0.960812	1.015298

En un análisis más profundo vemos que la soluciones obtenidas, aunque conservan las mismas características, son en ambos casos peores, pues comparando el número de localidades excluidas, obtenemos un resultado más pobre que con los otros algoritmos.

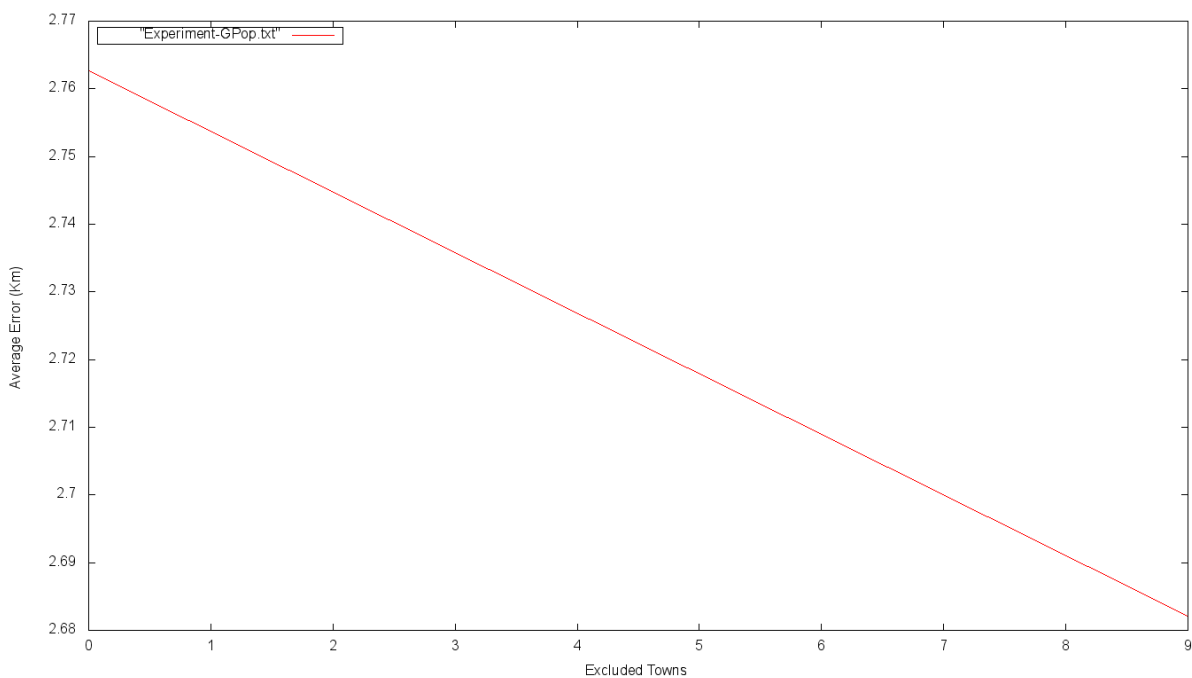


Figura 30 - HVSEA sobre las Islas Baleares

En resumen, las conclusiones sobre estos resultados indican en un primer lugar que, aquellos mapas con un número menor de localidades tienen una predisposición a ofrecer resultados cuyo error medio puede verse reducido de manera importante. También destaca que en los 3 casos el número de soluciones del frente se ve severamente reducido, aunque las soluciones de todos los algoritmos presentan unas características similares, realizando un ligero desplazamiento, con una rotación prácticamente nula junto con un ligero estrechamiento horizontal.

Para terminar el análisis, se muestran unas capturas del programa en las que se aprecia visualmente las transformaciones sobre el mapa.

En la primera destacamos la isla de Mallorca, donde se puede apreciar la mejora obtenida, posicionando los marcadores de la solución, en la mayoría de los casos, más cerca de las coordenadas reales que las coordenadas obtenidas de Tomás López.

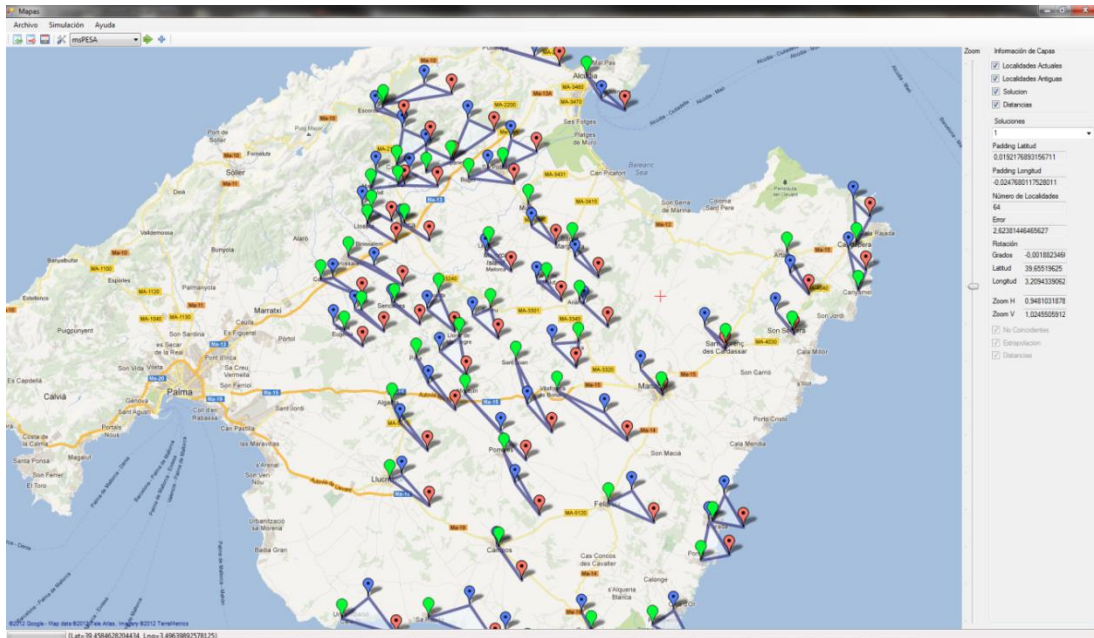


Figura 31 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre la isla de Mallorca

Por el contrario, viendo los resultados de Menorca, no podemos afirmar lo mismo, pero sí podemos confirmar la teoría inicial de que se puede minimizar el error si se realizara un análisis individual de ambas islas.

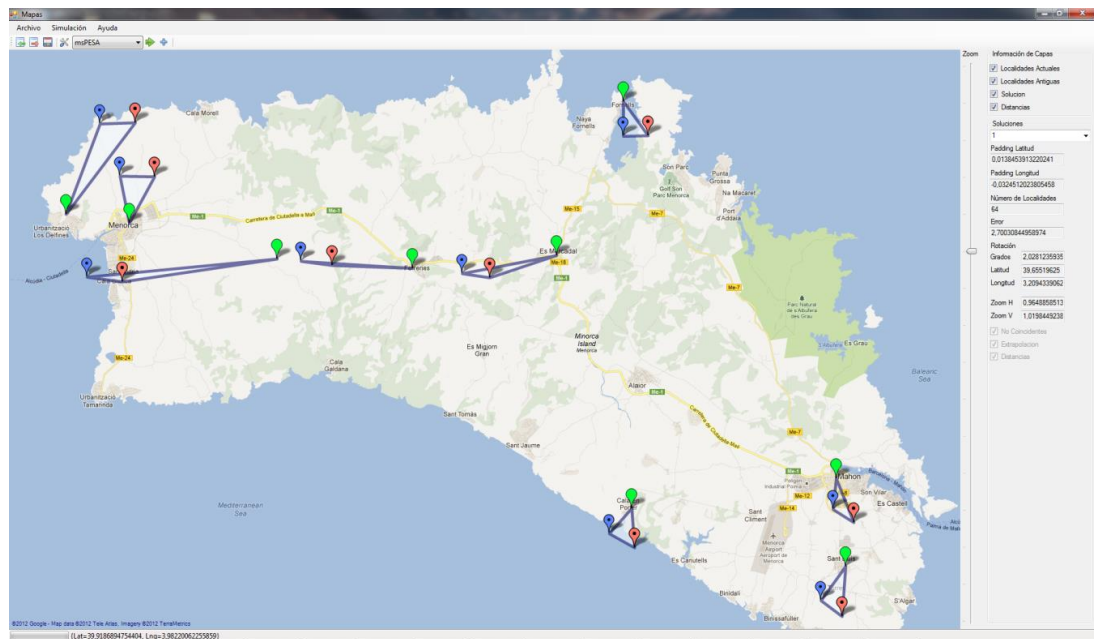


Figura 32 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre la isla de Menorca

Principado de Cataluña

Para el Principado de Cataluña contamos con los datos de 561 poblaciones, siendo éste el conjunto de datos más completo del que se dispone para la realización de éste proyecto.

Dado el alto número de localidades, es de esperar que se produzca un comportamiento similar al que se produjo en el Reyno de Aragón, es decir, la visualización de las soluciones directamente sobre el mapa de manera global puede no ser posible, dada la alta concentración de poblaciones sobre la zona, teniendo que visualizar las zonas por regiones. Además, para la obtención un error medio bajo, será necesario el sacrificio de un número elevado de localidades, que serán excluidas.

En el primer análisis de los datos, que se realiza antes de la ejecución de los algoritmos, se puede observar algunas peculiaridades: en primer lugar destacamos que, mirando las coordenadas actuales, se observa una mayor concentración de poblaciones en la parte superior del mapa, mientras que en los datos recogidos del mapa de Tomás López se puede apreciar que se produce una segunda concentración de localidades en la parte inferior del mapa. Esto produce que, al superponer ambos datos, en la parte superior destaque más los datos actuales, mientras que en la parte inferior no se produce este hecho.

Otro dato a destacar es el grupo de localidades que se encuentra aislado en la esquina superior izquierda de las imágenes. En ellas, se puede apreciar que el error cometido es bastante superior al del resto de localidades, lo que dificultará los cálculos.

También es importante resaltar otra característica de éste conjunto de datos, pues a pesar de que en las imágenes no se pueda distinguir a qué población corresponde cada marcador, utilizando la herramienta podemos discernir que las coordenadas localizadas en la parte izquierda del mapa tienden a estar desplazadas hacia abajo, este hecho es fácilmente comprobable en la imagen en el conjunto de localidades aisladas que hemos comentado anteriormente. Por el contrario, tenemos que las localidades situadas en la parte derecha del mapa, tienden a estar desplazadas hacia arriba, factor que también puede ser observado en las imágenes en las localidades situadas en la parte superior derecha.

Esta característica nueva puede ser beneficiosa para demostrar la eficacia del parámetro de rotación, que en resultados anteriores, su uso ha sido puramente anecdótico, con valores muy cercanos a cero, y que en conjuntos de datos de éste tipo puede marcar la diferencia a la hora de obtener resultados.

Finalmente, podremos comparar los resultados que se calcularán con los obtenidos en el Reyno de Aragón, con el fin de comprobar si las conclusiones que se obtuvieron de dichos cálculos se cumplen con éste análisis, aprovechando que los datos del Principado de Cataluña son los más similares.

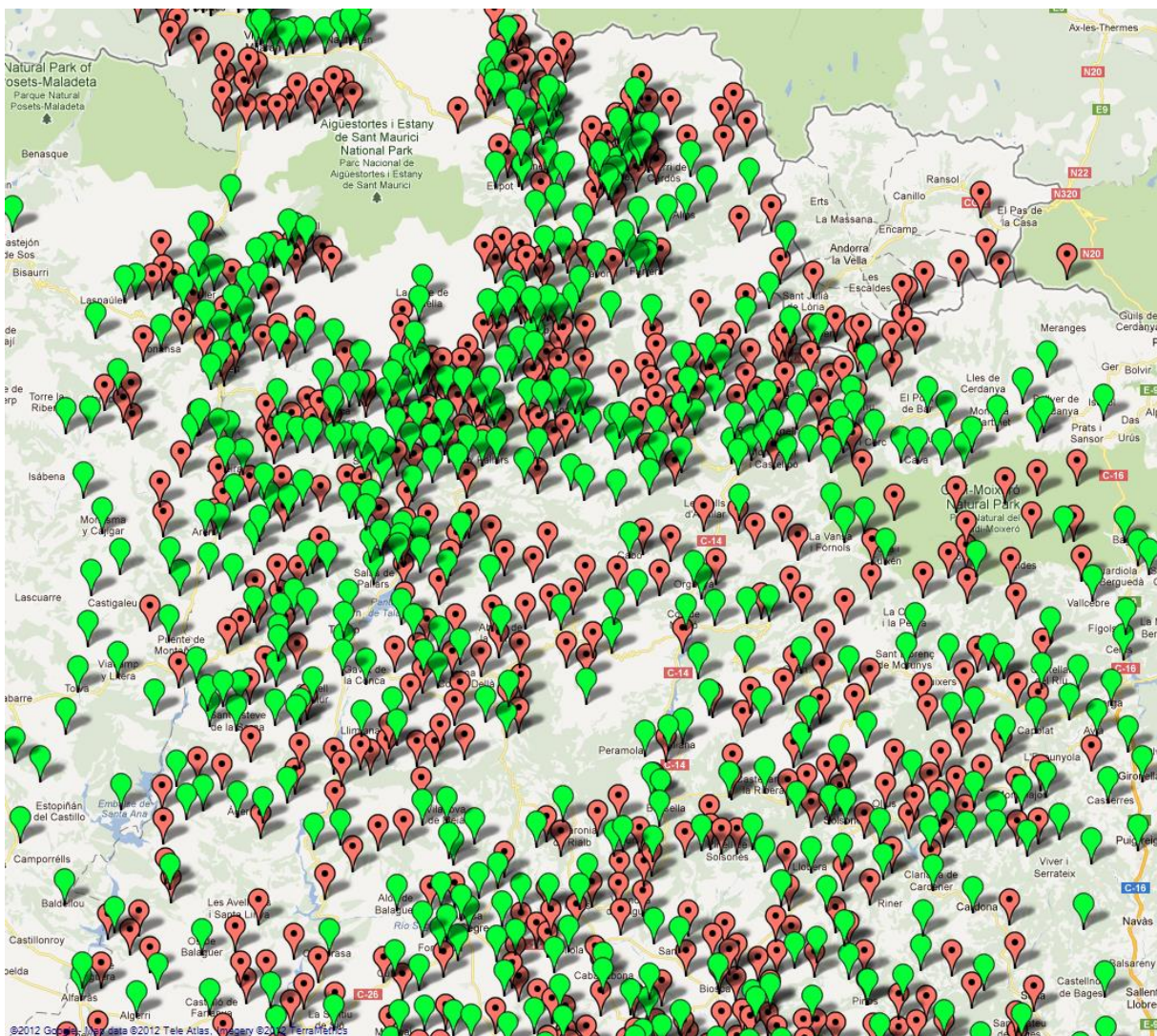
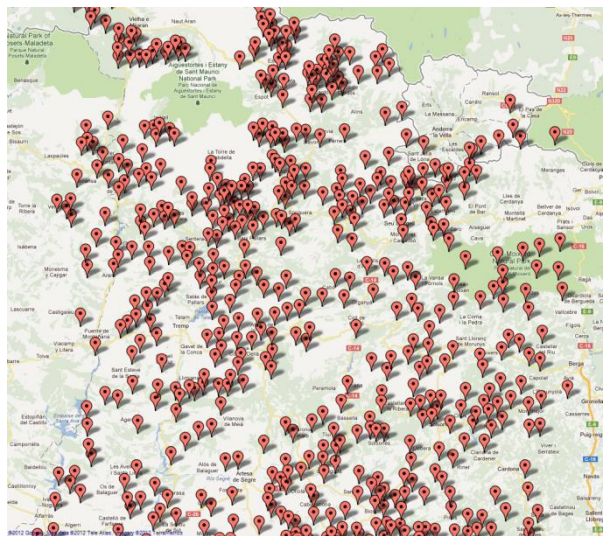
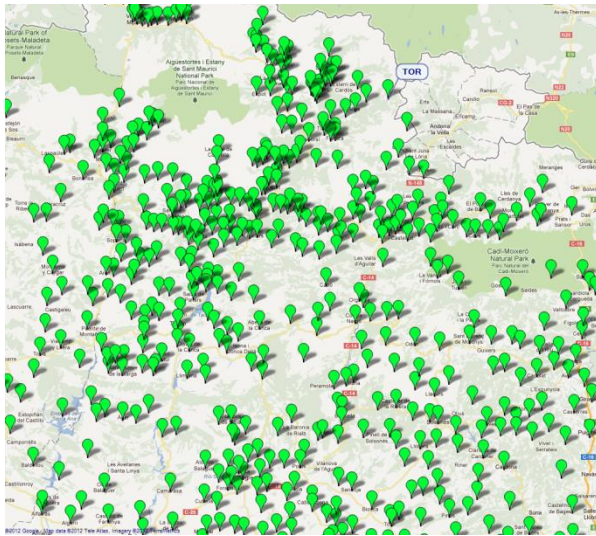


Figura 33 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Principado de Cataluña

A continuación, se muestran los resultados obtenidos con los tres algoritmos para el Principado de Cataluña:

msPESA

A simple vista, vemos que vuelven a cumplirse las expectativas iniciales, pues para minimizar el error es necesario sacrificar como mínimo una cuarta parte de los datos de entrada. Como dato positivo obtenemos un mayor número de soluciones que poder analizar.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	123	7.495458	0.005836	-0.0313	0.099776	0.8	0.963504
2	124	6.175238	-0.00779	-0.02412	0.191026	0.874691	1.033148
3	127	6.08669	0.006662	-0.02215	0.118908	0.893258	0.995987
4	128	5.278377	-0.01759	-0.02488	0.121345	0.9695	1.035833
5	135	5.226931	-0.0269	-0.01	0.114958	0.977267	1.03898
6	136	5.176614	-0.01621	-0.02504	0.121213	0.969898	0.992666
7	138	4.990005	-0.00996	-0.00183	0.093288	0.935438	1.071203
8	139	4.908537	-0.00965	-0.00183	0.093288	0.976513	1.043842
9	142	4.901979	-0.01342	-0.02766	0.088611	0.987052	1.070052
10	147	4.887428	-0.0056	-0.01734	0.124219	0.944281	1.045934
11	148	4.859853	-0.01233	0.00099	0.071635	0.98421	1.08596
12	149	4.808097	-0.00757	-0.01734	0.054697	0.963624	1.039603
13	157	4.79717	-0.02062	-0.01699	0.060039	0.986895	1.051769
14	160	4.747837	-0.02062	-0.01699	0.060039	0.9714	1.039142
15	165	4.653005	-0.01241	-0.01555	0.056937	0.980415	1.085806

En un análisis más profundo de las soluciones, se puede ver que no se produce tanta mejoría como en los ejemplos anteriores, ya que el error medio original es de 8.63 kilómetros, y para poder reducir ese error prácticamente a la mitad es necesario recurrir a soluciones en las que se ha excluido un número relativamente alto de poblaciones.

Sin duda esto es debido a los problemas mencionados en el análisis preliminar, pues en él presentábamos una serie de disparidades que influirían negativamente en los resultados.

A pesar de todo, obtenemos unos resultados positivos, aunque cabe destacar que en la ejecución de éste algoritmo el parámetro de rotación no ha sido tan importante como se hubiera deseado en un principio, aunque su factor ha sido ligeramente más utilizado que en ejecuciones anteriores, sobre todo en las primeras soluciones, aquellas con menos localidades excluidas.

Destaca también la disparidad de los parámetros en las diferentes soluciones, mientras que en las primeras se tiende a reducir la escala de las soluciones, en las últimas no se produce

este cambio, lo que da que pensar en la posibilidad de que existan principalmente dos vías a la hora de realizar los cálculos, siendo la primer de ellas intentar encajar el mayor número de localidades en las zonas en las que la densidad es mayor, con lo que conseguiríamos disminuir bastante el error en esas zonas, a expensas de incrementarlo en aquellas cuya densidad no sea tan grande. La segunda vía podría ser ignorar este hecho e intentar encajar las localidades de manera equitativa. En ambos casos los objetivos son contrapuestos, por lo que, por las características del mapa, intentar mejorar por una vía, produce un mayor error en la otra, lo que explicaría la suavidad de la mejora en el error medio.

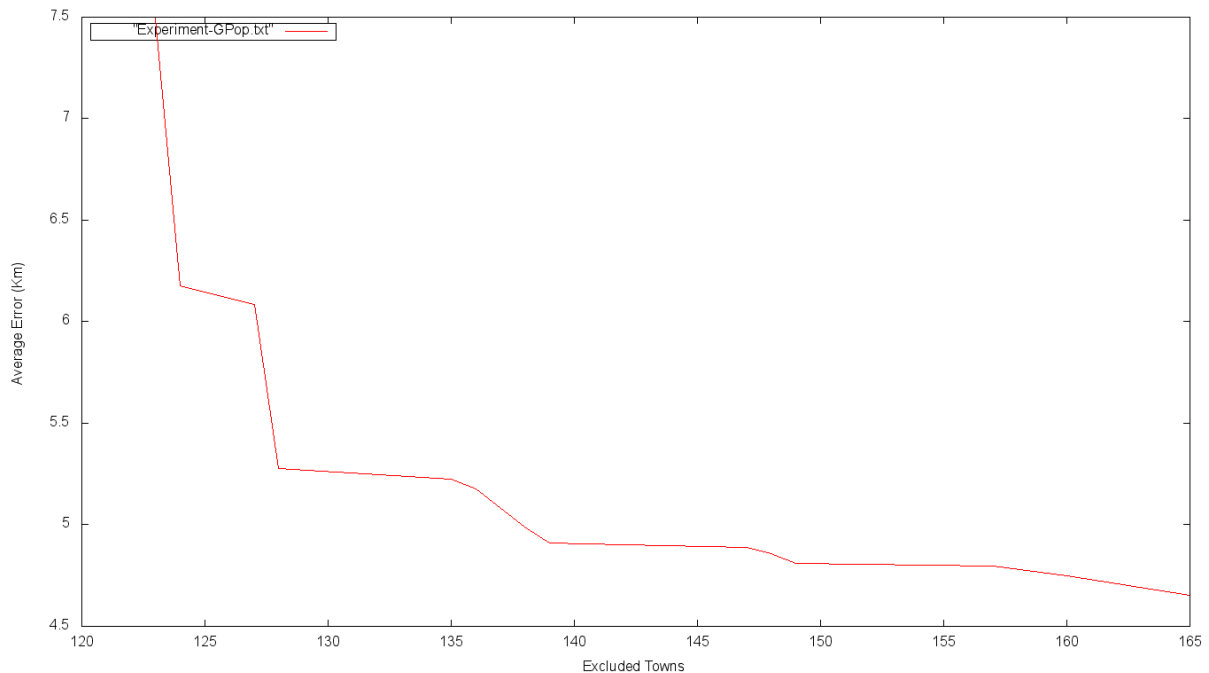


Figura 34 - msPESA sobre el Principado de Cataluña

Por otro lado tenemos la característica de que las poblaciones estuvieran distribuidas de manera diferente a ambos lados del mapa, estando desplazadas hacia abajo en la parte izquierda mientras que en la derecha estaban desplazadas hacia arriba. Aunque el parámetro de rotación podría haber sido la clave, los resultados no lo demuestran en este caso, quizás sea debido a que dicho parámetro produce cambios demasiado drásticos en las poblaciones exteriores, y la mejora producida en las poblaciones más cercanas al centro de rotación se vea mermada por el incremento del error en las más alejadas.

Con los dos próximos algoritmos se espera confirmar estas teorías, especialmente si el algoritmo NSGAI se comporta mejor ante conjuntos de datos más grandes y si es capaz de aprovechar mejor el parámetro de rotación.

NSGAI

Efectivamente, tal y como sucedió con el análisis del Reyno de Aragón, los resultados obtenidos con NSGAI son superiores a los obtenidos con msPESA, no tanto en la disminución del error medio producido, pues en ese aspecto los resultados son similares en ambos algoritmos, sino en la capacidad de NSGAI de alcanzar unos valores similares sacrificando muchas menos localidades.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	38	7.05326	0.00846	-0.0321	0.140882	0.8	1.105094
2	39	6.22199	-0.00992	-0.04773	0.114413	0.975823	0.979755
3	45	5.81833	-0.01237	0.03875	0.121053	0.895746	1.126054
4	47	5.74458	-0.01005	-0.03846	0.145549	0.895746	1.126054
5	59	5.66209	-0.01089	-0.0349	0.14416	0.941184	1.049542
6	61	5.64302	-0.01283	-0.04631	0.140127	0.932893	1.078431
7	62	5.60847	-0.00374	-0.03198	0.154278	0.939365	1.120019
8	66	5.36867	-0.01619	-0.03488	0.112139	0.960913	1.164371
9	78	5.23296	-0.00555	-0.03166	0.117396	0.96886	1.037078
10	132	5.22599	-0.00708	-0.01558	0.124951	0.981509	1.09644
11	154	4.79635	-0.01889	-0.03025	0.114578	0.971907	1.126169

Analizando la gráfica vemos una reducción considerable del error medio, y lo más importante, vemos un aprovechamiento más eficiente del parámetro de rotación, pues en general los valores que muestra son más pronunciados que con msPESA, y es posible que ésta sea la causa de la mejoría de los resultados. También destaca que el escalado conserva las mismas propiedades que con msPESA, siendo más pronunciado en las primeras soluciones, seguramente debido a las mismas causas.

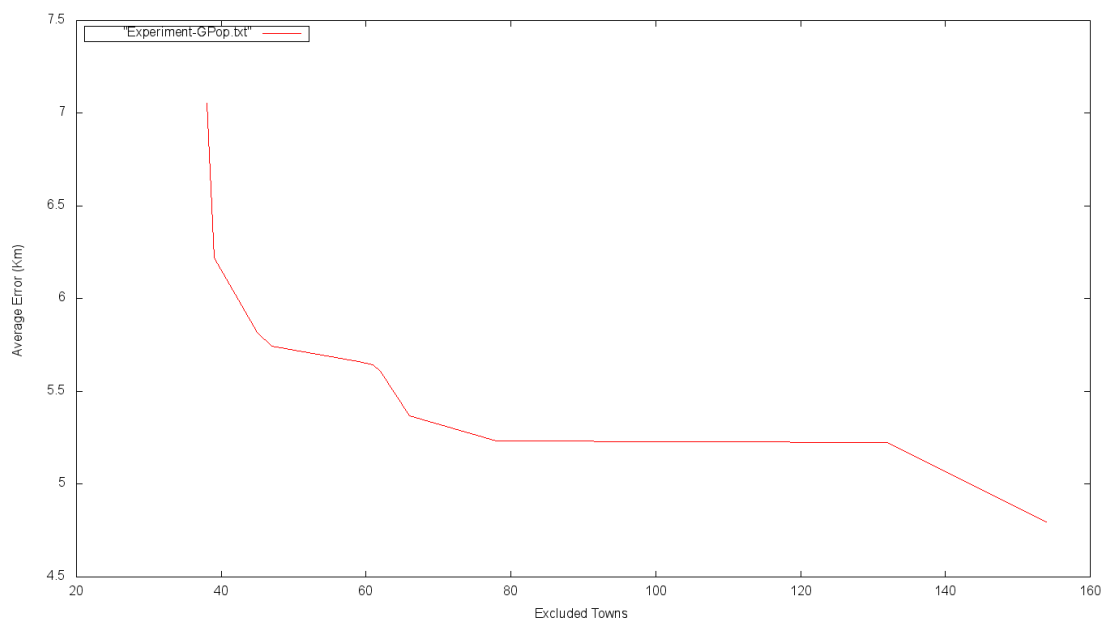


Figura 35 - NSGA-II sobre el Principado de Cataluña

HVSEA

Por su parte, HVSEA no ofrece unos resultados más similares a los aportados por msPESA que NSGAI, repitiendo el mismo patrón que en análisis anteriores.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	120	5.717248	-0.00487	-0.01324	0.098963	0.924428	0.986335
2	121	5.598971	-0.00194	-0.04531	0.097347	0.969037	1.082606
3	126	5.588943	-0.00795	-0.01303	0.061929	0.973104	0.997818
4	133	5.56049	0.003559	-0.01645	0.082648	0.921349	1.03129
5	135	5.479965	-0.00522	-0.02031	0.063787	1.015016	1.111864
6	136	5.370209	-0.01144	-0.03606	0.079672	0.994365	1.05127
7	139	5.142316	-0.01165	-0.02793	0.129757	0.944198	1.084685
8	141	5.031537	-0.01926	-0.04108	0.114254	1.011466	1.076782
9	142	4.934864	-0.01307	-0.01701	0.100749	1.012051	1.078775
10	145	4.892592	-0.01679	-0.02021	0.092134	0.973442	1.148827
11	152	4.805156	-0.00885	-0.02387	0.095362	0.949287	1.076853
12	158	4.726498	-0.01180	-0.02178	0.094806	0.939798	1.083054

De las soluciones destacamos nuevamente como la diferencia en el error medio vuelve a estar más delimitada que con los otros algoritmos. Por ello podemos afirmar que las primeras soluciones son superiores a msPESA, mientras que las últimas son equivalentes.

También podemos deducir que, al igual que con msPESA, HVSEA no ha sabido aprovechar adecuadamente el factor de rotación.

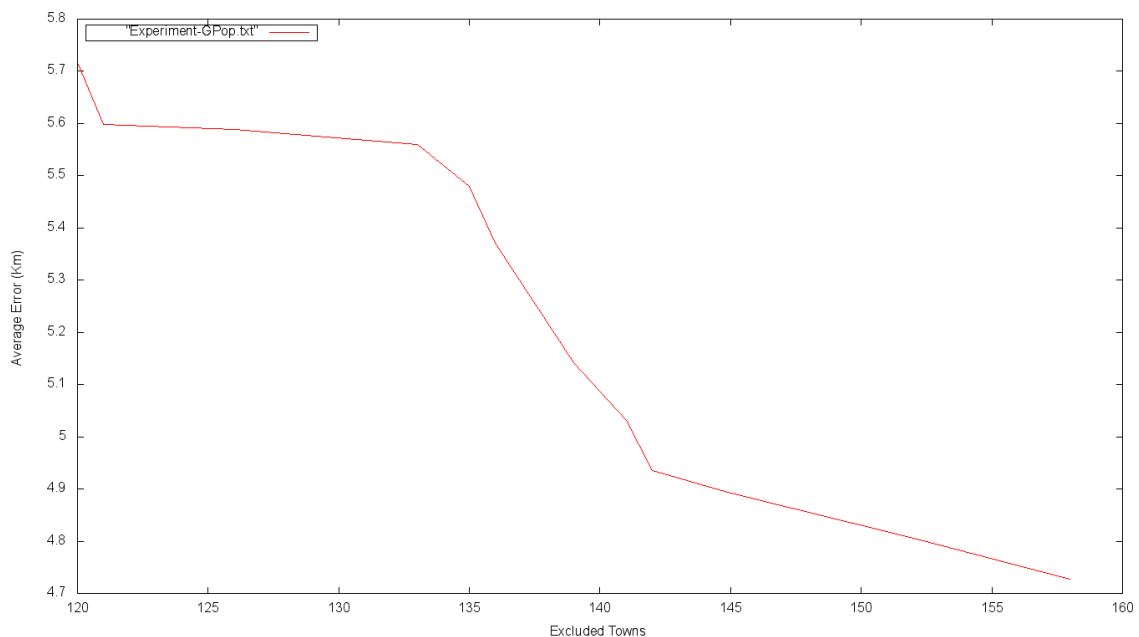


Figura 36 - HVSEA sobre el Principado de Cataluña

En resumen podemos obtener unas cuantas conclusiones, en primer lugar se ha podido observar como NSGAI se ha comportado de manera más eficiente que los otros dos algoritmos en todos los aspectos. Por ahora podemos afirmar esto de aquellos conjuntos de datos con mayor número de localidades, pues en las Islas Baleares la mejora no es lo suficientemente significativa para ser tenida en cuenta.

El siguiente paso es comprobar si estas afirmaciones se cumplen para el resto de mapas que todavía faltan por ser analizados, en cuyo caso podremos ampliar la afirmación indicando que en general, NSGAI ofrece mejores resultados para el análisis de mapas históricos.

En segundo lugar se quiere demostrar la utilidad de incluir el parámetro de rotación en los cálculos. Visualizando la solución producida por NSGAI de manera global en la imagen de abajo, podemos apreciar claramente la influencia de éste parámetro, ya que aunque no se distinga perfectamente las soluciones, se puede apreciar un efecto de ciclón en la representación de dichas soluciones, lo que demuestra visualmente la utilidad de dicho parámetro.

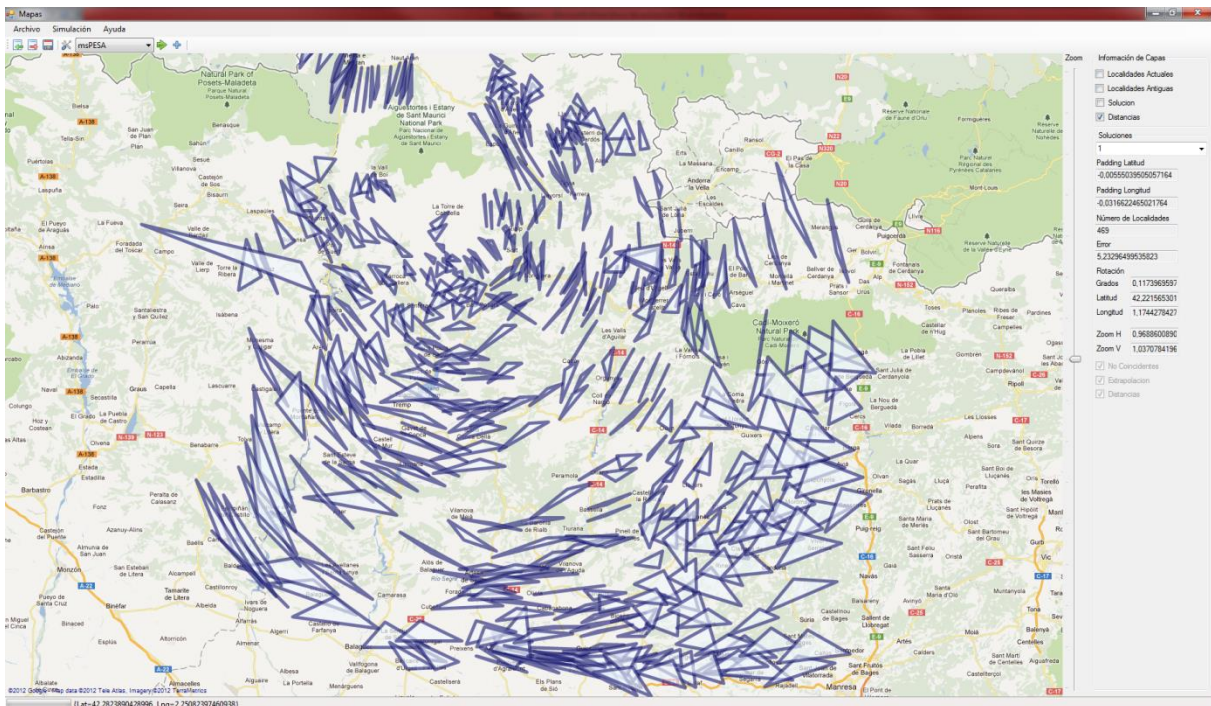


Figura 37 - Visualización de los efectos del parámetro de rotación sobre el mapa de Cataluña

Esta misma imagen muestra la disparidad de los datos de entrada, pues ha decidido centrarse más en los datos de la parte izquierda, obviando más los de la parte derecha, pudiendo apreciar claramente como la triangulación en esa zona muestra zonas más amplias que en la parte izquierda.

EN las soluciones también destaca visualmente las localidades de la parte superior izquierda, que habían sido remarcadas en un primer análisis, y que son un punto de inflexión a la hora de realizar los cálculos dependiendo de si darles más importancia o no, así unas soluciones

se centran más en minimizar el error en esas zona, mientras que otras se dedican a minimizar el error en otras, con el consiguiente incremento de la distancia en ésta zona. Obviamente, este efecto no se produce solamente aquí, simplemente es destacado ya que al estar más aislado respecto a otras soluciones, es más fácil de visualizar éste efecto.

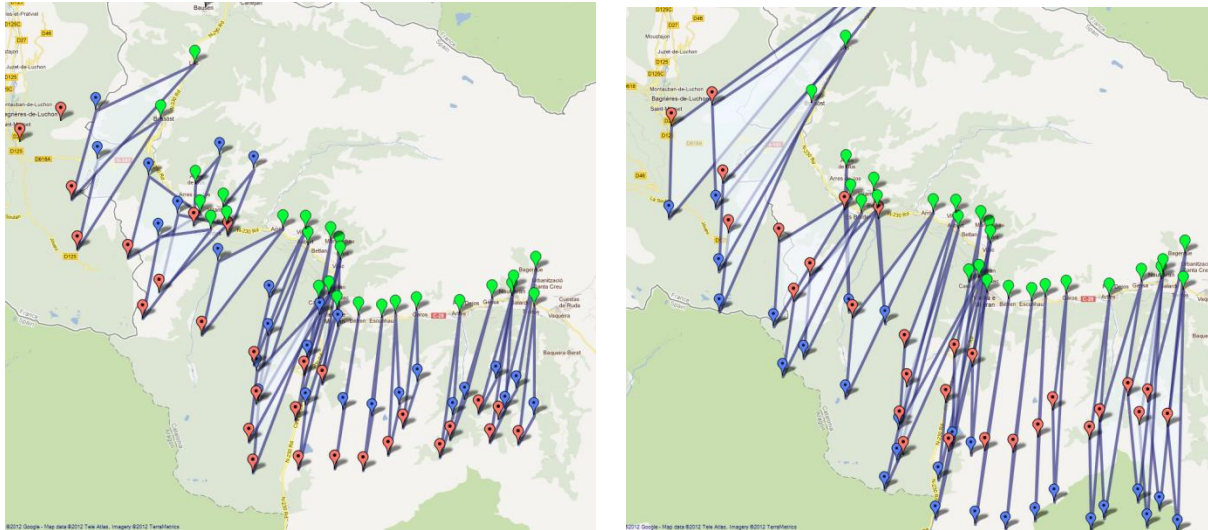


Figura 38 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Cataluña (I)

Finalmente mostramos una captura en la que se ve globalmente el efecto de una de las soluciones, donde en general tiende a acercar las localidades a su situación actual, con respecto a las obtenidas de Tomás López.

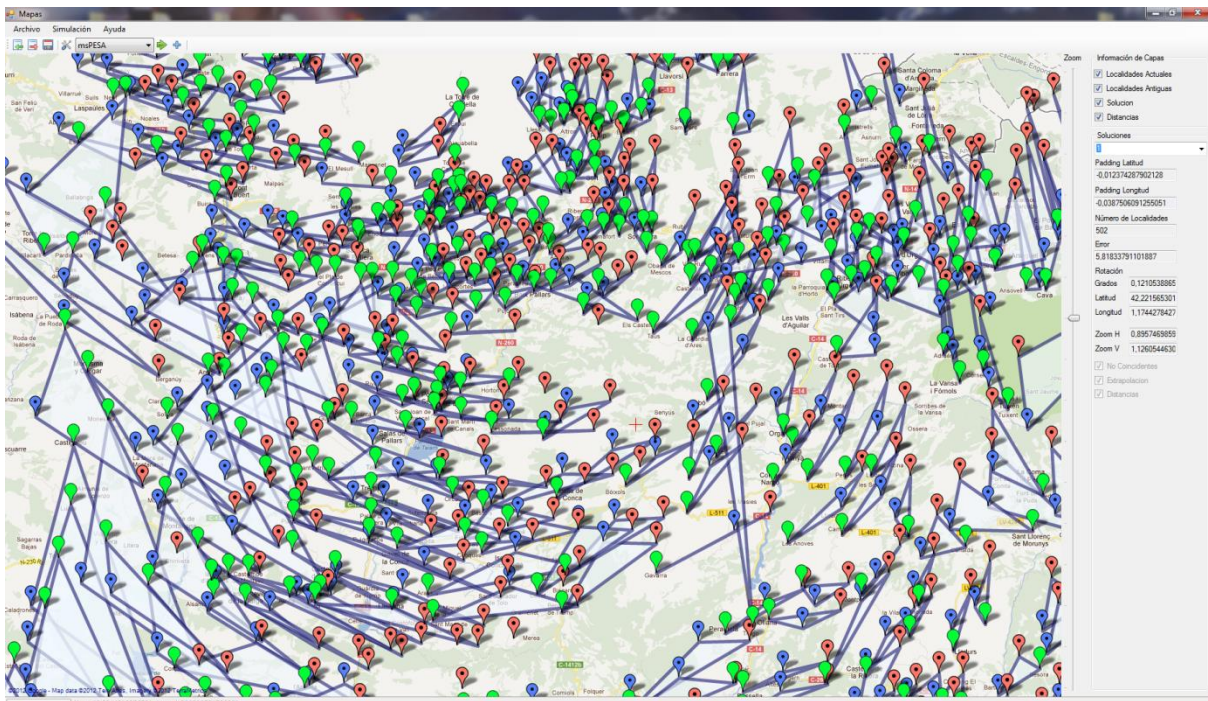


Figura 39 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Cataluña (II)

4.2.2. Andalucía

Reyno y obispado de Córdoba

Con un total de 84 localidades disponibles a la hora de realizar el análisis visual previo, podemos distinguir dos núcleos de poblaciones separados entre sí. A diferencia de mapas anteriores, en éste caso parece ser que ambos grupos comparten algunas características, pues en ambos se presenta un ligero desplazamiento hacia la derecha.

Sin embargo, en un análisis de la imagen un poco más detallado, se puede apreciar que las coordenadas extraídas del mapa de Tomás López, el núcleo de poblaciones inferior se encuentra ligeramente desplazado hacia arriba, característica que no se aprecia en el conjunto de poblaciones de la parte superior. Este hecho afectará de manera negativa, efecto que se intentará paliar con el factor de escalado.

