

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR Y FACULTAD DE CIENCIAS EXPERIMENTALES



LABORATORIO VIRTUAL DE UN MECANISMO MANIVELA-BALANCÍN

TRABAJO FIN DE GRADO

INGENIERÍA MECÁNICA

Gumersindo Clemente Martínez

Directores

José Luis Guzmán Sánchez

José Carlos Moreno Úbeda

Almería, Septiembre 2014

Dedico este Trabajo Fin de Grado

a mi familia y amigos

Agradecimientos

- A los directores de este TFG, José Luis Guzmán Sánchez y José Carlos Moreno Úbeda, por su gran interés en solucionar todas mis incertidumbres y por su gran ayuda para llegar a cabo la realización de este trabajo.
- A todos mis profesores en especial a Mercedes Martínez Durbán y José Luis Torres Moreno, por enseñarme todo y lo mejor posible en estos cuatro años.
- Y por último y no menos importante a mi familia, amigos y compañeros de clase, en especial a Javier Castillo, Jerónimo Ramos y José Manuel Rodríguez, que siempre me han apoyado y ayudado cuando los he necesitado.

Resumen

En los últimos años se está llevando a cabo la búsqueda y desarrollo de nuevos métodos docentes que permitan complementar la docencia tradicional. Una de las características de la enseñanza en ingeniería es que es una disciplina con un fuerte contenido experimental.

Un laboratorio bien equipado para impartir una materia tiene inconvenientes desde el punto de vista temporal y económico. Estos aspectos muestran la necesidad de nuevos elementos que permitan cubrir las carencias existentes en los laboratorios tradicionales. Los laboratorios virtuales se basan en el empleo de modelos matemáticos de los objetos físicos y la simulación dinámica para la realización de experiencias prácticas sobre ciertos elementos que son de difícil acceso para los estudiantes.

La utilización de un laboratorio virtual permite la interacción que no es posible o es más lenta de observar en un sistema real, la cantidad de usuarios es mayor que puede experimentar a la vez, la puesta en marcha de los experimentos es menos costosa.

La creación de laboratorios virtuales ha sido desarrollada en los últimos años con la ayuda de la herramienta de software libre Ejs (Easy Java Simulations). El diseño con este software tiene dos partes. La primera se trata del modelo, en la cual se declaran todas las variables y donde se programa los diferentes procedimientos para llevar a cabo la simulación. La segunda parte se trata de la vista, en la cual se definirán todos los elementos que debe de tener el laboratorio virtual, tanto el modelo para poder ser simulado, como los diferentes opciones con los que el usuario podrá modificar la simulación.

El estudio de los mecanismos es un campo amplio y fascinante, ya que muchos de los objetos que se pueden utilizarse en la vida cotidiana y diariamente tienen, su fundamento basado en un mecanismo.

En este trabajo, se presenta un laboratorio virtual con el fin de mostrar el funcionamiento de un mecanismo sencillo, pero a la vez interesante y muy pedagógico, a la hora de entender mejor la teoría de mecanismos. La simulación se basa un mecanismo de manivela-balancín, el cual sólo tiene un grado de libertad.

Palabras clave: Laboratorio virtual, mecanismo manivela-balancín y Easy Java Simulations.

Abstract

In recent years, is conducting the research and development of new teaching methods to complement traditional teaching. One of the characteristics of education in engineering is a discipline with a strong experimental content.

A well-equipped laboratory to teach a class has disadvantages in terms of temporal and economically. These aspects indicate the need for new information to fill existing gaps in traditional laboratories. Virtual labs are based on the use of mathematical models of physical objects and dynamics to perform practical experiences on certain elements that are difficult to access for students simulation.

The use of a virtual laboratory that allows interaction is not possible or is slower than observed in a real system, the number of users is greater than can be experienced simultaneously, the launch of the experiments is less expensive.

The creation of virtual simulation laboratory has been developed in recent years with the help of free software tool Ejs (Easy Java Simulations). The design with this software has two parts. The first is the pattern in which all the variables and where the different processes is programmed to perform the simulation are declared. The second part is the view in which all elements must have the virtual laboratory, both the model to be simulated, and the different options with which the user can modify the simulation is defined.

The study of the mechanisms is a broad and fascinating field, as many of the objects that can be used in everyday life and daily have, its foundation is based on a mechanism.

In this paper, we present the case a Virtual Laboratory to be carried out is to make intencióncón to about unmostrar operation is a simple mechanism, but both interesting and very teaching, when better understand the theory mechanisms. The simulation is based on a crank-rocker mechanism, which has only one degree of freedom.

Keywords: Virtual laboratory, crank-rocker mechanism and Easy Java Simulations.

***LABORATORIO VIRTUAL
DE UN MECANISMO
MANIVELA-BALANCÍN***

ÍNDICE GENERAL.

<u>1.- Interés y objetivos.</u>	1
1.1.- Introducción.....	1
1.2.- Interés técnico.....	1
1.3.- Objetivos.....	4
1.4.- Estructura de la memoria del TFG.....	5
1.5.- Fases de desarrollo y planificación del TFG.	6
<u>2.- Revisión bibliográfica.</u>	7
2.1.- Laboratorios docentes.	7
2.2.- Influencia de las nuevas tecnologías en la educación.	7
2.3.- Laboratorios virtuales creados para diferentes campos de estudio.....	8
2.3.1.- Ejemplos de laboratorios virtuales de diferentes campos.	9
2.3.1.- Ejemplos de laboratorios virtuales para el estudio y simulación de mecanismos en la Ingeniería.	13
<u>3.- Material y métodos.</u>	17
3.1.- Introducción a los mecanismos y máquinas.	17
3.2.- Definiciones.....	18
3.2.1.- Mecanismo.	18
3.2.2.- Eslabón y par cinemático.....	18
3.2.3.- Clasificación de eslabones y pares cinemáticos.	19
3.2.4.- Cadena cinemática y esquema cinemático.	21
3.3.- Inversión cinemática.....	22
3.4.- Determinación de los grados de libertad de un mecanismo.....	23
3.5.- Ley de Grashoff.	23
3.6.- Ventaja mecánica.	25
3.7.- Punto muerto.	26
3.8.- Cinemática del sólido rígido.	26
3.8.1.- Método gráfico. Centro Instantáneo de Rotación.....	27
3.8.1.1.- Centro instantáneo de rotación de un sólido rígido.....	27
3.8.1.2.- Centro instantáneo de rotación de una pareja de eslabones.	29
3.8.1.3.- Teorema de los tres centros o de Kennedy.	30
3.8.1.4.- Localización de los CIR de un mecanismo.	31
3.8.1.5.- Aplicación de los CIR al cálculo de la velocidad.	31
3.8.1.6.- Aplicación de los CIR a un mecanismo de cuatro barras.	32
3.8.2.- Métodos analíticos.	33
3.8.2.1.- Método trigonométrico.....	33
3.8.2.2.- Método de Raven.	34
3.8.2.2.1.- Análisis de un mecanismo de cuatro barras. Posición, velocidad y aceleración angular de sus eslabones.	34
3.8.2.2.1.1.- Posición angular de los eslabones.....	34
3.8.2.2.1.2.- Velocidad angular de los eslabones.	35
3.8.2.2.1.3.- Aceleración angular de los eslabones.	35

3.8.2.3.- Análisis complejo.....	36
3.8.2.3.1.- Posición, desplazamiento y velocidad angular de un sólido.....	36
3.8.2.3.1.1.- Posición angular de un sólido.....	36
3.8.2.3.1.2.- Desplazamiento angular de un sólido.....	36
3.8.2.3.1.3.- Velocidad angular de un sólido.....	37
3.8.2.3.2.- Método de las velocidades relativas.....	37
3.8.2.3.2.1.- Velocidad relativa entre dos puntos del mismo eslabón.....	37
3.8.2.3.2.2.- Aplicación del método de velocidades relativas a un eslabón.....	38
3.8.2.3.2.3.- Cálculo de las velocidades en un mecanismo de cuatro barras.....	40
3.8.2.3.3.- Aceleración en los mecanismos.....	44
3.8.2.3.3.1.- Aceleración relativa de dos puntos de un mismo eslabón.....	46
3.8.2.3.3.2.- Cálculo de las aceleraciones de un mecanismo de cuatro barras.....	47
3.8.3.- Métodos numéricos.....	51
3.8.3.1.- Coordenadas independientes.....	51
3.8.3.2.- Coordenadas dependientes. Ecuaciones de restricción.....	52
3.8.3.2.1.- <i>Coordenadas relativas dependientes</i>	52
3.8.3.2.2.- Coordenadas de punto de referencia.....	54
3.8.3.2.3.- Coordenadas naturales.....	56
3.8.3.3.- Coordenadas naturales en el plano.....	57
3.8.3.3.1.- Restricciones de sólido rígido.....	59
3.8.3.3.1.1.- Sólido modelizado por dos puntos.....	59
3.8.3.3.1.2.- Sólido modelizado por tres puntos.....	59
3.8.3.3.1.3.- Sólido modelizado por tres puntos alineados.....	60
3.8.3.3.1.4.- Sólido modelizado por cuatro puntos.....	60
3.8.3.3.1.5.- Sólido modelizado por más de cuatro puntos.....	61
3.8.3.3.2.- Restricciones de par cinemático.....	61
3.8.3.3.2.1.- Articulación plana.....	61
3.8.3.3.2.2.- Deslizadera articulada plana.....	62
3.8.3.3.2.3.- Deslizadera rígida plana.....	62
3.8.3.3.3.- Coordenadas mixtas.....	63
3.8.3.3.3.1.- Coordenada mixta angular.....	63
3.8.3.3.3.2.- Coordenada mixta lineal.....	64
3.9.- Problemas cinemáticos.....	65
3.9.1.- Problema de posición inicial.....	65
3.9.2.- Problema de los desplazamientos finitos.....	69
3.9.3.- Problema de velocidad.....	70
3.9.4.- Problema de aceleración.....	71
3.10.- ¿Qué es Easy Java Simulations (Ejs)?.....	72
3.10.1.- Ejecutar Ejs.....	74
3.10.1.1.- Consola de Ejs.....	74
3.10.1.2.- Interfaz del usuario.....	76
3.10.1.2.1.- Descripción.....	76
3.10.1.2.2.- Modelo.....	76
3.10.1.2.2.1.- Variables.....	77
3.10.1.2.2.2.- Inicialización.....	77
3.10.1.2.2.3.- Evolución.....	78
3.10.1.2.2.4.- Relaciones fijas.....	78
3.10.1.2.2.5.- Propio.....	78
3.10.1.2.3.- Vista.....	78
3.10.1.2.3.1.- Interfaz.....	78
3.10.1.2.3.2.- Elementos de dibujo 2D.....	78
3.10.1.2.3.3.- Elementos de dibujo 3D.....	78

3.10.2.- Algoritmo de Ejs.	79
---------------------------------	----

4.- Resultados y discusión.....81

4.1.- Definición de los elementos necesarios para la visualización del laboratorio virtual. 81

4.1.1.- Modelo.	81
4.1.1.1.- Variables.	81
4.1.1.2.- Inicialización.	83
4.1.1.3.- Evolución.	84
4.1.1.4.- Relaciones fijas.	86
4.1.1.5.- Propio.	86
4.1.2.- Vista.....	105

4.2.- Comparación de resultados.....119

4.2.1.- Resultados obtenidos del mecanismo realizado en Ejs.	119
4.2.2.- Resultados obtenidos del mecanismo realizado en Matlab.	126
4.2.3.- Resultados obtenidos de la maqueta real del mecanismo.....	132
4.2.4.- Comparación entre el mecanismo realizado en Ejs y el realizado en Matlab.	135
4.2.6.- Comparación de interfaces entre Ejs y Matlab.	136

5.- Conclusiones.139

5.1.- Conclusiones.139

5.2.- Trabajos futuros.140

6.- Bibliografía.141

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 1. Apiladora.	9
Figura 2. Control de seis cilindros.	10
Figura 3. Maniobra de una prensa de fundición.	10
Figura 4. Proceso de electrólisis.	11
Figura 5. Pesado preciso de sustancias.	11
Figura 6. Control de varios motores.	12
Figura 7. Taladradora automática.	12
Figura 8. Estación automática de lavado de vehículos.	13
Figura 9. Sistema de dos grados de libertad con Working Model.	13
Figura 10. Mecanismo de retorno rápido en Working Model.	14
Figura 11. Motor de carrera variable.	14
Figura 12. Desarrollo de la máquina de engranajes con el software 3D Studio Max.	15
Figura 13. Control de una grúa.	16
Figura 14. Movimiento de vaivén de un móvil.	16
Figura 15. Tipos de eslabones.	18
Figura 16. Tipos de pares cinemáticos.	19
Figura 17. Pares de clase I.	19
Figura 18. Pares de clase II.	20
Figura 19. Par de clase III.	20
Figura 20. Par con dos grados de libertad.	20
Figura 21. Par con cierre de fuerza.	21
Figura 22. Cadena abierta (izq) y cadena cerrada (dcha).	21
Figura 23. Cadena de Stephenson (izq) y cadena de Watt (dcha).	21
Figura 24. Inversiones de la cadena de Stephenson.	22
Figura 25. Inversiones de la cadena de Watt.	22
Figura 26. Movimientos de un cuadrilátero articulado.	24
Figura 27. Posición singular con dos posibles caminos.	24
Figura 28. Cuadrilátero articulado.	25
Figura 29. Posición del mecanismo cuando $\beta = 0^\circ$.	25
Figura 30. Posición del mecanismo cuando $\beta = 180^\circ$ (izq) y posición del mecanismo cuando $\gamma < 45^\circ$ (dcha).	26
Figura 31. Mecanismo con dos posiciones de punto muerto.	26
Figura 32. Centro instantáneo de rotación de un sólido rígido (CIR).	27
Figura 33. Velocidades de los puntos de un sólido rígido.	28
Figura 34. CIR de una pareja de eslabones.	29
Figura 35. CIR de un cuadrilátero articulado.	29
Figura 36. Inversión del cuadrilátero para conocer sus CIRs.	30
Figura 37. Teorema de Kennedy.	30
Figura 38. Mecanismo de cuatro barras con sus velocidades a partir de sus CIRs.	32
Figura 39. Método Raven.	34
Figura 40. Posición angular de un sólido.	36
Figura 41. Desplazamiento angular de un sólido.	37
Figura 42. Velocidad relativa entre dos puntos pertenecientes al mismo eslabón.	37
Figura 43. Velocidad relativa del punto B con respecto al A.	38
Figura 44. Eslabón compuesto por tres puntos (a) y cinema de velocidades (b).	39
Figura 45. Mecanismo de cuatro barras.	40
Figura 46. Cuadrilátero articulado cuando $0^\circ < \theta_2 < 180^\circ$.	41
Figura 47. Cuadrilátero articulado $180^\circ < \theta_2 < 360^\circ$ (izqda) e inversión cuando $0^\circ < \theta_2 < 180^\circ$ (dcha).	42
Figura 48. Inversión cuando $180^\circ < \theta_2 < 360^\circ$.	43
Figura 49. Cuadrilátero articulado (izq) y cinema de velocidades (dcha).	44
Figura 50. Explicación para el cálculo de la aceleración.	45
Figura 51. Aceleración del punto A y aceleración del punto B con respecto al A de un mismo sólido rígido.	46

Figura 52. Mecanismo de cuatro barras. _____	47
Figura 53. Cinema de aceleraciones. _____	50
Figura 54. Coordenadas independientes en cadena cerrada (izquierda) y en cadena abierta (derecha). _____	51
Figura 55. Mecanismo de cuatro barras con dos posibles soluciones. _____	52
Figura 56. Mecanismo con coordenadas relativas dependientes. _____	53
Figura 57. Mecanismo con coordenadas de punto de referencia. _____	54
Figura 58. Mecanismo con coordenadas de punto de referencia. _____	54
Figura 59. Mecanismo con coordenadas de punto de referencia. _____	55
Figura 60. Paso de coordenadas de punto de referencia a coordenadas naturales (izq) y mecanismo con coordenadas naturales (dcha). _____	56
Figura 61. Mecanismo biela-manivela. _____	58
Figura 62. Sólido modelizado por dos puntos. _____	59
Figura 63. Sólido modelizado por tres puntos. _____	59
Figura 64. Sólido modelizado por tres puntos alineados. _____	60
Figura 65. Sólido modelizado por cuatro puntos. _____	61
Figura 66. Articulación plana. _____	61
Figura 67. Articulación plana. _____	62
Figura 68. Deslizadera articulada plana. _____	62
Figura 69. Deslizadera rígida plana. _____	63
Figura 70. Coordenada mixta angular (izq) y elección de la ecuación del ángulo (dcha). _____	64
Figura 71. Coordenada mixta lineal. _____	64
Figura 72. Cuadrilátero articulado. _____	65
Figura 73. Interpretación geométrica del método Newton-Raphson. _____	68
Figura 74. Paradigma Modelo-Control-Vista. _____	73
Figura 75. Opciones Básicas de la consola de Ejs. _____	74
Figura 76. Opciones Avanzadas de la consola de Ejs. _____	74
Figura 77. Área de Mensajes de la consola de Ejs. _____	75
Figura 78. Interfaz de usuario y el primer panel "Descripción". _____	76
Figura 79. Segundo panel "Modelo". _____	77
Figura 80. Tercer panel "Vista". _____	79
Figura 81. Algoritmo seguido por Ejs. _____	79
Figura 82. Variables de entrada. _____	82
Figura 83. Variables de salida. _____	83
Figura 84. Primera visualización del panel Vista. _____	105
Figura 85. Segunda visualización del panel Vista. _____	106
Figura 86. Vista desplegada del panel Dibujo. _____	106
Figura 87. Ventana para definir las propiedades de los eslabones. _____	107
Figura 88. Propiedades de las articulaciones. _____	108
Figura 89. Vista desplegada de panel. _____	109
Figura 90. Propiedades de los botones. _____	110
Figura 91. Despliegue del panel2. _____	111
Figura 92. Propiedades de los deslizadores del panel2. _____	111
Figura 93. Despliegue del panel3. _____	112
Figura 94. Propiedades de los deslizadores del panel3. _____	113
Figura 95. Interfaz del mecanismo manivela-balancín. _____	114
Figura 96. Vista desplegada de la ventana Dialogo. _____	115
Figura 97. Despliegue de los elementos de la ventana Dialogo. _____	115
Figura 98. Propiedades de los rastros. _____	116
Figura 99. Interfaz para las representaciones gráficas. _____	119
Figura 100. Posición de la variable x1. _____	120
Figura 101. Posición de la variable y1. _____	120
Figura 102. Posición de la variable x2. _____	121
Figura 103. Posición de la variable y2. _____	121

<i>Figura 104. Velocidad de la variable vx1.</i>	122
<i>Figura 105. Velocidad de la variable vy1.</i>	122
<i>Figura 106. Velocidad de la variable vx2.</i>	123
<i>Figura 107. Velocidad de la variable vy2.</i>	123
<i>Figura 108. Aceleración de la variable ax1.</i>	124
<i>Figura 109. Aceleración de la variable ay1.</i>	124
<i>Figura 110. Aceleración de la variable ax2.</i>	125
<i>Figura 111. Aceleración de la variable ay2.</i>	125
<i>Figura 112. Posición de la variable x1.</i>	126
<i>Figura 113. Posición de la variable y1.</i>	126
<i>Figura 114. Posición de la variable x2.</i>	127
<i>Figura 115. Posición de la variable y2.</i>	127
<i>Figura 116. Velocidad de la variable vx1.</i>	128
<i>Figura 117. Velocidad de la variable vy1.</i>	128
<i>Figura 118. Velocidad de la variable vx2.</i>	129
<i>Figura 119. Velocidad de la variable vy2.</i>	129
<i>Figura 120. Aceleración de la variable ax1.</i>	130
<i>Figura 121. Aceleración de la variable ay1.</i>	130
<i>Figura 122. Aceleración de la variable ax2.</i>	131
<i>Figura 123. Aceleración de la variable ay2.</i>	131
<i>Figura 124. Maqueta real del mecanismo manivela-balancín (en una posición).</i>	132
<i>Figura 125. Maqueta real del mecanismo manivela-balancín (en otra posición).</i>	132
<i>Figura 126. Motor con encoder instalado en la maqueta real.</i>	133
<i>Figura 127. Encoder instalado en la maqueta real.</i>	133
<i>Figura 128. Posición del encoder instalado en la rueda conductora.</i>	133
<i>Figura 129. Posición del encoder instalado en la rueda conducida.</i>	134
<i>Figura 130. Velocidad del encoder instalado en la rueda conductora.</i>	134
<i>Figura 131. Velocidad del encoder instalado en la rueda conducida.</i>	134
<i>Figura 132. Comparativa de la evolución del grado de libertad.</i>	136
<i>Figura 133. Interfaz del mecanismo en Ejs.</i>	136
<i>Figura 134. Interfaz del mecanismo en Matlab.</i>	137

1.- Interés y objetivos.

1.1.- Introducción.

El laboratorio virtual se realizará a través de Easy Java Simulations (Ejs). Esta herramienta ayuda a personas no relacionadas con la programación, para la creación de simulaciones interactivas en Java.

La elección de Java como lenguaje de desarrollo se debe a que está muy aceptada en la comunidad internacional de Internet. Así que las simulaciones creadas en Ejs se pueden usar como programas independientes en cualquier sistema operativo o distribuido por Internet.

1.2.- Interés técnico.

La asignatura de Teoría de Mecanismo, es una asignatura bastante importante para el Grado de Ingeniería Mecánica, debido a que una de las competencias del ingeniero mecánico es el diseño y desarrollo de los diferentes mecanismos que existen y poder obtener nuevos mecanismos para aplicaciones futuras, ya sea mejorando los ya existentes o que sean totalmente nuevos.

Lo que es un mecanismo se define en el apartado 3.2.1. En dicho apartado hay varias definiciones dependiendo de dónde se busque dicha definición.

Para la resolución de un mecanismo hay varios métodos, tales como los métodos gráficos, los métodos analíticos y los métodos numéricos. Cada método tiene sus ventajas e inconvenientes, a continuación se muestra dichas ventajas e inconvenientes.

– **Métodos gráficos.**

- Ventajas. Son intuitivos, fáciles de aplicar, no necesitan herramientas de cálculo y son muy pedagógicos.
- Inconvenientes. Son métodos posicionales, tienen un alto tiempo de resolución y hay errores en el dibujo.

– **Métodos analíticos.**

- Ventajas. Se resuelve el ciclo completo, tiene soluciones rápidas (con la ayuda del ordenador), tiene un planteamiento general y una mayor precisión.

- Inconvenientes. Es imprescindible el uso del ordenador, son poco intuitivos y poco pedagógicos.
- **Métodos numéricos.**
- Ventajas. Sirven para cualquier tipo de mecanismo, ya sea en el plano o en el espacio.
 - Inconvenientes. Se tiene que desarrollar programas para llegar a cabo la resolución de los mecanismos.

El mejor método en la resolución cinemática de un mecanismo es el método numérico, que aunque tenga el inconveniente de que se necesite programar para poder obtener la resolución. Su ventaja fundamental es que una vez que se tenga el programa realizado la resolución es inmediata y se puede visualizar el mecanismo, cada vez que se resuelve los problemas de posición, velocidad y aceleración.

En los últimos años se está llevando a cabo la búsqueda y desarrollo de nuevos métodos docentes que permiten mejorar y complementar la docencia tradicional. Una de las características de la enseñanza en Ingeniería es que es una disciplina con un fuerte contenido experimental, donde el alumno necesita poner en práctica los conocimientos teóricos adquiridos a lo largo del curso.

El desarrollo que se ha producido de las Nuevas Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (NTICs), es un hecho que se ha visto reflejado en todos los aspectos de la sociedad.

De la evolución de las NTICs, hay un área que se ha beneficiado más que ninguna otra y dicho área son las disciplinas relacionadas con la Ingeniería. Así que se han desarrollado nuevas herramientas como los laboratorios virtuales y remotos, que cubren gran parte de las limitaciones que tienen los laboratorios tradicionales.

Las herramientas de simulación y la programación en general han avanzado enormemente en los últimos años, lo que supone una alternativa a los ensayos reales. Debido a esto las simulaciones cada vez tienen más relevancia en la forma en que se hacen o se transmiten los conocimientos.

Una simulación es un programa con el que se intenta reproducir un fenómeno natural mediante la visualización de los diferentes estados que éste puede presentar. Cada uno de estos estados queda descrito por un conjunto de variables que cambian en el tiempo debido a la iteración de un algoritmo determinado.

Los laboratorios virtuales son herramientas software locales o remotos que, mediante el uso de un modelo y junto con una interfaz de experimentación, simulan los principales aspectos de una planta real, permitiendo al usuario realizar las mismas operaciones que un laboratorio tradicional pero todo ello de forma virtual.

Los resultados de la simulación de los laboratorios virtuales pueden ser algo intermedio entre los experimentos de laboratorio tradicionales y las clases teóricas.

Los laboratorios virtuales, permiten simular un laboratorio convencional en donde los experimentos se llevan a cabo siguiendo un procedimiento similar al que se sigue en un laboratorio tradicional, pudiendo inclusive ofrecer la visualización de instrumentos y fenómenos mediante objetos dinámicos. De esta forma se pueden obtener resultados numéricos y gráficos sobre el comportamiento del experimento.

Las ventajas que presenta un laboratorio virtual frente a un laboratorio convencional son:

- Permite un número mayor de estudiantes.
- Acerca al estudiante a los laboratorios mediante el uso de un simple simulador, pudiendo experimentar sin riesgos y permitiendo un horario completamente flexible para hacer las prácticas.
- Reduce drásticamente el costo de instalación y mantenimiento de un laboratorio, siendo una alternativa eficiente y económica.
- Tiene un ambiente propicio para el autoaprendizaje, donde el estudiante tiene plena libertad de modificar las variables de entrada y configuración del sistema bajo análisis y por supuesto también se puede aprender el uso y el manejo de instrumentos.
- Un laboratorio virtual incrementa la diversidad didáctica, complementando con multimedia las metodologías convencionales.

- Se puede experimentar libremente las veces que quiera sin miedo a sufrir o provocar un accidente y de realizar la práctica las veces necesarias para la obtención de las competencias necesarias.
- El estudiante puede asistir al laboratorio virtual en cualquier momento, usando las áreas más significativas para él.
- Puede complementarse con aplicaciones y actividades diseñadas para facilitar la construcción de su propio conocimiento.

Los laboratorios virtuales también tiene algunos inconvenientes como:

- Toda la experiencia práctica que se consigue con un laboratorio convencional, no se consigue con uno virtual. Pero puede ser una herramienta complementaria bastante valiosa.
- Los laboratorios virtuales tienen el riesgo de que el estudiante no realice la práctica, tal y como se debe, es decir que actúe como un espectador.
- Las actividades a realizar debe tener una planificación y progresión, para que el estudiante alcance las competencias necesarias.
- Se puede provocar que el estudiante pierda la visión de la realidad que estudia, ya que se trata de una virtualización de la realidad.
- Ya que internet ofrece distractores, se debe de seleccionar los contenidos relevantes y tratar de que estos resulten atractivos para mantener la atención del estudiante.
- Hay resistencia a la utilización de laboratorios virtuales, por lo que la transición debe llevar a mano una cuidadosa selección de actividades de aprendizaje y de campos de aplicación.
- No todas las instituciones educativas cuentan con área de desarrollo e instalación de laboratorios virtuales.

1.3.- Objetivos.

Las nuevas tecnologías ofrecen la posibilidad de crear herramientas para la docencia que cumplan las mismas funciones que los laboratorios clásicos pero con muchas ventajas.

El objetivo de la implementación del laboratorio virtual para un mecanismo manivela-balancín es el estudio de la cinemática que se produce en el mecanismo, de modo que los

estudiantes puedan estudiar y aprender de una forma más sencilla los conceptos relacionados con el mecanismo, sin necesidad de estar presencialmente en el laboratorio.

Con la realización de este TFG se pretende desarrollar un laboratorio virtual de un mecanismo, con un grado de libertad. A dichos tipos de mecanismos se les denomina mecanismo desmodrómico, ya que a partir de una sola variable (grado de libertad) el cuadrilátero articulado queda completamente definido.

La implementación del laboratorio virtual se va a desarrollar a partir de un modelo de mecanismo manivela-balancín, desarrollado por los profesores de la asignatura de Teoría de Mecanismos: José Luis Torres Moreno, José Luis Blanco Claraco y Antonio Giménez Fernández, a través de la herramienta Matlab®.

1.4.- Estructura de la memoria del TFG.

La memoria de este TFG está dividida en seis apartados, los cuales son:

- **Interés y objetivos.** En este primer capítulo se hace una introducción al contenido del TFG y los objetivos técnicos.
- **Revisión bibliográfica.** En este segundo capítulo se describen las ventajas e inconvenientes que tienen los laboratorios docentes y de diferentes laboratorios virtuales ya sea relacionados con la asignatura de Teoría de mecanismos o de otros campos.
- **Material y métodos.** En este tercer capítulo se aborda lo que es un mecanismo, así como las diferentes opciones que hay para llegar a cabo su resolución y se explica la utilización de Ejs.
- **Resultados y discusión.** En este cuarto capítulo se expone como se ha llevado a cabo el laboratorio virtual y se hace una comparación del mecanismo obtenido en Ejs con el realizado en Matlab.
- **Conclusiones.** Este quinto capítulo contiene las conclusiones que se pueden llegar a tener una vez realizado el TFG.
- **Bibliografía.** El sexto capítulo contiene las diferentes referencias en las que se ha basado este TFG para poder ser redactado.

1.5.- Fases de desarrollo y planificación del TFG.

Actividad	Duración (semanas)
Estudio de la resolución de los mecanismos mediante métodos numéricos.	4 semanas
Estudio del Informe técnico realizado en Matlab, por los profesores de la asignatura Teoría de Mecanismos	2 semanas
Estudio del entorno Ejs y realización de simulaciones de prueba.	4 semanas
Montaje de la maqueta real del mecanismo.	3 semanas
Búsqueda de información.	3 semanas
Realización del laboratorio virtual.	4 semanas
Realización de la memoria.	2 semanas
Total	22 semanas

2.- Revisión bibliográfica.

2.1.- Laboratorios docentes.

Los laboratorios docentes son aquellos que se encuentran en un lugar determinado, que tanto el alumno como el profesor están presentes en la realización de las prácticas que se lleven a cabo en dicho laboratorio.

Las ventajas que tiene el uso de laboratorios docentes es que se visualiza lo que realmente está pasando. Se puede manejar las herramientas necesarias para la realización de las prácticas, así como cualquier duda o altercado es comunicado al profesor inmediatamente.

Los inconvenientes que se tiene de la utilización de un laboratorio docente son la limitación de horario para la realización de las prácticas, el número bajo de herramientas y/o utensilios necesarios. Debido que mantener un laboratorio docente conlleva el desembolso de dinero, para provenir de todo lo necesario a dicho laboratorio.

En consecuencia a esto, cada día se está mejorando y desarrollando otros medios de enseñanza, como son los laboratorios virtuales y remotos. En el apto. 2.3 se habla de diferentes laboratorios virtuales.

2.2.- Influencia de las nuevas tecnologías en la educación.

Las Nuevas Tecnologías de la Comunicación (NTICs) tienen que estar al servicio de una formación adecuada, para que el alumno pueda ser su propio protagonista en su aprendizaje. Las habilidades obtenidas durante su carrera educativa, tendrá su fruto conforme vaya desarrollando su actividad profesional [23].

Las NTICs ofrecen la posibilidad de crear herramientas para la docencia que cumplan las mismas funciones que los laboratorios clásicos pero con muchas ventajas. Entre estas herramientas se tiene el material multimedia y los laboratorios virtuales [9].

Debido a esto el profesor pasa a un segundo plano en la educación del alumno, pero siempre es una pieza clave, ya que el alumno necesita de su enseñanza, orientación y asesoramiento.

El uso de las NTICs produce nuevas formas de acercamiento entre los docentes y el alumnado. Mediante el uso de estos recursos se puede ofrecer más posibilidades de

interacción con medios tecnológicos y con estudiantes, que debido a sus circunstancias no pueden asistir a clase.

Las ventajas que producen el uso de las NTICs son [23]:

- Participación del estudiante en los procesos de enseñanza sin estar presente en un espacio físico universitario y mayor interacción entre estudiantes y profesores.
- Ayuda y motivación a un trabajo más creativo en el aula.
- Intensa comunicación entre los estudiantes, por lo que se favorece la socialización y comunicación.
- Disminución de los costes en la enseñanza.
- Desarrollo de competencias y habilidades prácticas por parte de los estudiantes en laboratorios virtuales de investigación.
- El estudiante aprende de la interacción con un grupo en el que los docentes no son más que uno de los elementos.
- El objetivo es el autoaprendizaje a la vez que la individualización del aprendizaje.
- La educación se abre al mercado mundial con la liberación de los espacios y los tiempos.

2.3.- Laboratorios virtuales creados para diferentes campos de estudio.

En este apartado se hablará de los diferentes laboratorios virtuales que pueden existir, ya que el lenguaje que se utiliza para la realización del mismo no es sólo uno. Sino que hay varias tipos de lenguajes para llevar a cabo la realización de un laboratorio virtual.

En la actualidad, hay infinidad de programas con los cuales se pueden realizar un laboratorio virtual para la enseñanza docente, ya sea a un nivel u otro. Es decir, que se puede desarrollar laboratorios virtuales para la enseñanza secundaria o para niveles de estudios superiores.

Tras hacer una amplia búsqueda en internet sobre artículos relacionados con los laboratorios virtuales, se ha podido ver que la utilización de laboratorios virtuales cada día se está haciendo más grande. A causa de las ventajas que los laboratorios virtuales aportan.

2.3.1.- Ejemplos de laboratorios virtuales de diferentes campos.

En este apartado se habla de los laboratorios virtuales relacionados con diferentes asignaturas que no es la de Teoría de Mecanismos. En [12] se puede ver diferentes laboratorios virtuales de los que se hablará a continuación. Para la realización de estos laboratorios utiliza la herramienta SIMIT SCE de Siemens. Los laboratorios virtuales que se mencionan en este apartado, todos se pueden ver en [12].

En primer lugar se habla de un laboratorio virtual de una apiladora (Figura 1), cuyo proceso se activa secuencialmente una serie de cintas transportadoras, a través de un pulsador de marcha. El proceso puede ser configurado para que en un ciclo sólo desplace un paquete o varios.



Figura 1. Apiladora.

El siguiente laboratorio virtual, se trata del control de seis cilindros neumáticos (Figura 2). Se dispone de 6 cilindros neumáticos para el desplazamiento de mercancías con sus correspondientes fines de carrera. El objetivo es poder hacer avanzar y retroceder los cilindros en una secuencia determinada.



Figura 2. Control de seis cilindros.

El laboratorio del que se hace referencia ahora se trata de la maniobra de una prensa de fundición (Figura 3), el procedimiento que se quiere automatizar es el siguiente: cierre de molde, dosificación del plástico fundido a inyectar, inyección del plástico, parada para que no queden burbujas de aire en la pieza, introducción de noyos para la configuración de la pieza, pausa para la solidificación, apertura de los noyos, apertura del molde y expulsión de la pieza antes de comenzar un nuevo ciclo.

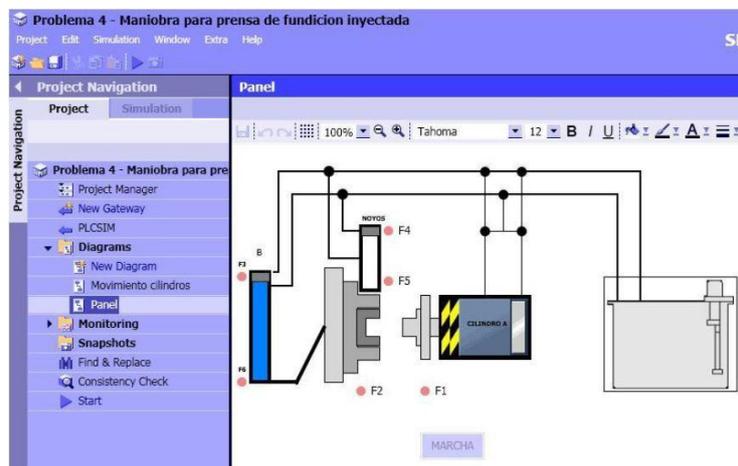


Figura 3. Maniobra de una prensa de fundición.

También se puede ver un laboratorio virtual del proceso de electrólisis para el tratamiento de superficies (Figura 4). El laboratorio consta de una grúa que va desplazando las piezas y sumergiéndolas en tres baños (desengrasado de piezas, aclarado de piezas y baño

electrolítico) y las piezas deben permanecer sumergidas en el último baño durante un período de tiempo.

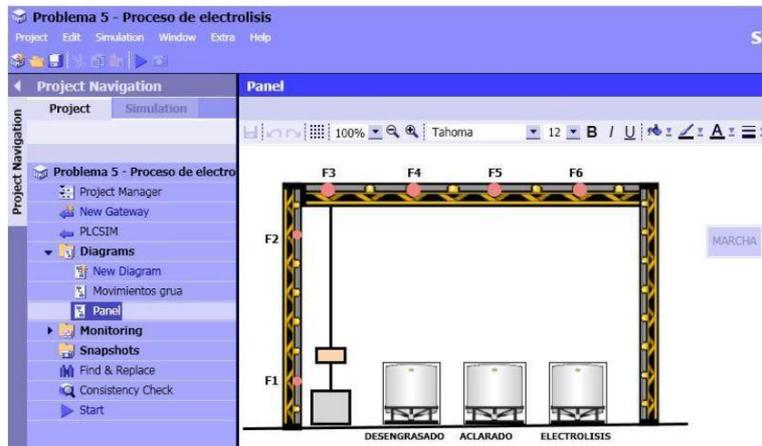


Figura 4. Proceso de electrólisis.

También se puede encontrar un laboratorio virtual de pesado preciso de sustancias en [12], el cual se compone de una tolva con dos compuertas cuya apertura provoca el trasvase de una determinada sustancia a la báscula (Figura 5). Al activar el pulsador de marcha, se abren las dos compuertas para después que se cierra la compuerta mayor cuando en la báscula se ha alcanzado un peso L1. Cuando se llega a un peso L2 se cierra la otra compuerta, a continuación se debe de vaciar la báscula y de esta manera volverá a su posición de reposo y habrá que activar de nuevo el pulsador de marcha para que se vuelva a repetir el ciclo.

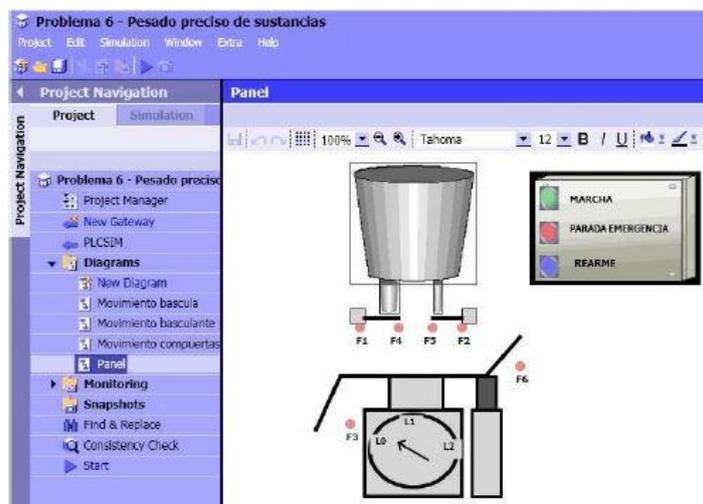


Figura 5. Pesado preciso de sustancias.

Se puede encontrar un laboratorio de control de giro de varios motores, como se puede ver en [12]. En este caso la simulación (Figura 6), consiste en la activación secuencial de una serie de motores cuyo funcionamiento se detiene cuando se alcanza determinados finales de carrera.

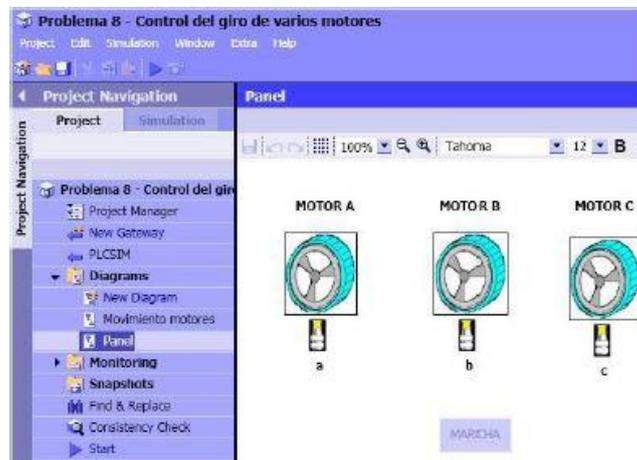


Figura 6. Control de varios motores.

Se puede ver un laboratorio virtual de una taladradora automática (Figura 7), en el cual se almacena piezas en un conducto alimentador. Para que la taladradora haga su funcionamiento, es decir practicar unos orificios sobre cada pieza, primero hay que darle al pulsador de marcha, el cual accionará una serie de cilindros neumáticos que desplazan cada pieza debajo de la taladradora y cuando se detecta dicha pieza, la taladradora hace los orificios.



Figura 7. Taladradora automática.

Por último hablaremos de una estación automática de lavado de vehículos sacado del artículo, en esta simulación cuando se activa el pulsador de marcha implica la puesta en verde del semáforo, la activación de una cinta transportadora y la apertura de una barrera. Cuando el vehículo ha pasado el fotodetector, la barrera se baja y se pone el semáforo en rojo. Después de esto el vehículo pasa por las zonas de mojado, jabonado, cepillado y secado.

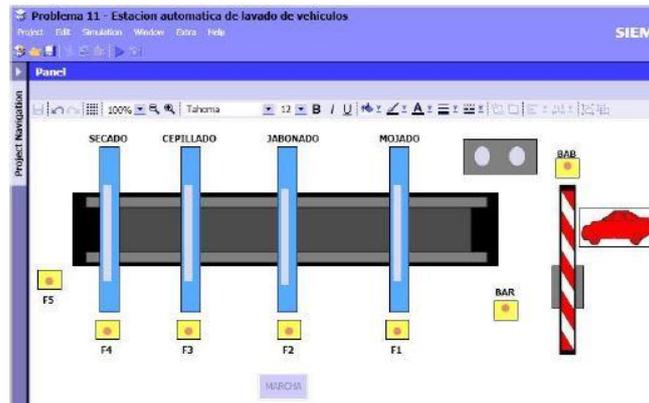


Figura 8. Estación automática de lavado de vehículos.

