Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XI. Número 3 — 26 de abril de 2018

Un empate no tan extraño

En ocasiones hay ciertos fenómenos en los que intervienen conceptos probabilísticos que, si no se analizan adecuadamente, pueden conducirnos a conclusiones erróneas.

Por desgracia, en el currículo de bachillerato, los temas relacionados con la probabilidad suelen pasar bastante desapercibidos. En este número, contamos con un interesantísimo artículo que, basándose en un hecho real —el empate acaecido en una votación—, da pie a una actividad en el aula en la que los estudiantes pueden comprobar —de forma matemática— que las conclusiones de algunos «comentaristas de la realidad» no siempre están bien fundamentadas.

(Artículo completo en la página 6)

El arco catenario en la obra de Gaudí

Desván de la Casa Batlló (Foto: Wikimedia, Sara Terrones)

La catenaria es la figura geométrica que describe una cadena que se sustenta por sus dos extremos y que solo está sometida a la fuerza de la gravedad.

Esta figura tiene propiedades interesantes que la hacen especialmente útil a la hora de construir arcos que sustenten estructuras constructivas. Sin embargo, en la arquitectura occidental ha sido tradicionalmente poco utilizada.

Quizás fue el genial arquitecto catalán Antoni Gaudí el primero en utilizar con profusión esta estructura y convertirse en el «maestro» en el que se fijaron otros autores para hacerlo en sus obras a partir de ese momento.

(Artículo completo en la página 14)

Editorial

En este número incluimos diferentes actividades llevadas a cabo con motivo de la celebración del *Día de* π el pasado 14 de marzo.

Este día se celebra a nivel mundial dado que la fecha —en la notación anglosajona— coincide con los primeros dígitos de esta constante matemática.

La *Facultad de Ciencias Experimentales*, en colaboración con el *Departamento de Matemáticas*, se une por primera vez a este evento.

En esta primera edición el leitmotiv de la jornada ha estado centrado en las salidas profesionales de los estudios de matemáticas. Para ello, cinco egresados de nuestra titulación, empleados todos ellos en empresas nacionales e internacionales de gran prestigio, compartieron con los estudiantes actuales del grado sus experiencias en este ámbito.

En este número damos una amplia cobertura a esta actividad, que tuvo un altísimo grado de participación y que fue un éxito rotundo y que superó ampliamente las expectativas de los organizadores, a los que damos nuestra más sincera felicitación.

Desde el boletín animamos a continuar con esta iniciativa en el próximo *Día de* π.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

XVII CEAM en la Universidad de Almería

La *SAEM Thales* organiza con la colaboración de la *Universidad de Almería* la decimoséptima edición del *Congreso sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*.

Acto de presentación en la UAL

Dicho congreso se celebrará del 4 al 6 de julio y sus tres conferenciantes plenarios serán Andrei Martínez Finkelshtein de la *Universidad de Almería*, Cecilia Calvo Pesce de *Escola Sadako* de Barcelona y Fernando Blasco de la *Universidad Politécnica de Madrid*. El lema del congreso es *«Matemáticas en tierra de cine»*.

La *Facultad de Ciencias Experimentales* os anima a participar en este congreso donde podéis presentar vuestras innovaciones educativas. Para los profesores de secundaria el congreso está homologado con 24 horas. El plazo para el envío de comunicaciones es hasta el 15 de mayo. ¡Os esperamos!

Más información en *thales.cica.es/xviiceam*.

La noche europea de los Investigadores

ANDALUCÍA mejor con ciencia

El vicerrectorado de Investigación, Desarrollo e Innovación, a través de la OTRI, ha comenzado a organizar *La Noche Europea de los Investigadores* 2018, que este año se celebrará el viernes 28 de septiembre.

Este evento es un proyecto europeo de divulgación científica promovido por la Comisión Europea, dentro de las acciones Marie Skłodowska-Curie del programa *Horizonte* 2020, que tendrá lugar simultáneamente en más de 350 ciudades europeas. Tan sólo en Andalucía participan 14 instituciones y está liderado por la *Fundación Descubre*.

Como es habitual habrá una nutrida representación de las matemáticas.

Actividades de la SAEM Thales

La SAEM Thales organiza las siguientes actividades:

- *II Concurso de Paseos Matemáticos por Almería, sus calles y sus pueblos* en el que el plazo de envío de trabajos finaliza el 30 de abril.
- *Feria de la ciencia* que se celebrará el 12 de mayo en la plaza del Museo de Almería.
- *Estalmat 2018* que es un programa para la detección y estímulo del talento precoz en matemáticas de estudiantes nacidos en 2004, 2005 o 2006. La inscripción es a partir del día 1 de mayo en la web del proyecto *thales.cica.es/estalmat*.

