

**EL CÁLCULO MENTAL
EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

Autora: Inés Crespo Piqueres

Director: Antonio Frías Zorrilla

Curso 2013 – 21014

Grado de Maestro de Educación Primaria

Convocatoria Junio

INDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. DESTREZAS MÍNIMAS A DESARROLLAR EN EL CÁLCULO MENTAL	2
3. MARCO TEÓRICO: EL SIGNIFICADO DE LOS TÉRMINOS	4
4. METODOLOGÍA	8
5. RESULTADOS: EL CÁLCULO MENTAL EN EL CURRÍCULUM PRÁCTICO	9
6. CONCLUSIÓN	12
7. BIBLIOGRAFÍA	14
8. ANEXOS	16

*“Dímelo y lo olvidaré;
enséñame y la vez lo recuerdo implícame y lo aprenderé.”*

Confucio

RESUMEN

Este trabajo fin de grado constituye una iniciativa a la indagación educativa en el área de matemáticas. Más concretamente, en el tratamiento del Cálculo Mental, debido a su importancia para mejorar el dominio de diferentes operaciones expresadas numéricamente y para promover el desarrollo de capacidades intelectuales, ya que esta materia puede ser muy importante para conseguir un aprendizaje continuo.

Por ello, el planteamiento principal del trabajo es la elaboración de una revisión bibliográfica y actualización teórica de los contenidos de Cálculo Mental que son obligatorios en Educación Primaria. Así, se contrastará lo que se abarca en los currículums oficiales con el contenido de los libros de texto de una editorial con gran difusión en los niveles educativos de primaria, ante la necesidad de ser consciente de los métodos que se obtienen a partir del tratamiento en los libros de texto debido a ser uno de los recursos más utilizados. Para finalmente llegar a conclusiones basadas en dichas organizaciones teóricas sobre el Cálculo Mental.

1. INTRODUCCIÓN

La necesidad de trabajar en el aula el Cálculo Mental, cada vez con mayor redundancia, se plasma en la comunidad educativa mediante las diferentes organizaciones nacionales o internacionales como por ejemplo, el informe Cockcroft (1982), National Council of Teachers of Mathematics (2003), la LOE,... así como con los diferentes testimonios de autores que mediante congresos, simposios, jornadas, etc., tratan este tema.

El libro de texto es un recurso habitual que llega a condicionar de forma importante el tipo de desarrollo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, hasta el punto de que, en muchas ocasiones, configura el currículo real del aula. Este aspecto puede deberse, tal y como afirman Moreno (2005), Pinto y González, (2004) a la ausencia de una formación didáctica de los profesores del área de matemáticas en el diseño de situaciones de aprendizaje que permitan las conexiones entre el contenido matemático con aspectos de la vida laboral para que se produzca un aprendizaje significativo y este desconocimiento hace que los profesores utilicen casi exclusivamente como único recurso en las aulas el libro de texto.

De modo similar, Martínez Bonafé (1992) ante la apuesta clara de este material afirma que son evidentes las consideraciones familiares al valorar la enseñanza de sus hijos por el avance del temario del libro de texto así como la práctica docente en relación o sobre el contenido que se viene transmitido en los libros.

Por lo consiguiente, sería preciso revisar las aportaciones que sugieren los libros de texto con el fin de que sean significativos para su aprendizaje al colectivo idóneo de primaria. Es con todo esto que surge la pregunta central de investigación: ¿puede un libro de texto facilitar un desarrollo adecuado en el funcionamiento de las estrategias de Cálculo Mental en alumnado de Primaria?

El trabajo que se va a desarrollar a continuación se va a centrar en el análisis de libros de textos de la editorial Santillana durante toda la etapa de educación primaria, enfocando dicho análisis en el contenido, su profundización y la funcionalidad que se establece en los apartados de Cálculo Mental. Posteriormente, se valorará la calidad de este recurso pedagógico como material de apoyo para el docente. Finalmente, el resultado será la muestra recogida de la editorial seleccionada para adoptar una actitud crítica ante su configuración y las situaciones que propician sus planteamientos.

2. DESTREZAS MÍNIMAS A DESARROLLAR EN EL CÁLCULO MENTAL

En el documento “*Principios y Estándares para la Educación Matemática*” el National Council of Teachers of Mathematics recomienda para niveles desde 5 a 12 años:

A medida que los niños de los niveles Pre-K-2 (5 a 8 años) van comprendiendo el significado de los números naturales y de las operaciones de adicción y sustracción, la enseñanza debería centrarse sobre estrategias de cálculo que desarrollen la flexibilidad y la fluidez (2003, p.37).

En el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, se establecen las enseñanzas mínimas de Educación Primaria, asegurando la formación común en el sistema educativo español. Así, se estructuran lo que se entiende por competencia matemática que deben desarrollar el alumnado de este nivel educativo, siendo uno de los aspectos básicos la habilidad para relacionar los contenidos matemáticos tanto con la vida cotidiana como con el mundo laboral. Los contenidos referentes al Cálculo Mental se localizan en el bloque 1 “Números y Operaciones” que responde:

Al desarrollo del sentido numérico, entendiendo como el dominio reflexivo de las relaciones numéricas que se pueden expresar en capacidades como [...] utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar mentalmente cálculos. [...] Interesa principalmente la habilidad para el cálculo con diferentes procedimientos y la decisión en cada caso sobre el que sea más adecuado. Se pretende que el alumnado calcule con fluidez y haga estimaciones razonables, tratando de lograr un equilibrio entre comprensión conceptual y competencia en el cálculo. (R.D. 1513/2006)

Asimismo, los contenidos mínimos de Cálculo Mental que se establecen a desarrollar en el primer, segundo y tercer ciclo de Educación Primaria, siguiendo el mismo orden, son:

- *Desarrollo de estrategias personales de cálculo mental para la búsqueda del complemento de un número a la decena inmediatamente superior, para el cálculo de doble y mitades de cantidades y para la resolver problemas de sumas y restas.*
- *Utilización de estrategias de cálculo mental.*
- *Resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando estrategias personales de cálculo mental y relaciones entre los números, explicando*

oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas. (R.D. 1513/2006)

En este aspecto, la LOE¹ responde, cada vez con mayor redundancia, la necesidad de trabajar en el aula el Cálculo Mental de la siguiente forma:

En Educación Primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito. (2007. BOE núm. 173).