2.3.1.- Ejemplos de laboratorios virtuales para el estudio y simulación de mecanismos en la Ingeniería.

En la actualidad hay diferentes laboratorios virtuales para estudiar y comprender los mecanismos, como se puede ver en el artículo [4], se ha realizado para varios tipos de mecanismos como son: un sistema de dos grados de libertad, un mecanismo de retorno rápido y un motor de carrera variable.

El estudio realizado con el sistema de dos grados de libertad (Figura 9) es para ver cómo se produce el movimiento de este sistema cuando se introduce dos entradas.

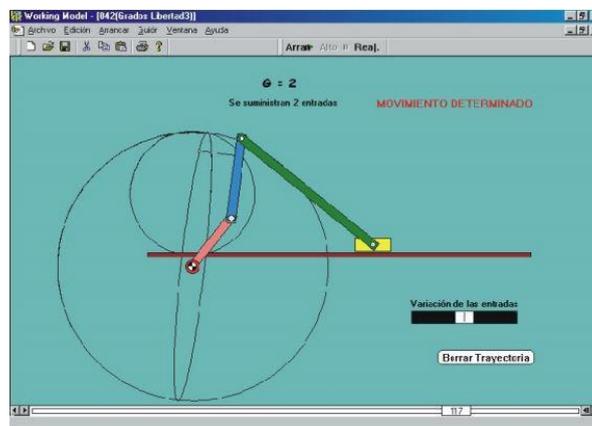


Figura 9. Sistema de dos grados de libertad con Working Model.

En el mecanismo de retorno rápido (Figura 10), se utiliza para estudiar el movimiento de ida y vuelta, sobre todo para ver cómo cambia la velocidad de ida y de retorno del mecanismo. En este caso para poder estudiar la posición y la velocidad está representada en una gráfica velocidad/posición.

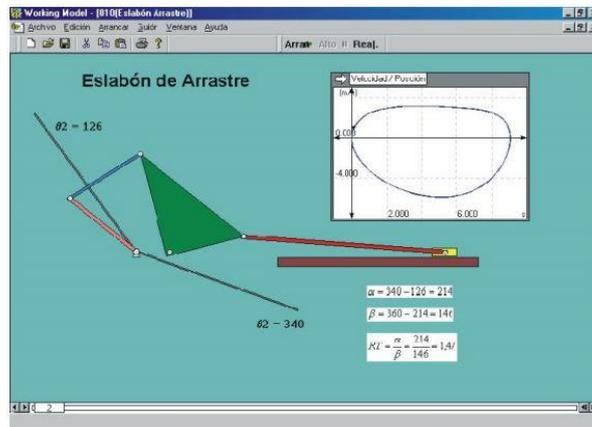


Figura 10. Mecanismo de retorno rápido en Working Model.

Con respecto al motor de carrera variable, el principal objetivo es ver como varía la carrera del pistón, en función de la longitud de la barra fija (barra de color verde en la Figura 11).

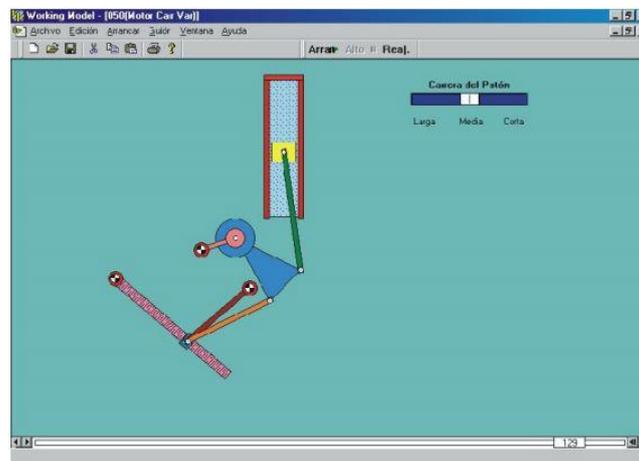


Figura 11. Motor de carrera variable.

Para llevar a cabo estas simulaciones se ha trabajado con el software Working Model 2D, dicho programa es una herramienta bastante útil y eficiente, debido a que es rápida y tiene precisión con respecto a las simulaciones.

Debido a la gran aceptación que está teniendo los laboratorios virtuales, se disponen cada vez más de entornos altamente sofisticados para el desarrollo de los mundos virtuales, dichos entornos pueden ser SupersCape, V-Realm Builder, VR-Creator, etc. Ellos mismo permiten la creación de mundos virtuales en 3D, todos soportan el lenguaje VRML, que se trata del lenguaje por excelencia [15].

Los lenguajes de visualización y de programación tales como HTML, Java o JavaScript son cada vez más utilizados por los usuarios, debido a que es más sencillo la integración de textos, imágenes, videos, etc. [15].

Como se puede encontrar en el artículo [15], el cual se trata de la simulación de un mecanismo, más concretamente de una máquina de engranajes (Figura 12). Para poder llevar el desarrollo de dicho laboratorio se ha utilizado el software de diseño 3D Studio Max, que es utilizado para la creación la animación. Para que el entorno donde se encuentra el mecanismo tenga apariencia de laboratorio, se ha utilizado la herramienta de desarrollo VR-Creator. Y para poder llevar a cabo dicho laboratorio, se ha utilizado la programación VRML mediante la edición de los ficheros wrl.

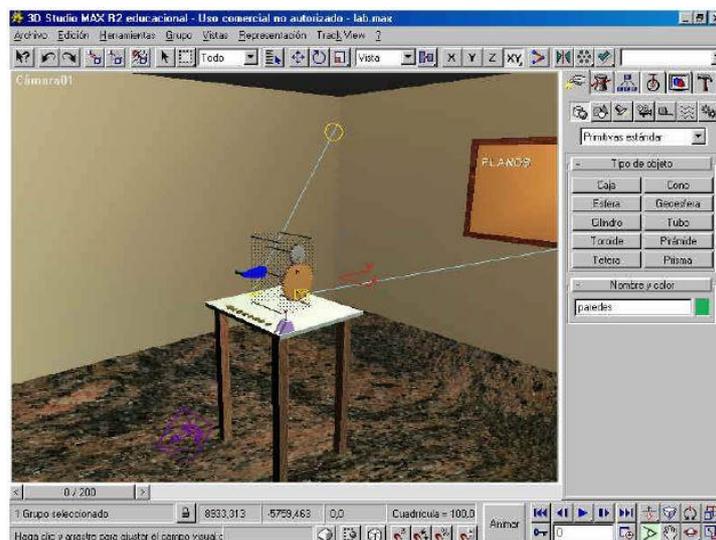


Figura 12. Desarrollo de la máquina de engranajes con el software 3D Studio Max.

El primer laboratorio virtual relacionado en mecanismos que se puede encontrar en [12], es el control de una grúa (Figura 13). Dicho movimiento consiste en un movimiento de ida y vuelta, con una espera entre cada movimiento. La grúa tiene que pasar obligatoriamente

por una serie de posiciones una vez activado el pulsador de arranque y se detiene cuando se vuelve a alcanzar la posición inicial.

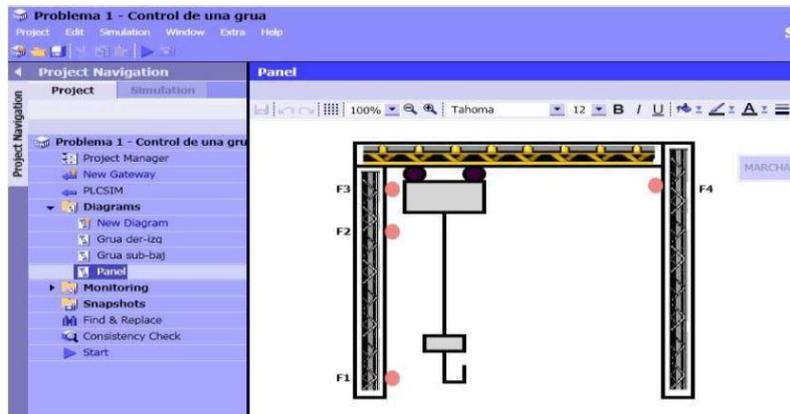


Figura 13. Control de una grúa.

El siguiente laboratorio virtual relacionado con los mecanismos, que se puede observar en [12], es el movimiento de vaivén de un móvil. Dicho móvil se desliza por un husillo movido por un motor de doble sentido, el movimiento de vaivén se debe de realizar de forma continuada, desde el momento en que el sistema reciba la orden de puesta en marcha (Figura 14).

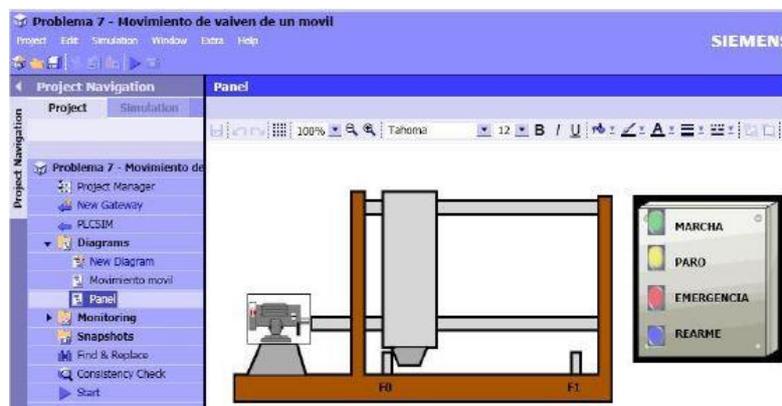


Figura 14. Movimiento de vaivén de un móvil.

3.- Material y métodos.

3.1.- Introducción a los mecanismos y máquinas.

La mecánica es una de las ramas de la Física, que se ocupa del análisis científico de los movimientos, del tiempo y de las fuerzas. Se divide en dos partes: estática y dinámica. La estática estudia las condiciones de equilibrio de los sistemas estacionarios. Por otro lado, la dinámica estudia los sistemas en movimiento y las fuerzas que actúan sobre ellos. A su vez, la dinámica podemos dividirla en cinemática y cinética. La cinemática estudia los movimientos de los cuerpos, sin tener en cuenta las fuerzas que lo producen. Por el contrario, la cinética o dinámica considera las fuerzas de los sistemas en movimiento [25].

En el diseño de un mecanismo se ha de seguir unas pautas: en primer lugar, se realiza el diseño conceptual en el que se escoge el tipo de máquina o mecanismo que se va a utilizar. Esta parte posiblemente sea la más complicada de todas, debido a que se basa en la experiencia y en el ingenio.

A continuación se lleva a cabo un análisis cinemático para la determinación de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones. A través de este análisis cinemático se podrá comprobar si el mecanismo traza correctamente la trayectoria para la que fue diseñado.

El diseño cinemático está enlazado con el análisis cinemático y consiste en determinar las dimensiones óptimas del mecanismo.

Por último, antes de la realización de los planos y el montaje, es necesaria la realización de un análisis resistente de las piezas que componen el mecanismo. Hay dos tipos de análisis, si el mecanismo tiene velocidades bajas, las fuerzas de inercia son despreciables y por lo tanto con un análisis estático es suficiente, dicho análisis determinará las reacciones en los apoyos con ayuda de las ecuaciones de la estática, a partir de ahí la resistencia de materiales permite dimensionar adecuadamente los elementos del mecanismo. Si el mecanismo funciona a altas velocidades, en este caso las fuerzas de inercia no son despreciables debido a que modifican las reacciones en los apoyos. Por lo tanto, en este caso se necesita un análisis dinámico, que tiene en cuenta las fuerzas de inercia y calcula las reacciones en los apoyos de forma exacta.

3.2.- Definiciones.

3.2.1.- Mecanismo.

Ahora se da la definición de un mecanismo, para ello se pondrá varias atendiendo en que libro de la bibliografía se consulte.

- Es aquel en el que las fuerzas no son el objeto principal de su funcionamiento y sí lo es la transmisión de movimiento entre los eslabones [11].
- Cuando la fuerza/movimiento involucrados son pequeños, la principal función del dispositivo es transmitir o modificar el movimiento [2].
- Cadena cinemática en la que un eslabón está fijo al sistema de coordenadas, de modo que se genera un movimiento de salida controlado, en respuesta a un movimiento de entrada [25].

3.2.2.- Eslabón y par cinemático.

Los mecanismos están compuestos por eslabones, todos los eslabones tienen la posibilidad de movimiento excepto uno, el cual se denomina eslabón fijo. Un eslabón es un sólido rígido con dos o más uniones con otros eslabones. Dichas uniones son denominadas elementos de enlace. Para los estudios cinemáticos, los eslabones se considerarán sólidos rígidos sin masa [25].

El número de eslabones cinemáticos en un mecanismo depende de su movimiento, así que dos piezas de una máquina que se mueven solidariamente, son un único eslabón cinemático [25].

Los eslabones se clasifican en binarios, ternarios o cuaternarios en función del número de conexiones que tengan con otros eslabones (Figura 15).



Figura 15. Tipos de eslabones.

Las uniones entre eslabones se denominan pares cinemáticos (Figura 16). Un par cinemático es un conjunto de dos eslabones cuyo movimiento relativo está condicionado por el elemento de enlace que los une, definición que se puede ver en [25]. En el plano existen dos tipos de pares cinemáticos: par prismático, es aquel que sólo permite movimiento relativo de traslación y par de rotación, aquel que sólo permite rotación relativa.

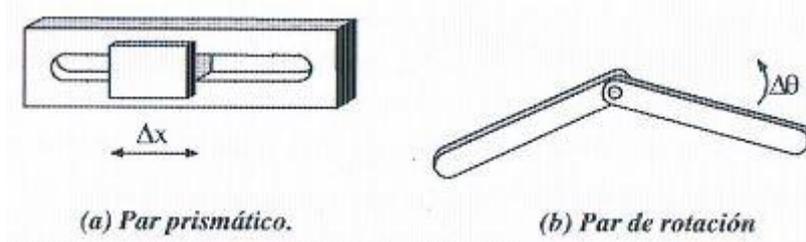


Figura 16. Tipos de pares cinemáticos.

3.2.3.- Clasificación de eslabones y pares cinemáticos.

Un eslabón puede ser denominado manivela si da vueltas completas respecto de un eje fijo, balancín si oscila respecto de un eje fijo o biela si tiene un movimiento general.

Para la clasificación de los pares cinemáticos lo podemos hacer atendiendo a varios aspectos.

Según el número de grados de libertad permitidos, se clasifican en:

- **Pares de clase I.** son pares de eslabones cuyo movimiento relativo está limitado a un grado de libertad (Figura 17).
- **Pares de clase II.** El movimiento relativo entre los eslabones tiene dos grados de libertad (Figura 18).
- **Pares de clase III.** Esta clase de pares tienen tres grados de libertad, sólo se emplean en mecanismos espaciales (Figura 19).

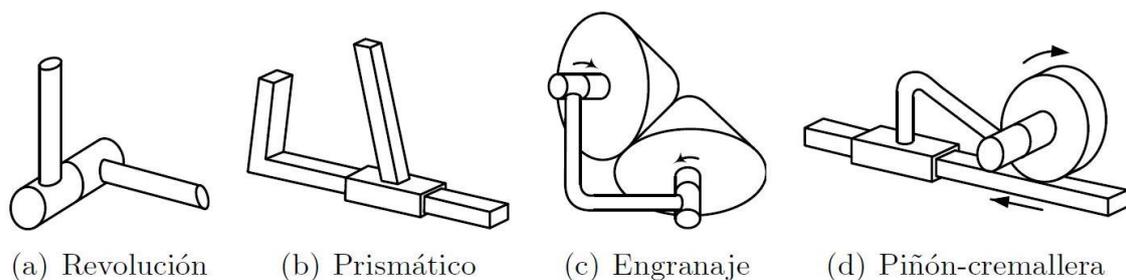


Figura 17. Pares de clase I.

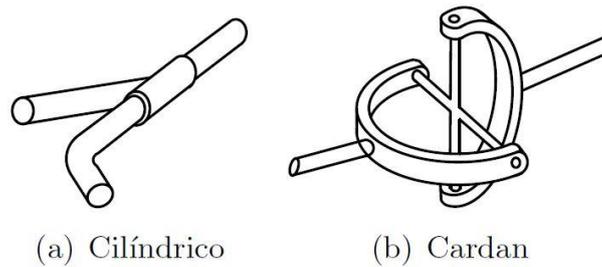


Figura 18. Pares de clase II.



Figura 19. Par de clase III.

Según el tipo de contacto entre los elementos, se pueden clasificar en:

- **Par superior.** El contacto se produce en una línea o punto. Todo par con más de un grado de libertad suele ser un par superior, aunque la rótula es una excepción (Figura 20).
- **Par inferior.** El contacto tiene lugar en una superficie (Figura 16).

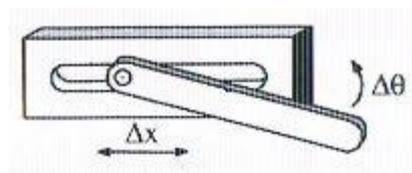


Figura 20. Par con dos grados de libertad.

Según la manera de asegurar el enlace entre los eslabones, se pueden clasificar en:

- **Cierre de forma.** La forma de los eslabones unidos asegura el enlace de los mismos, el movimiento es siempre el previsto a no ser que se produzca una rotura (Figura 16 y 20).
- **Cierre de fuerza.** Se requiere de alguna fuerza externa para mantener el contacto o cierre. Este tipo de cierre es menos fiable que el cierre de forma ya que si aparece en

el sistema alguna fuerza superior a la de cierre, el movimiento de los eslabones deja de estar controlado (Figura 21).

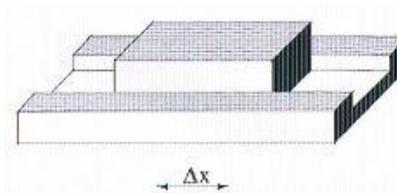


Figura 21. Par con cierre de fuerza.

3.2.4.- Cadena cinemática y esquema cinemático.

Se denomina cadena cinemática a un conjunto de elementos móviles unidos mediante pares cinemáticos, es decir, en una cadena cinemática no existe eslabón fijo. Por lo que un mecanismo se puede definir como una cadena cinemática en la que uno cualquiera de sus eslabones se ha hecho fijo. Las cadenas cinemáticas pueden ser abiertas o cerradas (Figura 22).

De una misma cadena cinemática se puede obtener distintos mecanismos fijando cada eslabón que la compone.

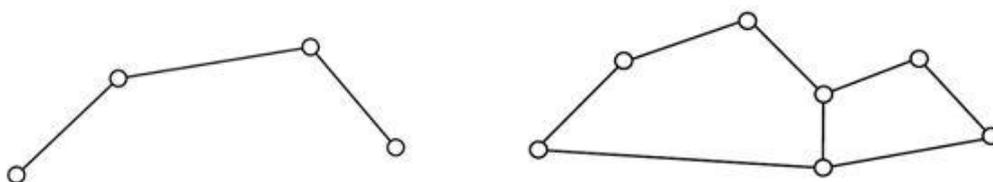


Figura 22. Cadena abierta (izq) y cadena cerrada (dcha).

Las cadenas cinemáticas más importantes son las cadenas cinemáticas de Stephenson y Watt (Figura 23), debido al número de inversiones cinemáticas que se obtienen a partir de ellas (las inversiones cinemáticas se abordan en el apartado 3.3).

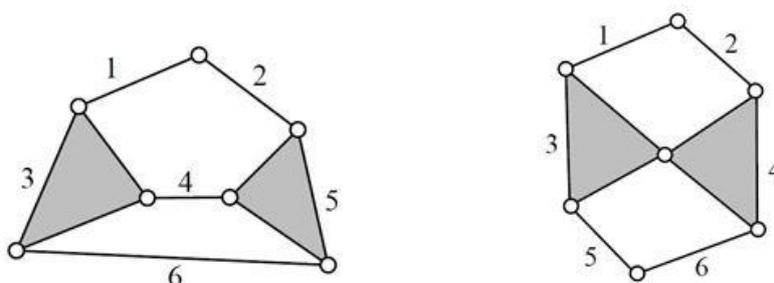


Figura 23. Cadena de Stephenson (izq) y cadena de Watt (dcha).

Se define esquema cinemático como el dibujo que representa, de forma simplificada, un mecanismo para facilitar su estudio cinemático.

3.3.- Inversión cinemática.

Las inversiones cinemáticas son cada uno de los mecanismos diferentes que se obtienen de una misma cadena cinemática. El número de mecanismos estructuralmente diferentes que se pueden obtener de una misma cadena cinemática se denomina número de inversiones.

La cadena de Stephenson tiene tres inversiones distintas: para la primera hay que fijar los eslabones 1 o 2 (Figura 24(a)), para la segunda se fijan los eslabones 4 o 6 (Figura 24(b)) y para la tercera se fijan los eslabones 3 o 5 (Figura 24 (c)).

La cadena de Watt tiene dos inversiones distintas: para la primera hay que fijar los eslabones 1, 2,5 o 6 (Figura 25(a)) y para la segunda se debe de fijar los eslabones 3 o 4 (Figura 25 (b)).

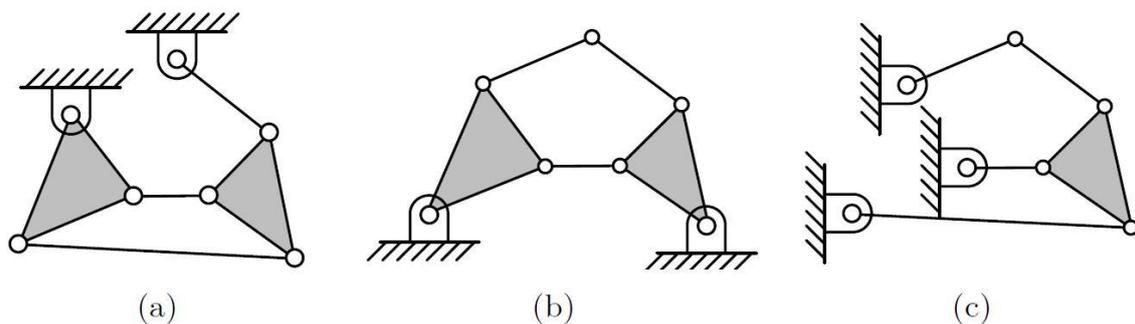


Figura 24. Inversiones de la cadena de Stephenson.

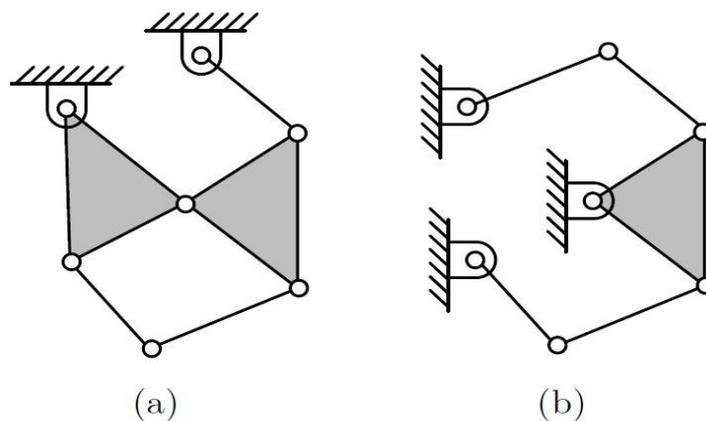


Figura 25. Inversiones de la cadena de Watt.

3.4.- Determinación de los grados de libertad de un mecanismo.

Los grados de libertad (gdl) de un mecanismo dependen del número de eslabones y el número y tipo de elementos de enlace [25].

Un conjunto de N eslabones libres tiene $3N$ grados de libertad en el plano, pues cada eslabón libre tiene 3 grados de libertad. Al fijar un eslabón quedan $3(N - 1)$ grados de libertad, correspondientes a los $N - 1$ eslabones libres que quedan. Para la formación de un mecanismo, unimos a continuación los eslabones mediante pares cinemáticos. Cada nuevo par cinemático restringe movimiento de los eslabones [2].

El número de grados de libertad (gdl) se obtiene restando los grados de libertad restringidos por los pares a los $3(N - 1)$ grados de libertad que tenían los eslabones flotantes, es decir, da lugar a la ecuación de Grübler:

$$gdl = 3(N - 1) - 2p_I - p_{II} \quad (1)$$

donde p_I y p_{II} son los números de pares de un grado de libertad y de dos grados de libertad, respectivamente.

3.5.- Ley de Grashoff.

La ley de Grashoff predice el comportamiento de las inversiones que tiene un cuadrilátero articulado, teniendo en cuenta las longitudes de los eslabones. Para que al menos uno de los eslabones componentes del mecanismo de cuatro barras, pueda dar una revolución completa, es necesario que se cumpla la siguiente condición:

$$a + d \leq c + b \quad (2)$$

siendo los tamaños: $a < b < c < d$

De la aplicación de la desigualdad de Grashoff (ecuación 2), se tienen las siguientes conclusiones:

- La única barra que puede dar vueltas completas con respecto a las demás es la pequeña.
- Si la barra pequeña puede dar vueltas completas con respecto de otra barra, también puede dar vueltas completas con respecto a todas las demás. Si se satisface la desigualdad de Grashoff, el movimiento del cuadrilátero articulado, puede ser:

- **Doble manivela.** Cuando el eslabón pequeño es el fijo, los dos eslabones contiguos al fijo dan vueltas completas (Figura 26(a)).
- **Manivela-balancín.** Sí el eslabón pequeño se encuentra contiguo al eslabón fijo (Figura 26(b)).
- **Doble balancín.** Sí el eslabón pequeño se encuentra opuesto al fijo (Figura 26(c)).

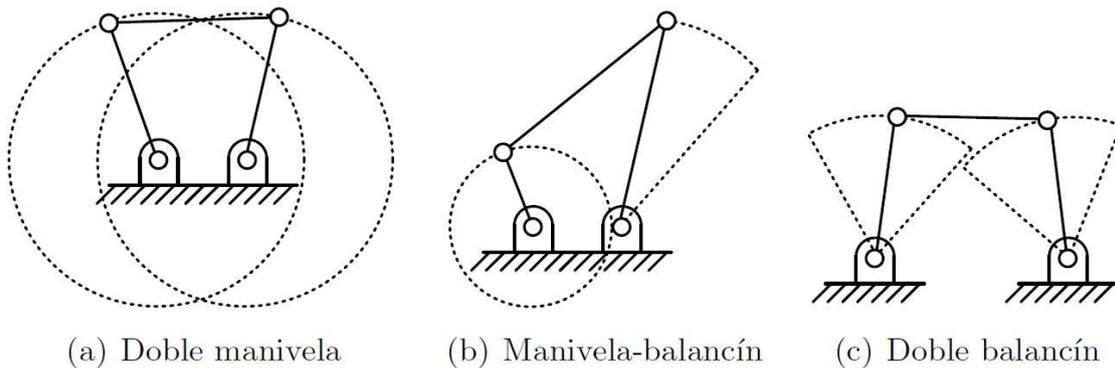


Figura 26. Movimientos de un cuadrilátero articulado.

Cuando la desigualdad de Grashoff, se convierte en una igualdad es decir:

$$b + c = a + d \quad (3)$$

Se está ante el caso límite, por lo que el cuadrilátero pasa por posiciones singulares. En la Figura 27 se muestra el cuadrilátero en una situación de posición singular, en dicha posición el mecanismo pasa a tener dos grados de libertad. Por lo que los extremos de los eslabones a y c podrían ir hacia arriba o hacia abajo independientemente.

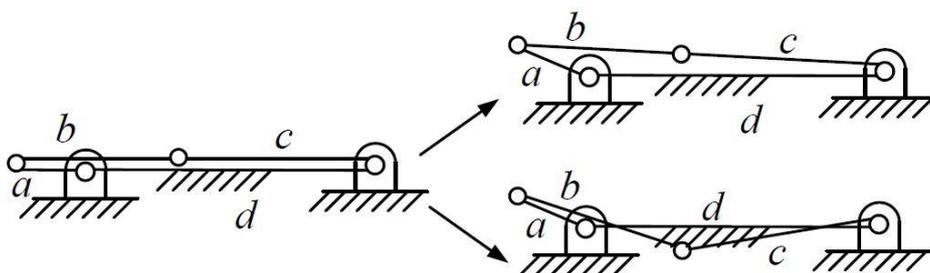


Figura 27. Posición singular con dos posibles caminos.

3.6.- Ventaja mecánica.

La ventaja mecánica es la relación entre el par de salida obtenido y el par motor aplicado [25]. En un cuadrilátero articulado la ventaja mecánica es directamente proporcional al seno del ángulo γ e inversamente proporcional al seno del ángulo β (Figura 28).

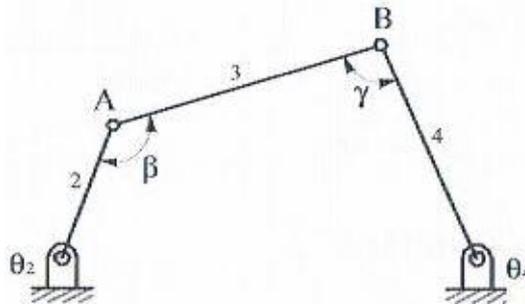


Figura 28. Cuadrilátero articulado.

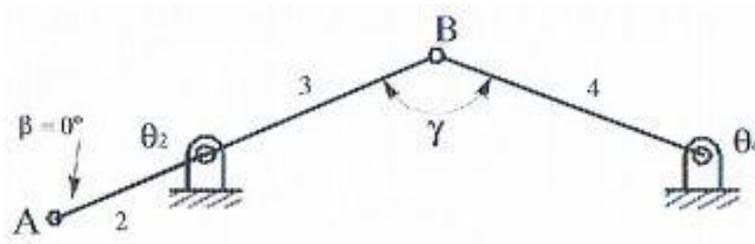


Figura 29. Posición del mecanismo cuando $\beta = 0^\circ$.

A continuación se ve lo que ocurre en algunas posiciones de dicho mecanismo, ya que la ventaja mecánica varía para cada posición.

Cuando el ángulo $\beta = 0^\circ$, el $\sin \beta = 0$ y su consecuencia es que la ventaja mecánica es infinita. De esta manera para vencer cualquier par resistente tan sólo se necesita un par motor pequeño (Figura 29).

Sí el ángulo $\beta = 180^\circ$, también tenemos que $\sin \beta = 0$. En el caso de que $\gamma = 0$, el $\sin \gamma = 0$, lo que se tendría un rendimiento mecánico cero (Figura 30 izq).

Hay que tener en cuenta, que el ángulo γ no sea demasiado pequeño, debido a que si es así el rendimiento mecánico disminuye bastante. Por lo general se debe de usar un mecanismo sí $\gamma > 45^\circ$ (Figura 30 dcha).

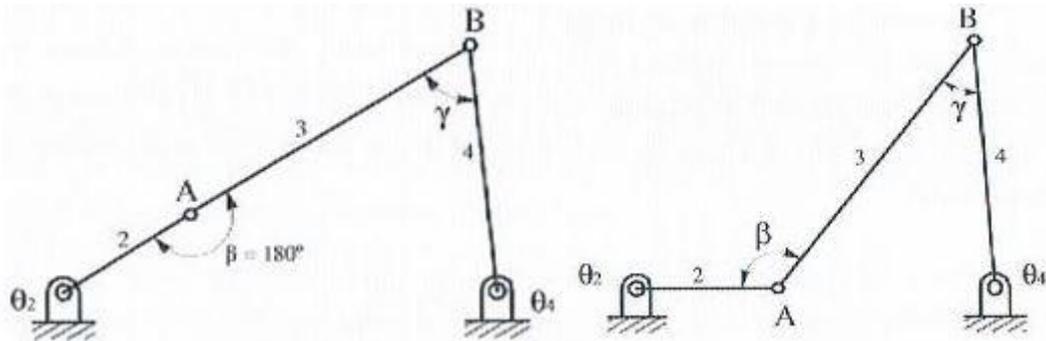


Figura 30. Posición del mecanismo cuando $\beta = 180^\circ$ (izq) y posición del mecanismo cuando $\gamma < 45^\circ$ (dcha).

3.7.- Punto muerto.

Un mecanismo se encuentra en punto muerto cuando hay dos eslabones alineados y se da lugar a dos tipos de rendimientos siendo estos cero o infinito.

En el cuadrilátero articulado siguiente (Figura 31), la posición definida por $2'$ y $4'$ marca punto muerto del cual no se puede salir en posición estática, por lo que se está ante un rendimiento cero. En cambio la posición definida por $2''$ y $4''$ marca el otro punto muerto, pero en cambio este mecanismo puede seguir su trayectoria por sí mismo, así que el rendimiento es infinito.

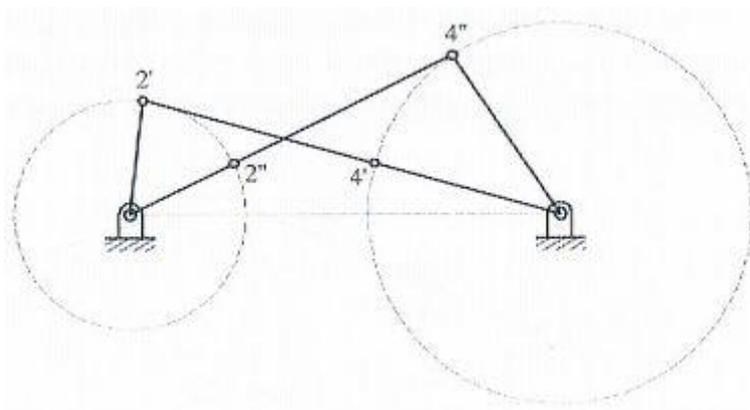


Figura 31. Mecanismo con dos posiciones de punto muerto.

3.8.- Cinemática del sólido rígido.

El análisis cinemático de un mecanismo consiste en el cálculo de la posición, velocidad y aceleración de cualquier punto o eslabón del mecanismo.

3.8.1.- Método gráfico. Centro Instantáneo de Rotación.

3.8.1.1.- Centro instantáneo de rotación de un sólido rígido.

El desplazamiento que realiza un sólido rígido en el plano, es considerado como una rotación alrededor de un punto. Dicho punto es denominado centro instantáneo de rotación (CIR).

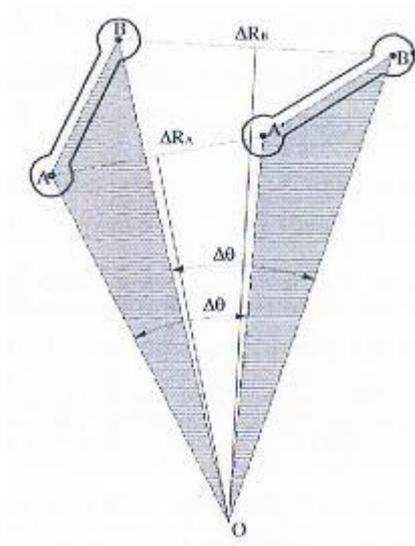


Figura 32. Centro instantáneo de rotación de un sólido rígido (CIR).

Se tiene un sólido, el cual, se desplaza de la posición AB a la posición A'B', este cambio se puede deber a una rotación pura del triángulo OAB alrededor de O. Este punto surge de la intersección de las mediatrices de los segmentos AA' y BB'. Por lo tanto se puede obtener los desplazamientos de los puntos A y B en función de la distancia al centro O y del desplazamiento angular del sólido $\Delta\theta$.

$$AA' = \Delta R_A = 2 * (OA) * \sin(\Delta\theta/2) \quad (3)$$

$$BB' = \Delta R_B = 2 * (OB) * \sin(\Delta\theta/2) \quad (4)$$

Se debe de tener en cuenta un tiempo infinitesimal, los desplazamientos valdrán:

$$dR_A = 2 * (OA) * \sin(d\theta/2) \rightarrow dR_A = OA * d\theta \quad (5)$$

$$dR_B = 2 * (OB) * \sin(d\theta/2) \rightarrow dR_B = OB * d\theta \quad (6)$$

Para obtener las velocidades instantáneas de A y B, sólo se tiene que dividir las ecuaciones 6 y 7 entre dt. Cuyos módulos son:

$$V_A = OA * \frac{d\theta}{dt} \rightarrow V_A = OA * \omega \quad (7)$$

$$V_B = OB * \frac{d\theta}{dt} \rightarrow V_B = OB * \omega \quad (8)$$

El módulo de la velocidad de cualquier punto del sólido valdrá:

$$V = \omega * R \quad (9)$$

donde

ω expresa la velocidad angular del sólido en radianes por unidad de tiempo.

R es el radio instantáneo de rotación del punto.

Todas las velocidades tienen que tener dirección perpendicular a sus radios instantáneos de rotación. De este modo, si se conoce las direcciones de las velocidades de dos puntos de un mismo eslabón, se puede conocer el CIR del eslabón.

En ciertas ocasiones es más sencillo calcular el módulo de las velocidades con métodos gráficos. A continuación se muestra la Figura 33, en la cual se desarrolla como calcular las velocidades \vec{V}_B y \vec{V}_C , cuando ya se conoce el CIR del sólido y la velocidad de un punto del mismo (\vec{V}_A). Se debe de cumplir que:

$$\frac{V_A}{OA} = \frac{V_B}{OB'} = \frac{V_C}{OC''} = \omega \quad (10)$$

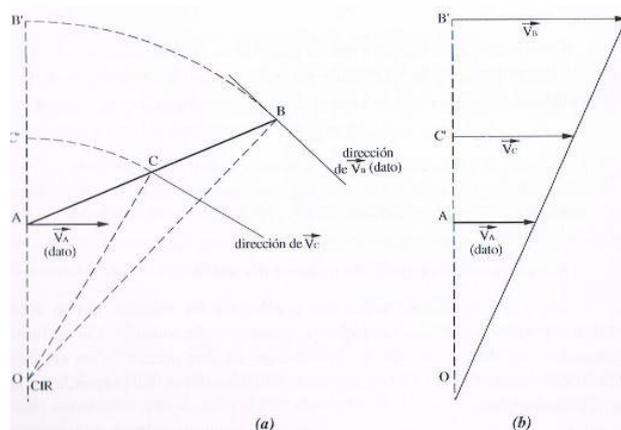


Figura 33. Velocidades de los puntos de un sólido rígido.

3.8.1.2.- Centro instantáneo de rotación de una pareja de eslabones.

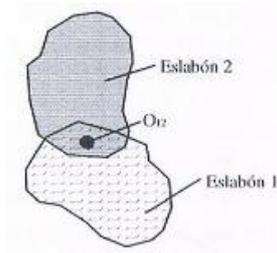


Figura 34. CIR de una pareja de eslabones.

En este apartado se definirá el CIR de una pareja de eslabones, sin tener en cuenta cuál de los dos está fijo y cual móvil. El CIR en este caso se trata del punto alrededor del cual se puede considerar que uno de los eslabones, gira con respecto al otro en un instante de tiempo dado.

En la Figura 34, se puede ver como el CIR es el punto O_{12} , es la articulación que une el eslabón 2 al eslabón 1. Es decir, el eslabón 2 gira alrededor de dicho punto respecto al eslabón 1. La condición de CIR es que los puntos, del mismo eslabón, que coinciden en el mismo, deben tener la misma velocidad absoluta. Esto es lo mismo que decir que tienen velocidad relativa nula.

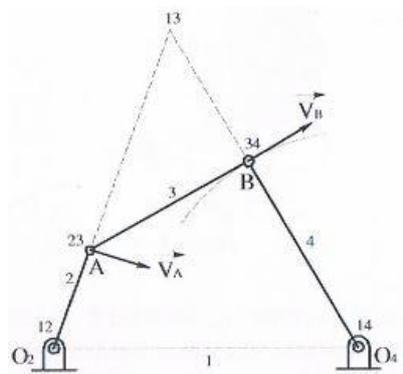


Figura 35. CIR de un cuadrilátero articulado.

A continuación, se calcula los CIR de un mecanismo de cuatro barras (Figura 35). Hay un CIR por cada dos eslabones, para saber el número total hay que establecer todas las combinaciones posibles, tomadas de dos en dos. Así que el número de CIR será:

$$N = \frac{n*(n-1)}{2} \rightarrow N = \frac{4*(4-1)}{2} = 6 \tag{11}$$

donde

N es el número de CIR.

n es el número de eslabones.

Los CIR que son fáciles de hallar son los siguientes: 12, 23, 34 y 14, debido a que cada pareja de eslabones forman un par de rotación unido por un enlace que no es más que el punto de giro de un eslabón respecto a otro. Ya sólo queda por conocer los dos últimos CIR del mecanismo, que son 13 y 24.

Para conocer el CIR 13, se considera que los puntos A y B pertenecen al eslabón 3, así que el CIR 13 está en la intersección de las perpendiculares a los vectores de las velocidades de los puntos A y B del eslabón 3 (Figura 35).

Para la obtención del CIR 24 es igual que el 13, pero teniendo en cuenta la inversión del mecanismo (Figura 36). En las inversiones de una cadena cinemática se mantienen los movimientos relativos entre sus eslabones.

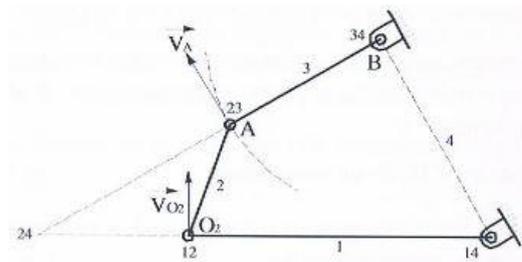


Figura 36. Inversión del cuadrilátero para conocer sus CIRs.

3.8.1.3.- Teorema de los tres centros o de Kennedy.

El Teorema de Kennedy sirve para calcular los CIR de un mecanismo sin tener que hacer las inversiones de los mecanismos. Los tres CIR relativos de tres eslabones con movimiento plano, deben de estar siempre alineados en una línea recta.

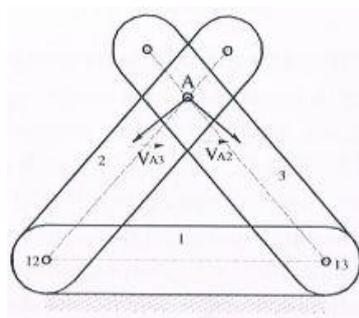


Figura 37. Teorema de Kennedy.

