Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen IV. Número 3 — 29 de abril de 2011

Francisco Santos

Francisco Santos, el matemático que ha resuelto la conjetura de Hirsch

Francisco Santos, profesor de la Universidad de Cantabria, ha marcado un hito en la investigación matemática al resolver un problema planteado hace más de 50 años, la *conjetura de Hirsch*. En este número del Boletín sabremos, a través de una entrevista, realizada por nuestro compañero José Cáceres, como ha vivido esta experiencia así como su opinión sobre varios aspectos relacionados con la investigación y la educación matemática.

(Artículo completo en la página 2)

Los Simpson y las Matemáticas

Homer Simpson y la fórmula de Euler

¿Qué relación hay entre la popular serie de televisión y las Matemáticas? En este curioso e interesante artículo, escrito por estudiantes de la titulación de Matemáticas de la UAL, descubriremos a varios de los matemáticos que figuran entre los guionistas de la serie.

Esa es la razón de que en muchos episodios aparezcan situaciones humorísticas en las que se utilizan conceptos matemáticos, algunos nada triviales. Los guionistas deslizan estas «perlas matemáticas» entre las múltiples aventuras de los personajes, que pueden pasar desapercibidas para el gran público, pero que hacen las delicias de los aficionados a las Matemáticas.

(Artículo completo en la página 22)

Editorial

Podemos afirmar que las Matemáticas están de moda. A las buenas perspectivas laborales de los titulados en esta disciplina se une un incremento de la visualización de las Matemáticas en los medios de comunicación de nuestro país. Cabe mencionar que la colección *«El mundo es matemático»*, que la editorial RBA puso a la venta hace unos meses, ahora se está difundiendo junto con el diario *El País* que, a su vez, y con motivo del centenario de la *Real Sociedad Matemática Española*, propone semanalmente un problema matemático para que sea resuelto por los lectores, parece ser que con gran éxito de convocatoria a tenor de la cantidad de respuestas recibidas. También el programa de *Canal Sur*, *Tesis*, emitió recientemente un corto documental sobre los estudios y las salidas profesionales de las Matemáticas.

En este sentido, nuestro Boletín sigue apostando por divulgar la importancia de las Matemáticas en nuestra sociedad, siendo uno de nuestros objetivos primordiales acercarlas a los estudiantes de Bachillerato y Secundaria. Por ello, animamos a los estudiantes de estas etapas a participar en nuestro ***concurso de problemas***. El planteado en este número se puede encontrar en la página 11. El premio está dotado con 50€ en material matemático, que obtendrá la mejor solución que se reciba antes del 12 de octubre.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan Cuadra Díaz
jcdiaz@ual.es

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318

ENTREVISTA

Francisco Santos Leal

El matemático español que ha resuelto la conjetura de Hirsch

José Cáceres González
Universidad de Almería

Francisco Santos

Tenemos el honor de entrevistar en este número del Boletín a Francisco Santos, profesor del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria, que recientemente ha resuelto la *conjetura de Hirsch*, una conjetura sobre el diámetro de un politopo d-dimensional planteada hace 53 años.

Ante todo, muchas gracias Paco por atender la llamada de nuestro Boletín. Mi primera pregunta es: ¿cómo se le ocurre a uno ponerse a trabajar en una conjetura que lleva 53 años pendiente? Y también cuéntanos qué sentiste cuando te diste cuenta de que la habías resuelto, supongo que te dio un subidón ¿no?

La conjetura de Hirsch es un problema del que todo el que trabaje en combinatoria geométrica ha oído hablar pero, como dices, al ser un problema famoso también es uno en el que da miedo meterse.

En mi caso, como he contado ya alguna vez, en 2002 coincidí brevemente con Victor Klee, uno de los pioneros de la combinatoria de politopos, que por entonces ya tenía 76 años (murió en 2007), y una de las personas que más ha trabajado en la conjetura de Hirsch. Él me sugirió que intentara refutarla, pero me temo que no le hice mucho caso. Quizá por falta de confianza o quizá porque es un tema en el que se habían hecho muchos intentos por diversos caminos y el primer paso, ponerme al día de la bibliografía relevante, requería un cierto tiempo y calma.

> *«En matemáticas, cuando te obsesionas demasiado por un problema es muy fácil convencerte a ti mismo de algo que no es cierto del todo»*

La suerte que tuve es que cuando estuve de sabático en la Universidad de California Davis en 2007-2008 había allí un estudiante doctoral, Edward Kim, que estaba haciendo precisamente eso, revisar toda la bibliografía sobre la conjetura de Hirsch, como preparación para su «Qual Exam» (un examen que pasan hacia la mitad de su doctorado, cuando han terminado la parte de formación y se meten de lleno en la de investigación). Eso me animó a meterme en el tema y, aunque no obtuvimos ningún resultado relevante, sí que encontramos maneras nuevas y simplificadas de reinterpretar los intentos de refutación que se habían hecho hasta la fecha, de modo que decidimos escribir un «survey».

Estamos ya en 2009, año en el que impartí varias conferencias sobre la conjetura de Hirsch (una, por ejemplo, en el congreso anual de la RSME en Oviedo). Por supuesto, durante todo este tiempo (desde finales de 2007) yo llevaba conmigo la conjetura igual que uno lleva siempre varios problemas en los que piensa cuando tiene un rato o cuando cree tener una idea nueva. Además, el descubrimiento de que los intentos anteriores de refutación eran en el fondo más sencillos de lo que parecían en un principio me había convencido de que la conjetura era falsa (lo cual, por otra parte, creo que era la opinión mayoritaria).

La idea nueva que al final funcionó me vino un poco de casualidad en enero o febrero de 2011, estando en un avión de París a Bilbao. Tenía la conjetura otra vez fresca en la cabeza porque por esas fechas había estado corrigiendo las pruebas de imprenta del survey que he mencionado más arriba, que iba a ser (y fue) publicado en el *Anuario de la Sociedad Matemática Alemana*.

Leyendo un artículo científico sobre sumas de Minkowski en ese avión, se me ocurrió una posible manera de construir contraejemplos (y, sobre todo, de analizarlos).

Sobre lo del subidón, es cierto que lo tienes, pero a la vez tienes una cierta prevención. En matemáticas, cuando te obsesionas demasiado por un problema es muy fácil convencerte a ti mismo de algo que no es cierto del todo. Así que cuando me bajé del avión lo que tenía eran en realidad algunos deberes que fui haciendo en las siguientes semanas. Pero también es verdad que una vez se te ha ocurrido la idea, rellenar los detalles es relativamente fácil si uno tiene las herramientas adecuadas.

¿Podrías explicarnos brevemente en qué consiste la conjetura y cuál es el resultado que has obtenido?

Es una conjetura sobre cómo de complicada puede ser la combinatoria de un politopo en función del número de ecuaciones y variables que lo definen. Lo explico poco a poco.

Politopo es el análogo en dimensión arbitraria de lo que en dimensión tres llamamos un *poliedro*. Todo politopo se puede definir mediante un cierto número de desigualdades lineales.

Por ejemplo, el cubo unidad en $\mathbb{R}^3$ se define como el conjunto de puntos (x, y, z) que cumplen $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$. O sea, tiene tres variables (x, y, z) y seis desigualdades, cada una de las cuales «define» una de las caras del cubo.

Por otro lado, todo politopo tiene un grafo, formado por sus vértices y aristas. El diámetro combinatorio del

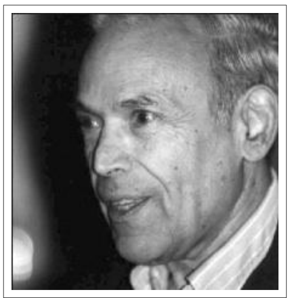
 ISSN 1988-5318

grafo (o del politopo) es el número de aristas que puede ser necesario tener que recorrer para ir de un vértice a otro. Por ejemplo, el diámetro del cubo es 3 porque para ir de un vértice al opuesto hace falte recorrer tres aristas. La conjetura de Hirsch decía:

> *«El diámetro de un politopo definido por n desigualdades (n caras) en d variables (dimensión d) no puede ser mayor que $n - d$».*

Lo que yo encontré fue una manera de construir un politopo de dimensión 43, con 86 caras y con diámetro 44. O sea, violaba la conjetura en una unidad.

Más recientemente, en colaboración con Christophe Weibel, hemos rebajado el tamaño del contraejemplo a dimensión 20. Aunque debo decir que ninguno de los dos politopos lo construímos directamente en su dimensión, sino que construímos unos de dimensión 5 con ciertas propiedades que garantizan que mediante ciertas transformaciones se obtienen contraejemplos a la conjetura.



Warren M. Hirsch

Tengo que explicar también por qué esta conjetura y su refutación trasciende un poco más allá del campo de la combinatoria geométrica. Uno de los algoritmos más utilizados en la industria para resolver todo tipo de problemas de optimización y logística es el *algoritmo del símplice*, que ha sido catalogado como uno de los «10 algoritmos matemáticos del siglo XX con mayor influencia en el desarrollo de la Ciencia y la Ingeniería».

Pues bien, este algoritmo lo que hace es encontrar el valor óptimo (máximo o mínimo) de una función lineal sujeta a ciertas restricciones, también lineales, por el método de recorrer el grafo del politopo que definen las restricciones, buscando a cada paso un vértice vecino que sea mejor que el que ya tenemos. Cuando ese vértice no existe es que estamos en el mejor.

Es claro, por tanto, que para poder analizar la complejidad del algoritmo (o sea, el número de pasos que esperamos que dé, en función del número de ecuaciones y variables del problema) hemos de conocer primero cuál puede ser, como mucho, el diámetro del grafo.

La conjetura de Hirsch postulaba que ese diámetro es lineal (crece «como n») pero no sabemos siquiera si es siempre polinómico (si crece como n^k para alguna constante k) o exponencial (si crece como k^n, para alguna constante k).

La diferencia entre polinómico y exponencial es la distinción más básica entre algoritmos «buenos» y «malos» (y está, por ejemplo, en la base del famoso problema de $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ [1]).

«Aunque yo haya resuelto la conjetura de Hirsch tal como fue propuesta, el problema que hay detrás sigue casi tan abierto como antes»

En particular, Stephen Smale en el año 2000 incluyó entre sus *«Problemas matemáticos del Siglo XXI»* la pregunta de si existen algoritmos fuertemente polinómicos para programación lineal (no puedo explicar aquí la diferencia entre ser polinómico y fuertemente polinómico; sólo diré que si se encuentra una regla para que el algoritmo del símplice llegue al óptimo visitando un número polinómico de vértices eso sería un algoritmo fuertemente polinómico. Se conocen otros algoritmos polinómicos para programación lineal que no son fuertemente polinómicos).

El resumen de todo esto es, en el fondo, que aunque yo haya resuelto la conjetura de Hirsch tal como fue propuesta, el problema que hay detrás sigue casi tan abierto como antes: mis contrajemplos violan la conjetura ligeramente, pero lo que nos gustaría es saber de verdad cómo puede ser de grande el diámetro de un politopo, y de eso seguimos sin tener mucha idea.

Cuéntanos algo más de ti por favor, de tu trayectoria profesional, tu campo de trabajo, etc.

Estudié en la Universidad de Cantabria, en la que ha transcurrido prácticamente toda mi carrera, con algunos paréntesis en el extranjero que sumados darían unos tres o cuatro años (postdoc en Oxford, profesor visitante en Davis, California y París, también fui Erasmus en Francia. . .)

Paco mostrando un hipercubo

Trabajo en *combinatoria geométrica*, que es precisamente el área que estudia objetos geométricos pero en los que lo más importante es su combinatoria, como son los poliedros y politopos. Es un área muy clásica (tanto, que a los poliedros regulares y semirregulares los llamamos *sólidos platónicos* y *arquimedianos*) pero que ha visto un renacer enorme, como toda la matemática discreta y combinatoria, en el último tercio del siglo XX por sus relaciones con la informática teórica.

A este respecto hay una cita de Björner y Stanley que me gusta mucho y que compara la historia de la combinatoria con la de *«La Cenicienta»*. Durante toda la historia de la matemática moderna, muy especialmente en el siglo XX, la combinatoria estuvo considerada como una rama de la matemática un poco menos seria, casi recreativa y poco más, *«pero entonces llegó el príncipe de la informática, con sus muchos problemas y necesidades matemáticas y resultó que a la combinatoria es a quien mejor le*

[1] Puede verse el planteamiento de este problema en el número 2 del volumen III de nuestro Boletín en el artículo *«El buscaminas y su relación con el problema $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$»*.

ISSN 1988-5318

encajaba el zapatito de cristal».