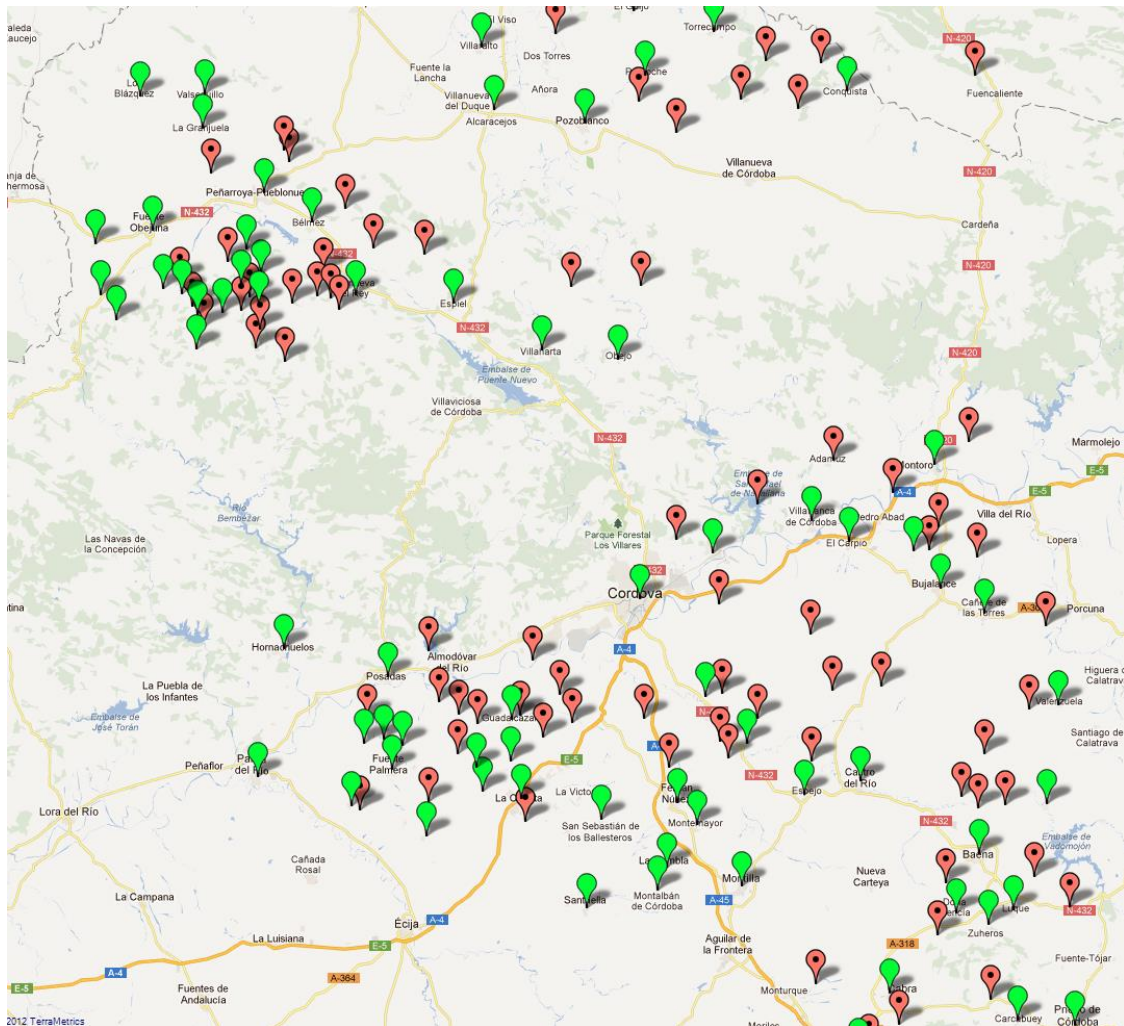


Figura 40 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Reyno y obispado de Córdoba

Ahora mostraremos los resultados obtenidos con los tres algoritmos para el Reyno de Córdoba:

msPESA

Con un error medio inicial de 14.75 kilómetros, los resultados obtenidos utilizando el algoritmo msPESA son bastante satisfactorios. Sin excluir ninguna localidad, ya logra disminuir el error casi 3 kilómetros, pero en la siguiente solución, se logra reducir el error medio a menos de la mitad del error inicial.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	11.79357	-0.03237	-0.03056	0.130281	0.951602	0.894262
2	1	6.392879	-0.04224	-0.0576	0.014222	1.19821	0.987716
3	2	5.90601	-0.05285	-0.05696	0.034361	1.114855	1.15541
4	5	5.860607	-0.03021	-0.06543	0.046502	1.139842	1.083441
5	7	5.788706	-0.04413	-0.0772	-0.00181	1.224537	1.03606
6	9	5.729827	-0.03296	-0.07469	0.006034	1.228593	1.048357
7	10	5.624745	-0.03026	-0.05286	0.007054	1.187125	1.044827
8	12	5.585316	-0.04202	-0.06014	0.016197	1.154083	1.075845
9	14	5.277365	-0.04202	-0.06014	0.016028	1.189251	1.088426

De las soluciones destacamos la homogeneidad entre ellas (excluyendo la primera), hecho fácilmente destacable en la gráfica que se muestra a continuación. De las transformaciones aplicadas solamente destacamos el escalado, que en algunas soluciones llega a ser superior al 20%, dato que en general no suele ser acusado.

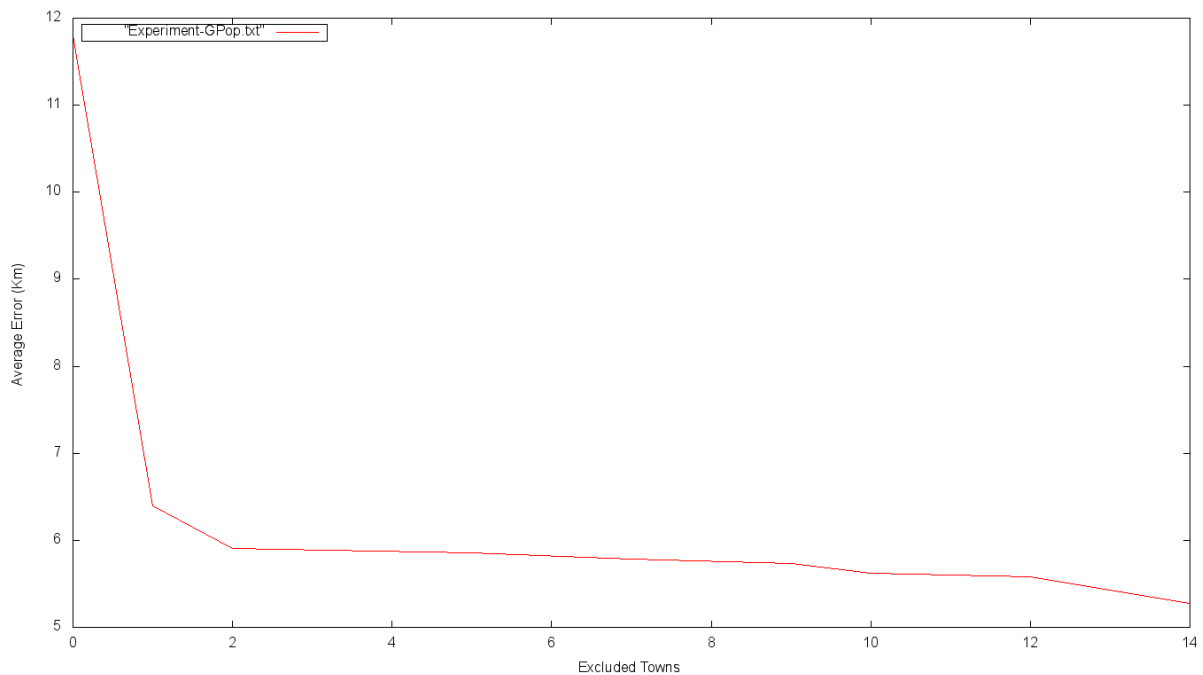


Figura 41 - msPESA sobre el Reyno y obispado de Córdoba

NSGAI

Por su parte, NSGAI nos deja unos resultados ligeramente mejores que los ofrecidos por msPESA, en los que solamente destaca la primera solución en la que no se excluye ninguna localidad, en la que sí se ha logrado una disminución considerable del error.

El resto de soluciones ofrece una ligera mejora al compararlos con su equivalente de msPESA, salvo la última solución que claramente es peor.

Analizando las transformaciones empleadas, vuelve a destacar el escalado, siendo el menos utilizado la rotación, en la misma línea que los resultados anteriores.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	5.875951	-0.04411	-0.07605	0.045141	1.120673	1.074903
2	2	5.821285	-0.03807	-0.07544	-0.0001	1.213366	1.031553
3	5	5.672194	-0.04307	-0.07668	0.042928	1.18751	1.03302
4	28	5.504089	-0.04437	-0.09164	0.017971	1.142946	1.016693

De la gráfica solamente podemos destacar el bajo número de soluciones extraídas, ya que la minimización del error obtenida entre ellas es muy parecida para ser realmente apreciable.

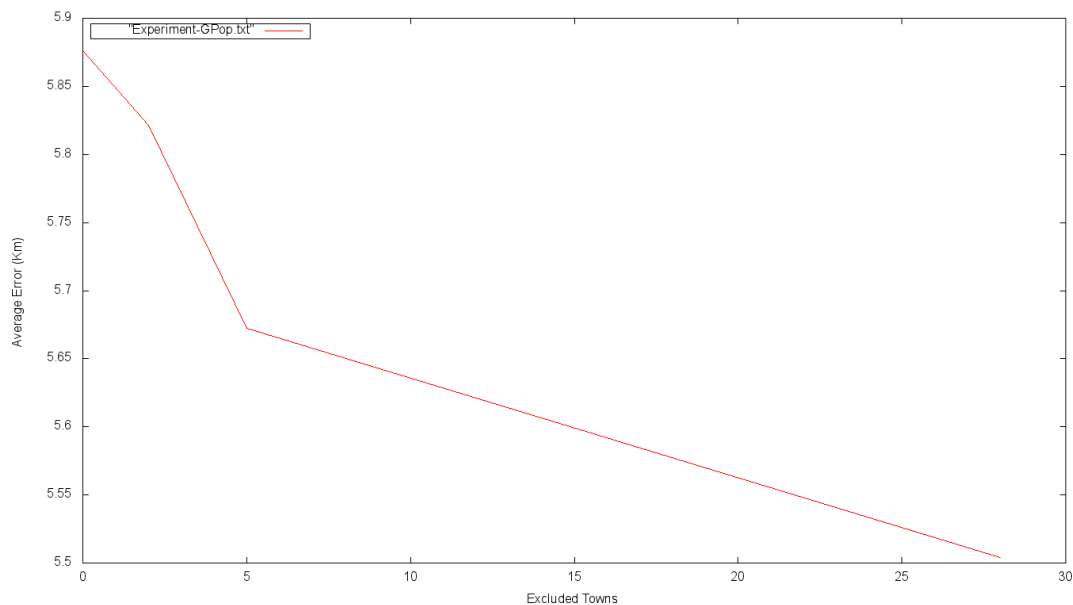


Figura 42 - NSGA-II sobre el Reyno y obispado de Córdoba

A pesar de que en general estos datos son ligeramente mejores que los obtenidos con msPESA, no son suficientes para proclamar la superioridad de NSGAI sobre msPESA en este tipo de problemas, por lo que será necesaria la comparación con los restantes mapas para confirmar esta teoría.

HVSEA

Siguiendo los pasos de ejecuciones anteriores, HVSEA nos ofrece unos datos muy similares a los obtenidos por los otros dos algoritmos, más cercanos a los de msPESA que a los de NSGAI.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	6.660457	-0.06292	-0.0551	0.034667	1.120471	1.149098
2	1	6.59893	-0.05895	-0.04288	0.066791	1.139349	1.065119
3	2	5.894693	-0.03303	-0.08249	0.026567	1.174465	1.057755
4	8	5.422289	-0.03858	-0.0434	0.053669	1.154435	1.134797

De la gráfica solamente podemos remarcar que sigue una curva similar a los resultados obtenidos por NSGAI, demostrando únicamente la concordancia de las soluciones obtenidas por todos los algoritmos.

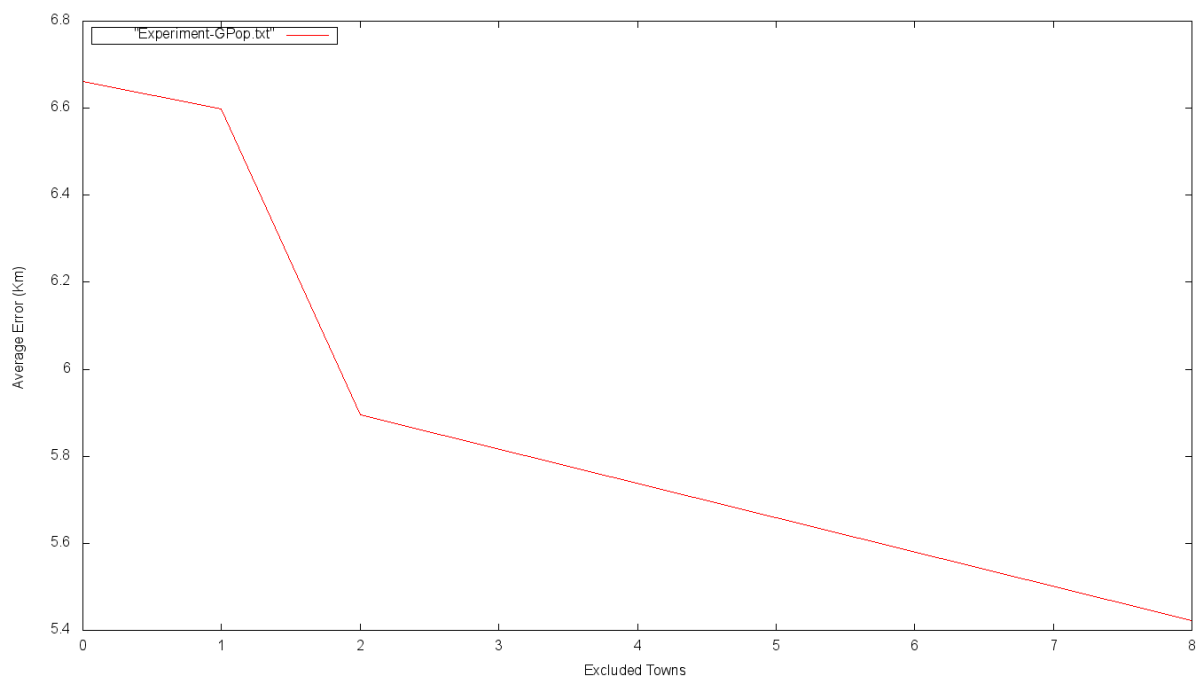


Figura 43 - HVSEA sobre el Reyno y obispado de Córdoba

Como conclusión podemos deducir que ante conjuntos de datos no demasiados grandes, también podemos obtener una minimización significativa del error. En este caso se debe a que los datos de entrada eran más uniformes, presentando todos ellos características similares.

Otro dato a tener en cuenta es el número reducido de soluciones del frente, lo que indica que a menor número de poblaciones con las que realizar los cálculos, dispondremos de menos soluciones.

Para terminar se ofrecen unas capturas de pantallas en las que se muestra dos de las soluciones calculadas:

En la primera captura mostramos una visión global de la solución, en ella se aprecia como la mayoría de las poblaciones recalculadas se acercan más a las coordenadas reales, salvo algunas regiones. Destacamos la ciudad de Córdoba, en la que la minimización del error es más que evidente, siendo ésta una ciudad clave, tanto por importancia, como por ser la más cercana al centro de masas.

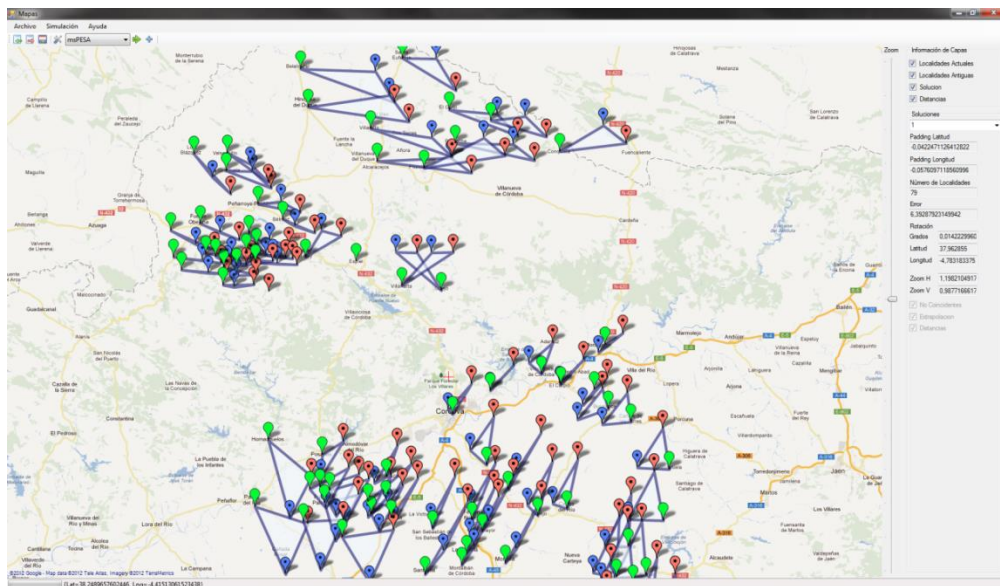


Figura 44 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Córdoba (I)

En la segunda captura podemos ver como la zona próxima a la ciudad de Córdoba obtiene unos resultados más favorables que los obtenidos en aquellas poblaciones un poco más alejadas del núcleo.

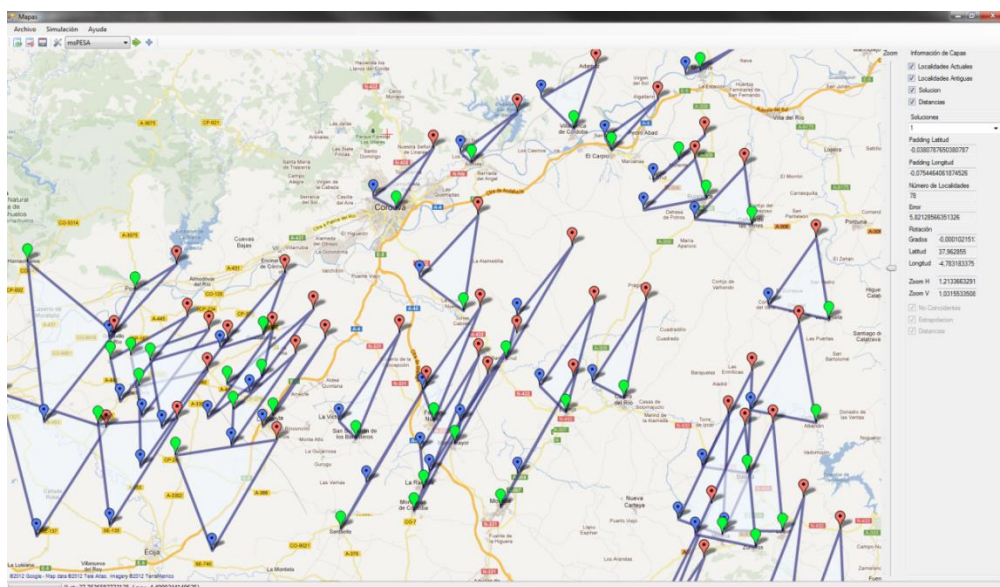


Figura 45 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Córdoba (II)

Reyno de Jaén

Del Reyno de Jaén tenemos las coordenadas de 86 poblaciones. De este mapa destacaremos la distribución de las localidades situadas en la parte derecha del mapa, en los que su emparejamiento con las coordenadas extraídas del mapa original, están claramente más distanciadas entre sí que aquellas situadas en la parte izquierda y central del mapa.

Esta situación nos devuelve otra vez a distinguir entre varios caminos, se puede priorizar la minimización del error disminuyendo la distancia entre las poblaciones más separadas, pero esto conlleva a aumentar ligeramente el error en la mayoría de las poblaciones, o se podría intentar encajar de manera más precisa aquellas poblaciones que se encuentren más próximas entre sí, lo que en un principio parece ser la solución ideal.

Dada esta situación, podemos predecir que las soluciones que presentarán un menor error medio, son aquellas que excluyan principalmente las localidades de dicha zona, cuyo error destaca excesivamente sobre la mayoría de los datos.

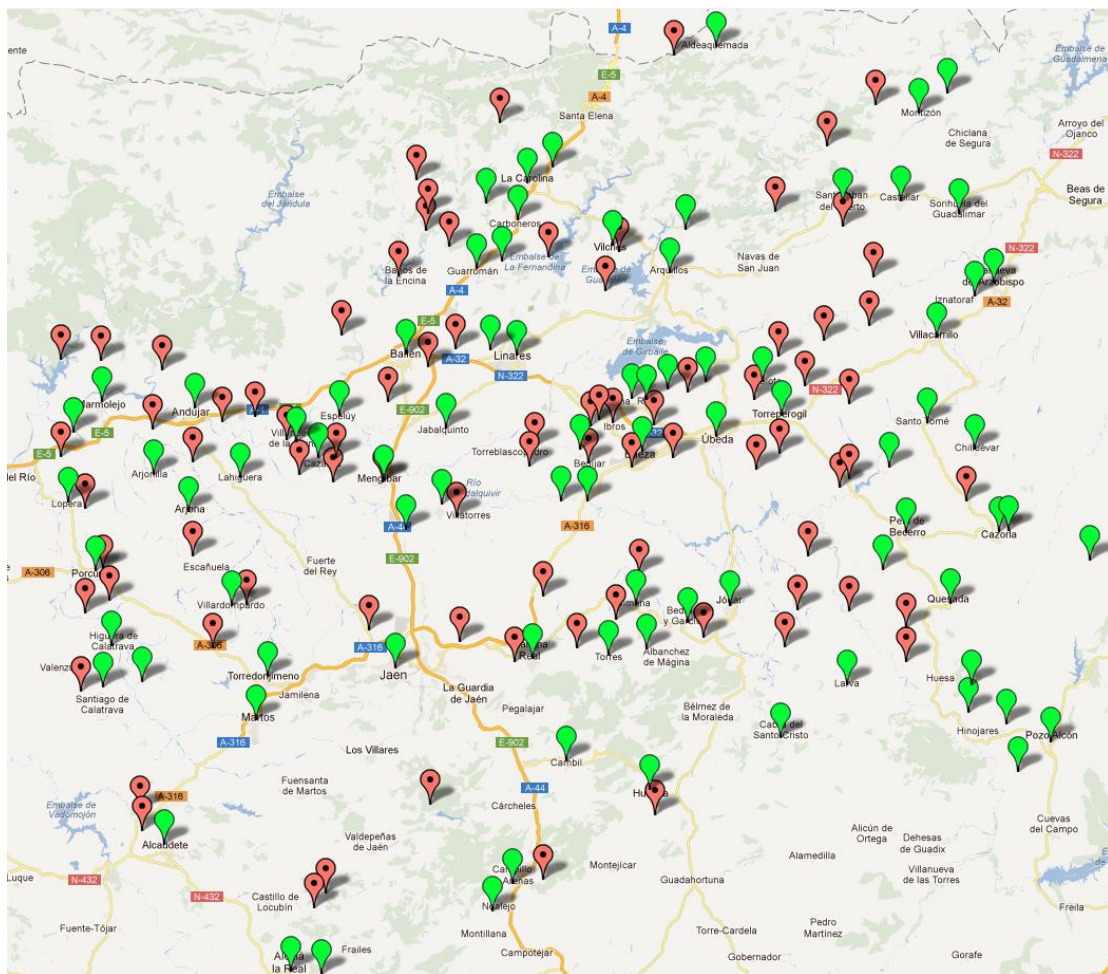


Figura 46 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre el Reyno de Jaén

A continuación se muestra el análisis de los datos obtenidos con los tres algoritmos para el Reyno de Jaén:

msPESA

En los datos obtenidos con msPESA, destaca de manera significativa la primera solución, la cual intenta minimizar el error priorizando las localidades cercanas al centro de masas, lamentablemente el aumento del error en la periferia afecta de manera negativa, impidiendo alcanzar un resultado aceptable, por lo que podemos suponer que se quedó atrapada en un mínimo local a la hora de realizar los cálculos.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	11.35291	-0.01919	0.12472	-0.07884	0.8	0.8
2	1	6.521154	-0.02051	0.085546	-0.09413	1.055714	1
3	2	6.255516	-0.02051	0.085546	-0.09413	1.003134	1.028961
4	3	5.492251	-0.02051	0.085546	-0.09413	1.001016	1.146436
5	4	5.355701	-0.01791	0.092933	-0.07953	1.02887	1.122422
6	5	5.22645	-0.02857	0.07215	-0.0436	1.121278	1.154233
7	6	5.180825	-0.01542	0.0656	-0.06811	1.068772	1.143199
8	7	5.136465	-0.00518	0.083271	-0.04246	1.026476	1.135253
9	8	5.059088	-0.02051	0.085546	-0.09413	1.056121	1.16476
10	10	4.966326	-0.0109	0.089968	-0.10618	0.98063	1.049065
11	11	4.89009	-0.02976	0.077913	-0.07178	1.003006	1.120553
12	13	4.69279	-0.00742	0.074373	-0.06769	1.013385	1.086932
13	14	4.623755	-0.01147	0.087659	-0.10194	0.973801	1.081583
14	17	4.682952	-0.01147	0.087659	-0.10194	1.044712	1.153656

Analizando la gráfica, podemos observar cómo va disminuyendo el error de manera progresiva conforme vamos excluyendo aquellas localidades más conflictivas, tal y como se previó inicialmente.

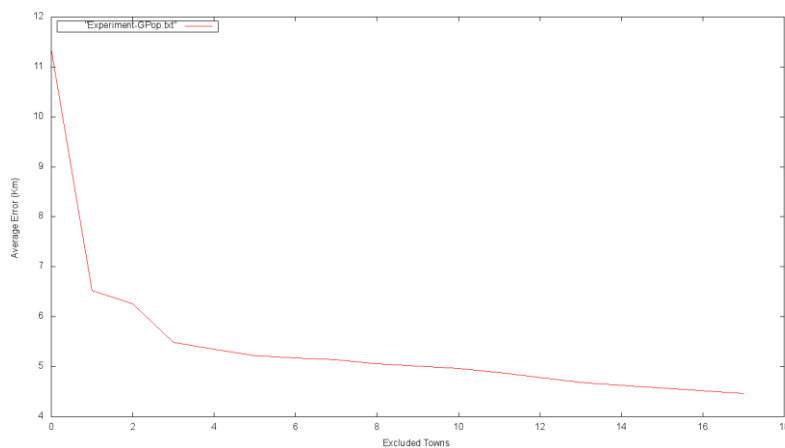


Figura 47 - msPESA sobre el Reyno de Jaén

NSGAI

Por su parte, NSGAI nos ofrece unos resultados más uniformes que msPESA, mostrando un error medio más similar entre las soluciones.

Vuelve a destacar que las soluciones obtenidas con NSGAI son en su mayoría mejores que las calculadas con msPESA, ya que a igual número de localidades excluidas, suele ofrecer un error medio significativamente menor, sobre todo en aquellas soluciones en las que se eliminan menos poblaciones.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	5.959289	-0.01567	0.089647	-0.08402	0.963215	1.093048
2	1	5.609261	-0.01646	0.088723	-0.07985	1.020041	1.175839
3	2	5.574982	-0.02279	0.073681	-0.08351	1.051806	1.134047
4	3	5.573652	-0.01512	0.089309	-0.11426	1.004414	1.12261
5	5	5.55581	-0.01796	0.092435	-0.0904	1.029071	1.084056
6	6	5.256146	-0.0173	0.088318	-0.09594	1.038287	1.188797
7	8	5.093005	-0.02367	0.071786	-0.08169	1.029014	1.14824
8	17	5.070718	-0.04224	0.093013	-0.00363	1.187353	1.16044
9	19	4.533728	-0.01488	0.081621	-0.09512	1.035437	1.175315

Viendo la gráfica, podemos apreciar la poca diferencia de error entre algunas de las soluciones, presentando algunos segmento casi horizontales, destacando aquel que corresponde a las soluciones 7 y 8, donde para conseguir una mejora mínima, es necesario sacrificar el doble de poblaciones.

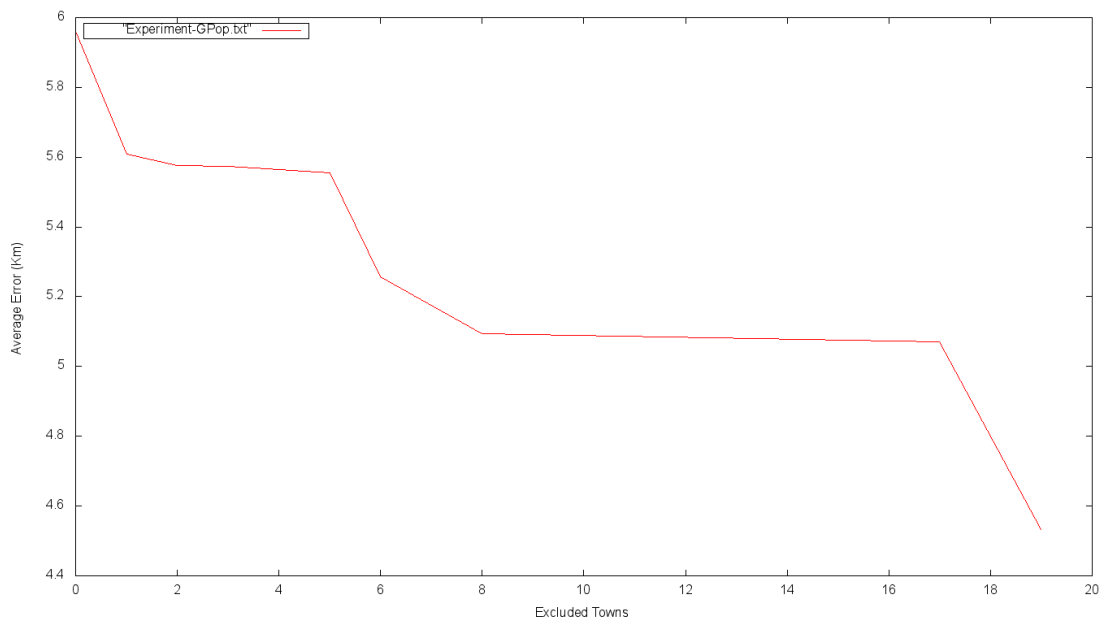


Figura 48 - NSGA-II sobre el Reyno de Jaén

HVSEA

Analizando los resultados obtenidos con HVSEA, podemos apreciar que siguen un patrón similar que otras soluciones anteriores.

En la tabla de resultados, podemos apreciar como HVSEA ha obtenido la solución con el mínimo error, aunque para ello ha tenido que excluir un total de 28 localidades, una tercera parte de los datos de entrada.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	6.659563	-0.02744	0.098814	-0.11259	0.917002	1.202453
2	1	5.58747	-0.00518	0.082598	-0.03999	1.0826025	1.240245
3	2	5.630522	-0.02456	0.091112	-0.07446	1.0294697	1.106809
4	4	5.38847	-0.02198	0.082928	-0.05104	1.0503682	1.097258
5	5	5.067309	-0.01804	0.085392	-0.07598	1.0839114	1.152792
6	11	5.051878	-0.01277	0.092872	-0.04249	1.063079	1.168097
7	16	4.950182	-0.02537	0.082119	-0.09206	03947189	1.112912
8	17	4.579842	-0.00556	0.076823	-0.06476	1.0288646	1.090070
9	28	3.874875	-0.0077	0.084453	-0.10467	0.9534286	1.116863

La gráfica por su parte, nos muestra una curva similar a la obtenida con NSGAll, en la que a partir de 5 kilómetros de error medio, la mejora en el error medio es poco significativa.

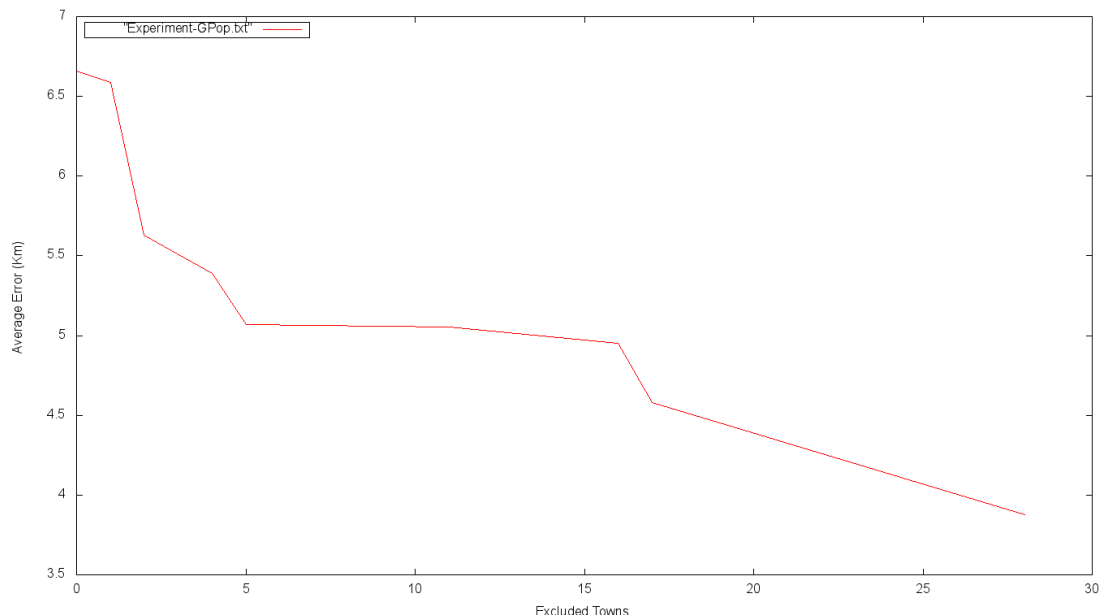


Figura 49 - HVSEA sobre el Reyno de Jaén

En resumen, vuelve a darse el caso de que NSGAll en términos generales obtiene unos resultados significativamente mejores que los otros algoritmos. Con este mapa no

destaca ningún operador de transformación, sino más bien la naturaleza intrínseca de los algoritmos evolutivos de tratar de minimizar el error al ir excluyendo localidades.

Para finalizar, se muestran unas capturas de pantalla en la que se observan en primer lugar una solución en la que se incluyen la mayoría de las poblaciones, y como destacan sobre el resto las de la zona derecha del mapa.

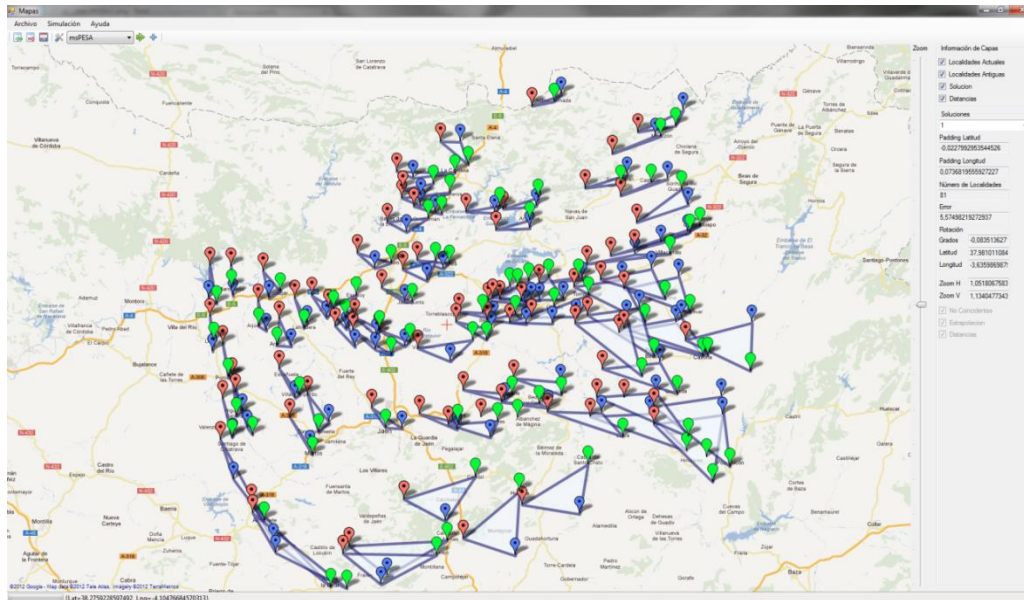


Figura 50 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Jaén (I)

En segundo lugar, se observa como la solución con el mínimo error medio, ha decidido excluir de forma natural dichas poblaciones de los cálculos, simulando de manera eficiente el razonamiento que podría seguir una persona normal a la hora de solucionar el problema de manera manual.

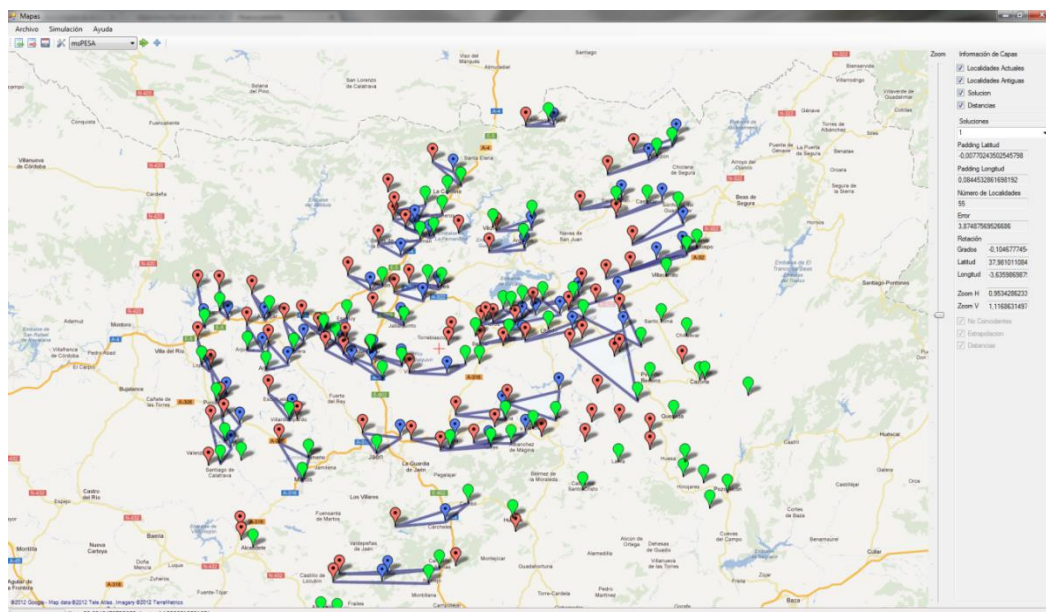


Figura 51 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Jaén (II)

Acto seguido, se muestran los resultados obtenidos al ejecutar los tres algoritmos para el Obispado y Reino de Murcia:

msPESA

Con msPESA hemos conseguido una reducción del error medio de 32.08 kilómetros en los datos originales, hasta alcanzar un error 5 veces más pequeño, en torno a los 6 kilómetros. Destaca el hecho de que ninguna solución precisa la exclusión de un largo número de localidades.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (º)	Desp. Longitud (º)	Rotación (º)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	9.583698	0.037634	-0.40116	-0.01632	0.945385	0.874035
2	1	6.494519	0.037634	-0.40116	-0.01632	1.047545	0.921175
3	2	6.238059	0.072716	-0.35747	-0.05551	1.024484	0.956867
4	3	5.837136	0.057465	-0.37107	-0.03214	1.069407	0.955919
5	4	5.336815	0.054715	-0.36015	-0.02177	1.057308	0.954028

La gráfica solo muestra un salto largo entre la primera y la segunda solución, producido prácticamente por la exclusión de una localidad, ya que las transformaciones aplicadas en ambas soluciones son muy similares.

El resto de soluciones presenta un descenso gradual del error conforme se van eliminando poblaciones conflictivas de la ecuación, tal y como dicta la lógica.

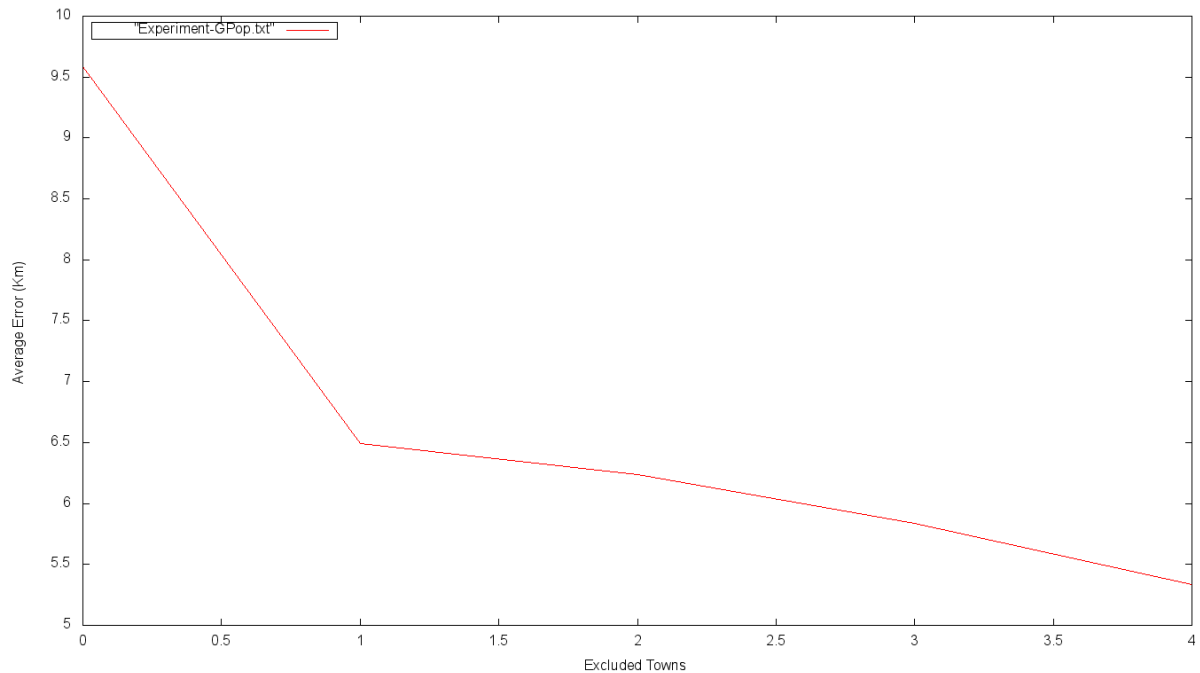


Figura 53 - msPESA sobre el obispado y reino de Murcia

NSGAI

No se produce una diferencia significativa en las soluciones obtenidas con NSGAI con respecto a las de msPESA, pues el error medio sigue en torno a los 6 kilómetros.

Un dato destacable es que en ambas soluciones, para bajar el error de 6 kilómetros, es necesario eliminar de la ecuación un mínimo de 3 localidades.

Otro factor a tener en cuenta, es que no es precisa una gran modificación en el escalado del mapa, ni aplicar rotación, pues estos factores son en este caso, los que menos se emplean, recayendo la transformación principal en el desplazamiento de las coordenadas.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	6.041037	0.036310	-0.35015	-0.01228	1.040201	0.959007
2	1	5.998989	0.039903	-0.34588	-0.04486	1.000092	0.970243
3	3	5.496087	0.049669	-0.36854	-0.01124	1.078949	0.946821

La gráfica obtenida es diferente a la que vimos con msPESA, pero esto se debe a la diferencia que produce la primera solución, el resto de datos son similares entre sí.

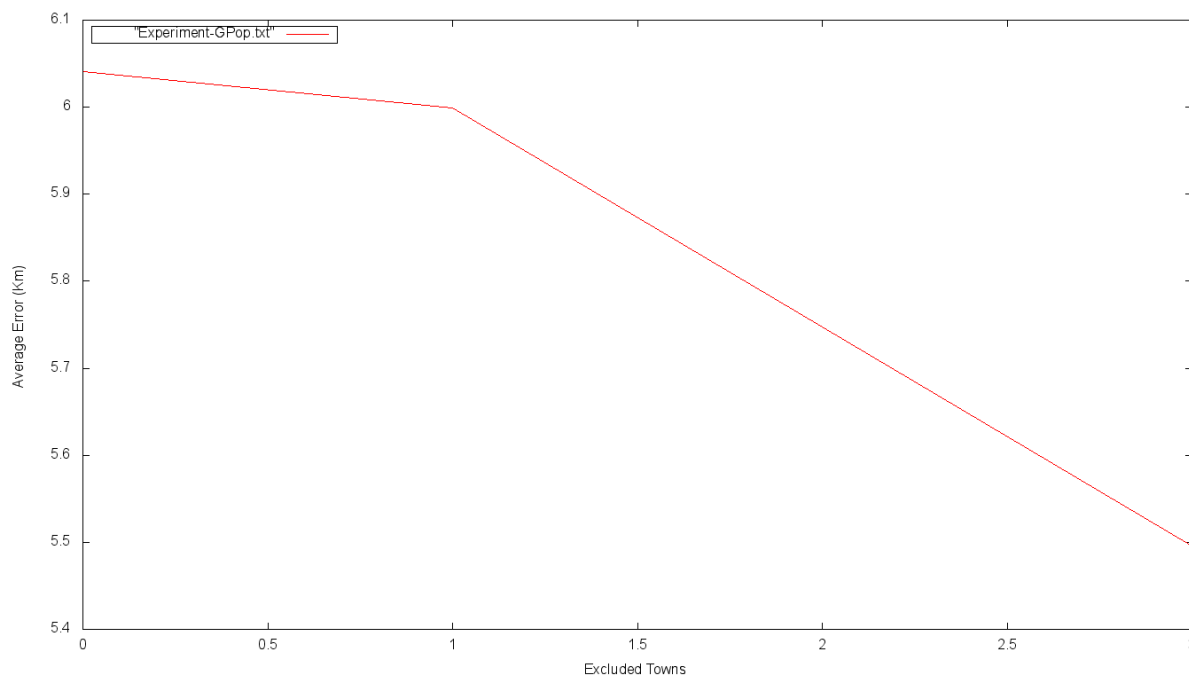


Figura 54 - NSGA-II sobre el obispado y reino de Murcia

HVSEA

Por su parte, HVSEA nos ofrece otras soluciones en la misma línea que los otros dos algoritmos. El error medio sigue en 6 kilómetros, y no mejora a las soluciones obtenidas con NSGAI.

Volvemos a observar que no destaca la utilización de la operación de rotación ni la de escalado, aunque sí destaca las pocas soluciones obtenidas en el frente.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	6.108055	0.039438	-0.3485	-0.04166	1.0367	0.988541
2	3	6.078528	0.038415	-0.34661	-0.04122	1.042119	1.028825

La gráfica no es más que una representación simplificada de las obtenidas en los otros dos algoritmos, debido principalmente al menor número de soluciones obtenidas.