Es decir, este artículo viene a resaltar la importancia de comenzar con el Cálculo Mental en las edades más tempranas. Para ello, los libros de texto pueden ser un recurso didáctico que ayude al docente en la formación del alumnado, de hecho, constituyen los materiales curriculares con mayor incidencia de uso para la enseñanza.

En este aspecto, los docentes planifican, desarrollan y evalúan el desarrollo del aula teniendo en cuenta el diseño del libro de texto. Al mismo tiempo, las abundantes editoriales, compiten en el mercado social por ser destacadas como referentes principales pero, ¿utilizan los apartados anteriormente citados? De esta cuestión surge el planteamiento de la investigación que se desarrollará.

Tras lo planteado en el apartado anterior como en este, los objetivos específicos de esta revisión bibliográfica que se pretenden desarrollar son los siguientes:

- Conocer y analizar los diferentes planteamientos de Cálculo Mental que se localizan en una editorial actual.
- Examinar de acuerdo a los criterios de la didáctica de la matemática, las distintas estrategias del Cálculo Mental aditivo y multiplicativos que constan en textos publicados por una editorial.

¹ Se hace uso de la LOE en este trabajo debido a que la nueva Ley de Educación, LOMCE, comenzará a desarrollarse el próximo curso lectivo, 2014-2015, aún habiéndose puesto en vigor el 10 de diciembre de 2013.

3. MARCO TEÓRICO: EL SIGNIFICADO DE LOS TÉRMINOS

En el Informe Cockcroft se recoge que “(...) *creemos que la decadencia del trabajo oral y mental en las clases de matemáticas es consecuencia de la falta de reconocimiento de la importancia que el Cálculo mental tiene en esta asignatura*”(1982, p. 32).

Teniendo en cuenta las aportaciones de Gómez (1994), en su tesis mas relevante de los últimos años sobre Cálculo Mental, la cual recoge a numerosos investigadores del área de la educación matemática que defienden la práctica del Cálculo Mental en el aula, destacando influencias positivas que pueden proporcionar este tipo de trabajo en el aula tales como: profundizar en la comprensión y en el sentido del número, cooperar en la construcción de estructuras numéricas de operaciones o procedimientos y propiedades de cálculo. También, desarrollar capacidades intelectuales, ya que proporciona versatilidad e independencia de procedimientos, ayuda en la reflexión para decidir y elegir, favorece la concentración, proporciona confianza en el cálculo aritmético, y despierta el interés por el gusto matemático.

Para determinar mejor el significado de los términos usados durante el trabajo, así como para una mayor difusión a todos los lectores, a continuación se van a definir las palabras clave de la investigación en base a la concepción que defiende Gómez (1989):

Cálculo Mental: consiste en la alteración de datos para manejar más fácilmente una determinada operación, de manera rápida y precisa. La realización de cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro, sin ayudas de otros instrumentos como material físico, lápiz y papel, máquinas (calculadora, ordenador,...) o los dedos para contar fácilmente. En cada proceso se descubren múltiples alternativas de actuación válidas.

Estrategias de aprendizaje: son procedimientos o conjunto de pasos, operaciones o habilidades que se emplean de forma constante, controlada e intencionada como instrumento para solucionar operaciones de manera eficaz. Dentro de ellas se distinguen estrategias pensadas aditivas y por otro lado, multiplicativas.

Estrategias pensadas aditivas: se fundamenta en la descomposición de sumandos, alteración de su orden de colocación o búsqueda del redondeo (trabajar con

números que arrastren ceros). Los métodos y estrategias que se localizan son:

1. Recolocación. Radica en cambiar o recolocar mentalmente los números agrupándolos en familias que den la unidad seguida de ceros como por ejemplo:

$$45 + 66 + 55 + 34 = (45 + 55) + (66 + 34) = 100 + 100$$

2. Descomposición. Consiste en descomponer uno de los términos para transformar la operación en otra equivalente más cómoda como por ejemplo:

$$a. 77 + 148 = (70 + 7) + (130 + 18) = (70 + 130) + (18 + 7)$$

$$b. 243 - 75 = 100 + (100 - 75) + 43 = 100 + 25 + 43$$

3. Redondeo. Consiste en la alteración de los términos de una operación buscando el redondeo a cero, al menos de uno de ellos.

El *redondeo en la adición* se presenta por compensación, es decir, añadir a un sumando lo que se le quita a otro. Por ejemplo:

$$67 + 28 = (67 + 3) + (28 - 3) = 70 + 35$$

El *redondeo en la sustracción* se realiza por conservación, comprendiendo dos formas de actuación:

a) Redondeo por arriba: añadiendo a minuendo y sustrayendo la misma cantidad como por ejemplo:

$$48 - 33 = (48 + 2) - (33 + 2) = 50 - 35$$

b) Redondeo por abajo: quitando a minuendo y sustrayendo la misma cantidad como por ejemplo:

$$62 - 43 = (62 - 12) - (43 - 12) = 50 - 31$$

4. conteo. Se plantea el procediendo de operar de izquierda a derecha (...centenas, decenas y unidades). De este modo, se distinguen el conteo ascendente por adición y sustracción, la descendente por sustracción (incluye por distancia y eliminación).