Sin duda necesitamos más resultados como el tuyo, y más personas como tú para poner la investigación matemática española en el lugar que queremos. ¿Cómo percibes la evolución y el lugar actual de la matemática española en el mundo? En tu opinión, ¿crees que vamos por el camino correcto, o piensas que tienen que hacerse algunos cambios?

Se ha avanzado muchísimo en los últimos veinte o treinta años, y creo que ahora estamos más o menos en el lugar que nos corresponde. Una reciente prueba de ello es la elección de Marta Sanz-Solé como presidenta de la Sociedad Matemática Europea (y otra, anterior, fue el Congreso Internacional de Matemáticos de Madrid 2006, que supuso una especie de puesta de largo de la matemática española a nivel internacional). Eso sí, me parece que el mérito no es de mi generación y de las siguientes sino más bien de las anteriores, que sembraron las semillas para que nosotros recogiéramos los frutos.

«Lo importante de la formación en matemáticas no son tanto los conocimientos como el entrenamiento o la forma de ver las cosas»

En cuanto a posibles cambios, nuestro sistema tiene defectos, pero yo diría que no son específicos de las matemáticas sino más generales, y también más difíciles de cambiar.

Una asignatura pendiente es la internacionalización pero no de dentro afuera, que esa está más o menos conseguida, sino de fuera adentro. O sea, que deje de ser algo excepcional que en una universidad española haya un profesor extranjero... (y no estoy diciendo que los de fuera vayan a ser siempre mejores, sólo digo que me parecería bueno y normal que tuviéramos más). Pero conseguir eso pasa probablemente por cambiar totalmente el modelo, lo cual conlleva un riesgo de que se nos caiga el edificio entero. Me temo que no tengo todas las respuestas.

Una parte importante de nuestros lectores son estudiantes del grado y licenciatura de Matemáticas, ¿qué les dirías para animarles a continuar en la senda que han elegido? ¿Qué les dirías de nuestra profesión?

Les diría lo mismo que a quien esté estudiando cualquier otra cosa; que una parte importante del éxito está en dedicarte a lo que te gusta y se te da bien y, sobre todo, en conseguir que esas dos cosas coincidan. De «nuestra profesión» les diría que en realidad son muchas distintas. Un matemático puede dedicarse a la investigación, o a la enseñanza, pero también a las finanzas, o incorporarse a equipos de ingeniería o de diversas ciencias aplicadas. Creo que en el fondo lo que te aporta el ser matemático (y lo que te convierte en matemático) no es tanto unos conocimientos sino una forma de ver las cosas, como queda reflejado en los libros de John Allen Paulos.

La universidad española está embarcada en el proceso de Bolonia, ¿cuál es tu opinión sobre los cambios introducidos?

Con la iglesia hemos topado, amigo Sancho. Soy coordinador del nuevo Grado en Matemáticas de mi universidad, así que estoy viviendo de cerca algunos de los problemas del nuevo sistema.

Paco impartiendo una conferencia

Como dije antes, creo que lo importante de la formación en matemáticas no son tanto los conocimientos como el «entrenamiento» o «la forma de ver las cosas». Esto encaja perfectamente con una de las directrices de Bolonia, el énfasis en las «competencias» más que en los «contenidos». Y es algo que venimos observando en nuestros alumnos desde hace años. No fallan tanto en las cosas que son propias de la asignatura sino en cosas, destrezas, automatismos, que podrían parecer más básicos pero que no terminaron de adquirir en su momento y en las que necesitan refuerzo. Creo, por tanto, como filosofía, en eso de que el alumno aprende haciendo las cosas y no (al menos no sólo) estudiando.

«Una parte importante del éxito está en dedicarte a lo que te gusta y se te da bien y, sobre todo, en conseguir que esas dos cosas coincidan»

Ahora bien, vuelvo a lo que también dije antes de que un cambio total de modelo conlleva el riesgo de que se caiga el edificio. Todas estas cosas que hemos metido en el «paquete Bolonia» como la evaluación continua, el uso de nuevas tecnologías, los sistemas de garantía de calidad (ninguna de las cuales, por cierto, está en la declaración de Bolonia, que no es más que un compromiso de implantación de un sistema universitario *comprensible*, *compatible* y *comparable* a nivel europeo); todas estas cosas, repito, están muy bien pero no se pueden imponer ni desde fuera ni desde arriba. Son medios y no fines.

Muchas gracias de nuevo Paco por atendernos. ¿Tendremos la suerte de tenerte aquí para las próximas Jornadas de Matemáticas Discretas y Algorítmicas (JMDA) que se organizarán en Almería en 2012?

Por supuesto. Como sabéis, me tocó (junto a otros colegas de mi universidad) organizar las anteriores *JMDA* hace unos meses en Cantabria y hasta cierto punto soy «culpable» de que las de 2012 os cayeran a vosotros. Será un placer estar allí.

Un abrazo y te deseamos muchos más éxitos en el futuro. ■

ISSN 1988-5318

Actividades matemáticas

Conferencia del director de DivulgaMAT

Cartel anunciador

El 8 de abril, dentro del marco de los *Viernes Científicos*, actividad organizada por la Facultad de Ciencias Experimentales, el director del portal de divulgación matemática *DivulgaMAT* (*www.divulgamat.net*) y profesor de la Universidad del País Vasco, Raúl Ibáñez, impartió una amena conferencia titulada *«Paseo matemático por los medios de comunicación»*.

El profesor Raúl Ibáñez es un conocido divulgador de la matemática, ha escrito varios libros y le ha sido otorgado el Premio de Divulgación Científica José M. Savirón, 2010. En la conferencia nos mostró, en un tono distendido y con unas matemáticas sencillas, errores reales cometidos por los medios de comunicación cuando manejan conceptos matemáticos y nos transmitió la necesidad de colaboración mutua entre matemáticos y periodistas.

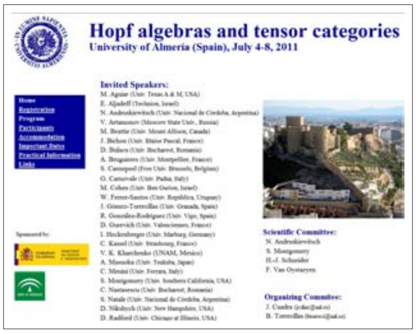
En este sentido, y con motivo de esta conferencia, los profesores Raúl Ibáñez y Fernando Reche participaron en el programa *Almería Ahora* de la emisora de televisión local *Interalmería TV* donde destacaron la importancia de las matemáticas en nuestra vida cotidiana y la necesidad de transmitirlas adecuadamente a través de los medios de comunicación.

Más información en la página web *www.viernescientificos.org*.

Congreso de Álgebra

Del 4 al 8 de julio de 2011 se celebrará en la Universidad de Almería el congreso internacional *«Hopf algebras and tensor categories»* en el que se darán cita más de 70 algebristas de 25 países diferentes.

En este congreso se expondrán los resultados más recientes obtenidos en varias líneas de investigación seguidas en el estudio de las álgebras de Hopf, los grupos cuánticos y las categorías tensoriales.



Web del congreso

El plazo de inscripción finaliza el 1 de junio. Más información en *www.ual.es/Congresos/hopf2010*.

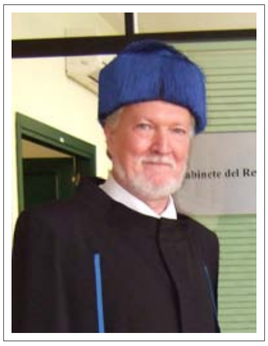
Congreso de Análisis

Web del congreso

El *V Curso Internacional de Análisis Matemático en Andalucía* (V CIDAMA) se celebrará del 12 al 16 de septiembre del 2011 en la Universidad de Almería. Este evento está organizado por grupos de investigación de diversas universidades andaluzas. Además de los cursos y las conferencias que serán impartidos por especialistas de prestigio internacional, la participación está abierta a aquellos investigadores que quieran presentar trabajos relacionados con el tema del curso. Para una información más detallada se puede consultar el enlace *www.ual.es/congresos/cidama*

Freddy van Oystaeyen, primer matemático Doctor Honoris Causa por la Universidad de Almería

El pasado día 25 de marzo, en una solemne ceremonia, el profesor Freddy van Oystaeyen, de la Universidad de Amberes, recibió el título de Doctor Honoris Causa por la Universidad de Almería, estando apadrinado por el profesor Blas Torrecillas Jover, catedrático de álgebra de esta universidad. Es la primera vez que un matemático recibe este distinguido título otorgado por nuestra universidad.



Freddy van Oystaeyen con el birrete de doctor

El profesor van Oystaeyen es un algebrista de gran prestigio, mundialmente conocido, que ha publicado 17 libros y más de 220 artículos de investigación en revistas de matemáticas y física, y ha dirigido más de 30 tesis doctorales. Su investigación se enmarca en el álgebra y la geometría no conmutativa. Fue uno de los primeros en pensar y desarrollar una geometría algebraica no conmutativa, a mediados de los 70, quince años antes de que este tema acaparase la atención de una buena parte de la comunidad matemática y física y su importancia fuese reconocida. Recientemente ha introducido la noción de topología no conmutativa en la que esta geometría se sustenta.

El grupo de investigación de álgebra de nuestra universidad ha tenido una estrecha y continua colaboración con él desde principios de los 90. Ha participado con su grupo en varios proyectos de investigación europeos y de la OTAN y ha coorganizado

 ISSN 1988-5318

congresos y cursos de verano en Almería. Casi todos nuestros profesores de álgebra han realizado estancias de investigación en su universidad y han publicado un total de 15 artículos con él. Más información en la *página web* de nuestra universidad.

XXVII edición de la Olimpiada Matemática Thales en la provincia de Almería

El inicio de las pruebas

El pasado 26 de marzo se celebró la edición anual de la *Olimpida Matemática Thales* en el *IES «Gaviota»* de Adra, con la participación de 334 alumnos y alumnas de 2.º de ESO procedentes de 40 centros y acompañados por 70 profesores.

La entrega de los premios tuvo lugar en la Alcoholera de Adra, con la presencia de representantes del Ayuntamiento de Adra, la Diputación Provincial, la Delegación de Educación y la Universidad de Almería, que fue representada por el Decano de la Facultad de Ciencias Experimentales y por el vicedecano de Matemáticas.

Alumnos realizando una de las pruebas

Los 5 ganadores, 3 chicas y 2 chicos, acudirán a la fase final que tendrá lugar en Córdoba el próximo mes de mayo. Desde el Boletín, queremos felicitar a los premiados y también a los profesores de matemáticas del *IES «Gaviota»* y a la *SAEM Thales* por la magnífica organización.

Se pueden ver más imágenes de esta actividad en la *página web* del *IES «Gaviota»*.

Conferencia sobre seísmos

El 25 de febrero, la Facultad de Ciencias Experimentales de la Universidad de Almería organizó la conferencia *«Bases de la elasticidad dinámica, ondas sísmicas y aplicaciones actuales»* en el marco de actividades de gran grupo del Grado en Matemáticas. La misma fue impartida por el profesor Francisco José Sánchez-Sesma de la Universidad Nacional Autónoma de México.

Cartel anunciador

En ella se presentó el primer modelo matemático de un terremoto y se mostró cómo las ondas sísmicas, cerca de la superficie terrestre se reflejan, se refractan y se difractan. Todo ello genera efectos que pueden estimarse con la teoría de la elasticidad dinámica y pueden resolverse, entre otros métodos, con ecuaciones en diferencias finitas, con ecuaciones integrales y con elementos finitos. Además, con las soluciones obtenidas se realizan simulaciones que ayudan a prever el comportamiento de los sistemas mecánicos y que, por tanto, permiten tomar las decisiones pertinentes.

Noticias matemáticas

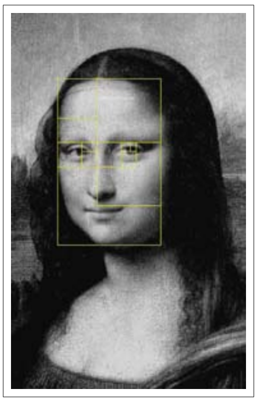
Premio Abel 2011

John W. Milnor

La Academia Noruega de Ciencias y Letras ha resuelto conceder el *Premio Abel* 2011, dotado con un millón de dólares, a John W. Milnor, del Instituto de Ciencias Matemáticas de la Universidad del Estado de Nueva York en Stony Brook, «por sus descubrimientos pioneros en topología, geometría y álgebra». El anuncio oficial puede verse en la página oficial del premio [2]. Además, a través de dicha página, puede accederse a la presentación, realizada por Timothy Gowers, y a las explicaciones de carácter divulgativo, realizadas por Arne B. Sletsjøe, sobre el trabajo de Milnor.

Como curiosidad se puede mencionar que uno de sus alumnos de doctorado fue Michael David Spivak, ¿le suena a alguien?