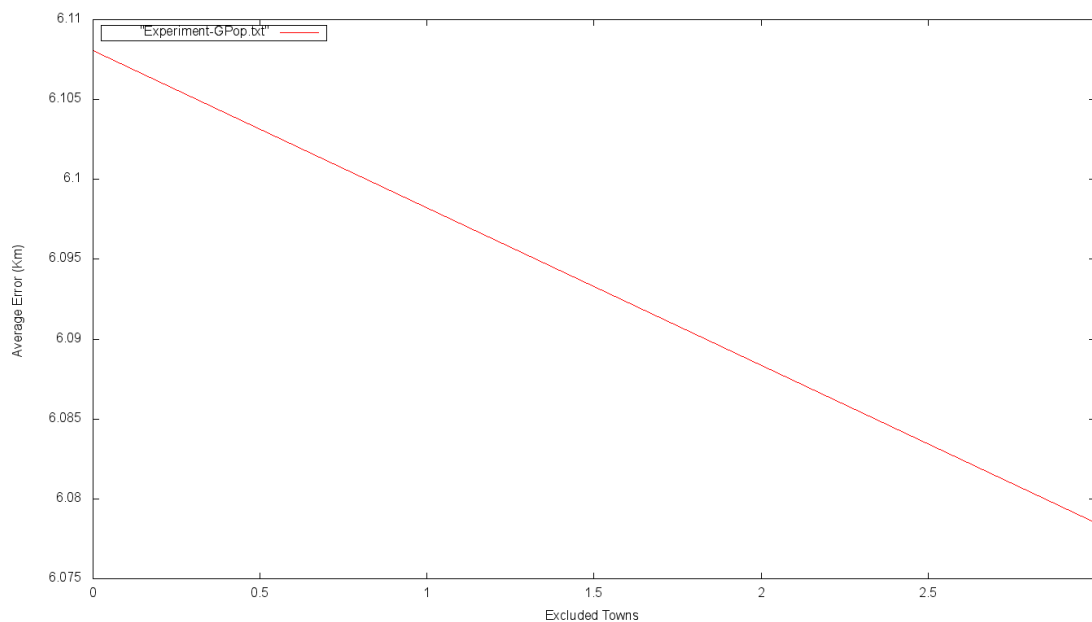


Figura 55 - HVSEA sobre el obispado y reyno de Murcia

La principal conclusión de estos resultados, es que a diferencia de otros mapas analizados anteriormente, en este caso la diferencia a la hora de elegir un algoritmo sobre otro no es significativa, puesto que todos ellos han ofrecido unos resultados muy similares entre sí, disminuyendo el error de 32 kilómetros a solo 6.

Para finalizar mostramos unas capturas de pantalla mostrando las dos primeras soluciones obtenidas con NSGAI.

La primera de ellas nos muestra cómo ha reorganizado el mapa para minimizar el error sin excluir ninguna localidad. En la imagen destaca una población sobre el resto,

más concretamente es la población de Villaverde, que se encuentra aislada del resto, y que se identifica porque es la población con mayor extensión a la hora de triangular las coordenadas.

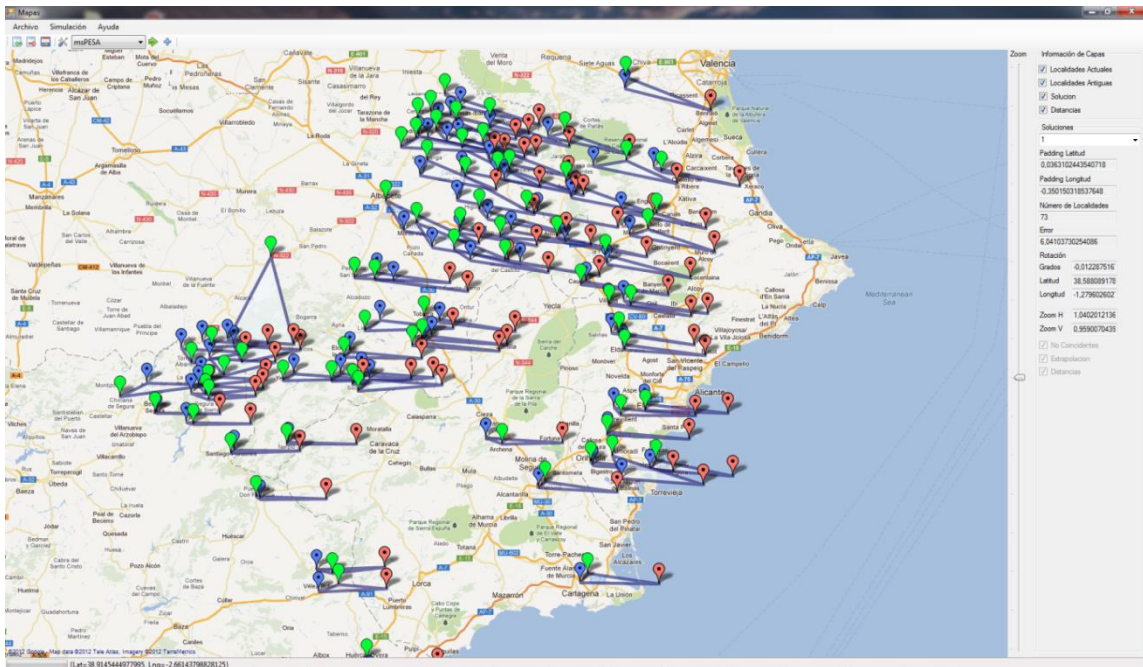


Figura 56 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Murcia (I)

En la siguiente imagen vemos la segunda solución en la que se ha excluido una población. Como es de suponer, dicha población es la que destaca en la solución anterior, al obviar dichas coordenadas, conseguimos un ajuste mejor de los datos y una disminución del error.

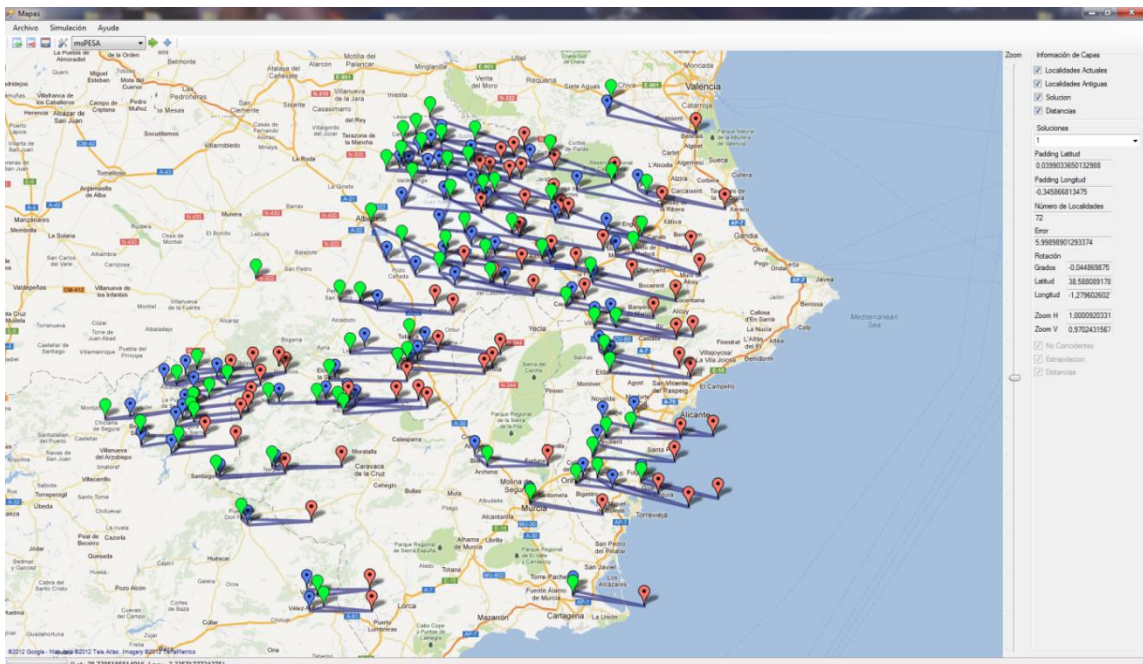


Figura 57 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Murcia (II)

4.2.4. Provincia de Extremadura

Se cuenta con las coordenadas de 131 localidades de la provincia de Extremadura. Pese a no tener un número de localidades elevado como otros mapas analizados, la localización de las coordenadas digitalizadas del mapa histórico presenta una distribución muy irregular.

En la parte superior y central izquierda las coordenadas digitalizadas se encuentran desplazadas hacia la derecha, sin embargo, en la parte inferior izquierda se encuentran desplazadas en sentido contrario.

En la parte central, por su parte todas las coordenadas se encuentran desplazadas hacia abajo, presentando algunas diferencias, pues en la parte superior hay que agregar un desplazamiento hacia la derecha que no se presenta en la parte del centro, mientras que en la parte inferior dicho desplazamiento se añade hacia la izquierda. Este es otro claro ejemplo donde la operación de rotación tendrá un efecto notable a la hora de minimizar el error.

Para finalizar este análisis preliminar, en la parte derecha del mapa, las coordenadas se encuentran en general con un desplazamiento bastante acusado hacia abajo.

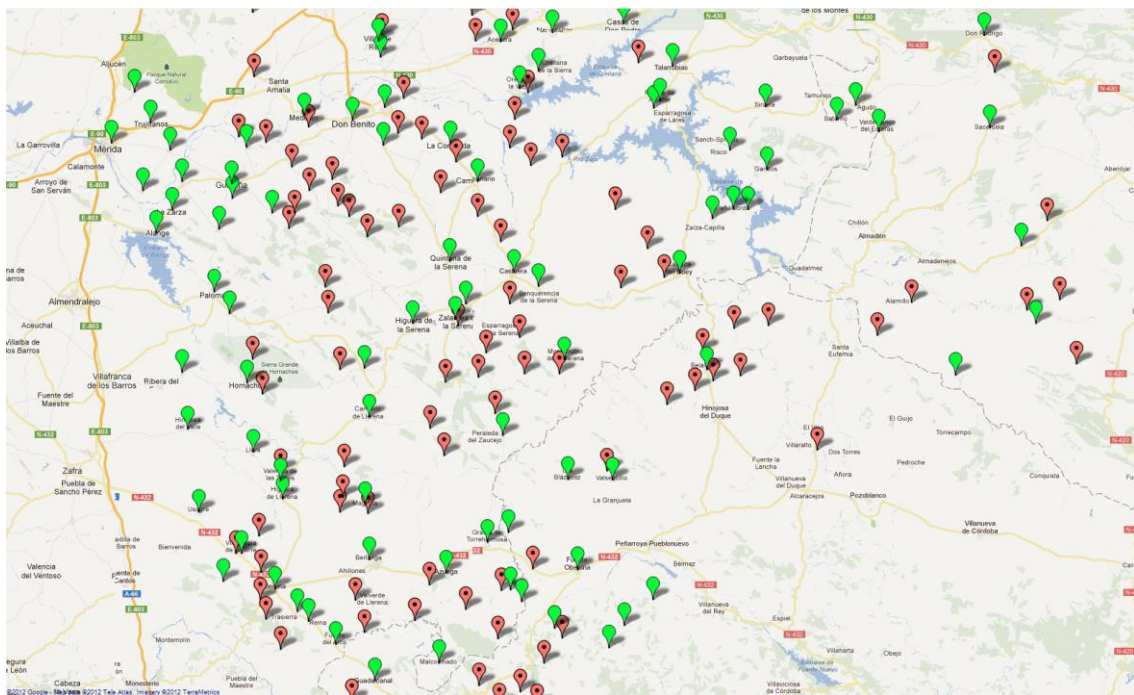


Figura 58 - Representación en el mapa de las coordenadas actuales y las indicadas en el mapa de Tomás López sobre la provincia de Extremadura

Los datos iniciales presentan un error medio de 21.83 kilómetros, pero con una distribución tan irregular de las coordenadas es difícil predecir cuál será el comportamiento de los algoritmos. Es previsible que se produzca una mejora, lo difícil será conseguir que dicha mejora sea lo suficientemente significativa para que merezca la pena usar este procedimiento más lento frente a soluciones más rápidas.

A continuación mostramos los resultados obtenidos para la provincia de Extremadura.

msPESA

La ejecución de msPESA nos ofrece unos resultados bastante uniformes al comparar entre sí el error medio de las soluciones. La diferencia de poco más de un kilómetro no es razón suficiente para preferir las últimas soluciones frente a las primeras.

Aunque todos los operadores tienen su importancia, en este caso vamos a destacar el de rotación por encima de todos, a que normalmente es el menos utilizado porque deben darse unas condiciones más específicas como las que se cumplen con Extremadura, y que en este caso muestra una rotación de 0.25° , un valor bastante elevado teniendo en cuenta las transformaciones tan grandes que efectúa en las poblaciones más alejadas al centro de masas, donde se encuentra el punto de origen de la rotación.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud ($^\circ$)	Desp. Longitud ($^\circ$)	Rotación ($^\circ$)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	3	10.20611	0.099305	-0.00874	-0.23559	0.992711	1.037534
2	7	9.750533	0.103336	-0.01426	-0.20203	1.026922	1.108162
3	8	9.589517	0.078212	0.190905	-0.22407	1.001853	1.14698
4	10	9.531122	0.101668	-0.04092	-0.24012	1.036842	1.059514
5	11	9.313042	0.103615	-0.03524	-0.20368	1.016767	1.072472
6	13	9.112938	0.087011	-0.02048	-0.21381	1.041755	1.160777
7	15	9.100726	0.087011	-0.02048	-0.21381	1.023106	1.149288
8	25	9.035801	0.087011	-0.02048	-0.21381	1.032664	1.16562

En la gráfica se visualiza fácilmente como se reduce el error de manera gradual en las primeras soluciones hasta que se estabiliza y apenas varía su valor en las últimas soluciones.

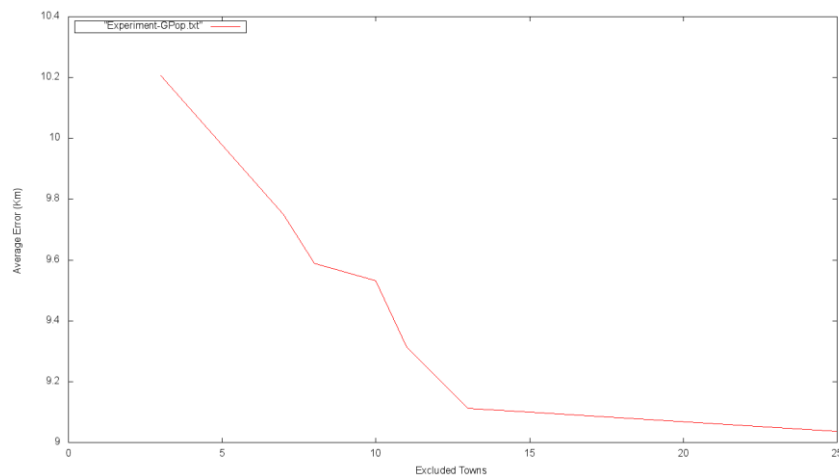


Figura 59 - msPESA sobre la provincia de Extremadura

NSGAI

Los resultados obtenidos con NSGAI son parecidos a los que se consiguieron en las primeras soluciones con msPESA, con la ventaja de que en este caso, la mejora de error es constante sin aumentar de manera alarmante el número de localidades excluidas.

En estas soluciones se remarca la utilización del operador de rotación, con algunas soluciones presentando unos valores aún más acusados que las de msPESA.

Destacamos que aunque estas soluciones sean ligeramente mejores, no consiguen disminuir el error de 9 kilómetros.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	0	10.08061	0.114748	-0.02423	-0.23068	1.022187	1.047973
2	1	9.994256	0.115406	-0.01137	-0.24556	1.026859	1.081942
3	3	9.965104	0.103739	-0.04216	-0.23379	0.976012	1.05433
4	4	9.949777	0.11194	-0.0685	-0.21595	1.000917	1.076462
5	5	9.643061	0.107966	-0.03501	-0.22578	1.001152	1.137258
6	10	9.342111	0.110999	-0.02068	-0.25296	1.038954	1.085448

En la gráfica vemos como el descenso del error es más lineal, sin que se dé ese caso de estancamiento que sufrió msPESA.

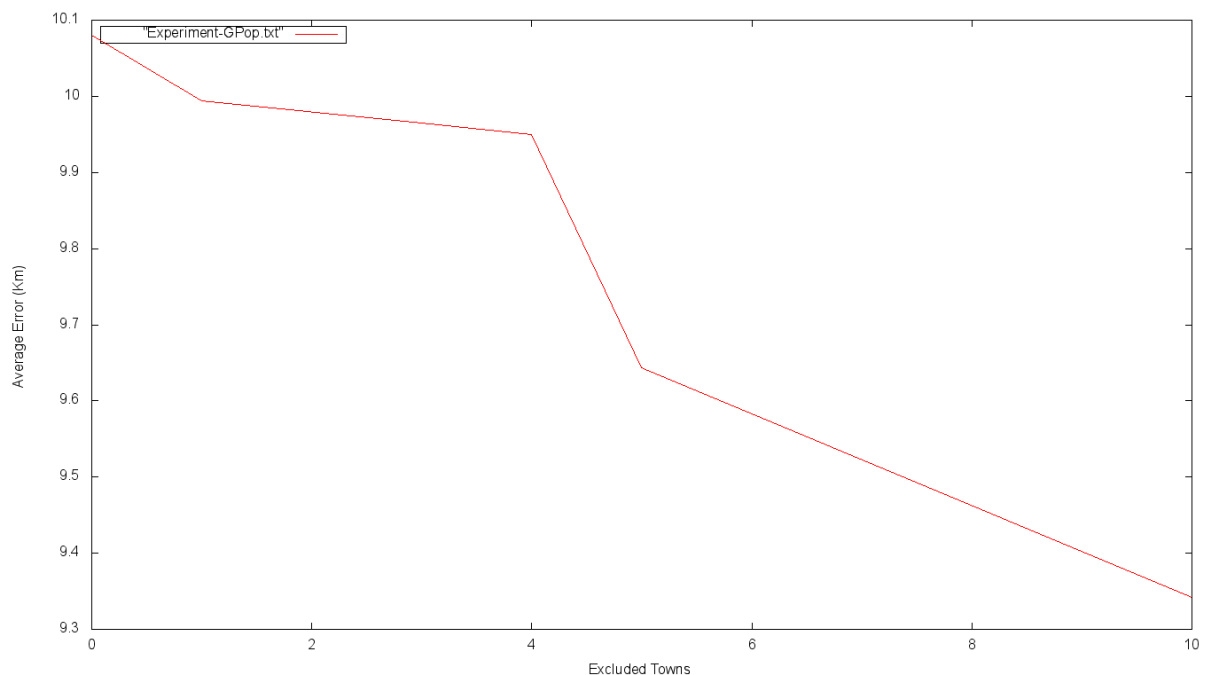


Figura 60 - NSGA-II sobre la provincia de Extremadura

HVSEA

Como viene siendo habitual, las soluciones obtenidas con HVSEA no consiguen mejorar las soluciones obtenidas por los otros algoritmos, aunque los resultados sean similares.

Aunque las operaciones que ejecuten sigan el mismo patrón, las soluciones de HVSEA no alcanzan el refinamiento de las de NSGAI, aunque estamos en la obligación de destacar que es HVSEA el que ha conseguido la solución con el menor error medio de todos, disminuyéndolo de 9 kilómetros, desgraciadamente a costa de excluir demasiadas poblaciones, lo que nos obliga a no poder considerar dicha solución.

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
1	2	11.30231	0.129724	-0.08205	-0.20767	1.073346	1.029124
2	3	10.26942	0.13533	-0.03534	-0.24597	1.019204	1.174092
3	5	9.725011	0.116401	-0.0174	-0.23933	1.015091	1.20644
4	6	9.668696	0.098228	-0.01594	-0.24210	1.057702	1.213581
5	7	9.499975	0.100647	-0.02386	-0.25227	1.026392	1.11214
6	18	9.491302	0.084144	-0.02695	-0.20003	1.060025	1.263459
7	19	9.081839	0.102761	-0.0563	-0.21073	1.014482	1.047282
8	44	8.53978	0.106227	-0.01375	-0.24158	1.113481	1.164353

En la gráfica vemos un comportamiento similar a la gráfica obtenida con msPESA, donde se produce un descenso constante del error que se estabiliza en 9 kilómetros y medio, y para poder disminuirlo más es necesario la exclusión de numerosos pueblos.

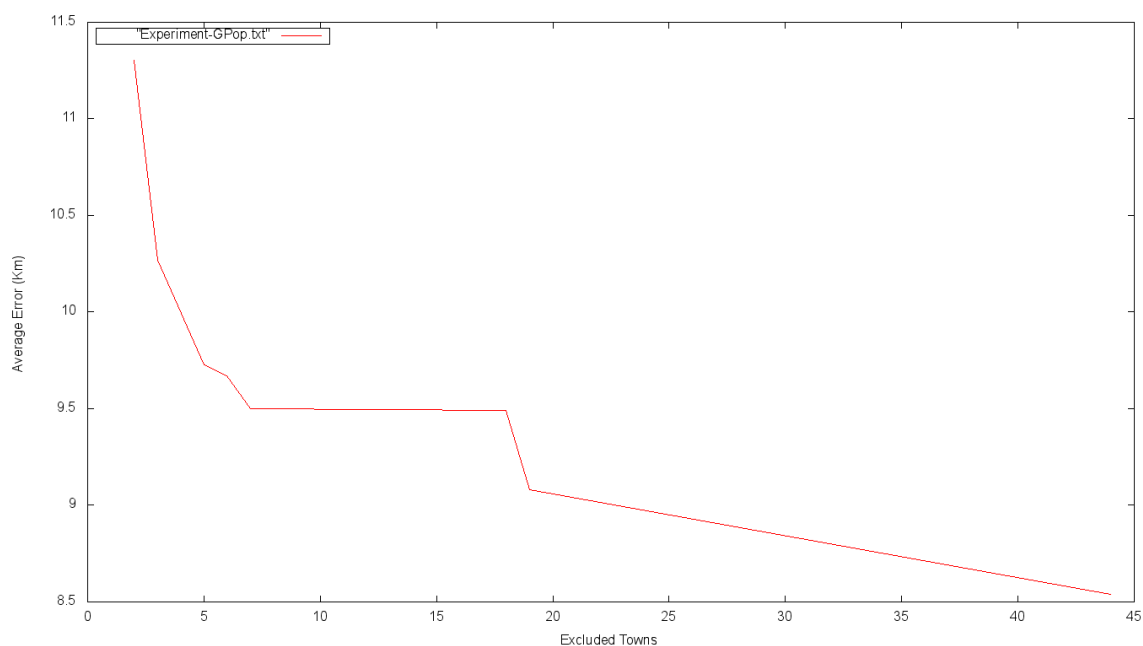


Figura 61 - HVSEA sobre la provincia de Extremadura

Como conclusión sacamos que a pesar de tener unos datos iniciales bastante irregulares, se ha conseguido una mejora cercana al 50% del error con cualquiera de los algoritmos utilizados. También destacamos la importancia del operador de rotación en este caso, debido a la distribución de los datos, tal y como se describió en el análisis preliminar.

Para finalizar mostramos una captura de pantalla con la representación de una de las soluciones, en la que se puede apreciar levemente el efecto de rotación aplicado sobre el mapa, y como intenta encajar las coordenadas para acercarlas lo máximo posible a las coordenadas actuales.

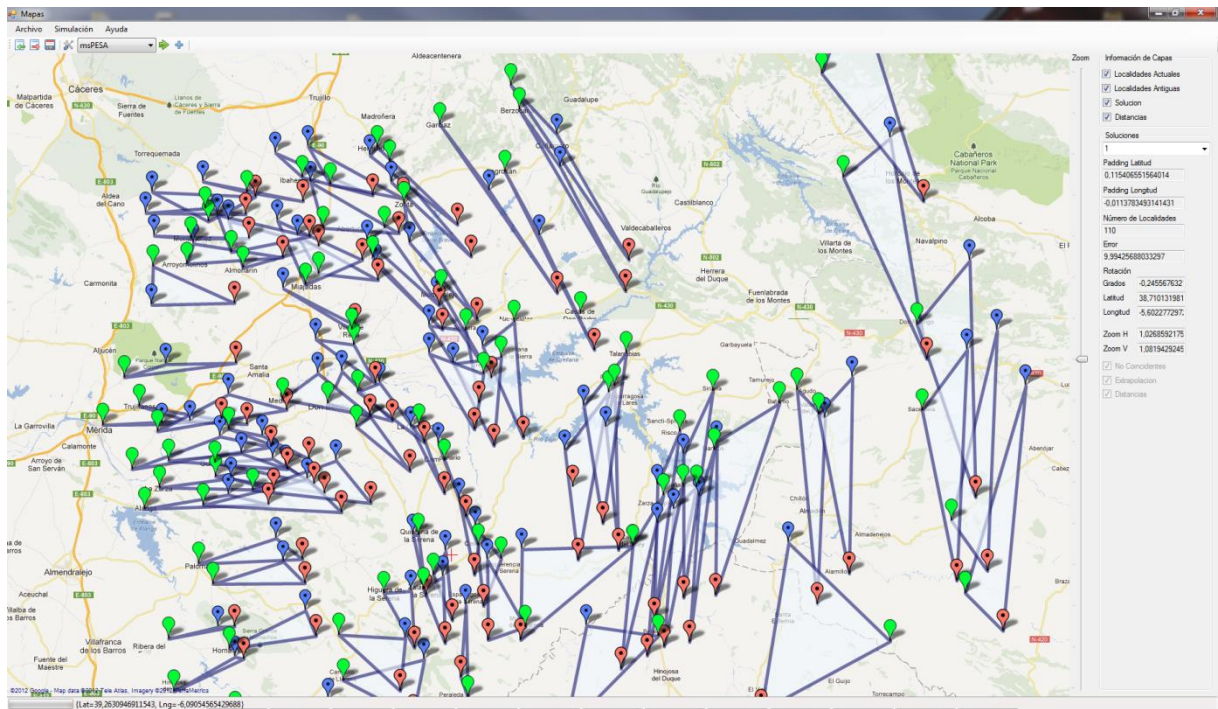


Figura 62 - Visualización de las transformaciones realizadas sobre el mapa de Extremadura

4.3. Conclusiones

Tras analizar todos los resultados, hemos podido confirmar algunas de las hipótesis iniciales. Hemos podido detectar un algoritmo evolutivo multiobjetivo que de manera general nos ofrece mejores resultados que los otros dos. Hemos de repetir que esto no significa que ese algoritmo sea mejor que los otros dos, sino que en éste problema determinado, el del análisis de mapas históricos mediante algoritmos evolutivos, sí que presenta una mayor eficacia. Dicho algoritmos es el NSGAI, y debemos puntualizar algunos detalles:

En primer lugar, el nivel de mejora depende de la cantidad de datos de los que se dispone inicialmente, es decir, a mayor número de localidades con las que tratar, mayor será la cantidad de mejora con respecto a otros algoritmos, así presentamos el ejemplo de Cataluña y Aragón, donde la mejora es claramente significativa, en contraposición a los resultados obtenidos por ejemplo en Extremadura, donde la diferencia no es significativa.

Otro aspecto a tener en cuenta es el tiempo de ejecución, NSGAI obtiene mejores resultados, pero a diferencia de msPESA, ha llegado a tardar en ocasiones incluso el doble de tiempo. Esto se debe principalmente al número de soluciones con las que trabajan los algoritmos, siendo mayor en NSGAI.

Como conclusión también destacamos la utilidad de los diferentes factores de transformación seleccionados. El más importante sin ninguna duda es el de desplazamiento, que corrige la mayor parte del error existente, y que puede ser debido a la propia digitalización de los mapas históricos.

La rotación por su parte ha sido utilizada en menor medida que el desplazamiento, pero su uso ha sido clave ante la presencia de mapas formados por múltiples hojas, como puede ser el ejemplo de Cataluña, donde cada hoja presenta un desplazamiento diferente y que el parámetro de rotación consigue ajustar. En los mapas formados por una sola hoja, su uso es más discreto, pero eso no impide que sea de utilidad.

Respecto al escalado, su uso también es variable, presentándose más relevante en algunos mapas, y no utilizándose apenas en otros.

Respecto a la calidad de los resultados, hemos podido comprobar una mejora sustancial con respecto a otras técnicas, esto es debido a la naturaleza inherente de los algoritmos evolutivos, que van desechando aquellos datos que no aportan valor al conjunto, así, eliminando unas pocas poblaciones, podemos conseguir un error medio mucho más bajo que las técnicas utilizadas hasta la fecha.

En resumen, se han conseguido unos resultados mejores de los esperados en un principio, destacando sobre todo aquellos producidos por NSGAI.

4.4. Trabajos Futuros

Con este trabajo hemos conseguido cumplir los objetivos iniciales que se habían propuesto, sin embargo, este tema puede dar mucho más de sí, y sería recomendable continuar con él en trabajos futuros.

Una de las posibles vías de trabajo futuro, sería el estudio de la cartografía histórica con otros de los múltiples algoritmos evolutivos existente en la actualidad, para comprobar la eficacia de los mismos frente a los ya estudiados aquí.

También sería recomendable continuar el análisis del resto de la cartografía de España, pues recordemos que nos hemos centrado en una pequeña muestra del AGE de Tomás López, pero aún quedan múltiples hojas de mapas que aún no han sido digitalizados, pero lo estarán en un futuro próximo.

Con respecto al procedimiento descrito en este proyecto, se pueden aplicar una serie de ampliaciones y mejoras para conseguir unos resultados de mayor calidad:

Una de dichas mejoras consistiría utilizar los datos obtenidos, y aplicando las transformaciones de las soluciones, interpolar las coordenadas de aquellas localidades que no hubieran sido incluidas en los análisis, debido a la falta de información sobre dichas localidades, por ejemplo, aquellas que hubiesen cambiado de nombre desde la creación del mapa, o simplemente que no existan en la actualidad.

Otra mejora que podría aplicarse sería analizar el tipo de suelo sobre el que se sustentan las coordenadas especificadas en las soluciones, es decir, podría detectarse si sobre las coordenadas calculadas es posible que exista una población. Un ejemplo de uso sería detectar aquellas soluciones que indican que algunas de las poblaciones se sitúan sobre el mar, para desecharlas automáticamente.

En resumen, los algoritmos evolutivos han demostrado ser una herramienta eficaz en el análisis de la cartografía histórica, por lo que es nuestra obligación continuar la investigación sobre este tema para poder mejorar las técnicas que se utilizan actualmente y poder comprender mejor nuestro origen.

Anexos

Apéndice A: Mapas del Atlas Geográfico de España (AGE) de Tomás López

A.1. Mapa de España del Atlas Geográfico de España (AGE) de Tomás López

Hoja 1



Fuente: “Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal” por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 2



Fuente: “Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal” por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 3



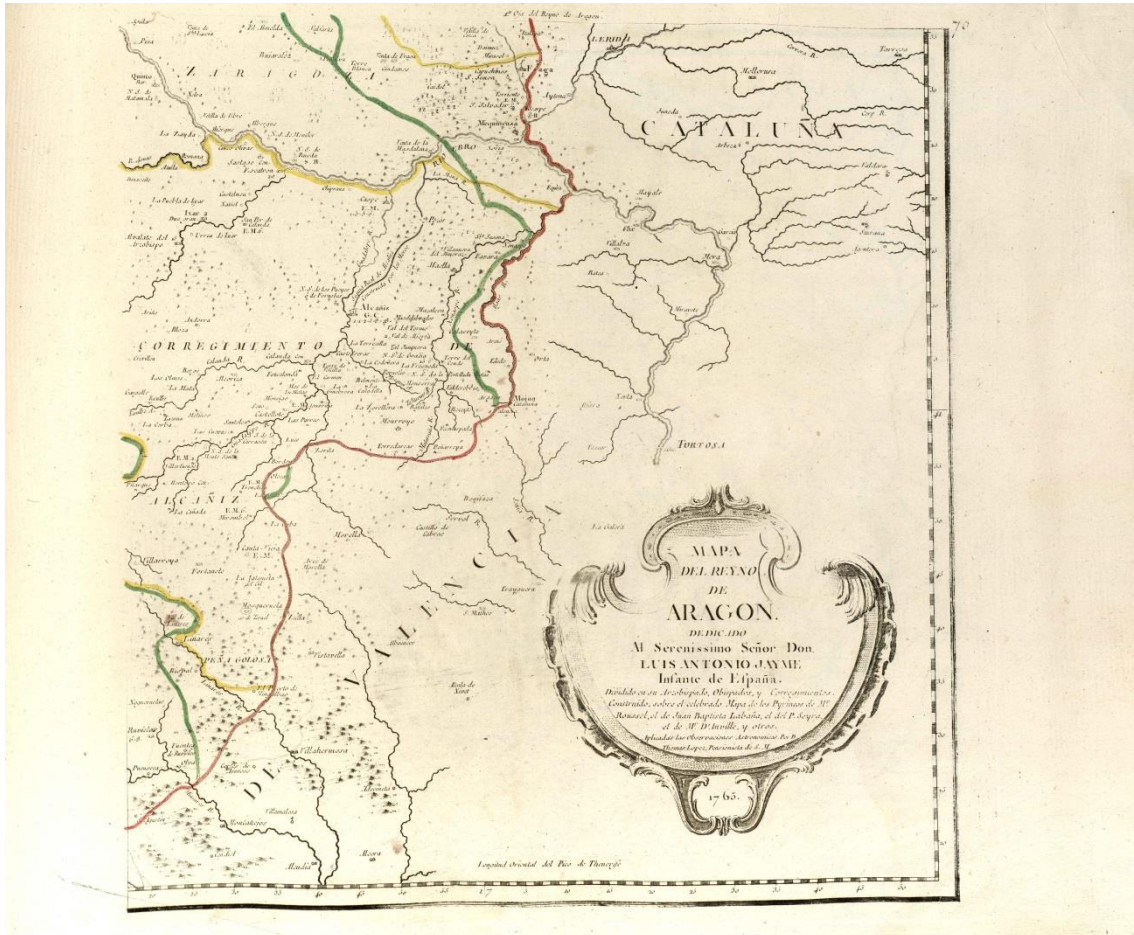
Fuente: “Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal” por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

A.2. Reyno de Aragón. Tomás López. 1765

Hoja 1



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 2



Fuente: “Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal” por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 3



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 4



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

A.3. Islas Baleares. Tomás López. 1793.

Hoja 1



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

A.4. Principado de Cataluña. Tomás López. 1776.

Hoja 1

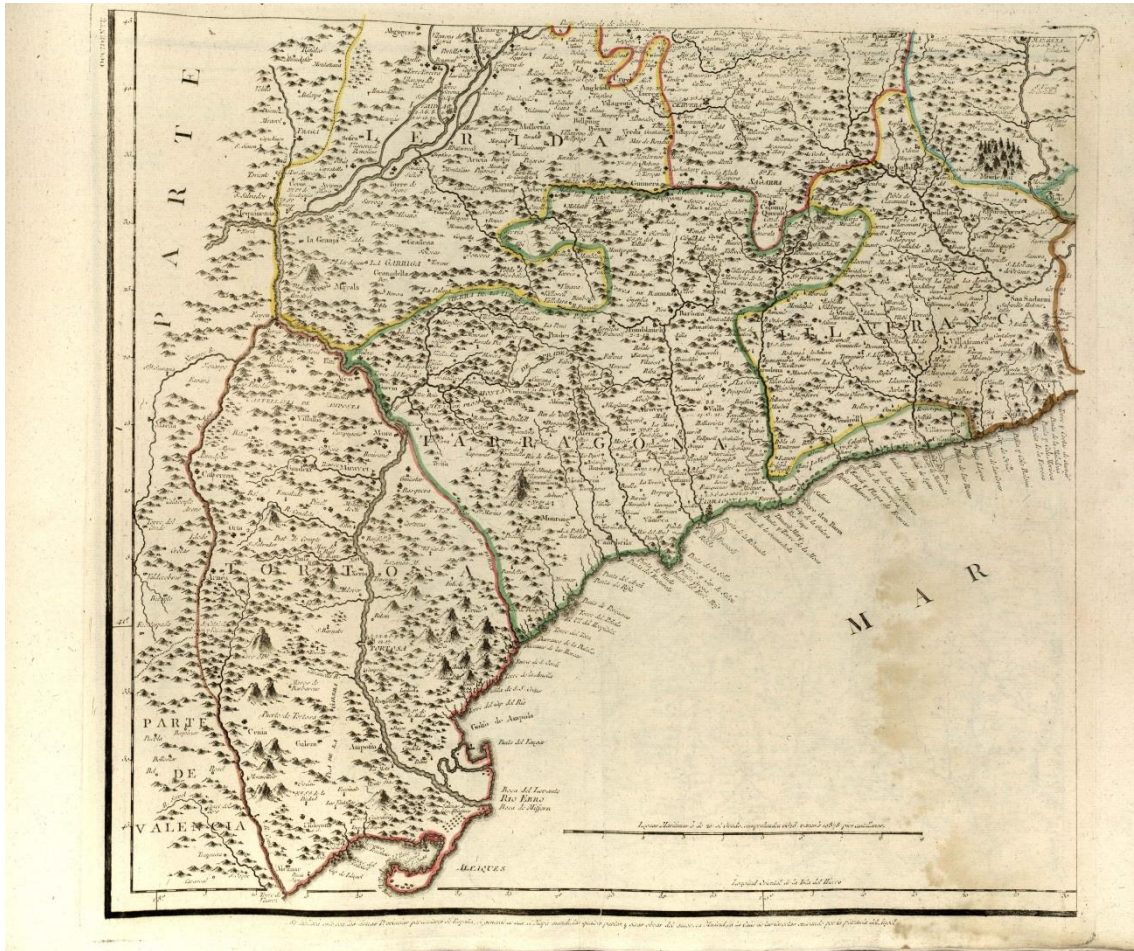


Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

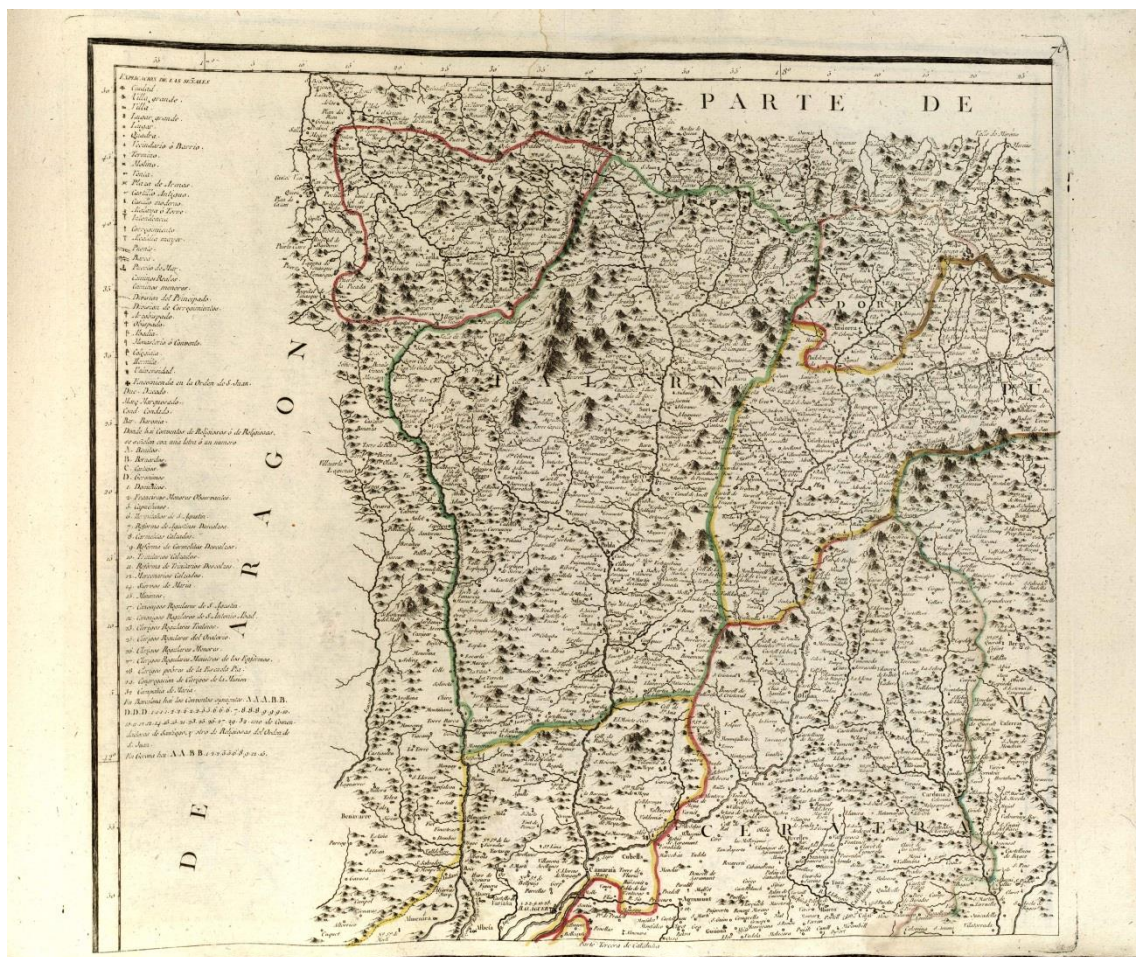
Hoja 2



Fuente: “Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal” por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

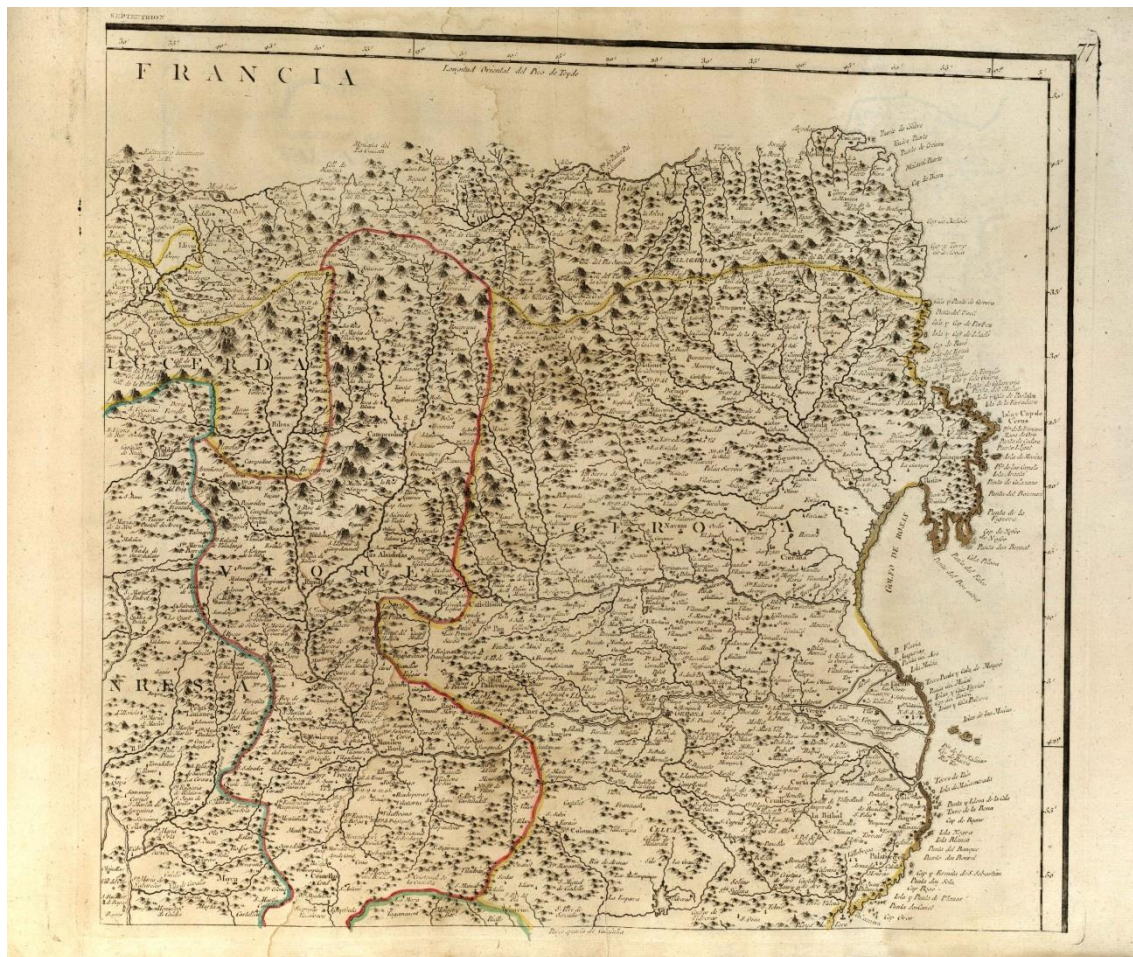


Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 4



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

A.5. Reyno y Obispado de Córdoba. Tomás López. 1797.

