

UNIVERSIDAD DE ALMERIA

ESCUELA INTERNACIONAL DE MÁSTER



**Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y
Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.**

Curso académico: 2016/2017

¿Por qué incluir la Historia de la Matemática en el aula?

Nombre del Director/a: Amelia Victoria García Luengo

**Matemáticas
Helena Palenzuela Rodríguez**

ÍNDICE

Resumen.....	3
1. Introducción	4
2. La Historia de las Matemáticas como recurso didáctico.....	5
3. Relación con el currículo de Secundaria	12
4. ¿Cómo emplear el recurso?	14
5. Propuesta didáctica para 3º ESO.....	16
5.1. Bloque 2: Números y álgebra	19
5.2. Bloque 3: Geometría	24
5.3. Bloque 4: Funciones	25
5.4. Bloque 5: Estadística y probabilidad	27
6. Conclusión	30
7. Bibliografía	32
Anexos.....	34
Anexo 1: Material audiovisual.....	34
Anexo 2: Matemáticas y lectura.....	34
Anexo 3: Curiosidades.....	35

“El olvido de las matemáticas perjudica todo el
Conocimiento, ya que el que las ignora no puede
Conocer las otras ciencias ni las cosas de este mundo.”

Roger Bacon

Resumen

¿Cuáles son las razones para emplear la Historia de la Matemática en el aula? Y, ¿cómo se podría incluir?

Este par de preguntas es el que ha motivado la elaboración del Trabajo Fin de Máster que tenemos entre las manos. A lo largo de este escrito, abordaremos estas cuestiones, dando respuesta por medio de testimonios de importantes matemáticos y profesionales de la didáctica.

Comenzaremos por explicar de forma detalladamente cuáles han sido las razones para elegir este tema de discusión y nos propondremos dar respuesta a estas preguntas. En las secciones que siguen, ese será nuestro principal objetivo. En primer lugar, haremos referencia a los personajes antes citados que respaldan el uso de la Historia de la Matemática como recurso didáctico; comprobaremos que, efectivamente, el currículo de Matemáticas la avala; y concluiremos con un pequeño paseo por la Historia que podríamos contar a nuestros estudiantes. Ejemplos de cómo incluir la Historia de la Matemática en nuestra aula y en los distintos bloques que establece el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

1. Introducción

Con este Trabajo Fin de Máster, pretendemos dar respuesta a la pregunta que le da título: ¿Por qué incluir la Historia de las Matemáticas en el aula? Por tanto, a lo largo de este escrito, mostraremos algunas razones que nos permitan afirmar que, en efecto, la Historia de las Matemáticas es un muy buen recurso didáctico para incluirlo en el aula.

Me gustaría comenzar con un apunte personal, a modo de justificación del tema elegido para este trabajo. Echando la vista atrás unos cuantos años, antes de comenzar mis estudios universitarios, me encuentro en mi etapa de la Educación Secundaria Obligatoria. Haciendo memoria, recuerdo a mis compañeros, profesores y aquellas asignaturas que formaban el currículo de la época, especialmente la asignatura de Matemáticas. Admito que las Matemáticas me han tenido “enamorada” desde el primer día que las conocí en el colegio y no puedo evitar pensar que una de las razones de este sentimiento fue mi profesor, Don Enrique. A lo largo de los años en el colegio, este gran profesor nos explicó las Matemáticas (y no solo esa asignatura) desde un punto de vista histórico, por medio de anécdotas y personajes que hicieron grandes logros en esta ciencia.

Sin embargo, volviendo al punto en el tiempo donde nos situábamos, el instituto, la cosa cambió, ya no nos presentaban las Matemáticas como algo divertido, se iban volviendo más serias. Las clases se resumían en una cantidad inmensa de explicaciones y ejercicios sobre las mismas, ya no había anécdotas, solo métodos de resolución de problemas. Por suerte para nosotros, apareció un profesor al que la Historia le encantaba casi tanto como las Matemáticas. En sus clases nos dimos cuenta de que detrás de las Matemáticas había hombres y mujeres de carne y hueso, y de que los teoremas no salían por arte de magia, sino que han sufrido una evolución. Fue entonces cuando comencé a tener interés por la Historia que había detrás de las Matemáticas.

Este interés aumentó de forma exponencial al iniciar mis estudios superiores, cuando conocí y tuve el placer de que me diesen clase profesores que siempre incluían en sus lecciones notas históricas, nos mostraban que, a pesar de que la Matemática es una

ciencia antiquísima, está en continua evolución y no estática como se explica actualmente en las aulas de secundaria.

En resumen, con este trabajo me gustaría hacer ver que conocer el origen y la evolución de la Matemática nos puede ayudar en gran medida a comprenderla, puede servir como fuente de motivación; conocer los errores y dificultades del pasado, nos ayudan a prevenir los nuestros propios,... La Historia de esta ciencia nos hará entender que las matemáticas (con sus corolarios, lemas, teoremas, etc.) es el resultado de años y años de trabajo, de aciertos y de errores, ya que detrás de ellas hay, como hemos dicho antes, personas de carne y hueso.

A lo largo del trabajo que nos concierne, veremos a través de los estudios de distintos autores que la introducción de la Historia como un recurso didáctico en el aula es de gran ayuda, para dejar atrás ese concepto de “negación” a la hora de estudiar Matemáticas. Pasaremos por estudiar cómo se interpreta el uso de la Historia en el currículo de Matemáticas y cómo se relacionan. Concluiremos con algunos ejemplos de cómo se podría utilizar la historia en un aula de Secundaria, concretamente en un aula de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en un curso de 3º de ESO. Más adelante explicaré el porqué de esa elección, pero adelantado un poco, se trata del curso al que más me dediqué en mis prácticas del Máster en el IES Nicolás Salmerón y Alonso.

2. La Historia de las Matemáticas como recurso didáctico

Ya lo decía Eric Temple Bell (Bell, 1895, p. 17 citado por Unbaneja, 2004): “Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas”. Y, realmente, lleva toda la razón. Podemos hacer referencia al refrán popular conocido por todos “hay que conocer el pasado para comprender el presente”, o en su variante, “hay que comprender el pasado para conocer el presente” y aplicarlo a las Matemáticas.

Son muchas y muy variadas las razones que podemos encontrar para justificar la introducción de la Historia en el aula de matemáticas. Lo veremos desde dos puntos de

vista: el alumnado y el profesorado, siempre haciendo referencia a algunos textos de distinguidos matemáticos, historiadores y pedagogos.

Como señala Vázquez (2000), haciendo referencia a los documentos ministeriales, “las matemáticas deben ser presentadas a los alumnos y alumnas como un conjunto de conocimientos que han evolucionado en el transcurso del tiempo y que, con seguridad, continuarán evolucionando en el futuro”, por ello, la perspectiva histórica es realmente importante.

Veamos algunos puntos en los que la Historia sería un gran recurso didáctico.