Para la demostración de dicho teorema, hay que fijarse en la Figura 37, la cual representa un conjunto de eslabones (1, 2 y 3), con movimiento relativo entre ellos. Los eslabones 2 y 3 están unidos al 1 formando dos pares giratorios, así que los CIR 12 y 13 son bastante fáciles de localizar.

Los eslabones 2 y 3 no están unidos físicamente, pero existe un punto alrededor del cual el eslabón 2 gira respecto al 3 en un instante, dicho punto es el CIR 23 y como no sabemos dónde se encuentra, supondremos que se encuentra en el punto A de la Figura 37.

En dicho caso, el punto A se comportaría como una articulación ente 2 y 3. Si pertenece al eslabón 2 su velocidad debe de ser perpendicular a su radio de giro, pero si pertenece al eslabón 3, ocurre exactamente lo mismo que con el eslabón 2 y ambas direcciones no son coincidentes. Así que para que se cumpla estas dos últimas condiciones el CIR 23 tiene que estar en la recta definida por 12 y 13.

El Teorema de Kennedy es válido para cualquier terna de eslabones que tenga movimiento relativo plano.

3.8.1.4.- Localización de los CIR de un mecanismo.

Se aplicarán las siguientes reglas para localizar los CIR de los eslabones de un mecanismo:

- Se identificarán los correspondientes a dos eslabones unidos por un par de rotación.
- En eslabones unidos por un par de traslación, el CIR estará en el centro de curvatura del eslabón soporte. Si el desplazamiento es recto, el centro está en el infinito.
- Podemos también encontrar el CIR de un eslabón respecto de otro trazando perpendiculares a las velocidades de dos puntos y obteniendo su punto de intersección.
- El resto deberá ser obtenido a través del Teorema de Kennedy aplicándolo a los grupos de tres eslabones de mecanismo.

3.8.1.5.- Aplicación de los CIR al cálculo de la velocidad.

El cálculo de las velocidades utilizando los CIR, nos permite calcular directamente la velocidad de cualquier punto del mecanismo sin necesidad de calcular primero las velocidades de otros puntos.

El proceso para el cálculo de velocidades mediante CIR es el siguiente:

- Se identifican los eslabones a los que pertenecen. El punto de velocidad conocida, el punto de velocidad desconocida y el eslabón de referencia o barra fija.
- Se hallan los tres CIR relativos correspondientes a las tres barras citadas, que estarán alineados según nos indica el **Teorema de Kennedy**.
- Se calcula la velocidad del CIR relativo de los dos eslabones no fijos, considerándolo como un punto perteneciente a la barra de velocidad conocida.
- Se considera la velocidad hallada como la de un punto del eslabón cuya velocidad se quiere hallar. Conociendo la velocidad de un punto del eslabón y su centro de giro, se puede encontrar la velocidad de cualquier otro punto del mismo.

3.8.1.6.- Aplicación de los CIR a un mecanismo de cuatro barras.

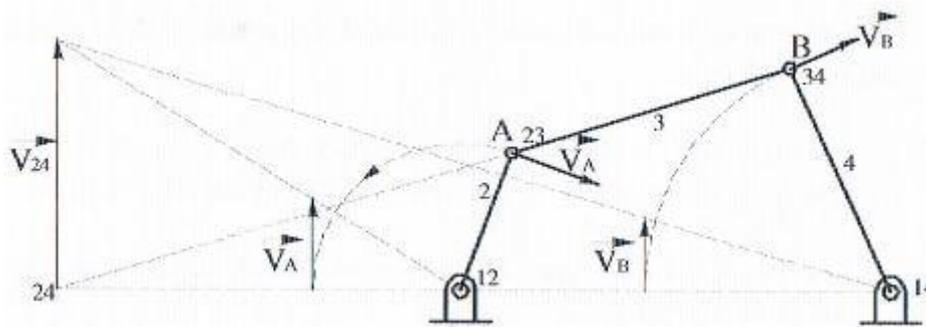


Figura 38. Mecanismo de cuatro barras con sus velocidades a partir de sus CIRs.

Ahora se calculará la velocidad del punto B (V_B), se conoce de antemano la velocidad del punto A (V_A). Los pasos a seguir son:

- Identificación de la barra a la que pertenece el punto de velocidad conocida, V_A , es decir la barra 2, la del punto que se quiere calcular, V_B , es decir la barra 4 y la barra de referencia, barra 1.
- Se sitúan los CIR comunes a las tres barras: 12, 14 y 24.
- Se halla la velocidad común de las barras que no están fijas, por lo que se calcula V_{24} perteneciente al eslabón 2.

$$V_{24} = (12 - 24) * \omega_2 \quad V_A = (12 - 23) * \omega_2 \quad (12)$$

que despejando e igualando ω_2 y a continuación despejando V_{24} , tenemos:

$$V_{24} = \frac{(12-24)}{(12-23)} * V_A \quad (13)$$

- Se traslada la velocidad V_{24} al eslabón donde se encuentra el punto que se quiere tener su velocidad y se obtiene:

$$V_{24} = (14 - 24) * \omega_4 \quad V_B = (14 - 34) * \omega_4 \quad (14)$$

que despejando e igualando ω_4 y a continuación despejando V_B , tenemos:

$$V_B = \frac{(14-34)}{(14-24)} * V_{24} \quad (15)$$

Puede que se necesite calcular las velocidades angulares del mecanismo:

$$\omega_4 = \frac{(12-24)}{(14-24)} * \omega_2 \quad \omega_2 = \frac{V_{24}}{(12-24)} \quad \omega_4 = \frac{V_{24}}{(14-24)} \quad (16)$$

En la Figura 38 se representa de forma gráfica el cálculo de las velocidades de un mecanismo mediante la aplicación de los centros instantáneos de rotación (CIR).

3.8.2.- Métodos analíticos.

Los métodos gráficos han sido fundamentales en el análisis de los mecanismos, debido a que tienen un gran interés pedagógico y se utilizan para cuando sólo se quiere conocer un mecanismo en una única posición, son bastantes sencillos y nos da una visión amplia del funcionamiento del mecanismo.

La resolución de mecanismos con métodos analíticos es más complicada, ya que se tiene que invertir más tiempo, es más fácil cometer errores y se hace necesaria la utilización del ordenador.

Los métodos analíticos tratan de obtener una expresión analítica de las variables que se desean determinar, en función de las dimensiones del mecanismo y de los datos del eslabón motor.

En los métodos analíticos destacan el método trigonométrico, el método de Raven y el análisis complejo.

3.8.2.1.- Método trigonométrico.

Este método no es muy utilizado debido a que para calcular la velocidad y la aceleración del mecanismo, hay que derivar, la ecuación que se obtiene de la posición, una

vez (velocidad) y dos veces (aceleración) y salen ecuaciones bastantes complejas para la resolución.

3.8.2.2.- Método de Raven.

La resolución de mecanismos a través del método de Raven, parte de la aplicación de la ecuación de cierre. Se sustituyen los vectores por números complejos expresados en forma exponencial y después se separa la parte real de la imaginaria, de este modo se obtiene un sistema de ecuaciones lineal.

A continuación se desarrolla las ecuaciones genéricas para calcular la posición, velocidad y aceleración de un mecanismo de cuatro barras a través del método de Raven.

3.8.2.2.1.- Análisis de un mecanismo de cuatro barras. Posición, velocidad y aceleración angular de sus eslabones.

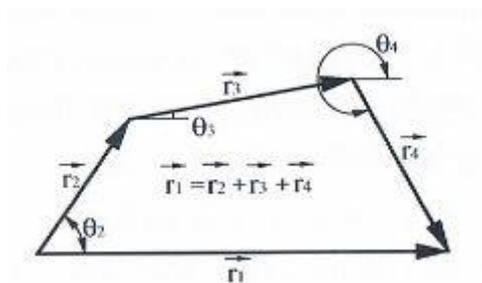


Figura 39. Método Raven.

Se supone conocidas las dimensiones de los eslabones (r_1, r_2, r_3, r_4) y la posición, velocidad y aceleración del eslabón 2, ya que es el eslabón de entrada ($\theta_2, \omega_2, \alpha_2$). Se quiere obtener la posición, velocidad y aceleración de los eslabones 3 y 4 ($\theta_3, \omega_3, \alpha_3, \theta_4, \omega_4, \alpha_4$).

3.8.2.2.1.1.- Posición angular de los eslabones.

Se toma la ecuación que hay escrita dentro de la Figura 39, se expresan los vectores de la ecuación de cierre mediante con números complejos en su forma de módulo y argumento, por lo que se tiene:

$$r_1 e^{i\theta_1} = r_2 e^{i\theta_2} + r_3 e^{i\theta_3} + r_4 e^{i\theta_4} \quad (17)$$

Ahora se pasa la ecuación 17 a la forma trigonométrica y se separa la parte real de la imaginaria, por lo que se obtendría:

$$r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) + r_3(\cos \theta_3 + i \sin \theta_3) + r_4(\cos \theta_4 + i \sin \theta_4) \quad (18)$$

$$\begin{cases} r_1 \cos \theta_1 = r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 + r_4 \cos \theta_4 \\ r_1 \sin \theta_1 = r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 + r_4 \sin \theta_4 \end{cases} \quad (19)$$

Por último sólo queda resolver el sistema de ecuaciones 20, para obtener las variables siempre en función del eslabón de entrada.

3.8.2.2.1.2.- Velocidad angular de los eslabones.

Para el cálculo de las velocidades angulares de los eslabones 3 y 4, se deriva la ecuación 3.18 con respecto al tiempo, como $\theta_1 = 0^\circ$, al derivar dicha ecuación el término es cero, así que se tendrá la siguiente ecuación:

$$r_2 e^{i\theta_2} i \frac{d\theta_2}{dt} + r_3 e^{i\theta_3} i \frac{d\theta_3}{dt} + r_4 e^{i\theta_4} i \frac{d\theta_4}{dt} = 0 \quad (20)$$

Como se sabe que la derivada del ángulo con respecto al tiempo es la velocidad angular, la ecuación 20 quedará:

$$i\omega_2 r_2 e^{i\theta_2} + i\omega_3 r_3 e^{i\theta_3} + i\omega_4 r_4 e^{i\theta_4} = 0 \quad (21)$$

Si se hace como para la posición, es decir escribir la ecuación 21 en forma trigonométrica y separar la parte real de la imaginaria, se tendría:

$$r_2 \omega_2 (i \cos \theta_2 - \sin \theta_2) + r_3 \omega_3 (i \cos \theta_3 - \sin \theta_3) + r_4 \omega_4 (i \cos \theta_4 - \sin \theta_4) = 0 \quad (22)$$

$$\begin{cases} -r_2 \omega_2 \sin \theta_2 - r_3 \omega_3 \sin \theta_3 - r_4 \omega_4 \sin \theta_4 = 0 \\ r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + r_3 \omega_3 \cos \theta_3 + r_4 \omega_4 \cos \theta_4 = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Por último sólo queda resolver el sistema de ecuaciones 24, para obtener las variables siempre en función del eslabón de entrada.

3.8.2.2.1.3.- Aceleración angular de los eslabones.

Se tiene que obtener la segunda derivada de la ecuación de cierre para poder hallar las aceleraciones de los eslabones 3 y 4. Para ello, se coge la ecuación 20, ya que es la primera ecuación derivada de la ecuación de cierre y de este modo sólo queda volver a derivar una vez más. Se obtiene de esa segunda derivada, la siguiente ecuación:

$$-r_2 e^{i\theta_2} \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + i r_2 e^{i\theta_2} \frac{d^2\theta_2}{dt^2} - r_3 e^{i\theta_3} \frac{d^2\theta_3}{dt^2} + i r_3 e^{i\theta_3} \frac{d^2\theta_3}{dt^2} - r_4 e^{i\theta_4} \frac{d^2\theta_4}{dt^2} + i r_4 e^{i\theta_4} \frac{d^2\theta_4}{dt^2} = 0 \quad (24)$$

Al separar la parte real de la imaginaria, se obtiene:

$$\begin{cases} -r_2(\omega_2^2 \cos \theta_2 + \alpha_2 \sin \theta_2) - r_3(\omega_3^2 \cos \theta_3 + \alpha_3 \sin \theta_3) - r_4(\omega_4^2 \cos \theta_4 + \alpha_4 \sin \theta_4) = 0 \\ -r_2(\omega_2^2 \sin \theta_2 - \alpha_2 \cos \theta_2) - r_3(\omega_3^2 \sin \theta_3 - \alpha_3 \cos \theta_3) - r_4(\omega_4^2 \sin \theta_4 - \alpha_4 \cos \theta_4) = 0 \end{cases} \quad (25)$$

Por último sólo queda resolver el sistema de ecuaciones 25, para obtener las variables siempre en función del eslabón de entrada.

3.8.2.3.- Análisis complejo.

3.8.2.3.1.- Posición, desplazamiento y velocidad angular de un sólido.

Un movimiento de un sólido es una combinación de dos movimientos: el desplazamiento de un punto del sólido y un giro del sólido alrededor de un punto.

3.8.2.3.1.1.- Posición angular de un sólido.

La posición angular de un sólido para que sea conocida, tan sólo se necesita conocer el ángulo que forma una línea entre dos puntos (línea AB en la Figura 40) con el eje de abscisas del sistema de coordenadas.

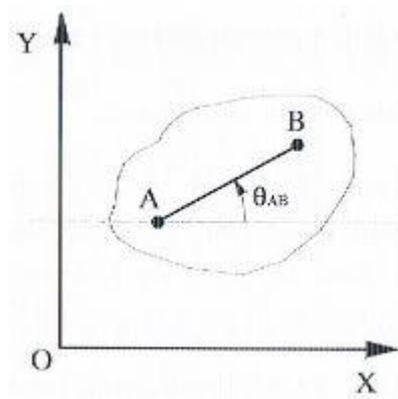


Figura 40. Posición angular de un sólido.

3.8.2.3.1.2.- Desplazamiento angular de un sólido.

Cuando un sólido cambia de posición angular, se dice que se ha producido un desplazamiento angular del mismo.

$$\theta_{A'B'} = \theta_{AB} + \Delta\theta_{AB} \quad (26)$$

Así que el desplazamiento angular de un sólido $\Delta\theta_{AB}$ (Figura 41) no depende de la trayectoria seguida, sino de la posición angular inicial y final.

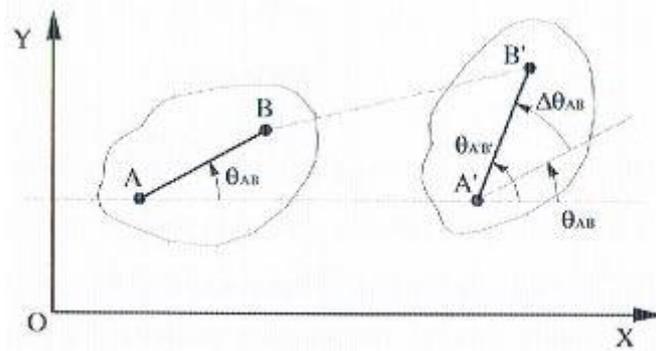


Figura 41. Desplazamiento angular de un sólido.

3.8.2.3.1.3.- Velocidad angular de un sólido.

La velocidad angular de un sólido es la relación entre su desplazamiento angular y el tiempo empleado en el mismo. Cuando el tiempo es un dt , la velocidad se denomina velocidad angular instantánea o velocidad angular.

$$\omega_{AB} = \frac{d\theta_{AB}}{dt} \quad (27)$$

3.8.2.3.2.- Método de las velocidades relativas.

3.8.2.3.2.1.- Velocidad relativa entre dos puntos del mismo eslabón.

Sea el cuerpo AB que se ha desplazado a $A'B'$ durante un instante de tiempo Δt . La ecuación vectorial para el desplazamiento de B será (Figura 42b):

$$\Delta \vec{R}_B = \Delta \vec{R}_A + \Delta \vec{R}_{BA} \quad (28)$$

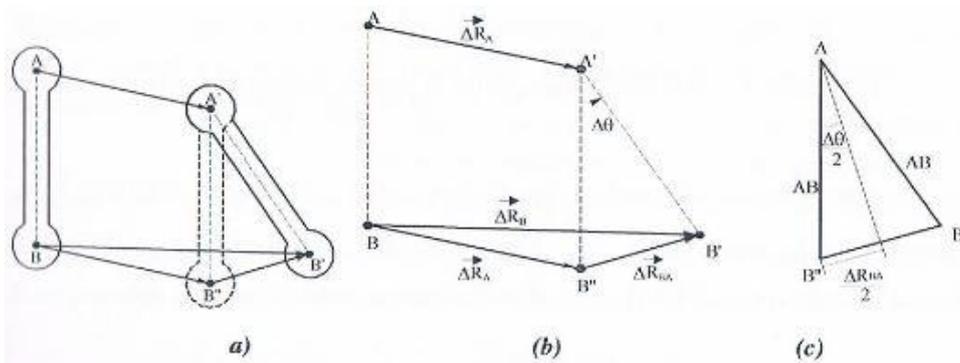


Figura 42. Velocidad relativa entre dos puntos pertenecientes al mismo eslabón.

la distancia AB no puede variar, debido a que dichos puntos pertenecen a un mismo eslabón, así que el único movimiento posible de B respecto a A es un giro con radio AB . De este modo el desplazamiento relativo $\Delta \vec{R}_{BA}$ será siempre un giro de B alrededor de A .

Sí se divide la ecuación 28 entre el tiempo, tendremos:

$$\frac{\Delta \vec{R}_B}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{R}_A}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{R}_{BA}}{\Delta t} \rightarrow \vec{V}_{Bmed} = \vec{V}_{Amed} + \vec{V}_{BAmed} \quad (29)$$

la velocidad media relativa de B respecto de A (\vec{V}_{BAmed}), se puede calcular como:

$$\vec{V}_{BAmed} = \frac{\Delta R_{BA}}{\Delta t} = \frac{2 \sin(\Delta\theta/2)}{\Delta t} * AB \quad (30)$$

donde $\Delta\theta$ es el desplazamiento angular del cuerpo (Figura 42c).

Si los desplazamientos en vez de tener lugar durante un intervalo de tiempo, se tienen en un período infinitesimal dt , las velocidades medias pasan a ser velocidades instantáneas.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \quad (31)$$

El módulo de la velocidad instantánea relativa (\vec{V}_{BA}), se obtiene de la ecuación 30 sustituyendo los intervalos de tiempo por períodos infinitesimales:

$$V_{BA} = \frac{2 \sin(d\theta/2)}{dt} * AB = \frac{d\theta}{dt} * AB \rightarrow V_{BA} = \omega * AB \quad (32)$$

o lo que es lo mismo, pero teniendo en cuenta que se trata de vectores:

$$\vec{V}_{BA} = \vec{\omega} \wedge \vec{AB} \quad (33)$$

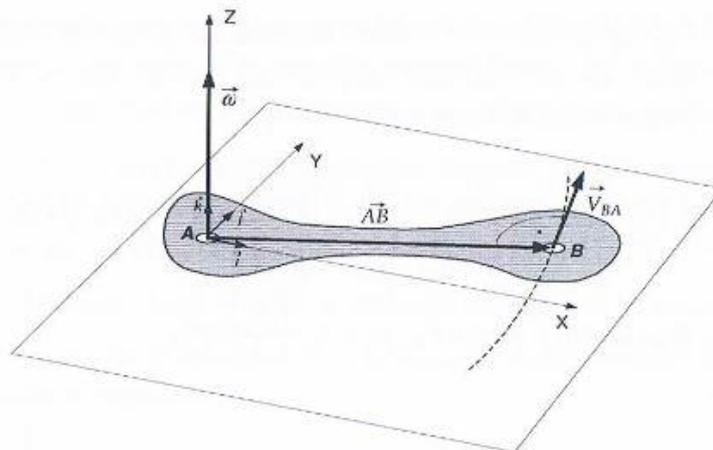


Figura 43. Velocidad relativa del punto B con respecto al A.

3.8.2.3.2.2.- Aplicación del método de velocidades relativas a un eslabón.

La ecuación obtenida anteriormente (ecuación 33) es la base del método de velocidades relativas, se trata de una ecuación vectorial. La cual permite calcular una incógnita

vectorial o dos incógnitas algebraicas, como un módulo y una dirección, dos módulos o dos direcciones.

En la Figura 44a se muestran los puntos A, B y C que pertenecen a un eslabón que se mueve con una velocidad angular ω desconocida. Conocemos la velocidad \vec{V}_A y la dirección de la velocidad del punto B. Para conocer el módulo de la velocidad del punto B, aplicaremos la siguiente ecuación:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \quad (34)$$

Ahora se estudia cada término de esta ecuación:

- \vec{V}_A es un vector conocido en módulo y dirección, definido por $\vec{V}_A = V_{Ax}\vec{i} + V_{Ay}\vec{j}$
- \vec{V}_B es un vector de dirección conocida y módulo desconocido. Suponiendo su sentido hacia arriba y a la izquierda, la velocidad vale $\vec{V}_B = V_B \cos \theta \vec{i} + V_B \sin \theta \vec{j}$
- \vec{V}_{BA} es un vector de módulo desconocido ya que no sabemos el valor de la velocidad angular del sólido (ω) y dirección perpendicular al segmento AB. Así que:

$$\vec{V}_{BA} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ AB_x & AB_y & 0 \end{vmatrix} = -\omega AB_y \vec{i} + \omega AB_x \vec{j} + 0 \vec{k} \quad (35)$$

donde

$$AB_x = AB * \cos \theta_{AB} \quad \text{y} \quad AB_y = AB * \sin \theta_{AB} \quad (36)$$

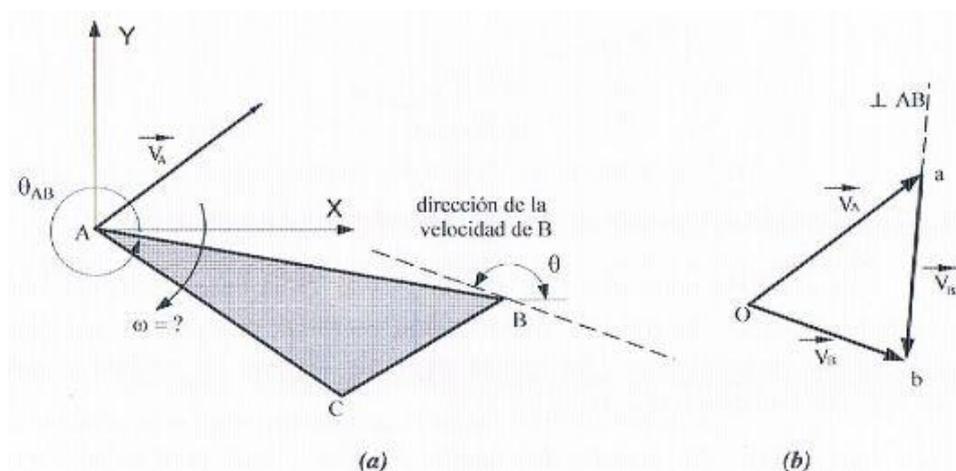


Figura 44. Eslabón compuesto por tres puntos (a) y cinemática de velocidades (b).

Sustituyendo en la ecuación 34, nos quedaría de la siguiente manera:

$$V_B \cos \theta \vec{i} + V_B \sin \theta \vec{j} = V_{Ax} \vec{i} + V_{Ay} \vec{j} - \omega AB_y \vec{i} + \omega AB_x \vec{j} \quad (37)$$

al separar la ecuación 37, obtenemos dos ecuaciones algebraicas, que son las siguientes:

$$V_B \cos \theta = V_{Ax} - \omega * AB_y \quad (38)$$

$$V_B \sin \theta = V_{Ay} + \omega * AB_x \quad (39)$$

Lo que se desconoce de las dos últimas ecuaciones son el módulo de V_B y la velocidad angular ω , por lo que el problema está definido.

Hay otra forma de resolver la ecuación vectorial y el modo es gráficamente, teniendo en cuenta el cinema de velocidades (Figura 42b). En este caso se dibuja a partir del polo de velocidades, en este caso sería O, el valor de la velocidad conocida \vec{V}_A y se cierra el cinema dibujando desde el polo. La dirección conocida de la velocidad \vec{V}_B y desde el extremo de la velocidad \vec{V}_A , perpendicularmente al segmento AB, se dibuja la dirección de la velocidad \vec{V}_{BA} .

3.8.2.3.2.3.- Cálculo de las velocidades en un mecanismo de cuatro barras.

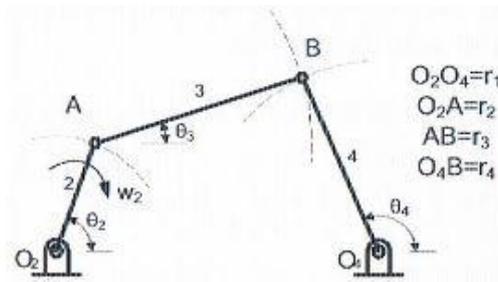


Figura 45. Mecanismo de cuatro barras.

En la figura de arriba (Figura 45) se representa un mecanismo de cuatro barras, en el cual son conocidos todos sus eslabones: O_2A , AB , O_4B y O_2O_4 . Como se trata de un mecanismo de un grado de libertad, podemos calcular su posición y velocidad de cualquiera de sus eslabones, a partir de la posición y velocidad de uno de ellos. Se conoce θ_2 y ω_2 y se quiere calcular θ_3 , θ_4 , ω_3 y ω_4 .

En primer lugar se tiene que calcular las posiciones, se puede hacer de dos formas, una es simplemente dibujar el mecanismo a escala en la posición θ_2 (Figura 45) y la otra forma es plantear las ecuaciones necesarias mediante trigonometría. En este caso, se hará de la segunda manera.

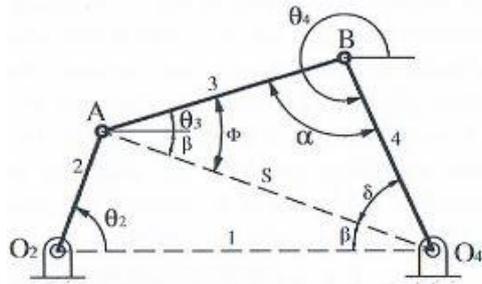


Figura 46. Cuadrilátero articulado cuando $0^\circ < \theta_2 < 180^\circ$.

Para determinar θ_3 y θ_4 , primero tenemos que conocer el valor de la longitud s y los ángulos β , δ y ϕ . El valor de s se determina con el triángulo formado por O_2O_4A :

$$s = \sqrt{(r_1)^2 + (r_2)^2 - 2 * r_1 * r_2 * \cos \theta_2} \quad (40)$$

del mismo triángulo podemos sacar la siguiente ecuación, que también se cumple:

$$s * \sin \beta = r_2 * \sin \theta_2 \quad (41)$$

De esta ecuación se sabe el valor de β :

$$\beta = \arcsin\left(\frac{r_2}{s} * \sin \theta_2\right) \quad (42)$$

Los ángulos δ y ϕ , los cuales son formados con los eslabones 3, 4 y la diagonal s , se determinan a partir del triángulo formado por ABO_4 :

$$r_4^2 = r_3^2 + s^2 - 2 * r_3 * s * \cos \phi \quad (43)$$

de esta ecuación se puede sacar el valor de ϕ :

$$\phi = \arccos\left(\frac{r_3^2 + s^2 - r_4^2}{2 * r_3 * s}\right) \quad (44)$$

Se puede afirmar que:

$$r_4 * \sin \delta = r_3 * \sin \phi \quad (45)$$

de donde:

$$\delta = \arcsin\left(\frac{r_3}{r_4} * \sin \phi\right) \quad (46)$$

Una vez que se tiene esto, ya se puede calcular los valores de los ángulos θ_3 y θ_4 :

- Sí θ_2 está entre 0 y 180°

$$\theta_3 = \phi - \beta \quad (47)$$

$$\theta_4 = 360 - (\beta - \delta) \quad (48)$$

– Sí $\theta_2 > 180^\circ$

$$\theta_3 = \phi + \beta \quad (49)$$

$$\theta_4 = 360 - (\delta - \beta) \quad (50)$$

– Sí el mecanismo es cruzado se tiene dos casos también:

- Sí $0^\circ < \theta_2 < 180^\circ$

$$\theta_3 = 360 - (\phi + \beta) \quad (51)$$

$$\theta_4 = \delta - \beta \quad (52)$$

- Sí $180^\circ < \theta_2 < 360^\circ$

$$\theta_3 = 360 - (\phi - \beta) \quad (53)$$

$$\theta_4 = \delta + \beta \quad (54)$$

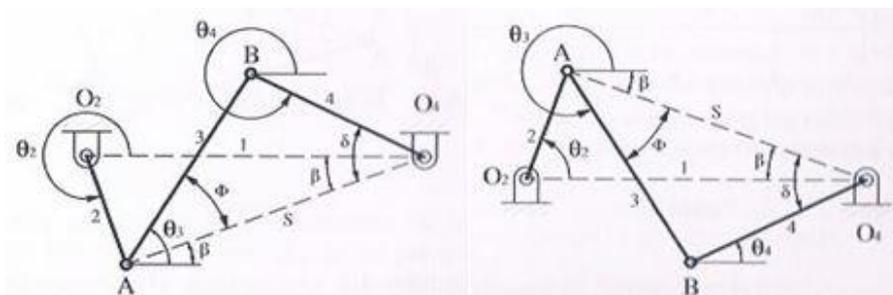


Figura 47. Cuadrilátero articulado $180^\circ < \theta_2 < 360^\circ$ (izqda) e inversión cuando $0^\circ < \theta_2 < 180^\circ$ (dcha).

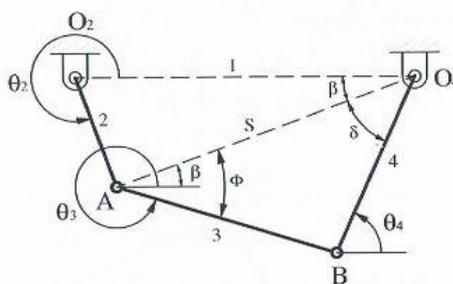


Figura 48. Inversión cuando $180^\circ < \theta_2 < 360^\circ$.

Una vez conocidas las posiciones, ya se puede conocer las velocidades. Primero se calculará la velocidad del punto A, \vec{V}_A . El módulo y la dirección vienen dado por la siguiente ecuación:

$$\vec{V}_A = \vec{\omega}_2 \wedge \vec{r}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ r_2 * \cos \theta_2 & r_2 * \sin \theta_2 & 0 \end{vmatrix} \quad (55)$$

La dirección de \vec{V}_A será perpendicular a O_2A y su sentido viene dado por el sentido de giro de ω_2 , en este caso, en sentido horario por lo que tendrá un valor negativo.

Ahora calcularemos la velocidad del punto B, \vec{V}_B . El módulo y la dirección de \vec{V}_B será:

$$\vec{V}_B = \vec{\omega}_4 \wedge \vec{r}_4 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_4 \\ r_4 * \cos \theta_4 & r_4 * \sin \theta_4 & 0 \end{vmatrix} \quad (56)$$

El módulo de \vec{V}_B no se puede calcular, debido a que se desconoce el valor de ω_4 y la dirección de la velocidad del punto B, \vec{V}_B , tiene que ser perpendicular a su radio de giro O_4B .

Aplicando el método de las velocidades relativas, se puede calcular el módulo de \vec{V}_B :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \quad (57)$$

Ahora se estudia la velocidad \vec{V}_{BA} , ya que de \vec{V}_A se conoce el vector entero, pero de \vec{V}_B sólo se conoce la dirección.

El módulo y la dirección de la velocidad del punto B en su giro alrededor de A, \vec{V}_{BA} vale:

$$\vec{V}_{BA} = \vec{\omega}_3 \wedge \vec{r}_3 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ r_3 * \cos \theta_3 & r_3 * \sin \theta_3 & 0 \end{vmatrix} \quad (58)$$

de la ecuación 58, sólo se conoce la dirección de \vec{V}_{BA} , debido a que ω_3 es desconocido y por lo tanto no se puede conocer el módulo de \vec{V}_{BA} . La dirección de la velocidad \vec{V}_{BA} será perpendicular a AB.

Para conocer tanto ω_3 como ω_4 se tiene la siguiente ecuación:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_4 \\ r_4 * \cos \theta_4 & r_4 * \sin \theta_4 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ r_2 * \cos \theta_2 & r_2 * \sin \theta_2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ r_3 * \cos \theta_3 & r_3 * \sin \theta_3 & 0 \end{vmatrix} \quad (59)$$

Que si se desarrolla y se separa en sus componentes, se tiene las siguientes ecuaciones:

$$r_4 * \sin \theta_4 * \omega_4 = r_2 * \sin \theta_2 * \omega_2 + r_3 * \sin \theta_3 * \omega_3 \quad (60)$$

$$r_4 * \cos \theta_4 * \omega_4 = r_2 * \cos \theta_2 * \omega_2 + r_3 * \cos \theta_3 * \omega_3 \quad (61)$$

De estas dos últimas ecuaciones se puede obtener ω_3 y ω_4 . Una vez hecho esto ya se puede representar las velocidades \vec{V}_A , \vec{V}_B y \vec{V}_{BA} según sus componentes, tal y como se puede ver en la Figura 49 (dcha).

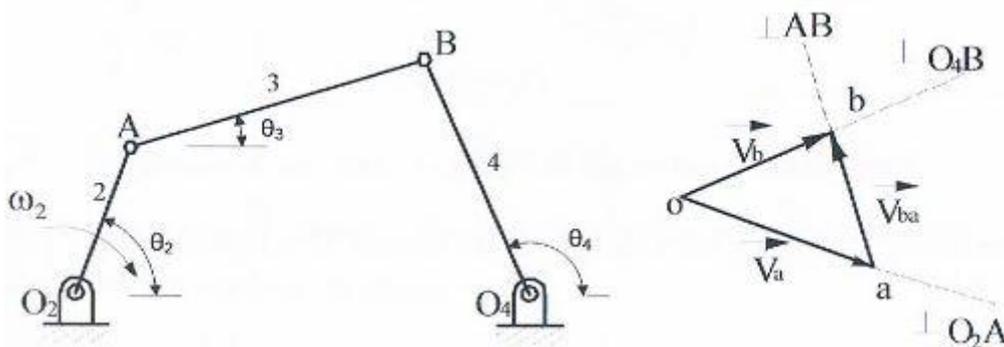


Figura 49. Cuadrilátero articulado (izq) y cinema de velocidades (dcha).

3.8.2.3.3.- Aceleración en los mecanismos.

La aceleración es la relación entre el vector de cambio de velocidad y el tiempo. La relación $\frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$, es la variación de velocidad entre el tiempo que se tarda en producir dicho cambio, es decir, es la **aceleración media**. Sí en dicha relación en vez de tenerse en cuenta

incrementos de tiempo, se tienen en cuenta tiempos infinitesimales la relación quedaría tal y como $\frac{d\vec{V}}{dt}$, que es la **aceleración instantánea**.

El vector aceleración \vec{a} se puede llegar a tener dos componentes, que son las siguientes:

- **Aceleración media** (\vec{a}^n). Esta componente tiene la dirección normal de la trayectoria, con sentido hacia dentro de la misma. Esta componente es la que produce el cambio de la velocidad.

$$a^n = \omega^2 * R = \frac{v^2}{R} \quad (62)$$

- **Aceleración tangencial** (\vec{a}^t). Esta componente tienen la dirección tangente de la trayectoria. Esta aceleración es la responsable del cambio del módulo de la velocidad.

$$a^t = \alpha * R + \omega * \frac{dR}{dt} \quad (63)$$

Cuando $\frac{dR}{dt} = 0$, la aceleración tangencial será: $a^t = \alpha * R$.

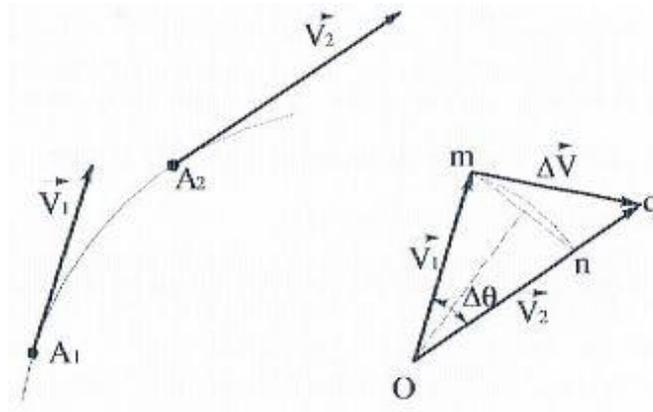


Figura 50. Explicación para el cálculo de la aceleración.

3.8.2.3.3.1.- Aceleración relativa de dos puntos de un mismo eslabón.

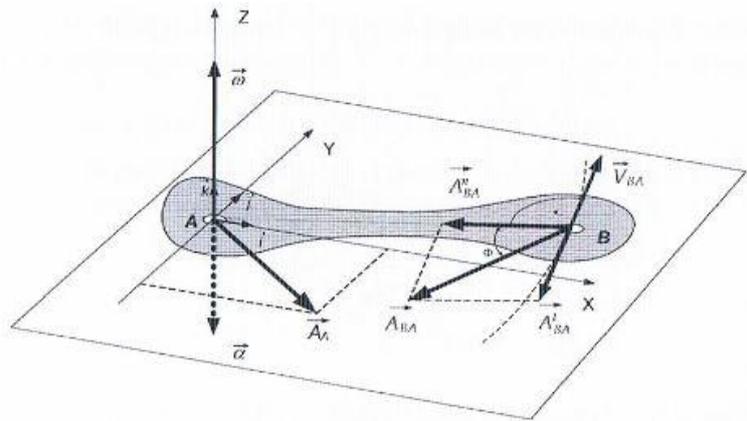


Figura 51. Aceleración del punto A y aceleración del punto B con respecto al A de un mismo sólido rígido.

La distancia existente entre dos puntos de un mismo eslabón es constante, por lo que el movimiento relativo entre ellos es un giro de uno alrededor del otro. El vector de la aceleración relativa de los puntos A y B (Figura 51), se puede descomponer en dos:

- En la componente normal \vec{a}_{BA}^n . La cual siempre es perpendicular al vector velocidad relativa y está dirigida hacia el centro de curvatura de la trayectoria que se realiza.
- En la componente tangencial \vec{a}_{BA}^t . La cual lleva la dirección del vector de la velocidad relativa.

Para un eslabón AB, del cual se conoce su velocidad angular (ω) y su aceleración angular (α), el cálculo de las aceleraciones que se producen en dicho eslabón serán:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t \quad (64)$$

donde \vec{a}_{BA}^n y \vec{a}_{BA}^t son:

$$\vec{a}_{BA}^n = \vec{\omega} \wedge \vec{V}_{BA} = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{AB}) \quad \vec{a}_{BA}^t = \vec{\alpha} \wedge \vec{AB} \quad (65)$$

El ángulo formado entre la aceleración relativa y la componente normal de la aceleración relativa será:

$$\phi = \arctg \frac{a_{BA}^t}{a_{BA}^n} = \arctg \frac{\alpha * AB}{\omega^2 * AB} = \arctg \frac{\alpha}{\omega^2} \quad (66)$$

Una vez que se tiene esto, ya se puede calcular la aceleración de B, una vez que se conozca la aceleración de A:

$$\vec{a}_B = a_{Ax}\vec{i} + a_{Ay}\vec{j} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_{BA} + \vec{\alpha} \wedge \vec{AB} \quad (67)$$

2.8.2.3.3.2.- Cálculo de las aceleraciones de un mecanismo de cuatro barras.

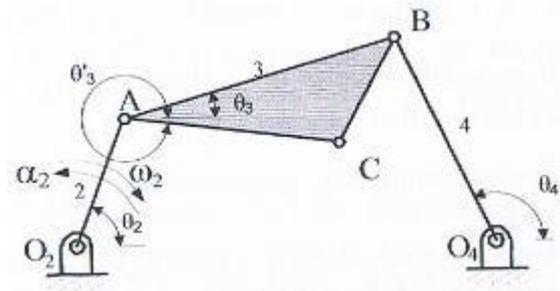


Figura 52. Mecanismo de cuatro barras.