El *conteo ascendente en la adición*, consiste en contar sobre un sumando las decenas y, posteriormente las unidades del otro sumando. Por ejemplo:

$$82 + 36 = 102 + 6 = 108$$

El *conteo ascendente* sustracción, se fundamenta en medir la distancia que existe desde el sustraendo hasta el minuendo. Así, se desarrolla el siguiente ejemplo que podría ser la resta de $108 - 64$:

De 64 a 70 $\rightarrow 6$; De 70 a 100 $\rightarrow 30$; De 100 a 108 $\rightarrow 8$; Total: $6 + 30 + 8 = 44$

El *conteo descendente solo por sustracción* que consiste en medir la distancia que existe desde un término al otro. En él se puede localizar:

a) Por distancia, aproximándose desde el minuendo hasta el sustraendo. Por ejemplo en la sustracción $103 - 56$:

De 103 a 100 $\rightarrow 3$; De 100 a 60 $\rightarrow 40$; De 60 a 56 $\rightarrow 4$; Total: $3 + 40 + 4 = 47$

b) Por eliminación, descontando del minuendo los órdenes de unidades del sustraendo como por ejemplo $78 - 59$:

$$78 - (50 + 9) \rightarrow 28; 28 - 9 = 19$$

Estrategias de Cálculo Mental multiplicativo. Se destacan tres grandes métodos y varias estrategias dentro de cada grupo. Siguiendo los referentes establecidos por Hope (1987 y 1985) y las de Gómez son: como con *lápiz y papel*, *distribución* y *factorización*.

1. Como lápiz y papel

A) *Método General*, se trata de hacer la operación mentalmente como la haríamos por escrito. Se actúa dígito a dígito y se hace la suma pensando la disposición que tendrían los números en el papel como por ejemplo 48×25 :

$48 \times 25 \rightarrow 5 \times 8 = 40, 5 \times 4 = 20 \rightarrow$ Total en la primera fila tengo 240.

$\rightarrow 2 \times 8 = 16, y 2 \times 4 = 8 \rightarrow$ Total 96 desplazado un lugar del 240.

\rightarrow Sumando en la posición correspondiente hace un total 1200.

Si fuera de una cifra: $8 \times 4211 \rightarrow 8 \times 4 = 32; 8 \times 2 = 16; 8 \times 1 = 8$; Total siguiendo el orden posicional 3368.

B) *Repetición de grupos*, se multiplica un grupo o factor conjuntamente por una cifra.

$48 \times 25 \rightarrow 8$ veces 25 es 200, 4 veces 25 es 100, sumamos desplazando 1200.

C) *Partición*, es trata cuando uno de los factores lo puedo escribir como fracción de una potencia de 10:

$$(25 = 100/4) \rightarrow 25 \times 48 = 100 \times 48 / 4 = 1200$$

D) *Arrastre*, esta estrategia es muy rápida. Es aplicable cuando se está ante productos parciales que se repiten. Es necesario imaginar como quedarían escritos sobre el papel.

$$\begin{array}{r} 8 \times 999 = \rightarrow 8 \times 9 = 72 \\ 72 \\ 72 \\ \hline 7992 \end{array}$$

2. Distribución

A) *Método General*, se trata de transformar uno o más factores en sumas o diferencias con el fin de aplicar la propiedad distributiva. La estrategia se limita a descomponer el número en su forma multiplicativa o polinómica:

$$8 \times 4211 \rightarrow 8 \times 4000 = 32000; 8 \times 200 = 1600; 8 \times 10 = 80; 8 \times 1 = 8 \\ \rightarrow \text{Total } 33688$$

B) *Aditiva*, cuando descomponemos un factor como una suma:

$$25 \times 48 \rightarrow 25 \times (40 + 8); 25 \times 40 = 1000; 25 \times 8 = 200; \text{ total } 1200$$

C) *Sustractiva*, cuando descomponemos un factor como una diferencia:

$$25 \times 48 \rightarrow 25 \times (50 - 2); 25 \times 50 = 1250, \text{ menos } 25 \times 2 = 50; \text{ total } 1200$$

D) *Agrupamiento binario*, se basa en el algoritmo de duplicación y suma, de modo que podamos componer un factor como suma de potencias de dos.

$$18 \times 15 \rightarrow 2 \text{ quincees son } 30, 4 \text{ quincees son } 60, 8 \text{ quincees son } 120, \\ 16 \text{ quincees son } 240; \text{ luego } 18 \times 15 \text{ son } 240 \text{ más } 30; \text{ total } 270.$$

3. Factorización

A) *Método General*, se trata de sustituir uno o más factores por un equivalente numérico en forma de productos o cocientes. La forma general consiste en la descomposición factorial y posterior aplicación de las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación.

$$25 \times 48 \rightarrow 5 \times 5 \times 48 \text{ ó } 5 \times 5 \times 6 \times 8; \text{ también } (5 \times 6) \times (5 \times 8) \\ \rightarrow \text{ o sea } 30 \times 40, \text{ total } 1200''$$

B) *Doble y mitad*, se pasa de un producto a otro equivalente multiplicando un factor por dos y dividiendo en otro factor por dos

$$25 \times 48 \rightarrow \text{“es igual a } 50 \times 24, \text{ y a } 100 \times 12, \text{ y a } 200 \times 6, \text{ y a } 400 \times 3; \text{ total } 1200''$$

C) *Partes alícuotas*, se aplica un producto a otro equivalente multiplicando un factor por n y dividiendo en otro factor por n.

$$25 \times 48 \rightarrow \text{“es igual a } (25 \times 4) \times (48/4); 100 \times 12; \text{ total } 1200''$$

D) **Cero y mitad*, se muestra ante la multiplicación por 5 siendo su aplicación la siguiente:

$$27 \times 5 \rightarrow 27 \times (10 : 2) = 270 : 2 = 135$$

4. METODOLOGÍA

Para comprobar el grado de aumento o disminución del proceso de desarrollo de las estrategias de Cálculo Mental desde primer hasta sexto curso de Educación Primaria en los libros de texto se ha seleccionado para ello una metodología cuantitativa a través de un análisis de datos técnica.