Comencemos citando a Nolla (2001):

Los conceptos y las ideas matemáticas que se tratan en la Enseñanza Secundaria, son presentados a los alumnos de una forma cerrada y acabada. Se olvida que han surgido después de un largo proceso de gestación, en las que las intuiciones más fecundas con otras estériles, han configurado sus presentaciones sucesivas. A lo largo de la Historia, estas ideas han sido generadas por diversos tipos de problemas, prácticos o teóricos, pertenecientes a la propia matemática o a otras disciplinas. El conocimiento de estos problemas, y el estudio de la evolución de su tratamiento y de los nuevos problemas que han generado, proporciona los fundamentos para la comprensión de las ideas y conceptos que de ellos han resultado (p. 1).

Analizando lo que Nolla muestra en este párrafo, las Matemáticas se presentan al alumnado de Secundaria como un edificio acabado, usando la comparación utilizada por Vázquez (2000), se presentan como una “torre de marfil”.

Es decir, si asistiésemos hoy en día a una clase de la asignatura de Matemáticas en Secundaria (sin hacer distinciones entre académicas y aplicadas), nos encontraríamos, por caso general, la misma estructura: explicación, ejercicios tipo, ejercicios aplicados a la vida real y poco más. Se presentan clases sin ninguna referencia al por qué ha surgido ese método de resolución, qué problema intentaba solucionar en un principio... Los alumnos lo aprenden porque sí, porque eso es así, porque siempre ha sido así, porque es lo que me van a preguntar en el examen...lo aprenden de memoria. Debemos evitar presentar las Matemáticas de esa forma, hemos de restablecer el estatus de la Matemática como actividad cultural y humana que tenía desde la época Helenística.

Por esta razón, el estudio de la Historia de las Matemáticas nos permite conocer la razón del origen de distintos conceptos, porqué surgieron y a qué intentaban dar respuesta. Nos permite conocer cómo surgieron los distintos términos y notaciones que hoy en día usamos. El estudiar los problemas que se plantearon en otra época y cómo han evolucionado, permite que sea el propio alumnado el que vaya haciendo un análisis crítico e, incluso, deduciendo al igual que lo hacían los matemáticos antiguos.

Este hecho lleva a lo que se conoce como “Método Genético”. El método genético es una de las formas más directas de aplicar la Historia de las Matemáticas en el aula. Se trata de un método extraído de la Biología, que trata de recrear el ambiente que envuelve a cada momento en la Historia que haya supuesto un avance en las Matemáticas, en el caso que nos concierne; es decir, una reconstrucción histórica que ponga de manifiesto cuáles eran las necesidades que acarrearón la introducción de nuevos conceptos, nuevas técnicas de resolución, etc.

El método genético ha sido defendido por célebres personajes del mundo tanto de la Matemática como de la docencia. De hecho, el término “genético” en este “ambiente” es usado por primera vez por Hilbert, en el apéndice sexto de su obra Fundamentos de la Geometría, donde lo reconoce con “un alto valor pedagógico y heurístico”.

También hace referencia a esta forma de introducir la Historia en las Matemáticas Poincaré (1963), describiendo la naturaleza de este método y dando, así, un método de aplicación:

Los zoólogos pretenden que el desarrollo embrionario de un animal resume en un tiempo muy corto toda la historia de sus antepasados desde los tiempos geológicos. Parece que sucede lo mismo en el desarrollo de los espíritus. El educador debe hacer pasar al niño por donde han pasado sus padres; más rápidamente pero sin saltarse ninguna etapa. De esta manera la historia de la ciencia debe ser nuestra primera guía (p. 99).

Al igual que Toeplitz, otro de los creadores del método genético, (Toeplitz, 1963, p. 23 citado por Urbaneja, 2004): “Seguid el curso genético que es el camino que has seguido el hombre en su comprensión de las Matemáticas, y veréis que la humanidad ha ido ascendiendo gradualmente desde lo más simple a los más complejo.”

Este camino al que se refiere Toeplitz ha sufrido cantidad de dificultades y problemas y, precisamente por ello, el método genético resulta tan práctico, ya que proporciona al docente una herramienta que le ayudará a prever dónde los alumnos y alumnas tendrán sus mayores conflictos.

A modos de ejemplo, podemos hacer referencia a los números negativos. Estos números no aparecieron hasta bien entrada la historia matemática, concretamente, hasta mil años después de los primeros conocimientos matemáticos. Tuvieron que pasar otros ocho mil años, hasta que la comunidad matemática los aceptara, no cabe duda que los estudiantes van a tener dificultad con estos números.

En definitiva, el método genético permite al docente descubrir obstáculos, dificultades, errores y falsas creencias que se han presentado a los matemáticos a lo largo de la historia y que, indudablemente, se van a presentar en los alumnos. Por su parte, a los alumnos les va a permitir entender, comprender, reflexionar, incluso criticar las nociones que matemáticas que estudian, ya que sabrán su verdadero origen, su verdadera naturaleza.

El método genético es solo una de las formas para usar la Historia como recurso didáctico dentro del aula, muy útil tanto para los alumnos como para los docentes, como acabamos de ver. Sin embargo, hay un gran número de formas para introducir la Historia en la clase de Matemáticas, veremos algunos ejemplos en la siguiente sección.

Volviendo a nuestras razones que dan respuesta a la pregunta que da título a esta sección, acabamos de ver que conocer el origen, la problemática y las dificultades que han llevado hasta los conceptos matemáticos que usamos hoy en día, supone una herramienta muy potente tanto para el alumnado, como para el profesorado. Esto es, conocer la Historia, no queda duda que con forme vamos dando razones, el refrán “hay que conocer el pasado para comprender el presente” va tomando cada vez más sentido.

No obstante, ésta no es la única justificación de la Historia como recurso didáctico en el aula de Matemáticas. Veamos otros argumentos.

Para ello, haré referencia a dos ítems dentro del artículo de la revista Suma: La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza, en la biografía.

- “La Historia de las Matemáticas como fuente de vocación, motivación, orientación, inspiración y autoformación del profesor de Matemáticas.
- La Historia de las Matemáticas como instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza (Interdisciplinariedad).” (Urbaneja, 2004)

En cuanto al primero, el artículo hace referencia casi por completo a la figura del profesorado. El conocimiento de la Historia de la Matemática es una de las fuentes principales de inspiración en la orientación de la actividad docente, tal y como expresa el artículo. La integración de la historia en la clase de matemáticas debe evitar el formalismo y el aislamiento de las matemáticas, evitar, como en más de una ocasión hemos mencionado páginas atrás ver las matemáticas como un edificio acabado. Por el contrario, debe suponer una herramienta para apropiarse mejor del conocimiento, para presentar temas del currículo de una manera innovadora y diferente a la de las clases magistrales.