Las Matemáticas y El País



La Gioconda y la razón áurea

Ediciones El País S.L. ofrece cada semana, junto con el diario *El País*, un libro de la colección de divulgación matemática, editada por RBA, *«El mundo es matemático»*. En ella pretende mostrar cómo todo lo que vemos a nuestro alrededor, desde lo más cotidiano hasta lo más trascendental, «resulta indescifrable sin las matemáticas» y que los grandes temas de la matemática están ahora al alcance de cualquier perso-

[2] *www.abelprisen.no/en/prisvinnere/2011*.

 ISSN 1988-5318

na interesada. Más información sobre esta colección en *www.elpais.com/promociones/matematicas*.

Además, el mismo diario ha iniciado un concurso de resolución de problemas de Matemáticas con ocasión del Centenario de la *Real Sociedad Matemática Española*. El Comité para la Celebración del Centenario y el Boletín de la RSME se plantean como principal objetivo del concurso el de hacer llegar a la sociedad la realidad de que las Matemáticas son de gran interés para el público en general y de que, por tanto, la divulgación matemática es una tarea que debe abordarse con continuidad. El concurso, que durará treinta semanas, comenzó el día 18 de marzo con un problema planteado por el profesor Adolfo Quirós de la Universidad Autónoma de Madrid.

La respuesta a cada uno de los problemas, que será planteado el jueves, debe enviarse, antes de las 00:00 del martes siguiente a *problemamatematicas@gmail.com*. Entre los participantes que hayan resuelto correctamente cada problema se sorteará una colección completa de «El mundo es matemático».

Microsoft Mathematics 4.0

Es una nueva herramienta matemática de *Microsoft*, disponible de modo gratuito, muy adecuada para los estudiantes de asignaturas con contenido matemático.

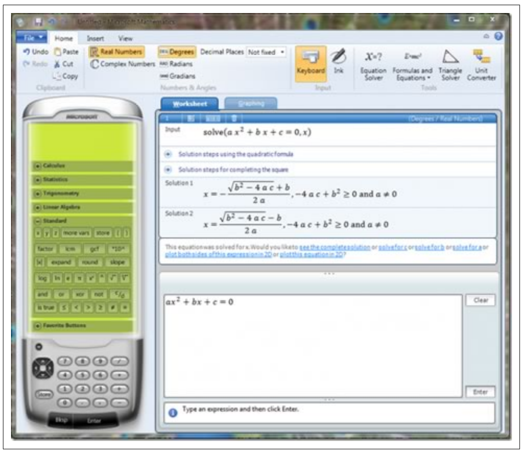


Imagen de la aplicación

La aplicación ofrece una interfaz moderna e intuitiva y un amplio abanico de posibilidades: representación de funciones, resolución de ecuaciones, cálculo de derivadas e integrales, álgebra lineal, etc. Además, permite la introducción de fórmulas dibujadas con el ratón que *Microsoft Mathematics* reconoce automáticamente. Esta aplicación se encuentra disponible en la página web de *Microsoft*.

Vídeo sobre Matemáticas y matemáticos

www.youtube.com/watch?v=G4_fWBlXfNA

Se trata de un vídeo del programa de *Canal Sur* 2, *Tesis*, que permite acercarnos a la verdadera cara de la carrera de Matemáticas y la profesión de matemático. En este vídeo se muestra que el mundo de las Matemáticas va mucho más allá de hacer meros cálculos, lo que la convierte en una de las titulaciones con menor índice de paro y con más proyección de futuro dentro del panorama universitario.

TutorMates, una herramienta para la enseñanza de las Matemáticas

TutorMates es un nuevo concepto de programa cuyo objetivo es el de servir como herramienta completa de apoyo, tanto al alumnado como al profesorado, en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en niveles de Educación Secundaria y Bachillerato. Estará disponible para el curso 2010-2011 en versión *Windows*, *Linux* y *Mac OS*.

Logo del programa

Es un software que integra herramientas de cálculo científico, estadístico y geométrico e incorpora la gestión educativa de dichas herramientas en lecciones del currículo de Matemáticas. El desarrollo del material docente y laboratorios se adecúa perfectamente a los currículos y planes de estudio, así como a las orientaciones pedagógicas vigentes. Más información sobre el programa en *www.tutormates.es*.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Freddy Van Oystaeyen, de la Universidad de Amberes (Bélgica); Sergei Silvestrov, de la Universidad de Lund (Suecia); Yinhuo Zhang, de la Universidad de Hasselt (Bélgica); Pascual Jara Martínez y José Gómez Torrecillas, de la Universidad de

ISSN 1988-5318

Granada; José Luis García Hernández, Pedro Guil Asensio, Manuel Saorín Castaño y Sergio Estrada Domínguez, de la Universidad de Murcia; Constantin Năstăsescu y Daniel Bulacu, de la Universidad de Bucarest (Rumanía); Antonio Fernández López, de la Universidad de Málaga; A.B.J. Kuijlaars, de KU Leuven (Bélgica); Heron Martins Félix, de UNICAMP (Brasil); Rafael Navarro, del Instituto de Óptica del CSIC de la Universidad de Zaragoza; Ramón Orive, de la Universidad de La Laguna; Francisco José Sánchez-Sesma, de la Universidad Nacional Autónoma de México; Bujar Fejzullahu, de la Universidad de Prishtina (Kosovo); Raúl Ibáñez, de la Universidad del País Vasco; Prakash P. Shenoy y Catherine Shenoy, de la Kansas University, Lawrence, Kansas (EEUU).

Preguntas frecuentes

¿Cuáles son las claves para el éxito de un estudiante de primer curso de grado en Matemáticas?

Obviamente, no hay una respuesta única a esta pregunta, pero podemos decir que existen varios aspectos en los que casi todo el mundo coincide.

En primer lugar, se debe mantener un hábito de estudio diario y constante que sea adecuado al tipo de enseñanza universitaria que inicia.

Otro aspecto clave para el éxito es el conocimiento de diferentes técnicas de razonamiento, junto con el desarrollo de las habilidades para el reconocimiento en cada caso, así como de las argumentaciones que resulten más convenientes para el problema concreto.

Finalmente, hemos de hacer hincapié en que el estudiante debe conocer la estructura organizativa de los nuevos títulos de Grado. Nos referimos, sobre todo, a la distribución en cada una de las asignaturas de las distintas proporciones entre las horas presenciales en el aula (30 %) y las horas de trabajo autónomo dirigido por el profesor que ha de desarrollar el propio estudiante en casa (70 %).

Esta distribución del trabajo es bastante diferente a la que se desarrolla en el bachillerato, ya que el porcentaje de trabajo autónomo es muy superior. Por lo tanto, es muy importante la adaptación a esta nueva organización del trabajo.

¿Qué es lo que más le cuesta a un estudiante de primer curso de matemáticas?

El sistema universitario actual que está viviendo cambios estructurales, hecho que supone un esfuerzo adicional de adaptación para el estudiante de primer curso.

En cuanto a los estudios de matemáticas, el estudiante tiene que enfrentarse a problemas teóricos de razonamiento a los que no está acostumbrado puesto que en el bachillerato se prima lo relativo al cálculo analítico. Así pues, uno de los aspectos en el que más se nota el cambio es el relativo a la abstracción de las principales estructuras matemáticas.

Otro aspecto a tener en cuenta es que los estudiantes que acceden al primer curso tienen distinta procedencia, con lo que su conocimiento suele ser muy dispar. A este respecto, en el título de grado en Matemáticas se ha introducido una asignatura llamada *«Elementos básicos de Matemáticas»* cuyo objetivo es introducir al estudiante en el razonamiento matemático y homogeneizar el conocimiento mínimo e imprescindible que han de poseer todos los estudiantes sobre esta disciplina.

¿Es cierto que los estudios de matemáticas son difíciles?

No más que cualquier estudio universitario.

La tendencia actual de la sociedad propone modelos (falsos) que obtienen resultados de forma fácil, rápida y con un mínimo esfuerzo.

Sin embargo, si somos de los que piensan que para conocer bien una disciplina se requiere su tiempo, no sólo de asimilación, comprensión y profundización sino también de práctica y constancia, podríamos entonces considerar las matemáticas como dentro de este grupo.

Así bien, aunque popularmente se piensa que las matemáticas solo son accesibles a estudiante muy inteligentes, esta idea entra dentro de los estereotipos creados por nuestra sociedad y que, en la mayoría de los casos, no es cierto.

Realmente, el estudiante al que le gusten las matemáticas, esté motivado, disciplinado y sea trabajador verá compensado con éxito su esfuerzo.

¿Cuál podría ser el perfil de un futuro matemático?

Es un error, por desgracia bastante extendido, el pensar que los estudios de matemáticas consisten sólo en hacer cálculos y manejarse bien con los números. Nada más lejano a la realidad.

Entre las cualidades que se puede encontrar en el perfil de un futuro matemático suele encontrarse el de ser una persona inquieta, que se hace constantemente preguntas y que, cuando se le plantea un problema, disfruta ante el reto que supone razonar hasta llegar a obtener un resultado y que, tras haberlo conseguido, continúa haciéndose preguntas sobre nuevos aspectos de dicho problema. Además, suele ser una persona muy motivada, que disfruta con la belleza de esta disciplina.

ISSN 1988-5318

EXPERIENCIA DOCENTE

Experiencias matemáticas en el SEK Alborán

Departamento de Matemáticas
SEK Alborán (El Ejido, Almería)

El departamento de matemáticas del *Colegio Internacional SEK Alborán* está formado por Ariadna Fernández, Antonio Fernández, Luis Carlos Jiménez, Jorge Manrique, Belén Ortega, Juan José Ramírez y Francisco Uroz. En él trabajamos para invertir la corriente que califica a las matemáticas como una asignatura árida y desconectada de la realidad. Para ello, estamos inmersos en varios proyectos, tales como la creación de revistas de matemáticas [3] [4], la elaboración de un diccionario matemático a todos los niveles [5], la propuesta de trabajos de investigación, y la realización mensual de un problema que suponga un desafío a los alumnos [6].

Por otra parte, para intentar romper la rutina de las clases y hacerlas más dinámicas, todas las semanas uno de los alumnos se convierte por una hora en profesor, en lo que hemos llamado «hoy el profe soy yo». En esta línea, insertamos juegos para intentar algo ideal, aunar diversión y aprendizaje en la asignatura de matemáticas. A continuación describiremos uno que es muy atractivo: el trivial matemático.

Esta actividad consiste en la fabricación, por parte de los alumnos, de un tablero y de unas fichas con una serie de preguntas imitando al famoso juego de cultura general. El profesor entregará al alumno un tablero hexagonal que decorará y en el que plasmará «su trivial» con sus propias reglas y circuito. Todo será invención del alumno.

Tan solo se les indicará las clases de preguntas, que tratarán sobre diferentes cuestiones de operaciones simples, operaciones combinadas, teoría y problemas; o bien se puede hacer otro bloque más profundo donde las preguntas sean de aritmética, álgebra, geometría o historia de las mates.

Sea cual sea el bloque de cuatro preguntas planteado, el alumnado debe realizar un número mínimo de tarjetas con sus correspondientes preguntas y respuestas correctas, de la misma forma que aparecen en el conocido juego. Con esta estrategia pretendemos que el alumno manipule las matemáticas, dado que trabaja decorando un hexágono (en madera), haciendo tarjetas (geometría).

Además, para la elaboración de las preguntas de teoría el alumnado investiga, estudia y realiza matemáticas, ya que debe formular bien las cuestiones y proponer varias respuestas, una de la cuales será la correcta. Lo mismo ocurre con las preguntas de operaciones simples, compuestas o con los problemas. Una vez terminado el tablero y las tarjetas con sus preguntas, estamos listos para jugar en clase con ellos. La experiencia indica que repasan los conceptos vistos en clase y se divierten a la par.

Si queréis saber más, estamos a vuestra disposición en la dirección de correo electrónico *aflopez@sek.es*. ■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Maths in English: step by step

Paqui Cabrera Lupión
José Antonio Tarifa Garzón
IES Abdera (Adra, Almería)

In the academic year 2009/10 our first bilingual group completed their studies in Compulsory Secondary Education (CSE). In our opinion it has been a very positive and interesting experience, not only for them but also for the teachers who have been working with them, despite the fact that trying to teach maths, or whatever other subject, through the medium of English, is not easy task.

The *IES Abdera* was one of the first secondary schools that decided to develop this project. Initially, there were four subjects that were prepared to start. One of them was mathematics. We opted to support it. It was also a personal challenge and we knew that it was not going to be easy. It had been a long time since we last studied English and besides, there were not many resources available for our work.