Para ello, se ha seleccionado una de las editoriales más destacadas en estos momentos, Santillana. Dichos libros, pertenecen a los seis cursos que componen la Educación Primaria, trataran de reflejar las actividades referentes a la denominación “Cálculo Mental” en los mismos.

Para organizar los resultados obtenidos se ha optado por hacer un análisis estadístico de los resultados del mismo a través de una tabla de doble entrada en la que se consideran como variables las estrategias citadas y explicadas en el apartado anterior y los cursos correspondientes a la etapa de Educación Primaria, con el objetivo de comprobar cómo y de qué manera está distribuido su contenido y qué estrategias son los más influyentes.

Teniendo en cuenta que se entiende que la práctica del Cálculo Mental se construye con la premisa de facilitar habilidades intelectuales mediante el descubrimiento de una selección de estrategias en función a la exactitud mental de los resultados, se selecciona todo procedimiento existente que aparezca en los libros de texto bajo el encabezamiento de Cálculo Mental y en la que coexista una explicación del proceso a desarrollar. Por tanto, los ciclos que van a ser objeto de análisis serán segundo y tercer ciclo. Para cada uno de ellos, el libro de textos propone treinta actividades de Cálculo Mental agrupadas por parejas en cada unidad temática. En el proceso se han eliminado algunos ejemplos, pues no mostraban una estrategia como tal sino más bien un ejercicio para afianzar ciertos contenidos como por ejemplo operaciones combinadas (Ver Anexo 6, muestra 28) Por lo tanto, hay en total 103 muestras analizadas.

5. RESULTADOS: EL CÁLCULO MENTAL EN EL CURRÍCULO PRÁCTICO

Una vez planteados todos los aspectos teóricos y sus orientaciones, se pasará a exponer los resultados obtenidos tras analizar las actividades planteadas para el desarrollo del Cálculo Mental en el libro de texto. Posteriormente, se trazarán aspectos significativos que se vislumbran de dicho análisis, atendiendo al tipo de estrategia que se emplea, su frecuencia a lo largo de los cursos y su nivel de dificultad.

			3°	4°	5°	6°	
Adición	Redondeo	<i>redondeo en la adición (por compensación)</i>				3	
		<i>redondeo en la sustracción</i>	por arriba			1	
			Por abajo			1	
	Recolocación y descomposición			10	12	10	7
	Conteo	<i>ascendente en la adición</i>		4	3	1	
		<i>ascendente sustracción</i>					
		<i>conteo descendente</i>	Por distancia				
Por eliminación			4	3	1		
Multipliación	Como lápiz y papel	<i>Método General</i>	1				
		<i>Repetición de grupos</i>					
		<i>Partición</i>					
		Arrastre					
	Distribución	<i>Método General</i>					
		<i>Aditiva</i>		6	5	3	3
		<i>Sustractiva</i>					2
		<i>Agrupamiento binario</i>					
	Factorización	<i>Método General</i>		5	5	13	7
		<i>Cero y mitad</i>			1	1	1
		<i>Doble y mitad</i>			1	1	
<i>Partes alícuotas</i>							

Según la recogida de datos, se muestra que las estrategias predominantes en la propuesta que ofrece Santillana, son las de recolocación y descomposición presentes en el 34% aproximadamente de las muestras totales. Seguidamente, la estrategia de factorización general tiene una frecuencia porcentual de 26% aproximadamente, siendo su empleo más frecuente en el segundo ciclo y manteniéndose en un tercer ciclo. Por último, la distribución aditiva también se presenta como una estrategia habitual con un 14% sin embargo, a diferencia de las dos anteriores, su empleo se dispara en el 3^{er} curso y 4^o curso de Primaria.

Por el contrario, el conteo ascendente por sustracción y el descendente por distancia en ninguno de los casos se localiza entre las muestras recogidas. Al mismo tiempo la estrategias multiplicativas: cómo lápiz y papel, agrupamiento binario y partes alícuotas no se recoge entre las actividades planteadas. Las razones de esto podrían deberse a varios factores como por ejemplo a una posible dificultad en su procedimiento.

A la luz de los resultados se observa que respecto a la distribución de las estrategias, en el segundo ciclo se proponen 18 estrategias aditivas y 12 multiplicativas. Por el contrario, llegados al tercer ciclo aparecen 12 aditivas y 18 multiplicativas (en 6° curso no se contabilizan 18 por la eliminación de las operaciones combinadas, pues no suponían estrategia). De todas maneras, predominan aditivas en segundo ciclo y multiplicativas en tercer ciclo.

Si examinamos detenidamente las muestras, en las estrategias aditivas se percibe una predominación de la recolocación y descomposición presente en todas las etapas, disminuyendo en el último curso. Asimismo, el conteo ascendente aditivo y el conteo descendente por eliminación, se observa en menor medida en tercero a quinto de primaria, teniendo una mayor importancia en el segundo ciclo. En el sexto curso se sustituye el conteo por el redondeo en sus tres componentes.