Además, la Historia ofrece al docente un “campo inagotable de estímulos para mantener su interés de autoformación” (Urbaneja, 2004). Es bien sabido por todos que el interés de un profesor por su asignatura se verá reflejado en el interés de los alumnos por ella. Haciendo referencia a Malet (Malet, 1983, p. 24 citado por Urbaneja, 2014): “[...] bien sabemos que la actitud del Profesor hacia la materia que explica es una de las enseñanzas más importantes que transmitimos al alumno.” Y sin duda alguna, la Historia de la Matemática ofrece una inmensidad de ideas, ejemplos, problemas, etc., que el profesor puede utilizar en sus clases para motivar al alumnado y evitar así la imagen que hoy en día tiene la Matemática para gran parte del alumnado.

En cuanto al segundo punto, la Historia de las Matemáticas dentro de otras disciplinas es otra de las razones por las que utilizarla como recurso didáctico.

Ya lo decía el gran matemático Johann Karl Friedrich Gauss: la matemática es la reina de las ciencias. Y es así, miremos donde miremos, las matemáticas están presentes. Por tanto, no resulta para nada descabellado relacionarla con otras ramas del saber importantes en Secundaria.

A modo de ejemplo:

Matemáticas y Filosofía: ambas ramas tienen un origen histórico común en el como dice Urbaneja (2004), “horizonte pitagórico del siglo VI a.C.” (p. 25), además, la verdad en Matemáticas, la idea de demostración y otros conceptos, son usuales en Filosofía. De hecho, gran cantidad de matemáticos eran filósofos y viceversa.

Citando a Gómez (Gómez, 2002, citado por Urbaneja, 2004):

La educación matemática tendría que ser una auténtica educación en humanidades, en la que los estudiantes conocieran el papel que representan las Matemáticas en nuestra cultura y en la sociedad. [...] Enseñar Matemáticas como si estuviesen aisladas es una distorsión del conocimiento. Convendría enseñar Matemáticas yendo más allá de las propias Matemáticas: considerando sus relaciones y buscando su sintonía con las corrientes principales del pensamiento. Esta nueva actitud motivaría a los estudiantes, crearía nuevas aplicaciones y abriría nuevas vías de debate (p. 27).

En consecuencia, usar la Historia de las Matemáticas desde un punto de vista interdisciplinar, no solo motivaría a los estudiantes, si no que los formaría en cultura, uno de los objetivos curriculares.

Con todo lo anteriormente descrito, he intentado mostrar la importancia que la Historia de las Matemáticas tiene como recurso didáctico, por medio de razones y argumentos todos ellos catalogados biográficamente. Podemos deducir, entonces, que la Historia de la Matemática puede e, incluso se podría pensar que debe, formar parte del aula de matemáticas, como un recurso didáctico que favorezca el análisis crítico, el pensamiento científico y la motivación del alumnado.

Más adelante, mostremos ejemplos sobre cómo se puede aplicar este recurso dentro del aula y veremos que es totalmente moldeable; es decir, es un recurso muy flexible a la hora de aplicarlo.

Me gustaría concluir esta sección con un decálogo, a modo de epílogo, realizado por Meavilla en (2008, p. 235) que sintetiza razones por las que el uso de la Historia de las Matemáticas es una herramienta clave y beneficiosa para la enseñanza en Matemáticas:

1. La Historia de las Matemáticas facilita al profesor materiales y recursos didácticos que pueden favorecer el aprendizaje de sus alumnos y alumnas.
2. La Historia de las Matemáticas permite descubrir el lado ameno de las Matemáticas y puede influir favorablemente en la motivación de los estudiantes.
3. La Historia de las Matemáticas ayuda a inculcar en los alumnos y alumnas valores como el esfuerzo, la constancia, el trabajo, la humildad, la disponibilidad, etc.
4. La Historia de las Matemáticas contribuye a valorar la aportación de las mujeres en la construcción y el desarrollo de dicha disciplina.
5. La Historia de las Matemáticas permite aprender con la ayuda de unos profesores muy especiales: los grandes sabios de otros tiempos.
6. La Historia de las Matemáticas muestra que dicha disciplina es una ciencia viva y que sus conceptos y procedimientos suelen cambiar con el tiempo.
7. La Historia de las Matemáticas permite dar una visión más humana de dicha ciencia (la Matemática no es obra de los dioses, es el resultado del trabajo de hombres y mujeres que suelen equivocarse). Este hecho puede contribuir a que el alumno no se sienta frustrado ante sus errores y pueda aprender de ellos.
8. Los profesores (alumnos) pueden aprovecharse especialmente de la perspectiva histórica de las Matemáticas, descubriendo métodos alternativos para la resolución de problemas, distintos de los que generalmente enseñan (aprenden) en clase y que pueden ser beneficiosos para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.
9. La Historia de las Matemáticas puede contribuir a apreciar la utilidad de esta disciplina en la resolución de problemas prácticos.
10. La Historia de las Matemáticas permite mostrar a los estudiantes el papel capital de las Matemáticas en la construcción de la cultura humana.

3. Relación con el currículo de Secundaria

En esta sección, veremos cómo se relaciona la Historia con los contenidos y objetivos curriculares. En las páginas anteriores, se ha hecho referencia a Secundaria; sin embargo, todo lo anterior es aplicable por completo a Bachillerato.

De modo que en cualquier caso, veamos cómo avala la ley el uso de la Historia en el aula de Matemáticas. Para ello, vamos a hacer referencia al Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (2015).

Si comenzamos por la descripción inicial de la asignatura, en todo el texto se pueden encontrar referencias y apreciaciones que se pueden relacionar con el uso de la Historia. Citando textualmente algunas partes del texto:

“Partiendo de hechos concretos hasta lograr alcanzar otros más abstractos, la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas permite al alumnado adquirir los conocimientos matemáticos, familiarizarse con el contexto de aplicación de los mismos y desarrollar procedimientos para la resolución de problemas”, si usamos la Historia de las Matemáticas como recurso didáctico, los alumnos se familiarizarán sin duda con el lenguaje empleado, los problemas que se plantearon y los métodos de resolución de los mismos en sus contextos.

Más aún hace referencia a la Historia el siguiente párrafo: “ Los nuevos conocimientos que deben adquirirse tienen que apoyarse en los ya conseguidos: los contextos deben ser elegidos para que el alumnado se aproxime al conocimiento de forma intuitiva mediante situaciones cercanas al mismo, y vaya adquiriendo cada vez mayor complejidad, ampliando progresivamente la aplicación a problemas relacionados con fenómenos naturales y sociales y a otros contextos menos cercanos a su realidad inmediata”, de hecho nos puede hacer pensar en el método genético descrito páginas atrás.