A continuación se procederá al cálculo de las aceleraciones producidas en un mecanismo, tal y como se muestra en la Figura 52. De dicho mecanismo se conocen la velocidad angular ($\omega = 20 \text{ rad/s}$) en sentido horario y la aceleración angular ($\alpha = 150 \text{ rad/s}^2$) en sentido antihorario, del eslabón motor. También se conocen los datos geométricos del mecanismo al igual que las posiciones y velocidades de los puntos significativos del mecanismo, para el cálculo de las posiciones, así como el de las velocidades se hará tal y como se explica en el apto. 3.8.2.3.

$$\theta_3 = 19.4^\circ \quad \theta'_3 = 349.4^\circ \quad \theta_4 = 100.42^\circ \quad \omega_3 = 7.16 \text{ rad/s} \quad \omega_4 = -8.78 \text{ rad/s}$$

$$\vec{V}_A = 103.9\vec{i} - 60\vec{j} \quad \vec{V}_B = 77.75\vec{i} + 14.28\vec{j} \quad \vec{V}_{BA} = -26.13\vec{i} + 74.32\vec{j}$$

$$\vec{V}_C = 114.4\vec{i} - 3.7\vec{j} \quad \vec{V}_{CA} = 10.53\vec{i} + 56.3\vec{j}$$

Ahora se relacionará las aceleraciones de los puntos A y B:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t \quad (68)$$

Una vez aplicada la ecuación 68, se tiene que calcular tanto la aceleración de A (\vec{a}_A), como la aceleración de B con respecto a A (\vec{a}_{BA}). Se empezará por el cálculo de la aceleración del punto A:

- En primer lugar se calculará la componente normal de dicha aceleración (\vec{a}_A^n) será:

$$\vec{a}_A^n = \vec{\omega}_2 \wedge \vec{V}_A = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -20 \\ 103.9 & -60 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_A^n = -1200\vec{i} - 2078\vec{j} \quad (69)$$

$$|\vec{a}_A^n| = 2400 \text{ cm/s}^2 \quad \widehat{a}_A^n = 240^\circ$$

- La componente tangencial de la aceleración del punto A (\vec{a}_A^t) será:

$$\vec{a}_A^t = \vec{\alpha}_2 \wedge \vec{r}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 150 \\ 6 * \cos 60^\circ & 6 * \sin 60^\circ & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_A^t = -779.42\vec{i} + 450\vec{j} \quad (70)$$

$$|\vec{a}_A^t| = 900 \text{ cm/s}^2 \quad \widehat{a}_A^t = 150^\circ$$

Se sigue calculando la aceleración de B con respecto de A, en este caso se hará lo mismo que en el anterior, se empezará calculando la componente normal y después la componente tangencial. Por lo que, la componente normal será:

$$\vec{a}_{BA}^n = \vec{\omega}_3 \wedge \vec{V}_{BA} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 7.16 \\ -26.13 & 74.32 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_{BA}^n = -532.13\vec{i} - 187.1\vec{j} \quad (71)$$

$$|\vec{a}_{BA}^n| = 564.06 \text{ cm/s}^2 \quad \widehat{a}_{BA}^n = 199.4^\circ$$

La componente tangencial será:

$$\vec{a}_{BA}^t = \vec{\alpha}_3 \wedge \vec{r}_3 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \alpha_3 \\ 11 * \cos 19.4^\circ & 11 * \sin 19.4^\circ & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_{BA}^t = -3.65\alpha_3\vec{i} + 10.38\alpha_3\vec{j} \quad (72)$$

Ahora es el turno del cálculo de la aceleración del punto B, como se ha hecho anteriormente, se empezará por la componente normal:

$$\vec{a}_B^n = \vec{\omega}_4 \wedge \vec{V}_B = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -8.78 \\ 77.75 & 14.28 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_B^n = 125.37\vec{i} - 682.64\vec{j} \quad (73)$$

$$|\vec{a}_B^n| = 694.06 \text{ cm/s}^2 \quad \widehat{a}_B^n = 280.4^\circ$$

La componente tangencial será:

$$\vec{a}_B^t = \vec{\alpha}_4 \wedge \vec{r}_4 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \alpha_4 \\ 9 * \cos 100.4^\circ & 9 * \sin 100.4^\circ & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_B^t = -8.85\alpha_4\vec{i} - 1.62\alpha_4\vec{j} \quad (74)$$

Como se puede apreciar nos queda por conocer las aceleraciones angulares α_3 y α_4 , para ello se sustituirá los valores obtenidos en la ecuación 60 de tal manera que se quedará de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t \rightarrow \\ &\rightarrow (125.37\vec{i} - 682.64\vec{j}) + (-8.85\alpha_4\vec{i} - 1.62\alpha_4\vec{j}) \\ &= (-1200\vec{i} - 2078\vec{j}) + (-779.42\vec{i} + 450\vec{j}) + \\ &+ (-532.13\vec{i} - 187.1\vec{j}) + (-3.65\alpha_3\vec{i} + 10.38\alpha_3\vec{j}) \end{aligned} \quad (75)$$

separando sus componentes se tiene:

$$125.37 - 8.85\alpha_4 = -1200 - 779.42 - 532.13 - 3.65\alpha_3 \quad (76)$$

$$-682.64 - 1.62\alpha_4 = -2078 + 450 - 187.1 + 10.38\alpha_3 \quad (77)$$

Por lo que se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, al resolver dicho sistema de ecuaciones se obtiene que los valores de las aceleraciones angulares son:

$$\alpha_3 = 58.81 \text{ rad}/s^2 \quad \alpha_4 = 322.21 \text{ rad}/s^2$$

Una vez que se tiene las aceleraciones angulares, se puede obtener las aceleraciones de B respecto de A y la del punto B.

$$\vec{a}_{BA}^t = -214.65\vec{i} + 610.48\vec{j} \quad |\vec{a}_{BA}^t| = 647.08 \text{ cm}/s^2 \quad \widehat{a}_{BA}^t = 109.37^\circ$$

$$\vec{a}_B^t = -2851.55\vec{i} - 522\vec{j} \quad |\vec{a}_B^t| = 289 \text{ cm}/s^2 \quad \widehat{a}_B^t = 190.37^\circ$$

Ya sólo queda el cálculo de la aceleración del punto C, que se realizará de la siguiente manera:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^n + \vec{a}_{CA}^t \quad (78)$$

Primero se tiene que calcular la aceleración de C respecto de A, para ello se empezará con la componente normal:

$$\vec{a}_{CA}^n = \vec{\omega}_3 \wedge \vec{V}_{CA} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 7.16 \\ 10.53 & 56.3 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_{CA}^n = -403.11\vec{i} + 75.39\vec{j} \quad (79)$$

$$|\vec{a}_{CA}^n| = 410.1 \text{ cm/s}^2 \quad \widehat{a}_{CA}^n = 169.4^\circ$$

se sigue con el cálculo de la componente tangencial:

$$\vec{a}_{CA}^t = \vec{\alpha}_3 \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 58.81 \\ 8 * \cos 349.4^\circ & 8 * \sin 349.4^\circ & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \vec{a}_{CA}^t = 86.54\vec{i} + 462.45\vec{j} \quad (80)$$

$$|\vec{a}_{CA}^t| = 470.48 \text{ cm/s}^2 \quad \widehat{a}_{CA}^t = 79.4^\circ$$

Ahora sustituyendo en la ecuación 70:

$$\begin{aligned} \vec{a}_c &= (-1200\vec{i} - 2078\vec{j}) + (-779.42\vec{i} + 450\vec{j}) + (-403.11\vec{i} + 75.39\vec{j}) \\ &\quad + (86.54\vec{i} + 462.45\vec{j}) \rightarrow \\ \rightarrow \vec{a}_c &= -2296\vec{i} - 1090.16\vec{j} \quad |\vec{a}_c| = 2541.66 \text{ cm/s}^2 \quad \widehat{a}_c = 205.4^\circ \end{aligned}$$

Finalmente se representa el cinema de aceleraciones obtenido para este mecanismo de cuatro barras.

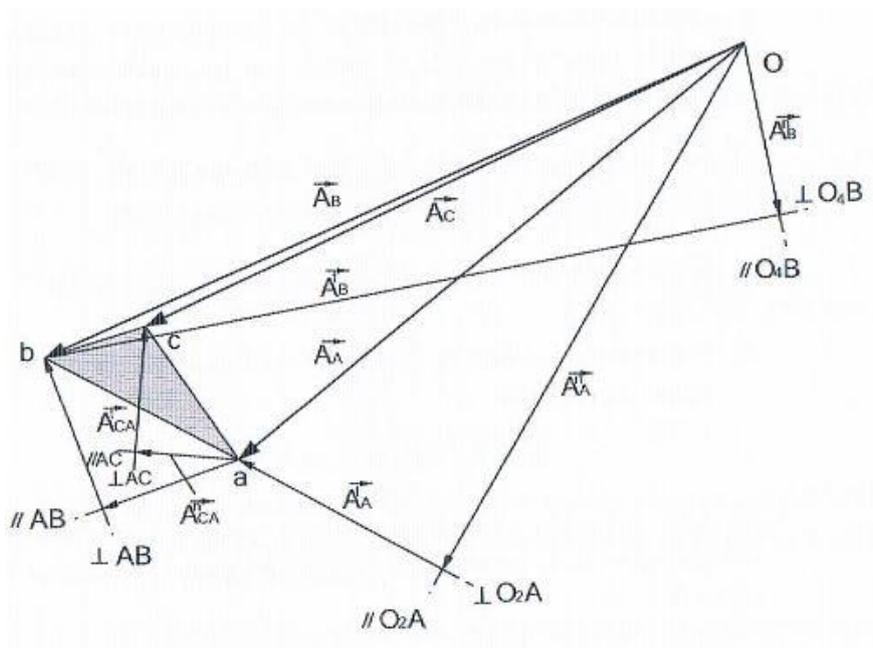


Figura 53. Cinema de aceleraciones.

3.8.3.- Métodos numéricos.

Para desarrollar un método matemático susceptible de ser programado con facilidad es necesario, crear un modelo matemático simple y eficiente del mecanismo. Esto implica obtener un conjunto de datos numéricos dispuestos en forma de matriz o vector, lo que se denomina proceso de modelización [2].

La elección de las coordenadas que van a definir un mecanismo es de gran trascendencia, ya que determina aspectos fundamentales del análisis. A continuación se presentan los distintos tipos de coordenadas que se utilizan para definir mecanismos [5].

3.8.3.1.- Coordenadas independientes.

Para modelizar con coordenadas independientes, hay que emplear tantos parámetros como grados de libertad tenga el mecanismo. Para modelizar la Figura 54(izq), sólo se necesita una única coordenada, debido a que se trata de un cuadrilátero articulado cerrado, es decir, posee un grado de libertad (φ). Para la Figura 54(dcha), se necesitarán tres coordenadas, debido a que es un mecanismo de cadena abierta y en este caso tiene tres grados de libertad ($\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$).



Figura 54. Coordenadas independientes en cadena cerrada (izquierda) y en cadena abierta (derecha).

La ventaja de estas coordenadas está en su número reducido, el mínimo posible, debido a que el número de coordenadas determina el tamaño final del problema. Este tipo de coordenadas son adecuadas, cuando se trata de resolver mecanismos de cadena abierta, debido a que se adaptan perfectamente a su naturaleza. En la Figura 54(dcha), se ve claramente que conociendo los valores de los tres ángulos, la posición y orientación es determinada fácilmente.

Cuando se trata de cadenas cinemáticas cerradas, este tipo de coordenadas no es tan factible, debido a que el problema de posición es no lineal, por lo que su solución se llevará a

cabo mediante iteraciones, teniendo múltiples soluciones. Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente las cadenas cinemáticas cerradas no quedarían definidas unívocamente. Un claro ejemplo es la Figura 55, en la cual para un valor de ángulo φ , tiene dos posiciones.

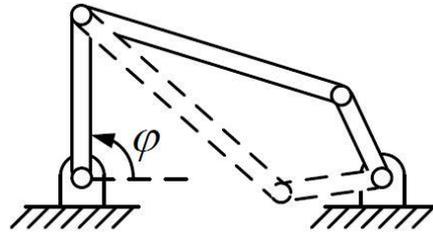


Figura 55. Mecanismo de cuatro barras con dos posibles soluciones.

3.8.3.2.- Coordenadas dependientes. Ecuaciones de restricción.

Las coordenadas dependientes son aquellas que a la hora de resolver el sistema mecánico, tenemos un mayor número de coordenadas que de número de grados de libertad. Por lo tanto entre las coordenadas dependientes debe de existir relaciones algebraicas, de esta manera pueden ser calculadas en virtud de dichas relaciones. Las cuales se denominan ecuaciones de restricciones. Ha de cumplirse la siguiente relación:

$$g = n - m \quad (81)$$

donde g es el número de grados de libertad, n es el número de coordenadas dependientes y m es el número de ecuaciones de restricción.

Este tipo de coordenadas se utilizan cuando queremos definir unívocamente la posición de cada elemento del mecanismo. Hay tres tipos de coordenadas dependientes, relativas, de punto de referencia y naturales.

3.8.3.2.1.- Coordenadas relativas dependientes.

Las coordenadas relativas fueron las primeras en ser utilizadas de las coordenadas dependientes. Dichas coordenadas se definen en cada par cinemático y mide la posición de un elemento con respecto al anterior en la cadena cinemática. En cada par serán necesario, introducir tantas coordenadas como grados de libertad permita el par. En la Figura 56, la posición del mecanismo queda definida por las coordenadas φ_1 , φ_2 , φ_3 y s .

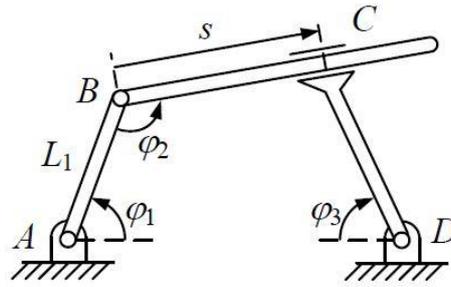


Figura 56. Mecanismo con coordenadas relativas dependientes.

Las ecuaciones de restricción proceden de la condición de cierre de los distintos lazos que componen la cadena cinemática. Como se tiene cuatro coordenadas ($n = 4$) y un solo grado de libertad ($gdl = 1$), despejando de la ecuación 81, el número de ecuaciones (m), se tendrán que:

$$m = n - gdl = 4 - 1 \rightarrow m = 3 \quad (82)$$

por lo que se tiene 3 ecuaciones de restricción para el mecanismo de la Figura 56, dichas ecuaciones de restricción se deducirán de la ecuación vectorial de cierre de lazo:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = 0 \quad (83)$$

que sí se escriben en forma escalar, se obtiene dos ecuaciones que son las siguientes:

$$L_1 \cos \varphi_1 + s \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + L_3 \cos \varphi_3 - L_4 = 0 \quad (84)$$

$$L_1 \sin \varphi_1 + s \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) - L_3 \sin \varphi_3 = 0 \quad (85)$$

estas son dos de las ecuaciones de restricción, la tercera se obtiene de la relación de los ángulos φ_1 , φ_2 y φ_3 .

$$(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_3\right) = 0 \quad (86)$$

La ventaja principal de las coordenadas relativas es su reducido número, el cual hace que se tenga un tamaño pequeño del problema. También se facilitan la consideración de fuerzas y momentos aplicados en los pares cinemáticos, debido a que ahí están situados normalmente los motores y actuadores.

El inconveniente principal es la dificultad de la determinación del número de lazos cinemáticos independientes y de esta forma conocer el número de ecuaciones de restricción.

En los mecanismos de cadena abierta o lazo abierto las coordenadas relativas son independientes y su número coincide con el número de grados de libertad del mecanismo, debido a esto no existen ecuaciones de restricción.

3.8.3.2.2.- Coordenadas de punto de referencia.

En este caso, dichas coordenadas sitúan a cada elemento del mecanismo con independencia de los demás. Por lo que se eligen las coordenadas de un punto cualquiera del elemento (centro geométrico o centro de masas) y la orientación del mismo.

Las ecuaciones de restricción surgen al examinar cada par y escribir matemáticamente, las limitaciones al movimiento que el propio par impone a los dos elementos unidos a él. Lo que se acaba de explicar se va a mostrar a continuación con un ejemplo, mirando la Figura 57.

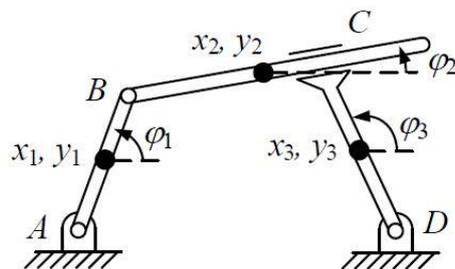


Figura 57. Mecanismo con coordenadas de punto de referencia.

Las coordenadas de punto de referencia de la Figura 57, son:

$$x_1, y_1, \varphi_1, x_2, y_2, \varphi_2, x_3, y_3, \varphi_3$$

Por lo que se tiene 9 coordenadas y un único grado de libertad, así que el número de ecuaciones de restricción es:

$$m = n - gdl = 9 - 1 \rightarrow m = 8 \text{ ecuaciones de restricción}$$

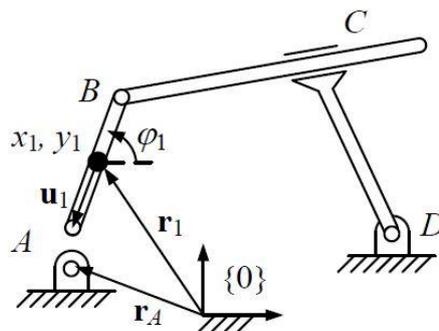


Figura 58. Mecanismo con coordenadas de punto de referencia.

Para obtener las ecuaciones de restricción, se empezará con el par A, que une los eslabones 0 y 1 (Figura 58).

$$r_1 + u_1 - r_A = \begin{Bmatrix} x_1 - \frac{L_1}{2} \cos \varphi_1 - x_A \\ y_1 - \frac{L_1}{2} \sin \varphi_1 - y_A \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (87)$$

Para el par B, que une los eslabones 1 y 2, se hace lo mismo (Figura 59(izq)).

$$r_1 + v_1 - r_2 - v_2 = \begin{Bmatrix} x_1 + \frac{L_1}{2} \cos \varphi_1 - x_2 + \frac{L_2}{2} \cos \varphi_2 \\ y_1 + \frac{L_1}{2} \sin \varphi_1 + y_2 - \frac{L_2}{2} \sin \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (88)$$

Para el par D, se hace igual que el par A, así que:

$$r_3 + u_3 - r_D = \begin{Bmatrix} x_3 - \frac{L_3}{2} \cos \varphi_3 - x_D \\ y_3 - \frac{L_3}{2} \sin \varphi_3 - y_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (89)$$

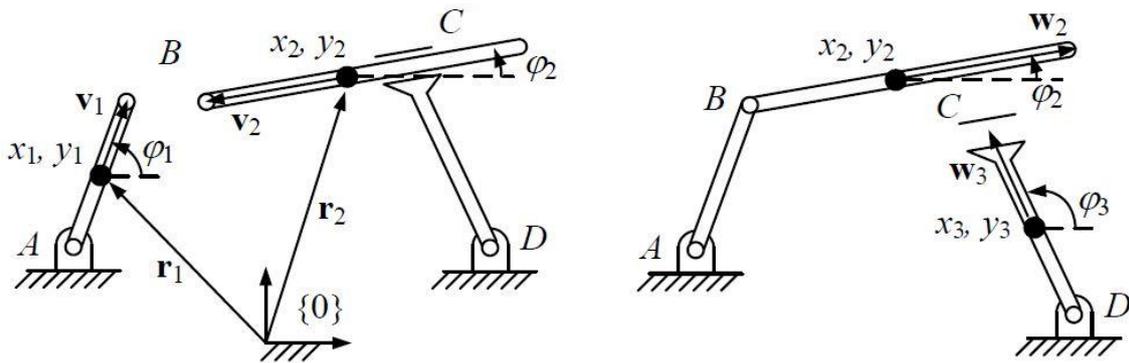


Figura 59. Mecanismo con coordenadas de punto de referencia.

Por último, queda el par C (Figura 59(dcha)), el cual es una deslizadora rígida que obliga a los eslabones 2 y 3 a permanecer perpendiculares y que el eslabón 3 se traslada a lo largo del eslabón 2. En este caso tenemos dos ecuaciones, una para la perpendicularidad y la otra es de alineamiento. La cual obliga a que la proyección de r_{23} sobre w_3 siempre sea constante.

$$\varphi_3 - \varphi_2 - \frac{\pi}{2} = 0 \quad (90)$$

$$r_{23}^T w_3 = (x_3 - x_2) \cos \varphi_3 + (y_3 - y_2) \sin \varphi_3 - k = 0 \quad (91)$$

Las ventajas de este tipo de coordenadas están en lo sistemático de su definición y del establecimiento de las ecuaciones de restricción. También en la posibilidad que ofrecen de situar un elemento directamente, es decir, sin necesidad de conocer la posición de los demás.

Como inconveniente está su elevado número que conduce a problemas de mayor tamaño y de la complejidad de las ecuaciones de restricción.

3.8.3.2.3.- Coordenadas naturales.

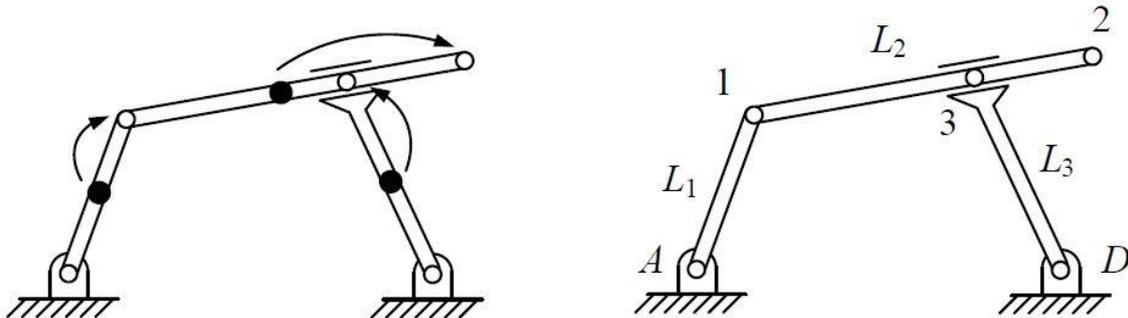


Figura 60. Paso de coordenadas de punto de referencia a coordenadas naturales (liza) y mecanismo con coordenadas naturales (dcha).

Las coordenadas naturales (Figura 60(dcha)) definen de forma absoluta las posiciones de cada eslabón, pero no situadas en el centro del eslabón, sino en los pares. De esta manera queda definida la posición de dos eslabones en lugar de uno.

En la Figura 60(dcha), las coordenadas naturales son:

$$x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$$

por lo que son seis coordenadas y un único grado de libertad, así que tendremos las siguientes ecuaciones de restricción:

$$m = n - g = 6 - 1 \rightarrow m = 5 \text{ ecuaciones de restricción}$$

Las ecuaciones de restricción son de dos tipos: debido a las condiciones de sólido rígido y las debidas a las condiciones de par cinemático, aunque sólo para determinados pares. Tres de las cinco ecuaciones son debidas al sólido rígido, se debe de poner las condiciones de que el punto 1 tenga una distancia constante de A. El punto 2 también tiene una distancia constante a 1 y lo mismo para 3 pero respecto de D, las cuales son:

$$(x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2 - L_1^2 = 0 \tag{92}$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_2^2 = 0 \quad (93)$$

$$(x_3 - x_D)^2 + (y_3 - y_D)^2 - L_3^2 = 0 \quad (94)$$

Las otras dos son debidas a los pares cinemáticos, el segmento $\overline{12}$ permanece constante al segmento $\overline{3D}$ formando un ángulo, esto es lo mismo que decir, que su producto escalar tiene que ser constante, el punto 3 debe moverse sobre $\overline{12}$, lo mismo que decir, que su producto vectorial entre $\overline{12}$ y $\overline{13}$ es nulo:

$$(x_2 - x_1)(x_3 - x_D) + (y_2 - y_1)(y_3 - y_D) - k = 0 \quad (95)$$

$$(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_3 - y_1)(x_2 - x_1) = 0 \quad (96)$$

Las ventajas de este tipo de coordenadas tienen una definición simple y sistemática, las ecuaciones de restricción son sencillas. Sitúan a cada eslabón con independencia de los demás y tiene una interpretación física intuitiva.

El inconveniente que tiene es que la utilización de dichas coordenadas exige familiarizarse con ellas, es decir, que se necesitan saber utilizarlas a la perfección para lograr las modelizaciones correctas de los mecanismos.

3.8.3.3.- Coordenadas naturales en el plano.

Las coordenadas naturales en el plano son coordenadas cartesianas de algunos puntos de cada sólido situados en los pares. Existen algunas normas, las cuales, deben de ser respetadas cuando se ha de modelizar un mecanismo plano en coordenadas naturales, dichas normas son:

- Cada sólido rígido tiene que tener, al menos, dos puntos básicos, debido a que sino su posición no quedaría totalmente definida.
- En cada articulación debe de haber un punto básico.
- En pares prismáticos deben existir dos puntos básicos alineados con el eje del par para que quede definido.
- Pueden utilizarse más puntos básicos por conveniencia.

Con el ejemplo que viene a continuación, las coordenadas naturales en el plano quedarán mejor explicadas.

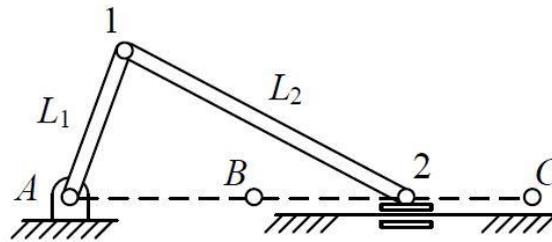


Figura 61. Mecanismo biela-manivela.

Para la modelización del mecanismo biela-manivela de la Figura 61, se van a tomar los puntos 1 y 2. Con respecto a los puntos fijos A, B y C, aunque no son variables necesarias para el planteamiento de las ecuaciones de restricción. De esta manera el vector de coordenadas naturales será:

$$x_1, y_1, x_2, y_2$$

y sólo se tiene un grado de libertad, por lo que las ecuaciones de restricción que se necesitan serán:

$$m = n - gdl = 4 - 1 \rightarrow m = 3 \text{ ecuaciones de restricción}$$

Por lo tanto las ecuaciones de restricción que se necesitan son las siguientes:

$$(x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2 - L_1^2 = 0 \quad (97)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_2^2 = 0 \quad (98)$$

$$(x_2 - x_C)(y_C - y_B) - (y_2 - y_C)(x_C - x_B) = 0 \quad (99)$$

Las dos primeras ecuaciones son ecuaciones de distancia constante (condiciones de sólido rígido). La tercera ecuación corresponde al par deslizadera, este es un par de clase II, por lo que se permite dos grados de libertad entre los eslabones que une. Así que hace falta la introducción de una ecuación de restricción, la cual obligue al punto 2 siempre esté en la línea definida por los puntos fijos B y C.

La modelización de un mecanismo en estas coordenadas puede darse de diversas maneras y que todas estén bien, en el mecanismo de biela-manivela se puede prescindir de la coordenada y_2 debido a que siempre es nula. Cuya consecuencia es la de que se tendría sólo tres coordenadas naturales (x_1, y_1 y x_2) y sólo dos ecuaciones de restricción.

3.8.3.3.1.- Restricciones de sólido rígido.

Un sólido libre en el plano tiene tres grados de libertad, si se ha modelizado con n variables, se tendrá que el número de ecuaciones de restricción serán:

$$m = n - 3 \quad (100)$$

A continuación se verán los diferentes casos que se pueden llegar a dar.

3.8.3.3.1.1.- Sólido modelizado por dos puntos.

En este caso se tiene 4 coordenadas naturales, que son las dos componentes del punto 1 y las dos del punto 2, por lo que se tiene una única ecuación de restricción, la cual será:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_1^2 = 0 \quad (101)$$

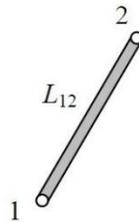


Figura 62. Sólido modelizado por dos puntos.

3.8.3.3.1.2.- Sólido modelizado por tres puntos.

Aquí se tiene seis coordenadas naturales, las cuales son las componentes de los puntos 1, 2 y 3, debido a esto se tiene tres ecuaciones de restricción, que son las siguientes:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_{12}^2 = 0 \quad (102)$$

$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 - L_{13}^2 = 0 \quad (103)$$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - L_{23}^2 = 0 \quad (104)$$

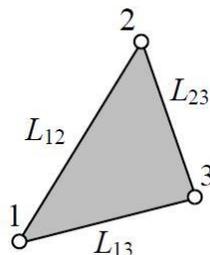


Figura 63. Sólido modelizado por tres puntos.

3.8.3.3.1.3.- Sólido modelizado por tres puntos alineados.

Cuando los tres puntos se encuentran alineados, las ecuaciones indicadas en el apartado de arriba no son independientes. Debido a esto el punto 2 se puede mover infinitesimalmente perpendicularmente al segmento $\overline{13}$ sin que las distancias $\overline{12}$ y $\overline{23}$ se modifiquen. Así que en este caso se tendrían las siguientes ecuaciones:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_{12}^2 = 0 \quad (105)$$

$$(x_3 - x_1) - \frac{L_{13}}{L_{12}}(x_2 - x_1) = 0 \quad (106)$$

$$(y_3 - y_1) - \frac{L_{13}}{L_{12}}(y_2 - y_1) = 0 \quad (107)$$

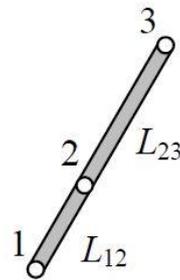


Figura 64. Sólido modelizado por tres puntos alineados.

3.8.3.3.1.4.- Sólido modelizado por cuatro puntos.

En este caso se tiene 4 puntos, por lo que se tiene 8 coordenadas naturales y como consecuencia 5 ecuaciones de restricción. Para plantear las ecuaciones de restricción, primero hay que coger tres puntos no alineados y se escriben sus tres ecuaciones de distancia constante. Las dos ecuaciones restantes se obtiene de expresar el vector r_{14} como combinación lineal de los vectores r_{12} y r_{13} , por lo que las ecuaciones serán:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_{12}^2 = 0 \quad (108)$$

$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 - L_{13}^2 = 0 \quad (109)$$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 - L_{23}^2 = 0 \quad (110)$$

$$(x_4 - x_1) - \lambda(x_2 - x_1) - \mu(x_3 - x_1) = 0 \quad (111)$$

$$(y_4 - y_1) - \lambda(y_2 - y_1) - \mu(y_3 - y_1) = 0 \quad (112)$$

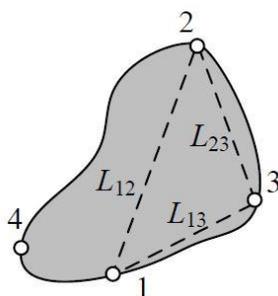


Figura 65. Sólido modelizado por cuatro puntos.

3.8.3.3.1.5.- Sólido modelizado por más de cuatro puntos.

Cuando se tenga más de cuatro puntos, se hará igual que cuando se tenga cuatro puntos, pero se añadirá dos ecuaciones de combinación lineal por cada punto adicional que se tenga.

3.8.3.3.2.- Restricciones de par cinemático.

Hay un criterio para saber el número de ecuaciones de restricción que se debe de aplicar para que un par quede correctamente modelizado. Un par cinemático permite un único movimiento relativo entre dos eslabones (clase I) o pueden permitir dos movimientos relativos entre dos eslabones (clase II).

El criterio es el siguiente, un par obliga a establecer tantas ecuaciones de restricción entre variables como grados de libertad restringe en el movimiento relativo de los sólidos que en él unen. A continuación se verán dicho criterio en los diferentes tipos de pares.

3.8.3.3.2.1.- Articulación plana.

Una articulación plana es un par de clase I y hay dos formas distintas de modelizarla. La primera de ellas, es teniendo en cuenta dos puntos 1 y 2 (Figura 42), en este caso sería necesario la implantación de dos ecuaciones de restricción triviales:

$$x_1 - x_2 = 0 \tag{113}$$

$$y_1 - y_2 = 0 \tag{114}$$

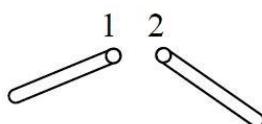


Figura 66. Articulación plana.

La otra forma, es la de emplear el mismo punto para los dos eslabones (Figura 67). Este hecho hace que no sea necesaria la aplicación de ninguna ecuación de restricción y se ve que el único movimiento permitido es la rotación alrededor de dicho punto.

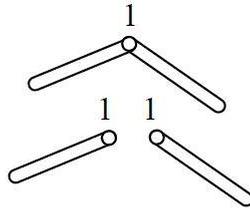


Figura 67. Articulación plana.

3.8.3.3.2.2.- Deslizadera articulada plana.

En este caso se tiene un par de clase II y es necesario disponer de tres puntos alineados (Figura 68), los puntos 1 y 2 se encuentran sobre el eje de la deslizadera y el punto 3 sobre la articulación. Matemáticamente la ecuación que se debe de aplicar es de producto vectorial nulo entre los vectores r_{12} y r_{13} :

$$(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) = 0 \quad (115)$$

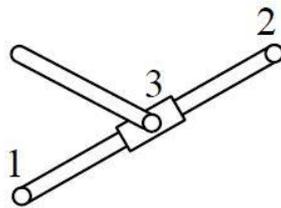


Figura 68. Deslizadera articulada plana.

3.8.3.3.2.3.- Deslizadera rígida plana.

Este par es de clase I (Figura 69), por lo que se necesita dos ecuaciones para restringir el par. La primera ecuación es el producto vectorial entre los vectores r_{12} y r_{13} , al igual que para la deslizadera articulada plana y la segunda ecuación es un producto escalar constante. El valor de c depende del ángulo que se forme entre los vectores r_{12} y r_{34} .

$$(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) = 0 \quad (116)$$

$$(x_2 - x_1)(x_4 - x_3) + (y_2 - y_1)(y_4 - y_3) - c = 0 \quad (117)$$

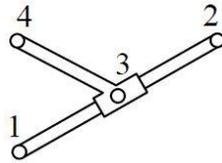


Figura 69. Deslizadera rígida plana.

3.8.3.3.3.- Coordenadas mixtas.

Cuando en una modelización se utiliza coordenadas mixtas, esto quiere decir que se utilizan tanto coordenadas naturales como coordenadas relativas (ángulos y distancias). Este tipo de coordenadas son bastantes útiles para definir los pares de un par de engranajes. En otras ocasiones, como en el mecanismo biela-manivela conviene expresar la traslación de la deslizadera en función del ángulo de la manivela.

En este tipo de coordenadas, por cada variable que se añada se incrementa en una unidad el número de variables dependientes (n) y como el número de grados de libertad (gdl) sigue siendo el mismo, es decir, 1. El número de ecuaciones de restricción ($m = n - gdl$), se incrementará tantas veces como nuevas variables haya.

3.8.3.3.3.1.- Coordenada mixta angular.

La ecuación de restricción que relaciona el ángulo con los tres puntos (Figura 70(izq)) es la siguiente, que se trata del producto escalar entre los vectores r_{12} y r_{13} :

$$(x_2 - x_1)(x_3 - x_1) + (y_2 - y_1)(y_3 - y_1) - L_{12}L_{23} \cos \varphi = 0 \quad (118)$$

también se puede utilizar la ecuación del producto vectorial entre los vectores r_{12} y r_{13} :

$$(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) - L_{12}L_{23} \sin \varphi = 0 \quad (119)$$

La utilización de una u otra ecuación dependerá del ángulo que haya entre los dos eslabones, debido a que cuando el ángulo está cerca de 0° o de 180° , la ecuación del coseno no es válida y cuando el ángulo está cerca de 90° o de 270° , la ecuación del seno no es válida (Figura 70(dcha)).



Figura 70. Coordenada mixta angular (izq) y elección de la ecuación del ángulo (dcha).

Por lo que las dos ecuaciones son complementarias, debido a que ninguna es válida en todo el rango del movimiento. Así que lo más sencillo es el manejo de las dos ecuaciones a la vez, aunque las ecuaciones de restricción puedan ser redundantes.

3.8.3.3.3.2.- Coordenada mixta lineal.

En la deslizadera de la Figura 71 se ha definido la coordenada mixta lineal s , cuya ecuación de restricción es la siguiente:

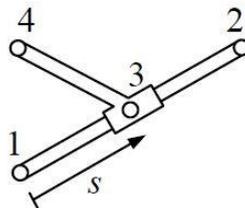


Figura 71. Coordenada mixta lineal.

$$(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 - s^2 = 0 \tag{120}$$

Hay un problema en esta ecuación cuando el punto 3 está encima del 1, debido a que la ecuación 120 se vuelve inservible. Así que para que esto no ocurre se emplea otra aproximación, la cual consiste en describir el vector r_{13} como proporcional al vector r_{12} y se utilizan las ecuaciones:

$$(x_3 - x_1) - \frac{s}{L_{12}}(x_2 - x_1) = 0 \tag{121}$$

$$(y_3 - y_1) - \frac{s}{L_{12}}(y_2 - y_1) = 0 \tag{122}$$

De las dos últimas ecuaciones 121 y 122, sólo es una de ellas necesaria y para saber cuál es la que se tiene que utilizar, eso depende de la posición del vector r_{12} . Es decir, si el

vector se encuentra vertical, la ecuación 121 no sirve debido a que la variación de las coordenadas x_1 y x_3 no da información sobre la variación de s . En cambio, si el vector esta horizontalmente, la ecuación que no sirve es la 122, debido a que la variación de las coordenadas y_1 y y_3 no proporcionan ninguna información acerca de la variación de s .

Pese a esto es conveniente siempre escribir las dos ecuaciones y que la técnica de resolución utilizada permita operar con restricciones en exceso.

3.9.- Problemas cinemáticos.

El estudio cinemático de un mecanismo su función es la de conocer el movimiento del mismo independientemente de las fuerzas que actúen sobre él. Estos problemas son únicamente geométricos y hacen un análisis del movimiento en términos de posición, velocidad y aceleración.

Los valores de posición, velocidad y aceleración de los grados de libertad del mecanismo son datos impuestos por el analista. Los problemas cinemáticos se dividen en tres problemas que son: problema de posición, problema de velocidad y problema de aceleración. Que son las variables que definen el movimiento.

3.9.1.- Problema de posición inicial.

Se pretende obtener la posición de todos los eslabones del mecanismo a partir de la posición conocida del grado de libertad. En mecanismos de cadena abierta la resolución es más sencilla que en mecanismos de cadena cerrada.

La modelización se hará en coordenadas naturales y en este caso se tratará de obtener el valor de todas las coordenadas. Así que el mecanismo podrá quedar totalmente definido. El desarrollo se hará a través de un ejemplo. El vector de coordenadas del mecanismo será el siguiente:

$$q^t = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \alpha\}$$

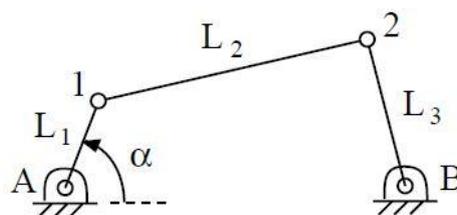


Figura 72. Cuadrilátero articulado.

Por lo que se pretende es hallar las coordenadas de los puntos 1 y 2, tanto en el eje de abscisas como en el de ordenadas, teniendo un valor de grado de libertad (α) dado. Los puntos A y B son conocidos debido a que son puntos fijos y las dimensiones de los eslabones.

Las variables estarán ligadas por un número de ecuaciones de restricción, que se agrupará en el vector de restricciones Φ y cuya solución nos dará los valores de las coordenadas buscadas:

$$\Phi(q) = 0 \quad (123)$$

dicho sistema no es lineal. En el ejemplo que se tiene la ecuación 115 tendrá la siguiente forma:

$$(x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2 - L_1^2 = 0 \quad (124)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - L_2^2 = 0 \quad (125)$$

$$(x_2 - x_B)^2 + (y_2 - y_B)^2 - L_3^2 = 0 \quad (126)$$

$$(x_1 - x_A) - L_1 \cos \alpha = 0 \quad (127)$$

Para llevar a cabo la resolución de la ecuación 123 se recurre al método de Newton-Raphson, el cual está basado en la linealización de los dos primeros términos de su serie de Taylor, se tendrá entonces:

$$\Phi(q) \cong \Phi(q_0) + \Phi_q(q_0)(q - q_0) = 0 \quad (128)$$

el vector aproximado será, en el ejemplo:

$$q_0^t = \{x_1^0, y_1^0, x_2^0, y_2^0, \alpha\}$$

el superíndice de las variables se trata de los valores aproximados iniciales y estos valores no cumplirán las restricciones. La ecuación 128 se puede describir tal que quede de la siguiente forma:

$$\Phi_q(q_0)(q - q_0) = -\Phi(q_0) \quad (129)$$

dicha ecuación representa un sistema lineal de tantas ecuaciones como restricciones se hayan establecido.

En la ecuación 129 se tiene $\Phi_q(q)$ que es la matriz jacobiana $m \times n$ de las ecuaciones de restricción respecto a las variables, la expresión explícita es:

$$\Phi_q(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \phi_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \phi_2}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \phi_m}{\partial q_1} & \frac{\partial \phi_m}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \phi_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (130)$$

en el caso del ejemplo la matriz jacobiana tendrá este aspecto:

$$\Phi_q(q) = \begin{bmatrix} 2(x_1 - x_A) & 2(y_1 - y_A) & 0 & 0 & 0 \\ -2(x_2 - x_1) & -2(y_2 - y_1) & 2(x_2 - x_1) & 2(y_2 - y_1) & 0 \\ 0 & 0 & 2(x_2 - x_B) & 2(y_2 - y_B) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & L_1 \sin \theta \end{bmatrix} \quad (131)$$

Una vez que ya se tiene el jacobiano se resuelve la ecuación 129 y se obtiene una solución, que se llamará q_1 , está tampoco satisficará las ecuaciones de restricción, pero se está acercando de la solución que convergerá. La nueva aproximación será:

$$q_1^t = \{x_1^1, y_1^1, x_2^1, y_2^1, \alpha\}$$

Este procedimiento se empleará de forma iterativa obteniéndose cada vez una solución más próxima a aquella que satisface exactamente las ecuaciones de restricción. La ecuación 129, se podría escribir de la siguiente forma general:

$$\Phi_q(q_i)(q_{i+1} - q_i) = -\Phi(q_i) \quad (132)$$

en cada iteración, se obtendrá una solución mejorada q_{i+1} a partir de la anterior q_i . El método de Newton-Raphson tiene convergencia cuadrática, esto quiere decir que en pocas iteraciones se alcanza una solución con un error muy pequeño.

La interpretación geométrica de dicho método se muestra en la Figura 73. Al linealizar la función no lineal estamos acercándonos a la solución por medio de las tangentes en las sucesivas soluciones parciales. Cada vez más próximas a la solución verdadera, lo que en el caso de una función de una variable es la pendiente de cada recta tangente. En el caso general de una función vectorial de varias variables es la matriz jacobiana. Entender bien esta interpretación permitirá descubrir posibles errores en la matriz jacobiana o en el vector de ecuaciones de restricción.

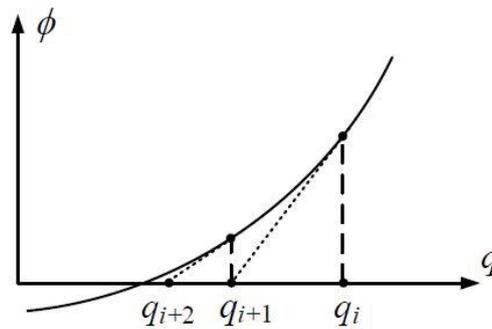


Figura 73. Interpretación geométrica del método Newton-Raphson.