Más información sobre estas actividades en la página web de la sociedad *thales.cica.es/almeria*.

Jornada interdisciplinar sobre métodos categóricos y homotópicos en álgebra, geometría y topología

Del 28 al 30 de junio se va a celebrar en la *Universidad de Almería* la jornada interdisciplinar sobre *Métodos Categóricos y Homotópicos en Álgebra, Geometría y Topología* de la *Red Española de Topología*.

Se trata de unas jornadas de carácter transversal donde confluyen distintas líneas de investigación —principalmente en álgebra, geometría y topología—.

Pretenden congregar a grupos de investigación españoles con intereses científicos dispares, pero para los cuales los métodos categóricos y homotópicos suponen un nexo que unifica teorías y problemas de apariencia distinta.

El programa incluye un taller de realidad virtual aplicada a la geometría y la topología, en el que los participantes podrán aprender a usar esta alta tecnología tanto en docencia como en investigación.

Más información en *sites.google.com/ual.es/mchagt-2018*.

 ISSN 1988-5318

Noticias matemáticas

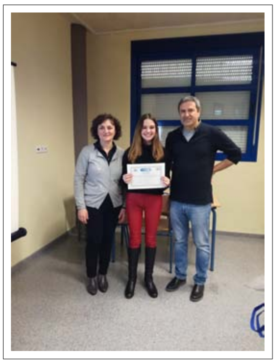
Entrega de premios del concurso de problemas del boletín

Entrega de premios en la Compañía de María

En esta ocasión el jurado decidió que, dada la calidad de las soluciones recibidas, dos de ellas merecían ser premiadas por igual.

Así, se otorgaron los premios a Juan Modesto Espinosa Bogas del colegio *Compañía de María* y a María del Valle de la Obra López del *IES Emilio Manzano* de Laujar de Andarax.

Ambos recibieron un diploma y varios regalos de contenido matemático junto con una cámara fotográfica deportiva.



Entrega de premios en Laujar

La entrega de premios tuvo lugar en los centros de los estudiantes premiados. Para complementar la actividad, en ambos centros se impartieron sendas charlas divulgativas relacionadas con las matemáticas.

En el colegio *Compañía de María* la charla impartida fue *¿Sientes la fuerza... de las Matemáticas?* y en el *IES Emilio Manzano* de Laujar *El número* π.

Café con π

Con motivo del día de π los profesores del *Departamento de Matemáticas* Isabel María Ortiz Rodríguez y José Luis Rodríguez Blancas tomaron un «café con ciencia» con estudiantes del *IES Nicolás Salmerón*.

Participantes en las mesas de debate

Los títulos de las mesas fueron *El número pi, los números primos... ¿está todo hecho en Matemáticas?* y *¿Realidad Virtual para aprender Geometría?*.

Estudiantes y profesores tuvieron la oportunidad de conversar de forma distendida sobre la temática de las mesas y la investigación que están llevando a cabo. Estos «Cafés con Ciencia» son una iniciativa organizada por la *Fundación Descubre*, en colaboración con las principales entidades de investigación y divulgación.

Celebración del día de π

El pasado 14 de marzo la *Facultad de Ciencias Experimentales* de la *Universidad de Almería* celebró el *Día de* π, con la jornada titulada *Matemáticas: una profesión de futuro*.

Antiguos estudiantes de la UAL participantes en la jornada

En esta actividad intervinieron cinco antiguos estudiantes del título de Matemáticas de nuestra universidad que actualmente ejercen cargos de responsabilidad en empresas de ámbito internacional ubicadas en Alemania, España, Noruega y Reino Unido.

Los ponentes fueron Ana María Contreras Aguilar (Oslo), Laura da Silva Hernández (Londres), Miguel Ángel Garzón Díaz (Munich), Jesús Morón Martín (Londres) y Ramón Sáez Martínez (Almería).

La actividad fue un éxito, con una gran participación de los estudiantes que disfrutaron de las charlas y del animado café del descanso.

La visión de un estudiante sobre la jornada se recoge en uno de los artículos de la sección *Territorio Estudiante*. Esperamos repetir con una actividad similar el año próximo.

LIV Olimpiada Matemática Española

Del 15 a 17 de marzo tuvieron lugar las pruebas correspondientes a la *LIV Olimpiada Matemática Española* en la *Universidad de Jaén*.