Hoja 1



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>



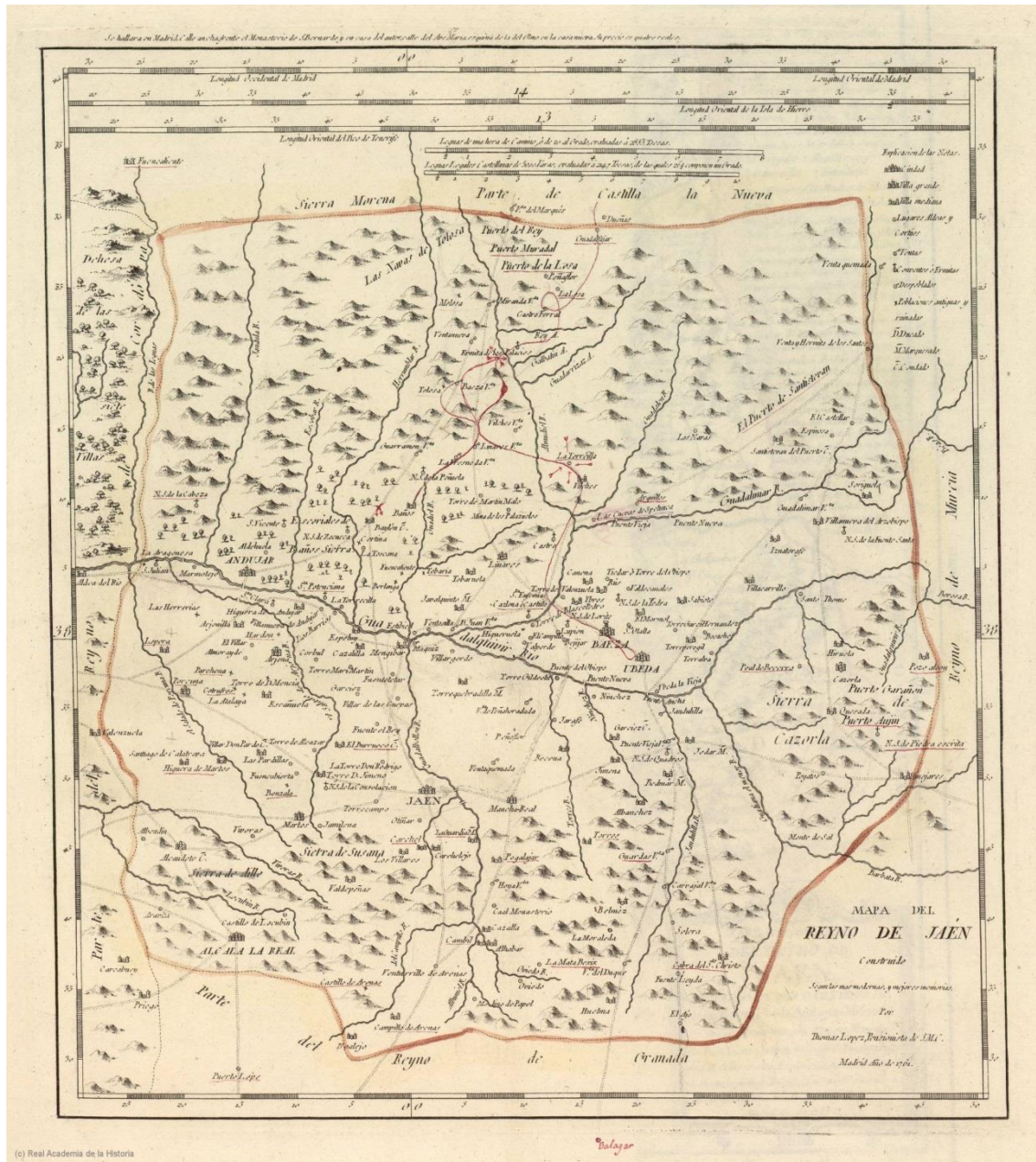
Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

A.5. Reyno de Jaén. Tomás López.

Versión de 1761



Fuente: "Mapa del Reyno de Jaén. Construido según las más modernas, y mejores memorias. Por Thomas López, Pensionista de S. M. C."

Biblioteca Virtual del Patrimonio Bibliográfico

<http://bvpb.mcu.es>

Versión de 1787.



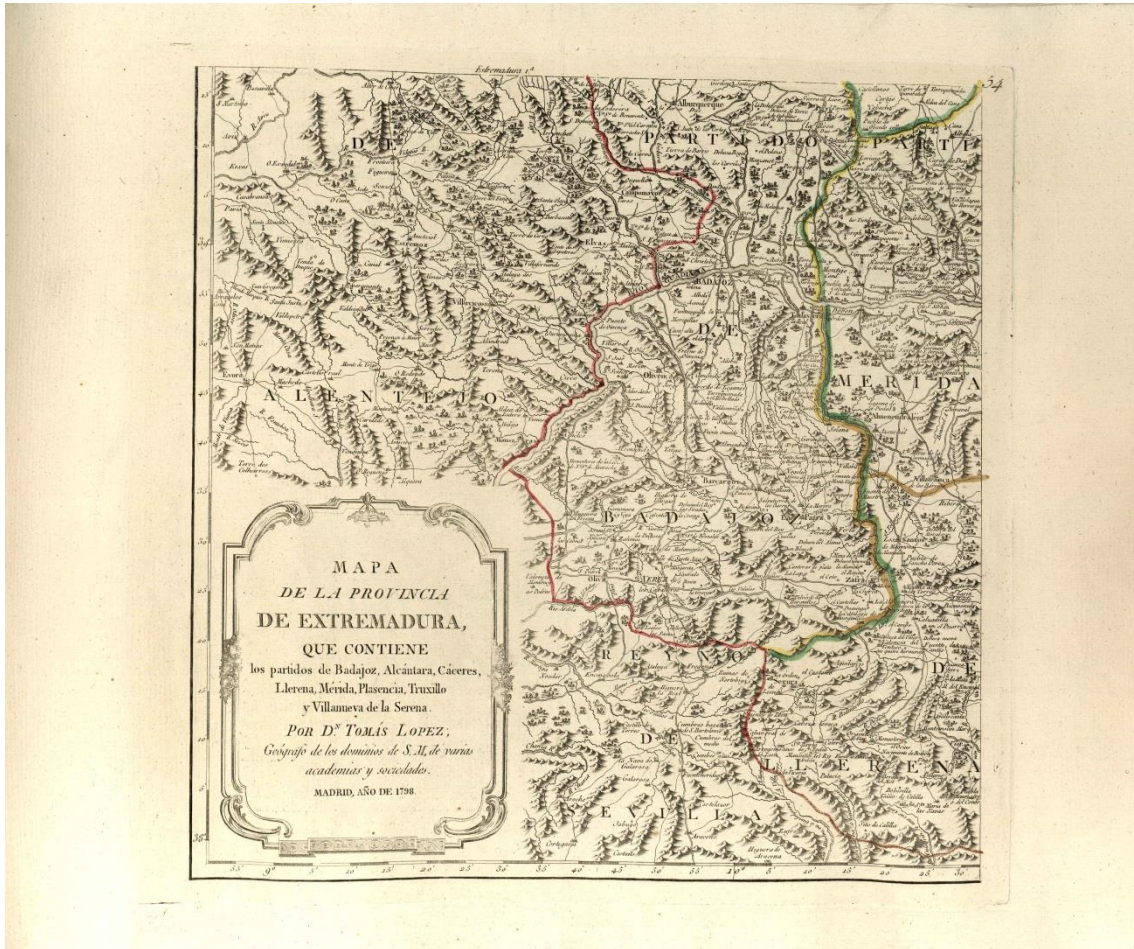
Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

A.7. Provincia de Extremadura. Tomás López. 1798.

Hoja 1



Fuente: “Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal” por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 2

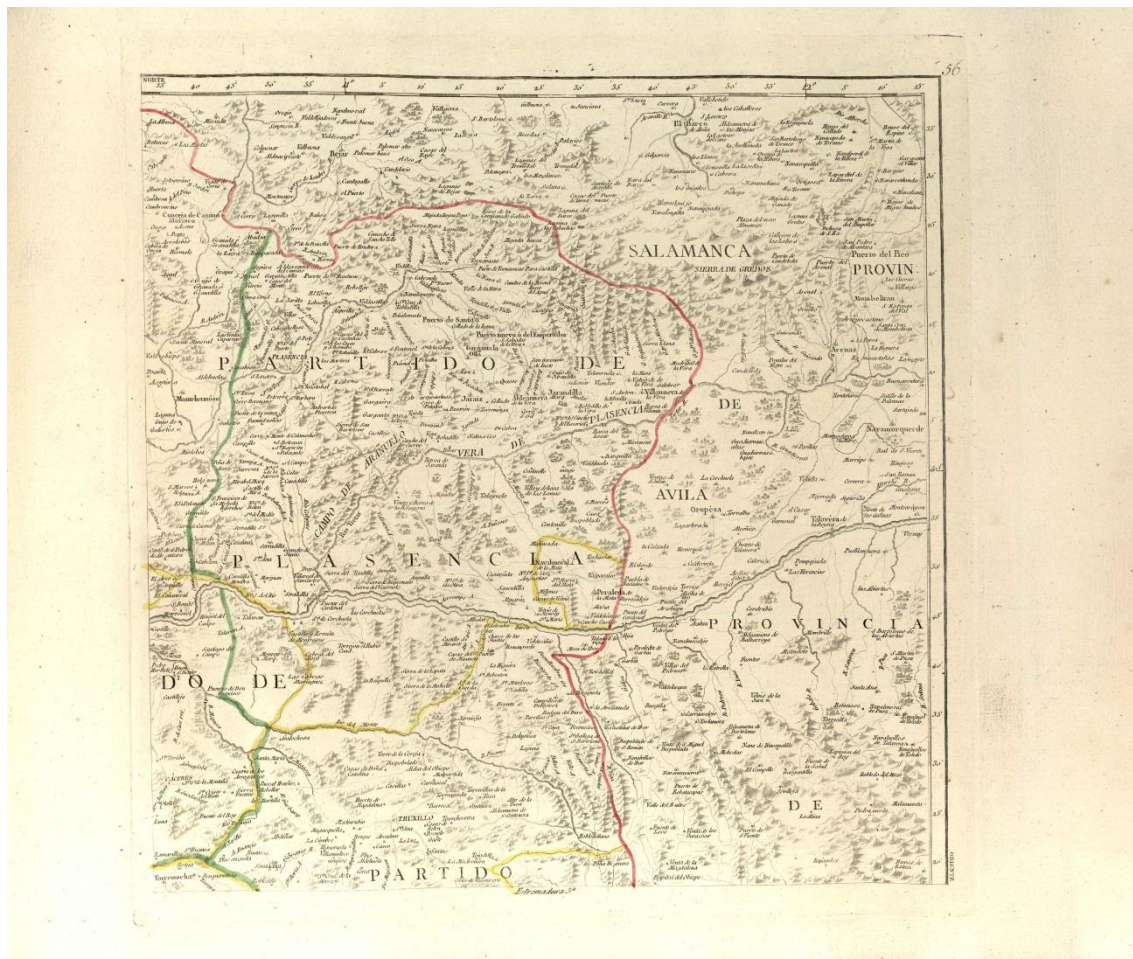


Fuente: “Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal” por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Hoja 3



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reyno de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>



Fuente: "Atlas Geográfico de España, que comprende el mapa de la península, todos los particulares de nuestras provincias, y el del reino de Portugal" por Don Tomás López. Edición de 1810.

Biblioteca Digital de la Comunidad de Madrid.

<http://www.bibliotecavirtualmadrid.org>

Apéndice B: Interrogatorio de Tomás López

El interrogatorio, cuya finalidad era atesorar una amplísima información de todos los lugares de España, era muy minucioso al tener que atender a una gran diversidad de aspectos. Se conserva en la Biblioteca Nacional de Madrid, como la mayoría de la documentación existente de Tomás López, y tiene el siguiente contenido:

- 1. Si es Lugar, Villa o Ciudad, á que Vicaria pertenece, si es Realengo de Señorío o mixto, y el numero de vecinos.*
- 2. Si es cabeza de Vicaría o Partido, Parroquia, Anexo, y de que Parroquia, si tiene Convento, decir de que Orden y Sexo, como tambien si dentro de la población o extramuros hay algún Sanctuario o Imagen celebre, declarar su nombre y distancia; asi mismo el nombre antiguo y moderno del Pueblo, la advocación de la Parroquia y el Padron del Pueblo.*
- 3. Se pondra quantas leguas dista de la principal o Metròpoli, quanto de la Cabeza de Vicaria, quanto de la Cabeza del Partido y quantos quartos de leguas de los Lugares confinantes, expresando en este ultimo particular los que estan al Norte, al Mediodia, Levante o Poniente, respecto del Lugar que responde y quantas leguas ocupa su jurisdicción.*
- 4. Dira si está á orilla de algun rio, arroyo o laguna, si á la derecha o á la izquierda de el, baxando agua abaxo; donde nacen esas aguas, en donde y con quien se juntan y como se llaman. Si tienen puentes de piedra, de madera o barcas con sus nombres y por que Lugares pasan.*
- 5. Expresaran los nombres de las Sierras, donde empiezan á subir, donde a baxar, con un juicio razonable del tiempo para pasarlas, o de su Magnitud; declarando los nombres de los puertos y en donde se ligan o pierden o conservan sus nombres estas cordilleras con otras.*
- 6. Que bosques, montes y florestas tiene el lugar, de que matas poblado, como se llaman, a que ayre caen y quanto se extiende.*
- 7. Quando y por quien se fundo el Lugar, que armas tiene y con que motivo, los sucesos notables de su historia, hombres ilustres que ha tenido y los edificios o castillos memorables que aun conserva.*
- 8. Quales son los frutos más singulares de su terreno, los que carecen, qual la cantidad que asciende cada año.*
- 9. Manufacturas fabricas que tiene, de que especies y por quien establecidas; que cantidades establecen cada año, que artifices sobresalientes en ellas; que inventos, instrumentos o maquinas ha encontrado la industria para facilitar los trabajos.*

10. *Quales son las ferias y mercados y los dias en que se celebran; que generos se comercian, extraen y reciben en cambio, de donde y para donde, sus pesos y medidas, compañías y casas de cambio.*

11. *Si tienen estudios generales ó particulares, sus fundaciones, metodo y tiempo en que se abren; que facultades enseñan y quales con mas adelantamiento, y los que en ellas se han distinguido.*

12. *Qual es su Gobierno político y económico; si tiene privilegios y si erigio a favor de la enseñanza pública algun Seminario, Colegio, Hospital, Casa de Recolección y Piedad.*

13. *Las enfermedades que comunmente se padecen, y como se curan; numero de muertos y nacidos, para poder hacer juicio de la salubridad del Pueblo.*

14. *Si tiene aguas minerales, medicinales o de algun beneficio para las fabricas, salinas de piedra o agua, canteras, piedras preciosas, minas, de que metales, arboles y yerbas extraordinarios.*

15. *Si hay alguna inscripcion sepulcral u otras en qualquier idioma que sea.*

16. *Finalmente todo quanto pueda conducir á ilustrar el Pueblo, aunque no este prevenido en este interrogatorio.*

NOTA: Procuren los señores (espacio en blanco) formar unas especies de mapas o planos de sus respectivos territorios, de dos o tres leguas en contorno de su Pueblo, donde pondran las Ciudades, Villas, Lugares, Aldeas, Granjas, Caserías, Ermitas, Ventas, Molinos, Despoblados, Rios, Arroyos, Sierras, Montes, Bosques, Caminos, etc., aunque no este hecho como de mano de un profesor, nos contentamos con solo una idea o borron del terreno por que lo arreglaremos dandolo la ultima mano (León Casas, 2001).

Apéndice C: Coordenadas extraídas de la digitalización de los mapas de Tomás López

En este apartado figuran los datos con los que se han realizado los cálculos. En primer lugar se muestra la longitud y la latitud de las localidades en la actualidad, seguido de las coordenadas digitalizadas de los mapas de Tomás López.

C.1. Reyno de Aragón

LOCALIDAD	Actualidad		Tomás López	
	Longitud	Latitud	Longitud	Latitud
ABELLADA	-0,19749	42,34692	-0,05994	42,29780
ABENILLA	-0,31037	42,43246	-0,28096	42,36338
ABENOZAS	0,42468	42,31507	0,60199	42,16306
ABI	0,43065	42,47144	0,48580	42,40829
ABIEGO	-0,06645	42,12336	0,05342	42,04225
ABIZANDA	0,19901	42,24436	0,30875	42,14734
ADAHUESCA	-0,00786	42,14479	0,11962	42,06066
AGUAS	-0,20623	42,20166	-0,11429	42,16216
AGUASCALDAS	0,44431	42,41582	0,52757	42,38853
AGUILAR	0,38972	42,32065	0,58986	42,23852
AGUINALIU	0,34059	42,09765	0,50294	41,95157
AINETO	-0,19132	42,39275	-0,12192	42,31622
AINSA	0,14115	42,41961	0,25935	42,28478
ALASTRUE	-0,07279	42,36377	0,05207	42,28657
ALAVES	-0,37164	42,39193	-0,28855	42,35704
ALBALATE DE CINCA	0,15082	41,72663	0,27277	41,71702
ALBALATILLO	-0,15215	41,73880	-0,03903	41,75188
ALBELDA	0,46277	41,86616	0,61464	41,76687
ALBELLA	-0,04180	42,46329	0,06456	42,36517
ALBERO ALTO	-0,33587	42,05059	-0,21849	42,01171
ALBERO BAJO	-0,37976	42,02470	-0,29798	41,98476
ALBERUELA DE LA L	-0,03255	42,16625	0,08638	42,08761
ALBERUELA DE TUBO	-0,21459	41,91056	-0,07855	41,86147
ALCALA DEL OBISPO	-0,29053	42,07929	-0,16414	42,02832
ALCOLEA DE CINCA	0,11597	41,72137	0,23836	41,70278
ALFANTEGA	0,15057	41,82978	0,25333	41,78841
ALGAYON	0,38062	41,83372	0,53191	41,74470
ALINS DEL MONTE	0,33710	42,01920	0,41537	41,93805
ALLUE	-0,31029	42,48589	-0,28680	42,39347
ALMUNIA DE SAN JU	0,24364	41,93703	0,37489	41,85369
ALMUNIA DE SAN LO	0,60291	42,16910	0,74054	42,02787
ALMUNIA DEL ROMER	-0,27955	42,20710	-0,15157	42,14914
ALMUNIENTE	-0,40940	41,95052	-0,26969	41,94029
ALQUEZAR	0,02711	42,17308	0,14836	42,10018
ANCILES	0,51188	42,59297	0,58968	42,50620
ANGUES	-0,15085	42,11217	-0,02024	42,04270
ANTENZA	0,55551	42,06865	0,67825	41,96095
ANTILLON	-0,15923	42,03724	-0,00587	41,96185
APIES	-0,40194	42,22629	-0,28271	42,16935
ARASAN	0,51254	42,52645	0,61753	42,44018
ARASANZ	0,20731	42,34769	0,33377	42,22415
ARBANIES	-0,24613	42,16323	-0,12534	42,10782
ARCUSA	0,07893	42,32161	0,20186	42,23537
AREN	0,72349	42,26004	0,85418	42,12219
ARGAVIESO	-0,27754	42,05454	-0,16145	42,00542
ARGUIS	-0,43709	42,31547	-0,35064	42,24910

ARGUISAL	-0,32802	42,58803	-0,32318	42,48240
ARISTOLAS	0,19427	41,96743	0,32100	41,87345
ARRESA	-0,09789	42,49262	0,01520	42,39931
ARTASONA DEL LLAN	-0,57406	42,00471	0,41133	42,02787
ARTOSILLA	-0,26084	42,42708	-0,21849	42,34222
ASCASO	0,04971	42,47873	0,12541	42,34766
ASIN DE BROTO	-0,12739	42,53433	-0,07872	42,44422
ASO DE SOBREMORTE	-0,36177	42,63390	-0,35058	42,52102
ASQUE	0,05550	42,17686	0,18564	42,10063
ASUN	-0,38504	42,62099	-0,19714	42,86619
AULET	0,73960	42,34341	0,85045	42,25963
AYERA	-0,29878	42,17719	-0,16234	42,14106
AYERBE DE BROTO	-0,13970	42,54918	-0,10149	42,46892
AZANUY	0,31043	41,97138	0,43837	41,87045
AZARA	-0,02795	42,07002	0,10525	41,98341
AZLOR	-0,04494	42,09757	0,10255	41,99868
BACAMORTA	0,41299	42,36390	0,60378	42,28163
BAFALUY	0,44799	42,29007	0,64466	42,16037
BALDELLOU	0,54931	41,92029	0,69650	41,80191
BALLABAR	0,19245	41,62289	0,31321	41,63152
BANASTAS	-0,45050	42,18324	-0,32224	42,13117
BANDALIES	-0,29603	42,16423	-0,17178	42,12489
BARA	-0,12553	42,33182	0,01434	42,26816
BARBARUENS	0,39876	42,50369	0,46244	42,39661
BARBASTRO	0,12672	42,03538	0,25548	41,93580
BARBENUTA	-0,29455	42,59877	-0,26838	42,50755
BARBU#ALES	-0,08446	42,02688	0,04264	41,95556
BARBUES	-0,41823	41,98179	-0,26744	41,98341
BARLUENGA	-0,33792	42,20177	-0,22073	42,14959
BELLESTAR	0,39704	42,23139	0,55698	42,12444
BELLESTAR DEL FLU	-0,35972	42,11083	-0,23960	42,07324
BELSIERRE	0,13530	42,51396	0,25746	42,36742
BENABARRE	0,48334	42,10832	0,63118	41,99194
BENASQUE	0,52533	42,60594	0,58735	42,53749
BENAVENTE DE ARAG	0,38474	42,22452	0,51710	42,10108
BENTUE DE NOCITO	-0,21670	42,32675	-0,10261	42,26547
BENTUE DE RASAL	-0,51461	42,33734	-0,28815	42,25062
BERANUY	0,59416	42,36816	0,76466	42,25469
BERBEGAL	-0,00386	41,96062	0,14015	41,89201
BERGUA	-0,16646	42,53530	-0,17874	42,45949
BERROY	-0,13680	42,50542	-0,10643	42,43164
BESPEN	-0,14984	42,05867	-0,02832	41,99464
BETES	-0,34698	42,63591	-0,32228	42,52102
BETESA	0,69334	42,35381	0,79161	42,31173
BETORZ	0,02665	42,26156	0,12034	42,17833
BIASCAS DE OBARRA	0,57657	42,34199	0,70349	42,22235
BIELSA	0,21762	42,63589	0,16356	42,55434
BIERGE	-0,07768	42,16433	0,05539	42,09839
BIESCAS	-0,32021	42,63000	-0,34333	42,54019

BIESCAS	0,42336	42,41829	0,51589	42,36383
BINACED	0,20381	41,82534	0,33597	41,76146
BINEFAR	0,29526	41,85241	0,48520	41,77584
BINUESTE	-0,12536	42,36562	0,03276	42,29286
BISAURRI	0,51011	42,49722	0,61708	42,42266
BLECUA	-0,18658	42,05892	-0,04853	41,99060
BOLTA#A	0,07207	42,44420	0,18838	42,32071
BOLTURINA	0,25625	42,16531	0,49212	42,03242
BONANSA	0,66916	42,42954	0,69675	42,31532
BONO	0,72720	42,53658	0,69568	42,42176
BORRASTRE	-0,11124	42,49069	-0,01671	42,39444
BROTO	-0,11984	42,60431	-0,09533	42,50395
BU#ALES	-0,40701	42,04742	-0,28496	42,00587
BUERA	0,04340	42,14113	0,17307	42,07458
BUERBA	0,05222	42,53958	0,12317	42,42985
BUESA	-0,10449	42,58647	-0,06255	42,50036
BUISAN	-0,00778	42,58415	-0,03021	42,50845
BURCEAT	0,11314	42,08303	0,25481	41,99778
BURGASE	-0,02396	42,52570	0,02548	42,47124
CA#ARDO	-0,13660	42,41527	-0,05617	42,33373
CABALLERA	0,34562	42,31058	0,53462	42,15453
CAJGAR	0,59669	42,26184	0,73920	42,10153
CAJOL	-0,06134	42,53088	0,02014	42,44467
CALADRONES	0,52699	42,07477	0,69936	41,94434
CALASANZ	0,37401	42,02256	0,53013	41,91694
CALLEN	-0,36453	41,99472	-0,23915	41,96724
CAMPO	0,39851	42,40902	0,50785	42,33826
CAMPOL	-0,00761	42,49954	0,07942	42,41997
CAMPORRELLS	0,52501	41,96063	0,67999	41,83593
CAPELLA	0,39711	42,19829	0,59830	42,07908
CASBAS DE HUESCA	-0,13816	42,15635	0,00132	42,08447
CASBAS DE JACA	-0,29003	42,56454	-0,28158	42,44327
CASTANESA	0,66111	42,49970	0,77724	42,29915
CASTARNE	0,69354	42,44252	0,70915	42,34900
CASTEJON DE ARBAN	-0,26129	42,15003	-0,14240	42,11366
CASTEJON DE MONEG	-0,23877	41,61927	-0,09831	41,65008
CASTEJON DE SOS	0,49498	42,51459	0,60899	42,46308
CASTEJON DEL PUEN	0,16130	41,96357	0,28926	41,87884
CASTELLAR	-0,04326	42,52274	0,03536	42,43658
CASTELLAZO	0,06001	42,33666	0,18075	42,25558
CASTIGALEU	0,58165	42,20463	0,71000	42,07099
CASTILLAZUELO	0,06450	42,06934	0,20091	41,98835
CASTILLONROY	0,51590	41,88526	0,66269	41,76954
CASTILSABAS	-0,30241	42,19790	-0,19423	42,13791
CENTENERA	0,39173	42,28486	0,67205	42,15139
CERESOLA	-0,24185	42,43747	-0,16122	42,35484
CERESUELA	0,00588	42,55192	0,08885	42,45096
CERLER	0,53972	42,59604	0,61753	42,52012
CHALAMERA	0,16312	41,66591	0,27488	41,68122
CHIA	0,46564	42,52266	0,42202	42,46578
CHIBLUCO	-0,35695	42,21271	-0,24274	42,15273
CHIMILLAS	-0,44944	42,17198	-0,32718	42,12219
CHIRIVETA	0,69183	42,11598	0,81420	41,98072
CILLAS	-0,20977	42,53075	-0,20434	42,44242
CISCAR	0,55108	42,07751	0,72213	41,96050
CLAMOSA	0,23733	42,26708	0,40473	42,15633
CLARAVALLS	0,67696	42,23974	0,80747	42,09435
COFITA	0,19601	41,99035	0,27839	41,92143
COLLADAS (LAS)	0,38975	42,38749	0,49375	42,29196
COLLS	0,69179	42,20533	0,75986	42,09704
COLUNGO	0,06786	42,17346	0,22786	42,09210
CONCHEL	0,14421	41,88492	0,26710	41,81895
COSCOJUELA DE FAN	0,17019	42,14298	0,32689	42,04584
COSCOLLAR (EL)	0,05137	42,31351	0,16772	42,22100
COSCULLANO	-0,23684	42,19497	-0,10665	42,13028
COSTEAN	0,17908	42,08912	0,32420	41,99599
CREGENZAN	0,13608	42,08069	0,28063	41,98925
DENUY	0,63425	42,49800	0,62709	42,35177
DOS	0,53502	42,47563	0,60450	42,35978
EJEP	0,32283	42,24861	0,49779	42,12758

ERESUE	0,48348	42,56131	0,63055	42,45635
ERIPOL	0,08537	42,28003	0,23015	42,17833
ERISTE	0,49266	42,59134	0,56049	42,51384
ESCANE	0,67675	42,45786	0,74086	42,33149
ESCANILLA	0,19968	42,26999	0,31998	42,16127
ESCARTIN	-0,18919	42,54922	-0,20075	42,48060
ESPES	0,58734	42,44031	0,66783	42,35888
ESPIERBA	0,15818	42,65188	0,03286	42,57859
ESPIERRE	-0,28531	42,60155	-0,27333	42,51653
ESPIN	-0,20241	42,46060	-0,05581	42,37685
ESPLUGA	0,44917	42,38348	0,73372	41,88602
ESPLUS	0,27549	41,79965	0,41142	41,70338
ESTA#A	0,51910	42,03440	0,68454	41,91469
ESTADA	0,23829	42,07090	0,38528	41,96769
ESTADILLA	0,24772	42,05712	0,39471	41,95422
ESTERUN	0,47755	42,44062	0,54926	42,37775
ESTET	0,71574	42,52326	0,68175	42,41682
ESTICHE DE CINCA	0,12347	41,81963	0,21919	41,77883
FA#ANAS	-0,27227	42,07793	-0,14663	42,04225
FANILLO	-0,22927	42,47888	-0,12305	42,37999
FANLO	-0,01822	42,58852	-0,04953	42,52570
FANILLOSA	-0,22567	42,43245	-0,14954	42,34451
FET	0,63300	42,04277	0,73013	41,90040
FINESTRAS	0,61872	42,00821	0,75707	41,88004
FISCAL	-0,11786	42,49830	-0,05106	42,40480
FONZ	0,25853	42,01231	0,42951	41,90752
FORADADA DE TOSCA	0,34971	42,41324	0,50992	42,25963
FORCAT	0,71805	42,51112	0,68759	42,40559
FORMIGALES	0,29863	42,33321	0,42175	42,18866
FORNILLOS	0,06472	41,97868	0,19238	41,91380
FORNILLOS DE APIE	-0,37253	42,18770	-0,24364	42,13567
FOSADO	0,25339	42,42796	0,38093	42,27939
FRAELLA	-0,27604	41,94983	-0,16234	41,93131
FRAGEN	-0,13928	42,61243	-0,11137	42,50755
GABAS	0,49101	42,48368	0,59327	42,41772
GABASA	0,41723	42,00761	0,57459	41,90571
GALLISUE	0,08509	42,51792	0,19907	42,37910
GAVIN	-0,29703	42,62135	-0,30521	42,52417
GERBE	0,18513	42,38470	0,32492	42,27490
GERE	-0,02627	42,51542	0,03451	42,45365
GERESA	-0,29220	42,38153	-0,32763	42,33508
GILLUE	-0,17370	42,42054	-0,07521	42,33548
GINASTE	0,71490	42,49713	0,71634	42,37460
GISTAIN	0,33517	42,59210	0,31527	42,54389
GRA#EN	-0,36957	41,94428	-0,26744	41,91155
GRADO (EL)	0,22737	42,15139	0,37136	42,05123
GRAUS	0,34206	42,19224	0,50453	42,08042
GRIEBAL	0,20507	42,38445	0,29752	42,26636
GRUSTAN	0,31683	42,21066	0,48207	42,10153
GUARDIA	0,15790	42,11204	0,29366	42,01710
GUASO	0,10004	42,41764	0,21758	42,29421
GUEL	0,49086	42,25135	0,65117	42,10198
HOSPITAL	0,16459	42,55003	0,11202	42,60857
HOSPITAL DE PARZAN	0,19953	42,70895	0,28765	42,60587
HOZ DE BARBASTRO	0,13739	42,14009	0,28423	42,04359
HOZ DE JACA	-0,30613	42,69233	-0,33390	42,58061
HUERRIOS	-0,45536	42,14526	-0,33751	42,11231
HUERTA DE VERO	0,01695	42,11557	0,15016	42,04135
HUERTO	-0,16499	41,93274	-0,03903	41,88303
HUESCA	-0,40822	42,13841	-0,29888	42,09974
HUMO DE RA#IN (EL)	0,29863	42,38551	0,47893	42,22415
IBIECA	-0,20558	42,16264	-0,06964	42,10018
IBIRQUE	-0,28599	42,33953	0,03411	42,30364
IGRIES	-0,42981	42,21484	-0,32358	42,17205
ILCHE	0,05765	41,95898	0,19763	41,88542
ISUN DE BASA	-0,30669	42,51233	-0,27916	42,41997
JANOVAS	-0,00119	42,46724	0,11091	42,33912
JAVIERRE	0,20616	42,63705	0,11707	42,56309
JAVIERRE DEL OBIS	-0,31449	42,53774	-0,32587	42,46533

JUNZANO	-0,12614	42,13843	-0,00452	42,06201
JUSEU	0,37665	42,09390	0,55034	41,97039
LABATA	-0,16170	42,19043	-0,03192	42,10872
LABUERDA	0,13701	42,45278	0,25216	42,31397
LACORT	-0,03052	42,47543	0,08212	42,36966
LACUADRADA	-0,07019	41,97454	0,06409	41,90758
LAGUARTA	-0,11623	42,41555	-0,03776	42,32789
LAGUNARROTA	-0,00772	41,92754	0,11978	41,85788
LALUEZA	-0,25661	41,84190	-0,13125	41,83752
LAMASADERA	-0,04362	41,83693	0,08805	41,78841
LAMATA	0,17884	42,28057	0,30516	42,16980
LANAJA	-0,32842	41,77176	-0,20311	41,80817
LANAVE	-0,39306	42,41933	-0,31869	42,36921
LAPENILLA	0,24496	42,25133	0,39709	42,12983
LAPERDIGUERA	-0,04377	41,99028	0,07650	41,92323
LARDIES	-0,13054	42,50016	-0,13068	42,43524
LARREDE	-0,31899	42,55595	-0,31240	42,47162
LASAOSA	-0,26085	42,38112	-0,23645	42,32295
LASCASAS	-0,38313	42,07224	-0,26295	42,04853
LASCELLAS	-0,08168	42,07918	0,03770	42,00721
LASCORZ	0,31457	42,39958	0,46711	42,25334
LASCUARRE	0,51660	42,19834	0,63904	42,08402
LASTANOSA	-0,08250	41,85414	0,02445	41,83572
LATAS	-0,32927	42,52732	-0,32812	42,44242
LATORRECILLA	0,08917	42,40404	0,18569	42,28118
LAVELILLA	-0,00225	42,47694	0,09155	42,35215
LAYES	-0,42202	42,41378	-0,30881	42,38179
LECINA	0,03809	42,23167	0,14235	42,15183
LIESA	-0,21872	42,13710	-0,11815	42,09480
LIGUERRE DE ARA	-0,07587	42,47658	0,04933	42,39122
LIGUERRE DE CINCA	0,21537	42,28640	0,33781	42,17429
LIRI	0,50911	42,53724	0,62696	42,44871
LLERT	0,46590	42,43601	0,54297	42,36427
LOPORZANO	-0,32238	42,16262	-0,19693	42,11276
LOSCERTALES	-0,25807	42,18710	-0,13450	42,13477
LUEZA (LA)	0,28004	42,38497	0,42175	42,23043
LUSERA	-0,34274	42,31782	-0,21175	42,28118
LUZAS	0,57868	42,15842	0,72527	42,03416
MARCEN	-0,27980	41,93383	-0,15471	41,91784
MARGUDGUED	0,08508	42,43474	0,18883	42,30858
MATIDERO	-0,08512	42,39656	0,03860	42,31487
MEDIANO	0,21753	42,32389	0,34109	42,19495
MERLI	0,48667	42,34345	0,63433	42,20573
MIPANAS	0,21662	42,21460	0,38304	42,10962
MOLINOS (LOS)	-0,26748	42,18734	-0,27103	42,06515
MONESMA	0,61808	42,22428	0,75671	42,07773
MONESMA	0,06426	41,92656	0,19344	41,86327
MONFLORITE	-0,35322	42,09519	-0,24274	42,05886
MONGAY	0,66043	42,09557	0,80297	41,95781
MONT DE RODA	0,53130	42,23447	0,64578	42,12219
MONTA#ANA	0,67832	42,16384	0,75087	42,00272
MONTANUY	0,69662	42,46708	0,72307	42,36517
MONTESA	0,12977	42,10317	0,27008	42,00721
MONZON	0,19386	41,91190	0,32040	41,83392
MORA DE MONTA#ANA (LA)	0,66177	42,18940	0,78860	42,05482
MORCAT	0,02604	42,39930	0,13202	42,27894
MORILLA	0,04190	41,94360	0,16290	41,85608
MORILLO DE LIENA	0,39540	42,37900	0,53597	42,29556
MORILLO DE MONCLU	0,28626	42,35324	0,29034	42,25648
MURIA (LA)	0,53500	42,45882	0,59148	42,35529
MURO DE BELLOS	0,13304	42,49051	-0,00187	42,41413
NASARRE	-0,10752	42,31720	0,02153	42,25558
NAVAL	0,15389	42,19635	0,29590	42,10692
NAVARRI	0,39140	42,38349	0,51575	42,29421
NERIL	0,62333	42,47395	0,60001	42,34900
NERIN	0,01975	42,57596	0,04574	42,52147
NOCELLAS	0,47161	42,34503	0,62220	42,22819
NOCITO	-0,25208	42,32499	-0,16729	42,25109
NOVALES	-0,28493	42,03444	-0,14707	41,98027

NUENO	-0,44032	42,26642	-0,33526	42,22145
ODINA	0,03821	41,92244	0,18506	41,84410
OLIVAN	-0,30124	42,57694	-0,29488	42,49497
OLVENA	0,26054	42,10987	0,43783	41,98790
ONT#EANA	0,08675	41,67742	0,22279	41,68661
ORDOVES	-0,34377	42,40637	-0,26609	42,35210
OROS ALTO	-0,31170	42,60842	-0,31375	42,50845
ORUS	-0,23724	42,47008	-0,09264	42,37865
OSAN	-0,31575	42,50025	-0,27737	42,40784
OSSO	0,19382	41,66662	0,31980	41,67343
OTAL	-0,20911	42,58947	-0,21422	42,51473
OTO	-0,12543	42,59900	-0,11092	42,49632
PALLARUELO DE MON	-0,20730	41,70773	-0,07436	41,72733
PALLEROL	0,70724	42,33906	0,77948	42,29331
PALO	0,24526	42,32542	0,40159	42,18552
PANILLO	0,30111	42,23768	0,47116	42,13207
PANO	0,28383	42,25944	0,42984	42,15812
PANTICOSA	-0,28215	42,72542	-0,33020	42,60789
PARDANIU	0,48546	42,39138	0,55034	42,30813
PARDINA (LA)	0,18116	42,43019	-0,17110	42,45230
PARDINA (LA)	0,16198	42,31784	0,30111	42,20618
PARDINELLA	0,58058	42,35443	0,69541	42,25199
PAULES DE SARSA	0,04273	42,30671	0,12842	42,20708
PEDRUEL	-0,08519	42,26141	0,02243	42,16980
PELEGRI#ON	0,37543	41,90666	0,39304	41,79208
PERALTA DE ALCOFE	-0,06626	41,93189	0,05918	41,86986
PERALTA DE LA SAL	0,38578	41,99343	0,49418	41,87105
PERALTILLA	-0,01489	42,05602	0,12636	41,97488
PERARRUA	0,35393	42,26791	0,51261	42,14016
PERMISAN	0,07406	41,97344	0,21320	41,90219
PERTUSA	-0,12401	42,00509	0,00985	41,93984
PILZAN	0,48776	42,05166	0,62840	41,93266
PIRACES	-0,31518	42,00602	-0,16549	41,96545
PLAMPALACIOS	0,18476	42,35098	0,32312	42,23582
PLANILLO	-0,03556	42,45256	0,05602	42,35035
POCIELLO	0,44726	42,19497	0,59929	42,30274
POLE#INO	-0,30816	41,87200	-0,17976	41,85848
POMAR DE CINCA	0,12728	41,85463	0,24614	41,80398
POMPENILLO	-0,39224	42,09830	-0,28765	42,08132
PONZANO	-0,07665	42,06827	0,05791	41,99015
POZAN DE VERO	0,03563	42,08209	0,16947	42,01126
PUEBLA DE CASTRO	0,28772	42,14665	0,44187	42,03596
PUEBLA DE RODA (L)	0,54467	42,30504	0,69496	42,14061
PUEBLA DEL MON (L)	0,36912	42,16025	0,55752	42,08851
PUENTE DE MONTA#A	0,69457	42,15224	0,82588	41,99778
PUEYO DE FA#ANAS	-0,25772	42,06679	-0,12309	42,03416
PUEYO DE MARGUILL	0,36426	42,14161	0,53013	42,03865
PUEYO DE SANTA CR	0,15749	41,85847	0,21843	41,96050
PUY DE CINCA	0,24558	42,22301	0,40055	42,11051
PUYARRUEGO	0,12652	42,50924	0,23904	42,34182
QUICENA	-0,35955	42,14929	-0,25532	42,09794
RA#IN	0,31489	42,38201	0,46217	42,21876
RADIQUERO	-0,00280	42,17526	0,11827	42,09704
RAFALES	0,29491	41,76109	0,42579	41,68122
RAMASTUE	0,49532	42,54464	0,61466	42,45068
RENANUE	0,52569	42,49022	0,61483	42,43119
REVILLA	0,14781	42,60076	0,14877	42,50979
RIBERA (LA)	0,49053	42,22034	0,04664	42,37910
RODA DE ISABENA	0,53054	42,29234	0,66487	42,12848
RODELLAR	-0,07765	42,28354	0,04264	42,19495
SABAYES	-0,42285	42,25112	-0,29933	42,19091
SABI#ANIGO	-0,36121	42,51707	-0,35192	42,40784
SAGANTA	0,49497	41,97780	0,65587	41,85129
SAGARRAS	0,53823	42,13184	0,66253	42,01844

BAJAS				
SAHUN	0,46746	42,57852	0,50691	42,46982
SALAS ALTAS	0,07609	42,11684	0,20945	42,03147
SALAS BAJAS	0,08523	42,10273	0,23213	42,02248
SALILLAS	-0,22179	41,99412	-0,11321	41,95377
SALINAS DE HOZ	0,12215	42,17049	0,25324	42,07234
SALINAS DE TRILLO	0,27621	42,30475	0,38852	42,17294
SAN ESTEBAN DE GU	-0,27766	42,37976	-0,27014	42,32924
SAN ESTEBAN DE LI	0,32713	41,90689	0,46184	41,80458
SAN ESTEBAN DEL M	0,57279	42,29443	0,72649	42,14869
SAN FELICES	-0,02603	42,45515	0,07803	42,35844
SAN FELIU DE VERI	0,52919	42,46967	0,58878	42,36472
SAN JUAN	0,28652	42,45141	0,42759	42,30185
SAN JUAN DE PLAN	0,34657	42,58870	0,30955	42,57050
SAN JULIAN DE BAN	-0,34808	42,22828	-0,26205	42,16351
SAN JULIAN DE BAS	-0,25392	42,47596	-0,19940	42,38987
SAN JUSTE	-0,09755	42,48488	0,00477	42,38863
SAN LORENZO	0,60153	42,17465	0,75716	42,03102
SAN PELEGRIN	0,01080	42,18760	0,13803	42,12040
SAN ROMAN	-0,11332	42,17677	0,00626	42,10513
SAN ROMAN DE BASA	-0,29825	42,50449	-0,30432	42,43164
SAN VICENTE	0,10957	42,46924	0,23150	42,31532
SANGARREN	-0,43162	42,02040	-0,31685	42,00182
SANTA CILIA	-0,16669	42,23603	-0,05213	42,16306
SANTA EULALIA DE	-0,40460	42,26420	-0,32852	42,20753
SANTA LIESTRA Y S	0,36786	42,30824	0,56696	42,20618
SANTA MAURA	0,43363	42,40970	0,51679	42,37865
SANTA OLARIA DE A	-0,06422	42,47868	-0,17178	42,15812
SANTALECINA	0,11430	41,78071	0,23716	41,75907
SANTORENS	0,71750	42,35246	0,82260	42,29241
SARAVILLO	0,26085	42,55601	0,31782	42,50755
SARDAS	-0,33593	42,50807	-0,32498	42,42625
SARI#ENA	-0,15778	41,79368	-0,04082	41,78961
SARSA DE SURTA	0,01614	42,31601	0,15021	42,21022
SASA	-0,19339	42,52035	-0,18323	42,43389
SASA DEL ABADIADO	-0,32705	42,18657	-0,17312	42,13701
SASE	-0,08075	42,50767	-0,02854	42,46146
SATUE	-0,31532	42,53111	-0,30213	42,45169
SE#ES	0,28890	42,58660	0,27992	42,52726
SECASTILLA	0,26940	42,18249	0,46074	42,06021
SECORUN	-0,14499	42,40150	-0,07027	42,31981
SEIRA	0,43271	42,47914	0,47816	42,42850
SELGUA	0,11977	41,93078	0,25812	41,85189
SENA	-0,04548	41,71839	0,07236	41,72913
SENEGUE	-0,34350	42,54923	-0,32093	42,45320
SENZ	0,36722	42,43534	0,42067	42,34496
SERRADUY DEL PON	0,57076	42,32259	0,72415	42,16351
SERRATE	0,49622	42,38589	0,57459	42,30813
SERVETO	0,29617	42,58306	0,30120	42,52686
SESA	-0,24498	41,99508	-0,13630	41,95107
SESUE	0,47363	42,55177	0,59372	42,46713
SIESO DE HUESCA	-0,14844	42,16286	-0,01889	42,08985
SIESTE	0,07093	42,43126	0,21578	42,30409
SIETAMO	-0,27940	42,12768	-0,16055	42,09524
SILVES	0,03973	42,45448	0,16637	42,31891
SIN	0,27873	42,58105	0,27875	42,51428
SIPAN	-0,26552	42,17976	-0,15157	42,12713
SOBAS	-0,25819	42,48833	-0,15943	42,38359
SOLANILLA	-0,22119	42,38655	-0,19603	42,32430
SOLER (EL)	0,45814	42,21272	0,63141	42,09929
SOLIPUEYO	0,29681	42,37618	0,44196	42,22235