Our *"year zero"*, as we call it, was going to begin. As we needed update our knowledge of the English language, we enrolled at a Language School. However, the English that we were learning there was not enough for our classes. Undeniably it was very useful, but we had to prepare new activities and, of course, specific mathematical vocabulary which we could not get in the Language School. There were no books in English which covered the maths topics we usually deal with in Spain. In our department there were three of us working on this project. Together with Ricardo Arquero, we had to organise all the necessary re-

[3] *www.tomates.wikispaces.com*.
[4] *www.mathsglamour.wikispaces.com*.
[5] *www.diccionariomatematico.wikispaces.com*.
[6] *www.ingeniomatematico.wordpress.com*.

ISSN 1988-5318

sources by ourselves.

Mathematical bingo with the participation of the foreign language assistants

Since the second year we have been trying to make the most of our options. We have looked for information on the Internet (especially in relation to definitions and vocabulary), and in English maths books that we bought when we visited Oxford. We have also asked for help from the English students that participate in the annual exchange with our school or our USA exchange students.

Of course, every year we have had the invaluable help of our *foreign language assistants* and of our *bilingual program coordinator*.

A summary of most of our vocabulary is available on the Internet and it is at the disposal of anyone who wishes to surf our school web.

The last step of our first bilingual group in the CSE: The students and some teachers

Nowadays some publishing companies have brought out maths books in English for the first and second years of CSE. This will certainly make the work easier for all those teachers who want to join us on this exciting project; however, as far as we know, there are not yet any books specifically for the highest levels, so our research work will have to go on.

It is incredible that we have already completed the four levels. It is also amazing the progress that the students have made over these four years. We started working with the basic vocabulary of every unit using simple sentences; afterwards we introduced problems and some definitions for on going summaries in English of the key points of the units and for researching projects in English (for instance, statistics research with real data)...

As teachers, we must say that this has been an enriching experience. There is no doubt that it requires a great effort from us, but it is really worth it. We are happy working on this project; of course it can be improved, and we will try our best to do so.

And finally, as parents, we must say that this is a wonderful opportunity for our children. All of us are aware of the extreme importance of knowing languages nowadays, and this project gives them a chance to achieve this. I would strongly recommend it to all those who have the chance to apply for it. ■

Problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad

Problema propuesto en el número anterior

Juan y Pedro juegan a obtener la puntuación más alta lanzando sus dados. El dado de Juan tiene cuatro caras con la puntuación 5 y las otras dos caras con el 1. El dado de Pedro tiene dos caras con el 6, otras dos con el 4 y las otras dos con el 1.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que gane Pedro?

b) ¿Cuál es la probabilidad de empatar?

A continuación presentamos la solución al problema propuesto en el número anterior.

Solución:

Analicemos los posibles resultados de Juan y de Pedro, así como las correspondientes probabilidades de obtenerlos.

Resultados de Juan	1	5
Probabilidades	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Resultados de Pedro	1	4	6
Probabilidades	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Puesto que lanzan los dos jugadores de forma independiente, la probabilidad de cada tirada será el producto de las probabilidades de cada resultado individual.

Si el par (X, Y) denota el resultado de una partida, donde X es el número obtenido por Juan e Y el número obtenido por Pedro, construyamos el espacio muestral de las posibles jugadas, junto con sus probabilidades asociadas:

Ω	$(1,1)$	$(1,4)$	$(1,6)$	$(5,1)$	$(5,4)$	$(5,6)$
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$

Con esta información, calculemos las probabilidades que se nos solicitan en el enunciado del problema:

Sea A el suceso *Pedro gana*, entonces

$$A = \{(1,4), (1,6), (5,6)\}$$

y, por lo tanto, la probabilidad de suceso A es

$$P(A) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}.$$

Sea ahora B el suceso *Se obtiene un empate*, entonces,

$$B = \{(1,1)\}$$

y, por lo tanto, la probabilidad del suceso B es $P(B) = \frac{1}{9}$.

ISSN 1988-5318

Nuevo problema de las pruebas de acceso

Los puntos $A(1, 1, 0)$ y $B(2, 2, 1)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. Además, se sabe que los vértices C y D están contenidos en una recta que pasa por el origen de coordenadas. Halla C y D.

Os animamos a participar en esta sección. Para ello, no tienes más que enviarnos tu solución a la dirección del correo del Boletín: bmatema@ual.es.

Recordamos que en esta sección aparecen ejercicios que han sido propuestos para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad en el distrito universitario andaluz.

Concurso de problemas

Problema propuesto

En un partido de fútbol España-Holanda, Iniesta está situado justo en el centro del campo, que en coordenadas cartesianas es el $(0, 0)$, y frente a él, en las coordenadas $(4, 2)$, se halla el defensa holandés Van Bommel. Junto a ellos se encuentran Xavi y Sergio Ramos, formando entre los cuatro un cuadrado donde Iniesta y Van Bommel son vértices opuestos. ¿Qué distancia recorrerá la pelota si Iniesta decide pasarla a Sergio Ramos en línea recta por el césped? ¿Cuáles son las posiciones (coordenadas) de Xavi y Sergio Ramos?

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un regalo relacionado con las matemáticas valorado en unos 50€.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es. Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

En esta ocasión, puesto que el concurso anterior quedó desierto, el jurado ha decidido conceder dos premios. Las soluciones ganadoras son las enviadas por **M.ª del Mar Gómez Giménez**, alumna de 1.º de Bachillerato, y **Erlandas Norkus**, alumno de 2.º de Bachillerato, ambos del *IES «Aguadulce»*.

M.ª del Mar Gómez

Erlandas Norkus

Problema propuesto en el número anterior

Determina n sabiendo que los coeficientes de x en los términos quinto y séptimo de $(3+2x)^n$ son, respectivamente, 489 888 y 145 152.

Las dos soluciones ganadoras se basan en argumentos similares. Reproducimos a continuación la enviada por Erlandas Norkus.

Solución del problema:

Pues bien, primero partiremos de la expresión siguiente, obtenida del desarrollo del binomio de Newton $(a+b)^n$:

$$T_k = \binom{n}{k-1} a^{n-(k-1)} b^{k-1}.$$

Lo primero que haremos es sustituir en la expresión que da el término k en el desarrollo del binomio de Newton, también los valores de a y b. Además, desarrollamos los números combinatorios:

$$\frac{n!}{4!(n-4)!} 3^{n-4} 2^4 = 489\,888,$$
$$\frac{n!}{6!(n-6)!} 3^{n-6} 2^6 = 145\,152,$$

con lo que obtenemos un sistema de ecuaciones.

En este caso no se pueden aplicar los métodos de sustitución o restar una con la otra. Lo único que se me ocurre es dividir la de arriba entre la de abajo —también he pa-

 ISSN 1988-5318

sado las potencias de 2 al otro lado para simplificar—.

$$\frac{n!}{4!(n-4)!}3^{n-4} = 30618,$$
$$\frac{n!}{6!(n-6)!}3^{n-6} = 2268.$$

Dividimos —al dividir potencias de la misma base se deja la misma base y se restan los exponentes—.

$$\frac{\frac{n!}{4!(n-4)!}}{\frac{n!}{6!(n-6)!}}3^{(n-4)-(n-6)} = \frac{27}{2}.$$

Al hacer operaciones en el exponente de base 3, las n se van y queda $(-4)+6=2$, eso obviamente es 9, que lo pasamos al otro lado —pasa dividiendo—, y obtenemos $\frac{3}{2}$. Ahora al dividir las fracciones se nos van las $n!$, y queda —lo he hecho imaginándome que están una al lado de la otra y multipliqué en cruz—.

$$\frac{6!(n-6)!}{4!(n-4)!} = \frac{3}{2}.$$

Una de las propiedades de los factoriales es que $n! = n(n-1)\dots 3\cdot 2\cdot 1$, así pues $6! = 6\cdot 5\cdot 4!$, por lo que se van los 4!, y en el numerador queda 6 por 5.

Por otro lado, $(n-4)! = (n-4)(n-5)(n-6)!$ y la igualdad queda:

$$\frac{6\cdot 5}{(n-4)(n-5)} = \frac{3}{2}.$$

Si multiplicamos en cruz obtenemos que

$$3(n-4)(n-5) = 60.$$

Desarrollamos y resolvemos —el 3 se pasa al otro lado para no complicarnos la vida—:

$$n^2 - 5n - 4n + 20 = 20 \Rightarrow n^2 - 9n = 0 \Rightarrow n(n-9) = 0.$$

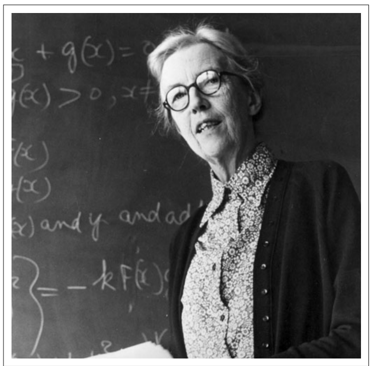
Con lo que obtenemos que las soluciones son $n = 0$ y $n = 9$.

Obviamente n no puede valer 0, pero 9 sí. Por lo que la solución del problema es que $n = 9$.

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Mary Lucy Cartwright

Carmen Jalón Ranchal
CEP «Luisa Revuelta» (Córdoba)



Mary Lucy Cartwright

Mary Lucy nació en Aynho, Inglaterra, el 17 de diciembre de 1900. Durante sus años escolares se sentía más atraída por la Historia que por otras materias, pero le resultaba complicado tener que aprenderse de memoria las largas listas de acontecimientos históricos, que era el método usual de aprender Historia en aquellos tiempos. Esta fue una de las razones de que decidiera, en octubre de 1919, ingresar en St. Hugh's College, en Oxford, para estudiar Matemáticas. Con ella eran cinco las mujeres en toda la facultad. En esta época las clases estaban atestadas de estudiantes ya que, después de la Primera Guerra Mundial, regresaron a las aulas los muchachos que volvían de la guerra. Mary tuvo muchas veces que tomar apuntes sobre sus rodillas, sentada en un pasillo, por falta de espacio en las aulas.

Su decisión de estudiar Matemáticas no disminuyó su interés por la Historia, como se refleja en muchos de sus escritos matemáticos que incluyen las perspectivas históricas que les conciernen y agregan así una dimensión muy interesante a su trabajo.

Se graduó en la Universidad de Oxford en 1923 y enseñó Matemáticas durante cuatro años en las escuelas de Alicia Ottley en Worcester primero y en la de la Abadía de Wycombe en Buckinghamshire después, antes de volver a la universidad en 1928 para doctorarse bajo la supervisión de G.H. Hardy. En 1930 obtuvo una beca de investigación en la Universidad de Girton, en Cambridge. Allí conoció a J.E. Littlewood y solucionó un problema planteado por él.

Su *«teorema de Cartwright»*, que trata sobre máximos de funciones, recurre a métodos que harán avanzar mucho su investigación sobre funciones y en especial sobre funciones que dan lugar a fractales y sistemas dinámicos en teoría del caos. Trabajó con Littlewood en ecuaciones diferenciales que sirvieron como modelo para el desarrollo de la radio y el radar. Sus más de 100 trabajos publicados avalan su contribución al avance matemático.

Nube (fractal natural)

En 1947 fue la primera mujer matemática nombrada miembro de la *Real Sociedad de Inglaterra*. Fue elegida presidenta de la *Sociedad Matemática de Londres* en 1961. En 1964 fue la primera mujer que obtenía la *Medalla Sylvester*, que se concede cada tres años al mérito matemático desde 1901 y que habían conseguido con anterioridad matemáticos de la talla de Poincaré (1901), Cantor (1904), Russell (1934) o Newman (1958). En 1968 recibe la *Medalla De Morgan* de la *Sociedad Matemática de Londres* y en 1969 la máxima distinción

ISSN 1988-5318

británica: la reina la nombra *Comandante del Imperio Británico*.

Sus más allegados la describen como una persona con un gran sentido del humor que tenía un don que la hacía llegar al núcleo de una cuestión y ver el punto importante, en Matemáticas y en asuntos humanos.

Después de su jubilación en 1968, Mary Lucy fue profesora visitante en universidades de Inglaterra, Estados Unidos y Polonia. Murió en Cambridge, Inglaterra, el 3 de abril de 1998.

Referencias

[1] F.D. Aranda, M. de la Fuente (2001): *Matemáticas, Naturaleza y Arte*. Editado por la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía, la Delegación Provincial de Córdoba y CajaSur.

[2] Biographies of Women Mathematicians: Dame Mary Lucy Cartwright [7].

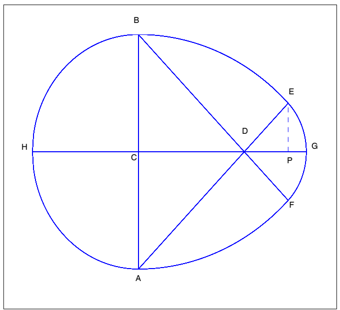
■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Volumen de un ovoide de revolución

Antonio Andújar Rodríguez
Universidad de Almería

En el número 1 del volumen IV de este Boletín se trató el tema del cálculo del área de una región acotada del plano limitada por una curva cerrada que se denominó «ovoide». La curva fue construida usando cuatro arcos de circunferencia, conociendo el eje menor.