Para concluir con la sección de descripción general de la asignatura, no se puede pasar por alto la siguiente referencia: “A lo largo de las distintas etapas educativas, el alumnado debe progresar en la adquisición de las habilidades del pensamiento

matemático, en concreto la capacidad de analizar e investigar, interpretar y comunicar de forma matemática diversos fenómenos y problemas en distintos contextos [...]; también debe desarrollar actitudes positivas hacia el conocimiento matemático, tanto para el enriquecimiento personal como para la valoración en el progreso de la humanidad”, dándonos a entender que, efectivamente, la Matemática es una ciencia en continuo cambio y evolución realmente importante en la historia de la humanidad.

A continuación, vamos a centrarnos en los objetivos y contenidos de la asignatura. Nos centraremos en las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en 3º ESO, ya que en mi periodo de prácticas, realizado en el IES Nicolás Salmerón y Alonso, ha sido el curso al que más he tratado. Luego, fijándonos en los contenidos y en los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables (entendidos como objetivos) de esta etapa y en los diferentes bloques, podemos encontrar gran cantidad de ellos que serían alcanzados haciendo uso de la Historia de las Matemáticas como recurso didáctico.

Algunos ejemplos son:

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas. (Bloque transversal): “4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.”, “4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución”, “8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático”, “8.4. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas”, entre otras. Utilizando la Historia como recurso Didáctico, estos objetivos se alcanzarían, ya hemos visto en las secciones anteriores las ventajas de la Historia. Poner los problemas en contexto, buscar otras formas de solucionarlo distintas a la originales, seguir el proceso lógico de las ideas,...ayuda a la motivación del alumnado, además de cumplir con los objetivos mencionados.

Hemos querido dar importancia a este bloque, ya que es un bloque común a los cursos de Secundaria y que se debe desarrollar de “modo transversal y simultáneamente al

resto de bloques". De este modo, el recurso histórico puede ser usado, como veremos en cualquier de los distintos bloques:

- Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Bloque 2. Números y álgebra.
- Bloque 3. Geometría.
- Bloque 4. Funciones.
- Bloque 5. Estadística y probabilidad.

Adicionalmente, en todos los bloques se habla de la importancia de presentar al alumnado problemas asociados a la vida cotidiana, que le aporten distintas capacidades tanto en la vida profesional como en la personal. Es clara la capacidad que la Historia de las Matemáticas aporta a los alumnos, para que consideren la utilidad de esta asignatura en la resolución de problemas prácticos y adquieran valores que les serán útiles en cualquiera de sus futuros: esfuerzo, espíritu crítico, constancia, etc.

Por otra parte, en estas etapas es muy importante la igualdad de género, es algo que hay que inculcar a nuestros jóvenes estudiantes desde sus primeras etapas escolares. La ley ampara esta igualdad y la Historia de las Matemáticas resulta realmente útil para asimilarlo. Por medio, por ejemplo, de la lucha llevada a cabo por las mujeres científicas y su desarrollo en las distintas ramas, en nuestro caso, de gran interés en la Matemática.

4. ¿Cómo emplear el recurso?

En lo que llevamos de trabajo, hemos intentado justificar el uso del recurso histórico dentro del aula de matemáticas, citando en todo momento a matemáticos y estudiosos de la didáctica de gran prestigio. Hemos llegado a la conclusión de que la matemática no es una ciencia estacionaria, sino que evoluciona a lo largo del tiempo. Por este motivo, no se debe presentar a los alumnos como un edificio acabado o, como la ya conocida, torre de marfil de Modesto Sierra Vázquez.

El recurso histórico alcanza, no solo este objetivo, sino todos los mencionados hasta ahora; pero nos preguntamos: ¿cómo lo empleamos?

Hay diversas maneras de utilizar la Historia de las Matemáticas como instrumento didáctico. Presentamos, a continuación, una lista de formas de emplear el recurso, intentando no caer en la rutina diaria:

- Introducir por medio de la Historia cada tema, contextualizando los conceptos.
- Estudiar la evolución histórica de los problemas que se van a abordar.
- Recrear estos problemas y/o problemas matemáticos históricos.
- Realizar monografías breves sobre la vida y las aportaciones de algún matemático y alguna matemática, relacionados con el tema, incluyendo anécdotas, citas,...
- Proponer la lectura de libros de divulgación matemática con contenido histórico.
- Introducción de expresiones literarias históricas que hagan referencia a la Matemática, como citas, poemas, metáforas, etc.
- Visualizar vídeos sobre la Historia de la Matemática (materiales audiovisuales).
- Visitar webs que traten la Matemática a través de su historia.

Estos son solo algunos ejemplos de cómo poder introducir el recurso en el aula; pero hay muchos más. Se pueden encontrar gran cantidad de ejemplos en libros de didáctica y matemáticas, o en la red, donde podemos encontrar un inmenso número de web con las que podemos elaborar material para utilizar en clase.

La cantidad de distintas formas de incluirlo en el aula hace que el recurso histórico sea muy flexible, además de, como hemos visto, poder ser utilizado en los distintos bloques del temario.

5. Propuesta didáctica para 3º ESO

Como comenté, en este trabajo nos centraremos en cómo incluir el recurso de la Historia de las Matemáticas en un aula de Matemáticas de 3º ESO, en la asignatura Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. La elección de este curso viene dada, ya se adelantó previamente, a que mis prácticas se han desarrollado, casi por completo, en una clase de 3º de ESO en el IES Nicolás Salmerón y Alonso.

Durante este periodo, pude preguntar a los alumnos qué les parecían las Matemáticas, qué sentimientos tenían hacía ellas. Satisfactoriamente, ellos respondieron positivamente; sin embargo, les faltaba algo...según me dijeron, algo que les sacara de la rutina. Fue entonces cuando propuse introducir anécdotas matemáticas, problemas de otras épocas, curiosidades relacionadas con las Matemáticas, en definitiva, todo lo descrito anteriormente. La idea tuvo una gran acogida y, aunque no pude desarrollar todo lo que quería, me dio la idea de la realización de este TFM.

Por ello, a continuación, propondré una serie de ejemplos que podrían servir para introducir la Historia en el aula de Matemáticas.

Con ello, se intentará alcanzar el objetivo comentado con mis alumnos: salir de la rutina, hacer cosas divertidas y diferentes, aprender sobre matemáticos y matemáticas de otra época, etc.

Además se intentarán cubrir los siguientes objetivos:

- Motivar al alumno, por medio de distintas actividades, para que dejen de ver (si así es) las Matemáticas como una asignatura imposible.
- Desarrollar su cultura, ya que contextualizaremos problemas, conceptos, etc.
- Hacerles ver la importancia de los matemáticos y matemáticas a lo largo de la Historia y que, en definitiva, se trata de personas de carne y hueso.
- Hacer crecer su afán de aprender, por medio de lecturas de libros de divulgación matemática, material audiovisual, artículos, curiosidades, etc.

Recordemos que el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, en la

asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO, establece cinco bloques:

- Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Bloque 2. Números y álgebra.
- Bloque 3. Geometría.
- Bloque 4. Funciones.
- Bloque 5. Estadística y probabilidad.