SOLIVA	0,68043	42,22568	0,78995	42,10917
SOPEIRA	0,74898	42,31842	0,88997	42,16800
SOPERUN	0,64221	42,33173	0,78532	42,20034
SORRIPAS	-0,34531	42,55548	-0,34833	42,45590
SOS	0,48512	42,53795	0,61034	42,47521
SUELVES	0,11040	42,21706	0,25975	42,12309
SUSIN	-0,29012	42,56996	-0,27782	42,43658
TABERNAS DE ISUEL	-0,40856	42,05679	-0,30292	42,01620
TAMARITE DE LITER	0,42215	41,86947	0,58803	41,77664
TIERRANTONA	0,27230	42,37110	0,39664	42,23807
TIERZ	-0,35200	42,13327	-0,24903	42,08671
TOLVA	0,56589	42,11688	0,69698	41,99015
TORLA	-0,11097	42,62878	-0,11711	42,52874
TORMILLO (EL)	-0,02914	41,87293	0,08625	41,82554
TORRE BARO	0,64919	42,16035	0,79264	42,02293
TORRE DE BUIRA	0,73145	42,38796	0,78802	42,27894
TORRE DE ESERA	0,35648	42,21556	0,54171	42,11546
TORRE LABAD	0,43120	42,21432	0,61088	42,08491
TORRELISA	0,18770	42,46029	0,32627	42,29151
TORRES DE ALCANAD	-0,11084	41,96762	-0,00010	41,91237
TORRES DE BARBUES	-0,43139	41,96261	-0,31056	41,96634
TORRES DE MONTES	-0,19148	42,09314	-0,06066	42,02159
TORRES DEL OBISPO	0,38166	42,13248	0,55438	42,02293
TORRUELLA DE ARAGON	0,42224	42,30698	0,58717	42,15228
TRAMACED	-0,29590	41,97442	-0,18031	41,94568
TRESERRA	0,65022	42,25182	0,81811	42,21516
TRONCEDO	0,30028	42,30792	0,41771	42,17205
URMELLA	0,53133	42,51323	0,60136	42,43434
USED	-0,19062	42,32632	-0,04494	42,26726
USON	-0,22233	41,94085	-0,08753	41,89980
VALCARCA	0,23942	41,83846	0,41801	41,74410
VELILLAS	-0,20471	42,12056	-0,06291	42,06201
VI#AL	0,71410	42,50599	0,70421	42,39167
VIACAMP	0,61566	42,12996	0,75357	41,98116
VICIEN	-0,44012	42,05698	-0,33391	42,00991
VILLACARLI	0,55069	42,35372	0,59211	42,32969
VILLANUEVA DE SIG	-0,00826	41,71781	0,10182	41,72434
VILLOBAS	-0,28024	42,40072	-0,25356	42,35888
VIO	0,05768	42,54580	0,14922	42,43254
VISALIBONS	0,57077	42,36992	-0,13023	42,51069
VIU	-0,15121	42,61539	0,73385	42,34002
VIU	0,34545	42,45541	0,40271	42,36832
YASO	-0,12758	42,20326	-0,01036	42,14195
YEBRA DE BASA	-0,28150	42,48773	-0,23739	42,39976
YEQUEDA	-0,43299	42,18590	-0,32179	42,14375
YESERO	-0,25034	42,62052	-0,25536	42,52147
YOSA DE SOBREMONT	-0,34973	42,62306	-0,33441	42,50710
ZAIDIN	0,26801	41,60855	0,35992	41,61116
ZURITA	0,44370	41,99117	0,58401	41,86626
AGER	0,76360	42,00103	0,92411	41,93535
AGRAMUNT	1,09891	41,78874	1,28513	41,69918
ALGUAIRE	0,58791	41,74055	0,71456	41,68242
ALMACELLES	0,43783	41,73256	0,52113	41,65188
ALMENAR	0,57021	41,79699	0,70795	41,72308
ARTIES	0,87146	42,70055	0,99059	42,64259
BALAGUER	0,81127	41,79436	0,91774	41,68900
CAMARASA	0,87777	41,87488	1,01535	41,73392
CASTELLNOU DE MON	0,76624	42,10295	0,82911	41,91297
CONQUES	1,01197	42,12067	1,25826	41,99778
GARZOLA	1,02592	41,96341	1,13018	41,83782
GERRI DE LA SAL	1,06725	42,32429	1,15186	42,23582

LLAVORSI	1,20915	42,49686	1,13030	42,35305
POBLA DE SEGUR	0,96841	42,25009	1,18864	42,06381
SANT MARTI DE BAR	0,96092	42,06788	0,84281	42,14645
TOR	1,39850	42,57247	1,04631	42,25514
TREDOS	0,91632	42,70364	1,06705	42,63990
TREJUVELL	1,27436	42,29763	1,12397	42,02338

VALENCIA D'ANEU	1,10892	42,63605	1,23046	42,51249
VIELHA	0,79735	42,70247	0,89415	42,67365
VILAC	0,79931	42,72435	0,87259	42,70228
MONEGRILLO	-0,41313	41,63819	-0,31030	41,71056

C.2. Islas Baleares

LOCALIDAD	Actualidad		Tomás López	
	Longitud	Latitud	Longitud	Latitud
ALAIOR	4,14225	39,93508	4,14347	39,90836
ALCUDIA	3,12322	39,85244	3,16784	39,82159
ALGAIDA	2,89683	39,55965	2,93842	39,51684
ARIANY	3,11531	39,65154	3,14801	39,62805
ARTA	3,35672	39,69478	3,38234	39,65676
BINALI	2,86102	39,64216	2,88709	39,62377
BINIAMAR	2,87323	39,73278	2,89618	39,72268
BINISALEM	2,84633	39,69069	2,90901	39,66494
BUGER	2,98623	39,76082	3,03899	39,75637
CAIMARI	2,90255	39,77283	2,94168	39,79433
CALA FIGUERA	3,15764	39,33511	3,21072	39,30228
CALA LLOMBARD	3,13256	39,32262	3,14282	39,28785
CALA MURADA	3,2703	39,45315	3,30653	39,44771
CALA PI	2,83881	39,36586	2,90206	39,35147
CALA SANT VICENC	3,05668	39,92056	3,12304	39,90211
CAMPANET	2,96569	39,77707	3,016	39,80288
CAMPOS	3,02095	39,43042	3,04797	39,40013
CANYAMEL	3,44006	39,66052	3,4488	39,6782
CAPDEPERA	3,43789	39,70371	3,45415	39,72632
CIUDADELA	3,84233	40,00334	3,85715	40,02411
CONSELL	2,81355	39,66998	2,86196	39,65425
COSTITX	2,95122	39,65819	2,96943	39,62377
ESCORCA	2,88575	39,82385	2,91067	39,81304
FELANITX	3,14887	39,46994	3,20163	39,45199
FERRERIES	4,00837	39,98304	3,96128	39,98449
FORNELLS	4,13203	40,05781	4,14627	40,0426
INCA	2,91159	39,72047	2,94002	39,70504
LLORET DE VISTALE	2,97546	39,61857	2,98333	39,58421
LLOSETA	2,86825	39,71961	2,90153	39,70344
LLUBI	3,00925	39,70005	3,03573	39,67777
LLUC	2,88657	39,82692	2,96628	39,83656
LLUCMAJOR	2,89422	39,49087	2,94002	39,46696
MANACOR	3,21103	39,56973	3,21179	39,5664
MANCOR DE LA VALL	2,87191	39,75174	2,91121	39,7553
MAO	4,25646	39,88887	4,26677	39,86912

MARIA DE LA SALUT	3,07674	39,66731	3,094	39,65104
MERCADAL (ES)	4,09273	39,98907	4,05368	39,97891
MOLI (ES)	1,3044	38,96697	4,18449	39,95442
MONTUIRI	2,98182	39,56744	3,05284	39,50829
MOSCARI	2,93669	39,76644	2,96841	39,77668
MURO	3,05533	39,73757	3,08818	39,70183
NA GOSTA	3,06324	39,27256	3,0993	39,28143
PETRA	3,11379	39,61389	3,11111	39,59116
PINA	2,925	39,60006	2,9705	39,5532
POLLEN#A	3,01794	39,87857	3,09192	39,86169
PORRERAS	3,02756	39,51469	3,06882	39,45894
PORTO PETRO	3,2004	39,35969	3,24868	39,33811
PORTOCOLOM	3,25649	39,41813	3,28942	39,42312
PUEBLA (LA)	3,02588	39,77073	3,06519	39,78417
RAPITA (SA)	2,93961	39,36663	3,01696	39,34399
SANT JOAN DE MISS	3,04106	39,59709	3,08331	39,53341
SANT LLOREN# DE C	3,28527	39,61299	3,28504	39,60704
SANT LLUIS	4,26213	39,84932	4,25994	39,8269
SANTA EUGENIA	2,84116	39,62416	2,8625	39,61041
SANTA MARGALIDA	3,10689	39,7037	3,13747	39,67226
SANTANYI	3,12927	39,35502	3,14474	39,33597
SELVA	2,90401	39,75464	2,9497	39,75369
SENCELLES	2,89992	39,64912	2,92933	39,63019
SES SALINES	3,05469	39,33901	3,05765	39,31886
SINEU	3,01174	39,64442	3,02076	39,61736
SON CERVERA	3,36285	39,62406	3,36524	39,62094
TORRE TRECADA	3,92888	39,98741	3,83841	39,9772
TRUQUERIES (SES)	3,80531	40,00737	3,84583	40,04825
VILAFRANCA DE BON	3,08945	39,57005	3,17062	39,52577
CALA EN PORTER	4,13659	39,87543	4,13846	39,85791
PORT DE POLLEN#A	3,07773	39,9046	3,06904	39,90051

C.3. Principado de Cataluña

LOCALIDAD	Actualidad		Tomás López	
	Longitud	Latitud	Longitud	Latitud
ABELLA D'ADONS	0,81986	42,33987	0,7997	42,33711
ABELLA DE LA CONC	1,09091	42,1634	1,19453	42,20904
ADRAEN	1,49921	42,27565	1,49546	42,33538
ADRALL	1,40136	42,32876	1,40661	42,37241
AGER	0,7636	42,00103	0,93819	41,97024
AGRAMUNT	1,09891	41,78874	1,17044	41,80441
AGUDA	1,40191	41,81803	1,43295	41,85495
AGUILAR	1,27741	42,01885	1,64014	41,97405
AGULLO	0,72049	42,00732	0,90634	41,95083
AINET DE BESAN	1,29655	42,53927	1,28268	42,58126
AINET DE CARDOS	1,23456	42,5825	1,23302	42,62331
ALAS	1,50911	42,3515	1,53284	42,41049
ALBEROLA	0,67973	41,93491	0,83321	41,87052
ALBESA	0,66472	41,75397	0,8131	41,77049
ALENTORN	1,0633	41,92646	1,23759	41,93767
ALFARRAS	0,56995	41,83256	0,77475	41,82968
ALGERRI	0,63825	41,81744	0,82971	41,80891
ALINS	1,32013	42,54903	1,32118	42,60255
ALINYA	1,42288	42,18146	1,4587	42,23742
ALMENARA	1,06952	41,75468	0,74567	41,7878
ALOS DE BALAGUER	0,96081	41,91535	1,11458	41,88956
ALOS D'ISIL	1,09867	42,702	1,08196	42,71838
ALZAMORA	0,72916	42,08456	0,83539	42,02247
ALZINA (L')	0,80984	42,08575	0,92794	42,04047
AMETLLA DE MONTSE	0,82554	42,0151	0,99163	42,01486
ANAS	1,21355	42,57785	1,19979	42,59995
ANCS	1,0223	42,38251	1,02372	42,37034
ANDANI	0,571	41,8437	0,76713	41,84456
ANOVES (LES)	1,33484	42,12899	1,41336	42,18412
ANSOVELL	1,58622	42,32671	1,57458	42,39664
ANTIST	0,94759	42,37217	0,95691	42,36861
ARANSIS	0,9554	42,08814	1,11499	42,1097
ARAOS	1,2609	42,53691	1,25854	42,57477
ARAVELL	1,40751	42,36145	1,43914	42,40772
ARCALIS	1,08366	42,35425	1,14569	42,38107
ARCAVELL	1,48363	42,43044	1,47808	42,47794
ARDEVOL	1,52113	41,85188	1,50581	41,89475
ARESTUI	1,16726	42,50964	1,11179	42,5797
AREU	1,3256	42,58804	1,36285	42,62799
ARFA	1,416	42,33239	1,43395	42,36964
ARGENTERA	1,03181	41,95775	1,20949	41,9844
ARGORELL	1,44916	42,43685	1,43668	42,49014
ARRS DE JOS	0,71163	42,75793	0,71069	42,73909
ARREU	1,07502	42,66461	1,08904	42,69734
ARRO	0,71433	42,74486	0,67071	42,72508
ARROS	0,76463	42,73829	0,71554	42,69107
ARROS DE CARDOS	1,24822	42,59379	1,24834	42,60618
ARS	1,39435	42,44583	1,3941	42,45798
ARTESA DE SEGRE	1,05087	41,8965	1,23621	41,9176
ARTIES	0,87146	42,70055	0,85949	42,63681
ASTELL	0,9658	42,40359	0,96314	42,39491
AUBERT	0,77983	42,731	0,74838	42,66018
AULAS	0,80286	42,27624	0,83864	42,20869
AVELLANET	1,33075	42,35255	1,35043	42,39145
BAGERGE	0,9173	42,71987	0,89487	42,65343
BAIASCA	1,1441	42,51067	1,09871	42,58775
BALAGUER	0,81127	41,79436	0,95169	41,79507
BALDOMAR	1,01604	41,91766	1,14711	41,9131
BALLESTA	1,42047	42,36926	1,44468	42,41672
BAR	1,64186	42,35936	1,59425	42,46548
BARO	1,08205	42,36138	1,13046	42,39007
BARRUERA	0,80081	42,50485	0,83091	42,50624
BASSELLA	1,2875	42,01212	1,37677	42,03597
BASTIDA DE SORT (1,13115	42,42666	1,11517	42,45408
BASTIDA D'HORTONS	1,47271	42,32814	1,49892	42,38487
BASTURS	1,0134	42,15352	1,15016	42,18239
BAUSEN	0,71789	42,83649	0,60565	42,77648

BEGUDA D'ADONS	0,83742	42,33634	0,80835	42,32568
BELLAIRE D'URGEL	0,90701	41,76125	0,96491	41,76322
BELFORT	1,16743	41,9969	1,29439	42,05259
BELLMUNT D'URGELL	0,95396	41,77581	0,98914	41,77222
BENAVENT DE TREMP	1,09681	42,0744	1,19599	42,12804
BENOS	0,73055	42,73985	0,68958	42,70976
BERANI	1,16203	42,44901	1,19442	42,49845
BERANUY	0,9679	42,37452	0,99049	42,38453
BEREN	1,3141	42,31796	1,33139	42,37137
BERNUI	1,08491	42,44972	1,08401	42,49092
BERRÓS-JOSSA	1,15596	42,57617	1,12986	42,62617
BESCARAN	1,54425	42,40319	1,5048	42,43749
BESORA	1,6005	42,03019	1,5785	42,04013
BETREN	0,8102	42,69947	0,79589	42,63162
BIOSCA	1,35937	41,84261	1,40837	41,84941
BISCARBO	1,22998	42,34853	1,26944	42,39456
BISCARRI	1,09967	42,10355	1,20385	42,14847
BOHI	0,83443	42,52269	0,86907	42,5013
BOIX	0,61122	41,89558	0,79929	41,84595
BOIXOLS	1,16417	42,17352	1,23503	42,208
BOLDIS-JOSSA	1,26648	42,61358	1,27326	42,63603
BOLDIS-SUBIRA	1,2739	42,61488	1,30067	42,63552
BONESTARRE	1,21828	42,57499	1,22186	42,60436
BORDES (ES)	0,72104	42,73796	0,67972	42,69834
BOREN	1,08323	42,66128	1,11428	42,6864
BOSSOST	0,69093	42,78692	0,64018	42,72897
BRETUY	1,02102	42,3346	1,06193	42,35199
BRICHS	1,51325	41,95293	1,5101	42,00759
BURG	1,27222	42,50511	1,27274	42,59294
BURGO	1,15504	42,6177	1,14969	42,64772
BUSEU	1,11907	42,3075	1,15573	42,33295
BUTSENI	0,99605	41,80366	1,1125	41,8321
CABANABONA	1,21667	41,85328	1,31976	41,85495
CABDELLA	0,99221	42,47466	0,96799	42,44372
CABO	1,2496	42,23998	1,30564	42,30561
CADOLLA	0,8971	42,33066	0,89963	42,2928
CALVINYA	1,46943	42,37885	1,47677	42,43022
CAMARASA	0,87777	41,87488	1,01939	41,85425
CAMBRIELS	1,39207	42,13466	1,44901	42,19865
CANALDA	1,52201	42,12573	1,49193	42,1502
CANEJAN	0,73917	42,83935	0,63031	42,78582
CARDET	0,7868	42,49909	0,80936	42,50546
CAREGUE	1,10513	42,47017	1,09128	42,50909
CASARILL	0,8324	42,70039	0,82808	42,63785
CASAU	0,78629	42,70684	0,7463	42,6298
CASOS	0,73418	42,48394	0,70884	42,45899
CASSIBROS	1,23314	42,5748	1,24393	42,59761
CASTELLAR DE LA R	1,41747	42,02352	1,46787	42,07786
CASTELLAS	1,23212	42,3302	1,27601	42,38245
CASTELLBO	1,35526	42,37488	1,37466	42,42364
CASTELL-ESTAO	0,95625	42,38809	0,9718	42,34611
CASTELLET	0,82713	42,27452	0,85699	42,22531
CASTELLNOU	1,14562	41,77026	1,17086	41,78261
CASTELLNOU DE AVE	0,91568	42,40587	0,89669	42,40668
CASTELLNOU DE BAS	1,2871	41,99318	1,37642	42,01797
CASTELLNOU DE MON	0,76624	42,10295	0,94836	42,05016
CASTELLO DE FARFA	0,72984	41,81976	0,88385	41,81653
CASTELLS (ELS)	1,17639	42,30213	1,09377	42,34438
CASTELLVELL	1,49778	41,99804	1,49418	42,02663
CASTERNER DE LES OLLES	0,75379	42,34132	0,81822	42,29176
CASTILLO DE TOR (0,74234	42,43343	0,72182	42,41879
CASTISSENT	0,71283	42,1243	0,84023	42,04636
CAVA	1,60688	42,32604	1,58705	42,43956
CELLERS	1,47619	41,81316	1,47881	41,8546
CERVOLLES	0,92159	42,31302	0,97336	42,27827
CIVIS	1,42262	42,46806	1,38606	42,52908
CLARA	1,4568	42,00182	1,46995	42,01763
CLARAMUNT	0,78397	42,18039	0,85027	42,09101
CLARET	1,15629	41,85803	1,1667	41,77361
CLARET	1,46469	41,82126	1,47604	41,8726

CLARIANA DE CARDE	1,62592	41,934	1,59615	41,98163
CLAVEROL	0,98952	42,24514	1,07851	42,24538
CLUA (LA)	0,72688	42,09933	0,88253	42,04082
CLUA (LA)	1,27933	41,99152	1,36293	42,07578
CLUA (LA)	1,01733	41,94821	1,18567	41,94113
COLL	0,77469	42,47323	0,75635	42,47976
COLL DE NARGO	1,31913	42,17392	1,35728	42,21562
COLLDEL RAT	1,09163	41,9005	1,26597	41,91033
COLLFRED	1,11525	41,91658	1,26771	41,93802
COMA DE NABINERS	1,44429	42,32027	1,48473	42,36168
COMABELLA	1,34558	41,75091	1,28134	41,78229
CONILL	1,15219	41,71058	1,41318	41,76495
CONQUES	1,01197	42,12067	1,11361	42,13912
CORNELLANA	1,54052	42,26232	1,52592	42,33122
CORRONCUY	0,85744	42,33613	0,86633	42,28276
CORSA	0,68804	42,03022	0,88385	42,00205
CORTARRIU	1,75544	42,34658	1,57812	42,27377
COSCO	1,16336	41,82358	1,29	41,82795
COVET	1,07071	42,08867	1,17107	42,13877
CUBELLS	0,95847	41,85517	1,10869	41,86083
DONZELL (LA)	1,09419	41,83666	1,21405	41,84802
DORVE	1,14775	42,59192	1,13791	42,64097
DURRO	0,82096	42,49877	0,83688	42,49092
ENBALL	0,98688	42,35117	1,03701	42,36549
ENVINY	1,10472	42,40239	1,08616	42,43056
ERILL LA VALL	0,8274	42,52622	0,84389	42,51065
ERINYA	0,92857	42,2779	1,00001	42,2568
EROLLES	0,8167	42,17431	0,98748	42,13808
ERTA	0,84759	42,42759	0,81355	42,43056
ESCALARRE	1,14229	42,61771	1,13946	42,65187
ESCALO	1,15756	42,54864	1,11636	42,6041
ESCARLA	0,72845	42,22087	0,79766	42,12597
ESCARD	1,13233	42,5433	1,08728	42,59502
ESCAS	1,10766	42,46485	1,11542	42,50416
ESCOS	1,06621	42,37295	1,05708	42,39906
ESPAENT	1,27914	42,31442	1,30266	42,35511
ESPILLS	0,75838	42,21034	0,83746	42,13843
ESPLUGA DE SERRA	0,84415	42,28793	0,86502	42,23604
ESPLUGA FREDA	0,78408	42,24233	0,82203	42,16231
ESPT	1,08369	42,57823	1,03677	42,62799
ESPUJ	0,98841	42,45631	0,96591	42,43022
ESTAC	1,07682	42,38218	1,04947	42,41118
ESTAIS	1,11674	42,57624	1,07093	42,64201
ESTAMARIU	1,52494	42,37426	1,52869	42,42849
ESTANA	1,66407	42,32239	1,65541	42,28103
ESTARAS	1,38049	41,69339	0,90257	42,35303
ESTARON	1,19152	42,53129	1,14206	42,58879
ESTERRI D'ANEU	1,12214	42,62725	1,11195	42,66096
ESTERRI DE CARDOS	1,26124	42,5936	1,26028	42,60592
ESTORM	0,84171	42,08726	0,98575	42,04878
FAR (EL)	1,32961	41,7525	1,26573	41,77361
FARRAN	1,39872	41,73211	1,38342	41,77672
FARRERA	1,27149	42,49759	1,37946	42,64071
FIGOLS	1,33952	42,20234	1,38463	42,262
FIGOLS DE TREMP	0,81483	42,155	0,99302	42,11524
FIGUERA (LA)	0,66505	41,84257	0,84532	41,82449
FIGUEROLA DE MEIA	0,89133	41,97619	1,0322	41,9176
FIGUEROLA D'ORCAU	0,99433	42,13184	1,08751	42,14777
FONTANET	1,42346	41,82412	1,45043	41,87814
FONTLLONGA	0,85838	41,97159	1,00257	41,91483
FORADADA	1,01524	41,87711	1,13375	41,88125
FORNOLS	1,51596	42,25398	1,50169	42,32499
FREIXE	1,1855	42,35483	1,19225	42,39941
GAROS	0,8454	42,70193	0,83716	42,64979
GARZOLA	1,02592	41,96341	1,16387	41,96606
GAVARRA	1,19646	42,10526	1,31602	42,15262
GAVAS	1,15941	42,64288	1,16994	42,67471
GAVET DE LA CONCA	0,92301	42,1241	1,06536	42,13116
GERB	0,80479	41,8256	0,96865	41,83383
GERRI DE LA SAL	1,06725	42,32429	1,12423	42,34957
GES (EL)	1,49928	42,31819	1,51484	42,3918
GESSA	0,89107	42,70706	0,86546	42,6446

GINESTARRE	1,26426	42,59845	1,26106	42,61475
GOSPI	1,35308	41,73972	1,32219	41,7816
GORTA	0,76575	42,42313	0,76024	42,40945
GRA	1,25101	41,76705	1,19962	41,77222
GRAMENET	0,98931	42,38229	1,00987	42,38626
GUALTER	1,19806	41,93452	1,34873	41,98959
GUARDA-SI-VENES	1,27292	41,81215	1,38172	41,83072
GUARDIA (LA)	1,05866	41,72339	1,04563	42,05397
GUARDIA D'ARES (L)	1,23378	42,28698	1,28328	42,36514
GUARDIOLA	1,27812	41,96025	1,38328	41,96813
GUILS	1,28261	42,34678	1,27913	42,42676
GUISSONA	1,28944	41,78654	1,246	41,7743
GUIXERS	1,64464	42,13668	1,54973	42,20212
GURP	0,84999	42,22307	0,99821	42,16023
HERBASABINA	1,0768	42,20964	1,0746	42,2395
HORTONEDA	1,04081	42,24839	1,13528	42,29869
IGLESIAS (LAS)	0,86877	42,38886	0,85058	42,36376
IRGO	0,77188	42,44594	0,76751	42,43645
ISAVARRE	1,10068	42,65112	1,11999	42,67342
ISIL	1,08494	42,68043	1,10909	42,70301
IVORRA	1,39769	41,77377	1,42153	41,79752
JOU	1,11553	42,59832	1,07456	42,65317
JUNYENT	1,2018	42,34496	1,23655	42,38764
L'AREN	0,91501	42,37912	0,92299	42,36895
LINYA	1,62133	41,96959	1,60272	41,99859
LLADROS	1,24073	42,60731	1,24678	42,62435
LLADURS	1,50944	42,04394	1,5281	42,09135
LLAGUNES	1,19153	42,37068	1,19467	42,43022
LLANERA	1,48188	41,86773	1,44766	41,91552
LLARVEN	1,09561	42,40106	1,06885	42,43195
LLASTARRI	0,77018	42,31558	0,82168	42,26373
LLAVORRE	1,15138	42,60855	1,12974	42,09239
LLAVORSI	1,20915	42,49686	1,14035	42,56049
LLENA (LA)	1,4631	42,05545	1,48587	42,08789
LLERET	1,23594	42,61845	1,25083	42,63941
LLESP	0,75809	42,45706	0,7464	42,44683
LLESUI	1,07335	42,45292	1,06974	42,50208
LLIMIANA	0,9171	42,0763	1,09803	42,09482
LLOBERA	1,47501	41,95064	1,47542	41,99236
LLOR (EL)	1,31111	41,74769	1,25812	41,76599
LLUSARS	1,0573	41,97663	1,23648	41,99825
MADRONA	1,33916	41,97049	1,21336	41,81791
MALACARA	1,39064	41,71945	1,34777	41,76945
MALLOLIS	1,26049	42,49591	1,23336	42,55218
MALMERCAT	1,12313	42,37186	1,14673	42,40564
MANYANET	0,88249	42,42513	0,84747	42,43783
MARCOVAU	1,03738	41,8691	1,14864	41,87225
MASOS DE TAMURCIA	0,75876	42,28308	0,78568	42,19589
MASSOTERES	1,31245	41,79969	1,36407	41,79853
MATAMARGO	1,61134	41,85995	1,54734	41,92071
MENCUI	1,04396	42,38142	1,04102	42,39906
MENTUI	0,9778	42,33132	1,01126	42,34161
MEULL (EL)	0,8121	42,12178	0,95183	42,06505
MILLA	0,69983	41,99907	0,87139	41,92556
MIRABALL	1,28514	42,32281	1,30751	42,38072
MIRALPEIX	1,23067	41,96612	1,35012	41,97194
MOLSOSA (LA)	1,56011	41,7879	1,54388	41,8283
MONCORTES	1,00453	42,3301	1,04185	42,3378
MONROS	0,98818	42,40401	1,00364	42,40149
MONSO	0,98005	42,29182	1,04736	42,29453
MONT	0,79846	42,72848	0,78836	42,66926
MONTANISELL	1,25906	42,19592	1,30114	42,23673
MONTELLA	1,70539	42,35567	1,65775	42,4878
MONTENARTRO	1,22647	42,45063	1,22921	42,4904
MONTESCLADO	1,24572	42,50672	1,20584	42,5527
MONTESQUIU	0,9673	42,17911	1,07989	42,17235
MONTFALCO D'OSSO	1,13344	41,76059	1,14767	41,77672
MONTFERRER	1,42853	42,34337	1,44157	42,3873
MONTGAI	0,96441	41,79999	1,08308	41,80164
MONTMAGASTRE	1,13475	41,97421	1,2802	42,01901
MONTPOL	1,41265	42,08803	1,45292	42,12666
MONTSONIS	1,02313	41,88793	1,18394	41,89821
MORANA (LA)	1,26603	41,78293	1,31755	41,79057
MOROR	0,83653	42,08122	1,0079	42,04809
MUR	0,85757	42,10603	1,01448	42,06401

NAENS	0,91792	42,33141	0,91797	42,29073
NAVES	1,63484	41,99334	1,62142	42,01832
NORIS	1,34547	42,56484	1,36674	42,60255
ODEN	1,46187	42,1336	1,46424	42,18135
OLIANA	1,31501	42,06867	1,39027	42,07612
OLIOLA	1,17447	41,87738	1,32253	41,89233
ORCAU	0,98131	42,16413	1,12039	42,17477
ORGANYA	1,32998	42,21279	1,34198	42,26373
ORTEDO	1,51428	42,33604	1,53087	42,37034
OS DE BALAGUER	0,71943	41,8745	0,86412	41,84872
OS DE CIVIS	1,44281	42,51447	1,42526	42,5392
OSSO DE SIO	1,15863	41,75603	1,14213	41,76253
PALAU DE NOGUERA	0,89527	42,14732	1,0394	42,10278
PALLEROLS DEL CAN	1,31363	42,35858	1,32585	42,40322
PALOU	1,25167	41,81902	1,36095	41,83868
PARROQUIA D'HORTO	1,37636	42,32559	1,38272	42,36584
PAULS	0,98244	42,39789	0,99949	42,3911
PEDRA (LA)	1,60393	42,16583	1,55042	42,23327
PEGUEROLS	1,7048	41,99173	1,63595	42,03909
PENELLES	0,9651	41,75977	1,01544	41,77222
PERACALC	1,00566	42,3086	1,02579	42,32672
PERACAMPS	1,43795	41,91989	1,44524	41,94633
PERAMEA	1,04906	42,3291	1,07266	42,36203
PERAMOLA	1,26923	42,05788	1,35254	42,09309
PERANERA	0,81518	42,42276	0,79486	42,42018
PERLES	1,39544	42,17969	1,43897	42,25473
PESSONADA	1,02245	42,21466	1,1305	42,217
PI	1,76288	42,35492	1,70993	42,48728
PINELL DE SOLSONE	1,40184	41,97225	1,45299	42,0474
PINOS	1,54466	41,82872	1,52104	41,8816
PINYANA	0,88418	42,33078	0,91001	42,2755
PLA DE SANT TIRS	1,3838	42,31546	1,42461	42,33988
POBELLA	0,98981	42,39893	1,01714	42,39906
POBLA DE SEGUR	0,96841	42,25009	1,05082	42,2575
POBLETA DE BELLVE	0,95946	42,34537	0,99914	42,35649
PONT DE BAR (EL)	1,61942	42,37225	1,58698	42,4673
PONT DE SUERT (EL)	0,74314	42,40629	0,74744	42,39664
PONT D'ORRIT	0,74099	42,25649	0,7888	42,17166
PONTS	1,18757	41,91681	1,31893	41,96432
PORTELL	1,38275	41,74272	1,43191	41,7861
PRADELL	1,03148	41,80013	1,13514	41,81895
PRADES	1,58143	41,79948	1,45947	42,77129
PRATS	1,83743	42,36562	1,79261	42,49429
PREIXENS	1,05341	41,79592	1,15369	41,81099
PRULLANS	1,73779	42,38092	1,69254	42,50779
PUELLES (LES)	1,13172	41,80219	1,25455	41,81653
PUIFORNIU	1,15733	42,36806	1,15919	42,44406
PUIGCERCOS	0,89355	42,13204	1,03213	42,08616
PUIGCERVET	0,94765	42,31858	0,99533	42,33503
PUIGVERD	0,81385	42,14541	0,97813	42,10001
PUIGVERD DE LLEID	0,73336	41,54495	1,25144	41,79576
PUI MANYONS	0,96475	42,23874	1,03524	42,23984
PUJAL	1,11255	42,41843	1,12243	42,4471
PUJOL	1,03684	42,31142	1,06816	42,3288
QUERFORADAT (EL)	1,63647	42,32482	1,60435	42,42641
RATERA	1,22604	41,7545	1,17501	41,77222
REGOLA (LA)	0,79447	41,99584	0,96982	41,97609
REGUARD	0,94317	42,30408	0,98125	42,31149
RENAN	1,16709	41,79442	1,28328	41,79195
RIALP	1,13505	42,44663	1,14458	42,48079
RIBELLES	1,27925	41,885	1,36788	41,88056
RIBERA DE CARDOS	1,22708	42,56311	1,21771	42,58933
RINER	1,56469	41,94404	1,54091	41,98232
RODES	1,14875	42,4565	1,13965	42,49222
ROMADRIU	1,27706	42,44736	1,28793	42,49949
RONI	1,18012	42,45868	1,17313	42,50078
RUBIO DE BAIX	0,99254	41,89081	1,1521	41,89268
SALARDU	0,90302	42,70836	0,88942	42,6433
SALAS DE PALLARS	0,93206	42,21519	1,01413	42,19658
SAN JUST I JOVAL	1,55996	41,97707	1,56652	42,00967
SANAUJA	1,31129	41,87625	1,38311	41,86187
SANT ADRIA	0,8338	42,1883	0,95875	42,13462
SANT CLIMENTS	1,41787	41,95143	1,44669	42,01278
SANT ESTEVE DE LA	0,76283	42,08039	0,89291	42,03009

SANT GUIM DE LA P	1,32412	41,76375	1,25677	41,78333
SANT JOAN DE VINY	0,96221	42,22956	1,02694	42,22358
SANT JUST	1,51621	41,88305	1,51446	41,93386
SANT LLORENS DE M	1,59318	42,13804	1,51616	42,17823
SANT LLORENS DE M	0,83934	41,86796	0,99634	41,84283
SANT MARTI DE BAR	0,96092	42,06788	1,11292	42,07924
SANT MARTI DE CAN	0,99047	42,22603	1,09512	42,22323
SANT MARTI DE LA	1,25692	41,77667	1,1964	41,78607
SANT ROMA DE ABEL	1,0396	42,14167	1,1793	42,18792
SANT ROMA DE TAVE	1,18812	42,4742	0,85647	42,34541
SANT SEBASTIA DE	1,13536	42,3263	1,16975	42,33988
SANTA COLOMA	0,90256	42,37734	0,92299	42,37934
SANTA CREU DE CAS	1,31416	42,40542	1,33693	42,45202
SANTA ENGRACIA	0,87511	42,22239	0,96982	42,21112
SANTA MARIA DE ME	0,99301	41,99466	1,09429	41,94633
SAPEIRA	0,79044	42,25484	0,8151	42,18723
SARAI	0,78994	42,4769	0,80313	42,46418
SARROCA DE BELLER	0,88276	42,36031	0,88077	42,34749
SARROQUETA	0,72416	42,44252	0,69482	42,4361
SELLUI	1,01932	42,35254	1,05639	42,36514
SELVA (LA)	1,64947	42,08284	1,61276	42,10105
SELVANERA	1,27392	41,83416	1,37272	41,85668
SENDES	1,36265	42,4031	1,43464	42,41776
SENET	0,75485	42,55762	0,72156	42,52155
SENSUI	0,92837	42,23557	0,94213	42,23984
SENERADA	0,93794	42,32588	0,96072	42,31464
SENTIU DE SIO (LA)	0,88275	41,80483	1,0223	41,8051
CERCS	1,86214	42,14621	1,72186	42,21631
SERO	1,10865	41,87474	1,23828	41,89268
SERRADELL	0,90266	42,27673	0,93909	42,26165
SEU D'URGELL (LA)	1,45681	42,35803	1,47331	42,4053
SISQUER	1,69397	42,13685	1,61318	42,20315
SOLANELL	1,34509	42,41253	1,44157	42,42399
SOLANS	1,2538	42,33609	1,40003	42,40703
SOLSONA	1,51774	41,99565	1,51945	42,02697
SORIGUERA	1,18267	42,37178	1,16265	42,41706
SORPE	1,08151	42,65321	1,09258	42,68562
SORRE	1,09843	42,45467	1,11049	42,48962
SORRIBES	1,67999	42,22232	1,64571	42,2215
SORT	1,1315	42,41387	1,13282	42,43957
SUQUETS	0,41271	41,70369	0,55211	41,77949
SURP	1,12701	42,4548	1,12166	42,49352
SURRI	1,22335	42,56766	1,2094	42,59554
TALARN	0,9005	42,18693	1,03386	42,16404
TALLTENDRE	1,76773	42,40497	1,68475	42,55089
TAULL	0,84875	42,51987	0,88049	42,49274
TAUS	1,19296	42,29277	1,2639	42,35338
TAVASCAN	1,25592	42,6458	1,26495	42,65784
TENDRUI	0,85068	42,17886	0,97121	42,18516
TIMONEDA	1,47268	42,07954	1,48899	42,12008
TIRVIA	1,24309	42,51608	1,20948	42,5688
TIURANA	1,24121	41,96932	1,36407	41,96813
TOR	1,3985	42,57247	1,3953	42,61605
TORA	1,40594	41,81194	1,4236	41,82726
TORALLA	0,92301	42,26494	0,97232	42,25334
TORALLOLA	0,94038	42,2414	0,96982	42,23188
TORNAFORT	1,14081	42,36952	1,16162	42,39906
TORRE D'AMARGOS (0,74522	42,1034	0,91617	42,04567
TORRE DE CABDELLA	0,98375	42,42303	0,98357	42,41326
TORRE DE FLUVIA (0,98938	41,84185	1,10385	41,84422
TORRE DE NAGO	1,49394	41,91459	1,49729	41,99478
TORRE DE TAMURCIA	0,79694	42,29338	0,81234	42,21008
TORRENTS (ELS)	1,5431	42,06528	1,54748	42,1142
TORRES D'ALAS (LE	1,52789	42,35925	1,53699	42,43091
TOSSAL (EL)	1,14971	41,91648	1,27705	41,94702
TOST	1,38628	42,2739	1,42841	42,32084

TRAGO	1,29803	42,06278	1,27117	42,32084
TREDOS	0,91632	42,70364	0,90655	42,64252
TREJUVELL	1,27436	42,29763	1,31132	42,3423
TREMP	0,8951	42,1669	1,0304	42,13116
TUDELA DE SEGRE	1,08491	41,86813	1,20679	41,85979
TUIXEN	1,56683	42,23333	1,53762	42,30526
TURBIAS	1,32222	42,3817	1,36704	42,41291
UNARRE	1,15013	42,63461	1,14855	42,6729
USEU	1,08503	42,32589	1,13704	42,34645
VALENCIA D'ANEU	1,10892	42,63605	1,10727	42,66874
VALLDAN (LA)	1,34921	42,09485	1,39892	42,09724
VALLDARQUES	1,22807	42,15207	1,2866	42,20558
VALLDORA (LA)	1,67728	42,08756	1,61948	42,08166
VALLFEROSA	1,45482	41,86259	1,43122	41,88714
VALL-LLEBRERA	1,08621	41,93615	1,26147	41,96848
VALLMANYA	1,58932	41,83319	1,54146	41,85495
VERNET	1,04114	41,90664	1,20332	41,91829
VIELHA	0,79735	42,70247	0,77395	42,63136
VILA	0,77835	42,73789	0,74708	42,67757
VILAC	0,79931	42,72435	0,77226	42,65317
VILALLER	0,71581	42,47689	0,68496	42,4769
VILAMAJOR	1,21616	41,83839	1,35299	41,87052
VILAMITJANA	1,38032	42,34917	1,39439	42,38626
VILAMITJANA	0,91889	42,14972	1,07276	42,14604
VILAMOS	0,72845	42,7478	0,73119	42,7352
VILAMUR	1,16285	42,38124	1,16767	42,42745
VILANOVA DE BANAT	1,55344	42,3419	1,57562	42,42295
VILANOVA DE BELLP	0,96343	41,61522	0,94477	41,84941
VILANOVA DE MEIA	1,02352	41,99637	1,14684	41,97921
VILA-RUBLA	1,23697	42,3493	1,28293	42,41256
VILEC I ESTANA	1,67384	42,33571	1,61466	42,4782
VILELLA	0,88186	42,36473	0,86512	42,3603
VILFRED	1,35807	41,77523	1,39037	41,80095
VIU DE LLEVATA	0,81231	42,37082	0,79866	42,35753
VIVER DE SEGARRA	1,36964	41,75056	1,39972	41,79437
AGUILAR DE SEGARR	1,63024	41,75067	1,58331	41,78506
AVIA	1,82972	42,07666	1,73045	42,10243
BAGA	1,8629	42,25375	1,75509	42,29661
BERGA	1,84674	42,10423	1,7616	42,14154
BERGUS	1,61405	41,89244	1,57573	41,94979
CALAF	1,51428	41,73259	1,50525	41,78849
CALONGE DE SEGARR	1,48442	41,76596	1,48141	41,79164
CAMPS	1,68512	41,77906	1,61792	41,81341
CAPOLAT	1,75377	42,07889	1,68109	42,13531
CARDONA	1,67559	41,91305	1,62277	41,94806
CASERRES	1,84308	42,01413	1,75952	42,02628
CASTELLAR DEL RIU	1,76111	42,11975	1,66683	42,22842
CASTELLFOLLIT DE	1,43844	41,77478	1,46566	41,7923
CASTELLNOU DE BAG	1,83821	41,83626	1,7274	41,86222
CASTELLTALLAT	1,63974	41,80016	1,58334	41,81549
CINT (EL)	1,71589	42,06295	1,66482	42,11281
COANER	1,6894	41,84223	1,64893	41,85564
ESPINALBET	1,80566	42,11808	1,72844	42,18412
FALS	1,71871	41,74314	1,63973	41,79057
FONOLLOSA	1,667	41,76474	1,60477	41,79057
GARGALLA	1,70467	41,97459	1,6543	42,01521
GIRONELLA	1,88498	42,0344	1,82286	42,04463
GISCLARENY	1,78859	42,2537	1,71459	42,28934
GUARDIOLA DE BERG	1,88045	42,23289	1,80037	42,25507
JUNCADELLA	1,80795	41,77058	1,72982	41,78191
LLINARS	1,71329	42,12921	1,66856	42,19796
MIRAMBELL	1,49224	41,73155	1,46649	41,7743
MONTCLAR	1,76573	42,01938	1,71141	42,05259
MONTMAJOR	1,73606	42,00779	1,68683	42,02628
OBIOLS	1,86766	42,06201	1,7571	42,09309
PUIGREIG	1,88029	41,97083	1,75641	41,97713
PUJALT	1,42135	41,7179	1,38169	41,76426
PUJOL DE PLANES (EL)	1,74324	41,96531	1,66572	41,98925
SANT CUGAT DEL RA	1,81281	41,89791	1,72013	41,90271
SANT FELIU DE	1,67681	42,0105	1,66191	42,05778