Ovoide

Esta curva es tratada en Bachillerato desde el punto de vista de su construcción con regla y compás. Tal como comentaba el autor, aunque hay objetos muy comunes con los que se puede relacionar, es curioso que no se encuentre casi nada acerca de sus dimensiones o con cuerpos generados por ella.

En primer lugar nos preguntamos si verdaderamente el ovoide sería «suave», es decir, si en los puntos de unión de sus arcos hay recta tangente. El tema queda zanjado si prestamos atención al hecho de que las circunferencias que contienen a los arcos que se unen son tangentes en el punto de unión. En efecto, los puntos de unión de cada dos arcos están alineados con los centros para los mismos: $\{A, D, E\}$, $\{B, D, F\}$ y $\{A, C, B\}$.

Tampoco hemos encontrado una fórmula explícita del volumen del sólido de revolución obtenido al girar el ovoide alrededor de su eje mayor que llamaremos «ovoide de revolución», por lo que se tratará de hallar dicha fórmula en lo que sigue.

Para ello, comenzamos trazando el ovoide de forma que el eje mayor esté colocado sobre el eje de abscisas y el eje menor sobre el de ordenadas, por lo que el punto C será el origen.

Recordemos que se denotó r al semieje menor:

$$r = |\overline{AC}| = |\overline{CB}| = |\overline{CD}|.$$

El arco $\overset{\frown}{HB}$ genera una semiesfera de radio r. Su volumen es, pues,

$$V_1 = \frac{2}{3}\pi r^3.$$

Por otro lado, el arco $\overset{\frown}{BE}$ es de la circunferencia de centro $A(0, -r)$ y radio $e = 2r$, cuya ecuación es

$$x^2 + (y + r)^2 = (2r)^2.$$

Teniendo en cuenta que $|\overline{AC}| = |\overline{CD}| = r$, se tiene que $|\overline{AD}| = \sqrt{2}r$.

Por otro lado, $|\overline{AE}| = 2r \Rightarrow |\overline{DE}| = (2 - \sqrt{2})r$.

Además,

$$\begin{aligned} |\overline{DP}| &= |\overline{PE}| \Rightarrow \\ 2|\overline{DP}|^2 &= |\overline{DE}|^2 \Rightarrow \\ |\overline{DP}| &= \frac{(2-\sqrt{2})r}{\sqrt{2}} = (\sqrt{2}-1)r \Rightarrow \\ |\overline{CP}| &= r + (\sqrt{2}-1)r = \sqrt{2}r. \end{aligned}$$

Entonces, el arco puede considerarse como la gráfica de una función $f : [0, \sqrt{2}r] \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = -r + \sqrt{(2r)^2 - x^2},$$

por lo que el volumen del cuerpo de revolución generado alrededor del eje mayor puede calcularse como sigue:

$$\begin{aligned} V_2 &= \pi \int_0^{\sqrt{2}r} (f(x))^2 \, dx, \\ &= \pi \int_0^{\sqrt{2}r} \left(-r + \sqrt{4r^2 - x^2}\right)^2 dx, \\ &= \frac{13\sqrt{2} - 3\pi - 6}{3}\pi r^3. \end{aligned}$$

Por último, el arco $\overset{\frown}{EG}$ es de la circunferencia de centro D y radio $|\overline{DE}|$. Su ecuación es

$$(x - r)^2 + y^2 = (2 - \sqrt{2})^2 r^2.$$

Además es necesario conocer la abscisa del punto G:

$$|\overline{CG}| = |\overline{CD}| + |\overline{DG}| = r + (2 - \sqrt{2})r = (3 - \sqrt{2})r.$$

[7] *www.scottlan.edu/Lriddle/WOMEN/cartwght.htm*.

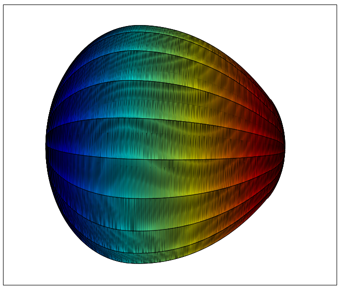
ISSN 1988-5318

Por tanto, el volumen del cuerpo de revolución que genera $\widehat{EG}$ es:

$$V_3 = \pi \int_{\sqrt{2}r}^{(3-\sqrt{2})r} \left[(2-\sqrt{2})^2 r^2 - (x-r)^2 \right] dx,$$
$$= \frac{75 - 53\sqrt{2}}{3} \pi r^3.$$

El volumen total, V, del ovoide de revolución en función del semieje menor puede hallarse sumando los tres volúmenes anteriores:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{71 - 40\sqrt{2} - 3\pi}{3} \pi r^3.$$



Ovoide de revolución

Hay otras construcciones de ovoides —a partir del eje mayor, prefijando los dos ejes...— con las que se trabaja en la asignatura de Dibujo Técnico en Bachillerato. Cada una de ellas obtiene ovoides distintos, por lo que podría ser de interés hacer estudios similares para dichos casos. ■

PROBLEMAS MATEMÁTICOS ALMERIENSES

El crecimiento de la población de Roquetas de Mar

Ramón Morales Amate
IES Turaniana
(Roquetas de Mar, Almería)

En una década hemos visto crecer Almería en cuanto a población, en gran parte debido al fenómeno de la inmigración. Una de las zonas de la provincia, en este sentido, que más hemos visto crecer es el poniente almeriense. En esta comarca destacamos el municipio de Roquetas de Mar.

Podemos encontrar el número de habitantes del municipio a lo largo de varios años en la página web del Instituto Nacional de Estadística (INE), *www.ine.es*. Buscamos el apartado de demografía y población, dentro de éste seguimos la ruta: cifras oficiales de población, padrón municipal, series históricas de población, series de población desde 1996, Almería y desde aquí seleccionamos el municipio que queramos. En este caso vamos a tomar desde el año 1998 hasta el 2008 la población de Roquetas.

Introducimos los datos en un programa estadístico, por ejemplo R, creando una columna con los años, numerados de 0 a 10, es decir, 0 sería 1998, 1 sería 1999 y así sucesivamente, y otra con la población de Roquetas en cada uno de estos años. Ahora ajustamos, mediante el método de mínimos cuadrados, los datos del municipio a una curva, teniendo la posibilidad de utilizar distintas funciones de ajuste. Para cada una de ellas tenemos un valor llamado coeficiente de correlación que nos indica lo bueno que es el modelo de ajuste para ese conjunto de datos.

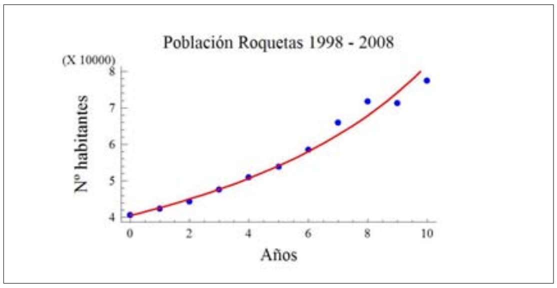
La nube de puntos ya nos sugiere que hay un crecimiento importante, quizás de tipo exponencial, así que elegimos la regresión exponencial que nos arroja la función

$$N(t) = e^{10{,}5799 + 0{,}0685933t},$$

que tiene un coeficiente de correlación $r = 0{,}9928$. Pero en la comparativa con otros tipos de ajustes, encontramos que el mejor es el llamado recíproco de Y,

$$N(t) = \frac{1}{2{,}46992 \cdot 10^{-5} - 1{,}24563 \cdot 10^{-6} \cdot t},$$

que tiene un coeficiente de correlación $r = 0{,}9936$ y la curva explica mejor los datos de la nube de puntos. La representación gráfica de esta última es la que sigue:



Estudiemos ahora el modelo de crecimiento de esta población. Si derivamos la función $N(t)$, que da el número de personas respecto del tiempo, tenemos:

$$N'(t) = \frac{1{,}24563 \cdot 10^{-6}}{(2{,}46992 \cdot 10^{-5} - 1{,}24563 \cdot 10^{-6} \cdot t)^2},$$
$$= 1{,}24563 \cdot 10^{-6} \cdot N^2(t). \quad (1)$$

Esto quiere decir que la tasa de crecimiento de la población es proporcional al cuadrado de la población. Y este modelo, a juzgar por los resultados explica mejor los datos de partida. En su defecto habíamos obtenido que también estaban bastante bien explicados mediante la regresión exponencial. En este caso el modelo que obtenemos es:

$$N'(t) = 0{,}0685933 \cdot e^{10{,}5799 + 0{,}0685933 \cdot t},$$
$$= 0{,}0685933 \cdot N(t).$$

Según éste, la tasa de crecimiento es proporcional a la población. Dicho modelo nos recuerda al de Malthus, quien lo aplicó sin éxito para predecir comportamientos

ISSN 1988-5318

demográficos humanos. Es más útil para modelizar crecimientos en poblaciones de bacterias y otros seres microscópicos, aunque hoy día sigue apareciendo en la literatura para dar ejemplos a los estudiante de diversos contenidos matemáticos así como para aproximar el crecimiento demográfico en pequeños lapsos de tiempo, ya que la población humana utiliza complejos modelos matemáticos.

Finalmente es interesante relacionar el número de habitantes con la superficie del municipio. Esto es lo que se conoce en demografía como densidad de población y se mide en habitantes por kilómetro cuadrado (hab/km^2).

Roquetas tiene una superficie de 60 km^2, así pues en 2008 la densidad de población era 1290,38 hab/km^2.

Observemos que la superficie del municipio es un valor constante y que lo que varía es el número de habitantes, por lo tanto la densidad de población variará en función de los habitantes; veamos cómo.

Tomemos de nuevo el ejemplo de Roquetas, la función de densidad de población sería

$$D(t) = \frac{N(t)}{60}.$$

Y el modelo de la misma, basándonos en el modelo (1) para $N(t)$,

$$\begin{aligned} D'(t) &= \frac{N'(t)}{60}, \\ &= \frac{1}{60} \cdot 1,24563 \cdot 10^{-6} \cdot N^2(t), \\ &= 60 \cdot 1,24563 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{N(t)}{60}\right)^2, \\ &= 7,47 \cdot 10^{-5} \cdot D^2(t). \end{aligned}$$

La variación de la densidad de población a lo largo del tiempo es directamente proporcional al cuadrado de la densidad de población. Obsérvese que la constante de proporcionalidad es la misma que para el número de habitantes pero multiplicada por la superficie del municipio.

Si repetimos el estudio anterior con la población de El Ejido llegaremos a que el mejor modelo de regresión que explica su crecimiento es de nuevo el recíproco de Y que arroja la función

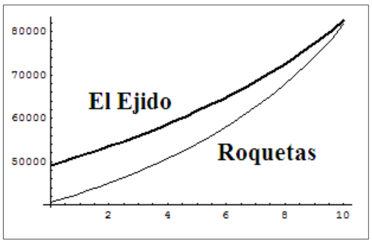
$$N(t) = \frac{1}{2,0392 \cdot 10^{-5} - 8,20258 \cdot 10^{-7} \cdot t},$$

con un coeficiente de correlación de $r = 0,993756$.

Nuevamente el modelo de crecimiento de la población de El Ejido es:

$$N'(t) = 8,20258 \cdot 10^{-7} \cdot N^2(t).$$

Podemos ver que en ambos municipios la tasa de crecimiento de la población es proporcional al cuadrado de la población, pero las constantes no son iguales. Para Roquetas de Mar es $1,25 \cdot 10^{-6}$ y para El Ejido $8,2 \cdot 10^{-7}$, lo cual quiere decir que la población de Roquetas crece más rápido que la de El Ejido y explica el hecho de que haya terminado por superarla.



Podemos representar ambas gráficas conjuntamente para apreciarlo mejor. Finalmente sería interesante repetir el estudio anterior para Almería u otras poblaciones, obteniendo un modelo de crecimiento y su densidad de población, así como seguir investigando la página del INE en la sección de demografía y población para aprender más acerca de la provincia de Almería o de cualquier otra. ■

MATEMÁTICAS Y CULTURA

Los sólidos platónicos en la Naturaleza

Araceli Giménez Lorente
Doctora en Bellas Artes y estudiante de Matemáticas de la Universitat de València

Son cinco formas perfectas, los sólidos platónicos, tienen sus caras iguales, tres de ellos presentan caras triangulares, uno tiene las caras cuadradas y también hay uno con las caras pentagonales. La existencia de los sólidos regulares anidó en *el mundo de las ideas* de Platón, hasta que la geología encontró tres de ellos, la química uno a nivel molecular, y el que quedó fue descubierto por la microscopia electrónica.