Por otro lado, en las estrategias multiplicativas se concibe una mayor presencia de la factorización en toda la etapa. Realizando un análisis por ciclos educativos, la estrategia de distribución tiene similar importancia con la de factorización. La distribución aditiva es otra estrategia que se propone de manera frecuente a lo largo de todos los ciclos. Asimismo, se incorpora la estrategia de distribución sustractiva en el último curso de primaria con dos ejemplos (ver Anexo 6, muestra 31) Por último, a partir de cuarto de primaria se incorpora la estrategia de cero y mitad y doble y mitad, proponiendo la misma actividad de Cálculo Mental en los cursos siguientes (ver Anexo 5, muestras 22 y 26)

Entre los diferentes cursos se observa una repetición en las cifras y estrategias empleadas para el Cálculo Mental, siendo estas actividades idénticas a pesar de pertenecer a ciclos distintos (ver Anexos, muestras 14, 16, 20, 21, 23 y 24). Esto puede conllevar al dominio de unas estrategias específicas, pero al desconocimiento de otras.

Los niveles de dificultad en este caso no varían en exceso a lo largo de la etapa de primaria, tan solo se percibe una mayor preponderancia y variedad de estrategias multiplicativas para el último ciclo.

Como se ha comentado con anterioridad, el primer ciclo de Educación Primaria no ha sido tomado para este análisis por su falta de especificación sobre la estrategia a emplear. En estos cursos tan solo se incluyen unas operaciones aritméticas, y se delega por tanto al profesorado la capacidad de decidir sobre las estrategias más adecuadas para su tratamiento en el aula. Sin embargo, se observa que las actividades planteadas pueden tener la intencionalidad de introducir estrategias elementales o tablas de adición y posteriormente multiplicación, pues estas combinaciones aritméticas básicas que como Gómez (1989) afirma van a proporcionar un control de la secuencia contadora y una base de apoyo para las estrategias de Cálculo Mental. Entre los diferentes ejemplos de tablas, se encuentran: el conteo ascendente (ver Anexo 1, muestras 1 y 2), dieces (ver Anexo 2, muestra 9), los nueves (ver Anexo 1, muestra 6), ceros (ver Anexo 1, muestra 3) y familia de dieces (ver Anexo 2, muestra 12), entre otras.

6. CONCLUSIÓN

Desde hace un tiempo se ha propiciado el estudio del Cálculo Mental en el área de la didáctica de las matemáticas para el desarrollo de actividades en el ámbito escolar mediante una formación continua, teniendo en cuenta las aportaciones y consideraciones de investigadores como Bernardo Gómez para la mejora de la Educación Matemática.

Las estrategias de Cálculo Mental se convierten en una herramienta ante la resolución de operaciones y sus relaciones numéricas. El reconocimiento de los datos representa gran parte del éxito de respuesta. Es por ello que el contenido debe presentarse de manera diversa y variada para permitir el aprendizaje del alumnado en el proceso de operar. Asimismo, es necesario crear una organización con la intención de clarificar y facilitar la funcionalidad de los diferentes métodos y estrategias, favoreciendo la adquisición, el diálogo y la reflexión en el proceso de aplicación de los modelos.

Los resultados del análisis, en base a la didáctica de la matemática, muestra una predominancia en la utilización de estrategias aditivas, más concretamente, a la utilización de la recolocación y descomposición y, de la estrategia multiplicación, considerando determinantes la distribución aditiva y la factorización. Los libros de texto muestran una falta de estrategias y una repetición en las diversas actividades. Al mismo tiempo tienen un carácter descontextualizado.

En relación a las propuestas de Cálculo Mental recogidas en el libro de texto y su consecución de los contenidos establecidos por la legislación, se concluye que existe una inclusión y tratamiento de las estrategias, pero con un cierto predominio de unas sobre otras, y la total exclusión de algunas de ellas. Asimismo, las actividades planteadas a simple vista no están vinculadas con la vida cotidiana, ni se muestra indicativo alguno de la necesidad de explicar oralmente o por otra vía el significado, el proceso y la solución obtenida. Se delega por tanto al docente la labor de conectar el Cálculo Mental con el contexto del alumnado y de potenciar la reflexión y discusión del proceso.

Es por ello, que se hace indiscutible la necesidad de una formación adecuada en el profesorado para saber trasladar al aula las diferentes estrategias, incorporando aquellas que no están presentes en el libro de texto explicando el procedimiento de ellas y, al mismo tiempo, facilitando al alumnado la libertad de elaborar estrategias propias. Asimismo, debe tener la capacidad suficiente para incorporar el Cálculo Mental a actividades que vayan más allá de un pequeño cuadro escrito, y que por el contrario, estén enmarcadas en un contexto en el que recobren sentido y muestren su funcionalidad. Pues como menciona Planas y Alsina (2009), existe una necesidad de aproximar las matemáticas a la realidad del alumnado, ya que la educación se debe enfocar hacia el enriquecimiento de destrezas reduciendo la distancia que existe entre el conocimiento y la importancia de las matemáticas.

7. BIBLIOGRAFÍA

Frías, A. y Gil, F. (2011-2013) “Cálculo Mental” En: “*Didáctica de las Matemáticas*”

Gómez, B. Los métodos de Cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética. Retrieved from <http://www.uv.es/gomezb/8Losmetodosdecm.pdf>

Gómez, B. (1989). *Numeración y Cálculo*. Madrid: Síntesis.

Gómez, B. (1994) *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo y los procesos cognitivos involucrados en los errores que cometen los estudiantes al aplicarlos*. Doctoral dissertation, Universidad de Valencia-España.