LLUELLES				
SANT JOAN DE MUNT	1,78271	41,98065	1,72837	42,01417
SANT JULIA DE CER	1,89405	42,22405	1,80452	42,30596
SANT MARTI DE TOU	1,52369	41,56211	1,72889	41,79887
SANT MATEU DE BAG	1,73527	41,79649	1,6742	41,82518
SANT PERE SALLAVI	1,57371	41,7383	1,5515	41,78814
SANT SALVADOR DE	1,86438	42,16966	1,80937	42,21804
SANT SALVADOR DE	1,71368	41,86877	1,62886	41,90306
SANTPEDOR	1,83958	41,78492	1,75163	41,82241
SORBA	1,66782	41,97362	1,63284	42,00274
TERRASSOLA	1,7274	41,44984	1,47341	42,10658
VIVER	1,8221	41,95828	1,73045	41,97505
ALTORRICON	0,41499	41,80402	0,5906	41,79022
AREN	0,72349	42,26004	0,76768	42,15989
AULET	0,7396	42,34341	0,74034	42,29938
BALDELLOU	0,54931	41,92029	0,76125	41,87779
BERANUY	0,59416	42,36816	0,71611	42,26373
BIESCAS	0,42336	42,41829	0,67146	42,25888
BONANSA	0,66916	42,42954	0,64654	42,41983
BUIRA	0,73087	42,39436	0,83016	42,34922
CAJIGAR	0,59669	42,26184	0,75176	42,15227
CALVERA	0,61529	42,38924	0,69361	42,31426
CASTIGALEU	0,58165	42,20463	0,67056	42,00724
CISCAR	0,55108	42,07751	0,68094	41,92279
COLLS	0,69179	42,20533	0,77828	42,1052
ESPE	0,58734	42,44031	0,63304	42,34853
ESTA#A	0,5191	42,0344	0,64114	41,89198
ESTET	0,71574	42,52326	0,66938	42,5065
FINESTRAS	0,61872	42,00821	0,78928	41,90271
GABASA	0,41723	42,00761	0,59476	41,84422
GINASTE	0,7149	42,49713	0,67094	42,48469
LLAGUNAS	0,63686	42,47578	0,62266	42,36376
LUZAS	0,57868	42,15842	0,67091	41,97679
MONESMA	0,61808	42,22428	0,71431	42,0332
MONGAY	0,66043	42,09557	0,79281	41,98163
MONTA#ANA	0,67832	42,16384	0,78001	42,0519
MONTANUY	0,69662	42,46708	0,65744	42,47612
NERIL	0,62333	42,47395	0,63131	42,37726
PALLEROL	0,70724	42,33906	0,73515	42,26061
PARDINELLA	0,58058	42,35443	0,668	42,28623
PILZAN	0,48776	42,05166	0,62972	41,87468
PURROY DE LA SOLA	0,46097	42,05756	0,60341	41,88921
SAGANTA	0,49497	41,9778	0,65464	41,85806
SAN ESTEBAN DEL M	0,57279	42,29443	0,6545	42,17235
SANTORENS	0,7175	42,35246	0,74519	42,27688
SOLIVA	0,68043	42,22568	0,69064	42,12043
SOPEIRA	0,74898	42,31842	0,77841	42,29176
SOS	0,48512	42,53795	0,82532	42,41395
TOLVA	0,56589	42,11688	0,67364	41,93975
VIACAMP	0,61566	42,12996	0,74373	42,02732
VILLACARLI	0,55069	42,35372	0,59912	42,37484
VIU	0,34545	42,45541	0,71386	42,3513
LES	0,71153	42,81107	0,6368	42,75104
MONTCORBAU	0,79325	42,73288	0,77719	42,67342
ESCUNHAU	0,82418	42,69849	0,81302	42,63084
GAUSAC	0,79228	42,70881	0,74384	42,64356
UNHA	0,90396	42,71137	0,88267	42,65628
CERBI	1,14901	42,64795	1,16776	42,68769
BERROS-SUBIRA	1,16826	42,57858	1,14736	42,62747
ESTAON	1,21296	42,58895	1,20343	42,61033
VALLCEBRE	1,82358	42,20054	1,74817	42,25819
PEGUERA	1,77178	42,1615	1,66683	42,24954
ROSSINYOL I CUFOR	1,79557	42,09066	1,7076	42,12631
FIGOLS	1,83667	42,18203	1,73432	42,22358
CEURO	1,37375	42,01923	1,44115	42,10555
SALIENT	1,23061	42,17871	1,26653	42,24296
CANELLES	1,35553	42,17776	1,40436	42,24746

C.4. Reyno y obispado de Córdoba

LOCALIDAD	Actualidad		Tomás López	
	Longitud	Latitud	Longitud	Latitud
ADORA	-4,89752	38,41621	-4,68604	38,39463
ALBENDIN	-4,23567	37,67255	-4,25804	37,77169
ALCARACEJOS	-4,96508	38,39401	-4,72435	38,37105
ALCOLEA	-4,67552	37,93413	-4,61686	37,98504
ARGALLON	-5,48311	38,20204	-5,36206	38,19063
BAENA	-4,32407	37,62111	-4,31752	37,72457
BELALCAZAR(NUCLEO)	-5,15955	38,57773	-4,92078	38,51148
BELMEZ	-5,20503	38,27812	-5,12373	38,25084
BENAMEJI	-4,53824	37,27418	-4,47031	37,4176
BLAZQUEZ	-5,43072	38,40813	-5,33743	38,32832
BUJALANCE	-4,37588	37,89808	-4,39045	37,93777
CABRA	-4,44209	37,47446	-4,36896	37,59017
CAÑADA DEL GAMO	-5,4015	38,20858	-5,28669	38,20052
CAÑETE DE LAS TORRES	-4,31732	37,87208	-4,32692	37,93015
CARCABUEY	-4,27408	37,44607	-4,25172	37,59689
CASTRO DEL RIO	-4,48098	37,69674	-4,45321	37,79522
CDAD."PALMA DEL RIO"	-5,27681	37,70161	-5,14128	37,66683
CONQUISTA	-4,49899	38,41339	-4,33066	38,43042
CORDOBA	-4,77152	37,8871	-4,7241	37,9487
DOÑA MENCIA	-4,35516	37,55855	-4,3475	37,68087
DOÑA RAMA	-5,27188	38,22425	-5,18921	38,22684
EL ALCORNOCAL	-5,32356	38,18439	-5,23153	38,19357
EL CARPIO	-4,49682	37,94619	-4,43797	37,99749
EL GARABATO	-4,97928	37,68552	-4,89994	37,74211
EL HIGUERAL	-4,25446	37,32168	-4,74414	38,44158
EL HOYO	-5,29102	38,24964	-5,19784	38,202
ENCINAS REALES	-4,49135	37,27582	-4,43066	37,44208
ESPEJO	-4,55502	37,68283	-4,51852	37,79141
ESPIEL	-5,01756	38,19378	-5,24016	38,13378
ESTACION DE BELALCAZAR	-5,06301	38,71753	-4,89518	38,23931
FERNAN NUÑEZ	-4,7232	37,67382	-4,66413	37,78861
FUENTE CARRETERO	-5,15215	37,67098	-5,05075	37,6754
FUENTE OBEJUNA	-5,41553	38,26975	-5,31637	38,23694
FUENTE PALMERA	-5,09954	37,70875	-5,01251	37,72457
GUADALCAZAR	-4,9411	37,76088	-4,91392	37,82317
GUIJO	-4,77991	38,49616	-4,6054	38,44495
HINOJOSA DEL DUQUE	-5,14013	38,50148	-4,8831	38,47253
HORNACHUELOS	-5,24204	37,83423	-5,13144	37,76193
IZNAJAR	-4,30468	37,26038	-4,25771	37,3938
JAUJA	-4,65366	37,30017	-4,54066	37,48467
LA CARLOTA	-4,92887	37,67889	-4,86182	37,75786
LA CORONADA	-5,48974	38,255	-5,37974	38,21631
LA FUENCUBIERTA	-4,98712	37,71078	-4,87758	37,78658
LA GRANJUELA	-5,34956	38,37532	-5,23469	38,34095

LA HERRERIA	-5,11021	37,74004	-5,01073	37,7665
LA RAMBLA	-4,73647	37,60611	-4,66616	37,73855
LAS PINEDAS	-4,94297	37,71801	-4,92967	37,76523
LOS MORENOS	-5,35781	38,14658	-5,27911	38,14726
LUCENA	-4,48392	37,41272	-4,37876	37,53605
LUQUE	-4,27859	37,56233	-4,29058	37,67197
MONTALBAN DE CORDOBA	-4,74881	37,58309	-4,65498	37,72051
MONTEMAYOR	-4,69644	37,65145	-4,61737	37,76218
MONTILLA	-4,63806	37,58679	-4,54571	37,71797
MONTORO	-4,38378	38,02642	-4,33824	38,05041
MORENTE	-4,41107	37,93662	-4,378	37,96166
NAVALCUERVO	-5,29782	38,2132	-5,18058	38,19926
OBEJO	-4,80114	38,1356	-4,86278	38,21152
OJUELOS ALTOS	-5,35578	38,18228	-5,27384	38,16705
OJUELOS BAJOS	-5,37665	38,20344	-5,29785	38,18684
PEÑALOSA	-5,08553	37,73429	-4,98608	37,7571
PEÑARROYA-PUEBLONUEVO	-5,26756	38,30791	-5,16016	38,29168
PEDROCHE	-4,76596	38,42946	-4,5633	38,39569
PICONCILLO	-5,463	38,17686	-5,34711	38,16894
POSADAS	-5,10445	37,80598	-5,05139	37,83206
POSADILLA	-5,27431	38,19166	-5,16879	38,18726
POZOBLANCO	-4,84434	38,38051	-4,63909	38,40537
PRIEGO DE CORDOBA	-4,19798	37,44069	-4,20468	37,56472
RUTE	-4,37279	37,33338	-4,30875	37,46829
SAN SEBASTIAN DE LOS BALLESTEROS	-4,82275	37,65635	-4,76704	37,76244
SANTA CRUZ	-4,63114	37,73628	-4,54698	37,85036
SANTA EUFEMIA	-4,89927	38,59958	-4,76351	38,53506
SANTAELLA	-4,84244	37,56448	-4,73324	37,71111
TORRECAMPO	-4,67427	38,47543	-4,53277	38,44285
TORRES CABRERA	-4,68558	37,78479	-4,66717	37,88136
VALENZUELA	-4,21946	37,77621	-4,23595	37,85849
VALSEQUILLO	-5,34627	38,41038	-5,24142	38,35295
VILLA DEL RIO	-4,28723	37,98632	-5,06893	37,79573
VILLAFRANCA DE CORDOBA	-4,54508	37,96789	-4,51677	38,03083
VILLAHARTA	-4,90144	38,145	-4,77118	38,21215
VILLALON	-5,13586	37,73581	-5,03767	37,77921
VILLANUEVA DEL REY	-5,14744	38,2027	-5,05584	38,24494
VILLAR	-5,05309	37,63911	-4,92382	37,65501
VILLARALTO	-4,98063	38,4585	-4,77299	38,40284
ZUHEROS	-4,3128	37,54686	-4,32641	37,66842

C.5. Reyno de Jaén

LOCALIDAD	Actualidad		Tomás López	
	Longitud	Latitud	Longitud	Latitud
ALBANCHEZ DE UBEDA	-3,46136	37,79886	-3,55091	37,80011
ALCALA LA REAL	-3,92374	37,46777	-4,11985	37,63268
ALCAUDETE	-4,08858	37,59843	-4,19746	37,75533
ALDEAQUEMADA	-3,36958	38,41467	-3,42432	38,40599
ANDUJAR	-4,04804	38,04553	-4,09164	38,0846
ARJONA	-4,05666	37,93934	-4,05127	37,99072
ARJONILLA	-4,10259	37,97824	-4,10271	38,02443
ARQUILLOS	-3,43102	38,18396	-3,51438	38,16633
BAEZA	-3,46667	38,002	-3,53642	37,98946
BAILEN	-3,77376	38,10139	-3,85708	38,12072
BEDMAR	-3,40711	37,82632	-3,50052	37,82974
CABRA DE SANTO CRISTO	-3,2861	37,70744	-3,44997	37,62832
CAMBIL	-3,5646	37,68328	-3,74281	37,63943
CAMPILLO DE ARENAS	-3,63449	37,55726	-3,87838	37,54832
CANENA	-3,48035	38,05543	-3,53411	38,02701
CARBONEROS	-3,6276	38,23774	-3,74825	38,2277
CASTELLAR	-3,12926	38,25787	-3,20586	38,23141
CAZAILLA	-3,88751	37,99556	-3,91288	37,97808
CAZORLA	-3,00201	37,91906	-3,20992	37,96486
CHILLUEVAR	-3,03327	38,00391	-3,19691	38,04992
CEAL	-3,04242	37,73335	-3,28074	37,80094
CUELLOS (LOS)	-3,6698	38,25504	-3,74547	38,2446
EL CAMPILLO	-3,04573	38,27872	-3,75612	38,02416
EL MARMOL	-3,43262	38,06568	-3,50414	38,03129
EL MOLAR	-3,14537	37,98586	-3,32056	38,05473
EL PORROSILLO	-3,40976	38,22867	-3,49585	38,20547
ESPELUY	-3,86	38,0383	-3,92886	38,01328
FONTANAR	-2,97665	37,67312	-3,12259	37,78613
GUARROMAN	-3,68231	38,18826	-3,78321	38,18092
HIGUERA DE ARJONA	-3,98923	37,97504	-4,01245	38,03157
HIGUERA DE CALATRAVA	-4,15689	37,802	-4,16746	37,8801
HINOJARES	-2,99218	37,72161	-3,19644	37,83798
HUELMA	-3,45602	37,65394	-3,59588	37,56198
IZNATORAF	-3,03331	38,1603	-3,2306	38,11533
JABALQUINTO	-3,72212	38,02582	-3,79757	38,05218
JAEN	-3,78726	37,77969	-3,82226	37,81838
JIMENA	-3,47449	37,84477	-3,59569	37,85313
JODAR	-3,35274	37,84389	-3,46989	37,87618
LA CAROLINA	-3,61585	38,27562	-3,75948	38,2796
LA IRUELA	-2,98927	37,9204	-3,19738	37,973
LAGUNA (LA)	-3,572	37,95023	-3,70796	37,93432
LARVA	-3,20042	37,76191	-3,38641	37,81097
LAS INFANTAS	-3,77437	37,92112	-3,86889	37,96975
LENDINEZ	-4,11774	37,76566	-4,15971	37,84841
LINARES	-3,62954	38,09947	-3,70921	38,10697
LOPERA	-4,21289	37,94955	-4,22316	37,99591
LUPION	-3,54775	38,00374	-3,60621	38,00546
MANCHA REAL	-3,60933	37,78968	-3,70368	37,80705

MARMOLEJO	-4,16886	38,05274	-4,17062	38,09506
MARTIN MALO	-3,64824	38,19582	-3,71745	38,21172
MARTOS	-3,96854	37,72584	-4,02557	37,79972
MENGIBAR	-3,80265	37,97258	-3,86411	37,99508
MONTIZON	-3,10676	38,3472	-3,22642	38,31383
NAVA DE SAN PEDRO	-2,88415	37,89005	-3,0451	37,95102
NAVAS DE TOLOSA	-3,58257	38,2924	-3,65195	38,33743
NOALEJO	-3,66106	37,52909	-3,89297	37,53281
PEAL DE BECERRO	-3,12311	37,91784	-3,28781	37,99922
POBLADO DE SAN JULIÁN	-4,20612	38,02076	-4,22355	38,09516
PORCUNA	-4,1781	37,87919	-4,19074	37,94335
POZO ALCON	-2,93438	37,70354	-3,12328	37,8204
PUNTE DEL OBISPO	-3,53724	37,95041	-3,61327	37,98645
QUESADA	-3,06529	37,84599	-3,2509	37,89394
RUS	-3,46009	38,05495	-3,52193	38,03392
SABIOTE	-3,30927	38,07277	-3,40699	38,06257
SANTA ANA	-3,88434	37,46421	-4,11711	37,61153
SANTA EULALIA	-3,38438	38,07327	-3,45112	38,02865
SANTIAGO DE CALATRAVA	-4,16741	37,76033	-4,19144	37,83591
SANTIESTEBAN DEL PUERTO	-3,20464	38,25535	-3,29315	38,24683
SANTO TOME	-3,09563	38,03095	-3,25453	38,06876
SORIHUELA DEL GUADALIMAR	-3,05382	38,2443	-3,16535	38,18007
TOBARUELA-LA TORTILLA	-3,66381	38,10488	-3,74547	38,08761
TOBARUELA-LA TORTILLA	-3,67299	38,07806	-3,74547	38,08761
TORREDONJIMENO	-3,95351	37,77089	-3,98152	37,84425
TORREPEROGIL	-3,28498	38,03845	-3,42675	37,99506
TORRES	-3,5099	37,79287	-3,63258	37,78627
TOYA	-3,15263	37,88065	-3,31732	37,98352
UBEDA	-3,37013	38,01623	-3,4801	37,98584
BELERDA	-3,03755	37,76246	-3,26426	37,83892
VENTA DE LOS SANTOS	-3,06895	38,36785	-3,16206	38,35575
VILCHES	-3,50467	38,21195	-3,58797	38,20073
VILLACARRILLO	-3,08332	38,11889	-3,28939	38,09911
VILLAGORDO	-3,72775	37,94694	-3,80405	37,97044
VILLANUEVA DEL ARZOBISPO	-3,00956	38,17339	-3,17151	38,1302
VILLANUEVA DE LA REINA	-3,91679	38,0108	-3,96961	38,03736
VILLARDOMPARD	-4,00098	37,84318	-4,05157	37,89464

C.6. Obispado y reino de Murcia

LOCALIDAD	Actualidad		Tomás López	
	Longitud	Latitud	Longitud	Latitud
ABENGIBRE	-1,54064	39,21225	-1,14822	39,06934
ALATOZ	-1,36029	39,09629	-1,01209	39,02532
ALBACETE	-1,86068	38,99487	-1,44501	38,84895
ALBATERA	-0,86996	38,17976	-0,50554	38,16508
ALBOREA	-1,39445	39,2811	-1,04038	39,18252
ALCALA DEL JUCAR	-1,42676	39,19484	-1,04478	39,08065
ALMANSA	-1,09529	38,87083	-0,69373	38,80154
ALPERA	-1,23026	38,96138	-0,82276	38,90371
AYORA	-1,05487	39,06114	-0,66431	38,95087
BIAR	-0,76756	38,63115	-0,4238	38,60429
BICORP	-0,78569	39,13384	-0,56049	39,05487
BONETE	-1,34805	38,87206	-0,94537	38,84241
BU#OL	-0,7887	39,42283	-0,40933	39,30928
CARCELEN	-1,3065	39,10223	-0,97688	39,01589
CASAS DE IBA#EZ	-1,0808	38,40521	-1,11521	39,1668
CAUDETE	-0,98796	38,70579	-0,59904	38,66905
CENZATE	-1,65984	39,30572	-1,22336	39,22691
CHINCHILLA DE MON	-1,72327	38,91932	-1,31296	38,79148
COFRENTES	-1,06	39,23231	-0,77114	39,15548
COTILLAS	-2,50308	38,43266	-2,24243	38,47639
CREVILLENTE	-0,81021	38,24943	-0,47661	38,24582
ELCHE	-0,70096	38,26711	-0,33136	38,2565
ELCHE DE LA SIERRA	-2,04604	38,45098	-1,70149	38,4481
ELDA	-0,79355	38,47686	-0,4326	38,45753
FEREZ	-2,00725	38,35701	-1,64722	38,37975
FUENTEALBILLA	-1,54688	39,26972	-1,19003	39,15422
GINETA (LA)	-1,99526	39,11624	-1,52486	38,98602
GOLOSALVO	-1,63484	39,24136	-1,24065	39,14479
GUARDAMAR DEL SEG	-0,65315	38,09057	-0,30936	38,0358
HELLIN	-1,69771	38,5143	-1,31944	38,49525
HIGUERUELA	-1,44167	38,9653	-1,05353	38,88422
ISSO	-1,74247	38,49141	-1,35339	38,47325
JORQUERA	-1,51985	39,17657	-1,17211	39,04544
LA FONT DE LA FIG	-0,88017	38,80786	-0,50044	38,72734
LETUR	-2,10045	38,36686	-1,74676	38,37535
LIETOR	-1,95219	38,54378	-1,56045	38,55147
MAHORA	-1,72371	39,21293	-1,32994	39,15737
MONTEALEGRE DEL C	-1,32594	38,79032	-0,90501	38,73551
MONTESA	-0,65226	38,95136	-0,43197	38,90057
MOTILLEJA	-1,79036	39,18173	-1,37207	39,16365
NAVAS DE	-1,71721	39,28158	-1,28089	39,20893

JORQUERA				
NERPIO	-2,30108	38,14708	-1,99048	38,14684
ORIHUELA	-0,94439	38,08564	-0,57552	38,0519
PE#AS DE SAN PEDR	-2,00043	38,72816	-1,57303	38,71181
PETROLA	-1,55499	38,82746	-1,13508	38,74683
POZO#HONDO	-1,91007	38,72128	-1,49405	38,68226
POZO-LORENTE	-1,50587	39,07859	-1,19815	38,94836
POZUELO (EL)	-2,15492	38,52916	-1,65603	38,82103
RAFAL	-0,84921	38,10556	-0,44203	38,00499
SAX	-0,81916	38,53773	-0,48416	38,49463
SOCOVOS	-1,98258	38,33371	-1,61013	38,3546
SUMACARCEL	-0,62948	39,09586	-0,28043	39,04733
TOBARRA	-1,68982	38,59228	-1,44203	38,54267
VALDEGANGA	-1,67578	39,13676	-1,36767	39,03318
VALLADA	-0,69044	38,89759	-0,39292	38,82103
VILLALGORDO DEL J	-2,06192	39,30083	-1,55039	39,26841
VILLAMALEA	-1,59593	38,36447	-1,17494	38,25961
VILLAR DE CHINCHI	-1,52742	38,90215	-1,18557	38,83958
VILLAVERDE	-2,37281	38,80075	-2,27136	38,49651
VILLENA	-0,86166	38,63494	-0,49736	38,59611
YESTE	-2,31766	38,369	-1,96181	38,3766
HUERCAL OVERA	-1,94565	37,38703	-1,62817	37,35464
VELEZ BLANCO	-2,09727	37,69247	-1,86447	37,71443
VELEZ RUBIO	-2,07206	37,65311	-1,85693	37,63897
BEAS DE SEGURA	-2,88938	38,25794	-2,60229	38,25336
BENATAE	-2,65213	38,35495	-2,3951	38,37346
CHICLANA DE SEGURA	-3,04552	38,3134	-2,64756	38,3546
GENAVE	-2,72697	38,43304	-2,48653	38,46885
HORNOS	-2,7203	38,21761	-2,4649	38,21941
ORCERA	-2,66479	38,32268	-2,40768	38,34265
SANTIAGO DE LA ESPADA	-2,55269	38,11584	-2,24495	38,12421
VILLARRODRIGO	-2,63629	38,48836	-2,38731	38,49463
SEGURA DE LA SIERRA	-2,6507	38,30251	-2,441	38,31624
SILES	-2,58167	38,38701	-2,35398	38,43363
PUEBLA DE DON FADRIQUE	-2,43772	37,96338	-2,12567	37,95595
LA PALMA	-0,95841	37,6931	-0,64041	37,65526
ESPINARDO	-1,14714	38,01563	-0,8271	37,97858
OJOS	-1,34074	38,14835	-1,07075	38,15125

C.7. Provincia de Extremadura

LOCALIDAD	Actualidad		Tomás López	
	Longitud	Latitud	Longitud	Latitud
ABERTURA	-5,81102	39,24587	-5,68806	39,20279
ACEDERA	-5,57043	39,07769	-5,54264	38,95974
AGUDO	-4,87249	38,98073	-4,83031	38,62904
ALANGE	-6,24707	38,78518	-5,98642	38,79286
ALCOLLARIN	-5,74184	39,24516	-5,62597	39,11864
ALCUESCAR	-6,22936	39,18226	-6,05797	39,12275
ALIA	-5,21345	39,45129	-4,87665	39,17324
ALMADEN	-4,83225	38,77662	-4,95262	38,41435
ALMOHARIN	-6,03921	39,17973	-5,88031	39,21551
ARROYOMOLINOS DE	-6,158	39,18684	-5,95623	39,19718
AZUAGA	-5,67663	38,26249	-5,73882	38,18956
BATERO	-4,909	38,95845	-5,04425	38,644
BELALCAZAR	-5,1649	38,57603	-5,3618	38,41996
BENQUERENCIA DE L	-5,49571	38,70326	-5,5331	38,62493
BERLANGA	-5,82831	38,28387	-5,85588	38,22061
BERZOCANA	-5,45767	39,4387	-5,23325	39,14145
BIENVENIDA	-4,51799	38,64731	-4,43908	38,58453
BLAZQUEZ (LOS)	-5,43857	38,40713	-5,56826	38,23594
BOHONAL	-4,77443	39,32768	-4,5993	39,03055
CA#AMERO	-5,38404	39,3811	-5,19305	39,03454
CABEZA DEL BUEY	-5,21884	38,72416	-5,45456	38,5692
CAMPANARIO	-5,61553	38,86455	-5,57013	38,77266
CAMPILLO DE LLERE	-5,8286	38,50335	-5,68122	38,44427
CAMPO LUGAR	-5,76636	39,19725	-5,6195	39,07899
CANTALGALLO	-6,11512	38,24999	-6,09002	38,29354
CAPILLA	-5,08348	38,82201	-5,15197	38,5591
CARDENCHOSA (LA)	-5,55091	38,23764	-5,49869	38,05678
CASAS DE DON PEDR	-5,32826	39,10577	-5,34497	38,82166
CASAS DE REINA	-5,96916	38,20399	-6,0429	38,22061
CASTILBLANCO	-5,08904	39,28505	-4,88155	38,91554
CASTUERA	-5,54408	38,72477	-5,55255	38,67654
CHILLON	-4,86675	38,7977	-4,98665	38,42632
CONQUISTA DE LA S	-5,73134	39,35291	-5,55865	39,19793
CORONADA (LA)	-5,6695	38,92176	-5,61576	38,81044
CORONADA (LA)	-5,4922	38,25411	-5,63222	38,15291
CRISTINA	-6,09765	38,83887	-5,86785	38,81044
CUENCA	-5,55487	38,32536	-5,6382	38,20639
DO#A RAMA	-5,27096	38,22181	-5,44857	38,16226
DON ALVARO	-6,27275	38,84988	-5,98081	38,88674
DON BENITO	-5,86142	38,95831	-5,7246	38,92975
ENCINACAIDA	-4,82093	39,4969	-4,6056	39,28882
ESCURIAL	-5,8805	39,17021	-5,75576	39,15978
ESPARRAGOSA DE LA	-5,2698	38,97696	-5,33412	38,70123
ESPARRAGOSA DE LA	-5,60529	38,65127	-5,572	38,55424
FONTANOSAS	-4,54683	38,76538	-4,47162	38,68365
FUENLABRADA DE LO	-4,93211	39,13352	-5,13365	38,76705
FUENTE DEL ARCO	-5,89405	38,15281	-6,0025	38,1458
FUENTE OBEJUNA	-5,41909	38,26801	-5,57574	38,16151
GARCIAZ	-5,62438	39,41427	-5,37725	39,13883
GARLITOS	-5,0464	38,88253	-5,09924	38,56658
GRANJA DE TORREHE	-5,59655	38,31088	-5,71039	38,24492
GUADALCANAL	-5,81711	38,09677	-5,86224	38,06389
GUADALUPE	-5,3238	39,45309	-5,00708	39,16427
GUARE#A	-6,09859	38,86144	-5,88955	38,82727
HABA (LA)	-5,80015	38,9194	-5,6887	38,8471
HERGUIJUELA	-5,75741	39,37723	-5,5882	39,24992
HERRERA DEL DUQUE	-5,04589	39,16944	-5,16581	38,77304
HIGUERA DE LA SER	-5,74322	38,64687	-5,67897	38,55685
HIGUERA DE LLEREN	-5,99851	38,37738	-5,88655	38,35638
HINOJOSA DEL	-6,18481	38,48427	-6,03803	38,53815

VALL				
HORNACHOS	-6,06906	38,55527	-5,88655	38,5763
IBAHERNANDO	-5,91495	39,3276	-5,76586	39,29779
LLERA	-6,05602	38,44885	-5,87833	38,42707
LLERENA	-6,01378	38,23784	-6,04177	38,26399
LOGROSAN	-5,48821	39,33627	-5,29977	39,04551
MADRIGALEJO	-5,62292	39,14227	-5,51621	38,99963
MAGUILLA	-5,83667	38,36812	-5,83082	38,35451
MALCOCINADO	-5,6916	38,12462	-5,83756	38,17086
MALPARTIDA DE LA	-5,63868	38,67721	-5,59893	38,60174
MEDELLIN	-5,95613	38,96456	-5,77136	38,93836
MERIDA	-6,33436	38,923	-6,08479	38,93312
MIAJADAS	-5,9074	39,15206	-5,78905	39,19307
MIRANDILLA	-6,28903	39,00146	-6,05449	39,02438
MONTANCHEZ	-6,1491	39,22755	-6,0273	39,22785
MONTECUBIO DE LA	-5,44569	38,59159	-5,52375	38,56957
MORENOS (LOS)	-5,35684	38,14744	-5,53198	38,07997
NAVALVILLAR DE PE	-5,46835	39,09164	-5,44895	38,90208
NAVEZUELAS	-5,43599	39,51272	-5,14386	39,17624
OLIVA DE MERIDA	-6,12348	38,79172	-5,83232	38,78015
ORELLANA DE LA SI	-5,49623	39,03253	-5,51104	38,88899
ORELLANA LA VIEJA	-5,5329	39,00685	-5,55255	38,91592
PALOMAS	-6,13307	38,69524	-5,91461	38,70235
PE#ALSORDO	-5,11279	38,82237	-5,18825	38,54414
PERALEDA DEL ZAUC	-5,56604	38,47515	-5,58135	38,5086
PICONCILLO	-5,46492	38,17738	-5,61277	38,0897
PUEBLA DE ALCOCER	-5,25646	38,98691	-5,2481	38,71806
PUEBLA DE DON ROD	-4,61968	39,08716	-4,49631	38,80408
PUEBLA DE LA REIN	-6,1033	38,6619	-5,90937	38,6627
PUEBLA DEL PRIOR	-6,19651	38,57141	-6,05786	38,59239
PUERTO DE SANTA C	-5,85592	39,31659	-5,7016	39,29331
QUINTANA DE LA SE	-5,67054	38,74264	-5,65429	38,64325
REINA	-5,94824	38,18897	-6,03168	38,19143
RENA	-5,80657	39,05482	-5,76126	38,99109
RETAMAL DE LLEREN	-5,83758	38,57841	-5,70927	38,48579
RISCO	-5,12001	38,91235	-5,17292	38,60435
ROTURA	-5,47445	39,55771	-5,09075	39,26862
RUBIOS (LOS)	-5,52823	38,21839	-5,57237	38,05791
SACERUELA	-4,60859	38,94688	-4,53596	38,66756
SALVATIERRA DE SA	-6,03168	39,303	-5,91397	39,28882
SAN BENITO	-4,67642	38,56751	-4,94776	38,4525
SIRUELA	-5,04939	38,97829	-5,11158	38,63914
SOLANA	-5,47542	39,47791	-5,22726	39,19307
TALARRUBIAS	-5,23206	39,04023	-5,28176	38,76182
TAMUREJO	-4,94621	38,99208	-5,0263	38,61408
TORRE DE SANTA MA	-6,11254	39,25616	-6,01346	39,29592
TRUJILLANOS	-6,25807	38,9538	-6,0313	38,92414
USAGRE	-6,16399	38,35664	-6,00325	38,41921
VALDECABALLEROS	-5,18863	39,24469	-4,94289	38,89834
VALDEFUENTES	-6,12007	39,27645	-6,03403	39,26787
VALDEMANCO DEL ES	-4,82736	38,94033	-4,76299	38,67953
VALDEMORALES	-6,06426	39,20583	-5,89938	39,23084
VALENCIA DE LAS T	-6,0027	38,40476	-5,8802	38,37882
VALSEQUILLO	-5,35012	38,40656	-5,50692	38,2696
VALVERDE DE MERID	-6,21933	38,9122	-5,94752	38,94808
VILLAGARCIA DE LA	-6,07993	38,29309	-6,04514	38,31972
VILLAGONZALO	-6,19623	38,86473	-5,94602	38,85046
VILLAMESIAS	-5,87122	39,24547	-5,71125	39,23645
VILLANUEVA DE LA	-5,798	38,97727	-5,6584	38,89385
VILLAR DE RENA	-5,81031	39,07856	-5,8039	39,0861

ZALAMEA DE LA SER	-5,65878	38,65344	-5,61427	38,56433
ZARZA CAPILLA	-5,15435	38,80778	-5,24323	38,52282
ZORITA	-5,70079	39,28551	-5,54705	39,0962
ALCORNOCAL (EL)	-5,32725	38,18198	-5,48485	38,12336
ZARZA DE ALANGE	-6,21493	38,82046	-5,97557	38,81643
VILLARTA DE LOS M	-4,78996	39,21463	-5,02967	38,69674
MANCHITA	-6,01869	38,81666	-5,77098	38,79473
VALDETORRES	-6,06961	38,91681	-5,90039	38,86804
HELECHOSA DE	-4,90484	39,3107	-5,06296	38,77641

LOS MONTES				
RETAMOSA (CA)	-5,53862	39,5718	-5,18126	39,28508
CABAÑAS DEL CASTI (CA)	-5,50855	39,54851	-5,17901	39,22935
SANCTI-SPIRITUS	-5,14573	38,92663	-5,30869	38,58977

Apéndice D: Soluciones ejemplo

En este apartado mostraremos una solución para cada uno de los mapas:

D.1. Reyno de Aragón

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
NSGA-II (2)	31	5.97019	0.102716	-0.11275	-0.00205	1.013515	0.955253

Localidad	Latitud	Longitud	Error (Km)
ABELLADA	42,4027616	-0,15514215	7,11735359
ABENILLA	42,4687668	-0,36640079	6,11815933
ABENOZAS	42,2675817	0,47743244	6,8345601
ABI	42,5158833	0,36595957	7,24941672
ABIEGO	42,1439947	-0,04635234	2,83039023
ABIZANDA	42,2510375	0,19734539	0,75504517
ADAHUESCA	42,1627916	0,01684911	2,85579856
AGUAS	42,2651753	-0,20679336	7,06272648
AGUASCALDAS	42,4959434	0,40589928	9,45018292
AGUILAR	42,3440362	0,46569686	6,76512203
AGUINALIU	42,0530271	0,38323063	6,08325267
AINETO	42,4213013	-0,21438486	3,69664379
AINSA	42,3902318	0,14988572	3,34452086
ALASTRUE	42,3916136	-0,04812234	3,70017121
ALAVES	42,4623253	-0,37363869	7,82931497
ALBALATE DE CINCA	41,8148273	0,16382158	9,86618187
ALBALATILLO	41,8495079	-0,13409439	12,4008188
ALBELDA	41,8660641	0,49029541	2,27933705
ALBELLÁ	42,4713018	-0,0363458	0,99689456
ALBERO ALTO	42,1124747	-0,30603474	7,30852171
ALBERO BAJO	42,0849947	-0,38191469	6,70682431
ALBERUELA DE LA L	42,1900365	-0,01495644	3,01619594
ALBERUELA DE TUBO	41,9604964	-0,17206142	6,57324218
ALCALA DEL OBISPO	42,1294226	-0,25414948	6,33110612
ALCOLEA DE CINCA	41,800323	0,13097938	8,86700617
ALFANTEGA	41,8871414	0,14511112	6,39430317
ALGAYON	41,8434219	0,41131104	2,7619484
ALINS DEL MONTE	42,0391417	0,29960584	3,80887478
ALLUE	42,4992512	-0,37203863	5,27633563
ALMUNIA DE SAN JU	41,9535572	0,26110314	2,3373631
ALMUNIA DE SAN LO	42,1308539	0,61004837	4,29329738
ALMUNIA DEL ROMER	42,2519015	-0,24237953	5,84667876
ALMUNIENTE	42,0399828	-0,35480318	10,9231834
ALQUEZAR	42,2029056	0,04422533	3,60379471
ANCILES	42,6153332	0,46499858	4,57231993
ANGUES	42,1442971	-0,11671706	4,54810014
ANTENZA	42,0628996	0,55067733	0,75365672
ANTILLON	42,0623845	-0,10283112	5,43168346
APIES	42,2721111	-0,36769096	5,82293869
ARASAN	42,5484791	0,49173215	2,98439829
ARBANIES	42,2100779	-0,21724204	5,7272299
ARCUSA	42,3400342	0,09506546	2,44056394
AREN	42,2266856	0,71841769	3,73227228
ARGAVIESO	42,1062187	-0,25153482	6,13411763
ARGUIS	42,3527971	-0,43273801	4,16596663
ARGUISAL	42,5893071	-0,40696554	6,46444804
ARISTOLAS	41,9734718	0,20958578	1,4333808
ARRESA	42,5058002	-0,08356415	1,87810365
ARTOSILLA	42,4474512	-0,30668462	4,39146706
ASCASO	42,4536821	0,02181568	3,60451227

ASIN DE BROTO	42,5511211	-0,17336968	4,2042369
ASO DE SOBREMORTE	42,6283918	-0,43321537	5,87690127
ASQUE	42,2034395	0,07983622	3,57140517
AULET	42,3659751	0,71458435	3,24362814
AYERA	42,2436899	-0,25265171	8,31331809
AYERBE DE BROTO	42,5761074	-0,19516932	5,44087606
AZANUY	41,9706761	0,32170955	0,9357763
AZARA	42,0844677	0,00327404	3,03676838
AZLOR	42,0999384	0,00066484	3,77185814
BACAMORTA	42,3877578	0,4789092	6,02980588
BAFALUY	42,2649444	0,51819831	6,41640438
BADELLOU	41,9017484	0,5684234	2,59850914
BALLABAR	41,7282562	0,20262008	11,7465945
BANASTAS	42,2333326	-0,40537698	6,69608199
BANDALIES	42,2272817	-0,26163748	7,56185527
BARA	42,3728761	-0,08412778	5,69353894
BARBARUENS	42,5039967	0,34366786	4,51638749
BARBASTRO	42,0365277	0,14008188	1,66943862
BARBENUTA	42,6149113	-0,35466721	5,23722204
BARBU#ALES	42,0561107	-0,0564795	3,98792042
BARBUES	42,0836902	-0,35273865	12,5556406
BARLUENGA	42,2522133	-0,30844562	6,11155348
BELLESTAR	42,2283459	0,43451251	3,10380195
BELLESTAR DEL FLU	42,1747922	-0,32632108	7,6267394
BELSIERRE	42,4739846	0,1479178	4,56385508
BENABARRE	42,0942102	0,50565271	2,41874005
BENASQUE	42,6470412	0,46271131	6,86542212
BENAVENTE DE ARAG	42,2045871	0,39646301	2,41758055
BENTUE DE NOCITO	42,3699057	-0,19583916	5,0957316
BENTUE DE RASAL	42,354468	-0,37304733	11,7889376
BERANUY	42,3607894	0,63264304	3,2662236
BERBEGAL	41,9919053	0,03679204	4,83681186
BERGUA	42,5663888	-0,26894396	9,0788509
BERRY	42,5383133	-0,19981496	6,32829743
BESPEN	42,0955708	-0,12434099	4,61141288
BETES	42,6284509	-0,40618176	4,91368318
BETESA	42,4186564	0,65827491	7,76444221
BETORZ	42,2820533	0,01730551	2,40496197
BIASCAS DE OBARRA	42,3278847	0,57427389	1,57974902
BIELSA	42,6632347	0,05785213	13,415741
BIASCAS	42,647836	-0,42632749	8,90400359
BINACED	41,8599997	0,2241061	4,20474354
BINEFAR	41,8748853	0,36663001	6,41687034
BINUESTE	42,3979483	-0,06658062	6,01921862
BISAURRI	42,5307214	0,49133673	4,03046563
BLECUA	42,091434	-0,14363868	5,06285922
BOLTA#A	42,4264993	0,08202087	2,13091671
BOLTURINA	42,1349471	0,37273583	10,1791536
BONANSA	42,422097	0,56765269	8,37259192
BONO	42,5299732	0,56642127	13,1943298
BORRASTRE	42,5007978	-0,11403665	1,1470858
BROTO	42,6116237	-0,18935385	5,74683206
BU#ALES	42,1064171	-0,36951882	7,25332022

BUERA	42,1770112	0,06787993	4,47103296
BUERBA	42,5369781	0,01951431	2,69519249
BUESA	42,6080535	-0,15803365	4,99684299
BUISAN	42,6163203	-0,12715672	10,4052012
BURCEAT	42,0993439	0,14611321	3,27007933
BURGASE	42,5787237	-0,0738856	7,1754337
CA#ARDO	42,4391851	-0,1516115	2,93079903
CABALLERA	42,2587959	0,41309392	7,99783797
CAJOL	42,5517835	-0,0789344	2,73504303
CALADRONES	42,0461092	0,57087536	4,82519614
CALASANZ	42,0179858	0,40927201	2,95698261
CALLEN	42,0673607	-0,32568279	8,69120389
CAMPO	42,444953	0,38716056	4,1027145
CAMPOL	42,5268734	-0,02225852	3,26788914
CAMPORRELLS	41,9361937	0,5525853	3,54736624
CAPELLA	42,1824592	0,47407269	6,58048316
CASBAS DE HUESCA	42,1866766	-0,09620397	4,82977028
CASBAS DE JACA	42,5497351	-0,36715014	6,52763827
CASTARNE	42,4562581	0,57943158	9,48615338
CASTEJON DE ARBAN	42,2159612	-0,23355011	7,67925189
CASTEJON DE MONEG	41,7462085	-0,19052153	14,6725961
CASTEJON DE SOS	42,5716707	0,48352927	6,41604007
CASTEJON DEL PUEN	41,9788684	0,17925549	2,25770442
CASTELLAR	42,5436159	-0,06437956	2,89534396
CASTELLAZO	42,3604732	0,07486036	2,91561396
CASTIGALEU	42,1744929	0,5807902	3,35184408
CASTILLAZUELO	42,089674	0,09464369	3,36174564
CASTILLONROY	41,8688705	0,53618999	2,47855842
CASTILSABAS	42,2404308	-0,28310848	4,98916421
CERESOLA	42,4603612	-0,25200218	2,67821058
CERESUELA	42,5583018	-0,01331143	1,72470614
CERLER	42,6294994	0,49157496	5,41893397
CHALAMERA	41,7785479	0,16590756	12,5268954
CHIA	42,5740172	0,30492058	14,3509767
CHIBLUCO	42,2553498	-0,32947688	5,25320746
CHIMILLAS	42,224221	-0,41007826	6,65261512
CHIRIVETA	42,0832204	0,68050491	3,76063041
CILLAS	42,5490347	-0,29336484	7,14427111
CISCAR	42,062535	0,59259466	3,80988799
CLAMOSA	42,2603493	0,28901276	4,31835497
CLARAVALLS	42,1983719	0,67385263	4,60703463
COFITA	42,0220113	0,16878816	4,17773861
COLLADAS (LAS)	42,3979979	0,37378256	1,75631873
COLUNGO	42,1948823	0,12018371	4,92548654
CONCHEL	41,9181229	0,15820488	3,86940852
COSCOLLAR (EL)	42,3253987	0,06248143	1,60691832
COSCULLANO	42,2328804	-0,19943255	5,22118075
CREGENZAN	42,0907525	0,17079457	3,07548941
DENUY	42,4588943	0,50103819	11,7582533
DOS	42,4669654	0,47944331	4,65905765
EJEP	42,2314049	0,377965	4,92551649
ERESUE	42,5648948	0,50413773	1,73816444
ERIPOL	42,2822824	0,12220169	3,04039583
ERISTE	42,6230155	0,43709976	5,7516667
ESCANE	42,4385776	0,60975704	5,90010411
ESCANILLA	42,2651792	0,20804548	0,87177479
ESCARTIN	42,5877382	-0,29001056	9,3011735
ESPE	42,4661854	0,53994116	4,83741362
ESPIERBA	42,6875398	-0,06704693	18,8363175
ESPIERRE	42,6240023	-0,35941336	6,5579473
ESPIN	42,4828885	-0,1513524	4,8660969
ESPLUS	41,8012922	0,29629403	1,73413958
ESTA#A	42,0160276	0,55677683	3,72276924
ESTADA	42,0691195	0,27080404	2,69109793
ESTERUN	42,485063	0,42663988	6,47009424
ESTET	42,5249374	0,55312433	13,3276401
ESTICHE DE CINCA	41,8773608	0,11251767	6,48315203
FA#ANAS	42,1435774	-0,23745041	7,84441466
FANLILLO	42,4859307	-0,21558968	1,3686486
FANLO	42,6337631	-0,1456461	11,5780852
FENILLOSA	42,4499159	-0,24082453	2,30614111
FINESTRAS	41,9810606	0,62612936	3,08034451
FISCAL	42,5112261	-0,14686991	2,7787095