Vamos a hacer referencia a la clasificación por temas de estos bloques que hace el libro Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas 3ºESO SM Proyecto Savia (2016):

❖ **Bloque 2: Números y álgebra:**

Tema 1: **Conjuntos numéricos.**

Tema 2: Potencias y raíces.

Tema 3: Polinomios.

Tema 4: **División y factorización de polinomios.**

Tema 5: Ecuaciones y sistemas.

Tema 6: Proporcionalidad.

❖ **Bloque 3: Geometría.**

Tema 7: **Figuras planas.**

Tema 8: Movimientos en el plano.

Tema 9: Cuerpos geométricos.

❖ **Bloque 4: Funciones.**

Tema 10: **Sucesiones.**

Tema 11: Funciones.

Tema 12: Funciones lineales y cuadráticas.

❖ **Bloque 5: Estadística y probabilidad.**

Tema 13: Estadística unidimensional.

Tema 14: Probabilidad.

Recordemos que el Bloque 1, se imparte de manera transversal y simultánea al resto de bloques.

Propondremos cómo aplicar el recurso histórico en los temas señalados en negrita. Para ello, sugeriremos un acontecimiento histórico, que creemos es de interés para esta etapa. Utilizaremos para su elaboración: Álvarez (2014), Elwes (2013), Guedj (2011), Guedj (2000), Pickover (2011), Urkaregi (2014).

Hay una inmensidad de ejemplos para utilizar en los distintos temas y áreas de la Matemática; de hecho, tantos como episodios históricos, avances matemáticos, anécdotas de matemáticas y matemáticos, etc. Como debemos poner un límite a la extensión del documento, haremos referencia únicamente a ejemplos de algún tema, que evidentemente, se podrían extender más, añadir otros hechos,...

5.1. Bloque 2: Números y álgebra

Tema 1: Conjuntos numéricos.

En este tema, se comienza con un repaso a los conjuntos numéricos que han visto en cursos anteriores, la clasificación de los números en ellos y sus operaciones. Vamos a intentar poner un ejemplo de número racionales distinto al que están acostumbrados y utilizando, para ello, la música.

Podríamos comenzar la clase pidiendo a los alumnos ejemplos de números racionales. Casi con seguridad, los ejemplos serán: dividimos una pizza entre 4 amigos, las ganancias de un mes son 1000 euros y hay que repartirlas entre 6 socios, etc.

Es ahora cuando ponemos en la pizarra (por ejemplo) la siguiente cita:

“La música es un ejercicio de aritmética secreto: es el placer que experimentamos al contar sin darnos cuenta de ello” Galileo Galilei.

Entonces, ¿hay matemáticas en la música?

Sí, la música y las matemáticas van de la mano.

Cuando escribimos música, expresamos a la vez las notas musicales (es decir, los sonidos) y su duración. El sonido depende de la colocación de la figura en el pentagrama y la duración depende de la forma que tengan las figuras.

Vamos a hacer un repaso de vuestra clase de música:

Una redonda dura cuatro tiempos: 4

Una blanca dura dos tiempos: 2

Una negra dura un tiempo: 1

Una corchea dura medio tiempo: $\frac{1}{2}$








NOMBRE	REDONDA	BLANCA	NEGRA	CORCHEA	SEMICORCHEA	FUSA	SEMIFUSA
Figura							
Duración	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

Figura 1. Representa la forma de la figura musical y su duración. Imagen extraída de Álvarez (2004)

La negra se suele tomar como unidad; sin embargo, su duración no es siempre la misma, sino que depende del compositor. Fue Beethoven el primero en emplear anotaciones para indicar de ello. Por ejemplo: Negra=60 que indica que 60 negras duran un minuto.

$$\begin{array}{l}
 \text{Musical note} = \frac{1}{2} \qquad \text{Musical notes} = \text{Musical notes} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \qquad \text{Musical notes} = 2 \\
 \text{Musical note} = \frac{1}{4} \qquad \text{Musical notes} = \frac{1}{2} \qquad \text{Musical notes} = \text{Musical notes} = 1
 \end{array}$$

Figura 2. Muestra ejemplos de cuentas que se pueden realizar con las notas musicales y su correspondiente duración de tiempo.

Imagen extraída de Imagen extraída de Álvarez (2004)

Así, podemos medir el tiempo que dura un fragmento de una obra musical.

Ahora, calcula el tiempo que abarca el siguiente fragmento de una sonata de Mozart:

$1 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad 1 \quad 1$
 $1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 + 1 = 6 + \frac{1}{2}$

Figura 3. Extracto de una sonata de Mozart. Imagen extraída de Imagen extraída de Álvarez (2004)

Con esta actividad, los estudiantes hacen un repaso de operaciones con fracciones de una manera distinta y novedosa; es más, podríamos escuchar música clásica en clase mientras realizamos operaciones con fracciones.

Tema 4: Divisibilidad y factorización de polinomios.

Pasemos ahora al Tema 4: Divisibilidad y factorización de polinomios. En esta etapa de la ESO, los alumnos y alumnas ya están familiarizados con el concepto de número natural, entero, racional y real (estudiado en temas anteriores); sin embargo, se hace mayor hincapié en ellos, al igual que en los número primos que se usaran el tema de divisibilidad.

Por ello, comenzaremos precisamente con estos números: Los números primos y la criba de Eratóstenes.

Supongamos que nos encontramos repasando el conjunto de números enteros y que los estudiantes (y así es) han dado el concepto de número primo en los cursos anteriores.

A modo de repaso, podríamos pedirles que nos dieran definiciones de número primo y así recordar la definición:

Llamamos números primos a los números enteros mayores que 1 que solo son divisibles por 1 y por ellos mismos, por ejemplo, el 5 y el 13. En cambio, el número 14 no es un número primo, ya que se puede dividir por 1, 2, 7 y 14, o porque $14 = 2 \times 7$.

Los números primos han fascinado a los matemáticos durante miles de años y lo siguen haciendo. De hecho, la escuela pitagórica fue la primera en estudiarlos. Se interesaron en ellos porque pensaban que tenían una naturaleza mística.

Sin embargo, fue Euclides quien determinó a trascendencia de los números primos para las Matemáticas. En el año 300 a.C. Euclides demostró que no un “número primo mayor”. Esto quiere decir que hay un número infinito de ellos.

Y si hay un número infinito de números primos, ¿cómo podemos saber cuáles son primos?

Bueno, hoy día hay potentes programas de ordenador que nos permiten fácilmente saber si un número es primo o no. Pero, ¿qué ocurría hace años?

En el año 240 a.C., el matemático griego Eratóstenes desarrolló la primera prueba conocida para determinar números primos: La criba de Eratóstenes.

La criba puede utilizarse para encontrar todos los números primos que hay antes de un número determinado.

(Les daríamos a los alumnos una ficha con la criba impresa.)