Gómez Alfonso, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental, 4, 17–29.

NCTM (2003) *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales: Granada.

Ortiz Vallejo, M. (2011). *Cálculo Mental en el Aula*. Sevilla: CCS.

Planas, N., Alsina, A. (2009). El desarrollo de la competencia matemática. En *Educación matemática y buenas prácticas: infantil, primaria, secundaria y educación superior* (pp. 93–102). Barcelona: Graó.

Ruesga, P, Valls, F., & Rodríguez, T. Un instrumento para seleccionar libros de texto de matemáticas. Aplicación al bloque curricular de geometría., 13.

Santillana, *Cuaderno de Matemáticas. Primaria*. Revisado el 13 de mayo de 2014.

Segundo:

http://primerodecarlos.com/SEGUNDO_PRIMARIA/SANTILLANA/Libro_Media_Santillana_matematicas_segundo/index.html

Tercero:

http://www.educa.madrid.org/web/cp.alarcon.valdemoro/Web/ColePAA10/MATERIALDCO/RECURSOS%20SANTILLANA/0%20SEGUND%20CICLO/ALUMNO/TERCERO/siteP3-Mates_Alumno/390426.swf

Cuarto:

<http://www.educa.madrid.org/web/cp.alarcon.valdemoro/Web/ColePAA10/MATERIAL->

[DCO/RECURSOS%20SANTILLANA/0%20SEGUNDO%20CICLO/ALUMNO/QUARTO/siteP4-Mates-Alumno/390986.swf](http://www.educa.madrid.org/web/cp.alarcon.valdemoro/Web/ColePAA10/MATERIALDCO/RECURSOS%20SANTILLANA/0%20SEGUNDO%20CICLO/ALUMNO/QUARTO/siteP4-Mates-Alumno/390986.swf)

Quinto:

<http://www.educa.madrid.org/web/cp.alarcon.valdemoro/Web/ColePAA10/MATERIALDCO/RECURSOS%20SANTILLANA/0%20TERCER%20CICLO/LIBRO%20MEDIA%20SANTILLANA%20TERCER%20CICLO/QUINTO%20DE%20PRIMARIA/02%20MATES/02%20ALUMNO/>

Sexto:

<http://www.educa.madrid.org/web/cp.alarcon.valdemoro/Web/ColePAA10/MATERIALDCO/RECURSOS%20SANTILLANA/0%20TERCER%20CICLO/LIBRO%20MEDIA%20SANTILLANA%20TERCER%20CICLO/SEXTO%20DE%20PRIMARIA/02%20MATES/02%20ALUMNO/index.html>

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, S., Moreno, María Mar, Climent Rodríguez, Nuria (Ed.). (2011). *Investigación en educación matemática comunicaciones de los grupos de investigación de la SEIEM*. [Lérida; [Granada: Edicions de la Universitat de Lleida ; SEIEM.

Zúñiga, N. (2012). Como elegir manuales escolares de matemáticas para E.P. Modelo de Valoraciyn. Retrieved from <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/1492/1/TFG-B.115.pdf>

Normativa Legal:

REAL DECRETO 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria.

ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria.

ANEXOS

ANEXO 1
1° de E.P.

CÁLCULO MENTAL

Muestra 1

$$\begin{array}{cccccccc} 4+3 & 1+3 & 6+3 & 0+3 & 2+3 & 5+3 & 3+3 & 7+3 \\ 6+2 & 5+1 & 3+3 & 8+0 & 4+2 & 7+0 & 9+1 & 5+3 \end{array}$$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 2

$$\begin{array}{cccccccc} 5-2 & 7-2 & 3-2 & 6-2 & 2-2 & 8-2 & 4-2 & 9-2 \\ 7-0 & 4-1 & 9-2 & 5-0 & 6-1 & 8-1 & 2-2 & 3-0 \end{array}$$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 3

$$\begin{array}{cccccccc} 5+2 & 6+3 & 3+4 & 8+1 & 7+0 & 2+6 & 0+9 & 4+5 \\ 10+4 & 40+7 & 30+5 & 50+8 & 20+3 & 40+9 & 50+2 & \end{array}$$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 4

$$\begin{array}{cccccccc} 4+2 & 6+0 & 8+1 & 5+3 & 2+7 & 3+4 & 1+5 & 2+6 \\ 1+2+4 & 5+3+1 & 4+0+2 & 3+1+3 & 6+2+1 & & & \end{array}$$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 5

$$\begin{array}{cccccccc} 4+6 & 4+8 & 4+7 & 3+7 & 3+9 & 2+8 & 2+9 & 1+9 \\ 8-3 & 9-6 & 5-2 & 7-4 & 6-5 & 8-2 & 9-7 & 7-3 \end{array}$$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 6

$$\begin{array}{cccccccc} 9+2 & 9+5 & 9+3 & 9+7 & 9+9 & 9+4 & 9+6 & 9+8 \\ 8+4 & 8+7 & 8+2 & 8+5 & 8+3 & 8+8 & 8+9 & 8+6 \end{array}$$

ANEXO 2 2° de E.P.