Inicialmente se tiene m ecuaciones y n incógnitas, si bien el valor de las variables que representan a los grados de libertad, en número $gdl = n - m$, es conocido. Así que el valor de $q_{i+1} - q_i$ es nulo para los grados de libertad. Debido a esto para llegar al sistema cuadrado de $m \times m$ bastará con eliminar las columnas del jacobiano correspondientes a los grados de libertad. De este modo la ecuación 132, quedará de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 2(x_1^i - x_A) & 2(y_1^i - y_A) & 0 & 0 \\ -2(x_2^i - x_1^i) & -2(y_2^i - y_1^i) & 2(x_2^i - x_1^i) & 2(y_2^i - y_1^i) \\ 0 & 0 & 2(x_2^i - x_B) & 2(y_2^i - y_B) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1^{i+1} - x_1^i \\ y_1^{i+1} - y_1^i \\ x_2^{i+1} - x_2^i \\ y_2^{i+1} - y_2^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (x_1^i - x_A)^2 + (y_1^i - y_A)^2 - L_1^2 \\ (x_2^i - x_1^i)^2 + (y_2^i - y_1^i)^2 - L_2^2 \\ (x_2^i - x_B)^2 + (y_2^i - y_B)^2 - L_3^2 \\ (x_1^i - x_A) - L_1 \cos \theta \end{Bmatrix} \quad (133)$$

A continuación se supondrán los siguientes datos del mecanismo del ejemplo, para resolver el problema de posición y sucesores.

Se tomará como puntos fijos los siguientes: $A(0,0)$ y $B(10,0)$. Las longitudes de los eslabones serán: $L_1 = 2$, $L_2 = 8$ y $L_3 = 5$. El valor del grado de libertad será de: $\alpha = 60^\circ$.

La aproximación inicial que se hará es:

$$q_0^t = \{1.5 \quad 1 \quad 8 \quad 4 \quad \pi/3\}$$

en esta aproximación no se cumplen las ecuaciones de restricción, esto ocurre debido a que el mecanismo no queda perfectamente montado con las coordenadas de los puntos 1 y 2.

Para conocer la diferencia que se está cometiendo en las ecuaciones de restricción, se define el siguiente error como:

$$e = \sqrt{\sum_{i=1}^m \phi_i^2} \quad (134)$$

donde ϕ_i es el valor que toma cada ecuación de restricción. Ahora se muestra una tabla con el número de iteraciones hechas hasta llegar a la solución, los valores que toman las coordenadas en los puntos 1 y 2 y el error que se produce.

Iteración	x_1	y_1	x_2	y_2	α	e
0	1.5	1	8	4	1.0472	13.7250
1	1.0	2.1250	8.5781	4.9141	1.0472	2.2632
2	1.0	1.7684	8.4271	4.7514	1.0472	0.1492
3	1.0	1.7324	8.4126	4.7414	1.0472	0.0016
4	1.0	1.7321	8.4125	4.7413	1.0472	1.81e-7
5	1.0	1.7321	8.4125	4.7413	1.0472	3.97e-15

Tabla 1. Problema de posición del mecanismo.

El valor de α (grado de libertad) se ha mantenido constante, ya que se pretende averiguar el valor de las demás variables cuando el ángulo tiene un cierto valor. Así que para un ángulo igual a $\alpha = 60^\circ$, los valores que se obtienen son:

$$q^t = \{1.0 \ 1.7321 \ 8.4125 \ 4.7413 \ \pi/3\}$$

3.9.2.- Problema de los desplazamientos finitos.

Una vez montado el mecanismo en la posición correspondiente a un determinado valor del grado de libertad, se tiene que calcular las nuevas posiciones para los demás ángulos que el grado de libertad tendrá, ya que habrá incrementos, que pueden ser positivos o negativos.

Se pretende resolver de nuevo el problema de posición y se consigue como está explicado en el apartado anterior. La única diferencia que hay es en la aproximación inicial que se tiene que hacer cuando se calcula la posición para un nuevo ángulo. Se ha visto que la primera aproximación que se ha hecho en el apartado anterior es inventada, pues bien ya a partir de que tengamos resuelto la posición para un determinado ángulo, la nueva aproximación para el nuevo ángulo será la solución que se obtuvo con el ángulo anterior.

Si el problema de los desplazamientos finitos se hace repetidamente, se tendrá el movimiento del mecanismo en un rango del grado de libertad o en todo su rango. Es a lo que se denomina simulación cinemática y se pueden determinar trayectorias, curvaturas y se pueden generar animaciones en el ordenador. A continuación se muestra en la siguiente tabla los valores obtenidos de las variables, para cuando el grado de libertad (α) varía entre 60° y 90° .

$\alpha(gdl)$	x_1	y_1	x_2	y_2
60	1.0	1.7321	8.4125	4.7413
65	0.8452	1.8126	8.3045	4.7038
70	0.6840	1.8794	8.1856	4.6592
75	0.5176	1.9319	8.0571	4.6071
80	0.3473	1.9696	7.9207	4.5471
85	0.1743	1.9924	7.7780	4.4791
90	0.0	2.0	7.6306	4.4029

Tabla 2. Desplazamientos finitos del mecanismo.

3.9.3.- Problema de velocidad.

El problema de velocidad consiste en determinar las velocidades de todas las variables del mecanismo, conocida su posición y la velocidad del grado de libertad. Como ya se sabe las variables con las cuales se ha modelizado. El cuadrilátero articulado han de cumplir las ecuaciones de restricción, que se representan como:

$$\Phi(q) = 0 \tag{135}$$

derivando dicha expresión con respecto al tiempo, mediante la regla de la cadena, se tiene:

$$\Phi(q)\dot{q} = 0 \tag{136}$$

Ya que cuando se resuelve el problema de velocidad se conoce de antemano la posición del mecanismo, la matriz jacobiana es conocida también. Debido a esto la ecuación 136 es un sistema lineal donde las incógnitas son las velocidades. El sistema tiene m ecuaciones y n incógnitas, la velocidad del grado de libertad es dato. Lo que ocurre es que se pasa al lado derecho de la ecuación 136 las columnas de la matriz jacobiana correspondientes

a la variable que es el grado de libertad, multiplicada cada columna por el valor de velocidad. Y por lo tanto se tiene un sistema cuadrado de tamaño m .

Se sigue con el ejemplo anterior y para un ángulo de $\alpha = 60^\circ$, se obtuvo el siguiente vector de variables:

$$q^t = \{1.0 \quad 1.7321 \quad 8.4125 \quad 4.7413 \quad \pi/3\}$$

por lo que el sistema de ecuaciones 113 será:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3.4641 & 0 & 0 & 0 \\ -14.8249 & -6.0185 & 14.8249 & 6.0185 & 0 \\ 0 & 0 & -3.1751 & 9.4826 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1.7321 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (137)$$

esta igualdad nos indica que las velocidades del mecanismo pueden obtenerse en función de la velocidad del grado de libertad. La ecuación 137 se puede reescribir como:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3.4641 & 0 & 0 \\ -14.8249 & -6.0185 & 14.8249 & 6.0185 \\ 0 & 0 & -3.1751 & 9.4826 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} = -\dot{\alpha} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.7321 \end{Bmatrix} \quad (138)$$

Si se le asigna a la velocidad del grado de libertad un valor como el siguiente $\dot{\alpha} = 1$, el vector de velocidades que se obtendría sería:

$$\dot{q}^t = \{-1.7321 \quad 1.0 \quad -1.1674 \quad -0.3909 \quad 1\}$$

3.9.4.- Problema de aceleración.

El problema de aceleración trata de determinar las aceleraciones de todas las variables del cuadrilátero articulado, conocidas anteriormente la posición, la velocidad y la aceleración del grado de libertad. Derivando con respecto al tiempo la ecuación 136 se obtiene:

$$\Phi(q)\ddot{q} = -\dot{\Phi}_q \dot{q} \quad (139)$$

la matriz jacobiana sigue siendo conocida, el término de la derecha es función de las posiciones y de las velocidades, por lo tanto también es conocido. Así que de nuevo tenemos un sistema lineal de m ecuaciones y n incógnitas. Como la aceleración del grado de libertad es conocido, ya que es dato, el sistema pasa a ser cuadrado de tamaño m .

Volviendo al ejemplo que hemos utilizado en el problema de posición y de velocidad, seguiremos con el mismo para el problema de aceleración.

El término de la derecha de la ecuación 139 tiene el siguiente aspecto:

$$-\Phi_q \dot{q} = - \begin{Bmatrix} 2(\dot{x}_1^2 - \dot{y}_1^2) \\ 2[(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 + (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2] \\ 2(\dot{x}_2^2 - \dot{x}_1^2) \\ L_1 \dot{\alpha}^2 \cos \alpha \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 8 \\ 4.5068 \\ 3.0312 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (140)$$

Se sustituye todos los datos que se tienen en la ecuación 139 se tiene que:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3.4641 & 0 & 0 & 0 \\ -14.8249 & -6.0185 & 14.8249 & 6.0185 & 0 \\ 0 & 0 & -3.1751 & 9.4826 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1.7321 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 8 \\ 4.5068 \\ 3.0312 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (141)$$

las aceleraciones de los puntos 1 y 2 se pueden escribir en función de la aceleración del grado de libertad, al igual que en el problema de posición y velocidad. Por lo que al final el sistema se quedará tal y como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3.4641 & 0 & 0 \\ -14.8249 & -6.0185 & 14.8249 & 6.0185 \\ 0 & 0 & -3.1751 & 9.4826 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 8 \\ 4.5068 \\ 3.0312 \\ 1 \end{Bmatrix} - \ddot{\alpha} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.7321 \end{Bmatrix} \quad (142)$$

Si se le asigna a la aceleración del grado de libertad un valor como el siguiente $\ddot{\alpha} = 1$, el vector de aceleraciones que se obtendría sería:

$$\ddot{q}^t = \{-2.7321 \quad -0.7321 \quad -2.8201 \quad -1.2639 \quad 1\}$$

3.10.- ¿Qué es Easy Java Simulations (Ejs)?

Easy Java Simulations es una herramienta de software para la creación de simulaciones por computador, desarrollado por el Prof. Francisco Esquembre de la Universidad de Murcia. Este entorno de simulación permite tanto a profesores como a alumnos a crear de forma sencilla sus propios laboratorios virtuales [7,10].

Ejs es un programa que ayuda a la creación de otros programas. En el mercado existen muchos programas que ayudan a la creación de otros programas, los más básicos se llaman

compiladores y los más sofisticados son las herramientas de programación visual. Y la herramienta EJS se puede clasificar en la categoría de generadores de código [10].

Ejs ha sido concebida para que aquellas personas interesadas en utilizarlo, no necesiten un alto nivel de programación. Es decir que dicha herramienta no está orientada a los programadores profesionales, sino a personas que estén más bien interesadas en el contenido de la simulación. En vez de los aspectos técnicos necesarios para llevar a cabo la simulación [10].

El resultado que da la utilización de Ejs es igual que si lo hubiera hecho un programador profesional, siempre y cuando se refiera a términos de eficiencia y sofisticación. Ejs crea applets Java, los cuales son independientes y multiplataforma, que se puede visualizar a través de navegadores Web, leer los datos a través de la red y ser controlados desde páginas HTML.

Ejs adopta el paradigma Modelo-Control-Vista donde:

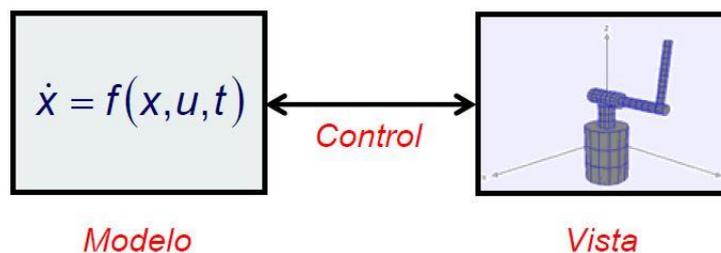


Figura 74. Paradigma Modelo-Control-Vista.

- El modelo describe el fenómeno que se quiere estudiar, dicho modelo está compuesto por un conjunto de variables y por las relaciones que tiene que tener las variables del fenómeno.
- El control define las acciones que el usuario puede realizar sobre la simulación.
- La vista es la representación gráfica de los aspectos más relevantes del fenómeno simulado.

Ejs es un software libre, el cual se puede descargar gratuitamente de internet. El entorno con el que se trabaja en Ejs se muestra a continuación, principalmente tiene tres paneles.

3.10.1.- Ejecutar Ejs.

Al poner en funcionamiento Ejs, se abren dos ventanas, que son la consola de Ejs y la interfaz del usuario.

3.10.1.1.- Consola de Ejs.

En la ventana de la consola de Ejs tiene tres pestañas, las cuales son: Opciones Básicas, Opciones Avanzadas y Área de Mensajes. A continuación se explica cada pestaña.

- **Opciones Básicas.** Esta pestaña contiene la dirección de la Máquina Virtual (MV) de Java en el disco duro y el espacio de trabajo, es decir, donde se guardarán las simulaciones que se hagan.



Figura 75. Opciones Básicas de la consola de Ejs.

- **Opciones Avanzadas.** En esta segunda pestaña se puede elegir MV de Java alternativa para la ejecución de Ejs, añadir parámetros a la MV Java y la especificación de argumentos para Ejs.



Figura 76. Opciones Avanzadas de la consola de Ejs.

3.10.1.2.- Interfaz del usuario.



Figura 78. Interfaz de usuario y el primer panel “Descripción”.

3.10.1.2.1.- Descripción.

En este primer panel, se puede crear y editar la descripción de la simulación. Cada narrativa aparece en una pestaña y el usuario puede editar dicha narrativa o la importación de ficheros HTML escritos con otras herramientas. Dicha información se muestra al arrancar la simulación, siempre y cuando se ejecute como una aplicación o parte de las páginas HTML.

Los iconos que se puede apreciar a la derecha de la figura tienen diferentes funciones que son las siguientes, se enumeran en el orden en el aparecen en la Figura 78 : Información acerca de esta simulación, Crear una simulación nueva, Abrir una simulación del espacio de trabajo, Leer de una librería digital de EJS, Grabar a disco, Grabar con un nombre distinto, Buscar en el código, Ejecutar simulación, Traducir la interfaz de la simulación, Empaquetar simulación actual, Opciones de EJS, Ayuda e información.

La ventana que se encuentra en la parte inferior de este panel, es donde Ejs muestra los mensajes al usuario.

3.10.1.2.2.- Modelo.

En este panel es donde se definirá la simulación del fenómeno que se quiere estudiar y para escribir los algoritmos que definen el fenómeno.

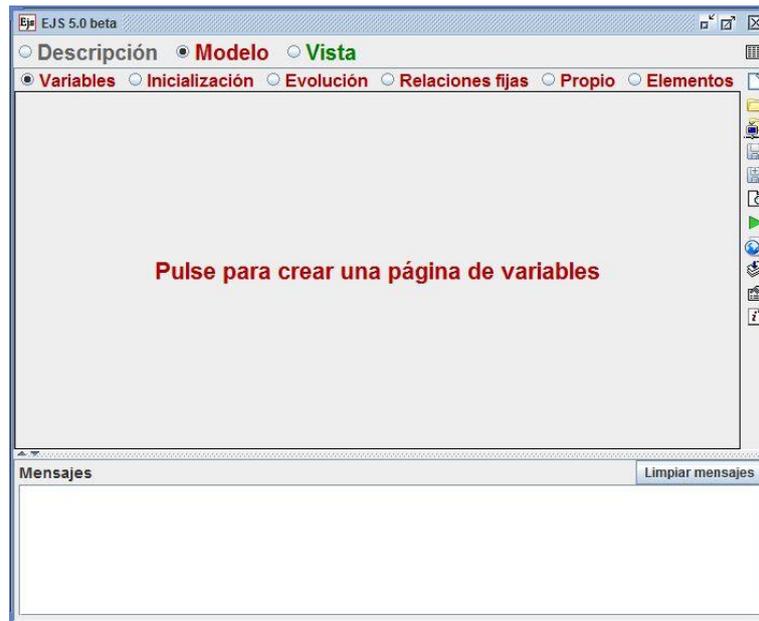


Figura 79. Segundo panel “Modelo”.

El panel de “Modelo” se subdivide en subpaneles, que son: Variables, Inicialización, Evolución, Relaciones fijas, Propio y Elementos.

3.10.1.2.2.1.- Variables.

Se tiene que definir todas las variables que afectan a la simulación. Hay dos tipos de variables que son las variables conocidas (variables de tiempo, los parámetros del modelo, las entradas globales al modelo y las variables de estado del modelo) y las variables desconocidas (variables auxiliares y algebraicas). Los tipos de variables que se puede definir son los siguientes:

- **Boolean.** Para valores de verdadero o falso.
- **Int.** Para valores enteros.
- **Double.** Para números en coma flotante, es decir, números reales.
- **String.** Para caracteres y textos.
- **Object.** Variable orientada a objetos en Java y es para que programadores más experimentados puedan crear sus propias variables.

3.10.1.2.2.2.- Inicialización.

Es para poder que la simulación empiece a funcionar, es decir, aquí se definen el comienzo del fenómeno para que pueda funcionar la simulación.

3.10.1.2.2.3.- Evolución.

Se declara lo que la simulación tiene que hacer indefinidamente y se puede hacer de dos formas. Una es escribiendo código, es decir, haciendo un programa y la otra forma es la de declarar EDOs.

3.10.1.2.2.4.- Relaciones fijas.

Se declaran todas las restricciones que el fenómeno tenga y necesite, para que la simulación se pueda llevar a cabo sin ningún tipo de error.

3.10.1.2.2.5.- Propio.

Sirve para hacer los diferentes programas que se requieran, debido a que en algunos casos se necesitará hacer programas que resuelvan diferentes aspectos del fenómeno.

3.10.1.2.3.- Vista.

En este panel se encuentra todas las herramientas necesarias para la creación de la animación del fenómeno.

Este panel tiene tres ventanas, la ventana de la izquierda denominada Árbol de elementos se muestra todos los elementos que se utilizan en la simulación. La ventana de la derecha denominada Elementos para la vista, se divide en tres subventanas llamadas Interfaz, Elementos de dibujo 2D y Elementos de dibujo 3D. En esta ventana se encuentran todos los elementos necesarios para la realización de la simulación del fenómeno a estudiar. Por último la ventana de abajo es la misma que sale en los dos paneles anteriores y sirve para que Ejs muestre diferentes mensajes al usuario.

3.10.1.2.3.1.- Interfaz.

Los elementos existentes están basados en elementos estándar de Java para interfaces, por ejemplo ventanas, paneles y botones.

3.10.1.2.3.2.- Elementos de dibujo 2D.

Son elementos de dibujos para paneles bidimensionales.

3.10.1.2.3.3.- Elementos de dibujo 3D.

Son elementos de dibujos para paneles tridimensionales.

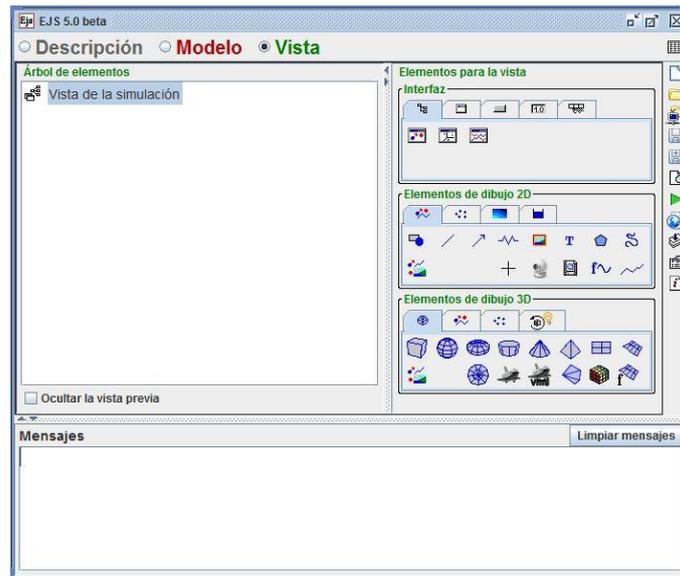


Figura 80. Tercer panel "Vista".

La creación de la vista consiste en la generación de una estructura de elementos que visualicen el estado del modelo y sirvan para interactuar con la simulación. Algunos elementos sirven para agrupar a otros, dichos elementos se denominan contenedores y el aspecto y comportamiento de cada elemento se definen en sus propiedades.

3.10.2.- Algoritmo de Ejs.

El algoritmo que se sigue en el Ejs, para la realización del fenómeno que se quiere estudiar es el siguiente:

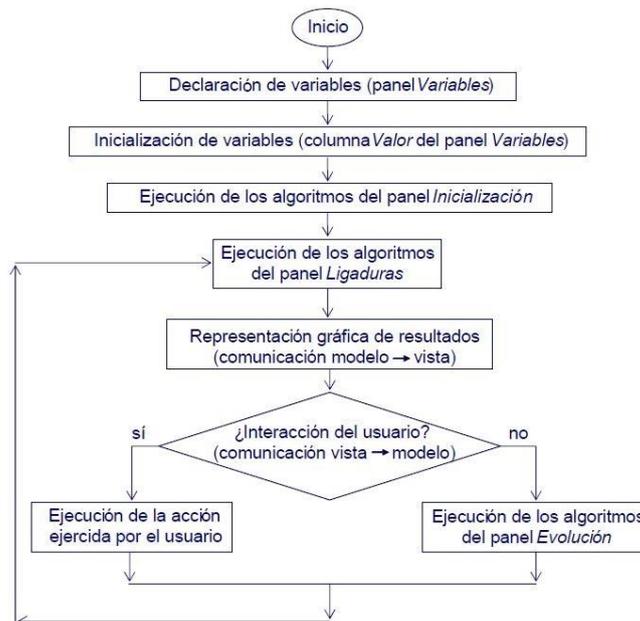


Figura 81. Algoritmo seguido por Ejs.

4.- Resultados y discusión.

En este capítulo se explica cómo se ha llevado a cabo la realización de la simulación del mecanismo en la plataforma Ejs y los resultados obtenidos una vez que se ha llevado a cabo la simulación del mecanismo manivela-balancín.

A continuación se expondrá todo lo necesario y en que parte se encuentra, como se ha comentado anteriormente Ejs se divide en dos en Modelo y en Vista. Es decir, en Modelo se programa todo lo necesario para que se pueda realizar la simulación y en Vista es donde se configura la simulación. Esto quiere decir, que es donde se coloca el dibujo de la simulación, así como las gráficas, etc. todo lo necesario y que después, el usuario será lo que verá en la interfaz.

Queda mencionar que la programación se ha llevado a cabo con la ayuda de los documentos que existen en [26].

4.1.- Definición de los elementos necesarios para la visualización del laboratorio virtual.

4.1.1.- Modelo.

4.1.1.1.- Variables.

Lo primero de todo es saber que variables son las necesarias para poder llevar a cabo la simulación. Se empieza por aquellas que son conocidas de antemano, las cuales son las longitudes de los eslabones y los puntos fijos, estos últimos son los referidos a aquellos puntos en los cuales el mecanismo queda fijado en el suelo. También se declara las variables tiempo y diferencial de tiempo, que en la parte de evolución será necesaria.

Por lo tanto las variables dichas anteriormente son:

$$L_1, L_2, L_3, x_A, y_A, x_B, y_B, t, dt$$

donde:

L_1 : es la longitud existente entre el punto fijo A y la articulación del eslabón 1 y 2.

L_2 : es la longitud existente entre la articulación del eslabón 1 y 2 y la articulación del eslabón 2 y 3.

L_3 : es la longitud existente entre la articulación del eslabón 2 y 3 y el punto fijo B.

t, dt : es el tiempo y el incremento de tiempo, respectivamente.

A continuación se muestra la declaración de las variables en Ejs.

Nombre	Valor inicial	Tipo	Dimensión
xA	0	double	
yA	0	double	
xB	287.36	double	
yB	0	double	
L1	50	double	
L2	256.2	double	
L3	105	double	
t	0	double	
dt	0.01	double	
vectorEntrada		double	[4]

Figura 82. Variables de entrada.

Como se puede ver en la Figura 82, al final se ha declarado un array unidimensional llamado vectorEntrada, dicha variable se le da valores en la ventana de Inicialización y será necesaria en la ventana de Propio. Debido a que varios métodos necesitan dicho vector, en el apto. 4.2 y 4.4 se podrá ver el vectorEntrada.

Las variables que quedan por definir son la posición, velocidad y aceleración de los puntos 1 y 2. Las variables correspondientes a la posición de estos dos puntos son:

$$x_1, y_1, x_2, y_2, \theta$$

la variable θ en Ejs se representa como theta y es el grado de libertad del mecanismo.

Las variables correspondientes a la velocidad son:

$$vx_1, vy_1, vx_2, vy_2, \omega$$

ω : es la velocidad angular del eslabón motor, es decir, del eslabón 1.

Las variables correspondientes a la aceleración son:

$$ax_1, ay_1, ax_2, ay_2, \alpha$$

Ahora se muestra las variables declaradas en Ejs, como se ha hecho con las otras variables.

x1	40	double	
y1	30	double	
x2	285	double	
y2	105	double	
theta	(Math.PI)/3	double	
q		double	[5] [1]
omega	2*Math.PI	double	
vx1	0	double	
vy1	0	double	
vx2	0	double	
vy2	0	double	
dq		double	[5] [1]
alfa	0	double	
ax1	0	double	
ay1	0	double	
ax2	0	double	
ay2	0	double	
ddq		double	[5] [1]

Figura 83. Variables de salida.

Como se puede ver en la Figura 83, se han declarado tres arrays bidimensionales llamados q, dq y ddq, dichas variables son para declarar los vectores posición, velocidad y aceleración, respectivamente. Se le dan valores en la ventana de Inicialización y será necesarias en las ventanas de Evolución y Propio, debido que varios métodos necesitan dicho vector, en el apto. 4.2, 4.3 y 4.4 se podrán ver los arrays bidimensionales q, dq y ddq.

4.1.1.2.- Inicialización.

En esta página se declara todo lo necesario para que la simulación empiece a funcionar, es decir, en esta parte se le dará valores al array unidireccional vectorEntrada y a los bidireccionales q, dq y ddq que contienen las variables de salida. Para que la simulación se pueda llevar a cabo.

Hay definidos cuatro arrays, los cuales ahora se explicarán para que sirva cada uno y las dimensiones que tiene cada uno. A continuación se muestra el código realizado en Ejs.

Como se puede apreciar lo primero que se hace es la asignación del denominado vectorEntrada, por lo que ya queda definido y con valores.

```
vectorEntrada [0] = xA;
```

```
vectorEntrada [1] = yA;
```

```
vectorEntrada [2] = xB;
```

```
vectorEntrada [3] = yB;
```

Ahora se hace la primera asignación al vector q, así que al igual que el vectorEntrada. Ya queda definido por primera vez, es por primera vez, porque en evolución se verá que el vector q va cambiando los valores, cada que se haga la llamada al método del problema de posición.

```
q [0][0] = x1;
```

```
q [1][0] = y1;
```

```
q [2][0] = x2;
```

```
q [3][0] = y2;
```

```
q [4][0] = theta;
```

Por último se hace la llamada al método que resuelve el problema de posición, ahora se puede ver como q cambia de valor.

```
q = probPosicion(vectorEntrada, q);
```

4.1.1.3.- Evolución.

En esta página es donde se llama a los métodos necesarios para poder resolver los problemas de posición, velocidad y aceleración a través del método numérico Newton-Raphson y poder obtener ver la ejecución de la simulación. A continuación se muestra la programación que se ha llevado a cabo en esta página y se explica para que se utiliza lo que hay escrito en cada línea del código.

Lo primero que se hace es incrementar la variable tiempo, ya que cuando se definió se le asigno valor cero. Este incremento se realiza para que se puedan ver las gráficas de la posición, velocidad y aceleración de los puntos 1 y 2.

```
t = t + dt;
```

Ahora se cambia los valores que inicialmente tenían las variables de la posición. Por los nuevos valores que se han obtenido, después de hacer la llamada al método del problema de posición.

```
x1 = q [0][0];
```

```
y1 = q [1][0];
```

```
x2 = q [2][0];
```

```
y2 = q [3][0];
```

```
theta = q [4][0];
```

A continuación se hace la llamada al método que resuelve el problema de velocidad.

```
dq = probVelocidad(q, omega);
```

Después de la llamada al método del problema de velocidad, se tienen que cambiar los valores que anteriormente tenían las variables de las velocidades de los puntos 1 y 2.

```
vx1 = dq [0][0];
```

```
vy1 = dq [1][0];
```

```
vx2 = dq [2][0];
```

```
vy2 = dq [3][0];
```

```
omega = dq [4][0];
```

Ya solo queda resolver el problema de aceleración, por lo que el siguiente paso es la llamada al método que resuelve dicho problema.

```
ddq = probAceleracion(q, dq, alfa);
```

Y como ocurre para la posición, como la velocidad, se cambian los valores que anteriormente tenías las variables de las aceleraciones de los puntos 1 y 2.

```
ax1 = ddq [0][0];
```

```
ay1 = ddq [1][0];
```

```
ax2 = ddq [2][0];
```

```
ay2 = ddq [3][0];
```

```
alfa = ddq [4][0];
```

Después de calcular la posición, velocidad y aceleración de una posición determinada del grado de libertad, se tiene que aumentar el grado de libertad. Esto se hace para que se pueda resolver el mecanismo en todas sus posiciones.

```
q[4][0] = q[4][0] + omega * dt;
```

Por último, queda hacer la llamada al método que resuelve el problema de posición. Ya que antes se hizo en la página de inicialización y si no se hace en evolución, no se volvería a calcular la nueva posición.

```
q = probPosicion(vectorEntrada, q);
```

4.1.1.4.- Relaciones fijas.

En esta página se declaran las restricciones que siempre deben de cumplirse y en este caso, las restricciones son que las longitudes de los eslabones tienen que ser constantes siempre. A continuación se refleja el código declarado, en dicha página y explicado.

```
//Longitud constante para el eslabón 1.  
L1 = Math.sqrt(Math.pow((x1- xA),2) + Math.pow((y1-yA),2));  
  
//Longitud constante para el eslabón 2.  
L2 = Math.sqrt(Math.pow((x2-x1),2) + Math.pow((y2-y1),2));  
  
//Longitud constante para el eslabón 3.  
L3 = Math.sqrt(Math.pow((x2-xB),2) + Math.pow((y2-yB),2));
```

Las tres líneas de código son tres ecuaciones que a continuación se escriben de forma que se pueda entender sin tener que saber programación en Java.

$$L_1 = \sqrt{((x_1 - x_A)^2 + (y_1 - y_A)^2)} \quad (143)$$

$$L_2 = \sqrt{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)} \quad (144)$$

$$L_3 = \sqrt{((x_2 - x_B)^2 + (y_2 - y_B)^2)} \quad (145)$$

4.1.1.5.- Propio.

En esta página se desarrolla todos los métodos necesarios para para poder llegar a cabo la realización de la simulación del mecanismo manivela-balancín. En esta parte se ha desarrollado 8 páginas para que se pueda llevar a cabo la simulación del cuadrilátero articulado.

La primera página se ha creado el método llamado restricciones, el cual con los datos del vectorEntrada, q, L1, L2 y L3 evalúa las restricciones. Este método es necesario debido a que como se ha visto en el capítulo 3, para los tres problemas a resolver necesita el vector llamado vector de restricciones ($\Phi(q)$). A continuación se muestra el código comentado.

Los datos necesarios para esté método son el vector vectorEntrada, q, L1, L2 y L3.

```
public double [][] restricciones (double [] vectorEntrada, double [][] q,  
double L1, double L2, double L3) {
```

Se declaran una variables doubles, cuyo valor es la resta de los vectores q y vectorEntrada.

```
double a,b,c,d,e,f;  
a = q [0][0] - vectorEntrada [0];  
b = q [1][0] - vectorEntrada [1];  
c = q [2][0] - q [0][0];  
d = q [3][0] - q [1][0];  
e = q [2][0] - vectorEntrada [2];  
f = q [3][0] - vectorEntrada [3];
```

Las siguientes declaraciones son referidas a las ecuaciones de restricción.

```
double r1,r2,r3,r4,r5;  
r1 = Math.pow(a,2) + Math.pow(b,2) - Math.pow(L1,2);  
r2 = Math.pow(c,2) + Math.pow(d,2) - Math.pow(L2,2);  
r3 = Math.pow(e,2) + Math.pow(f,2) - Math.pow(L3,2);  
r4 = (a-L1 * Math.cos(q[4][0]));  
r5 = (b-L1 * Math.sin(q[4][0]));
```

Se crea un array bidimensional, que el método dará como resultado.

```
double [][] phi = new double [5][1];
```

Declaración de los valores para el array bidimensional, que devuelve el método.

```
phi [0][0] = r1;  
phi [1][0] = r2;  
phi [2][0] = r3;  
phi [3][0] = r4;  
phi [4][0] = r5;
```

```
return phi;}
```

A continuación se escribe las ecuaciones utilizadas en el método, para que se vea más claro.

$$a = x1 - xA \quad (146)$$

$$b = y1 - yA \quad (147)$$

$$c = x2 - x1 \quad (148)$$

$$d = y2 - y1 \quad (149)$$

$$e = x2 - xB \quad (150)$$

$$f = y2 - yB \quad (151)$$

$$r_1 = a^2 + b^2 - L_1^2 \quad (152)$$

$$r_2 = c^2 + d^2 - L_2^2 \quad (153)$$

$$r_3 = e^2 + f^2 - L_3^2 \quad (154)$$

$$r_4 = (a - L_1 * \cos \theta) \quad (155)$$

$$r_5 = (b - L_1 * \sin \theta) \quad (156)$$

En la segunda página se desarrolla el método jacobiano, el cual su función es la de calcular el jacobiano, que es necesario para los problemas de posición, velocidad y aceleración. Se muestra el código desarrollado que se lleva a cabo para el cálculo del jacobiano. Como se ha visto en el capítulo 3, el jacobiano se obtiene de hacer las derivadas parciales de las ecuaciones de restricción con respecto a las variables que tenemos, es decir $x_1, y_1, x_2, y_2, \theta$.

Los datos necesarios para este método son el vector `vectorEntrada`, q y L_1

```
public double [][] jacobiano (double [] vectorEntrada, double [][] q, double
L1) {
```

Lo primero es la creación de un array bidimensional, que será devuelto por el método.

```
double [][] phiQ = new double [5][5];
```

Asignación de los valores del array bidimensional que se acaba de declarar.

```

phiQ [0][0] = 2 * (q [0][0] - vectorEntrada [0]);
phiQ [0][1] = 2 * (q [1][0] - vectorEntrada [1]);
phiQ [0][2] = 0;
phiQ [0][3] = 0;
phiQ [0][4] = 0;

phiQ [1][0] = -2 * (q [2][0] - q [0][0]);
phiQ [1][1] = -2 * (q [3][0] - q [1][0]);
phiQ [1][2] = 2 * (q [2][0] - q [0][0]);
phiQ [1][3] = 2 * (q [3][0] - q [1][0]);
phiQ [1][4] = 0;

phiQ [2][0] = 0;
phiQ [2][1] = 0;
phiQ [2][2] = 2 * (q [2][0] - vectorEntrada [2]);
phiQ [2][3] = 2 * (q [3][0] - vectorEntrada [3]);
phiQ [2][4] = 0;

phiQ [3][0] = 1;
phiQ [3][1] = 0;
phiQ [3][2] = 0;
phiQ [3][3] = 0;
phiQ [3][4] = L1 * Math.sin(q [4][0]);

phiQ [4][0] = 0;
phiQ [4][1] = 1;
phiQ [4][2] = 0;
phiQ [4][3] = 0;
phiQ [4][4] = -L1 * Math.cos(q [4][0]);

return phiQ;}

```

En esta parte se declara un array bidimensional para que se pueda devolver los valores obtenidos en el jacobiano.

La tercera página es para el cálculo del error producido en las iteraciones que se hace en el problema de posición, en la página del problema de posición se puede ver donde se utiliza el método del cálculo del error.

```
public double errorPosicion () {
```

Se crea un array bidimensional, el cual obtendrá los valores del método de las restricciones.

```
double [][] errorCalculado = new double [5][1];
```

Ahora se hace la llamada al método de las restricciones.

```
errorCalculado = restricciones (vectorEntrada, q, L1, L2, L3);
```

Se crea una variable double, para obtener el valor de hacer la sumatoria de los valores de las ecuaciones de restricción al cuadrado.

```
double sum;
```

```
sum = Math.pow(errorCalculado [0][0],2) + Math.pow(errorCalculado [1][0],2)  
+ Math.pow(errorCalculado [2][0],2) + Math.pow(errorCalculado [3][0],2) +  
Math.pow(errorCalculado [4][0],2);
```

```
//Declaración de una variable
```

Se crea una variable double, con la cual se devuelve el valor calculado de este método. Para obtener dicho valor, se tiene que hacer la raíz cuadrada a la variable double que se ha declarado antes (sum).

```
double errorTotal;
```

```
errorTotal = Math.sqrt(sum);
```

```
return errorTotal; }
```

En el método del error de la posición, se hace la llamada a restricciones debido a que para el cálculo del error es necesario, como ya se ha visto en el capítulo 3.

La cuarta página es para el cálculo de la derivada del jacobiano, que se utiliza en el problema de aceleración. Así que como se puede ver es igual que el jacobiano pero en vez de

tener las variables de las posiciones, se tiene las variables de las velocidades y el grado de libertad.

Los datos necesarios para este método son los vectores q y dq y la longitud del eslabón 1 (L_1).

```
public double [][] dJacobiano (double [][] q, double [][] dq, double L1) {
```

Creación de un array bidimensional, que devuelve el método dJacobiano.

```
double [][] dPhiQ = new double [5][5];
```

Asignación de los valores del array bidimensional dPhiQ.

```
dPhiQ [0][0] = 2 * dq [0][0];
```

```
dPhiQ [0][1] = 2 * dq [1][0];
```

```
dPhiQ [0][2] = 0;
```

```
dPhiQ [0][3] = 0;
```

```
dPhiQ [0][4] = 0;
```

```
dPhiQ [1][0] = -2 * (dq [2][0] - dq [0][0]);
```

```
dPhiQ [1][1] = -2 * (dq [3][0] - dq [1][0]);
```

```
dPhiQ [1][2] = 2 * (dq [2][0] - dq [0][0]);
```

```
dPhiQ [1][3] = 2 * (dq [3][0] - dq [1][0]);
```

```
dPhiQ [1][4] = 0;
```

```
dPhiQ [2][0] = 0;
```

```
dPhiQ [2][1] = 0;
```

```
dPhiQ [2][2] = 2 * dq [2][0];
```

```
dPhiQ [2][3] = 2 * dq [3][0];
```

```
dPhiQ [2][4] = 0;
```

```
dPhiQ [3][0] = 0;
```

```
dPhiQ [3][1] = 0;
```

```
dPhiQ [3][2] = 0;
```

```
dPhiQ [3][3] = 0;
```

```
dPhiQ [3][4] = L1 * Math.cos(q [4][0]) * dq [4][0];
```

```
dPhiQ [4][0] = 0;  
dPhiQ [4][1] = 0;  
dPhiQ [4][2] = 0;  
dPhiQ [4][3] = 0;  
dPhiQ [4][4] = L1 * Math.sin(q [4][0]) * dq [4][0];  
return dPhiQ;}
```

A partir de la quinta ventana es donde se desarrollan los métodos para resolver los problemas de posición, velocidad y aceleración. En primer lugar, en la página cinco se desarrolla el método del problema de posición, que a continuación se muestra el código realizado en la plataforma Ejs y con los comentarios pertinentes para poder comprender el código.

Los datos que este método necesitan son los vectores vectorEntrada y q.

```
public double [][] probPosicion (double [] vectorEntrada, double [][] q) {
```

Se hace la creación de un array bidimensional y se le asigna los valores del vector q.

```
double [][] qCalculada = new double [5][1];  
qCalculada [0][0] = q [0][0];  
qCalculada [1][0] = q [1][0];  
qCalculada [2][0] = q [2][0];  
qCalculada [3][0] = q [3][0];  
qCalculada [4][0] = q [4][0];
```

se crea una matriz con los datos del array bidimensional qCalculada.

```
Jama.Matrix qCalculadaMatriz = new Jama.Matrix (qCalculada);  
double error = 1;  
double nit = 0;
```

Declaración del incremento del grado de libertad.

```
double aTheta = 0;
```

Se crea el vector vectorGdl con los valores siguientes.

```
double [] vectorGdl = {0,0,0,0,1};
```

Declaración de un array bidimensional, que hará la llamada al método de las restricciones.

```
double [][] Phi = new double [5][1];
```

Declaración de un array bidimensional, que tendrá los valores de las restricciones y el incremento del grado de libertad.

```
double [][] PhiAmpliado = new double [6][1];
```

Declaración de un array bidimensional, que tendrá los valores del jacobiano y del vectorGdl.

```
double [][] PhiQAmpliado = new double [6][5];
```

Declaración de un array bidimensional, que hará la llamada al método del jacobiano.

```
double [][] jac = new double [5][5];
```

Bucle while, que se estará ejecutando hasta que el error sea menor de 10^{-4} o el número de iteraciones sea mayor de 20.

```
while (error >0.0001 && nit < 20){
```

Se hace la llamada al método del error de la posición, para que el error obtenga el nuevo error cometido.

```
error = errorPosicion();
```

el número de iteraciones se incrementa en 1.

```
nit = nit + 1;
```

Se hace la llamada al método de las restricciones.

```
Phi = restricciones (vectorEntrada, q, L1, L2, L3);
```

```
//Declaración de valores de las restricciones ampliadas.
```

Al array bidimensional PhiAmpliado se le asigna los nuevos valores obtenidos.

```
PhiAmpliado [0][0] = Phi [0][0];
```

```
PhiAmpliado [1][0] = Phi [1][0];
```

```
PhiAmpliado [2][0] = Phi [2][0];
```

```
PhiAmpliado [3][0] = Phi [3][0];  
PhiAmpliado [4][0] = Phi [4][0];  
PhiAmpliado [5][0] = aTheta;
```

Declaración de una matriz con los valores de PhiAmpliado.

```
Jama.Matrix PhiAmpliadoMatriz = new Jama.Matrix (PhiAmpliado);
```

Llamada al método del jacobiano.

```
jac = jacobiano (vectorEntrada, q, L1);
```

Se le asigna los nuevos valores al array PhiQAmpliado.

```
PhiQAmpliado [0][0] = jac [0][0];  
PhiQAmpliado [0][1] = jac [0][1];  
PhiQAmpliado [0][2] = jac [0][2];  
PhiQAmpliado [0][3] = jac [0][3];  
PhiQAmpliado [0][4] = jac [0][4];  
PhiQAmpliado [1][0] = jac [1][0];  
PhiQAmpliado [1][1] = jac [1][1];  
PhiQAmpliado [1][2] = jac [1][2];  
PhiQAmpliado [1][3] = jac [1][3];  
PhiQAmpliado [1][4] = jac [1][4];  
PhiQAmpliado [2][0] = jac [2][0];  
PhiQAmpliado [2][1] = jac [2][1];  
PhiQAmpliado [2][2] = jac [2][2];  
PhiQAmpliado [2][3] = jac [2][3];  
PhiQAmpliado [2][4] = jac [2][4];  
PhiQAmpliado [3][0] = jac [3][0];  
PhiQAmpliado [3][1] = jac [3][1];  
PhiQAmpliado [3][2] = jac [3][2];  
PhiQAmpliado [3][3] = jac [3][3];
```

```

PhiQAmpliado [3][4] = jac [3][4];
PhiQAmpliado [4][0] = jac [4][0];
PhiQAmpliado [4][1] = jac [4][1];
PhiQAmpliado [4][2] = jac [4][2];
PhiQAmpliado [4][3] = jac [4][3];
PhiQAmpliado [4][4] = jac [4][4];
PhiQAmpliado [5][0] = vectorGdl [0];
PhiQAmpliado [5][1] = vectorGdl [1];
PhiQAmpliado [5][2] = vectorGdl [2];
PhiQAmpliado [5][3] = vectorGdl [3];
PhiQAmpliado [5][4] = vectorGdl [4];

```

Declaración de una matriz con los valores de PhiQAmpliado.

```
Jama.Matrix PhiQAmpliadoMatriz = new Jama.Matrix (PhiQAmpliado);
```

Resolución del sistema matricial del problema de posición mediante el método Newton-Rapshon.

```
//Cálculo mediante Cholesky del jacobiano ampliado y de las restricciones
ampliadas.
```

```
Jama.Matrix Cproducto = PhiQAmpliadoMatriz.solve(PhiAmpliadoMatriz);
```

```
//Cálculo de la nueva posición.
```

```
qCalculadaMatriz = qCalculadaMatriz.minusEquals(Cproducto);
```

Creación de un array bidimensional, para obtener los valores de resolver el sistema matricial.

```
double [][] qCalculadaArray = new double [5][1];
```

Obtención de los resultados de las nuevas posiciones.

```
qCalculadaArray = qCalculadaMatriz.getArray();
```

Asignación de los nuevos valores.

```
q [0][0] = qCalculadaArray [0][0];
```

```
q [1][0] = qCalculadaArray [1][0];
```

```
q [2][0] = qCalculadaArray [2][0];  
q [3][0] = qCalculadaArray [3][0];  
q [4][0] = qCalculadaArray [4][0];  
}  
return q;}
```

En la sexta página es donde se resuelve el problema de velocidad, una vez que ya se tiene la posición más exacta a la real. Se muestra el desarrollo del código para poder llevar a cabo el problema de velocidad.