Aunque válido, este es un proceso bastante costoso y limitado para determinar qué números son primos. A lo largo de la historia, muchos otros matemáticos han tenido atracción por los números primos, por ejemplo, el matemático francés Marin Mersenne, que trató de encontrar una fórmula con la que hallar todos los números primos. Su intento fracasó, pero encontró los números de Mersenne que tienen una forma especial.

(En este punto, podemos proponer como actividad la búsqueda de ese tipo de números e información sobre ellos.)

En la actualidad, los números primos son muy importantes en Criptografía, que es la ciencia que estudia como enviar mensajes de forma segura.

Y aún hoy en día, con todos los avances en la materia, los números primos son un misterio. Por ejemplo, la Conjetura fuerte de Goldbach que afirma que todos los números

enteros pares mayores que 2 pueden escribirse como la suma de dos números primos, sigue sin ser demostrada.

Vamos a comprobar que, efectivamente, se cumple:

$$4 = 2 + 2$$

$$12 = 5 + 7$$

$$26 = 3 + 23$$

...

A pesar de su sencillo enunciado, no se ha conseguido demostrar.

De hecho, fijaos en la siguiente cita: “Los matemáticos han intentado en vano hasta hoy descubrir algún orden en la sucesión de los números primos, y tenemos razones para creer que este es un misterio en el que la mente humana nunca penetrará.” Leonhard Euler.

Pretendemos llamar la atención de los alumnos por medio de una breve evolución de los números primos, que entiendan que lo que hoy día se hace con ordenador costó años y años entenderlo.

A modo de curiosidad, podríamos contar en esta parte que en la naturaleza aparecen sin parar los números primos.

En 2001, el biólogo matemático Glenn Webb se percató de que los ciclos vitales de 13 y 17 años de ciertas especies de cigarras les evitaban coincidir al mismo tiempo con sus depredadores. ¿Saben entonces las cigarras contar?

5.2. Bloque 3: Geometría

Tema 7: Figuras planas.

Identificar figuras planas, calcular perímetros y áreas de éstas son los contenidos que abarca este tema. Desde la escuela, los alumnos y alumnas comienzan a familiarizarse con las figuras planas y el cálculo de sus áreas. Por tanto, aprovechando que nuestros estudiantes tienen un conocimiento considerable del tema, lo podríamos empezar con un repaso. En este repaso, sería interesante orientarlo hacia el concepto de área y, en este aspecto, nos viene genial la historia de la ciudad de Cartago.

Vamos a comenzar el tema de figuras planas, tema que ya habéis estudiado en otros cursos. Pero antes, haremos un repaso: os voy a contar una historia.

¿Alguien sabe dónde está la ciudad de Cartago? Esta ciudad se encuentra en la costa de África y se fundó gracias a una mujer que entendía muy el concepto de área. Su nombre era Dido y fue la fundadora de Cartago.

La historia comienza con un viaje en barco cruzando el Mediterráneo. En este barco iban Dido y otros acompañantes. Cuando llegaron a su destino, Dido hizo un trato con el gobernante del lugar, Yarvas. Acordaron que Dido podría quedarse con el territorio que abarcara una piel de buey.

¿Os parece un buen trato? Recordad que la piel de buey no es más grande que un buey...no sé yo qué territorio abarcaría eso...

Dido, que había prestado mucha atención a su profesor de matemáticas, y sabía cómo calcular el área de las figuras, pensó cuál era la figura que tendría más área.

Dido era muy inteligente, más que el rey Yarvas. Pidió a sus ayudantes que cortase la tira de buey que le dio el rey en tiras muy finas. ¿Por qué creéis que hizo eso? (Dejamos que los estudiantes piensen.)

Efectivamente, quería formar otra figura. Si suponemos que la piel que le entregó el rey era rectangular, ¿qué figura podría formar Dido que tuviese mayor área? (Volvemos a dejar que den ideas y sean creativos, con los conocimientos que poseen y un poco de ayuda, llegarán a la solución.)

Efectivamente, un círculo. Dido cortó la piel de buey en tiras finitas y las colocó formando una gran circunferencia. Y, de acuerdo con el trato con el rey, Dido se quedó con la superficie que abarcaba la piel de buey.

¿Veis? ¡Las Matemáticas con muy útiles!

Propondríamos en este momento a los alumnos que recordasen la fórmula para el cálculo de las figuras planas que han ido saliendo durante la clase.

De este modo, han podido repasar el concepto de superficie y cómo calcular áreas de diferentes figuras.

5.3. Bloque 4: Funciones

Tema 10: Sucesiones.

En este tema, se estudia un inicio a las sucesiones... En este caso, para motivar al alumno al comienzo del tema le contaremos la historia de Gauss y cómo de niño consiguió la respuesta, casi de inmediato, de la suma de los 100 primeros números naturales.

¿Qué me diríais si os pidiera ahora mismo sumar los 100 primeros números naturales?

¿Cuánto tiempo creéis que os costaría? Mucho, ¿verdad?

Y si o dijera que un niño de 10 años dio el resultado correcto en muy poco tiempo, ¿os lo creeríais?

Pues sí, es una historia cierta. Se trata de Carl Friedrich Gauss, un niño prodigio que se convirtió en un asombroso matemático y no solo matemático, dominaba la física y la astronomía.

Volvamos a su niñez. Gauss está en clase con el resto de sus compañeros. Su maestro, J. B. Büttner, por castigo o como ejercicio, mandó a los alumnos y alumnas sumar los 100 primeros números naturales para tenerlos entretenidos y callados un buen rato. Gauss, que tenía por aquel entonces 10 años, obtuvo la respuesta muy rápido ante la incredibilidad del maestro:

$$1 + 2 + \dots + 99 + 100 = 5.050$$

¡El resultado es correcto!

Esa suma es una serie de números y, ¿cómo pudo Gauss sumarla tan rápido?

Gauss, que ya a esa edad era muy ingenioso, no sumó como el resto de sus compañeros; sino que invirtió la serie y sumó ella misma por parejas:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 = 100 \times 101 = 10.100$$

Tabla 1. Muestra el razonamiento de Gauss para calcular la suma de los n primeros números enteros. Adaptada de Imagen extraída de Álvarez (2004)

Como cada pareja suma lo mismo, la cantidad final es el doble de la que pedía el maestro. Luego, lo único que tuvo que hacer Gauss fue dividir $\frac{10.100}{2} = 5.050$, obteniendo así el resultado pedido.

Una generalización del método que usó Gauss para calcular la suma de los 100 primeros números naturales, es calcular la suma de los n primeros términos. ¿Podrías buscar qué fórmula tendría?

Por medio de esta explicación y/o historia, pretendemos motivar a los niños a que indaguen en el concepto de serie y en la vida de Gauss, con todas sus aportaciones.

5.4. Bloque 5: Estadística y probabilidad

Tema 13: Estadística unidimensional.