Muestra 7

CÁLCULO MENTAL

$5 + 2$	$7 + 1$	$2 + 6$	$5 + 4$	$3 + 3$
$50 + 1$	$40 + 3$	$80 + 2$	$60 + 4$	$90 + 5$

Muestra 8

CÁLCULO MENTAL

$3 + 5 + 2$	$1 + 6 + 3$	$4 + 3 + 3$	$5 + 1 + 4$
$18 + 10$	$24 + 20$	$45 + 30$	$58 + 40$

Muestra 9

CÁLCULO MENTAL

$100 + 2$	$100 + 8$	$100 + 6$	$100 + 9$
$100 + 20$	$100 + 50$	$100 + 70$	$100 + 90$
$100 + 10 + 5$	$100 + 20 + 6$	$100 + 50 + 4$	$100 + 70 + 2$

Muestra 10

CÁLCULO MENTAL

$113 + 7$	$214 + 6$	$345 + 5$	$458 + 2$	$769 + 1$
$162 + 8$	$221 + 9$	$447 + 3$	$576 + 4$	$857 + 3$

Muestra 11

CÁLCULO MENTAL

Para multiplicar 10 por un número, añádele un cero al número ▶ $10 \times 4 = 40$

10×1	10×2	10×3	10×4	10×5
10×6	10×7	10×8	10×9	10×10

Muestra 12

CÁLCULO MENTAL

$10 + 90 + 8$	$30 + 70 + 7$	$40 + 60 + 9$	$20 + 80 + 6$
$50 + 50 + 25$	$60 + 40 + 34$	$80 + 20 + 45$	$10 + 90 + 53$

ANEXO 3 3° de E.P.

CÁLCULO MENTAL

Muestra 13

Suma decenas a números de dos cifras

$34 + 20 = 54$	$29 + 30$	$32 + 50$	$45 + 60$	$54 + 50$
$45 + 40$	$45 + 40$	$19 + 60$	$63 + 50 = 113$	$63 + 80$
$53 + 20$	$38 + 40$	$81 + 40$	$92 + 30$	$75 + 70$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 14

Resta 21 a números de dos cifras: primero resta 20 y después resta 1

$45 - 21 = 24$	$29 - 21$	$49 - 21$	$68 - 21$	$88 - 21$
$35 - 21$	$35 - 21$	$56 - 21$	$75 - 21$	$93 - 21$
$38 - 21$	$38 - 21$	$58 - 21$	$77 - 21$	$96 - 21$
$45 - 21$	$45 - 21$	$64 - 21$	$85 - 21$	$99 - 21$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 15

Multiplica decenas y centenas por decenas

$60 \times 40 = 2400$	20×60	60×50	200×60
40×70	40×70	70×30	300×70
50×30	50×30	90×40	700×80

CÁLCULO MENTAL

Muestra 16

Resta 99 a números de tres cifras: primero resta 100 y después suma 1

$286 - 99 = 187$	$198 - 99$	$472 - 99$	$713 - 99$
$279 - 99$	$279 - 99$	$504 - 99$	$860 - 99$
$317 - 99$	$317 - 99$	$575 - 99$	$890 - 99$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 17

Resta decenas a números de tres cifras

$435 - 20 = 415$	$234 - 10$	$691 - 40$	$859 - 30$
$342 - 20$	$342 - 20$	$654 - 30$	$885 - 60$
$479 - 40$	$479 - 40$	$780 - 50$	$978 - 40$
$567 - 30$	$567 - 30$	$743 - 20$	$994 - 20$

ANEXO 4 4° de E.P.

Muestra 18

CÁLCULO MENTAL

Halla la mitad de decenas y de centenas

$$\begin{array}{r} 50 : 2 = 25 \\ \hline \end{array}$$

10 : 2	60 : 2
20 : 2	70 : 2
30 : 2	80 : 2
40 : 2	90 : 2

$$\begin{array}{r} 300 : 2 = 150 \\ \hline \end{array}$$

100 : 2	600 : 2
200 : 2	700 : 2
400 : 2	800 : 2
500 : 2	900 : 2

Muestra 19

CÁLCULO MENTAL

Resta decenas a números de tres y de cuatro cifras

$$\begin{array}{r} 725 - 80 = 645 \\ \hline \end{array}$$

512 - 80
734 - 80
628 - 70
941 - 50

$$\begin{array}{r} 5.342 - 70 = 5.272 \\ \hline \end{array}$$

1.324 - 50
6.157 - 90
4.435 - 80
7.512 - 90

Muestra 20

CÁLCULO MENTAL

Suma 99, 199, 299, ... a números de tres cifras

$$\begin{array}{r} +99 \\ \hline 157 \quad 257 \quad 256 \\ \hline +100 \quad -1 \end{array}$$

147 + 99	326 + 199	237 + 299
253 + 99	418 + 199	361 + 299
482 + 99	635 + 199	723 + 299
719 + 99	804 + 199	962 + 299

Muestra 21

CÁLCULO MENTAL

Suma 101, 201, 301, ... a números de tres cifras

$$\begin{array}{r} +100 \\ \hline 326 \quad 426 \quad 427 \\ \hline +100 \quad +1 \end{array}$$

126 + 101	328 + 201	265 + 301
234 + 101	416 + 201	423 + 301
578 + 101	639 + 201	618 + 301
715 + 101	847 + 201	924 + 301

Muestra 22

CÁLCULO MENTAL

Multiplica números de dos cifras por 5: multiplica por 10 y luego divide entre 2

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ \hline 26 \quad 260 \quad 130 \\ \hline \times 10 \quad : 2 \end{array}$$

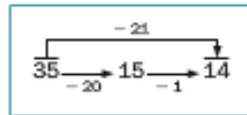
20 × 5	44 × 5	62 × 5	82 × 5
24 × 5	46 × 5	64 × 5	84 × 5
28 × 5	48 × 5	66 × 5	86 × 5
42 × 5	60 × 5	68 × 5	88 × 5

ANEXO 5 5° de E.P.