Los datos necesarios son el vector q y la velocidad angular (ω).

```
public double [][] probVelocidad (double [][] q, double omega) {
```

Creación de un array bidimensional, para hacer la llamada al método del jacobiano.

```
double [][] jacVelocidad = new double [5][5];
```

Llamada al método del jacobiano.

```
jacVelocidad = jacobiano(vectorEntrada, q, L1);
```

Creación de un array bidimensional, denominado vectorGdl.

```
double [][] vectorGdl = new double [1][5];
```

Asignación de los valores del array vectorGdl.

```
vectorGdl [0][0] = 0;
```

```
vectorGdl [0][1] = 0;
```

```
vectorGdl [0][2] = 0;
```

```
vectorGdl [0][3] = 0;
```

```
vectorGdl [0][4] = 1;
```

Creación de un array bidimensional, que tendrá como valores el jacobiano y el vectorGdl.

```
double [][] phiQAmpliado = new double [6][5];
```

Asignación del array phiQAmpliado.

```
phiQAmpliado [0][0] = jacVelocidad [0][0];
```

```

phiQAmpliado [0][1] = jacVelocidad [0][1];
phiQAmpliado [0][2] = jacVelocidad [0][2];
phiQAmpliado [0][3] = jacVelocidad [0][3];
phiQAmpliado [0][4] = jacVelocidad [0][4];
phiQAmpliado [1][0] = jacVelocidad [1][0];
phiQAmpliado [1][1] = jacVelocidad [1][1];
phiQAmpliado [1][2] = jacVelocidad [1][2];
phiQAmpliado [1][3] = jacVelocidad [1][3];
phiQAmpliado [1][4] = jacVelocidad [1][4];
phiQAmpliado [2][0] = jacVelocidad [2][0];
phiQAmpliado [2][1] = jacVelocidad [2][1];
phiQAmpliado [2][2] = jacVelocidad [2][2];
phiQAmpliado [2][3] = jacVelocidad [2][3];
phiQAmpliado [2][4] = jacVelocidad [2][4];
phiQAmpliado [3][0] = jacVelocidad [3][0];
phiQAmpliado [3][1] = jacVelocidad [3][1];
phiQAmpliado [3][2] = jacVelocidad [3][2];
phiQAmpliado [3][3] = jacVelocidad [3][3];
phiQAmpliado [3][4] = jacVelocidad [3][4];
phiQAmpliado [4][0] = jacVelocidad [4][0];
phiQAmpliado [4][1] = jacVelocidad [4][1];
phiQAmpliado [4][2] = jacVelocidad [4][2];
phiQAmpliado [4][3] = jacVelocidad [4][3];
phiQAmpliado [4][4] = jacVelocidad [4][4];
phiQAmpliado [5][0] = vectorGdl [0][0];
phiQAmpliado [5][1] = vectorGdl [0][1];
phiQAmpliado [5][2] = vectorGdl [0][2];
phiQAmpliado [5][3] = vectorGdl [0][3];

```

```
phiQAmpliado [5][4] = vectorGdl [0][4];
```

Creación de una matriz con los valores de phiQAmpliado.

```
Jama.Matrix phiQAmpliadoMatriz = new Jama.Matrix (phiQAmpliado);
```

Creación de un array bidimensional y asignación de los valores para el array datoVelocidad.

```
double [][] datoVelocidad = new double [6][1];  
datoVelocidad [0][0] = 0;  
datoVelocidad [1][0] = 0;  
datoVelocidad [2][0] = 0;  
datoVelocidad [3][0] = 0;  
datoVelocidad [4][0] = 0;  
datoVelocidad [5][0] = omega;
```

Creación de una matriz con los valores de datoVelocidad.

```
Jama.Matrix datoVelocidadMatriz = new Jama.Matrix (datoVelocidad);  
  
//Declaración de una matriz.
```

Creación de una matriz vectorVelocidad, para obtener las nuevas velocidades.

```
Jama.Matrix vectorVelocidad = new Jama.Matrix (5,1);
```

Resolución del sistema matricial del problema de posición mediante el método Newton-Rapshon.

```
//Cálculo mediante Cholesky del jacobiano ampliado y del array  
datoVelocidad.  
  
vectorVelocidad = phiQAmpliadoMatriz.solve(datoVelocidadMatriz);  
  
//Declaración de un array bidimensional.
```

Creación de un array bidimensional, para obtener los valores de resolver el sistema matricial.

```
double [][] dq_1 = new double [5][1];
```

Obtención de los resultados de las nuevas velocidades.

```
dq_1 = vectorVelocidad.getArray();
//Declaración de un array bidimensional.
```

Creación de un array bidimensional.

```
double [][] vel = new double [5][1];
```

Asignación de los nuevos valores.

```
vel [0][0] = dq_1 [0][0];
vel [1][0] = dq_1 [1][0];
vel [2][0] = dq_1 [2][0];
vel [3][0] = dq_1 [3][0];
vel [4][0] = dq_1 [4][0];
return vel;}
```

En la séptima página de propio, se encuentra el método que resuelve el problema de aceleración. Este es el último problema que se debe de resolver para obtener los resultados queridos cuando se estudia un mecanismo. A continuación se muestra el código del método de resolución del problema de aceleración.

Los datos necesarios son los vectores q y dq y el valor de alfa.

```
public double [][] probAceleracion (double [][] q, double [][] dq, double
alfa) {
```

Creación de un array bidimensional y declaración de los valores del vectorGdlAceleracion.

```
double [][] vectorGdlAceleracion = new double [1][5];
vectorGdlAceleracion [0][0] = 0;
vectorGdlAceleracion [0][1] = 0;
vectorGdlAceleracion [0][2] = 0;
vectorGdlAceleracion [0][3] = 0;
vectorGdlAceleracion [0][4] = 1;
//Declaración de un array bidimensional.
```

Creación de un array bidimensional, para poder hacer la llamada al método del jacobiano.

```
double [][] phiQ = new double [5][5];
```

Llamada al método del jacobiano.

```
phiQ = jacobiano(vectorEntrada,q,L1);
```

Creación de un array bidimensional, cuyo valores son los obtenidos del jacobiano y del vectorGdlAceleracion.

```
double [][] phiQAmpliado = new double [6][5];
```

```
phiQAmpliado [0][0] = phiQ [0][0];
```

```
phiQAmpliado [0][1] = phiQ [0][1];
```

```
phiQAmpliado [0][2] = phiQ [0][2];
```

```
phiQAmpliado [0][3] = phiQ [0][3];
```

```
phiQAmpliado [0][4] = phiQ [0][4];
```

```
phiQAmpliado [1][0] = phiQ [1][0];
```

```
phiQAmpliado [1][1] = phiQ [1][1];
```

```
phiQAmpliado [1][2] = phiQ [1][2];
```

```
phiQAmpliado [1][3] = phiQ [1][3];
```

```
phiQAmpliado [1][4] = phiQ [1][4];
```

```
phiQAmpliado [2][0] = phiQ [2][0];
```

```
phiQAmpliado [2][1] = phiQ [2][1];
```

```
phiQAmpliado [2][2] = phiQ [2][2];
```

```
phiQAmpliado [2][3] = phiQ [2][3];
```

```
phiQAmpliado [2][4] = phiQ [2][4];
```

```
phiQAmpliado [3][0] = phiQ [3][0];
```

```
phiQAmpliado [3][1] = phiQ [3][1];
```

```
phiQAmpliado [3][2] = phiQ [3][2];
```

```
phiQAmpliado [3][3] = phiQ [3][3];
```

```
phiQAmpliado [3][4] = phiQ [3][4];
```

```

phiQAmpliado [4][0] = phiQ [4][0];
phiQAmpliado [4][1] = phiQ [4][1];
phiQAmpliado [4][2] = phiQ [4][2];
phiQAmpliado [4][3] = phiQ [4][3];
phiQAmpliado [4][4] = phiQ [4][4];
phiQAmpliado [5][0] = vectorGdlAceleracion [0][0];
phiQAmpliado [5][1] = vectorGdlAceleracion [0][1];
phiQAmpliado [5][2] = vectorGdlAceleracion [0][2];
phiQAmpliado [5][3] = vectorGdlAceleracion [0][3];
phiQAmpliado [5][4] = vectorGdlAceleracion [0][4];

```

Creación de un array bidimensional para la llamada del método dJacobiano.

```
double [][] evaluaDJacobiano = new double [5][5];
```

Llamada al método del dJacobiano.

```
evaluaDJacobiano = dJacobiano (q, dq, L1);
```

Creación de un matriz con los valores del método dJacobiano.

```
Jama.Matrix evaluaDJacobianoMatriz = new Jama.Matrix (evaluaDJacobiano);
```

Creación de un array bidimensional para la llamada al método del problema de velocidad.

```
double [][] evaluaVelocidad = new double [5][1];
```

Llamada al método del problema de velocidad.

```
evaluaVelocidad = probVelocidad (q, omega);
```

```
//Declaración de una matriz.
```

Creación de una matriz con los valores del método del problema de la velocidad.

```
Jama.Matrix evaluaVelocidadMatriz = new Jama.Matrix (evaluaVelocidad);
```

Creación de una matriz que resuelve la multiplicación de evaluaDJacobianoMatriz y evaluaVelocidadMatriz.

```
Jama.Matrix rhs = new Jama.Matrix (5,1);
```

Multiplicación entre matrices.

```
rhs = evaluaDJacobianoMatriz.times(evaluaVelocidadMatriz);
```

Creación de un array bidimensional, cuyos valores son todos ceros.

```
double [][] matrizCeros = new double [6][1];
```

Asignación de los ceros al array bidimensional.

```
matrizCeros [0][0] = 0;
```

```
matrizCeros [1][0] = 0;
```

```
matrizCeros [2][0] = 0;
```

```
matrizCeros [3][0] = 0;
```

```
matrizCeros [4][0] = 0;
```

```
matrizCeros [5][0] = 0;
```

Creación de una matriz del array matrizCeros.

```
Jama.Matrix matrizCerosM = new Jama.Matrix(matrizCeros);
```

Creación de un array bidimensional, para obtener los valores de la multiplicación entre las matrices.

```
double [][] rhsV = new double [5][1];
```

Obtención de los valores de la multiplicación de matrices

```
rhsV = rhs.getArray();
```

Creación de un array bidimensional.

```
double [][] rhsConCero = new double [6][1];
```

Asignación de valores al array rhsConCero.

```
rhsConCero [0][0] = rhsV [0][0];
```

```
rhsConCero [1][0] = rhsV [1][0];
```

```
rhsConCero [2][0] = rhsV [2][0];
```

```
rhsConCero [3][0] = rhsV [3][0];
```

```
rhsConCero [4][0] = rhsV [4][0];
```

```
rhsConCero [5][0] = 0;
```

Creación de una matriz con los valores de rhsConCero.

```
Jama.Matrix rhsCeros = new Jama.Matrix(rhsConCero);
```

Creación de una matriz, para poder hacer la resta de las matrices matrizConCerosM y rhsCeros.

```
Jama.Matrix rhsAmpliado = new Jama.Matrix (6,1);
```

Diferencia entre matrizCeros y rhsCeros.

```
rhsAmpliado = matrizCerosM.minus(rhsCeros);
```

Creación de una matriz con los valores de phiQAmpliado.

```
Jama.Matrix phiQAmpliadoMatriz = new Jama.Matrix(phiQAmpliado);
```

Creación de una matriz, para obtener los valores de las aceleraciones.

```
Jama.Matrix vectorAcel = new Jama.Matrix (5,1);
```

Resolución del sistema matricial del problema de posición mediante el método Newton-Rapshon.

```
vectorAcel = phiQAmpliadoMatriz.solve(rhsAmpliado);
```

Creación de un array bidimensional, para obtener los valores de las aceleraciones calculadas.

```
double [][] ddq_1 = new double [5][1];
```

Obtención de los valores de las aceleraciones.

```
ddq_1 = vectorAcel.toArray();
```

Creación de un array bidimensional, que devuelve los valores de las aceleraciones.

```
double [][] acel = new double [5][1];
```

Asignación de los valores de las aceleraciones.

```
acel [0][0] = ddq_1 [0][0];
```

```
acel [1][0] = ddq_1 [1][0];
```

```
acel [2][0] = ddq_1 [2][0];
```

```
acel [3][0] = ddq_1 [3][0];
```

```
    acel [4][0] = ddq_1 [4][0];  
  
    return acel;}
```

Y por último y octava página se ha realizado la creación de un archivo de texto para obtener los resultados de la posición, velocidad y aceleración de los puntos 1 y 2 tanto en el eje de abscisas como el de ordenadas, así como el grado de libertad (ángulo), como la velocidad angular y la aceleración angular. Dicho archivo se genera en la carpeta de Ejs output, de esta manera los alumnos podrán obtener un archivo en el cual tengan los resultados obtenidos de la simulación y por consiguiente poder representarlos con otro software como es el caso de Matlab, para luego debe de convertir el archivo de texto en un archivo legible por el programa. El código es el siguiente:

```
public static void generarArchivo (double t, double [][] q, double [][] dq,  
double [][] ddq) {  
  
    try{  
  
        String archivoDondeEsta = "Datos.txt";  
  
        File file = new File(archivoDondeEsta);  
  
        FileWriter fw = new FileWriter(file,true);  
  
        PrintWriter pw = new PrintWriter(fw);  
  
        pw.printf("%5.2f\t", t);  
  
        pw.print("  ");  
  
        for(int i = 0; i < q.length; i++){  
  
            pw.printf("%5.2f\t", q[i][0]);  
  
            pw.print("  ");  
  
        }  
  
        for(int i = 0; i < dq.length; i++){  
  
            pw.printf("%5.2f\t", dq[i][0]);  
  
            pw.print("  ");  
  
        }  
  
        for(int i = 0; i < ddq.length; i++){  
  
            pw.printf("%5.2f\t", ddq[i][0]);
```

```

        pw.print("  ");
    }

    pw.println();

    pw.close();
}

catch (Exception e) {e.printStackTrace();}
}

```

4.1.2.- Vista.

En el panel de vista es el utilizado para que se vea en la interfaz el mecanismo y en este caso también se verá 5 una para cada punto en el eje X y en el eje Y y una quinta gráfica para ver la evolución del grado de libertad.

El panel de vista se ha dividido en dos ventanas, una para que se vea el mecanismo y la otra es para que se vea representado los puntos a estudiar (Figura 84).

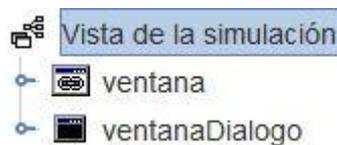


Figura 84. Primera visualización del panel Vista.

El icono denominado ventana está reservado para el mecanismo y el icono llamado ventanaDialogo es para visualizar las gráficas nombradas anteriormente.

Se comienza por el icono de ventana, para explicar todo lo que contiene, como se definido cada cosa y como el usuario ve la interfaz. A continuación se muestra una imagen de los elementos que contiene la ventana cuando se despliega.



Figura 85. Segunda visualización del panel Vista.

La ventana se divide en cuatro paneles, en un panel para representar el mecanismo que se llama panelDibujo y los otros tres paneles para que se pueda interactuar con el laboratorio.

En el panelDibujo se ha colocado en el centro de la ventana y se encuentra las diferentes partes que componen el mecanismo manivela-balancín, lo que se observa se muestra en la siguiente figura.

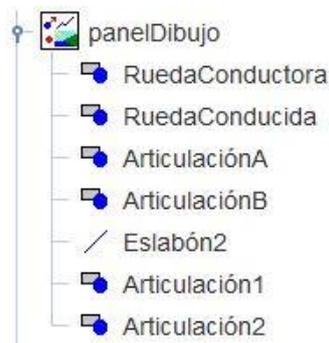


Figura 86. Vista desplegada del panelDibujo.

Como se puede ver, el mecanismo se compone de tres eslabones y de cuatro articulaciones, dos de esas articulaciones es para mantener al mecanismo sujeto a tierra (articulaciónA y articulaciónB) y las otras dos son para unir el eslabón 1 con el 2, articulación1 y la articulación2 es para mantener unidos los eslabones 2 y 3. Se empezará explicando cómo se han definido los eslabones tanto el 1 como el 2 y el 3, debido a que se definen igual a excepción del de los puntos de inicio y final de los eslabones.

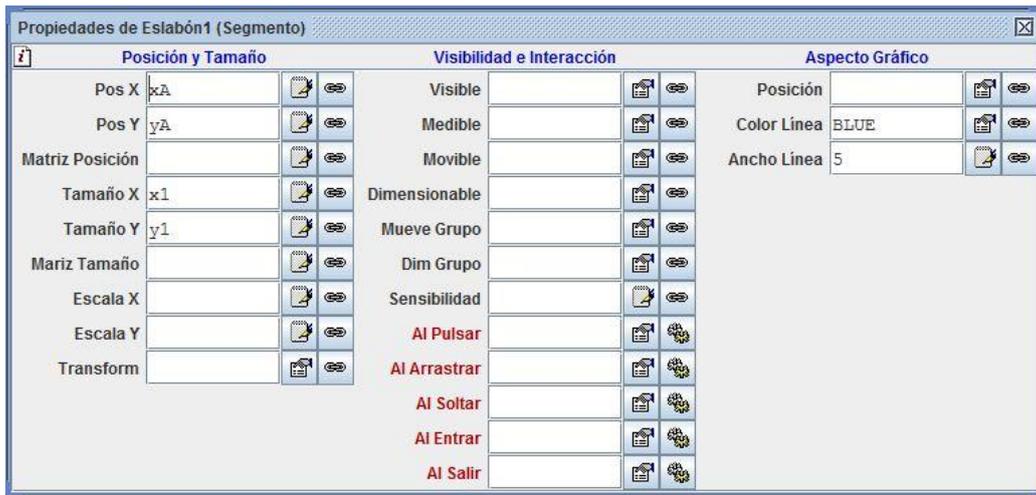


Figura 87. Ventana para definir las propiedades de los eslabones.

En la Figura 87 se puede ver las propiedades que se le pueden asignar a los diferentes eslabones. Las propiedades que se definen son Pos X, Pos Y, Tamaño X, Tamaño Y. Ahora se definen las propiedades que cada elemento tiene que tener:

- Para RuedaConductora.
 - Pos X: xA.
 - Pos Y: yA.
 - Tamaño X: 250.
 - Tamaño Y: 250.
 - Color Relleno: Lightgray.
- Para Eslabón 2.
 - Pos X: x1.
 - Pos Y: y1.
 - Tamaño X: x2-x1.
 - Tamaño Y: y2-y1.
 - Color Línea: Blue.
 - Ancho Línea: 10.
- Para RuedaConducida.
 - Pos X: xB.
 - Pos Y: yB.
 - Tamaño X: 250.

- Tamaño Y: 250.
- Color Relleno: Lightgray.

Dentro del panel Dibujo queda por definir las articulaciones, en este caso las propiedades que se definen son las siguientes: Pos X, Pos Y, Tamaño X, Tamaño Y, Estilo (para las articulaciones A y B) y Color Relleno, en la Figura 88 se puede ver cómo es la ventana de las propiedades para las articulaciones.



Figura 88. Propiedades de las articulaciones.

Las propiedades para cada articulación son:

- Articulación 1:
 - Pos X: x1.
 - Pos Y: y1.
 - Tamaño X: 21.
 - Tamaño Y: 21.
 - Color Línea: Red.
 - Color Relleno: Red.
- Articulación 2:
 - Pos X: x2.
 - Pos Y: y2.
 - Tamaño X: 21.
 - Tamaño Y: 21.
 - Color Línea: Red.
 - Color Relleno: Red.

- Articulación A:
 - Pos X: x_A .
 - Pos Y: y_A .
 - Tamaño X: 15.
 - Tamaño Y: 18.
 - Estilo: Rectangle.
 - Color Línea: Cyan.
 - Color Relleno: Cyan.
- Articulación B:
 - Pos X: x_B .
 - Pos Y: y_B .
 - Tamaño X: 15.
 - Tamaño Y: 18.
 - Estilo: Rectangle.
 - Color Línea: Cyan.
 - Color Relleno: Cyan.

El siguiente elemento que se puede encontrar es un panel, dividido en cuatro columnas y se encuentra situado debajo en la interfaz. Se encuentra cuatro botones, los cuales sirven para que se mueva el mecanismo (play), para que se pare (pause), para que el mecanismo se mueva poco a poco y para que se mueva hay que darle al botón (step) y el último botón es para que la simulación vuelva a empezar de nuevo (reset).

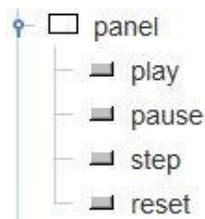


Figura 89. Vista desplegada de panel.

Dentro de las propiedades de los botones hay que definir las propiedades de Texto y Acción, que para cada botón es diferente debido a que cada uno tiene una función determinada, a continuación se muestra una imagen con las propiedades que se pueden definir de dichos botones.

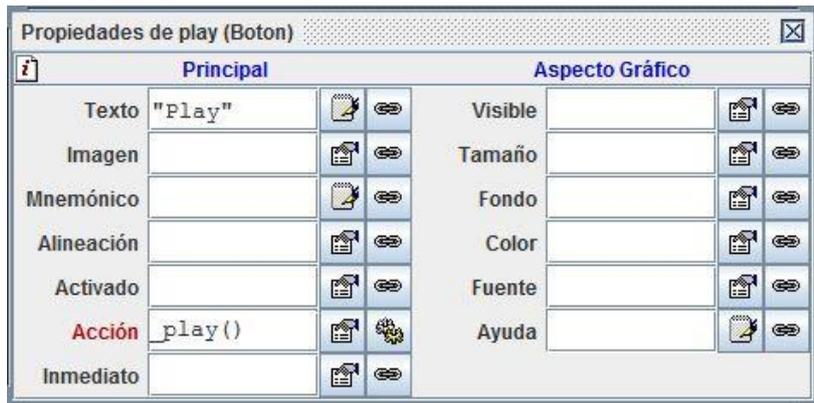


Figura 90. Propiedades de los botones.

Ahora se define las propiedades de cada botón:

- Play:
 - Texto: Play.
 - Acción: `_play()`.
- Pause:
 - Texto: Pause.
 - Acción: `_pause()`.
- Step:
 - Texto: Step.
 - Acción: `_step()`.
- Reset:
 - Texto: Reset.
 - Acción: `_reset()`.

Después del panel viene otro llamado panel2, en el cual se visualizan los deslizadores de los puntos 1 y 2 en el eje X y en el eje Y y el grado de libertad, este panel está dividido en cinco filas y se encuentra en el lado izquierdo de la interfaz. Por lo que se tienen cinco deslizadores por lo comentado anteriormente.



Figura 91. Despliegue del panel2.

A continuación se puede ver la ventana para modificar las propiedades de los deslizadores (Figura 92), las propiedades a definir son: Variable, Mínimo, Máximo, Formato, Numero Marcas y Formato Marcas, para cada deslizador algunas propiedades cambian.



Figura 92. Propiedades de los deslizadores del panel2.

Las propiedades para cada deslizador son:

- Deslizadorx1:
 - Variable: x1.
 - Mínimo: -70.
 - Máximo: 70.
 - Formato: x1=0.000.
 - Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.
- Deslizatory1:
 - Variable: y1.
 - Mínimo: -70.
 - Máximo: 70.
 - Formato: y1=0.000.
 - Numero Marcas: 11.

- Formato Marcas: 0.###.
- Deslizadorx2:
 - Variable: x2.
 - Mínimo: 180.
 - Máximo: 320.
 - Formato: x2=0.000.
 - Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.
- Desliadory2:
 - Variable: y2.
 - Mínimo: 50.
 - Máximo: 120.
 - Formato: y2=0.000.
 - Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.
- deslizadorTheta:
 - Variable: theta.
 - Mínimo: 0.0.
 - Máximo: 2π .
 - Formato: theta=0.000.
 - Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.

El último panel que se puede encontrar en la ventana denominada ventana es otro panel llamado panel3, el cual es para visualizar los deslizadores de las longitudes de los eslabones y el punto xB. El despliegue de este panel se muestra en la Figura 93.



Figura 93. Despliegue del panel3.

Ahora como se ha realizado en los paneles anteriores, se muestran las propiedades de los deslizador y las propiedades que se definen.



Figura 94. Propiedades de los deslizador del panel3.

Las propiedades para cada deslizador son:

- deslizadorL1:
 - Variable: L1.
 - Mínimo: 0.0.
 - Máximo: 100.
 - Formato: L1=0.000.
 - Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.
- deslizadorL2:
 - Variable: L2.
 - Mínimo: 0.0.
 - Máximo: 300.
 - Formato: L2=0.000.
 - Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.
- deslizadorL3:
 - Variable: L3.
 - Mínimo: 0.0.
 - Máximo: 150.
 - Formato: L3=0.000.

- Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.
- deslizadorxB:
- Variable: xB.
 - Mínimo: 0.0.
 - Máximo: 450.
 - Formato: xB=0.000.
 - Numero Marcas: 11.
 - Formato Marcas: 0.###.

Una vez se tiene definido todo lo que se ha explicado que va dentro de la ventana denominada ventana, la visualización que tiene el usuario es la representada en la .

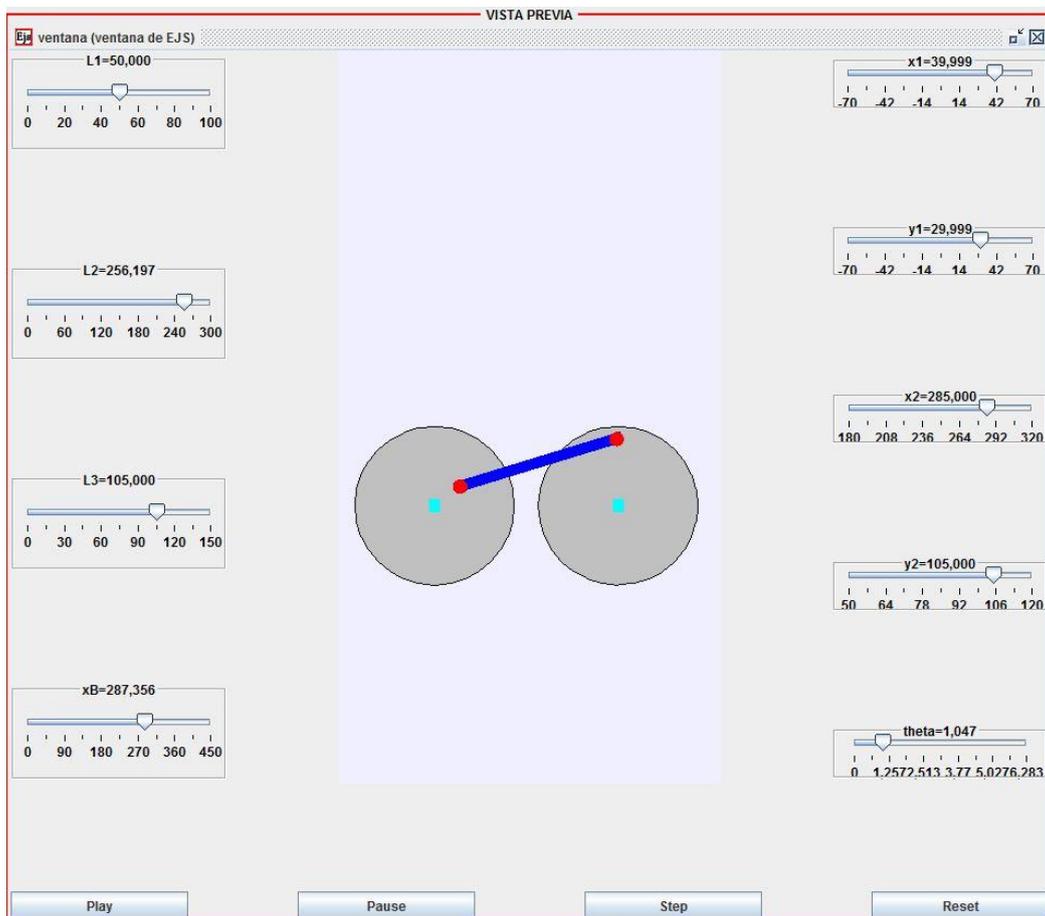


Figura 95. Interfaz del mecanismo manivela-balancín.

Ahora queda por definir la ventana denominada ventanaDialogo, la cual es para que se pueda ver la representación gráfica de las variables, ya sea posición, velocidad o

aceleración. Esta ventana está dividida en dos columnas y tres filas, la vista desplegada de la ventanaDialogo es la siguiente, dentro de esta ventana se tiene cinco paneles para que se muestren las gráficas y cada panel se despliega en tres partes.

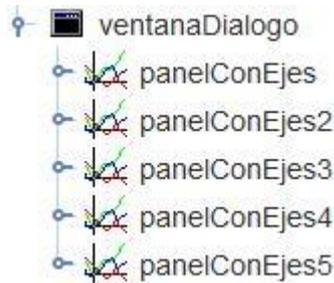


Figura 96. Vista desplegada de la ventanaDialogo.

Lo que se encuentra dentro de cada panel desde el denominado panelConEjes hasta panelConEjes4 son tres rastros (**Figura 97**), para definir la posición, velocidad y aceleración, en el panel denominado como panelConEjes5 es utilizado para la representación del grado de libertad, por lo tanto sólo contiene un rastro (**Figura 97**).

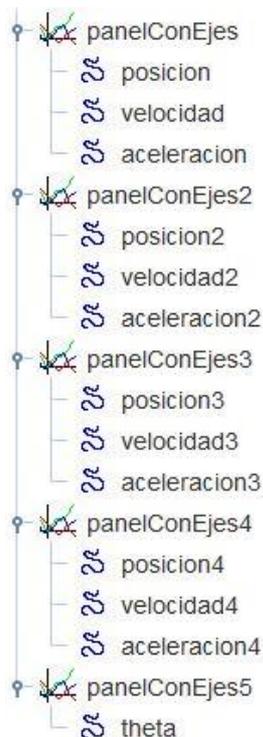


Figura 97.Despliegue de los elementos de la ventanaDialogo.

Ahora sólo queda definir las propiedades que son necesarias de los rastros para que se pueda ver las representaciones gráficas, las propiedades a definir son: Entrada X, Entrada Y,

No repetir y Color Línea. A continuación se muestra una ventana con todas las propiedades que tienen los rastros.

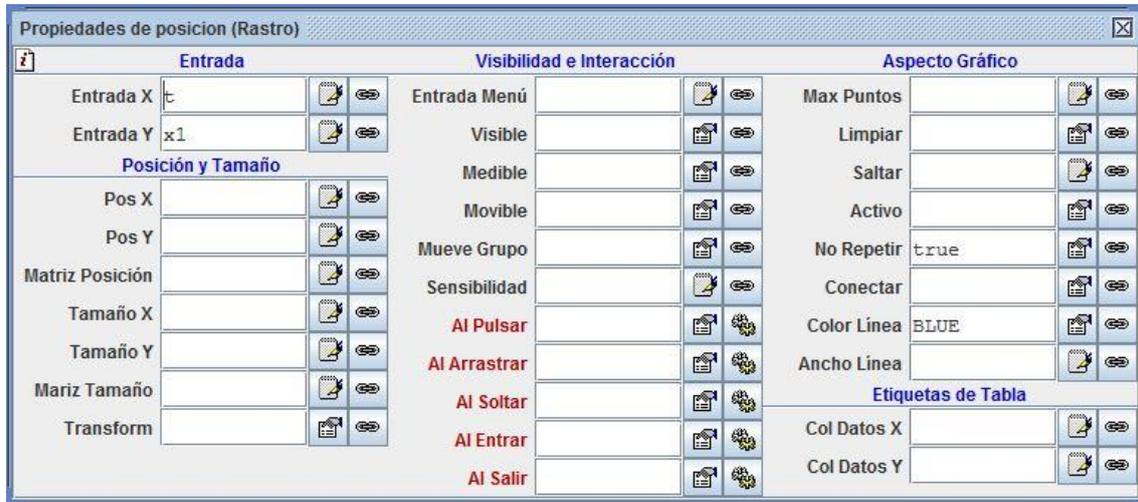


Figura 98. Propiedades de los rastros.

Las propiedades para cada rastro de cada panelConEjes son:

- panelConEjes.
 - Posición.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: x1.
 - No repetir: true.
 - Color Línea: Blue.
 - Velocidad.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: vx1.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Red.
 - Aceleración.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: ax1.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Green.
- panelConEjes2.

- Posición.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: y1.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Blue.
 - Velocidad.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: vy1.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Red.
 - Aceleración.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: ay1.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Green.
- panelConEjes3.
- Posición.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: x2.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Blue.
 - Velocidad.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: vx2.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Red.
 - Aceleración.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: ax2.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Green.

- panelConEjes4.
 - Posición.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: x2.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Blue.
 - Velocidad.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: vy2.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Red.
 - Aceleración.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: ay2.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Green.
- panelConEjes5.
 - Theta.
 - Entrada X: t.
 - Entrada Y: theta.
 - No Repetir: true.
 - Color Línea: Blue.

Una vez que se tiene todo esto definido la interfaz que se crea es la siguiente y aparece al lado de la interfaz gráfica, donde está representado el mecanismo.

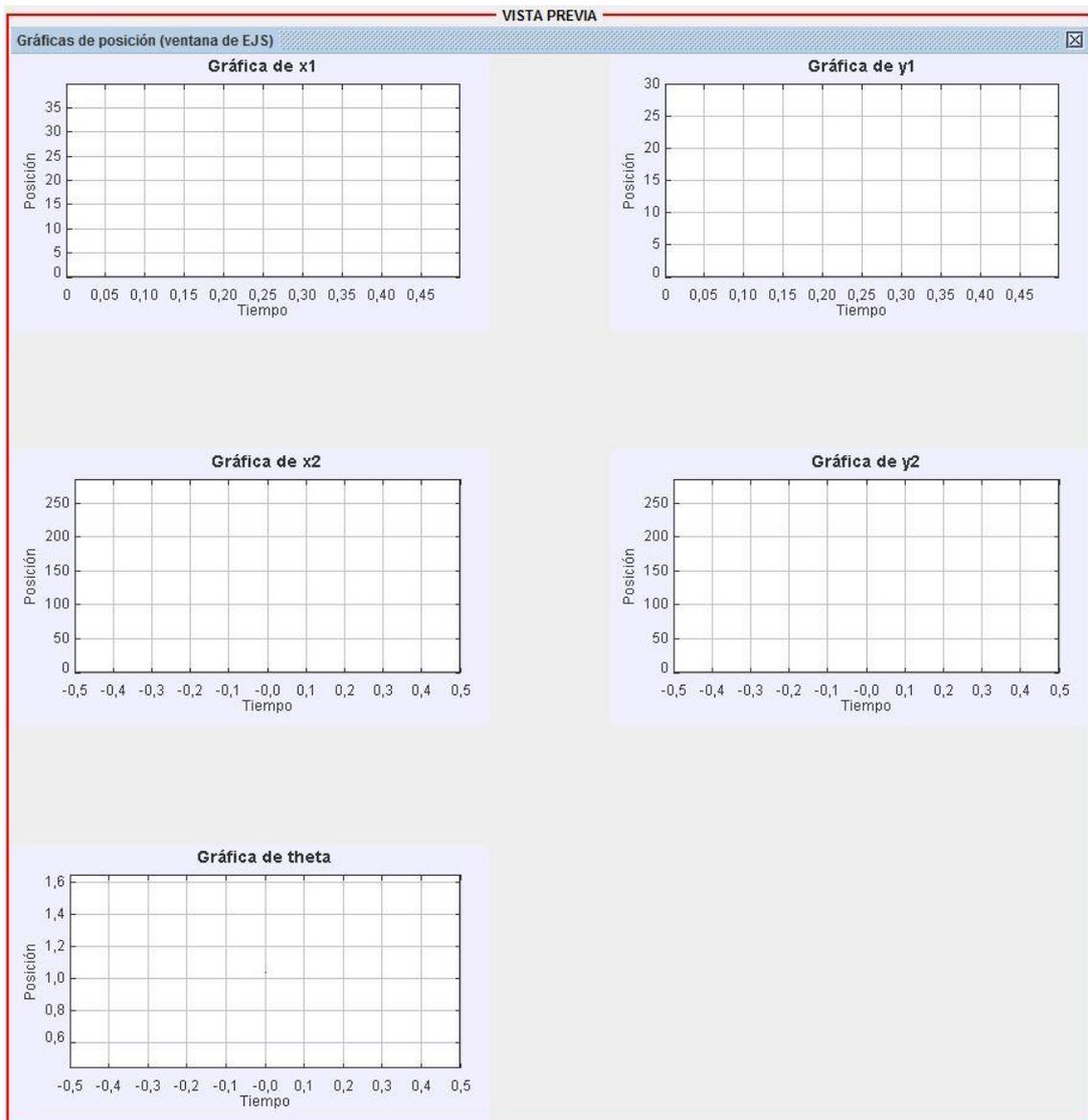


Figura 99. Interfaz para las representaciones gráficas.

4.2.- Comparación de resultados.

En este apartado se puede ver los resultados que se han obtenido del mecanismo de manivela-balancín en Ejs, los resultados del mecanismo realizado por los profesores José Luis Torres Moreno, José Luis Blanco Carraco y Antonio Giménez Fernández tanto con el programa Matlab como con la maqueta real.

4.2.1.- Resultados obtenidos del mecanismo realizado en Ejs.

En este apartado se expone los resultados obtenidos mediante la representación gráfica con la herramienta Matlab.

En primer lugar se muestra las gráficas de las posiciones de los puntos 1 y 2 en los respectivos, a continuación las gráficas de las velocidades de dichos puntos y por último las gráficas de la aceleración de los puntos anteriores.

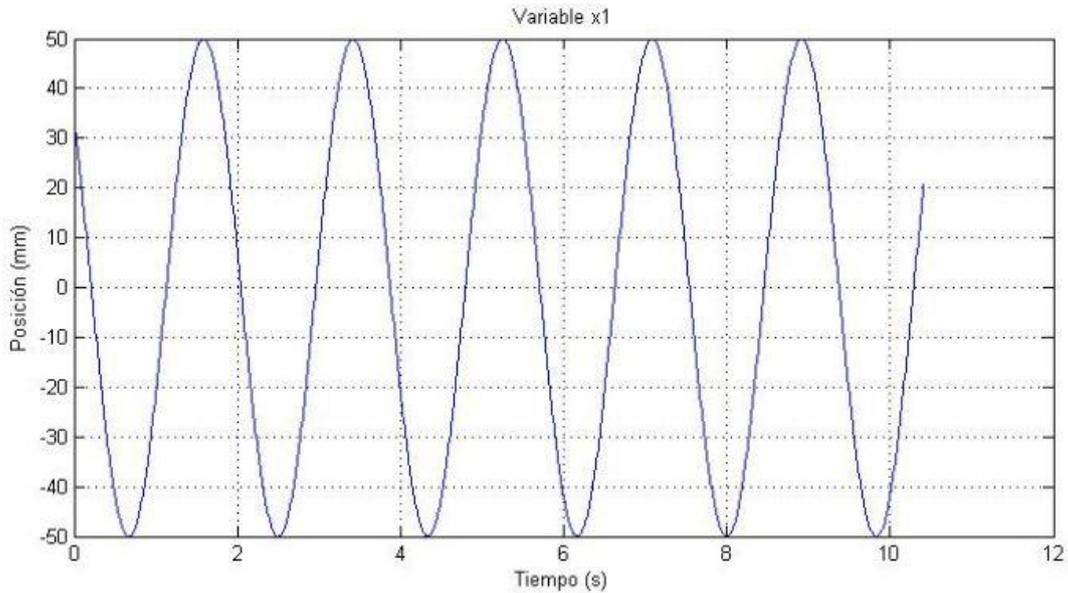


Figura 100. Posición de la variable x1.