Los sólidos platónicos tienen su representación en la Naturaleza, pero sólo tres de los cinco poliedros son visibles, el cubo, el octaedro y el dodecaedro son cristalizaciones minerales, la pirita emerge de la matriz en estas tres formas, y la fluorita lo hace en forma octaédrica. El tetraedro es la molécula del metano, CH_4, la del cuarzo, y el fósforo blanco entre otras; y el icosaedro la forma de algunos virus con ADN, como el virus del VIH.

¿Pero cómo lo sabían los griegos?, pues no tenían tecnología suficiente para averiguar que el tetraedro y el icosaedro tienen una representación en la Naturaleza no visible. Ello fue posible por la demostración de Euclides de la existencia de sólo 5 sólidos regulares.

Sea P un poliedro regular, diremos que V es el número de vértices, A, el número de aristas y C las caras. Por la *fórmula de Euler* para grafos planos tenemos que $V - A + C = 2$. Como son regulares, sabemos que cada vértice corta dos aristas —se denota por r— y cada cara

 ISSN 1988-5318

está acotada por el mismo número de aristas, n. Como cada arista va de un vértice a otro tendremos que $rV = 2A$, y como cada arista toca dos caras, $nC = 2A$. Así quedaría la fórmula $V - A + C = 2 = \frac{2}{n}A - A + \frac{2}{r}A$, que daría como resultado, después de operaciones elementales, la tabla que se presenta a continuación:

r	n	A	V	C	Sólido
3	3	6	4	4	Tetraedro
3	4	12	8	6	Cubo
4	3	12	6	8	Octaedro
3	5	30	20	12	Dodecaedro
5	3	30	12	20	Icosaedro

Pero hay una demostración más sencilla, la de Euclides, que utiliza los ángulos y las caras que cortan cada vértice, 60° para las caras triangulares, 90° para las caras cuadradas y 108° para las caras pentagonales. Tendremos que:

$$\left.\begin{array}{ll} 3 \times 60 = 180 < 360 & \text{tetraedro} \\ 4 \times 60 = 240 < 360 & \text{octaedro} \\ 5 \times 60 = 300 < 360 & \text{icosaedro} \end{array}\right\} \text{caras triangulares}$$

$$\begin{array}{lll} 3 \times 90 = 270 < 360 & \text{cubo} & \text{caras cuadradas} \\ 3 \times 108 = 324 < 360 & \text{dodecaedro} & \text{caras pentagonales} \end{array}$$

Otra característica de los sólidos platónicos es su alta simetría. Participan de todas las simetrías posibles en el espacio: respecto a un punto, a un eje y a un plano. El utilizar todas las configuraciones posibles de simetría espacial lo hace un objeto idóneo para que los minerales cristalicen.

En teoría se pueden encontrar treinta y dos clases de estructuras cristalinas, pero en realidad tenemos doce. Aunque la pirita presenta tres formas, sólo tiene una única cristalización cúbica, pero no cristaliza en el grupo puntual de máxima simetría, sino en una clase en la que la simetría elimina los ejes cuaternarios, conservando los ternarios, binarios y planos de simetría. Semejante a un cubo tenemos la sal común, la galena y la pirita; con forma octaédrica la fluorita, la espinela y la pirita. La tercera forma es la *pentagonododecaédrica*, (llamada también pirotoédrica), son pentágonos no regulares, presenta cuatro iguales y uno desigual, aquí cristaliza también la pirita. Para esta forma tendremos en cuenta la formación de los cristales, su alta presión y la curva de enfriamiento junto con impurezas que le hacen configurarse como un dodecaedro.

Sólidos platónicos encontrados en Escocia, que datan del 2000 a.C., conservados en el museo Ashmolean de Oxford

En cuanto a la dualidad, el cubo y el octaedro son duales entre sí, así como son duales el dodecaedro y el icosaedro.

Los investigadores Etzel Cardeña y Dominic Flytche a raíz de unos experimentos en psicología clínica sobre hipnosis, deducen que tenemos una arquitectura visual en el cerebro, una especie de diccionario visual cuyos elementos o palabras clave son las retículas constructivas, los colores primarios y las formas básicas como el círculo, el triángulo, el cuadrado y el pentágono. Y quizás esto sea una memoria genética, así que la geometría básica duerme en nuestro pequeño hábitat de las ideas, en nuestra cabeza.

Referencias

[1] Guillén Soler, Gregoria. *Poliedros 15*. Editorial Síntesis. Madrid, 1997.

[2] *BBC. Los orígenes del hombre. El despertar de la conciencia*. Serie documental, 2000.

[3] *Los Elementos*. Euclides, 300 a. C. [8]

[4] Lasarte Esteban, Tomás y Sanfeliu Montoliu, Teófilo. *Cristalografía I para químicos. Teoría y prácticas*. Publicaciones de la Universidad Jaume I, 1999 [9].

[5] *www.xtal.iqfr.csic.es/Cristalografia.*

[6] Museo de Mineralogía: Pirita [10].

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Fractales y terremotos

Abigail Jiménez Lloret
Universidad de Almería

Para definir el término fractal en la naturaleza, el recientemente fallecido Mandelbrot (1924-2010) se preguntó cuánto medía la línea de costa de Gran Bretaña. Observó que su longitud dependía de la longitud de la escala con la que se mida, de forma que para una escala G, la longitud $L(G)$ puede aproximarse de la forma:

$$L(G) \geq MG^{1-D},$$

donde D representaría la dimensión fractal.

Mandelbrot interpreta este resultado como que las cos-

[8] *www.euclides.org/menu/elements_esp/11/definicioneslibro11.htm*.
[9] *issuu.com/lasarte/docs/cristalografia_i_para_quimicos_-_teoria_y_prac*.
[10] *www.uam.es/cultura/museos/mineralogia/especifica/mineralesAZ/Pirita/pirita.html*.

ISSN 1988-5318

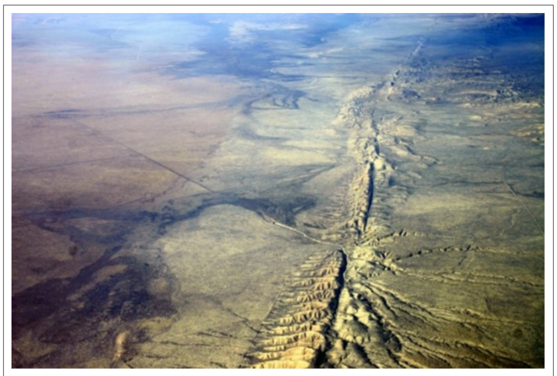
tas y otros contornos geográficos tienen una propiedad de autosimilaridad estadística, donde el exponente D mide la dimensión Hausdorff del borde, la cual puede ser un número fraccionario. De ahí deriva el nombre de fractal.

No se asegura que ninguna línea costera o borde geográfico sea realmente fractal, lo que sería físicamente imposible, ya que un fractal es un objeto matemático con precisión infinita. Simplemente declara que la distancia medida de una costa o frontera puede comportarse empíricamente como un fractal a lo largo de un conjunto de escalas de medida.

La dimensión fractal es una medida de la rugosidad del contorno que pretendemos medir. En la figura podemos ver que a diferentes escalas, la longitud de la costa de Gran Bretaña varía con la escala usada.

Asimismo, la propiedad de autosimilaridad nos muestra que el objeto en cuestión es igual independientemente de la escala a la que lo estemos observando.

En Geología, por ejemplo, siempre que se toman fotos sobre una estructura geológica, se añade un objeto tal como un martillo, una persona o un coche para indicar la escala de lo que estamos observando. Las montañas tienen picos que van desde centímetros a kilómetros. No hay tamaño típico para una montaña. Igualmente, hay nubes de todos los tamaños, de forma que las grandes parecen versiones alargadas de las más pequeñas. Esta propiedad se expresa matemáticamente como una ley de potencia, tal y como expresábamos anteriormente la longitud de la costa en función de la escala.



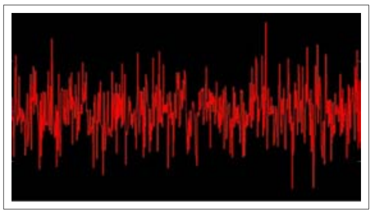
Falla de San Andrés

Los fractales han sido ampliamente utilizados en el estudio de algunas propiedades de la sismicidad. Se sabe que los terremotos ocurren en las fallas y tienden a agruparse cerca de dichas estructuras. Las fallas son objetos fractales naturales, y se puede estudiar tanto la traza de la falla, mediante ayuda de mapas de diversas escalas, como su superficie o las distribuciones espaciales de las fracturas de una región. En la figura podemos observar que la falla de San Andrés no es una línea recta, sino que presenta rugosidad en su traza, y está conectada con otras fallas, formando una distribución espacial no lineal. También podemos estudiar la distribución espacial de los terremotos. Al igual que las fallas que los producen, los sismos se distribuyen en el espacio de forma fractal.

Tanto las montañas, como las nubes, los copos de nieve o las fallas son objetos naturales cuya geometría puede ser estudiada. Mandelbrot observó que frecuentemente se necesita el concepto de fractal para representar dicha geometría.

Igualmente, se puede utilizar el concepto matemático de fractal para otras magnitudes que no se refieren a la forma de los objetos en la naturaleza. En este caso, buscamos relaciones de potencia (autosimilaridad), que relacionan unas magnitudes físicas con otras. Por ejemplo, en Sismología es bien conocida la *ley de Gutenberg-Richter* que relaciona el tamaño (magnitud) de un terremoto con el número de sismos que presentan esa magnitud.

Es bien conocido que hay muchos terremotos pequeños y unos pocos grandes. Si representamos en número de sismos mayores que cierta magnitud dada frente a dicha magnitud, obtenemos una ley de potencia. Es decir, dicha magnitud presenta autosimilaridad.



Magnitud de un terremoto en función del tiempo

También podemos hablar de la dimensión fractal de una serie temporal cualquiera. En la gráfica vemos una magnitud que varía a lo largo del tiempo, y nos preguntamos sobre la rugosidad de dicha gráfica, es decir, su dimensión fractal.

Por ejemplo, se ha calculado la dimensión fractal del tiempo entre dos terremotos consecutivos. También se ha visto que existe una ley de potencia entre el tiempo y el número de réplicas después de un gran sismo. A esta ley se la llama *ley de Omori*. Asimismo, se ha visto que la energía liberada a lo largo del tiempo sigue una ley de potencia. Como consecuencia de todos estos hechos, se puede afirmar que los terremotos son uno de los más interesantes fenómenos fractales.

En Física, cuando un fenómeno presenta leyes de potencia, normalmente está relacionado con la naturaleza compleja y no lineal del proceso que lo genera. Así pues, el hecho de que un sistema presente geometría fractal, nos ayuda a clasificar el fenómeno y a abordarlo desde la perspectiva correcta. ■

 ISSN 1988-5318

LA HISTORIA Y SUS PERSONAJES

¿Es realmente Hipatia la primera mujer matemática de la historia?

Juan Núñez Valdés
Universidad de Sevilla

La mayoría de los investigadores científicos e historiadores coinciden en afirmar que *la primera mujer matemática* de la Historia no puede ser otra más que **Hipatia de Alejandría**, hija del matemático Teón, nacida en el año 370 d. C. (siglo IV de nuestra era).

No cabe duda que el impacto mediático de la figura de Hipatia en la sociedad es apabullante: la gran cantidad de libros escritos sobre ella, junto al estreno, en otoño de 2009, de la película *Ágora*, dirigida por Alejandro Amenábar, han contribuido a su más que reconocida fama.

Sin embargo, esa afirmación es totalmente cuestionable. Anteriormente a Hipatia, en algunos casos incluso muchos siglos antes de su nacimiento, ya existieron otras mujeres cuya obra matemática les hace, asimismo, merecedoras de tal distinción o al menos compartirla con ella.

Entre esas mujeres y por orden cronológico pueden ser citadas las siguientes:

Enheduanna.

Nacida alrededor del año 2300 a. C. (y por tanto, 26 siglos antes de Hipatia). Enheduanna era hija de Sargón I el Grande, rey de Akad (ciudad en el centro de Mesopotamia). Su nombre significa *En* (gran sacerdotisa), *Hedu* (ornamento) y *Anna* (del dios del cielo).

Para algunos investigadores, Enheduanna es *la primera mujer registrada en la historia de la ciencia y también la primera persona que firma sus escritos*. Desde el punto de vista estrictamente matemático, Enheduanna fue capaz de resolver *ecuaciones de grado tres*, a partir de unas tablillas en las que aparecían la suma del cuadrado y el cubo de gran cantidad de números naturales. De ahí que no sea descabellado considerarla, como hacen varios autores, no sólo la primera mujer científica de la antigüedad, sino también la *primera mujer matemática de la historia* (para mayor información sobre Enheduanna puede verse [2]).