FONZ	42,0082286	0,31317313	4,53740076
FORADADA DE TOSCA	42,3652647	0,38929255	6,24704974
FORCAT	42,5135678	0,55872508	13,0619509
FORNILLOS	42,0140988	0,08664198	4,33506646
FORNILLOS DE APIE	42,2380574	-0,33030306	6,59155132
FOSADO	42,3850226	0,2660358	4,88600889
FRAELLA	42,0311054	-0,25223927	9,24900022
FRAGEN	42,6152389	-0,20468317	5,36118308
GABAS	42,525665	0,46860191	5,01689907
GABASA	42,0066968	0,45176458	2,85521346
GALLISUE	42,4857007	0,09211769	3,62865395
GAVIN	42,6316791	-0,38988181	7,68304193
GERBE	42,3803551	0,21254099	2,30266533
GERE	42,5609148	-0,06522509	5,98146953
GERESA	42,439987	-0,41092674	11,7158391
GILLUE	42,440919	-0,16980293	2,2885006
GINASTE	42,482219	0,5862495	5,01689907
GRA#EN	42,0108591	-0,35259735	7,53502642
GRADO (EL)	42,1537594	0,25734267	2,48481912
GRAUS	42,1836216	0,38449612	3,62524549
GRIEBAL	42,3716425	0,18638389	2,09381347
GRUSTAN	42,2049701	0,36299966	3,85497048
GUARDIA	42,119006	0,18318674	2,22493107
GUASO	42,3997021	0,10996632	2,15467034
GUEL	42,2057789	0,52453181	5,77611831
HOSPITAL	42,7180901	0,00851184	22,6327771
HOSPITAL DE PARZAN	42,71572	0,17628797	2,04270251
HOZ DE BARBASTRO	42,1458343	0,17412663	3,09548044
HOZ DE JACA	42,6888219	-0,41739895	9,10250374
HUERRIOS	42,2141859	-0,41992659	8,20151708
HUERTA DE VERO	42,1432844	0,04606046	3,9063793
HUERTO	41,9824302	-0,13435227	6,07840613
HUESCA	42,2015266	-0,3830005	7,31953609
IBIECA	42,2024508	-0,16401951	5,59669473
IBIRQUE	42,4088768	-0,06531222	19,6997019
IGRIES	42,2747623	-0,4067374	6,9284445
ILCHE	41,9853462	0,09171286	4,06510995
ISUN DE BASA	42,5261253	-0,36479261	5,00284843
JAVIERRE	42,672006	0,01342528	16,2337705
JAVIERRE DEL OBIS	42,5720008	-0,4095016	8,6647735
JUNZANO	42,1639009	-0,10173847	3,47391038
JEUSE	42,0722003	0,42847255	4,91042712
LABATA	42,2111849	-0,12800421	3,60973093
LABUERDA	42,198013	0,14296006	3,69943327
LACORT	42,4758891	-0,01958041	0,89864398
LACUADRADA	42,0075271	-0,03589501	4,63547319
LAGUARTA	42,4333045	-0,13401383	2,45525337
LAGUNARROTA	41,9572716	0,01740068	3,90467704
LALUEZA	41,9361128	-0,22235608	10,8529297
LAMASADERA	41,8867966	-0,01277285	6,10506372
LAMATA	42,2737936	0,19387188	1,44818496
LANAJA	41,9062162	-0,29094275	15,2698129
LANAVE	42,4745968	-0,4024539	6,19354131
LAPENILLA	42,2334752	0,28176674	3,62240075
LAPERDIGUERA	42,0234145	-0,02407111	4,02788174
LARDIES	42,5419114	-0,22298689	8,88565094
LARREDE	42,5784039	-0,39664673	6,83212688
LASAOSA	42,4278833	-0,32380305	7,3318099
LASCASAS	42,1496995	-0,34857762	9,07245089
LASCELLAS	42,1084484	-0,0613	3,66326467
LASCORZ	42,3588004	0,3484106	5,3186526
LASCUARRE	42,1875509	0,15297993	1,2362043
LASTANOSA	41,9346133	-0,07361988	8,97835695
LATAS	42,5487765	-0,41160587	7,15538914
LATORRECILLA	42,3864295	0,07952897	2,11219045
LAVELLILLA	42,4581622	-0,01053796	2,19588029
LAYES	42,4873675	-0,39304075	8,47667101
LECINA	42,2552411	0,03838271	2,62109426
LIESA	42,1968969	-0,21034818	6,68481749
LIGUERRE DE ARA	42,4976721	-0,05094551	3,11087797
LIGUERRE DE CINCA	42,2784124	0,22505201	1,19301601

LIRI	42,557144	0,5007234	2,31740926
LLERT	42,4713877	0,42065785	5,4085259
LOPORZANO	42,2149353	-0,28563821	6,5576698
LOSCERTALES	42,237373	-0,22604513	6,18106549
LUEZA (LA)	42,3354861	0,30512543	5,87572645
LUSERA	42,3856003	-0,3001262	8,31062639
LUZAS	42,137197	0,59544931	2,73502282
MARCEN	42,0174693	-0,24492422	9,73687237
MARGUDGUED	42,4142063	0,08247458	2,29323457
MATIDERO	42,4202679	-0,06104523	3,29490346
MEDIANO	42,2993584	0,22814461	2,86402624
MOLINOS (LOS)	42,1665273	-0,35632873	7,67852625
MONFLORITE	42,1602113	-0,3292923	7,49448178
MONGAY	42,0599773	0,66982248	4,03292487
MONT DE RODA	42,2262508	0,51934327	1,3432833
MONTA#ANA	42,1053856	0,61996557	8,0871321
MONTANUY	42,4726756	0,59269689	8,54655411
MONTESA	42,1089332	0,16068135	2,6293547
MONZON	41,9334064	0,20909035	2,70306791
MORCAT	42,3840473	0,02826502	1,70584321
MORILLA	41,9555373	0,05859466	1,91521634
MORILLO DE LIENA	42,4017346	0,4141062	2,95815715
MORILLO DE MONCLU	42,361614	0,17954461	8,81790995
MURIA (LA)	42,4623876	0,46701476	5,59113246
MURO DE BELLOS	42,5207848	-0,09989943	19,3894672
NASARRE	42,3601411	-0,07723479	5,38472057
NAVAL	42,2100445	0,18514989	2,99144054
NAVARRI	42,4003242	0,39479367	1,89250656
NERIL	42,4560304	0,47517543	12,3149993
NERIN	42,6296747	-0,05463097	8,52854223
NOCELLAS	42,3336341	0,49661001	2,41410652
NOCITO	42,3551965	-0,25759655	3,38927032
NOVALES	42,0807589	-0,23774885	6,457529
NUENO	42,3248055	-0,41799187	6,74691604
ODINA	41,9434416	0,07978659	4,1571587
OLIVAN	42,602106	-0,37995664	7,02542377
OLVENA	42,0897122	0,32096277	5,46586008
ONTI#ENA	41,783902	0,11613791	12,0887963
ORDOVES	42,4573654	-0,35217402	5,71221906
OROS ALTO	42,6157288	-0,39800874	7,10962652
ORUS	42,484636	-0,18653785	4,46204804
OSAN	42,5138351	-0,36305886	4,16183688
OSSO	41,7707463	0,20883278	11,6451715
OTAL	42,6223013	-0,30294491	8,50323462
OTO	42,603858	-0,20423122	6,47233435
PALLARUELO DE MON	41,8245524	-0,16779515	13,3968809
PALLEROL	42,3999622	0,64672392	8,40097544
PALO	42,2899272	0,28595587	5,17447814
PANILLO	42,2359	0,35251782	4,2368121
PANTICOSA	42,7164783	-0,41391816	10,8101195
PARDANIU	42,4145044	0,42780845	5,38697569
PARDINA (LA)	42,5591176	-0,2616317	39,03187
PARDINELLA	42,3579084	0,56649718	1,22011219
PAULES DE SARSA	42,3112086	0,02496742	1,54392629
PEDRUEL	42,2732037	-0,07620639	1,50540054
PELEGRI#ON	41,8911525	0,2785621	8,20062047
PERALTA DE ALCOFE	41,9692871	-0,04051112	4,67186089
PERALTILLA	42,0758665	0,02345617	3,85874261
PERARRUA	42,2441858	0,39209709	4,10195899
PERMISAN	42,0023753	0,10655315	4,19096773
PERTUSA	42,0401099	-0,08777128	4,91166249
PILZAN	42,0341233	0,50311367	2,32593922
PIRACES	42,0657002	-0,25531544	8,27537902
PLAMPALACIOS	42,3407432	0,21089838	2,43108497
PLANILLO	42,4562637	-0,04447451	0,83933959
POCIELLO	42,4091437	0,47457861	23,9207714
POLE#INO	41,9572548	-0,26873655	10,0254546
POMAR DE CINCA	41,9029069	0,13821225	5,44390759
POMPENILLO	42,1828811	-0,37223681	9,54850965
PONZANO	42,0912	-0,04196082	3,83369539
POZAN DE VERO	42,112828	0,06456553	4,1691441
PUEBLA DE CASTRO	42,1384301	0,32472748	3,1851726

PUEBLA DE RODA (L)	42,2450223	0,56628632	6,9065778
PUEBLO DE MONTA#A	42,1005353	0,6916287	5,75441652
PUEYO DE FA#ANAS	42,1354271	-0,21494788	8,40841527
PUEYO DE MARGUILL	42,1413406	0,4090327	3,6916286
PUEYO DE SANTA CR	42,0614842	0,11143446	22,8931029
PUYARRUEGO	42,4480003	0,1303724	6,81687305
QUICENA	42,1997932	-0,34138621	5,81175826
RA#IN	42,3237428	0,34375965	6,89968821
RADIQUERO	42,1996604	0,01548798	3,10350738
RAFALES	41,7788627	0,31006457	2,3420166
RAMASTUE	42,559115	0,48896993	1,69150912
RENANUE	42,539362	0,48917064	6,2304297
REVILLA	42,6180518	0,04381156	8,72550155
RODA DE ISABENA	42,2326656	0,53756665	6,66063471
RODELLAR	42,2987358	-0,05695021	2,39877045
SABAYES	42,2939277	-0,38360963	5,75168569
SABI#ANIGO	42,5136796	-0,43427286	6,00018533
SAGANTA	41,951711	0,52951443	4,07100044
SAGARRAS BAJAS	42,1211337	0,53554774	1,21086359
SAHUN	42,5782889	0,38600394	6,66955937
SALAS ALTAS	42,1333945	0,10271675	2,86542075
SALAS BAJAS	42,1243304	0,12439953	4,02590849
SALILLAS	42,0539714	-0,20535193	6,79227414
SALINAS DE HOZ	42,1749082	0,14446685	1,90360344
SALINAS DE TRILLO	42,2771499	0,27349547	3,07710116
SAN ESTEBAN DE GU	42,434188	-0,35599784	8,83154286
SAN ESTEBAN DE LI	41,903965	0,34425882	1,45435916
SAN ESTEBAN DEL M	42,2532773	0,59638951	4,97088951
SAN FELICES	42,464509	-0,02346533	1,06172265
SAN FELIU DE VERI	42,4719394	0,46441704	5,31865231
SAN JUAN	42,4078835	0,31056367	5,22676041
SAN JUAN DE PLAN	42,6799177	0,19727753	15,8755792
SAN JULIAN DE BAN	42,2662352	-0,34794398	4,22044458
SAN JULIAN DE BAS	42,4957849	-0,28854257	3,59440095
SAN JUSTE	42,4949541	-0,09350642	1,16822484
SAN PELEGRIN	42,2233773	0,03431782	4,42479521
SAN ROMAN	42,2076261	-0,09152565	3,87244781
SAN ROMAN DE BASA	42,5379005	-0,38884969	8,3025366
SANGARREN	42,1022459	-0,39997383	9,46840467
SANTA CILIA	42,2662171	-0,14741669	3,71262074
SANTA EULALIA DE	42,3107114	-0,41152611	5,20312309
SANTA LIESTRA Y S	42,3112114	0,44388519	6,26031599
SANTA MAURA	42,4859074	0,39562109	9,02953258
SANTALECINA	41,8573712	0,12972239	8,61961145
SANTORENS	42,39914	0,68791614	5,73129049
SARAVILLO	42,6161342	0,20530124	8,08564166
SARDAS	42,5323945	-0,40857459	6,53918404
SARI#ENA	41,887744	-0,13587848	10,6156325
SARSA DE SURTA	42,3144365	0,04577617	2,44305803
SASA	42,5404335	-0,2731827	6,90920169
SASA DEL ABADIADO	42,2395627	-0,26294135	7,91187326
SASE	42,5686988	-0,12546906	7,71201655
SATUE	42,558226	-0,38679711	6,58630425
SE#ES	42,6360315	0,16905845	11,2425364
SECASTILLA	42,1630472	0,3427054	6,41624113
SECORUN	42,4250475	-0,16505317	3,09333825
SEIRA	42,5363505	0,35862171	8,79497768
SELGUA	41,9514893	0,14956195	3,37261599
SENA	41,8266828	-0,02764419	12,1321106
SENEGUE	42,5597172	-0,40475881	5,15143383
SENZ	42,4515616	0,30386856	5,50239027
SERRADUY DEL	42,2682927	0,59412508	6,33605562

PON			
SERRATE	42,414555	0,4509733	4,89520685
SERVETO	42,6356705	0,18938699	10,5162342
SESA	42,0511867	-0,22740338	6,40549915
SESUE	42,5757436	0,46893462	2,69333737
SIESO DE HUESCA	42,1920871	-0,11552018	4,23327276
SIESTE	42,4097119	0,10822744	3,88771497
SIETAMO	42,1972544	-0,25085171	8,08624689
SILVES	42,4246291	0,06099932	3,7501881
SIN	42,6228737	0,16796633	10,1889995
SIPAN	42,2295941	-0,24233626	5,86110238
SOBAS	42,4895034	-0,25034881	0,65605235
SOLANILLA	42,4293358	-0,28519444	7,08861116
SOLER (EL)	42,2030114	0,50566133	4,06017183
SOLIPUEYO	42,3273391	0,32444696	5,88659832
SOLIVA	42,2133556	0,65708748	2,36070567
SOPEIRA	42,2731893	0,75251607	5,03782626
SORRIPAS	42,5623965	-0,43093801	7,05533473
SOS	42,5839675	0,48479501	5,11697959
SUELVES	42,2263576	0,15058575	3,46685178
SUSIN	42,5429625	-0,36354524	6,72167817
TABERNAS DE ISUEL	42,1168493	-0,38669545	6,91772687
TAMARITE DE LITER	41,8759106	0,46485695	3,60788926
TIERRANTONA	42,343177	0,28112405	3,18843003
TIERZ	42,1884245	-0,33535559	6,28447846
TORLA	42,6367032	-0,21020798	8,1660497
TORMILLO (EL)	41,9244246	-0,01456532	5,85162594
TORRE BARO	42,1259558	0,65982669	3,92371855
TORRE DE BUIRA	42,3854158	0,65491003	6,29258288
TORRE LABAD	42,1883942	0,4860783	5,36143077
TORRELISA	42,3971924	0,21379792	7,33582021
TORRES DE ALCANAD	42,0122479	-0,09722202	5,08842591
TORRES DE BARBUES	42,0662995	-0,39389553	11,9386061
TORRES DE MONTES	42,1228175	-0,15528681	4,45020919
TORRES DEL OBISPO	42,1254587	0,43222846	4,24264376
TORRUELLA DE ARAGON	42,2566252	0,46329681	6,53906688
TRAMACED	42,0456321	-0,2694334	8,21480497
TRESERRA	42,3208367	0,68377896	8,15572567
URMELLA	42,5425264	0,47629721	5,56318926
USED	42,3718402	-0,14075332	6,51256996

USON	41,9993256	-0,18071495	7,35629469
VALCARCA	41,8425762	0,30250907	5,24634713
VELILLAS	42,163779	-0,15751561	6,18352966
VI#AL	42,4994944	0,57462874	11,4563518
VIACAMP	42,0835398	0,62258714	5,19322391
VICIEN	42,1104096	-0,41628633	6,25821811
VILLACARLI	42,4364429	0,46766691	11,4495382
VILLANUEVA DE SIG	41,8218895	0,00050694	11,5959314
VILLOBAS	42,4642631	-0,34021805	8,61125495
VIO	42,5397588	0,04439332	1,27910522
YASO	42,244909	-0,10747433	4,9181726
YEBRA DE BASA	42,5057293	-0,32485202	4,07902118
YEQUEDA	42,2460836	-0,40497185	7,07872063
YESERO	42,6290466	-0,34225721	7,57998299
YOSA DE SOBREMONT	42,6143175	-0,41774159	5,64936472
ZAIDIN	41,7077185	0,24727991	11,1607078
ZURITA	41,9667334	0,46084062	3,06444879
AGER	42,0374666	0,78558581	4,44002388
AGRAMUNT	41,7988582	1,13091511	2,881948
ALGUAIRE	41,7806814	0,58591019	4,46548503
ALMACELLES	41,7493251	0,40119594	3,56564717
ALMENAR	41,821877	0,57951603	2,87278756
ARTIES	42,7544027	0,84770028	6,29479446
BALAGUER	41,7877742	0,77998526	2,695053
CAMARASA	41,8335048	0,87313904	4,61666871
CASTELLNOU DE MON	42,0145859	0,69488093	11,4564273
CONQUES	42,1014373	1,10466036	7,93943436
GARZOLA	41,9390485	0,98262627	4,48958406
GERRI DE LA SAL	42,3424722	1,00255353	5,68936847
LLAVORSI	42,4612414	0,9817278	19,066547
POBLA DE SEGUR	42,1682144	1,03802591	10,759217
SANT MARTI DE BAR	42,2512497	0,70750878	29,189736
TREDOS	42,7518359	0,92074411	5,37130541
VALENCIA D'ANEU	42,623045	1,07709229	2,97847666
VIELHA	42,7856812	0,75551475	9,86321156
VILAC	42,8146532	0,73486323	11,3358185
MONEGRILLO	41,8070635	-0,39314423	18,8509945

D.2. Islas Baleares

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
msPESA (1)	0	2.700308	0.01384	-0.03245	0.000002	0.964885	1.019844

Localidad	Latitud	Longitud	Error (Km)
ALCUDIA	39,8291066	3,13391975	2,75068346
ALGAIDA	39,5350581	2,8999463	2,74752046
ARIANY	39,6423626	3,11369583	1,02979374
ARTA	39,6700064	3,35267615	2,76999075
BINIALI	39,6382334	2,84759788	1,22944177
BINIAMAR	39,7336703	2,85686847	1,40260653
BINISALEM	39,6779577	2,86995297	2,46795009
BUGER	39,766177	3,0025126	1,51386418
CAIMARI	39,8028042	2,90327157	3,33355433
CALA FIGUERA	39,3280316	3,17764963	1,89243526
CALA LLOMBARD	39,3141085	3,10840213	2,28353591
CALA MURADA	39,4683548	3,27536127	1,74563739
CALA PI	39,375495	2,86286439	2,32879319
CALA SANT VICENC	39,9067993	3,08823086	3,09551958
CAMPANET	39,8110539	2,97906646	3,94786925
CAMPOS	39,422446	3,01167007	1,19226241
CANYAMEL	39,6907511	3,42045508	3,75701493
CAPDEPERA	39,7371814	3,42591135	3,86027849
CIUDADELA	40,0245139	3,83690947	2,39926143
CONSELL	39,6676432	2,82196924	0,76603503
COSTITX	39,6382333	2,93157191	2,78463939
ESCORCA	39,8208573	2,87164621	1,24960698
FELANITX	39,4724847	3,16837955	1,698364
FERRERIES	39,9862849	3,94310584	5,5721605
FORNELLS	40,0423541	4,13176708	1,71876342
INCA	39,7166496	2,90157844	0,95587625
LLORET DE VISTALE	39,6000623	2,94574767	3,27320448
LLOSETA	39,7151059	2,8623246	0,71252751
LLUBI	39,690337	2,99918774	1,38118392
LLUC	39,8435513	2,92835984	4,01899807
LLUCMAJOR	39,4869296	2,90157795	0,76855023
MANACOR	39,5828773	3,17874141	3,12975443
MANCOR DE LA VALL	39,7651448	2,87219681	1,49074863
MAO	39,8749655	4,25465803	1,5537402
MARIA DE LA SALUT	39,6645455	3,05861405	1,58166097

MERCADAL (ES)	39,9809007	4,0373395	4,80584459
MONTUIRI	39,5268081	3,01663694	5,41524391
MOSCARI	39,785774	2,93053198	2,21331216
MURO	39,713552	3,05267866	2,6802861
NA GOSTA	39,307914	3,06401846	3,93175455
PETRA	39,6067681	3,07606347	3,32743186
PINA	39,5701413	2,932663	3,39100437
POLLEN#A	39,8677987	3,05649321	3,50129162
PORRERAS	39,4791909	3,03293396	3,9741575
PORTO PETRO	39,3626034	3,21636301	1,41008854
PORTOCOLOM	39,4446283	3,25791167	2,94900414
PUEBLA (LA)	39,7930008	3,02923259	2,49291213
RAPITA (SA)	39,3682774	2,98004456	3,48074543
SANT JOAN DE MISS	39,551046	3,04771166	5,15150813
SANT LLOREN# DE C	39,6220901	3,25344513	2,90772155
SANT LLUIS	39,834228	4,2476924	2,08221275
SANTA EUGENIA	39,6253426	2,82251987	1,60186953
SANTA MARGALIDA	39,6850202	3,10294675	2,10431635
SANTANYI	39,3605388	3,11036033	1,73773813
SELVA	39,7635913	2,91145064	1,18119521
SENCELLES	39,6444279	2,89067614	0,94794847
SES SALINES	39,3440297	3,021542	2,90473013
SINEU	39,6320482	2,98392054	2,75086355
SON CERVERA	39,6355019	3,33523672	2,68533282
TORRE TRENCADE	39,9792512	3,81779748	9,50772821
TRUQUERIES (SES)	40,0478063	3,82536488	4,80964343
VILAFRANCA DE BON	39,5436741	3,13675431	5,00481586
CALA EN PORTER	39,8641493	4,12380171	1,66268388
PORT DE POLLEN#A	39,9052556	3,03315924	3,80252872

D.3. Principado de Cataluña

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (º)	Desp. Longitud (º)	Rotación (º)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
NSGA-II (3)	45	5.8183379	-0.012374	-0.0387506	0.1210538	0.089574699	1.12605446

Localidad	Latitud	Longitud	Error (Km)
ABELLA D'ADONS	42,3580291	0,72626505	7,95219042
ABELLA DE LA CONC	42,201442	1,15019648	6,46195107
ADRAEN	42,2812312	1,50376001	0,72475422
ADRALL	42,3237688	1,40947761	0,86796752
AGER	42,016831	0,8311839	5,85383655
AGRAMUNT	41,8442541	1,06824652	6,67546757
AGUDA	41,8607984	1,36855631	5,50005992
AGULLO	42,003017	0,79294214	6,00560994
AINET DE BESAN	42,5228819	1,29934647	1,83662839
AINET DE CARDOS	42,5656441	1,24955382	2,24061958
ALAS	42,343975	1,5557574	3,92377736
ALBEROLA	41,9395164	0,70027581	1,77496599
ALBESA	41,8527458	0,66419444	10,9834544
ALENTORN	41,9554842	1,1614285	8,73438344
ALFARRAS	41,9095253	0,62937496	9,87182495
ALGERRI	41,8851119	0,6879857	8,57857681
ALINS	42,5376482	1,34527734	2,41786993
ALINYA	42,1981022	1,44934851	2,86002699
ALMENARA	41,8754315	0,59117407	41,8543645
ALOS DE BALAGUER	41,9260111	1,01738418	4,82855241
ALOS D'ISIL	42,6665195	1,09362452	3,96674524
ALZAMORA	42,0743933	0,7233749	1,22717597
ALZINA (L')	42,0803877	0,82927623	1,71123455
ANAS	42,548467	1,20923236	3,28632154
ANCS	42,363345	0,98119636	3,99282752
ANDANI	41,9235808	0,6228806	9,86622068
ANOVES (LES)	42,1556127	1,39141906	5,52490131
ANSOVELL	42,3271447	1,60053162	1,17752273
ANTIST	42,3690334	0,90627996	3,41153316
ARANSIS	42,1217134	1,04777725	8,48615239
ARAO	42,5197222	1,27147993	2,09864181
ARAVELL	42,3516474	1,45064157	3,70792231
ARCALIS	42,3596926	1,11899519	2,96585158
ARCAVELL	42,4098743	1,5037178	2,81929243
ARDEVOL	41,888307	1,45541226	6,78361438
ARESTUI	42,5399797	1,10811113	5,90563914
AREU	42,5557619	1,39531599	6,7433662
ARFA	42,3183484	1,43966197	2,49436378
ARGORELL	42,4252007	1,45909926	1,53079829
ARRÉS DE JOS	42,7250946	0,68142991	4,40604127
ARREU	42,6470451	1,09867762	2,74910241
ARRO	42,7169616	0,63483463	7,19602739
ARROS	42,681871	0,68032152	9,31707307
ARROS DE CARDOS	42,548755	1,26434938	5,17891503
ARS	42,4012101	1,40712961	5,07118222
ARTESA DE SEGRE	41,9377874	1,15715678	9,92053001
ARTIES	42,6180525	0,83385253	9,67505163
ASTELL	42,3917453	0,91682024	4,2321578
AUBERT	42,6508516	0,71283009	10,4599945
AULAS	42,239627	0,7523301	5,81959992
AVELLANET	42,3467759	1,34926789	1,65166873
BAGERGE	42,6290039	0,87566078	10,6618847
BALAGUER	41,859611	0,82245467	7,31452541
BALLESTA	42,3590509	1,45805808	3,29025105
BARO	42,3693428	1,10319471	1,94983096
BARRUERA	42,5050422	0,78415042	1,36583645
BASSELLA	42,0278368	1,33037273	3,9493486
BASTIDA DE SORT (42,4279138	1,09480745	2,98613516
BASTIDA D'HORTONS	42,324863	1,51435733	3,44310416
BASTURS	42,1825445	1,0969752	7,60649995
BAUSEN	42,7697036	0,56909905	14,2302711
BEGUDA D'ADONS	42,34693	0,73437988	8,55022144
BELLCAIRE D'URGEL	41,8298602	0,83290119	9,79522226

BELLFORT	42,0515262	1,24054722	8,56579464
BELLMUNT D'URGELL	41,835242	0,86120964	10,1377317
BENAVENT DE TREMP	42,1292595	1,14081406	7,09866465
BENOS	42,7012981	0,65384455	7,59221409
BERANI	42,4587949	1,18942767	2,49724228
BERANUY	42,3795571	0,94598097	1,88559064
BEREN	42,3309805	1,32525422	1,7137823
BERNUI	42,4640422	1,0649859	2,28209075
BERRÓS-JOSSA	42,5793459	1,13462904	1,78191076
BESCARAN	42,3710162	1,52808537	3,81594248
BESORA	42,0097149	1,55643501	4,2934788
BETREN	42,6203172	0,76205382	9,64180482
BIOSCA	41,8585311	1,34032711	2,37105726
BISCARBO	42,3583019	1,25915904	2,63245789
BISCARRI	42,1465722	1,1524117	6,46567622
BOHI	42,4965219	0,82613446	2,98815848
BOIX	41,921338	0,65901852	4,88355038
BOIXOLS	42,1961364	1,19532653	3,59365045
BOLDIS-JOSSA	42,5726019	1,29626432	5,16785372
BOLDIS-SUBIRA	42,5691835	1,32683425	6,67800691
BONESTARRE	42,550001	1,23450218	3,07993894
BORDES (ES)	42,69221	0,64127001	8,26753345
BOREN	42,6345872	1,12540361	4,55050489
BOSSOST	42,723723	0,60123673	10,1493346
BRETUY	42,3428952	1,02141278	0,92294445
BRICHS	41,9881794	1,47555173	5,00760131
BURG	42,5343428	1,28982366	3,55632648
BURGO	42,5963629	1,15972567	2,40336306
BUSEU	42,3158187	1,12367466	0,99949013
CABANABONA	41,873042	1,24203095	3,03964965
CABDELLA	42,4346221	0,92887885	6,84223438
CABO	42,2752926	1,28752843	5,01612369
CADOLLA	42,3078197	0,8319429	5,92862807
CALVINYA	42,3675838	1,49576447	2,49985671
CAMARASA	41,9049103	0,906178	4,08412106
CAMBRILS	42,1646764	1,43324493	4,76048662
CANALDA	42,1169525	1,47463324	4,02750619
CANEJAN	42,7753412	0,5979344	13,5427466
CARET	42,5066797	0,75995547	2,35692605
CAREGUE	42,4794124	1,07558317	2,63219058
CASARILL	42,6223749	0,79888341	9,09751397
CASOS	42,4762321	0,64127379	7,66707093
CASSIBROS	42,5416117	1,25825447	4,22493808
CASTELLAR DE LA R	42,0552309	1,4379018	3,90900599
CASTELLAS	42,3468231	1,26485635	3,26442217
CASTELLBO	42,3727781	1,38072974	2,10526972
CASTELL-ESTAO	42,347416	0,91986465	5,42131793
CASTELLET	42,2524205	0,77510198	4,9365226
CASTELLNOU	41,8248243	1,06575162	8,98034873
CASTELLNOU DE AVE	42,4093989	0,84414199	5,88654196
CASTELLNOU DE BAS	42,0118692	1,32753384	3,93465091
CASTELLNOU DE MON	42,0867951	0,85341964	7,41414949
CASTELLS (ELS)	42,3326843	1,05596917	10,4677529
CASTELLVELL	42,0068316	1,4603452	3,24406708
CASTERNER DE LES OLLES	42,315701	0,74080025	3,04226503
CASTILLO DE TOR (42,4390825	0,6503166	7,57801312
CASTISSENT	42,0951125	0,73203369	3,61147547
CAVA	42,36396	1,62030704	4,35851413
CELLERS	41,8555265	1,41977166	6,6363396
CERVOLÉS	42,2869245	0,91238352	2,99885282
CIVIS	42,4653013	1,40781061	1,25287533

CLARA	42,0014499	1,43203674	2,0466465
CLARAMUNT	42,1337289	0,74932808	5,92235369
CLARET	41,8172715	1,05987769	9,18346166
CLARIANA DE CARDE	41,955788	1,56820956	5,35264265
COLL	42,4895615	0,69720545	6,60859263
COLL DE NARGO	42,1896883	1,33301545	2,09363214
COLLDEL RAT	41,9281039	1,18943435	8,65535841
COLLFRED	41,9525374	1,19514465	7,72414352
COMA DE NABINERS	42,3057776	1,49534216	4,49651211
COMABELLA	41,8125892	1,18920419	14,6683136
CONILL	41,7829096	1,33421887	17,1096261
CONQUES	42,1480227	1,05023522	4,38254173
CORNELLANA	42,2742373	1,53724294	1,35230087
CORRONCUY	42,3024943	0,79335445	6,46148008
CORSA	42,0509941	0,77476744	7,52535701
CORTARRIU	42,2175068	1,58778074	19,9054818
COVET	42,1414961	1,11441721	6,89209654
CUBELLS	41,9011017	1,00689354	6,49291869
DONZELL (LA)	41,8783145	1,1229245	5,20735008
DORVE	42,5916351	1,14563996	0,17561081
DURRO	42,490774	0,78874055	2,78723457
ENVINY	42,410138	1,05918141	3,83689038
ERILL LA VALL	42,5075595	0,79925932	3,10239727
ERINYA	42,2649508	0,93925375	1,68701535
EROLLES	42,1607413	0,90910393	7,76358255
ERTA	42,439626	0,75445416	7,75980122
ESCALARRE	42,6011597	1,14885476	1,91712964
ESCALO	42,5611817	1,11653746	3,63803914
ESCARLA	42,1705058	0,69527377	6,231545
ESCART	42,5562534	1,08279673	4,30564041
ESCAS	42,4724175	1,10189682	0,96515683
ESCOS	42,385274	1,02239199	3,85125666
ESPAENT	42,3196299	1,29092839	1,12918438
ESPILLS	42,17728	0,74145708	3,93158098
ESPLUGA DE SERRA	42,2610929	0,7855371	5,67109295
ESPLUGA FREDA	42,200183	0,72745643	6,61094423
ESPT	42,5910336	1,03081923	4,55667607
ESPIU	42,422843	0,92471805	6,41606504
ESTAC	42,3968742	1,01553351	5,29179167
ESTAIS	42,5998051	1,0709102	4,57633229
ESTAMARIU	42,3604294	1,55356612	2,80998519
ESTANA	42,215602	1,6751638	11,909324
ESTARON	42,5447882	1,14318342	4,23517698
ESTERRI D'ANEU	42,6122181	1,11933976	1,68709726
ESTERRI DE CARDOS	42,5472323	1,27766072	5,32831667
FAR (EL)	41,8065595	1,17057481	14,4925639
FARRAN	41,7965945	1,30255322	10,725226
FARRERA	42,5652757	1,41561255	14,0038614
FIGOLS	42,2279706	1,36989444	3,79206589
FIGOLS DE TREMP	42,1398329	0,91219082	8,20190719
FIGUEROLA DE MEIA	41,959855	0,92911157	3,6133269
FIGUEROLA D'ORCAU	42,1585374	1,02223651	3,75581937
FONTANET	41,8795279	1,39124908	6,71391443
FONTLLONGA	41,960597	0,89561408	3,3122442
FORADADA	41,9165483	1,03768268	4,76252143
FORNOLS	42,2713186	1,50931115	2,00409702
FREIXE	42,3709641	1,17353449	2,04572883
GAROS	42,6320096	0,81065677	8,27748948
GARZOLA	41,9887026	1,08288374	5,48483989
GAVARRA	42,1381323	1,27832767	7,677989
GAVAS	42,6181718	1,18603152	3,50594319
GAVET DE LA CONCA	42,1461639	0,99521829	6,4398176
GERB	41,8922415	0,8466834	8,18219685
GERRI DE LA SAL	42,3340044	1,09072352	2,21141059
GES (EL)	42,3293031	1,53309527	3,04229303
GESSA	42,6243336	0,84158517	10,0492742
GINESTARRE	42,5549995	1,27973333	4,99483236
GOSPI	41,807557	1,23477306	12,3754522
GOTARTA	42,4266216	0,69199295	6,06640984
GRA	41,8124746	1,09648711	13,7707096
GRAMENET	42,378999	0,96787945	1,79789356
GUARDIA D'ARES (L)	42,3306448	1,27062904	5,72327408
GUARDIOLA	41,9668099	1,32842477	4,22273932
GUILS	42,3858857	1,27436923	4,40074887
GUISSONA	41,8093073	1,14861416	11,9452226
GUIXERS	42,1568671	1,546303	8,41222042

GURP	42,1792763	0,92411004	7,80958854
HERBASABINA	42,2336183	1,10172295	3,36464885
IGLESIAS (LAS)	42,3762225	0,78676331	6,88066892
IRGO	42,4498434	0,70379093	5,60352854
ISAVARRE	42,6224278	1,1300213	3,99245114
ISIL	42,649918	1,12186079	4,54138394
IVORRA	41,8109674	1,34798151	5,83869237
JOU	42,6093358	1,07648541	3,42232742
JUNYENT	42,3557064	1,22145316	2,00904503
L'AREN	42,3730049	0,86840995	3,88783007
LINYA	41,970158	1,57785983	3,59436652
LLADROS	42,5650804	1,26507636	5,10123406
LLADURS	42,060711	1,50706211	1,87516197
LLAGUNES	42,3980983	1,18042916	3,18218463
LLANERA	41,9130656	1,39323569	8,90243488
LLARVEN	42,4132464	1,04002106	4,76093825
LLASTARRI	42,2904027	0,74085635	3,69503793
LLAVORSI	42,519809	1,1374237	6,40934055
LLENA (LA)	42,0622024	1,45938634	0,81101856
LLERET	42,5780336	1,27165137	5,36109083
LLESP	42,4613567	0,68160536	6,29257797
LLESUI	42,4755092	1,05055224	3,13149804
LLOBERA	41,9783883	1,43471496	4,54088528
LLOR (EL)	41,8006071	1,16103207	13,7663313
LLUSARS	42,0094715	1,16842543	9,88315154
MADRONA	41,8516155	1,11805883	22,5713071
MALACARA	41,7939863	1,26171458	13,5299235
MALLOLIS	42,5023591	1,24026158	1,80678128
MANYANET	42,4424213	0,79335899	7,5633
MARCOVAU	41,9069349	1,0531031	4,40378366
MASOS DE TAMURCIA	42,233974	0,69139012	7,78172543
MATAMARGO	41,9068982	1,50536512	10,2088507
MENCUI	42,3870112	1,0044399	3,3049148
MENTUI	42,3391463	0,96336167	1,47166255
MEULL (EL)	42,0996599	0,8593232	4,60698721
MILLA	41,9843276	0,75043832	4,49228513
MIRABALL	42,3418775	1,29983225	2,44005418
MIRALPEIX	41,9737846	1,29178615	5,13136297
MOLSOSA (LA)	41,8251022	1,48893152	7,20539142
MONCORTES	42,3324496	0,99703752	0,66902098
MONROS	42,3932153	0,96298645	2,39175259
MONSO	42,2933782	0,99731279	1,43044684
MONT	42,6546009	0,75875499	8,83269962
MONTANISELL	42,2145318	1,27313193	2,37200498
MONTELLA	42,399207	1,70589619	4,84127652
MONTENARTRO	42,4478737	1,2722177	0,3126329
MONTESCLADO	42,5057983	1,20957005	2,96510255
MONTESQUIU	42,181218	1,01706117	4,1069932
MONTFALCO D'OSSO	41,8220954	1,03902859	10,3940745
MONTFERRER	42,3332272	1,45058113	2,13470626
MONTGAI	41,8512407	0,97021763	5,7190945
MONTMAGASTRE	42,023202	1,22011921	8,91310889
MONTPOL	42,1002406	1,42782634	1,8470395
MONTSONIS	41,9262	1,09609199	7,3868331
MORANA (LA)	41,8160349	1,23080615	4,6985046
MOROR	42,0785141	0,9196928	6,87002877
MUR	42,0919583	0,92921282	6,11450219
NAENS	42,3039953	0,85216212	6,20678141
NAVES	41,985679	1,60144584	2,888419
NORIS	42,5327201	1,39620494	5,47988455
ODEN	42,147646	1,44791677	1,93982152
OLIANA	42,0620776	1,35092284	3,05385269
OLIOLA	41,9059804	1,25021025	7,02983853
ORGANYA	42,2341224	1,32245492	2,45164663
ORTEDO	42,3084871	1,54809568	4,13710759
OS DE CIVIS	42,4700597	1,45300504	5,00844736
OSSO DE SIO	41,810077	1,03090634	12,1766054
PALLEROLS DEL CAN	42,3599005	1,32339252	0,81547301
PARROQUIA D'HORTO	42,3205109	1,38187964	0,72448892
PAULS	42,3844255	0,95693468	2,57466517
PEDRA (LA)	42,1844908	1,55131008	4,80710086
PEGUEROLLES	42,0025759	1,620512	7,06899526
PENELLES	41,8323972	0,89060815	10,1662048
PERACALC	42,3243345	0,97757876	2,89690424
PERACAMPS	41,9407233	1,39472015	4,26091453

PERAMEA	42,350662	1,03477217	2,66973151
PERAMOLA	42,0812484	1,31105531	4,32100144
PERANERA	42,4324179	0,73215074	6,89883723
PERLES	42,2156283	1,42964787	4,88978829
PESSONADA	42,215446	1,07970526	4,71601481
PINELL DE SOLSONE	42,0297556	1,41712676	6,5179111
PINOS	41,8749667	1,47064842	8,00139111
PINYANA	42,2913139	0,84119334	5,63495344
PLA DE SANT TIRS	42,2928963	1,42517481	4,22757793
POBELLA	42,3895943	0,97774651	1,4349246
POBLA DE SEGUR	42,2600772	0,99614507	2,53845295
POBLETA DE BELLVE	42,3536885	0,95183716	1,11713402
PONT DE BAR (EL)	42,3886337	1,6240009	1,86023813
PONT DE SUERT (EL)	42,4166156	0,67594302	5,63491705
PORTELL	41,79969	1,35803152	6,65819353
PRADELL	41,8610013	1,03076485	6,76883774
PRATS	42,3903902	1,85752709	3,211144252
PREIXENS	41,8519168	1,05041789	6,23149268
PRULLANS	42,4132188	1,74750319	3,67896397
PUELLES (LES)	41,845933	1,16391393	5,54750848
PUIFORNIU	42,4142425	1,1426511	5,27485916
PUIGCERCOS	42,1097447	0,95195421	5,41751156
PUIGSERVET	42,3350185	0,94466015	1,84433166
PUIGVERD	42,1279012	0,89347559	6,84820012
PUIMANYONS	42,2460593	0,97632811	1,25330398
PUJAL	42,420922	1,10197364	0,91132645
PUJOL	42,3216009	1,02522337	1,4811687
QUERFORADAT (EL)	42,3503958	1,63785708	2,84618117
RATERA	41,8151367	1,06897771	14,6644403
REGOLA (LA)	42,0186114	0,86733584	6,53129784
REGUARD	42,31561	0,92572034	1,92422111
RENAN	41,820969	1,19268632	3,63534432
RIALP	42,4484829	1,1313144	0,36931808
RIBELLES	41,8906091	1,29930262	1,77325405
RIBERA DE CARDOS	42,5370854	1,22781947	2,89443948
RINER	41,9623768	1,50655535	5,22194467
RODES	42,4591796	1,12735784	1,78005836
ROMADRIU	42,4496048	1,29409586	1,41988743
RONI	42,4631696	1,16594624	1,26535453
SALARDU	42,6205859	0,86819121	10,1670184
SALAS DE PALLARS	42,2098763	0,94684854	1,35369743
SAN JUST I JOVAL	41,983926	1,53890163	1,90029252
SANAUJA	41,8723427	1,31378545	0,48109552
SANT ADRIA	42,1607724	0,87651864	4,66496218
SANT CLIMENTS	41,9996533	1,40537689	5,46073256
SANT ESTEVE DE LA	42,074947	0,78870773	2,21986514
SANT GUIM DE LA P	41,8161717	1,16188092	14,6593473
SANT JOAN DE VINY	42,2324989	0,96483921	0,39198185
SANT JUST	41,9221477	1,47039955	5,76838495
SANT LLORENS DE M	42,1392556	1,50552941	7,22837436
SANT MARTI DE BAR	42,0948525	1,04132141	7,2817279
SANT MARTI DE CAN	42,2248127	1,04100417	4,16321284
SANT MARTI DE LA	41,8251382	1,09477109	14,4810935
SANT SEBASTIA DE	42,3204643	1,14028875	0,76502867
SANTA COLOMA	42,3822436	0,86982279	2,74372307
SANTA CREU DE CAS	42,4020945	1,34241375	2,34913195
SANTA ENGRACIA	42,2275982	0,89929536	2,07394595
SANTA MARIA DE ME	41,9786852	1,00242336	1,9392281
SAPEIRA	42,2230913	0,72309862	6,57236847
SARAI	42,4706477	0,74737821	3,55929994
SARROCA DE BELLER	42,3584897	0,8182977	5,30044905
SARROQUETA	42,457395	0,62248945	8,5041726
SELLUI	42,3551873	1,01700824	0,3503385
SELVA (LA)	42,0601786	1,60301525	4,58828247
SELVANERA	41,8688517	1,30146562	4,48172941
SENDES	42,3610616	1,44697665	8,35604047
SENET	42,530484	0,66399933	8,03120354
SENSUI	42,2561309	0,87224845	5,15437656
SENERADA	42,3206316	0,90319996	2,91509116
SENTIU DE SIO (LA)	41,8608918	0,90274739	6,45019737
CERCS	42,1508656	1,74064187	10,029767
SERO	41,9154048	1,15608202	5,98824564
SERRADELL	42,2758531	0,87181604	2,53953469
SEU D'URGELL (LA)	42,3457994	1,48850819	2,93846684
SISQUER	42,1509197	1,61736835	6,50645208
SOLANELL	42,3658517	1,45557026	10,4530477