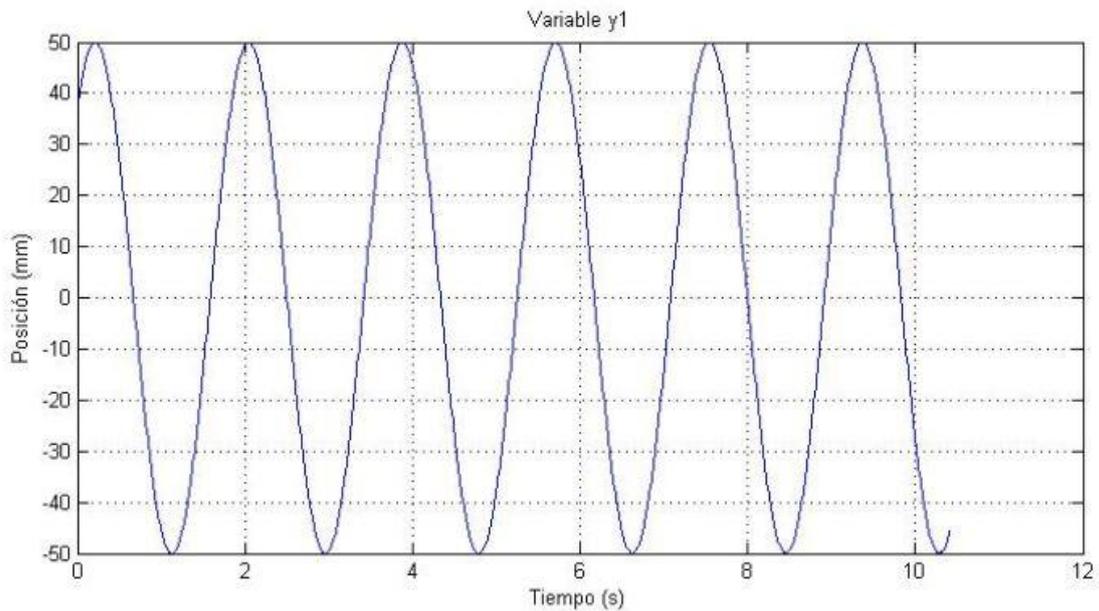


Figura 101. Posición de la variable y1.

Se puede ver como las posiciones que se obtienen de las variables x1 e y1 son las mismas, pero en intervalos de tiempo distintos, esto es debido a que el eslabón 1, distancia

entre el punto A y el punto 1, hace giros completos. El intervalo de la posición varía de -50 mm a 50 mm.

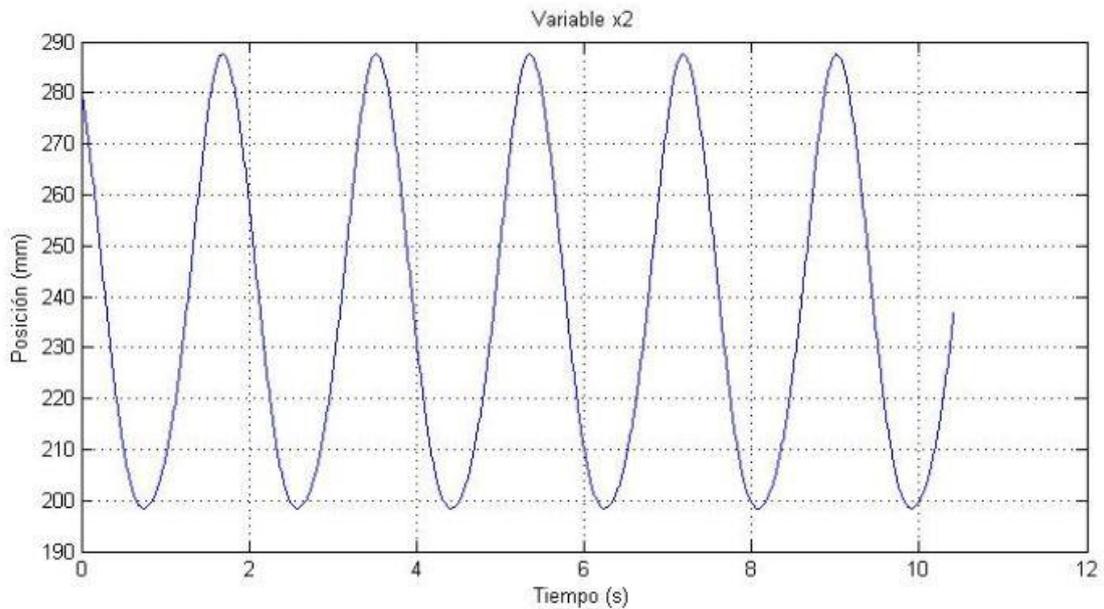


Figura 102. Posición de la variable x2.

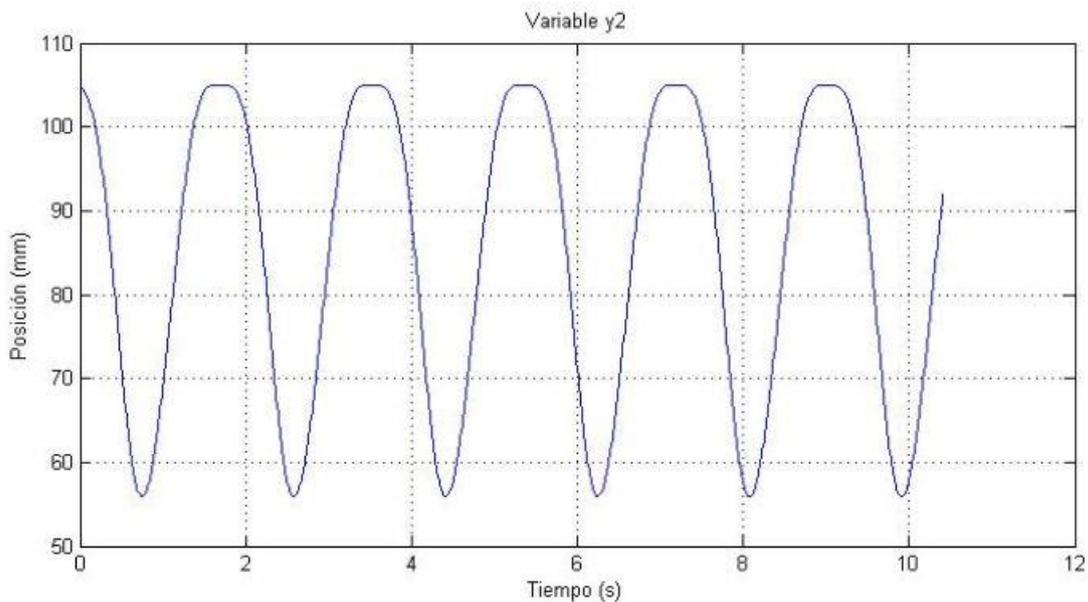


Figura 103. Posición de la variable y2.

En este caso para la posición de las variables x2 e y2, los resultados obtenidos son distintos, ya que la variable x2 varía entre el intervalo de 190 mm a 290 mm y para la variable y2 es entre 50 mm y 110 mm, esto se debe a que el recorrido que se hace en la rueda conducida es de un arco de circunferencia a diferencia de la rueda conductora.

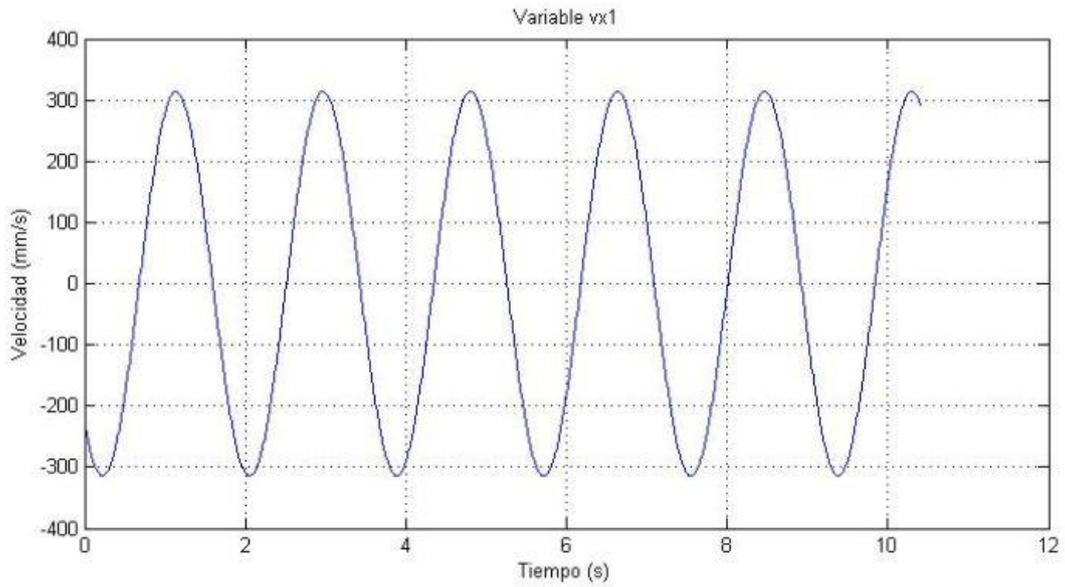


Figura 104. Velocidad de la variable vx1.

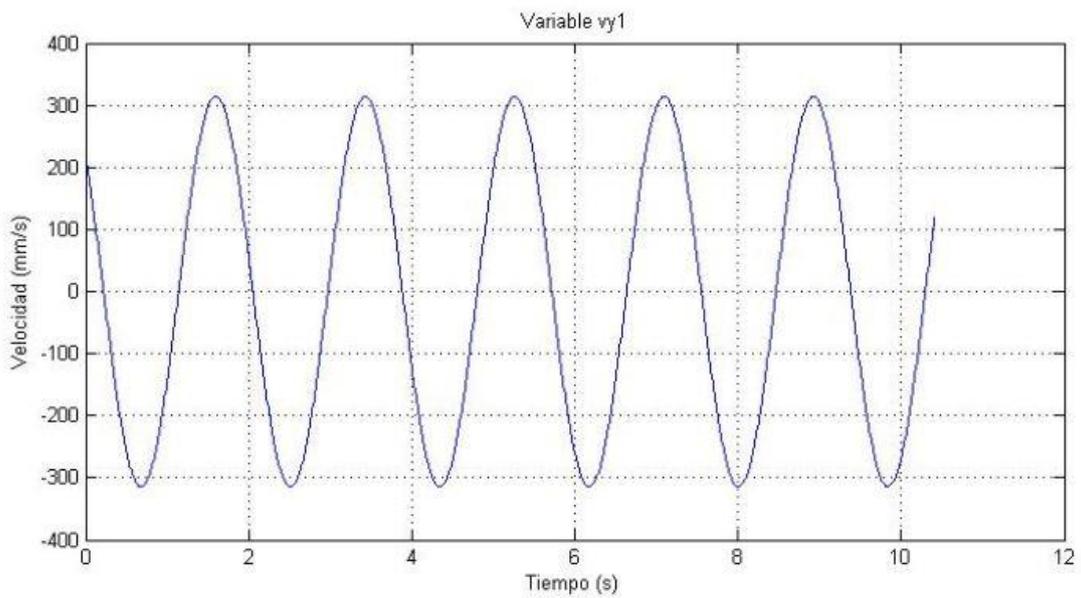


Figura 105. Velocidad de la variable vy1.

Como en el caso de las posiciones, los resultados obtenidos de las velocidades para las variables vx1 y vy1 son iguales aunque se producen en intervalos de tiempo distintos. El intervalo de velocidad está entre -400 mm/s y 400 mm/s.

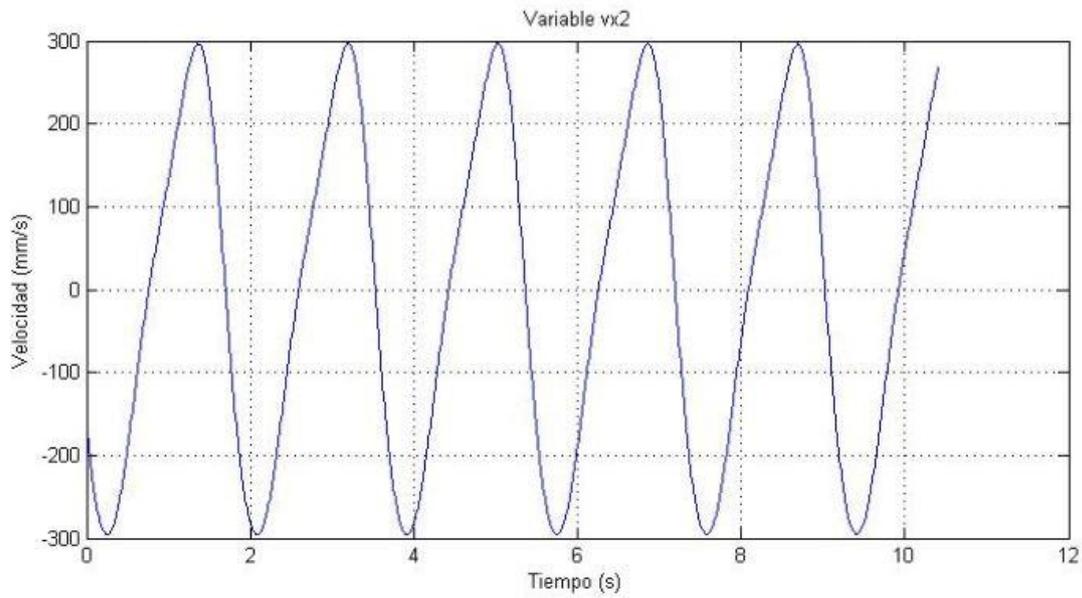


Figura 106. Velocidad de la variable vx2.

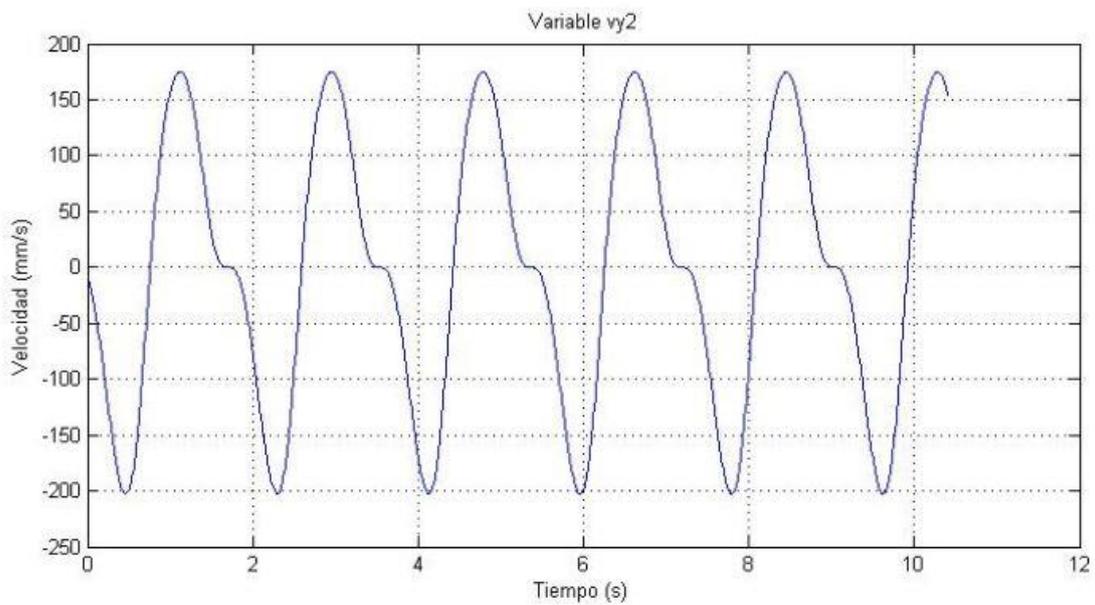


Figura 107. Velocidad de la variable vy2.

Para el caso de las velocidades de las variables vx2 y vy2, ocurre que son distintas por la misma razón que ocurre para las posiciones. El intervalo para la variable vx2 va desde -300 mm/s hasta 300 mm/s y para la variable vy2, va desde -200 mm/s hasta 180 mm/s.

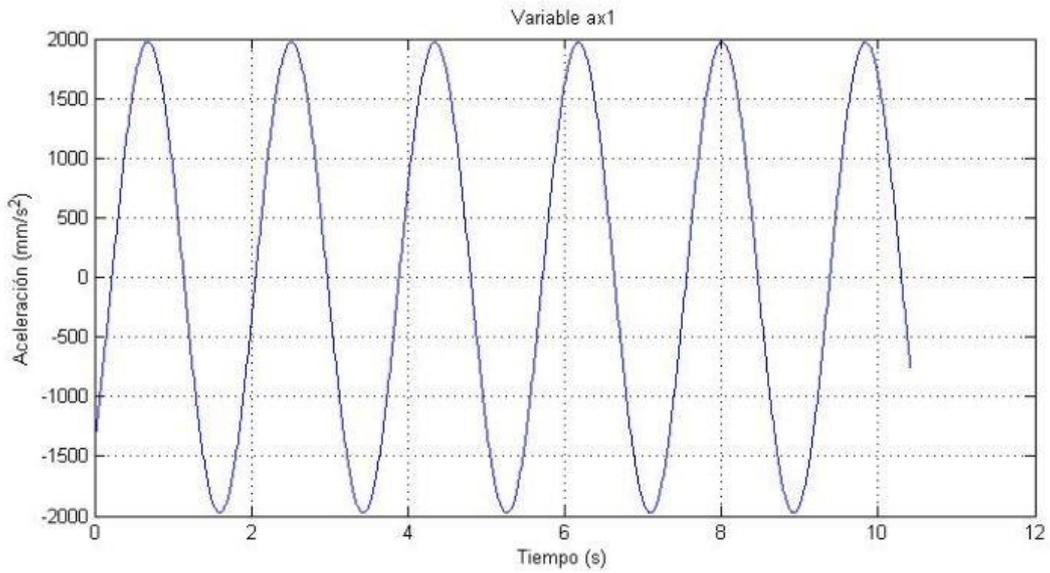


Figura 108. Aceleración de la variable ax1.

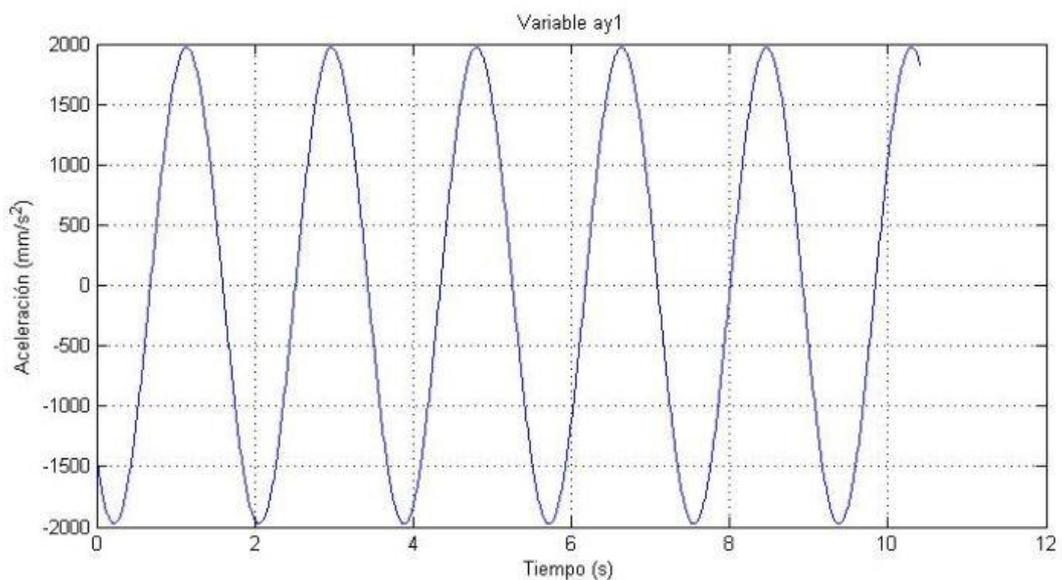


Figura 109. Aceleración de la variable ay1.

Para las aceleraciones de las variables ax1 y ay1 ocurre lo mismo que para las posiciones y velocidades que son las mismas pero que se obtienen en intervalos de tiempo diferentes. El intervalo de aceleraciones está comprendido entre -2000 mm/s² hasta 2000 mm/s².

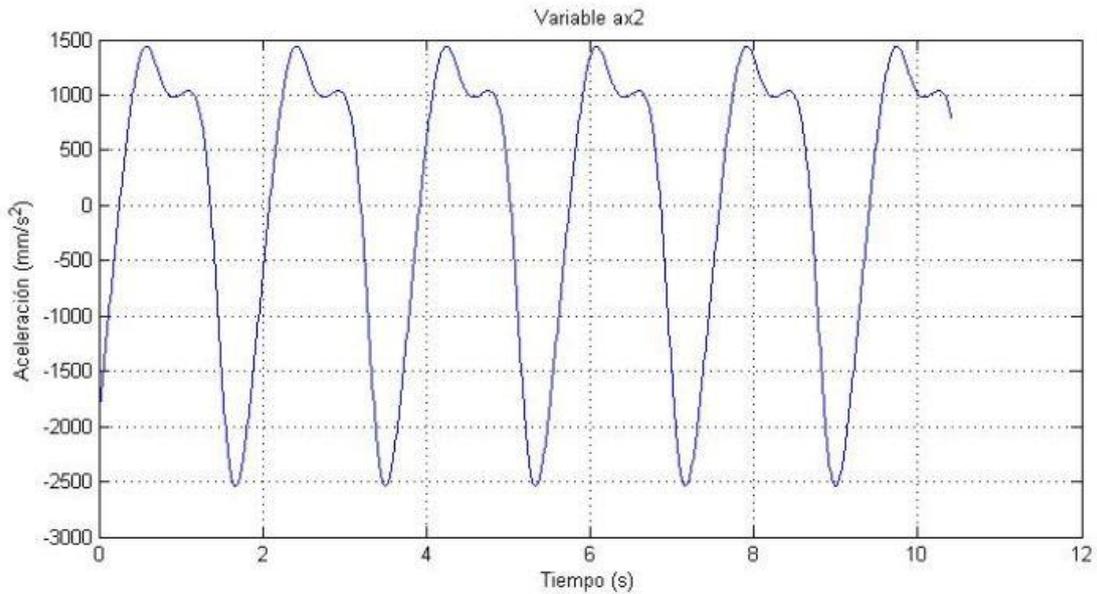


Figura 110. Aceleración de la variable ax2.

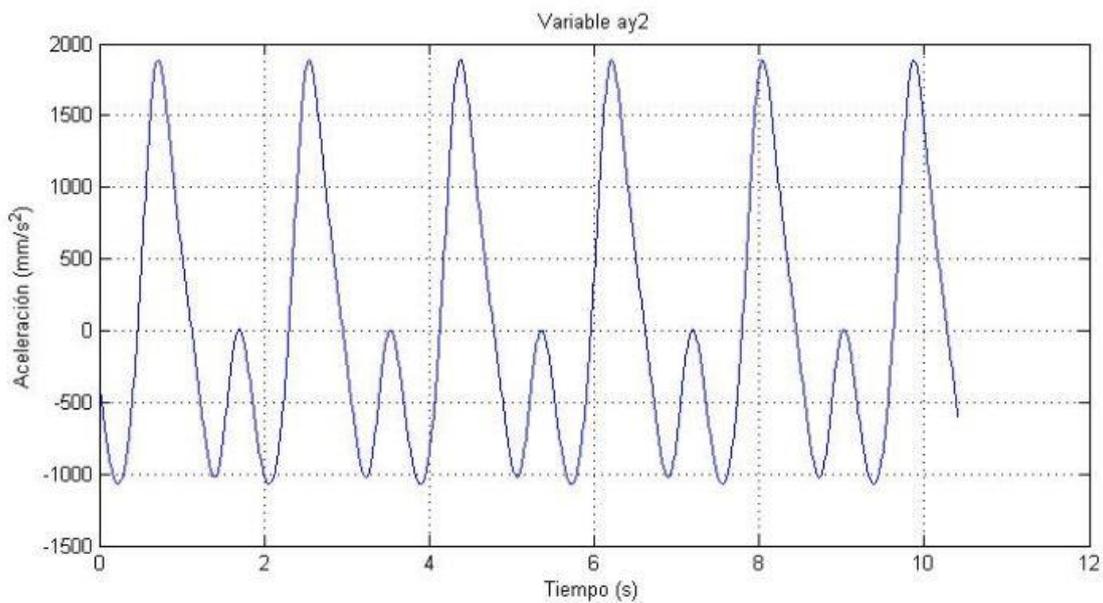


Figura 111. Aceleración de la variable ay2.

Para las aceleraciones de las variables ax2 y ay2 es igual que para la posición y la velocidad, que son distintas debido que recorren un arco de circunferencia. El intervalo de aceleraciones que comprende la variable ax2 está entre -2500 mm/s^2 y 1500 mm/s^2 y para la variable ay2 está entre -1000 mm/s^2 y 1900 mm/s^2 .

4.2.2.- Resultados obtenidos del mecanismo realizado en Matlab.

En este apartado se expone los resultados obtenidos mediante la representación gráfica con la herramienta Matlab.

En primer lugar se muestra las gráficas de las posiciones de los puntos 1 y 2 en los respectivos, a continuación las gráficas de las velocidades de dichos puntos y por último las gráficas de la aceleración de los puntos anteriores.

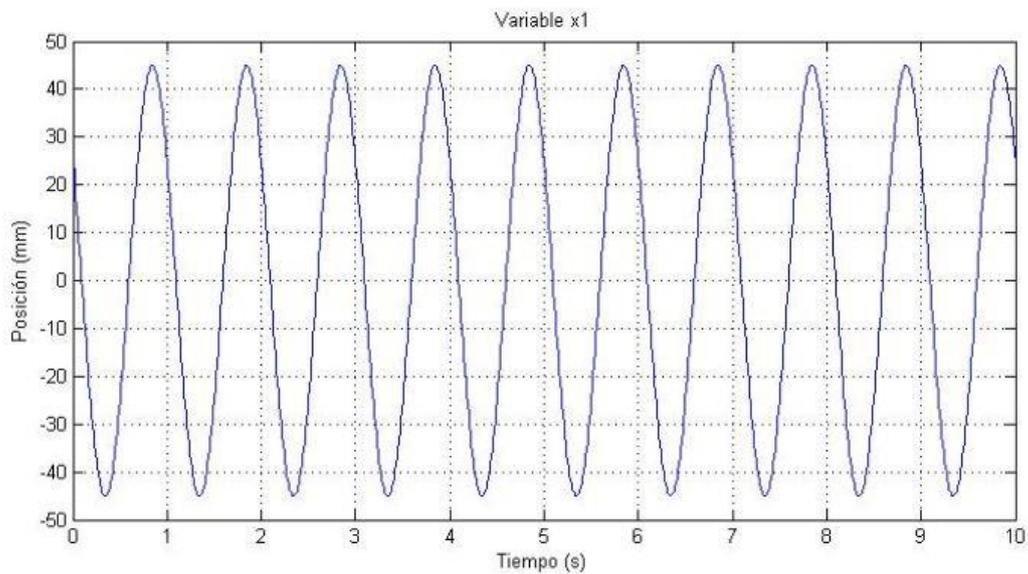


Figura 112. Posición de la variable x1.

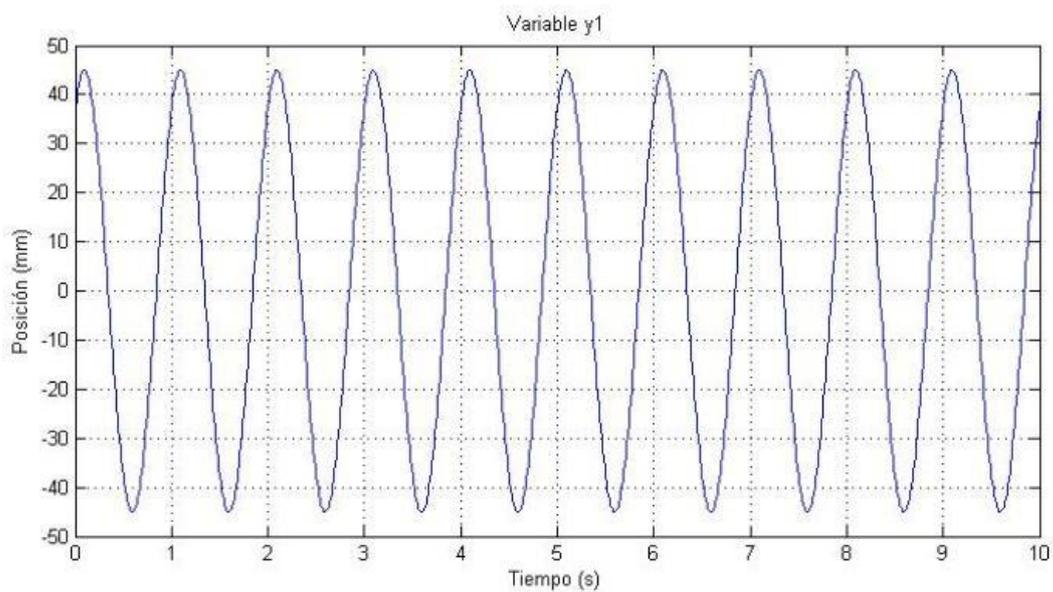


Figura 113. Posición de la variable y1.

Se puede ver como las posiciones que se obtienen de las variables x_1 e y_1 son las mismas, pero en intervalos de tiempo distintos, esto es debido a que el eslabón 1, distancia entre el punto A y el punto 1, hace giros completos. El intervalo de la posición varía de -45 mm a 45 mm.

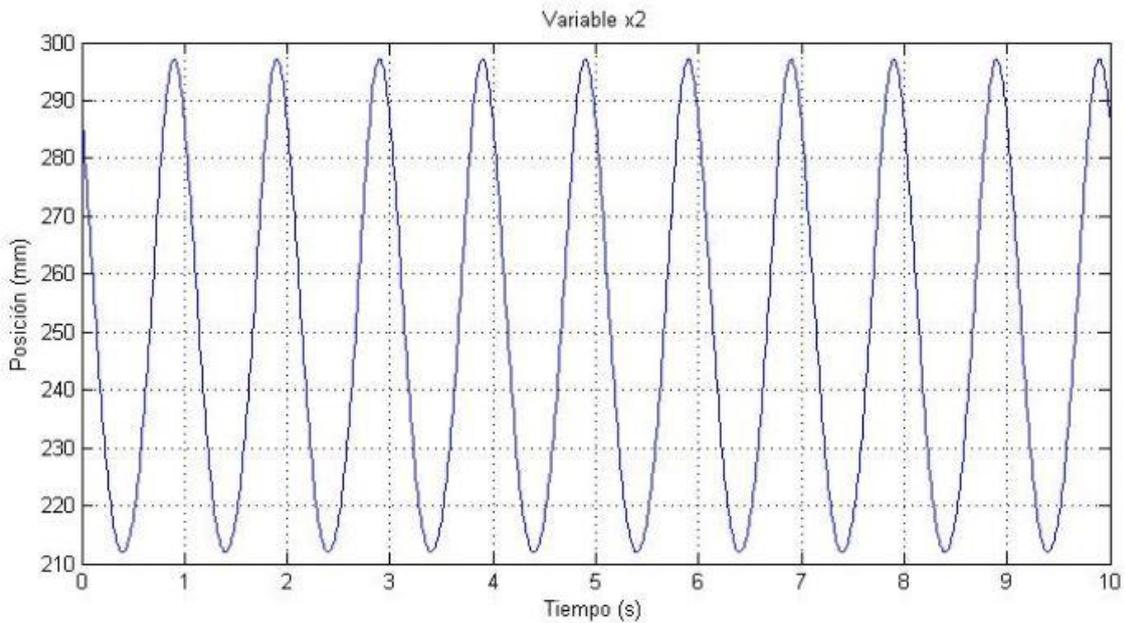


Figura 114. Posición de la variable x_2 .

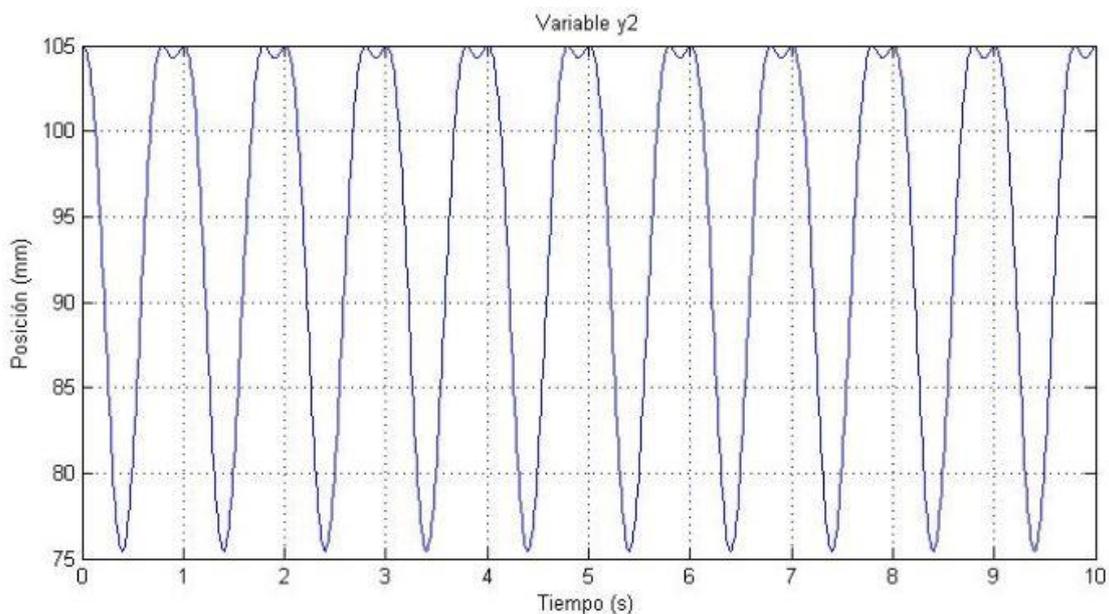


Figura 115. Posición de la variable y_2 .

En este caso para la posición de las variables x_2 e y_2 , los resultados obtenidos son distintos, ya que la variable x_2 varía entre el intervalo de 210 mm a 300 mm y para la variable

y2 es entre 75 mm y 105 mm, esto se debe a que el recorrido que se hace en la rueda conducida es de un arco de circunferencia a diferencia de la rueda conductora.

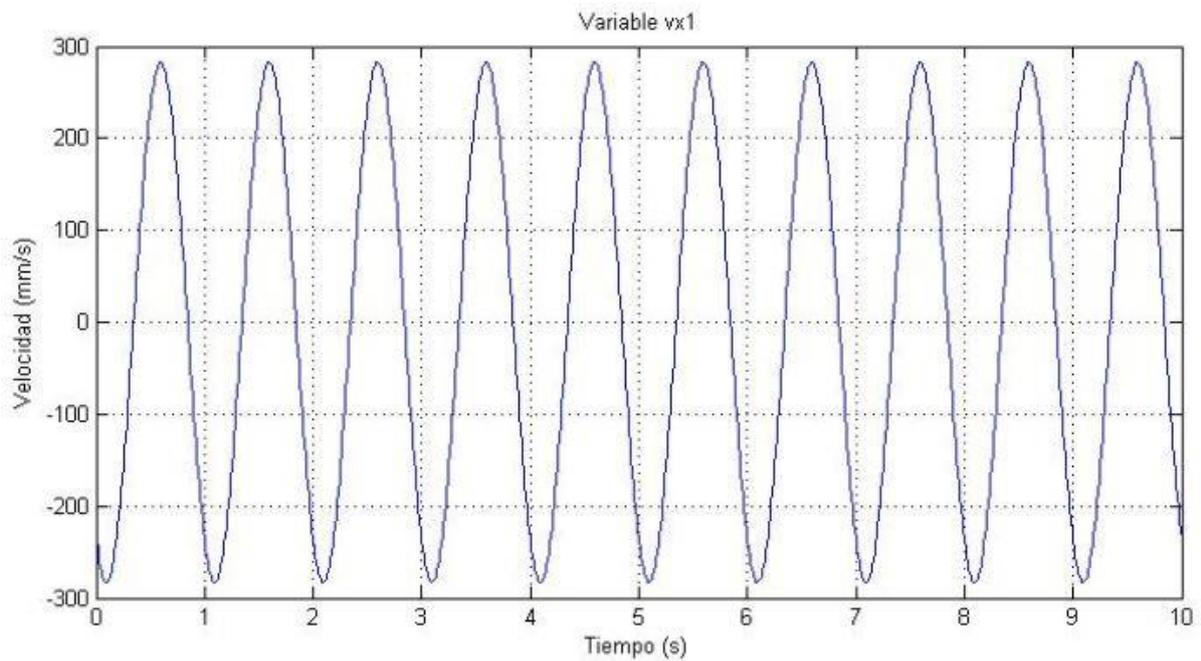


Figura 116. Velocidad de la variable vx1.

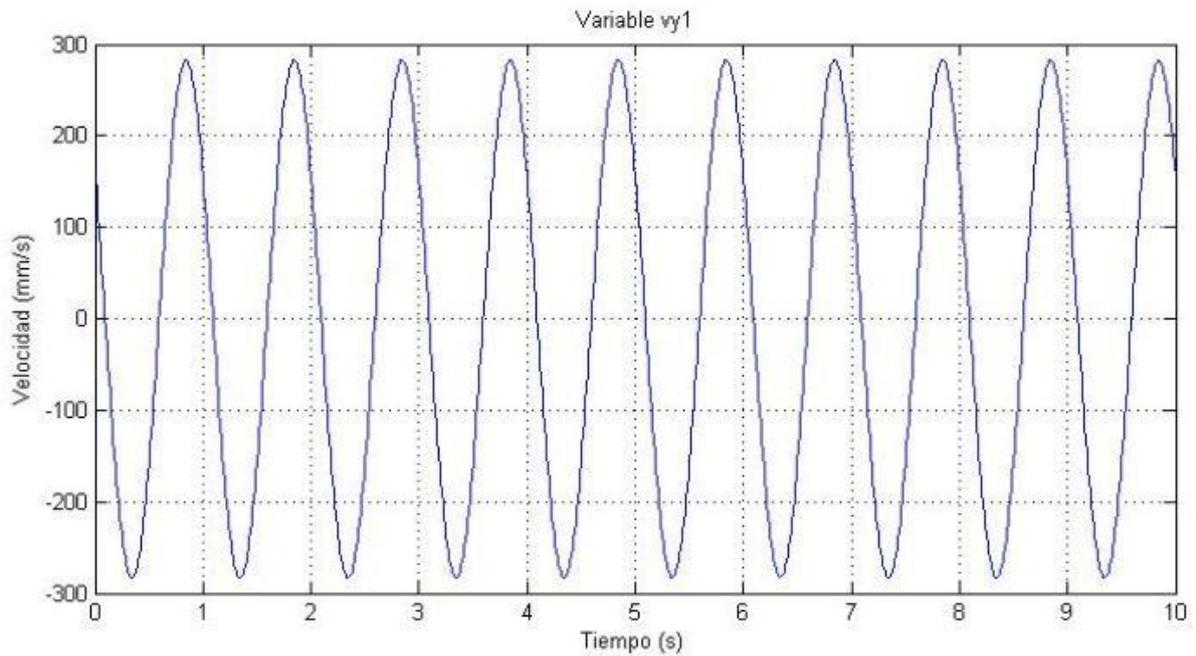


Figura 117. Velocidad de la variable vy1.

Como en el caso de las posiciones, los resultados obtenidos de las velocidades para las variables v_{x1} y v_{y1} son iguales aunque se producen en intervalos de tiempo distintos. El intervalo de velocidad está entre -300 mm/s y 300 mm/s.

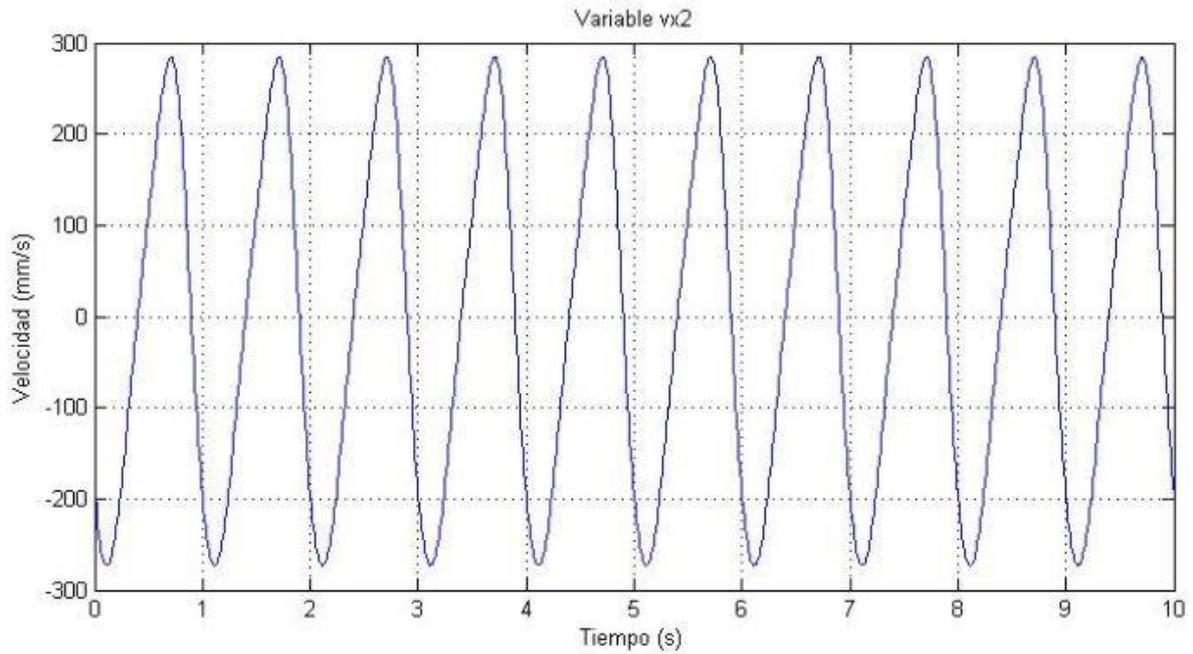


Figura 118. Velocidad de la variable v_{x2} .