Las mujeres pitagóricas: Teano.

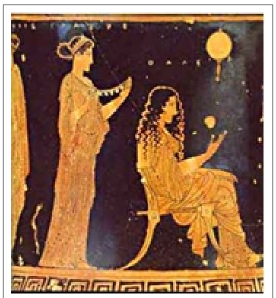
Aunque en aquella época, siglos VI y V a. C., la mujer estaba marginada de las actividades científicas, en la Escuela pitagórica (asociación filosófica, política y religiosa fundada por el filósofo y matemático griego *Pitágoras* en Crotona, Sur de Italia) no existían prejuicios ni discriminaciones y se recibía por igual a hombres que a mujeres. Por ello no es de extrañar que hayan llegado hasta nuestros días algunos textos escritos en los que se afirma la existencia de un amplio círculo de mujeres en esta Escuela dedicadas a la ciencia y a la contemplación intelectual. Así, en su obra titulada *Vida de Pitágoras* [1], el historiador Jámblico da un listado de 32 estudiantes de la Escuela pitagórica, en el que figuran las siguientes 17 mujeres: **Arignote** de Samos, **Babelyka** de Argos, **Bitale**, **Damo**, **Echekrateia** de Phlius, **Ekkelo** de Lukania, **Habrotelia** de Tarento, **Kleaichma**, **Kratesikleia**, **Lasthenia** de Mantinea, **Myia**, **Peisirrhode** de Tarento, **Philtys**, **Theadusa** de Esparta, **Teano** de Crotona, **Timycha** y **Tyrsenis** de Sybaris, siendo de todas ellas Teano, de la que se cree que fue mujer del propio Pitágoras y madre de Damo, Arignote y Myia, la más conocida y de la que más documentación (no del todo fiable en verdad) se posee en la actualidad.

Teano enseñando en la Escuela

La obra matemática que se le atribuye a Teano es la misma que la que puede atribuírsele al resto de los miembros de la Escuela, pues uno de los requisitos exigidos para pertenecer a la misma era que todos los descubrimientos de sus miembros se atribuyesen al venerado **Pitágoras**. De ahí que hoy en día nada se sepa sobre el trabajo individual de ninguno de los miembros de la Escuela (incluido el propio Pitágoras y su famoso Teorema). En esa obra matemática de los pitagóricos pueden encontrarse resultados sobre la *proporción áurea*, sobre *geometría*, aportaciones varias a la *teoría de números* y a la *teoría de poliedros regulares*, aparte de otros relativos a la cosmología, al origen del Universo, a la física, a la medicina, a la psicología infantil y un trabajo titulado *Sobre la Piedad* (puede verse [3] para mayor información).

Aglaonike: primera mujer astrónoma.

Aglaonike, cuyo nombre significa *«victoria de la luz»*, nació entre el año 200 y el 400 a. C. (siglos V al III a. C.) en Tesalia, Grecia. Su padre, Hegetor de Tesalia, le permitió adentrarse en los conocimientos de la astronomía a pesar de su condición de mujer, razón por la cual, Aglaonike es considerada la *primera mujer astrónoma de la Antigüedad*.



Aglaonike

Por su gran destreza en matemáticas y su capacidad para predecir eclipses, Aglaonike era considerada, por sus contemporáneos, una bruja capaz de hacer desaparecer la luna a su antojo. A ella se le atribuye el conocimiento del año cíclico lunar: el saros, un período caldeo de 223 lunas, lo que equivale a 6585,32

 ISSN 1988-5318

días (algo más de 18 años y 10 u 11 días), tras el cual la Luna y la Tierra regresan aproximadamente a la misma posición en sus órbitas, y se pueden repetir los eclipses (véase [4] para mayor información).

Referencias

[1] Iamblichus. *Vida de Pitágoras* (traducción inglesa de T. Taylor, Londres, 1818).

[2] Vázquez Hoys, Ana. *Enheduanna, la primera autora literaria de la historia.* Blog «Investigación y opinión acerca del mundo antiguo...» [11].

[3] Pulido Pastor, Francisco M. *Biografía de Pitágoras de Samos* [12].

[4] 4000 years of women in science: Aglaonike [13].

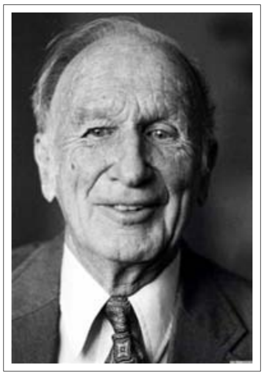
■

LA HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Edward Norton Lorenz

Padre de la teoría del caos

Antonio Rosales Góngora
IES Bahía de Almería



Edward Lorenz

Nuestra comprensión del universo reposa esencialmente en tres pilares: la teoría de la relatividad, la mecánica cuántica y la teoría del caos. Estos tres grandes conceptos condicionan nuestra vida diaria.

La teoría del caos fue descubierta por el matemático norteamericano Edward Norton Lorenz (1917-2008) cuando trabajaba como meteorólogo en el MIT (Massachusetts Institute of Technology).

Según se cuenta fue el café quien ayudó a Lorenz a descubrir el fenómeno del caos. En esta época, 1963, Lorenz pasaba muchas horas tratando de predecir el tiempo; para lo cual utilizaba uno de los primeros ordenadores, el *Royal Mc Bee LGP 300.* Su método consistía en introducir en el ordenador un cierto número de parámetros determinados hasta la millonésima (6 cifras tras la coma), lanzar la máquina con la ayuda de algoritmos y programas de su creación e interpretar los resultados, una columna de cifras.

Su protocolo suponía repetir dos veces para cada serie de parámetros, para verificar. Un día, con un súbito deseo de café recién hecho, Lorenz decide acelerar la segunda maniobra e introduce los parámetros con una precisión a las milésimas (tres cifras tras la coma). Tras el descanso, vuelve a su trabajo y encuentra una columna de cifras diferente de la primera obtenida con los mismos parámetros pero con precisión 10^{-6}. Lorenz verifica cada columna varias veces y repite la experiencia cambiando la precisión de las cifras.

Es así como descubre que es suficiente pequeños cambios para provocar un comportamiento caótico, demostrando que puede surgir una dinámica compleja e imprevisible por la mera introducción de muy pequeñas perturbaciones en los datos. Según su razonamiento, la complejidad puede ser intrínseca a un sistema en lugar de causas accidentales como se pensaba.

Este concepto, que acaba definitivamente con el determinismo de Descartes, había sido ya presentido por el matemático francés Henri Poincaré (1854-1912), uno de los últimos sabios universales, abarcador de todas las ramas de las matemáticas, precursor de la relatividad restringida; pero sin poder demostrarlo claramente. Edward Lorenz describe el fenómeno de manera matemática introduciendo la noción de atractor extraño, una curva que muestra todos los estados posibles de un sistema complejo.

En 1972 Lorenz expone su descubrimiento en un artículo titulado *«Puede el aleteo de las alas de una mariposa en Brasil provocar un tornado en Texas»*, frase que inmortalizó al autor.

Fue galardonado con el premio Crafoord de la Academia Sueca creado en reconocimiento de las labores científicas no incluidas en el Nobel.

En 1991 recibió el premio Kioto para las ciencias planetarias y de la tierra. El jurado señaló que Lorenz *«tuvo su más osado logro científico al descubrir el caos determinista, un principio que lleva consigo los cambios más dramáticos en la visión humana de la naturaleza desde Newton».*

Un caminante ávido y esquiador internacional, Edward Lorenz murió de cáncer el 16 de abril de 2008 en su residencia de Cambridge. ■

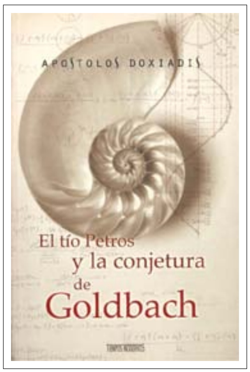
[11] *www.bloganavazquez.com/2010/10/24/enheduanna-la-primera-autora-literaria-de-la-historia.*
[12] *www.astroseti.org/articulo/3516/biografia-de-pitagoras-de-samos.*
[13] *www.astr.ua.edu/4000WS/AGLAONIKE.html.*

ISSN 1988-5318

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

El tío Petros y la conjetura de Goldbach.

Apostolos Doxiadis.



Ficha Técnica
Editorial: Ediciones B
208 páginas
ISBN: 978-84-406-9877-3
Año 2000

En este Boletín presentamos el libro, escrito por Apostolos Doxiadis en el año 1992, *«El tío Petros y la conjetura de Goldbach»*. Apostolos Doxiadis es un escritor griego que ha cursado estudios de Matemáticas en la Universidad de Columbia, Nueva York. Entre sus obras podemos encontrar novelas didácticas con contenido matemático. Su última obra, *«Logicomix»* (2009), escrita junto con C.H. Papadimitriou, es un cómic sobre la historia de las Matemáticas en el primer tercio del siglo XX.

La *conjetura de Goldbach* fue planteada por el matemático Christian Goldbach (Königsberg, Prusia, 1690-1764). A lo largo de su vida, Goldbach, viajó por Europa donde conoció a importantes matemáticos de su época, como G. Leibniz, L. Euler y D. Bernoulli. Hoy en día es famoso por la llamada conjetura de Goldbach, un problema en apariencia sencillo: todo número par mayor que 2 se puede representar como la suma de dos números primos.

Se sabe, mediante cálculos realizados con ordenador, que esto es cierto para todos los números menores que un trillón, es decir, 10^{18}. Esta conjetura se encontró en una carta que envió Goldbach a Euler en 1742. Euler no consiguió demostrar ni refutar esta afirmación y, en la actualidad, nadie ha dado una demostración formal sobre la veracidad del resultado ni se ha encontrado ningún contraejemplo de ella.

En la novela, el protagonista, el tío Petros, vive solo en una casa pequeña en Ekali (Atenas), dedicándose a su jardín, al ajedrez y, una vez al mes, ayuda como tesorero en una institución filantrópica. Su familia visita a Petros una vez al año, el 29 de junio, día de su santo. La actitud desdeñosa hacia él de sus dos hermanos despierta la curiosidad de su sobrino, nuestro narrador. Éste descubre un día, por azar, que el tío Petros había sido un matemático eminente y profesor de Análisis en la Universidad de Munich. Esto despierta aún más su curiosidad y, a lo largo de tres capítulos, se muestra cómo su sobrino irá descubriendo la vida de Petros Papachristos y como ésta se ha centrado en la resolución de la famosa conjetura de Goldbach.

El libro nos presenta qué siente un matemático al enfrentarse a la resolución de un problema y cómo ésta puede convertirse en una obsesión. Es un libro muy ameno donde aparecen matemáticos ilustres como personajes de ficción, Carathéodory, Hardy, Littlewood y Ramanujan. Hace referencia al *Segundo Congreso Internacional de Matemáticas* (Paris, 1910), donde Hilbert anuncia que a través de la Lógica Formal toda proposición verdadera puede probarse. También aparece cómo Petros ayuda a un estudiante de Matemáticas, A. Turing, a descifrar un artículo de K. Gödel, perteneciente al campo de la Lógica Formal. Este encuentro permitirá a Petros conocer el *teorema de incompletitud de Gödel.*

Es un libro recomendable para alumnos de Bachillerato, ya que dominan los conceptos de número primo y número compuesto y pueden comprender fácilmente el enunciado de problemas que pueden formularse en Teoría de Números. Asimismo, este libro les permite conocer aspectos de la vida de grandes matemáticos a través de anécdotas sencillas. También puede resultar interesante para estudiantes universitarios, puesto que se pone de manifiesto la diferencia entre una Matemática Pura y una Matemática Aplicada y la dedicación necesaria para abordar y enfrentarse a un problema; igualmente pueden entender la satisfacción que se siente no sólo cuando se obtiene la solución final del problema sino los pequeños resultados intermedios que vamos obteniendo para llegar a dicha solución.

Tan importante como resolver un problema es el camino andado para obtener su solución, es la *«Ítaca»* de Kaváfis a la que la novela hace referencia.

Reseña de María Ángeles Moreno Frías
Universidad de Cádiz

La vida secreta de los números.

George G. Szpiro.