Para este tema he elegido la historia de Florence Nightingale. La incluiría al final del tema, para que los alumnos tuviesen algunos conocimientos sobre estadística y sobre todo de diagramas.

Cuando hablamos de estadística, ¿qué se os viene a la cabeza? ¿A qué os recuerda?

(La gran mayoría, es de esperar, que digan “a las Matemáticas”.)

Sí, la estadística es una rama de las Matemáticas, pero también de otros campos. Por ejemplo, se usa mucho en economía, en el deporte, en derecho, etc. Hoy vamos a ver lo importante que fue para la sanidad.

Y para ello, os presento a Florence Nightingale. Florence nació en Florencia en 1820 y era una enfermera que contribuyó en gran medida a la reforma de los hospitales de campaña (los usados en las guerras) y fundó la enfermería moderna. Además, aportó grandes avances en la estadística.

Sí, una enfermera muy reconocida en esta rama. Vamos a contar su historia.

Durante la Guerra de Crimea (1853-1856) que enfrentó a Turquía y a Rusia, en la que Francia e Inglaterra apoyaron a las tropas turcas. Florence trabajó como enfermera en el hospital de campaña de Scutari. Trabajando allí, observó las pésimas condiciones de

las instalaciones médicas, había ratas y pulgas entre otras cosas. Los soldados que llegaban al hospital, heridos o enfermos, morían. Casi el 42,7% de los pacientes fallecían, una cifra escalofriante.

Nightingale recogió datos mientras estaba en Scutari y cuando volvió a Londres los ordenó y los analizó, fue entonces cuando supo el número total de muertes. Su objetivo era demostrar que los soldados morían a causa de las detestables condiciones sanitarias en los hospitales de campaña.

Quería hacer ver al Gobierno británico que estas muertes se podían evitar si se realizaban reformas higiénicas en los hospitales. Según ella, tenía que “lograr a través de los ojos lo que no somos capaces de transmitir a las mentes de los ciudadanos a través de sus oídos insensibles a las palabras”.

Y, ¿qué hemos estudiado en este tema que nos permite representar la información de forma muy visual? Efectivamente, los diagramas.

Así que Florence creó el Diagrama de la Rosa, que actualmente es conocido como Diagrama del área polar.

Este diagrama supuso un gran avance, ya que hasta la época se usaban como diagramas habituales los gráficos de barras y de sectores. Con el Diagrama de la Rosa, Nightingale representó tres variables:

El tiempo, cada sector es un mes.

El número de muertes, representada por el área del sector.

La causa de la muerte, se presenta por medio del color.

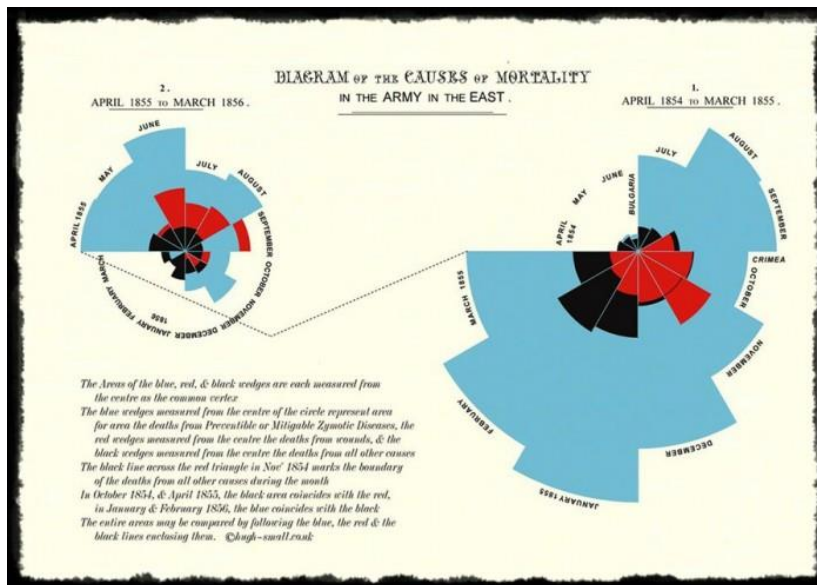


Figura 4. Representa el

Diagrama de la Rosa diseñado por Nightingale. Recuperado de Urkaregi (2014)

Como veis, uno de los grandes avances en esta rama de las Matemáticas fue realizado por una enfermera. Y gracias a ella, se mejoraron las condiciones de los hospitales de campaña, evitando muchas muertes.

Mostraríamos a los alumnos y alumnas que la Estadística realmente tiene aplicaciones y que, en ocasiones, puede salvar vidas. Además, podríamos trabajar con el Diagrama del área polar, aprendiendo así a interpretar información y datos que nos pueden llegar de modos a los que no estamos acostumbrados.

Con esta serie de ejemplos hemos querido mostrar que la Historia de la Matemática se puede utilizar perfectamente en el aula, casa con el currículo y, además, resulta divertida para los alumnos.

Los ejemplos mostrados abarcan únicamente los temas señalados al comienzo de la sesión; pero se podrían usar otros muchos. La ventaja de la Historia es que hay gran cantidad de ejemplos que sacar de ella que nos pueden ser útiles para los temas que hemos de impartir.

6. Conclusión

A lo largo de este Trabajo Fin de Máster, hemos intentado dar respuesta a la cuestión que inicialmente planteamos: ¿Por qué incluir la Historia de las Matemáticas en el aula? Además de intentar dar respuesta a otra: ¿Cómo incluir la Historia de las Matemáticas en el aula?

Hemos procurado dar una justificación de ello por medio de distintos autores, tanto matemáticos como profesionales de la didáctica. Hemos presentado una serie de razones que nos permiten pensar que la Historia de la Matemáticas se podría aplicar como recurso didáctico y que, además, es una muy buena idea. Tiene gran cantidad de ventajas para el alumnado y el profesorado. En cuanto a los primeros, les proporciona una visión de la Matemática antes desconocida, les presenta a los matemáticos y matemáticas como hombres y mujeres de carne y hueso que pueden y, de hecho, comenten errores. Errores a los que el profesor se puede anticipar gracias a la Historia. Además de proporcionarle una herramienta para hacer frente a las dificultades de sus estudiantes, le suministra una cantidad inmensa de ejemplos que aplicar en sus clases.

Hemos querido también relacionarlo con el currículo actual, para justificar desde otro punto de vista la inclusión de la Historia como recurso didáctico. Los contenidos, estándares de aprendizaje evaluables y criterios de evaluación hacen clara referencia a objetivos que se pueden alcanzar por completo gracias al uso de la Historia de las Matemáticas en el aula.

Con la Historia, además, fomentamos la igualdad de género al comprobar que las mujeres matemáticas han sido tan importantes como los personajes matemáticos masculinos, fomentamos la lectura por medio de libros de divulgación que cuentan episodios históricos de forma cercana y divertida, material audiovisual que siempre gusta a los alumnos y alumnas, etc., entre todas las demás razones que hemos expuesto en las anteriores páginas.