CÁLCULO MENTAL

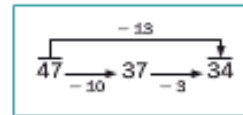
Muestra 23

Resta 11, 21, 31...



$$\begin{array}{ccc} 64 - 11 & 52 - 41 & 71 - 61 \\ 45 - 31 & 73 - 51 & 90 - 71 \end{array}$$

Resta 12, 13, 14...



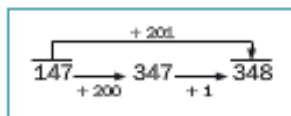
$$\begin{array}{ccc} 64 - 12 & 58 - 13 & 46 - 14 \\ 45 - 14 & 79 - 12 & 59 - 13 \end{array}$$

• ¿Cómo restarías 34 a un número de dos cifras? ¿Y 52?

CÁLCULO MENTAL

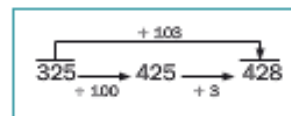
Muestra 24

Suma 101, 201, 301...



$$\begin{array}{ccc} 164 + 101 & 382 + 401 & 463 + 601 \\ 245 + 301 & 413 + 501 & 529 + 801 \end{array}$$

Suma 102, 103, 104...



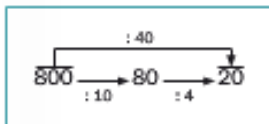
$$\begin{array}{ccc} 264 + 102 & 432 + 103 & 586 + 104 \\ 371 + 104 & 653 + 102 & 817 + 103 \end{array}$$

• ¿Cómo sumarías 402 a un número de 3 cifras? ¿Y 503?

CÁLCULO MENTAL

Muestra 25

Divide entre decenas, centenas y millares

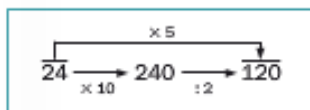


60 : 20	400 : 200	16.000 : 8.000
180 : 30	900 : 300	15.000 : 3.000
160 : 40	4.200 : 700	21.000 : 7.000
3.500 : 50	12.000 : 400	360.000 : 6.000

CÁLCULO MENTAL

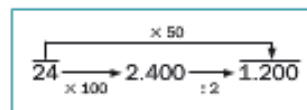
Muestra 26

Multiplica por 5: multiplica por 10 y divide entre 2



$$\begin{array}{ccc} 46 \times 5 & 84 \times 5 & 246 \times 5 \\ 28 \times 5 & 62 \times 5 & 862 \times 5 \end{array}$$

Multiplica por 50: multiplica por 100 y divide entre 2

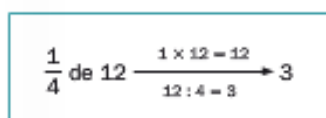


$$\begin{array}{ccc} 64 \times 50 & 42 \times 50 & 262 \times 50 \\ 88 \times 50 & 28 \times 50 & 428 \times 50 \end{array}$$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 27

Calcula la fracción de un número de numerador 1



$\frac{1}{2}$ de 48	$\frac{1}{4}$ de 36	$\frac{1}{6}$ de 360	$\frac{1}{8}$ de 320
$\frac{1}{3}$ de 27	$\frac{1}{5}$ de 35	$\frac{1}{7}$ de 490	$\frac{1}{9}$ de 180

ANEXO 6 6° de E.P.

CÁLCULO MENTAL

Muestra 28

Calcula sumas y restas con paréntesis

$$6 - (2 + 1) = 6 - 3 = 3$$

$7 - (8 - 3)$	$80 - (50 + 10)$	$(700 - 300) + 200$
$4 + (7 + 2)$	$(90 - 40) - 20$	$600 - (200 - 100)$
$(9 - 1) - 5$	$40 + (50 + 60)$	$(800 + 400) + 600$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 29

Multiplica un número natural por 2

$$47 \times 2 \xrightarrow[80 + 14 = 94]{\begin{array}{l} 40 \times 2 = 80 \\ 7 \times 2 = 14 \end{array}} 94$$

21×2	52×2	28×2	124×2
43×2	81×2	39×2	302×2
32×2	72×2	57×2	423×2
24×2	64×2	68×2	514×2

CÁLCULO MENTAL

Muestra 30

Multiplica un número decimal por decenas y centenas

$$0,3 \xrightarrow[\times 100]{\times 400} 30 \xrightarrow[\times 4]{\times 120} 120$$

$0,4 \times 60$	$2,4 \times 20$	$0,4 \times 600$	$1,3 \times 200$
$0,7 \times 80$	$4,1 \times 30$	$0,5 \times 700$	$2,1 \times 500$
$0,8 \times 40$	$5,2 \times 40$	$0,06 \times 300$	$5,02 \times 300$
$0,9 \times 30$	$7,1 \times 50$	$0,08 \times 900$	$4,12 \times 400$

CÁLCULO MENTAL

Muestra 31

Multiplica un número natural por 9: multiplica por 10 y luego resta el número

$$24 \xrightarrow[\times 10]{\times 9} 240 \xrightarrow[-24]{\times 216} 216$$

12×9	45×9	230×9
14×9	48×9	340×9
25×9	59×9	680×9
36×9	67×9	790×9

127

CÁLCULO MENTAL

Muestra 32

Calcula el 20% o multiplica por 0,2: divide entre 5

$$20\% \text{ de } 35 \quad \rightarrow \quad 35 : 5 = 7$$

$$0,2 \times 35$$

$20\% \text{ de } 5$	$20\% \text{ de } 500$	$20\% \text{ de } 5.000$
$20\% \text{ de } 10$	$20\% \text{ de } 100$	$20\% \text{ de } 1.000$
$0,2 \times 15$	$0,2 \times 250$	$0,2 \times 3.500$
$0,2 \times 40$	$0,2 \times 300$	$0,2 \times 4.000$