Ficha Técnica
Editorial: Almuzara
224 páginas
ISBN: 978-84-92537-28-8
Año 2009

Todos nosotros hemos tenido la oportunidad de comprobar, como alumnos primero y como profesores después, que una cosa es saber algo y otra muy distinta saber transmitirlo. Es más, nos seguimos extrañando de que haya conceptos que, por más que los expliquemos, los alumnos no los entiendan (alguna vez he llegado a pensar que el aprendizaje de los productos notables depende de un gen, que se tiene o no se tiene), sin pararnos a hacer un poco de autocrítica para dejar de apuntar siempre a los alumnos, y hacerlo a nosotros mismos porque no sabemos comunicar lo que sabemos. Por eso, cuando nos encontramos con un escritor como George G. Szpiro, capaz de conjugar conocimiento y divulgación con tanta facilidad como muestra en este libro, uno no puede por menos que sentir una justificada admiración.

Aunque de formación inicial científica (matemáticas y física), el autor fue durante años el corresponsal en Jerusalén de un diario suizo (el *Neue Zürcher Zeitung*, de Zurich), encargado de informar sobre la delicada situación en Oriente Medio; pero como diría el refranero, «la cabra tira el monte», y a raíz de la cobertura para su periódico de un congreso matemático en Haifa, fue publicando con cierta asiduidad artículos relacionados con las matemáticas, tanto en el diario como en su suplemento dominical, hasta llegar a desarrollar una labor divulgativa realmente importante, reconocida con varios premios nacionales e internacionales por la calidad de sus trabajos.

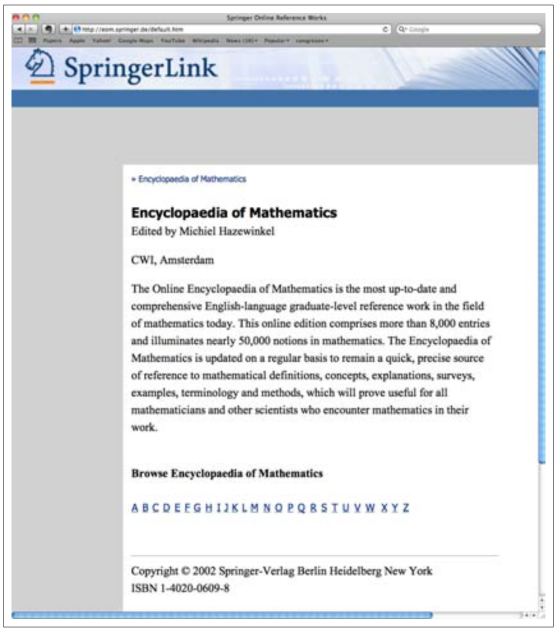
Esta obra es una recopilación de esos artículos, de modo que su temática es una entretenida mezcla de detalles históricos, problemas famosos, conjeturas por demostrar, pequeñas biografías y distintas aplicaciones de las Matemáticas a otras disciplinas, que van desde la Biología o la Física hasta el Derecho, la Lingüística o la Teología. Además, dado que son artículos escritos para un público generalista, están huérfanos de términos excesivamente técnicos y lenguaje especializado, pero al mismo tiempo —y ahí está el auténtico mérito— son capaces de explicar los rudimentos de temas tan abstrusos como la *conjetura de Poincaré* o los *problemas de Hilbert*.

Y es que, como el mismo Szpiro dice en el prefacio, *«la complejidad de las matemáticas no debe esconderse, pero tampoco exagerarse»*. Después de leer sus artículos, hasta parece cierto.

Reseña de José Ramón Sánchez García
IES Los Ángeles (Almería)

Páginas web de interés

Enciclopedia de matemáticas



eom.springer.de

¿Existe alguna enciclopedia que recoja todos los conceptos básicos de las Matemáticas? Si visita esta página web de *Springer*, podrá comprobar que la pregunta anterior tiene una respuesta afirmativa.

Editada por Michiel Hazewinkel y con casi 50 000 nociones, esta enciclopedia en línea es una fuente de información rápida, precisa y completa a nivel de posgrado en el campo de las matemáticas.

Además de ofrecernos una definición rigurosa de cada concepto, nos introduce en el contexto histórico en el que apareció y se desarrolló. También menciona los resultados más importantes relacionados con cada noción; contiene explicaciones, análisis, ejemplos, terminología, métodos,... y cita las referencias de los artículos donde se encuentran.

La *Enciclopedia de Matemáticas* en línea puede ser útil para cualquier matemático, especialmente, para los alumnos que terminan el grado y comienzan algún máster, ya sea orientado a la investigación o a la docencia.

Historia del número uno

www.youtube.com/watch?v=FCAzdjaHkR4

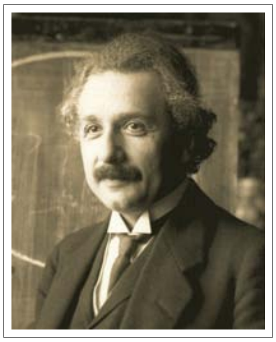
En esta página de *YouTube* podemos encontrar en castellano un ocurrente documental sobre la historia de los sistemas de numeración en la civilización occidental. Este documental, presentado por Terry Jones en 2005 para la BBC, fue dirigido y producido por Nick Murphy.

«Historia del número uno» es una historia de las Matemáticas explicada de forma amena y divertida. Puede ser un material excelente para la enseñanza primaria y los primeros cursos de la secundaria.

 ISSN 1988-5318

Citas Matemáticas

«No te preocupes por tus problemas con las matemáticas, los míos [con ellas] son todavía mayores».



Albert Einstein (1879-1955), físico alemán.

«Cualquiera capaz de resolver $x^2 - 92y^2 = 1$ en el plazo de un año, es un matemático».

Brahmagupta (598-660), matemático y astrónomo indio.

Acertijos

Demasiado grande

Sea n un natural tal que $1 \le n \le 9$ e intentemos escribir un número lo más grande posible usando n tres veces. Dos buenos candidatos son n^{nn} y n^{n^n} pero, ¿cuál de ellos es más grande?.

Debes tener en cuenta, antes de empezar, que la notación nn no se refiere al producto de n por sí mismo sino a un entero que consta de dos cifras, ambas iguales a n (así, por ejemplo, si $n = 6$, hablamos del número 66).

Finalmente, como es lógico, se espera una respuesta en función del valor de n.

MATEMÁTICAS EN TELEVISIÓN

Los Simpson y las Matemáticas

Miguel Ángel Burgos Pérez
Ana María Contreras Aguilar
Macarena Cristina Molina Gallardo
Aurora Sánchez Gordo
Alumnos de la UAL

Todos hemos visto alguna vez un capítulo de la exitosa serie televisiva *«Los Simpson»*, que ha ganado numerosos premios y a la cual la revista *Time* calificó como la mejor serie del siglo XX.

Nuestra generación ha crecido con estos ingeniosos dibujos animados que tantas risas nos han provocado a la hora de comer y a cuya forma de enfrentar situaciones absurdas, surrealistas o esperpénticas hacemos referencia en numerosas ocasiones de nuestra vida cotidiana (¡hay diálogos y escenas que algunos de nosotros nos los sabemos de memoria!). Pero, más allá de la famosa frase de Bart, *«multiplícate por cero»*, pocos conocen la estrecha relación entre los habitantes de Springfield y las Matemáticas.

Gran parte de la culpa de la existencia de esta relación la tiene su creador, Matt Groening, que, desde la emisión de la primera temporada y a lo largo de estos 22 años, ha querido contar en su elenco de guionistas con un vasto número de matemáticos, físicos e informáticos. Estos son los responsables de introducir, ya sea de forma subliminal en el «decorado» de las escenas o mediante las bromas de personajes tan conocidos como Homer, Bart, Lisa o Apu, numerosas citas y referencias matemáticas en clave de humor. Actualmente, el equipo de guionistas cuenta con un físico, un informático y tres matemáticos.

Al Jean, licenciado en Matemáticas por la Universidad de Harvard, es uno de ellos. En una entrevista a una conocida revista dijo: *«Mi referencia matemática favorita en la serie estuvo en el episodio cuando Apu está en el juzgado como testigo de un caso y el abogado le pregunta si tiene buena memoria. Él dice: "Sí, he memorizado el número π con un millón de decimales" y Homer dice: "mmm. . . π" y empieza a babear. Tuvimos que llamar al Instituto Tecnológico de California, en Pasadena, para confirmar si el dato que habíamos dado como el millonésimo decimal de π (el número 1) era el correcto».*

«Siempre pensamos que hay algunos espectadores que lo entenderán», dice Kenneth Keeler, conocedor de

 ISSN 1988-5318

que la mayoría de la audiencia ignora el significado matemático de sus chistes y, ya sea por la juventud de los espectadores o por su falta de conocimientos en la materia, se ríen sólo de su significado contextual y/o superficial. Keeler se graduó con los máximos honores en la Universidad de Harvard y obtuvo el título de doctor en Matemática Aplicada con su tesis titulada «Representaciones Cartográficas de Códigos Óptimos para Segmentación de Imágenes» (Map Representations and Optimal Encoding for Image Segmentation). Cuenta a su vez con varias publicaciones, como el artículo «Short Encodings of Planar Graphs and Maps», Discrete Appl. Math. 58 (1995), no 3, 239-252, junto con Jeff Westbrook. Éste último que, después de graduarse en Física e Historia de la Ciencia en Harvard, estudió informática en la Universidad de Princeton y se doctoró en Ciencias de la Computación con su tesis «Algoritmos y Estructuras de datos para Algoritmos de Grafos Dinámicos» (Algorithms and Data Structures for Dynamic Graph Algorithms), también forma parte del equipo que escribe el guión de la serie.

El último de los científicos que forman parte del equipo de guionistas es David Samuel Cohen, licenciado en Física en Harvard, con un Máster en Ciencias de la Computación por la Universidad de Berkeley.

Cohen es el responsable del capítulo en el que Homer salta accidentalmente a una tercera dimensión al apoyarse en la pared del salón y se sumerge en un mundo de formas geométricas y fórmulas flotantes, entre las que se encuentra la inocente y sutil ecuación $1782^{12}+1841^{12}=1922^{12}$. Esta claramente contradice el *último teorema de Fermat* que afirma que si n es un natural mayor que 2, entonces no existen números enteros a, b y c con $abc \neq 0$, tales que cumplan la igualdad $a^n + b^n = c^n$.

No obstante, esto no es más que otro ardid humorístico. Si comprobamos la ecuación en cualquier calculadora, la duodécima raíz de la suma de $1782^{12}+1841^{12}$ es 1922. Sin embargo, es sencillo ver que la ecuación es falsa pues la parte izquierda es impar, mientras que el lado derecho es un número par. Por lo tanto, no hay paradoja; es simplemente un error de la calculadora.

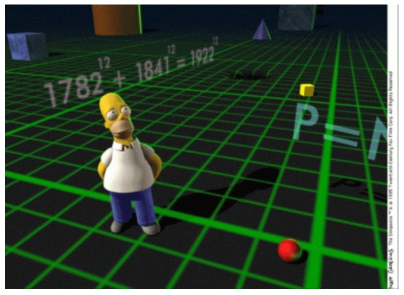


Imagen de episodio en el que aparece la ecuación $1782^{12}+1841^{12}=1922^{12}$

Para la preparación de este capítulo, Cohen creó un programa de ordenador específico para lo que los matemáticos conocemos como los errores más cercanos de Fermat: combinaciones de naturales a, b, c y n que se aproximen mucho a satisfacer la ecuación de Fermat y que la precisión finita de las calculadoras dé como cierta.

¡Sorprendente!, ¿no? Pues esto es sólo un extracto de la infinidad de referencias humorístico–matemáticas que existen en las 22 temporadas de la serie, ya que en la mayoría de sus episodios se hace, en mayor o menor medida, un «mate-chiste». Y no sólo en *Los Simpson* podemos encontrar Matemáticas, sin necesidad de prestar excesiva atención, en *Futurama*, serie que cuenta con los mismos guionistas, podrás encontrar más humor matemático. ■

Responsables de las secciones

Actividad Matemática en la UAL

- *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Juan José Moreno (balcazar@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: María Gracia Sánchez-Lirola (mgsanche@ual.es).

De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria:

- *Experiencias docentes*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es) y Miguel Pino (mpinomej@gmail.com).
- *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es) y Cándida Hernández (candihernandez@hotmail.com). Colaboradora: Johanna Walsh (Cardiff, UK).

Divulgación Matemática

- *La Historia y sus personajes*: Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
- *Problemas de interés*: Alicia Juan (ajuan@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y Matemáticas*: José Cáceres (jcaceres@ual.es) y José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es).

- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Fernando Reche (freche@ual.es) y Antonio Morales (amorales@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).

➻ TERRITORIO ESTUDIANTE: Miguel Ángel Burgos (burgos__@hotmail.com), Ana María Contreras (marilo_contreras@hotmail.com), Macarena Cristina Molina (pirista_mmg@hotmail.com) y Aurora Sánchez (aurosanchezg@gmail.com)

ISSN 1988-5318