En cuanto a la interdisciplinariedad, hemos puesto ejemplos en la última sección que muestran precisamente eso: las Matemáticas están presentes en toda área del conocimiento desde el comienzo de los tiempos.

En definitiva, presentamos las Matemáticas a los alumnos como una ciencia en continua evolución y no como un edificio acabado que siempre es igual y nunca cambia, les presentamos clases de Matemáticas diferentes en las que las risas, las anécdotas, los vídeos, la música son bienvenidas.

Por tanto, después del proceso de documentación para la elaboración de este escrito, personalmente, no tengo duda alguna de que la Historia de la Matemática puede y deberá emplearse en el aula de Matemáticas.

Po último, me gustaría hacer mención a los contenidos, técnicas, conocimientos, etc., aprendidos a lo largo de estos meses en el Máster que he cursado. Puedo decir sin duda alguna que he aprendido cómo guiar mi carrera como docente. Es claro que del Máster no salimos sabiendo enseñar, eso se aprende con los años; pero sí he concluido con la sensación de saber cómo hacer frente a una clase. En cuanto al periodo de Prácticas en el IES Nicolás Salmerón y Alonso, he de admitir que ha sido la mejor parte del Máster y en la que sin duda, más he aprendido. Hablando con los alumnos y las alumnas, con los compañeros docentes, etc., he adquirido gran cantidad de conocimientos y uno de ellos ha sido, precisamente, la motivación de este TFM: cómo hacer notar al alumnado que las Matemáticas son más que ejercicios y que detrás de ellas hay personas como nosotros.

7. Bibliografía

- Álvarez, F., Martín, O., Pareja, C. (2014). *La lengua de las Matemáticas y otros relatos exactos* (1ª ed.). Madrid: La catarata.
- Colera, J., Colera, R., Oliveira, Mª.J. (2016) *ESO 3 Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas* (1ª ed.) Madrid: Anaya.
- Elwes, R. (2013). *Matemáticas 100 descubrimientos que cambiaron el curso de la historia* (1ª ed.). Barcelona: Lunweg.
- Guedj, D. (2000). *El teorema del loro: Novela para aprender matemáticas* (5ª ed.). Barcelona: Anagrama.
- Guedj, D. (2011). *El imperio de los números* (1ª ed.). Barcelona: Blume.
- Macho, M. (2012, Mayo, 11). *Doblando 45 veces un papel...llegaríamos a la Luna* [ZTFNews.org]. Recuperado de <https://ztfnews.wordpress.com/2012/05/11/doblando-45-veces-un-papel-llegariamos-a-la-luna/>
- Macho, M. (2013, Junio, 27). *El chico que amaba las matemáticas* [ZTFNews.org]. Recuperado de <https://ztfnews.wordpress.com/2013/06/27/el-chico-que-amaba-las-matematicas/>
- Macho, M. (2013, Mayo, 15). *Thales* [Cuaderno de Cultura Científica]. Recuperado de <https://culturacientifica.com/2013/05/15/thales/>
- Macho, M. (2014, Marzo, 24). *El legado de las matemáticas griegas...en dos minutos* [ZTFNews.org]. Recuperado de <https://ztfnews.wordpress.com/2014/03/24/el-legado-de-las-matematicas-griegas-en-dos-minutos/>
- Macho, M. (2016, Junio, 8). *La Tortuga combate a Aquiles* [Cuaderno de Cultura Científica]. Recuperado de <https://culturacientifica.com/2016/06/08/la-tortuga-combate-aquiles/>
- Meavilla, V. (2008). Algunas razones para introducir la historia de las matemáticas en las aulas de secundaria. *Sigma*, 33.
- Meavilla, V., Oller, A. M. (2013). Ejemplos de visualización y uso de materiales manipulativos en textos matemáticos antiguos. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas* (82), 89-100.

- Nolla, R. (2001). *Estudis i activitats sobre problemes clau de la Història de la Matemàtica* (Vol. 2). Institut d'Estudis Catalans.
- Pickover, C. A. (2011). *El libro de las Matemáticas: De Pitágoras a la 57.ª dimensión. 250 hitos de la historia de las matemáticas* (1ª ed.). Madrid: Librero.
- Poincaré, H. (1963). *Ciencia y método*. Trad. M. García Miranda y L. Alonso.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, BOE Núm. 3 § 37 (2015).
- Urbaneja, P. M. G. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma: Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (45), 17-28.
- Urkaregi, A. (2014, Mayo, 12). *Florence Nightingale, pionera estadística* [Mujeres con ciencia]. Recuperado de <http://mujeresconciencia.com/2014/05/12/florence-nightingale-pionera-estadistica/>
- Vázquez, M. S. (2000). El papel de la historia de la matemática en la enseñanza. *Las matemáticas del siglo XX*, 93-96.

Anexos

En las secciones anteriores, mostrábamos los objetivos que pretendíamos alcanzar con el recurso histórico. En uno de ellos, decíamos:

“Hacer crecer su afán de aprender, por medio de lecturas de libros de divulgación matemática, material audiovisual, artículos, curiosidades, etc.”

En los siguientes anexos veremos cómo poder cubrir estos objetivos.

Anexo 1: Material audiovisual

El siguiente [vídeo](#) (Macho, 2014) elaborado por The *Royal Institution* y obtenido del blog *ZTF News.org*. Muestra la historia de las Matemáticas griegas hasta la actualidad. Son dos minutos de vídeo, donde se muestran grandes matemáticos, algunas de sus aportaciones y cómo se usan hoy día. También explica muy bien el concepto de demostración.

El vídeo está en inglés, por lo tanto, iríamos traduciéndolo en clase o les daría a los alumnos su traducción.

Anexo 2: Matemáticas y lectura

En primer lugar, visitaremos la página web *Cuaderno de Cultura Científica*.

Se trata de un [relato](#) (Macho, 2013) recogido de Memorias de Sherlock Holmes, un relato corto de Arthur Conan Doyle, en el que se habla del Teorema de Thales de una manera diferente, divertida y detectivesca.

En cuanto a una obra completa, propondría:

The boy who loved Math. The improbable life of Paul Erdős. Un libro dedicado a niños y niñas, para aprender matemáticas a través de la vida d Erdős.

El teorema del loro. Novela para aprender matemáticas. Cuenta a modo de historia distintos hechos y acontecimientos matemáticos, muy fácil de seguir y agradable. Proporciona momentos de risa asegurados.

Anexo 3: Curiosidades

Un [vídeo y un artículo](#) en (Macho, 2012), que explica cómo doblando un papel 45 veces, llegaríamos a la luna. Muestra cuentas que son fáciles de seguir.

En este [artículo](#) (Macho, 2016), se cuenta una de las paradojas de Zenon: la paradoja de Aquiles y la tortuga; mediante un diálogo de los dos protagonistas.