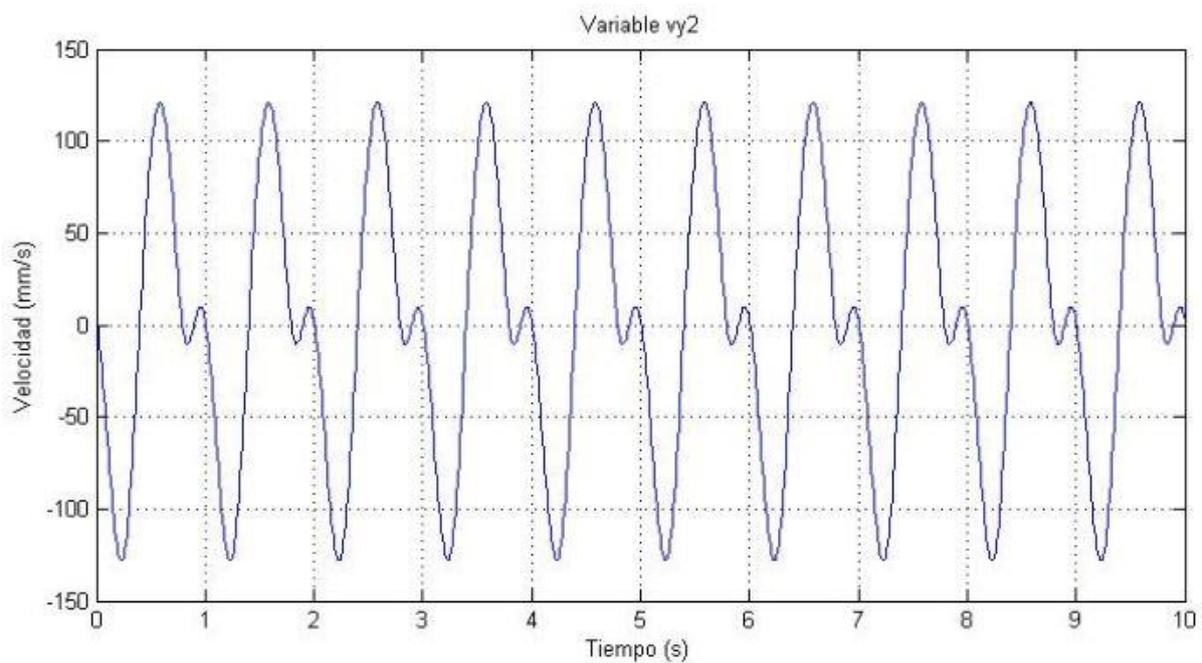


Figura 119. Velocidad de la variable v_{y2} .

Para el caso de las velocidades de las variables v_{x2} y v_{y2} , ocurre que son distintas por la misma razón que ocurre para las posiciones. El intervalo para la variable v_{x2} va desde -300 mm/s hasta 300 mm/s y para la variable v_{y2} , va desde -125 mm/s hasta 125 mm/s.

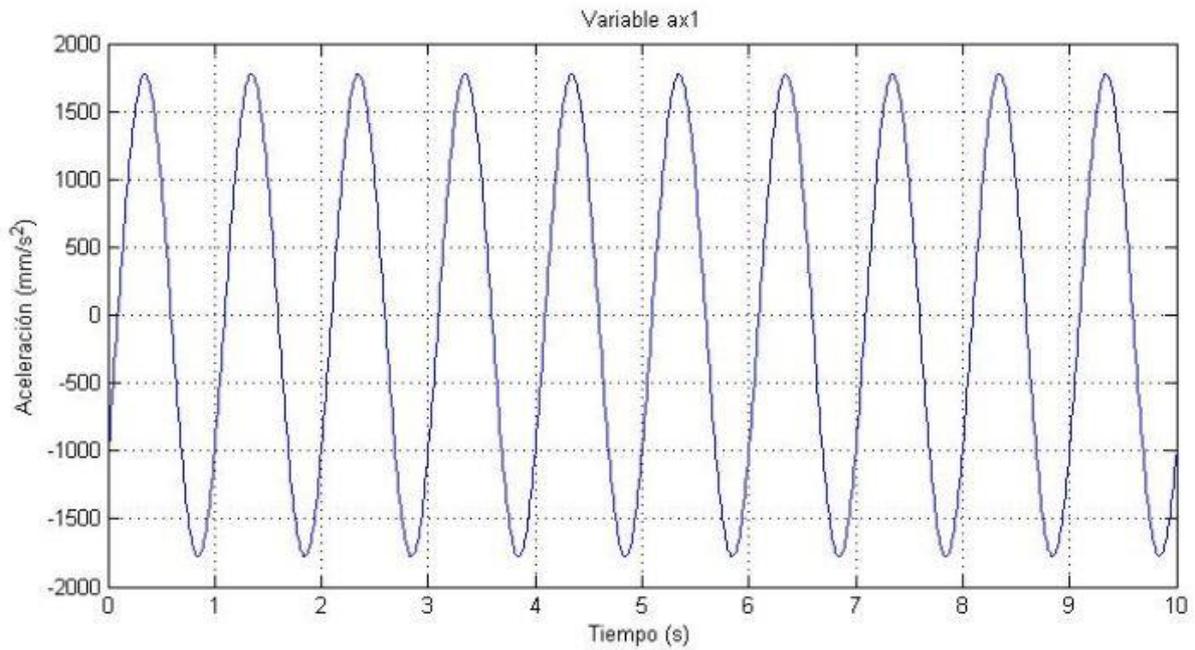


Figura 120. Aceleración de la variable $ax1$.

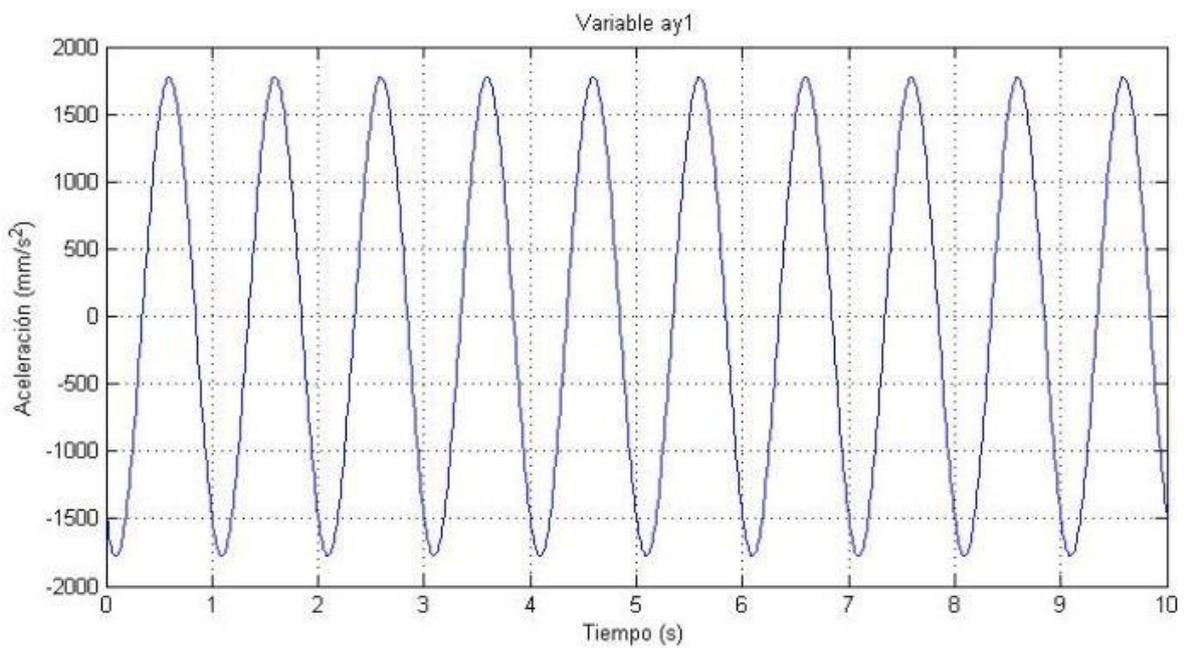


Figura 121. Aceleración de la variable $ay1$.

Para las aceleraciones de las variables ax_1 y ay_1 ocurre lo mismo que para las posiciones y velocidades que son las mismas pero que se obtienen en intervalos de tiempo diferentes. El intervalo de aceleraciones está comprendido entre -2000 mm/s^2 hasta 2000 mm/s^2 .

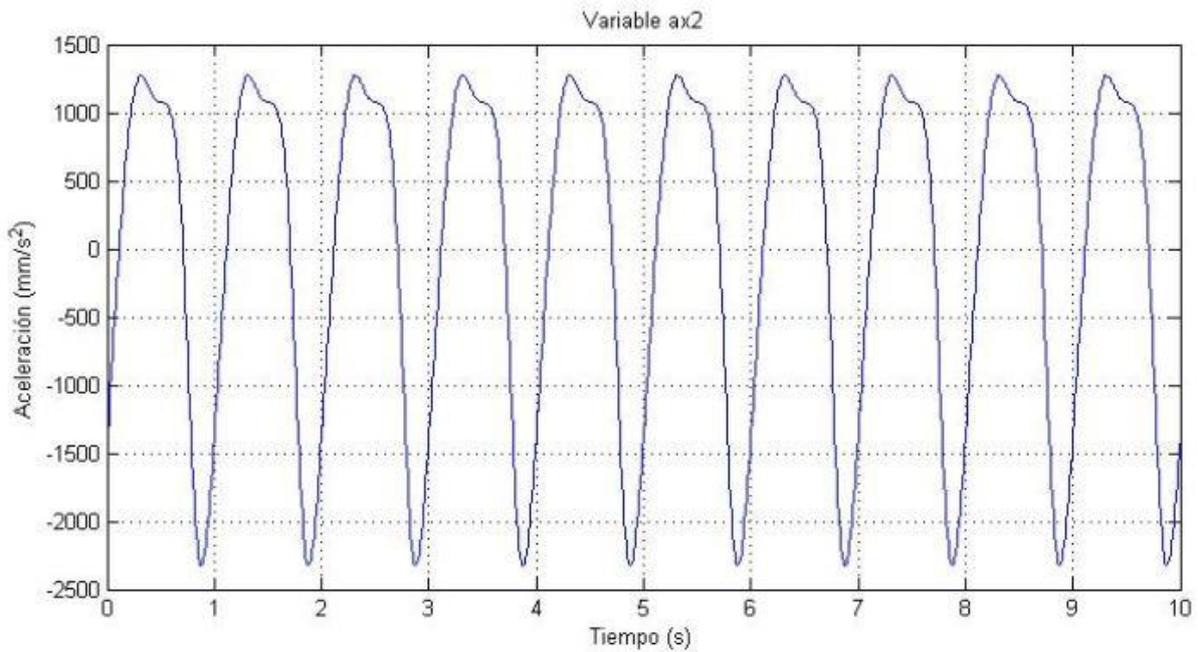


Figura 122. Aceleración de la variable ax_2 .

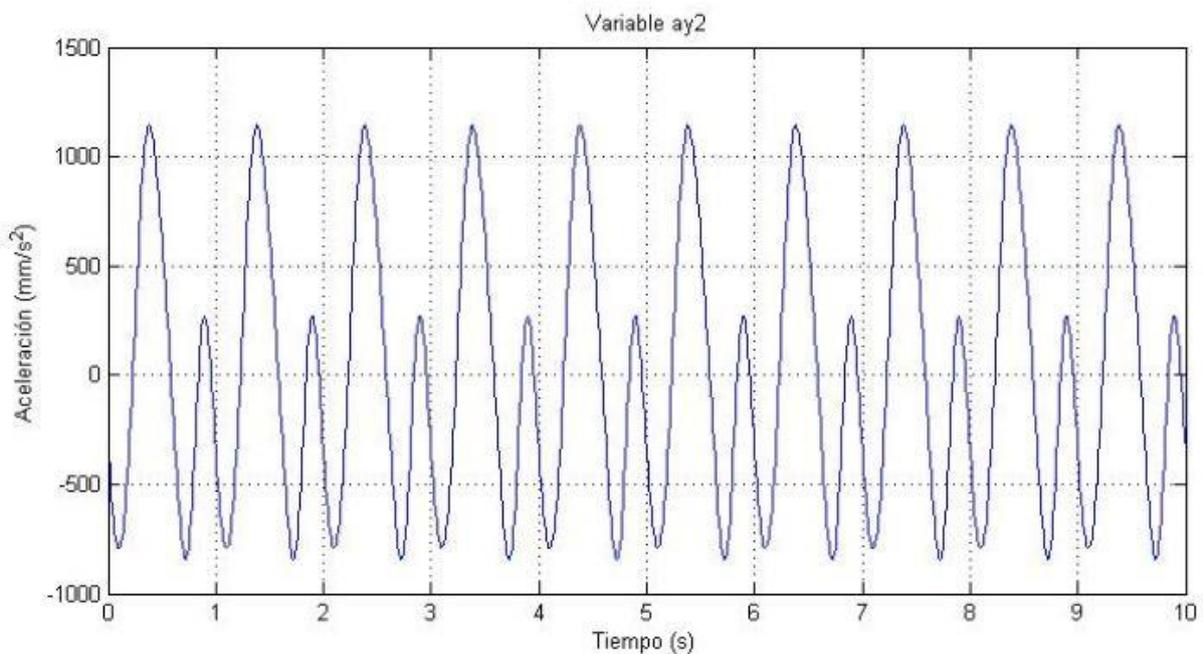


Figura 123. Aceleración de la variable ay_2 .

Para las aceleraciones de las variables a_{x2} y a_{y2} es igual que para la posición y la velocidad, que son distintas debido que recorren un arco de circunferencia. El intervalo de aceleraciones que comprende la variable a_{x2} está entre -2500 mm/s^2 y 1500 mm/s^2 y para la variable a_{y2} está entre -1000 mm/s^2 y 1200 mm/s^2 .

4.2.3.- Resultados obtenidos de la maqueta real del mecanismo.

En este apartado se expone los resultados obtenidos mediante la representación gráfica con la herramienta Matlab. La maqueta real que se encuentra en el laboratorio del edificio CITE IV, se muestra a continuación:

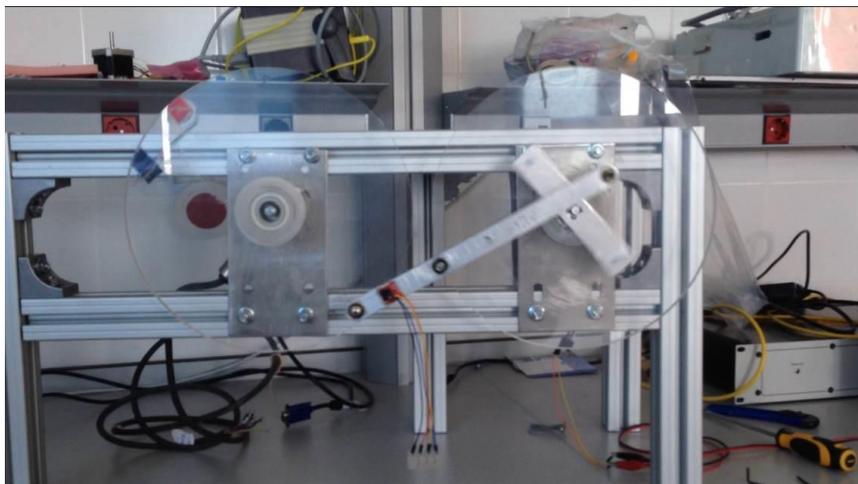


Figura 124. Maqueta real del mecanismo manivela-balancín (en una posición).

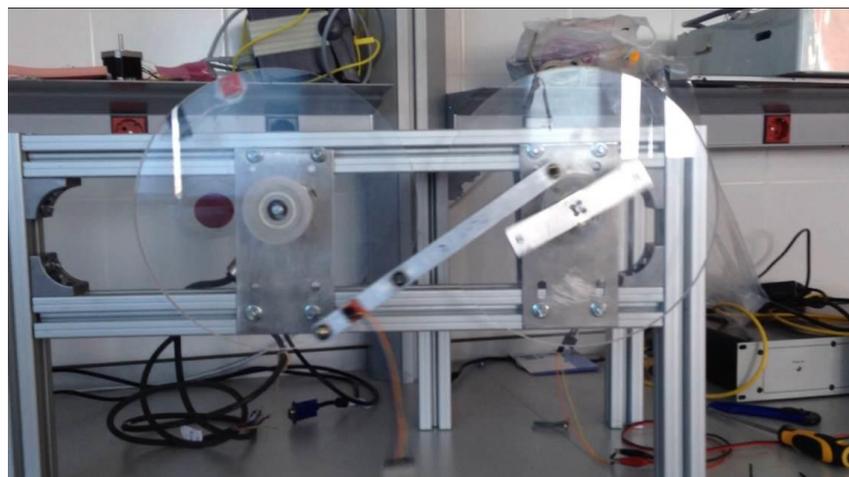


Figura 125. Maqueta real del mecanismo manivela-balancín (en otra posición).

La maqueta real se compone de un motor Polulu con reductora 100:1 modelo Metal Gearmotors 37Dx57L mm con un encoder de 64 pulsos por revolución (ppr), está colocado en la rueda conductora (Figura 126) y de un encoder incremental de la marca Sick, modelo DFS 61 con una resolución de 10000ppr (Figura 127).



www.pololu.com

Figura 126. Motor con encoder instalado en la maqueta real.



Figura 127. Encoder instalado en la maqueta real.

A continuación se muestra representados en gráficas con respecto al tiempo, los datos obtenidos de la maqueta real con la herramienta LabView®.

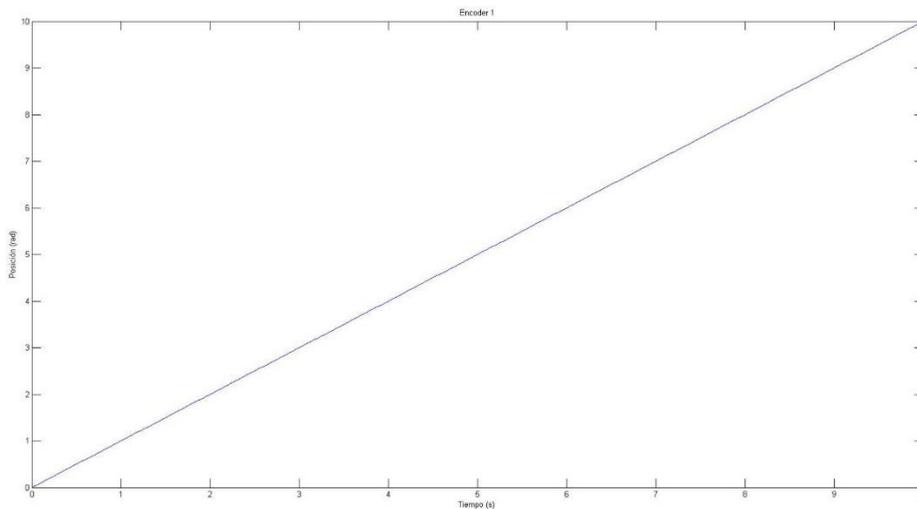


Figura 128. Posición del encoder instalado en la rueda conductora.

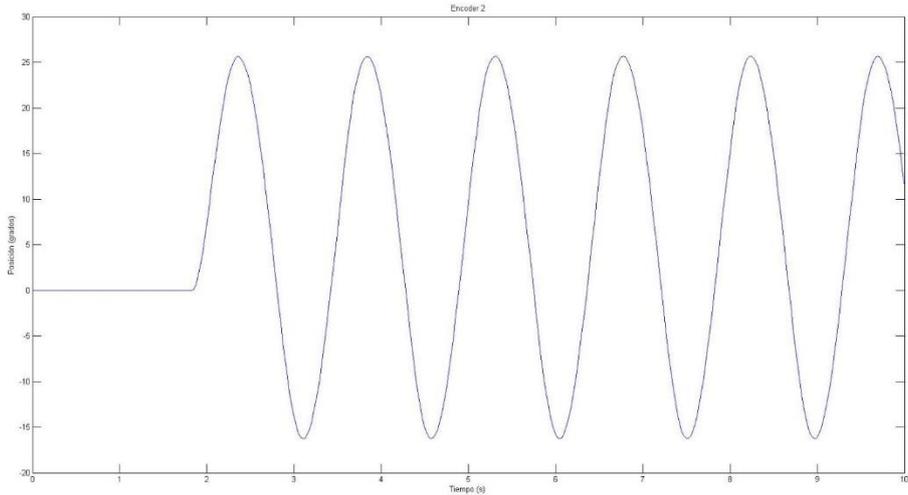


Figura 129. Posición del encoder instalado en la rueda conducida.

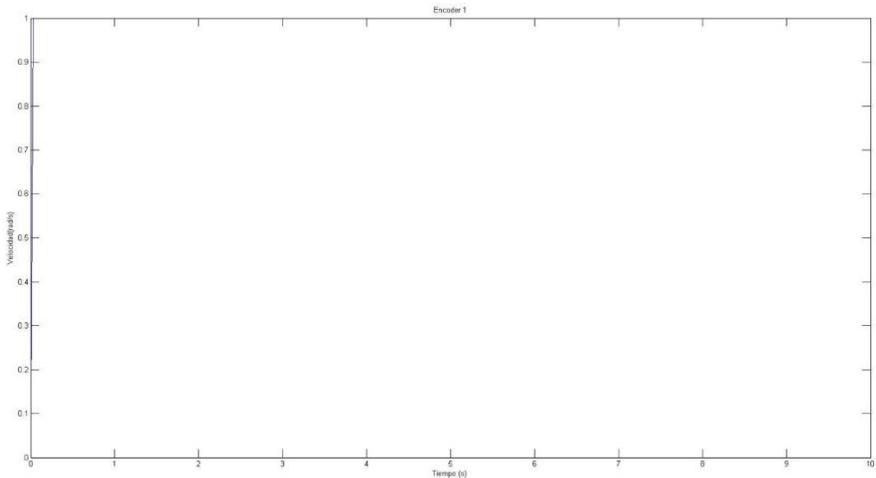


Figura 130. Velocidad del encoder instalado en la rueda conductora.

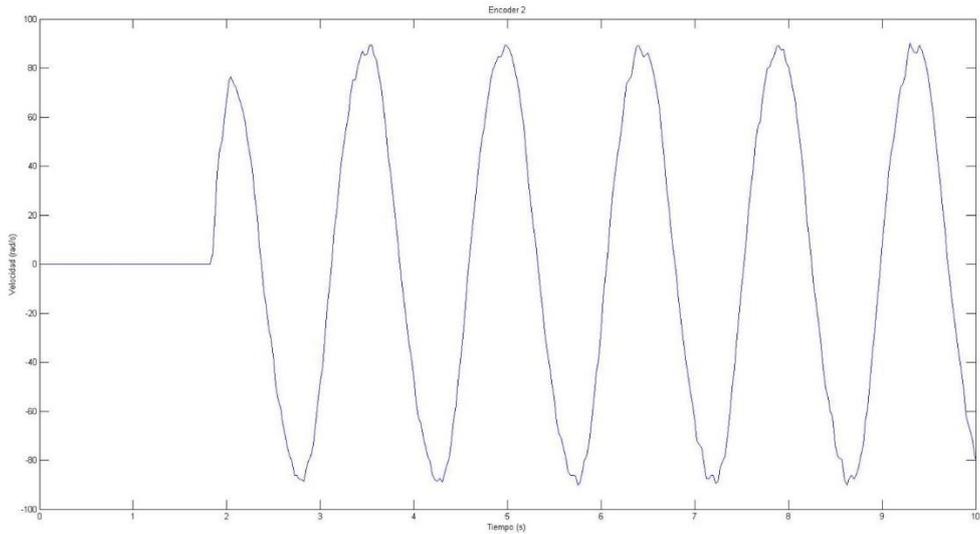


Figura 131. Velocidad del encoder instalado en la rueda conducida.

Los resultados obtenidos de la maqueta real han sido los que se pueden ver en las gráficas anteriores y dichos resultados corresponden a los obtenidos por los encoders colocados en las ruedas tanto conductora como en la conducida.

Decir que para la posición del encoder de la rueda conductora va en aumento con respecto al tiempo y es algo lógico, ya que en la posición se va incrementando con respecto al tiempo. De la velocidad aumenta no se pueda apreciar en la gráfica es constante y su valor es de $1^\circ/s$.

Con respecto al encoder de la rueda conducida se puede ver como la posición varía entre -15° y 25° esto es debido a que recorre un arco de circunferencia y dicho arco es de 40° . La velocidad varía entre $-80^\circ/s$ y $80^\circ/s$.

4.2.4.- Comparación entre el mecanismo realizado en Ejs y el realizado en Matlab.

En los apartados 4.2.1 y 4.2.2 se ha podido ver los resultados que se han obtenido en el mecanismo tanto el que se ha realizado en Ejs como el que está realizado en Matlab. En este apartado vamos a comparar dichos resultados.

Se puede apreciar que hay pequeñas diferencias con respecto a los máximos y mínimos que se consiguen, ya sea en posición, velocidad o aceleración esto se debe a que los datos de partida no son los mismos, es decir los datos que son los mismos son los valores iniciales que se le imponen a las variables x_1 , y_1 , x_2 e y_2 , con esos datos y con las ecuaciones de restricción se obtienen las longitudes de los eslabones, en el mecanismo realizado en Ejs. Esta es la causa por la cual hay esa diferencia.

También se puede ver que donde se produce la mayor diferencia es en el punto dos con respecto al eje de ordenadas, esto es debido a lo comentado anteriormente y también a que la posición del punto fijo B con respecto al eje de abscisas no es el mismo, ya que dicha coordenada en Ejs ha sido calculada mediante la condición de Grashof.

Por último comentar que el incremento de posición que se produce en Ejs no es el mismo que el que se produce en Matlab, como consecuencia de ello tiene que ya sea las posiciones, velocidades o aceleraciones no se obtienen los mismos valores para el mecanismo en Ejs que en Matlab. A continuación se muestra una comparativa del incremento del grado

de libertad, donde la línea azul representa el grado de libertad en Matlab y la línea de color rojo en Ejs.

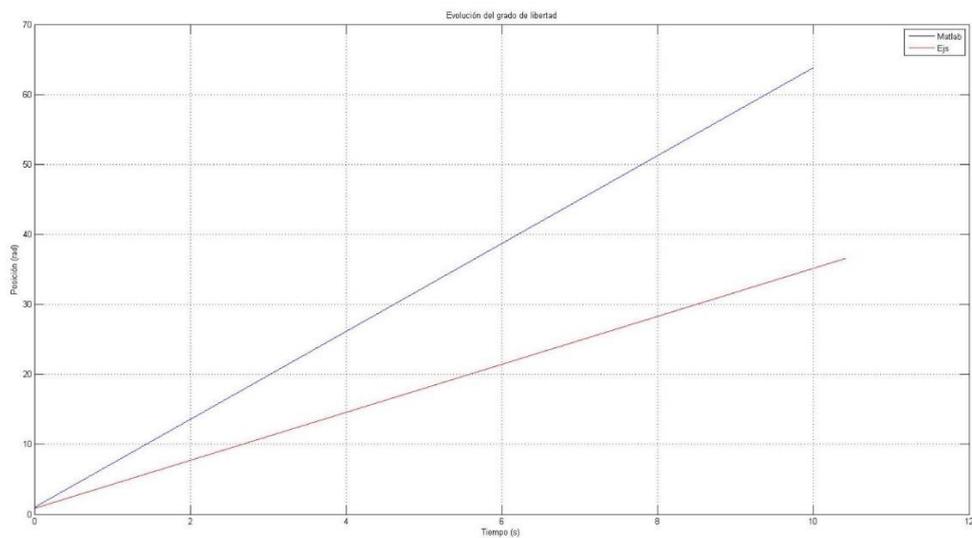


Figura 132. Comparativa de la evolución del grado de libertad.

4.2.6.- Comparación de interfaces entre Ejs y Matlab.

En este apartado se hablará sobre las diferentes opciones que ofrece cada interfaz. En primer lugar se empezará por la interfaz que se ha creado en Ejs (Figura 133).

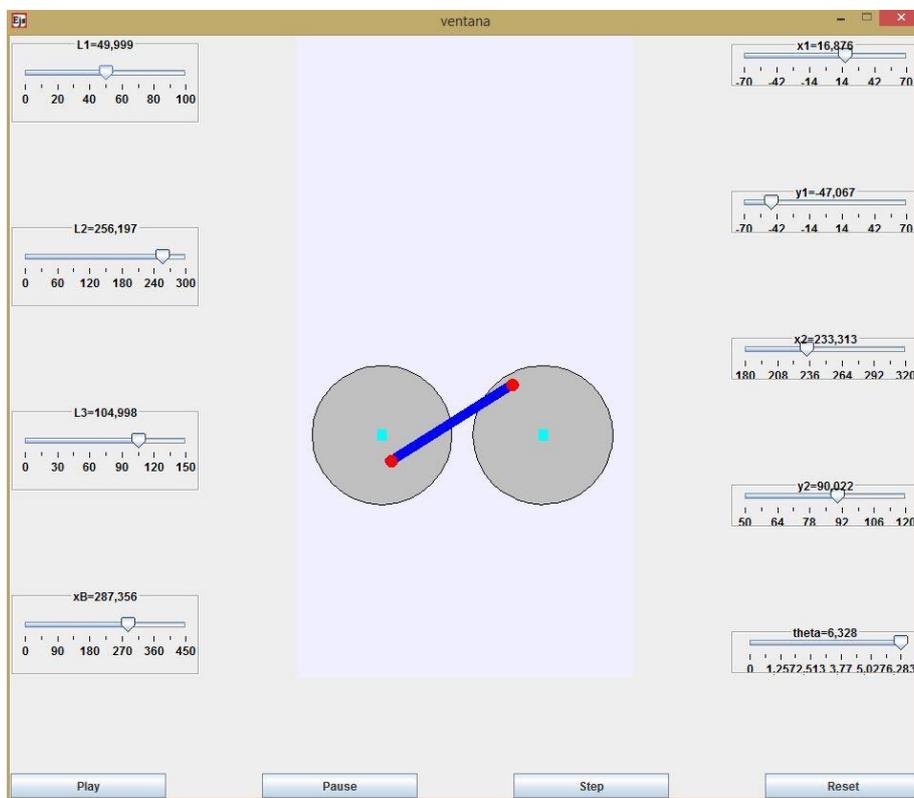


Figura 133. Interfaz del mecanismo en Ejs.

Como se puede ver, esta interfaz permite pausar la simulación, que el mecanismo vaya paso a paso o que comience desde el principio. Los deslizadores situados a la derecha de la interfaz son para modificar los valores de las variables x_1 , y_1 , x_2 , y_2 y theta. Los deslizadores de la izquierda son para modificar las longitudes de los eslabones y la distancia a la que se encuentra el punto fijo B.

Este tipo de interfaz hace que el usuario pueda modificar los datos y variables a su antojo, pero siempre tiene que conocer lo que está haciendo. Ya que si el mecanismo no cumple la condición de Grashof, no se comportará como un mecanismo de manivela-balancín.

Ahora se muestra la interfaz que se genera en Matlab, donde se puede ver el mecanismo en movimiento. Al igual que ocurre en Ejs.

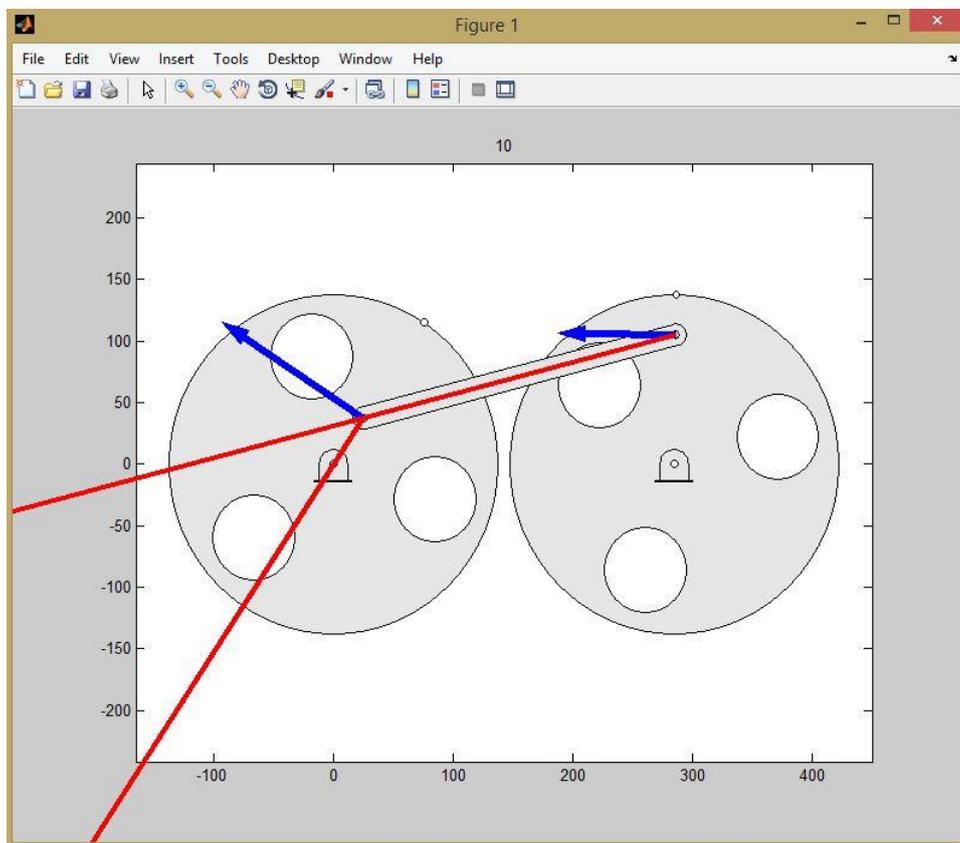


Figura 134. Interfaz del mecanismo en Matlab.

En el caso de Matlab, simplemente sólo se puede ver el movimiento del mecanismo, sin poder cambiar las variables como ocurre en Ejs. Tampoco se puede pausar el mecanismo, ni que vaya paso a paso y ni que vuelva al principio.

Después de comparar las dos interfaces, se puede ver como el laboratorio creado en Ejs es más pedagógico para el alumnado. Ya que como se ha comentado anteriormente el usuario puede modificar las variables, así como que el mecanismo vaya paso a paso o que vuelva a comenzar a moverse.

5.- Conclusiones.

5.1.- Conclusiones.

Con la realización de este Trabajo Fin de Grado, se puede observar la importancia y la necesidad de las Nuevas Tecnologías de la Comunicación, que cada día va evolucionando y son una herramienta muy útil para la docencia.

Con la búsqueda de información sobre los laboratorios virtuales se puede ver que esta herramienta es bastante buena y útil para el aprendizaje de cualquier materia, debido a que la creación de un laboratorio virtual no necesita gran conocimiento a nivel de programación, ya que la mayoría de herramientas para la creación de dichos laboratorios tienen un enfoque didáctico, como ocurre con Easy Java Simulations.

Como se puede observar la realización de prácticas a través de laboratorios virtuales, amplía el horario en el cual se puede realizar, el lugar y las veces que se puede realizar, ya que no hay ni lugar ni horario predeterminado.

Como se ha comentado, Ejs es una herramienta útil y sencilla de utilizar, ya que es bastante intuitiva para la realización de los laboratorios virtuales y tiene un amplio abanico de cómo configurar los laboratorios virtuales.

El uso de las NTIC en la enseñanza hace que el alumnado sea capaz de desarrollar conceptos, habilidades y destrezas, que le serán útiles en su carrera profesional, ya que el uso de ordenadores y dispositivos electrónicos está en auge y el objetivo de que cada día la gente utilice más estos dispositivos, es para que la vida sea más práctica y sencilla, como por ejemplo a la hora de comunicarse con otras personas.

Cabe destacar que el objetivo por el cual se ha llevado a cabo este laboratorio virtual es con expectativas de que se pueda llegar a utilizar en la asignatura de Teoría de Mecanismos que se imparte en la Universidad de Almería para las titulaciones de Ingeniería Mecánica, Electrónica Industrial y Química Industrial.

El mecanismo que se simula es un mecanismo sencillo con el cual se puede ver claramente el movimiento que describe cualquier mecanismo manivela-balancín, por lo que es muy pedagógico para el alumnado. Ya que no resulta difícil el uso de Ejs y de esta manera se afianza la teoría aprendida en las clases docentes desarrolladas en la universidad.

También el alumno puede obtener un archivo de texto, después de la simulación del laboratorio virtual, para que pueda representar los datos obtenidos del mecanismo y de esta forma poder estudiar en más profundidad lo que ocurre.

5.2.- Trabajos futuros.

En este apartado se habla de las posibles modificaciones que se pueden hacer a este laboratorio virtual.

En primer lugar decir que siempre se puede mejorar lo que ya está realizado, por lo que en este laboratorio también se puede modificar, que debido a falta de tiempo no se ha podido llevar a cabo. Queda por decir que cuando los deslizadores de la interfaz los mueve el usuario dependiendo de cuanto se llegue a mover el mecanismo no describe un movimiento como cuando se le da a ejecutar por primera vez, es decir, que cuando se cambia los valores ya sea de las longitudes de los eslabones o los valores de las variables, el mecanismo tiene perturbaciones por lo que en la representación gráfica se podrá ver como describe la posición, velocidad y aceleración pero no con una línea continua.

La siguiente cuestión es la de poder conectar la simulación a internet mediante HTML, de este modo el alumno puede realizar la práctica sin necesidad de tener que tener instalado el software Ejs, aunque el ordenador desde el que se vaya a realizar la práctica debe de tener instalado el Java, ya que aunque sea por internet, dicho laboratorio utiliza Java para realizar la simulación.

Como se comentó anteriormente en los mecanismos se estudia la cinemática y la dinámica que se produce en estos, por lo que como consecuencia a este TFG se puede desarrollar la resolución de la dinámica del mecanismo, para conocer las fuerzas que se generan en dicho mecanismo y de este modo el laboratorio virtual ya estaría completo para que se pueda utilizar y de este modo el alumnado amplíe los conocimientos desarrollados en las clases docentes.

6.- Bibliografía.

- [1] Agarwal, D., Johnston, W.E., Loken, S., Tierney, B. 1998. “Tools for Building Virtual Laboratories”.
- [2] A. Avello. 2014. “Teoría de Máquinas”, Tecnum (Universidad de Navarra).
- [3] Calvo, I., Zulueta, E., Gangoití, U., López, J.M. 2008. “Laboratorios remotos y virtuales en enseñanzas técnicas y científicas”.
- [4] Cano, J., Bienvenido, R., Élvarez, M., Batista, M., & Marcos, M. “Simulaciones Didácticas desarrolladas en Working Model para el aprendizaje de Ingeniería Mecánica.
- [5] Cuadrado, J. 2014. “Apuntes de Análisis y síntesis de mecanismos por ordenador”.
- [6] Cubero, A., Martínez, P., García, L., Redel, M.D., Salas, L., Pedros, G. “Laboratorios virtuales para la formación telemática vía web de técnicos en prevención de riesgos laborales: Ruido Laboral y Vibraciones”.
- [7] Dormido, S. 2008. Minicurso Ejs “Desarrollo de laboratorios virtuales y remotos con Easy Java Simulations (Ejs)”.
- [8] Dormido, S., Sánchez, J., Morilla, F. 2000. “Laboratorios virtuales y remotos para la práctica a distancia de la automática”.
- [9] Escudero, M. 2008. “Laboratorio virtual de una bicicleta: Aplicación a fines docentes y de investigación en el campo del control automático”.
- [10] Esquembre, F. 2005. “Creación de Simulaciones Interactivas en Java”.

- [11] García, J.C., Castejón, C., Rubio, H. 2007. “Problemas resueltos de teoría de máquinas y mecanismos”.
- [12] Jiménez, J.E., Vázquez, F.J., Garrido, J., Ruz, M.L., Ruiz, Á. 2012. “Desarrollo de laboratorios virtuales para docencia en automatización y control de procesos”.
- [13] Martín, C., Dormido, S., Pastor, R., Sánchez, J., Esquembre, F. 2003. “Sistema de levitación magnética: un laboratorio virtual en “Easy Java Simulations””.
- [14] Martín, C., Urquía, A., Dormido, S. 2008. “Educación a distancia del profesorado de ciencias en el desarrollo de laboratorios virtuales”.
- [15] Martín, G., Suárez, J.P., García, M. 2000. “Desarrollo de un Laboratorio Virtual para el Estudio y Simulación de Mecanismos en la Ingeniería”.
- [16] Mendoza, H. “Modelo de evaluación de plataformas tecnológicas virtuales”. Trabajo de investigación.
- [17] Molina, J.M. “Herramientas virtuales: laboratorios virtuales para Ciencias Experimentales – una experiencia con la herramienta VCL”.
- [18] Monge-Nájera, J., Rivas, M., Méndez, V.H. 2002. “La evolución de los laboratorios virtuales durante una experiencia de cuatro años con estudiantes a distancia”.
- [19] Muñoz, J.A. 2008. “Desarrollo de un entorno virtual para la programación y simulación de autómatas programables”.
- [20] Pomares, J., Jara, C.A., Perea, I., Torres, F. “Docencia virtual y autoaprendizaje mediante un laboratorio virtual remoto de un sistema de bombeo en el Máster Universitario en Automática y Robótica”.

- [21] Rivas, J.L. 2008. “Laboratorio virtual y remoto para el control climático de una maqueta de invernadero y su integración en un entorno colaborativo”.
- [22] Rivera, L., Román, M., Moncayo, J.P., Ordóñez, D. 2009. “Laboratorio Virtual de Física”.
- [23] Rodríguez, S. 2011. “Diseño de un laboratorio virtual para la docencia de la materia de tecnología en educación secundaria”.
- [24] Sanz, A., Martínez, J.L. 2010. “El uso de los laboratorios virtuales en la asignatura bioquímica como alternativa para la aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación”.
- [25] Simón, A., Bataller, A., Cabrera, J.A., Ezquerro, F., Guerra, A.J., Nadal, F., Ortiz, A. 2009. “Fundamentos de Teoría de Máquinas”.
- [26] Torres, J.L., Blanco, J.L., Giménez, A. 2013. “Informe técnico para la simulación de un mecanismo manivela-balancín”.