SOLANS	42,3552643	1,40683004	12,7559934
SOLSONA	42,0044005	1,48863859	2,5941557
SORIGUERA	42,3898601	1,14284726	3,83937987
SORPE	42,6362409	1,10104098	2,47229297
SORRE	42,4600219	1,09440884	0,68042599
SORRIBES	42,1637176	1,65622608	6,80402506
SORT	42,4131025	1,11256379	1,5569058
SURP	42,4622815	1,10742514	1,80926258
SURRI	42,5435061	1,21937487	2,70544993
TALARN	42,1788079	0,9644782	5,34835512
TALLENDRE	42,4523856	1,74465618	5,60217177
TAULL	42,4876751	0,8377359	3,69201568
TAUS	42,3222842	1,24736667	5,54864952
TAVASCAN	42,592894	1,28994103	6,50827139
TENDRUI	42,2043644	0,89731906	4,77559187
TIMONEDA	42,090488	1,46725113	1,29718452
TIRVIA	42,5197205	1,21582818	2,27069951
TIURANA	41,9688878	1,30695157	5,43533371
TOR	42,5416349	1,42996544	4,28930942
TORA	41,837188	1,35433945	5,11501132
TORALLA	42,2648694	0,90783099	1,24909058
TORALLOLA	42,2460578	0,90211832	3,19187467
TORNAFORT	42,3739661	1,13924826	0,51075408
TORRE D'AMARGOS (42,0862846	0,81682665	6,207262
TORRE DE CABDELLA	42,4058521	0,94215242	3,91279745
TORRE DE FLUVIA (41,8868558	0,99222468	5,07038138
TORRE DE NAGO	41,9781745	1,45949062	7,62273068
TORRE DE TAMURCIA	42,2437079	0,72312061	8,20989411
TORRENTS (ELS)	42,0789328	1,5318325	1,78034376
TORRES D'ALAS (LE	42,3616834	1,56317305	2,91160363
TOSSAL (EL)	41,9595298	1,20680885	6,72460933
TOST	42,2755551	1,42683343	3,34165458
TRAGO	42,2925635	1,25106837	25,8421485
TREDOS	42,6180394	0,8872333	9,81101528
TREJUVELL	42,3073026	1,29886674	2,28446412
TREMP	42,1499455	0,95613952	5,37296528
TUIXEN	42,2498883	1,54679131	2,47206596
TURBIAS	42,3640613	1,37075292	4,44320376
UNARRE	42,6188761	1,16187536	1,99606373
USEU	42,3298445	1,10461845	1,66926054
VALENCIA D'ANEU	42,6196423	1,11516632	1,89467366
VALLDAN (LA)	42,0799217	1,36346384	2,03444672
VALLDARQUES	42,1884062	1,25264312	4,51951816
VALLDORA (LA)	42,0422103	1,6078903	7,6314771
VALLFEROSA	41,8896086	1,37099971	7,56226197
VALL-LLEBRERA	41,9802972	1,19231146	10,0533109
VALLMANYA	41,849061	1,4898503	8,42692406
VERNET	41,9419586	1,12048571	7,64952421
VILHA	42,6224592	0,73749363	10,1541896
VILA	42,6664553	0,71374164	9,53769214
VILAC	42,6420353	0,73857026	10,4128504
VILALLER	42,4947406	0,61701581	8,34075246
VILAMAJOR	41,8832923	1,28129313	7,35009703
VILAMITJANA	42,3374059	1,39770125	1,93695159
VILAMOS	42,7194182	0,70381613	3,74269591
VILAMUR	42,3985558	1,14987152	2,20075943
VILANOVA DE BANAT	42,3504269	1,60527179	4,36393323
VILANOVA DE BELLP	41,9086782	0,82210858	34,6724611
VILANOVA DE MEIA	42,0022376	1,06563552	3,54083914
VILA-RUBLA	42,3728482	1,276686	4,18386088
VILEC I ESTANA	42,3953318	1,65642418	6,78229013
VILELLA	42,3715731	0,80254583	6,56026666
VILFRED	41,8173879	1,31361684	5,96277429
VIU DE LLEVATA	42,3762989	0,72787925	6,96244508
VIVER DE SEGARRA	41,8105256	1,32317365	7,70100063
AGUILAR DE SEGARR	41,7823885	1,52712712	9,25055466
AVIA	42,0486753	1,73475842	8,43432875
BAGA	42,2186733	1,78870607	7,24720312
BERGA	42,0800821	1,77489653	6,50786333
BERGUS	41,929685	1,54105418	7,32376271
CALAF	41,7938821	1,44033698	9,16850534
CALONGE DE SEGARR	41,7992618	1,41411664	6,90595761
CAMPS	41,8038533	1,56966971	9,96044581

CAPOLAT	42,0832511	1,68405417	5,77394819
CARDONA	41,9230584	1,5934009	6,89080815
CASERRES	41,9778189	1,75689835	8,18687416
CASTELLAR DEL RIU	42,1675863	1,6807753	8,49484084
CASTELLFOLLIT DE	41,8015523	1,39660082	4,57109635
CASTELLNOU DE BAG	41,8354124	1,69868519	11,5595636
CASTELLTALLAT	41,8094433	1,53129855	9,04745938
CINT (EL)	42,0650042	1,66280777	4,38792975
COANER	41,8380496	1,61007558	6,5877506
ESPINALBET	42,1215308	1,74361987	5,13132328
FALS	41,781185	1,59094344	11,4104126
FONOLLOSA	41,7849666	1,55186466	9,80900163
GARGALLA	41,9793571	1,63777667	5,55500724
GIRONELLA	41,9872841	1,83019593	6,92348038
GISCLARENY	42,2165897	1,74244603	5,60889675
GUARDIOLA DE BERG	42,1768384	1,83367205	7,32744535
JUNCADELLA	41,7637397	1,6904697	9,77294358
LLINARS	42,1403144	1,67856714	3,1180972
MIRAMBELL	41,7854571	1,39508095	10,0438204
MONTCLAR	42,0064175	1,70669797	5,08559123
PUIGREIG	41,9344515	1,7467385	11,7615851
PUJALT	41,7857023	1,29892509	12,6483668
PUJOL DE PLANES (EL)	41,9550383	1,64701204	8,03822743
SANT CUGAT DEL RA	41,8722022	1,69606454	10,0784344
SANT FELIU DE LLUELLES	42,0163868	1,65207192	2,1460387
SANT JOAN DE MUNT	41,9704202	1,72043172	5,27244385
SANT JULIA DE CER	42,2216404	1,84523103	4,02886477
SANT MARTI DE TOU	41,778921	1,69173636	27,8573893
SANT MATEU DE BAG	41,8082314	1,63418077	8,48039673
SANT PERE SALLAVI	41,788568	1,49198828	8,78548879
SANT SALVADOR DE	42,1429381	1,83869701	3,64840384
SANTPEDOR	41,7973928	1,72035644	9,98100814
SORBA	41,9705901	1,6120927	4,61928638
VIVER	41,93541	1,71743721	9,02174505
AREN	42,2039101	0,66637417	7,81457977
AULET	42,3309009	0,65478107	7,10906856
BALDELLOU	41,9537646	0,6208265	6,98916316
BIASCAS	42,3023393	0,57227883	17,7749301
BONANSA	42,4481503	0,56630899	8,69010527
BUIRA	42,3655024	0,76196039	4,10097656
CAJIGAR	42,1988565	0,6475424	8,15954683
CALVERA	42,3491868	0,60456902	4,53997
CASTIGALEU	42,0786804	0,53705465	14,4795807
CISCAR	42,0024653	0,53717399	8,42323594
COLLS	42,1541336	0,67078622	5,95004666
ESTA#A	41,9793745	0,48849544	6,62050714
ESTET	42,5227459	0,6036253	9,18812662
FINESTRAS	41,9728913	0,65554746	4,96861643
GINASTE	42,5031839	0,60240335	9,24715508
LLAGUNAS	42,4008764	0,53199116	11,9762291
LUZAS	42,0515666	0,53330527	12,4572697
MONESMA	42,0970314	0,58948906	14,344304
MONGAY	42,0426845	0,67022493	5,93591801
MONTA#ANA	42,1065526	0,66547227	6,45756238
MONTANUY	42,4970238	0,58614751	9,65179481
PALLEROL	42,2969883	0,64370765	7,01222424
PARDINELLA	42,3270329	0,57213027	3,12457301
PILZAN	41,9652267	0,47337754	9,68412566
SAGANTA	41,9477528	0,49897346	3,35745445
SAN ESTEBAN DEL M	42,227232	0,54155431	7,90186313
SANTORENS	42,3103694	0,6571429	6,82064198
SOPEIRA	42,3200072	0,69630007	4,33483902
TOLVA	42,0183357	0,53132018	11,3231049
VIACAMP	42,0886206	0,62157558	4,62255838
VILLACARLI	42,4132749	0,50718449	7,52475423
LES	42,7437131	0,60045961	11,7590148
MONTCORBAU	42,6595081	0,74683469	8,99727898
ESCUNHAU	42,6177707	0,78109591	9,64228511
GAUSAC	42,6365643	0,70549522	10,7179617
UNHA	42,6328577	0,862411	9,36773475
CERBI	42,6299493	1,18535971	3,58431038

BERROS-SUBIRA	42,5786088	1,15436756	1,13749501
ESTAON	42,5573031	1,21471268	3,52190423
VALLCEBRE	42,1852591	1,77574642	4,29139278
ROSSINYOL I CUFOR	42,0723809	1,71246359	7,15344019
CEURO	42,0827429	1,41179912	7,72955537
SALLENT	42,2238152	1,23529155	5,03027181
CANELLES	42,2129076	1,38997175	4,82955604

D.4. Reyno y obispado de Córdoba

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
HVSEA (3)	2	5.89469367	-0.033037	-0.0824954	0.026567	1.17446517	1.05775566

Localidad	Latitud	Longitud	Error (Km)
ALBENDIN	37,6858195	-4,32143511	7,69060642
ALCARACEJOS	38,404047	-4,79766183	14,6320974
ALCOLEA	37,9474981	-4,69485019	2,25456079
ARGALLON	38,2121207	-5,47703472	1,24026105
BAENA	37,632354	-4,38565222	5,56560728
BELALCAZAR (NUCLEO)	38,5750474	-5,00141754	13,7496401
BELMEZ	38,2753746	-5,22333695	1,62693072
BENAMEJI	37,2767225	-4,55583515	1,58230649
BLAZQUEZ	38,3730073	-5,44712248	4,15887496
BUJALANCE	37,8849369	-4,45677647	7,24772143
CABRA	37,4761664	-4,44382044	0,24356303
CAIÑADA DEL GAMO	38,2213806	-5,39706191	1,47522787
CAIÑETE DE LAS TORRES	37,8740086	-4,38981508	6,36681547
CARCABUEY	37,4803983	-4,31966411	5,54591401
CASTRO DEL RIO	37,7195341	-4,52714326	4,78704872
CDAD. "PALMA DEL RIO"	37,5902648	-5,25830395	12,4877697
CONQUISTA	38,4614676	-4,37971274	11,6835758
CORDOBA	37,9081789	-4,80926498	4,05741188
DOÑA MENCIA	37,5819833	-4,41858046	6,16699563
DOÑA RAMA	38,2492403	-5,29324872	3,34737098
EL ALCORNOCAL	38,2115	-5,33893199	3,30024509
EL CARPIO	37,9565338	-4,50534523	1,37173982
EL GARABATO	37,6711178	-5,00100002	2,49367901
EL HOYO	38,2203462	-5,3030719	3,42318607
ESPEJO	37,7170985	-4,59630796	5,26450414
ESPIEL	38,1415728	-5,34973722	29,6141648
FERNAN NUNEZ	37,7183541	-4,75035209	5,49810175
FUENTE CARRETERO	37,597502	-5,16233832	8,21949156
FUENTE OBEJUNA	38,2650655	-5,42742167	1,16151832
FUENTE PALMERA	37,654037	-5,1205224	6,35784956
GUADALCAZAR	37,7667225	-5,01350454	6,39773795
GUIJO	38,4870982	-4,6698097	9,63510031
HINOJOSA DEL DUQUE	38,5281425	-4,96266982	15,7218376
HORNACHUELOS	37,70161	-5,24522712	14,7493264
IZNAJAR	37,2421472	-4,3317044	3,13554459
JAUJA	37,357661	-4,62833741	6,77345807
LA CARLOTA	37,6884198	-4,96025005	2,95776268
LA CORONADA	38,2428219	-5,49500766	1,43013627
LA FUENCUBIERTA	37,7226302	-4,9761074	1,63542392
LA GRANJUELA	38,3846302	-5,33813212	1,4366674
LA HERRERIA	37,7032094	-5,11746208	4,14474825

LAS PINEDAS	37,6991894	-5,03178635	8,08857804
LOS MORENOS	38,1586142	-5,39054349	3,15957736
LUCENA	37,4129326	-4,45570349	2,49218696
LUQUE	37,5697584	-4,35864434	7,10407497
MONTALBAN DE CORDOBA	37,6381158	-4,74259056	6,14306352
MONTEMAYOR	37,6858651	-4,70165154	3,85417405
MONTILLA	37,6317246	-4,62712176	5,08854951
MONTORO	38,0155531	-4,3984055	1,76109803
MORENTE	37,9125966	-4,44294078	3,86657927
NAVALCUERVO	38,2165908	-5,28489847	1,1901929
OBEJO	38,2210689	-4,94849671	16,0069909
OJUELOS ALTOS	38,1816842	-5,38441501	2,50371765
OJUELOS BAJOS	38,2056678	-5,40924669	2,85898011
PEÑALOSA	37,6914043	-5,09166174	4,79908048
PEÑARROYA-PUEBLONUEVO	38,3244594	-5,26070984	1,93482668
PEDROCHE	38,427951	-4,62667804	12,1337487
PICONCILLO	38,1861891	-5,46183631	1,04232608
POSADAS	37,7814487	-5,1586131	5,48552678
POSADILLA	38,2021343	-5,27276912	1,17244909
POZOBLANCO	38,4416804	-4,70654506	13,7988614
PRIEGO DE CORDOBA	37,4411615	-4,27082878	6,43178537
RUTE	37,3311946	-4,38358012	0,98446645
SAN SEBASTIAN DE LOS BALLESTOS	37,6908399	-4,85990265	5,03983574
SANTA CRUZ	37,7871968	-4,62474465	5,68952834
SANTA EUFEMIA	38,5978248	-4,83446045	5,63550425
SANTAELLA	37,6295213	-4,82560544	7,38277949
TORRECAMPO	38,4823667	-4,59307102	7,1101329
TORRES CABRERA	37,8273421	-4,75096037	7,44181232
VALENZUELA	37,7870379	-4,29563856	6,80221136
VALSEQUILLO	38,3989288	-5,34491112	1,27881268
VILLAFRANCA DE CORDOBA	37,9981352	-4,58773015	5,02822712
VILLAHARTA	38,2189514	-4,85164393	9,30384864
VILLALON	37,7189721	-5,14559083	2,05860626
VILLANUEVA DEL REY	38,2663296	-5,15171704	7,08514697
VILLAR	37,569603	-5,02869771	8,02197544
VILLARALTO	38,4428876	-4,84819965	11,6621799
ZUHEROS	37,5667084	-4,3966301	7,71214783

D.5. Reyno de Jaén

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
msPESA (4)	3	5.49225142	-0.020510	0.08554639	-0.0941397	1.00101629	1.14643633

Localidad	Latitud	Longitud	Error (Km)
ALBANCHEZ DE UBEDA	37,7963429	-3,41953901	3,68520646
ALCALA LA REAL	37,5759497	-4,05086115	16,4433215
ALCAUDETE	37,6908779	-4,15265959	11,7262257
ALDEAQUEMADA	38,4120648	-3,34034747	2,56335253
ANDUJAR	38,0289804	-4,06736496	2,50016938
ARJONA	37,9392197	-4,01117119	3,98917694
ARJONILLA	37,9679743	-4,07351554	2,79248451
ARQUILLOS	38,1647492	-3,41731117	2,44931318
BAEZA	37,9864095	-3,42340619	4,16874929
BAILEN	38,0870482	-3,80354006	3,05527532
BEDMAR	37,8306132	-3,36521899	3,71001856
CABRA DE SANTO CRISTO	37,6346378	-3,28581702	8,09526888
CAMBIL	37,6181547	-3,62125018	8,79288908
CANENA	38,0240486	-3,42481626	5,98571367
CARBONEROS	38,2039033	-3,69085464	6,68512376
CASTELLAR	38,2586375	-3,07219218	4,98351298
CAZALILLA	37,9396449	-3,85185621	6,95884536
CAZORLA	37,992616	-3,04810109	9,12289001
CHILLUEVAR	38,0786096	-3,04241857	8,34476949
CEAL	37,8225921	-3,11126722	11,6225398
CUELLOS (LOS)	38,2210071	-3,68950291	4,15716049
EL MARMOL	38,0311341	-3,39107093	5,29080674
EL MOLAR	38,0717682	-3,18406609	10,1360172
EL PORROSILLO	38,2054991	-3,40037973	2,70367112
ESPELUY	37,973221	-3,87388851	7,33805315
FONTANAR	37,822714	-3,92916511	17,1500401
GUARROMAN	38,1539934	-3,7257153	5,37732421
HIGUERA DE ARJONA	37,983583	-3,97126583	1,83887958
HIGUERA DE CALATRAVA	37,8180446	-4,13186475	2,83127279
HINOJARES	37,8674379	-3,01904221	16,3862042
HUELMA	37,5547949	-3,44520367	11,0655364
IZNATORAF	38,1406261	-3,08791995	5,25249563
JABALQUINTO	38,024342	-3,72823144	0,55997774
JAEN	37,7890175	-3,73121595	5,03316381
JIMENA	37,8449682	-3,47636287	0,16592187
JODAR	37,8797767	-3,33526378	4,2751876
LA CAROLINA	38,2545693	-3,70926517	8,48488143
LA IRUELA	38,0019082	-3,03466565	9,89859233
LAGUNA (LA)	37,9153166	-3,61325288	5,30672829
LARVA	37,8226447	-3,23295562	7,33359615
LAS INFANTAS	37,9354827	-3,8007501	2,81141374
LENDINEZ	37,7871921	-4,11960411	2,39985512
LINARES	38,0872592	-3,63328536	1,39677912
LOPERA	37,9282178	-4,20791888	2,41176263
LUPION	37,9957879	-3,50478596	3,8670915

MANCHA REAL	37,7888841	-3,59465248	1,29280437
MARMOLEJO	38,0319729	-4,15863681	2,47666967
MARTIN MALO	38,190876	-3,65397865	0,74413173
MARTOS	37,7512905	-3,96125495	2,90156341
MENGIBAR	37,9611759	-3,79802411	1,33133971
MONTIZON	38,3388413	-3,10454061	0,94938357
NAVAS DE TOLOSA	38,3223199	-3,59276683	3,44385238
NOALEJO	37,4977694	-3,7811468	11,1496545
PEAL DE BECERRO	38,0195295	-3,14070446	11,4120569
POBLADO DE SAN JULIÁN	38,027092	-4,21905978	1,33433507
PORCUNA	37,8788879	-4,16525181	1,12814923
POZO ALCON	37,856802	-2,93364579	17,0420803
PUEBLO DEL OBISPO	37,9761785	-3,51079533	3,6857408
QUESADA	37,9180822	-3,08723126	8,24433068
RUS	38,0320811	-3,41165915	4,94505046
SABIOTE	38,0714487	-3,28355872	2,2554676
SANTA ANA	37,5551298	-4,04545457	17,4403535
SANTA EULALIA	38,0334921	-3,33027152	6,48147274
SANTIAGO DE CALATRAVA	37,7717491	-4,15447239	1,70457019
SANTIESTEBAN DEL PUERTO	38,2657911	-3,17348325	2,95770716
SORIHUELA DEL GUADALIMAR	38,2112847	-3,02042298	4,68907552
TOBARUELA-LA TORTILLA	38,0645534	-3,67258473	4,54940235
TORREDONJIMENO	37,7998133	-3,91577685	4,61940463
TORREPEROGIL	38,0023099	-3,29883672	4,19791018
TORRES	37,7748653	-3,51126241	2,00560384
TOYA	38,0011063	-3,17269407	13,5092032
UBEDA	37,9881014	-3,35873468	3,28325932
BELERDA	37,861993	-3,09655055	12,2210717
VENTA DE LOS SANTOS	38,3866742	-3,03560022	3,5822528
VILCHES	38,1921071	-3,50501101	2,20662607
VILLACARRILLO	38,1189296	-3,15327255	6,11948767
VILLAGORDO	37,9422715	-3,72681867	0,52549827
VILLANUEVA DEL ARZOBISPO	38,1610054	-3,02207947	1,75906304
VILLANUEVA DE LA REINA	37,9933843	-3,92299393	2,01138397
VILLARDOMPARDO	37,8434397	-4,00115945	0,0328982

D.6. Obispado y reino de Murcia

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
NSGA-II (1)	0	6.0410373	0.0363102	-0.0350150	-0.0122875	1.04020121	0.95900704

Localidad	Latitud	Longitud	Error (Km)
ALATOZ	39,0795738	-1,36442675	1,89273786
ALBACETE	38,8905941	-1,77749048	13,6457039
ALBATERA	38,1912929	-0,86854175	1,28838097
ALBOREA	39,2427195	-1,39340738	4,26866236
ALCALA DEL JUCAR	39,136706	-1,39642631	6,97315577
ALMANSA	38,8508841	-1,0565034	4,02458131
ALPERA	38,9555043	-1,18143866	4,27161809
AYORA	39,0065817	-1,03005118	6,43421474
BIAR	38,64917	-0,79533387	3,13588504
BICORP	39,1160814	-0,93172007	12,7506588
BONETE	38,8901777	-1,29829131	4,75496396
BU#OL	39,382631	-0,78976535	4,47086268
CARCELEN	39,0702154	-1,33055154	4,12089998
CAUDETE	38,7142885	-0,96414068	2,27254474
CENIZATE	39,2865518	-1,56939631	8,06942239
CHINCHILLA DE MON	38,832506	-1,65018596	11,5417283
COFRENTES	39,2180358	-1,13490519	6,64461565
COTILLAS	38,492894	-2,53777408	7,34739042
CREVILLENTE	38,2756422	-0,84175117	4,00982495
ELCHE	38,2886072	-0,70259176	2,39461706
ELCHE DE LA SIERRA	38,4703828	-2,01871462	3,21176278
ELDA	38,4964091	-0,80204315	2,29601457
FEREZ	38,3999841	-1,96586783	5,9871648
FUENTEALBILLA	39,2113713	-1,53657848	6,54845212
GOLOSALVO	39,200916	-1,58500863	6,21703871
GUARDAMAR DEL SEG	38,0593333	-0,67889458	4,14035514
HELLIN	38,5243077	-1,65290923	4,05335555
HIGUERUELA	38,9322828	-1,40250235	4,99512426
ISSO	38,500991	-1,68520582	5,09611259
JORQUERA	39,0984558	-1,51811256	8,68719474
LA FONT DE LA FIG	38,7761775	-0,87027659	3,62577784
LETUR	38,3941353	-2,06126834	4,56757325
LIETOR	38,579703	-1,88468453	7,09970365
MAHORA	39,2128595	-1,67078014	4,56012964
MONTEALEGRE DEL C	38,7795044	-1,25832905	5,98242747
MONTESA	38,9572331	-0,80665959	13,3669674
MOTILLEJA	39,218853	-1,71125406	7,96896631
NAVAS DE JORQUERA	39,2671151	-1,62435196	8,15331505

NERPIO	38,1533418	-2,29228724	1,0372878
ORIHUELA	38,0726774	-0,93431434	1,68976591
PE#AS DE SAN PEDR	38,7463154	-1,8986373	9,05682249
PETROLA	38,7883381	-1,47908453	7,88558173
POZOHONDO	38,7165893	-1,82255244	7,61064779
POZO-LORENTE	38,9971479	-1,54193927	9,57679536
RAFAL	38,0255914	-0,80575339	9,67175017
SAX	38,5343386	-0,85192299	2,87451876
SOCOIVOS	38,374299	-1,93000459	6,43329453
SUMACARCEL	39,1118183	-0,66307198	3,39860946
TOBARRA	38,5740988	-1,61831346	6,53597292
VALDEGANGA	39,0832044	-1,70549735	6,48363482
VALLADA	38,8750008	-0,76827593	7,18998043
VILLAMALEA	39,3211827	-1,52335002	7,88188529
VILLAR DE CHINCHI	38,8841641	-1,52859406	2,00251889
VILLAVERDE	38,5134516	-2,56575314	36,0726674
VILLENA	38,6397216	-0,86577672	0,64073417
YESTE	38,3926869	-2,26750196	5,10413328
HUERCAL OVERA	37,3339874	-1,93552072	5,96562506
VELEZ BLANCO	37,7051929	-2,16635657	6,24080171
VELEZ RUBIO	37,6268016	-2,15823702	8,13236493
BEAS DE SEGURA	38,2563161	-2,88022822	0,81923334
BENATAE	38,3838829	-2,68296175	4,19227157
CHICLANA DE SEGURA	38,3610395	-2,92483216	11,7839643
GENAVE	38,4819316	-2,77176118	6,69077659
HORNOS	38,2227599	-2,74808014	2,49349291
ORCERA	38,351676	-2,6946621	4,14530803
SANTIAGO DE LA ESPADA	38,1265514	-2,53604068	1,88144944
VILLARRODRIGO	38,5100142	-2,67691946	4,27771229
SEGURA DE LA SIERRA	38,3237804	-2,7263026	7,00734458
SILES	38,4469927	-2,64423938	8,61401195
PUEBLA DE DON FADRIQUE	37,9530649	-2,41967626	1,95400044
LA PALMA	37,6592938	-0,99186579	4,7749437
ESPINARDO	37,9932001	-1,17469915	3,47146517
OJOS	38,169684	-1,41037824	6,5344512

D.7. Provincia de Extremadura

Solución	Localidades excluidas	Error Medio (Km)	Desp. Latitud (°)	Desp. Longitud (°)	Rotación (°)	Escalado horizontal (%)	Escalado vertical (%)
HVSEA (2)	3	10.2694265	0.1353303	-0.0353433	-0.2459756	1.01920439	1.17409218

Localidad	Latitud	Longitud	Error (Km)
ACEDERA	39,096683	-5,68466434	10,0830044
AGUDO	38,9465626	-4,77895159	8,93519601
ALANGE	38,8215808	-6,14230973	9,93940365
ALCOLLARIN	39,2330791	-5,82498521	7,28553769
ALCUESCAR	39,1299286	-6,31810122	9,6128817
ALMOHARIN	39,2657158	-6,14231008	13,049631
ARROYOMOLINOS DE	39,2287544	-6,2235237	7,32079182
AZUAGA	38,2866519	-5,68787446	2,86036855
BATERNO	38,9082556	-5,02685323	11,6217865
BELALCAZAR	38,6079768	-5,32441219	14,3112157
BENQUERENCIA DE L	38,7680821	-5,57808027	10,1487779
BERLANGA	38,2882938	-5,83005383	0,51490952
BERZOCANA	39,3530923	-5,38429568	11,4178368
BIENVENIDA	38,9996584	-4,32071237	42,7444903
BLAZQUEZ (LOS)	38,3748291	-5,50690866	6,95512214
BOHONAL	39,4007978	-4,63067796	14,7927143
CABEZA DEL BUEY	38,7324834	-5,47270976	22,0414986
CAMPANARIO	38,904927	-5,66248347	6,05592718
CAMPILLO DE LLERE	38,5527346	-5,69510254	12,8455934
CAMPO LUGAR	39,1954898	-5,80628177	3,4457955
CANTALGALLO	38,3022784	-6,11753157	5,8180127
CAPILLA	38,7975958	-5,12524717	4,52402391
CARDENCHOSA (LA)	38,2149905	-5,37646479	15,4448081
CASAS DE DON PEDR	39,0092448	-5,42009085	13,3442858
CASAS DE REINA	38,2418793	-6,04302327	7,706067
CASTUERA	38,8142728	-5,61498402	11,6975976
CONQUISTA DE LA S	39,3281668	-5,77099299	4,3815726
CORONADA (LA)	38,9309491	-5,72524584	4,92933336
CRISTINA	38,8683857	-6,0123139	8,0855769
CUENCA	38,3282605	-5,57810481	2,05229445
DO#A RAMA	38,331699	-5,34954669	14,0130271
DON ALVARO	38,915776	-6,16276111	12,0136093
DON BENITO	39,0218784	-5,88329772	7,3170167
ENCINACAIDA	39,654541	-4,7116901	19,8726067
ESCURIAL	39,241536	-5,98454557	11,969567
ESPARRAGOSA DE LA	38,8928893	-5,3733051	12,9436545
FONTANOSAS	39,0895654	-4,38610524	38,6359842
FUENTE DEL ARCO	38,1779541	-5,97562991	7,66054934
FUENTE OBEJUNA	38,2993967	-5,49414739	7,4228584
GARCIAZ	39,3147646	-5,54752696	12,8869714
GARLITOS	38,8180765	-5,06733926	7,39273443
GRANJA DE TORREHE	38,3484324	-5,67132685	7,7446887
GUADALCANAL	38,1317935	-5,79249089	4,45034642
GUARE#A	38,8796371	-6,04183643	5,31364319
HABA (LA)	38,9490863	-5,81878732	3,67356331
HERGUIJUELA	39,3722266	-5,81950678	5,3664566
HIGUERA DE LA SER	38,6645813	-5,72472636	2,54113692
HIGUERA DE LLEREN	38,4148944	-5,90379527	9,24832392
HINOJOSA DEL VALL	38,5569847	-6,12826052	9,4645795
HORNACHOS	38,6322911	-5,96666921	12,3504695
IBAHERNANDO	39,3754559	-6,03550328	11,6517233
LLERA	38,4868134	-5,91464461	13,0120365
LLERENA	38,2850421	-6,05413859	6,3217478
LOGROSAN	39,2417442	-5,43261675	11,5484691
MADRIGALEJO	39,1426747	-5,66597145	3,71304741
MAGUILLA	38,4268768	-5,83979798	6,5391473

MALCOCINADO	38,2436612	-5,79496863	16,026144
MALPARTIDA DE LA	38,7288205	-5,64641444	5,77793937
MEDELLIN	39,0187848	-5,93900733	6,20846477
MERIDA	38,9358182	-6,29442837	3,73663918
MIJADAS	39,2661821	-6,03197207	16,6200942
MIRANDILLA	39,0335509	-6,28601491	3,57784484
MONTANCHEZ	39,2414344	-6,31322321	14,2195927
MONTERRUBIO DE LA	38,7156777	-5,55160581	16,5823172
MORENOS (LOS)	38,2296526	-5,42100375	10,7245405
NAVALVILLAR DE PE	39,0629365	-5,56148995	8,65021534
OLIVA DE MERIDA	38,847261	-5,96319428	15,197729
ORELLANA DE LA SI	39,0345872	-5,62845272	11,4228536
ORELLANA LA VIEJA	39,0509063	-5,68342147	13,894222
PALOMAS	38,749931	-6,03465961	10,4818527
PERALEDA DEL ZAUC	38,6411121	-5,59976695	18,6857094
PICONCILLO	38,2192206	-5,5157853	6,43446424
PUEBLA DE ALCOCER	38,9308745	-5,28016124	6,55921623
PUEBLA DE DON ROD	39,2024861	-4,44865132	19,5443629
PUEBLA DE LA REIN	38,7120364	-6,01735683	9,31255916
PUEBLA DEL PRIOR	38,605681	-6,1663489	4,62535366
PUERTO DE SANTA C	39,3869753	-5,96104626	11,9565649
QUINTANA DE LA SE	38,756115	-5,72132325	4,65183737
REINA	38,2158187	-6,02190407	7,09543576
RENA	39,0734164	-5,94258115	11,9233785
RETAMAL DE LLEREN	38,5868168	-5,73891488	8,62697944
RISCO	38,8371273	-5,16204077	9,1214893
RUBIOS (LOS)	38,1978217	-5,46069112	6,32881536
SACERUELA	39,0576922	-4,45477252	18,1243907
SALVATIERRA DE SA	39,329831	-5,62015941	14,9189999
SOLANA	39,4056066	-5,39223243	10,754903
TALARRUBIAS	38,9657788	-5,33100238	11,9009558
TORRE DE SANTA MA	39,3121582	-6,31692372	18,6601522
TRUJILLANOS	38,9402163	-6,23094917	2,78967471
USAGRE	38,448041	-6,05465041	13,9310072
VALDEFUENTES	39,279325	-6,33232852	18,2727914
VALDEMANCO DEL ES	39,0131807	-4,7167256	12,5332439
VALDEMORALES	39,2761372	-6,16840885	11,8981329
VALENCIA DE LAS T	38,4386528	-5,90297966	9,46954286
VALSEQUILLO	38,4233262	-5,44668081	8,61692798
VALVERDE DE MERID	38,9846741	-6,14238882	10,4505989
VILLAGARCIA DE LA	38,3392963	-6,07390909	5,16468642
VILLAGONZALO	38,8885464	-6,11277167	7,69466602
VILLAMESIAS	39,3283727	-5,95577925	11,744756
VILLANUEVA DE LA	39,0028198	-5,7976487	2,84116936
VILLAR DE RENNA	39,156754	-6,01830039	19,9391065
ZALAMEA DE LA SER	38,6880327	-5,65318758	3,87704703
ZARZA CAPILLA	38,7390833	-5,21879745	9,46386322
ZORITA	39,2304829	-5,72869941	6,57367328
ALCORNOCAL (EL)	38,2842414	-5,37973932	12,2603874
ZARZA DE ALANGE	38,8475731	-6,1366928	7,41704752
MANCHITA	38,876897	-5,89751156	12,4496133
VALDETORRES	38,9172491	-6,06583643	0,33010485

Bibliografía

- A. Osyczka, 1985. Multicriteria optimization for engineering design. *Design Optimization*, pp. 193-227.
- B. Sareni & L. Krahenbuhl, 1998. Fitness sharing and niching methods revisited. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2(3), pp. 97-106.
- Bader, J. & Zitzler, E., 2011. Hype: An algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization. *Evolutionary Computation*, 19(1), pp. 45-76.
- Benavides Quecán, J., 2004. El uso de métodos históricos de levantamiento topográfico y cartográfico en la elaboración de mapas confiables de ciudades: caso de estudio: Zwolle, Holanda. *Scripta Nova*, VIII(170).
- Blum, C. & Roli, A., 2003. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison.
- C. Voudouris & E.P.K. Tsang, 1998. Guided local search. *European Journal of Operational Research*, pp. 80-110.
- Chueca Pazos, M., 2008. El movimiento novator en España. En: *Compendio de Historia de la Ingeniería Cartográfica*. Valencia: Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia, pp. 60-89.
- Corne, D., Ross, P. & Fang, H., 1994. Fast practical evolutionary timetabling. *Lecture Notes in Computer Science*, Volumen 865, pp. 251-263.
- Corne, D. W., Knowles, J. D. & Oates, M. J., 2000. The Pareto Envelope-based Selection Algorithm for Multiobjective Optimization IV Conference. *Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature. Lecture Notes in Computer Science*, Issue 1917, pp. 839-848.
- Darwin, C., 1859. *On the Origin of Species*. s.l.:s.n.
- David H. Wolpert & William G. Macready, 1996. *No Free Lunch Theorems for Search*. s.l.:s.n.
- Deb, K. a. A. R., 1995. *Simulates Binary Crossover for Continuous Search Space*. s.l.:s.n.
- Deb, K., Pratab, A., Agrawal, S. & Meyarivan, T., 2002. A Fast Elitist Non-Dominates Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 6(2), pp. 182-197.
- Delgado, 2006. Cartografía histórica, planeamiento y diseños urbanos. Santa Cruz de Tenerife y el plano topográfico de 1927. *Scripta Nova*, pp. 5-6.
- E. Gamma, R. Helm, R. Johnson & J. Vlissides, 1994. *Design Patterns, Elements of Reusable Object-Oriented Software*. s.l.:Addison-Wesley.
- E. Zitzler, M. Laumanns & L. Thiele, 2001. *Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*. Zurich: s.n.

F. Glover, M. Laguna & K. A. Dowsland, 1993. *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial*. London: Blackwell.

F. Y. Edgeworth, 1881. *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*. Londres: s.n.

Fonseca, C. M. & Fleming, P. J., 1993. Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. En: *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*. California: s.n.

Gendreau, M., Laporte, G. & Semet, F., 2001. A dynamic model and parallel tabu search heuristic for real-time ambulance relocation. *Parallel Computing*, 27(12), pp. 1641-1653.

Glover, F., 1986. *Future Paths for integer programming and links to artificial intelligence*. s.l.:s.n.

Glover, F., Gutin, G., Yeo, A. & Zverovich, A., 2001. Construction heuristics for the asymmetric tsp. *European Journal of Operational Research*, Issue 129, pp. 555-568.

GMap.Net, 2010. *GMap.NET - Great Maps for Windows Forms & Presentations*. [En línea]
Available at: <http://greatmaps.codeplex.com/>

Gordon, D. B. & Mayo, S. L., 1999. Branch-and-terminate: A combinatorial optimization algorithm for protein design. *Structure*, 7(9), pp. 1089-1098.

Hernando Rica, A., 2007. Panorama cartográfico de la España del siglo XVIII: Los mapas creados por Tomás López (1730-1802). *Mapping*, Issue 116, pp. 14-20.

Holland, J., 1975. *Adaptation in natural and artificial systems*. MIT Press: s.n.

I. H. Osman & G. Laporte, 1996. *Metaheuristics: A bibliography*. *Annals of Operations Research*. s.l.:s.n.

K. Deb, S. Agrawa, A. Pratap & T. Meyarivan, 2000. *A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multiobjective optimization: Nsga-II*. s.l.:s.n.

Kelly, F., Maulloo, A. & Tan, D., 1998. Rate Control in Communication Networks: Shadow Prices, Proportional Fairness and Stability. Volumen 49.

Kubalik, J., Lazansk, J. & Zikl, P., 2002. Layout Problem Optimization Using Genetic Algorithms. *Proceedings of the 5th IFIP/IEEE International Conference on Information Technology for Balanced Automation Systems in Manufacturing and Services (BASYS '02)*, pp. 493-500.

Laumanns, G. & Schwefel, H., s.f. Approximating the pareto set: Concepts, diversity issues and performance assessment. *Tech Rep CI-7299*.

Laumanns, M., Zitzler, E. & Thiele, L., 2001. On the effects of archiving, elitism, and density based selection in evolutionary multiobjective optimization. *Lecture Notes in Computer Science*, Issue 1993, pp. 181-196.

León Casas, M. Á., 2001. *El sistema de planos acotados: Historia de un convencionalismo gráfico y su aplicación en el ámbito de la ingeniería civil*. Universidad de Granada: s.n.

- Linares, P. & Romero, C., 2000. A multiple Criteria Decision Making Approach for Electricity Planning in Spain: Economic versus Environmental Objectives. *Journal of the Operational Research Society*, Volumen 51, pp. 736-743.
- M. Dorigo & G. Di Caro, 1999. *The ant colony optimization meta-heuristic*. s.l.:McGraw-Hill.
- M. Grötschel & L. Lovász, 1995. *Combinatorial Optimization*. s.l.:s.n.
- Mahfoud, S. W., 1995. *Niching Methods for Genetic Algorithms*. Urbana-Champaign: s.n.
- Manzano Agugliario, F., San Antonio Gómez, C. d. & Manano Agugliario, G., 2005. El levantamiento topográfico y la cartografía en el siglo XVIII: el método de la topografía eclesiástica. En: *XVII Congreso Internacional INGEGRAF*. Sevilla: s.n., pp. 1-11.
- Márquez, A. y otros, 2011. HVSEA: Hypervolume-based Search Evolutionary Algorithm. *EVOLVE 2011*, pp. 25-27.
- Márquez, A. y otros, 2006. A hybrid method for solving multi-objective global optimization problems. *Journal of Global Optimization*, 38(2), pp. 265-281.
- Martínez García, J., Manzano Agugliario, F. & San Antonio Gómez, C., 2011. El Atlas Geográfico de España de Tomás López: Análisis mediante SIG del "Reyno de Jaén" (1787). En: s.l.:s.n.
- Microsoft, 2010. [En línea]
Available at: <http://www.microsoft.com/spain/visualstudio>
- MSDN, U., s.f. [En línea]
Available at: <http://msdn.ual.es/>
- Olarán Múgica C., 2004. Índice de las Relaciones Geográficas enviadas a Tomás López. En: Madrid: s.n., pp. 13-14.
- P. Hajela & C. Y-Lin, 1992. Genetic search strategies in multicriterion optimal design. *Structural Optimization*, pp. 99-107.
- Rastello, F., Rao, A. & Pande, S., s.f. Optimal task scheduling to minimize inter-tile latencies. *Parallel Computing*.
- Rockafellar, R. T. & Uryasev, S., 2000. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3), pp. 21-41.
- Rosenberg, R. S., 1967. *Simulation of Genetic Populations with Biochemical Properties*. Michigan: s.n.
- S. Kirkpatrick, C. D. Gellat & M. P. Vecchi, 1983. Optimization by simulated annealing. *Science*, Issue 45987, pp. 671-680.
- S. VoB, S. Martello, I. H. Osman & C. Roucariol, 1999. *Meta-heuristics Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*. s.l.:s.n.
- Saez García, J. A., 2004. *Guipuzkoa en el siglo XVIII a la luz de la obra de Tomás López*. Donostia- San Sebastian: INGEBA.

- San Antonio C., Velilla C. & Manzano Agugliaro F., 2001. Lopez's Geographic Atlas of Spain in the Peninsular War: A method for determining errors. *Survey Review*, 43(319).
- San Antonio Gómez, C. d., 2006. La forma della terra: le spedizioni per determinare l'estensione di un arco di meridiano terrestre nel vicereame del Perù (1735-1744). *Dalle Mappae mundi alle 2006*, pp. 213-234.
- San Antonio Gómez, C. d., 2007. La forma de la Tierra: Expedición para medir un grado del arco de meridiano en el Virreinato del Perú (1735-1744). *EGA*, Issue 12, pp. 128-139.
- Schaffer, J. D., 1985. Multiple objective optimization with vector. En: *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms*. USA: s.n., pp. 93-100.
- Segura, C., 1986. *Diccionario Geográfico de Tomás López*. Almería: Servicio de publicaciones de la Diputación Provincial de Almería.
- Srinivas, A. & Deb, K., 1994. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Algorithms*, 2(3), pp. 221-248.
- Srivasta, A., Sylvester, D. & Blaauw, D., 2005. Statistical Analysis and Optimization for VLSI: Timing and Power. *Springer*.
- T. Bäck, 1996. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*. Nueva York: s.n.
- Talbi, E.-G., 2009. *METAHEURISTICS From Design to Implementation*. University of Lille: Wiley.
- V. Pareto, 1896. *Cours d'économie politique*. Suiza: s.n.
- Wolpert, D.H. & Macready, W.G., 2005. *Coevolutionary free lunches*. s.l.:s.n.
- Yu-Chi Ho & Pepyne, D.L, 2001. *Simple explanation of the no free lunch theorem of optimization*. s.l.:s.n.
- Zitzler, E., 1999. *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*. Zurich, Switzerland: s.n.
- Zitzler, E., Deb, K. & Thiele, L., 2000. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. *Evolutionary Computation*, 8(2), pp. 173-195.