Seis estudiantes de 2.º de Bachillerato, procedentes de cuatro comunidades autónomas, han conseguido medalla de oro en la fase final de la olimpiada por lo que formarán el equipo español que en julio representará a España en la *Olimpiada Matemática Internacional* de Cluj-Napoca (Rumanía). Cuatro de ellos participarán, a su vez, en la

Olimpiada Matemática Iberoamericana, que este año organizan España y Portugal de forma conjunta.

Almería estuvo bien representada accediendo a esta fase final con 3 representantes: Javier Cano Castro del *IES Mediterráneo* (Aguadulce), Javier López Miras del *IES Nicolás Salmerón* (Almería) y Alberto Barranco Godoy del *IES Abdera* (Adra).

Javier López Miras, medallista de bronce almeriense

Esta buena representación se tradujo en una medalla de bronce para Javier López Miras. ¡Enhorabuena!

Con respecto a las *Olimpiadas RSME 2019*, la *Universidad de Almería* tiene constituido un grupo docente para preparar esta competición.

Animamos a todos los estudiantes interesados a sumarse a estas atractivas clases [1].

XVIII Reunión de la Conferencia de Decanos de Matemáticas

El 19 y 20 de abril se celebró en la *Universidad de Jaén* la reunión anual de los decanos de matemáticas.

La *Universidad de Almería* estuvo representada por el decano, Enrique de Amo Artero, y el vicedecano, Juan José Moreno Balcázar. Se abordaron los siguientes temas: La Red Estratégica de Matemáticas, matemáticas y empleo, la formación de los futuros profesores de matemáticas de secundaria y los datos de los grados en matemáticas desde 2013.

Todos los temas tratados fueron de mucho interés y se llegó a diferentes conclusiones. Las prácticas curriculares obligatorias, como ocurre en nuestro grado, son útiles y bien valoradas.

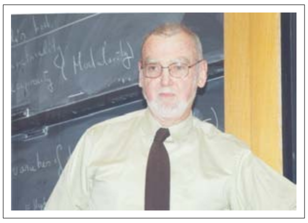
Foto de familia

La formación matemática de los futuros profesores de matemáticas a través del actual máster de profesorado produce bastante preocupación y se estima que se deben mejorar tanto el acceso como el contenido que se les proporciona.

[1] Más información en w3.ual.es/eventos/OMERSMEALMERIA.

Premio Abel 2018 para Robert Langlands

La *Academia Noruega de Ciencia y Letras* ha otorgado el *Premio Abel 2018* a Robert P. Langlands del *Instituto de Estudios Avanzados de Princeton* (Estados Unidos).



Robert P. Langlands (Foto: Dr. Jeff Mozzochi)

El jurado ha reconocido al Dr. Langlands, entre otros méritos, por haber establecido conexiones entre la teoría de representación y la teoría de números. El acto de entrega será el próximo 22 de mayo.

El *Premio Abel* se otorga anualmente desde 2003. En cierto sentido es equivalente al Nobel y todavía no ha sido otorgado a ninguna matemática. Más información en *www.abelprize.no*.

El grupo EDANYA, miembro de Math-In, ganador en NVIDIA 2018

El grupo *EDANYA* de la *Universidad de Málaga*, miembro de la *Red Española Matemática-Industria*, referente internacional en la simulación de tsunamis en tiempo real ha sido el ganador de la nueva edición del prestigioso premio *NVIDIA Global Impact Award*. Se ha convertido en el primer equipo de investigación europeo que lo ha conseguirlo.

Desde que estos galardones se pusieron en marcha en el año 2015, para reconocer a investigadores que utilizan la tecnología NVIDIA en busca de resultados innovadores a problemas sociales y humanitarios, los tres premiados han sido de Estados Unidos.

También ha sido premiada en esta edición un grupo investigador de la *Universidad de Princeton* y han resultado finalistas sendos equipos del *Massachusetts General Hospital* y de la *Universidad de Washington*.

Los investigadores de la *Universidad de Málaga*, cuyo director es Carlos María Parés Madroñal, han sido reconocidos por su trabajo pionero en *Sistemas de Alerta Temprana de Tsunamis*.

Nace el IAMAT (Instituto Andaluz de Matemáticas)

Las universidades de Sevilla y Granada han impulsado la creación del *Instituto Andaluz de Matemáticas* (IAMAT), cuyas sedes iniciales son el *IMUS* y el *IEMath-GR*, con la finalidad de integrar los investigadores en matemáticas de las universidades andaluzas.

La nueva institución tendrá como finalidad el desarrollo de la investigación científica, en sus aspectos fundamental, aplicado e industrial, en el campo de las matemáticas, y la docencia especializada de aspectos básicos e interdisciplinares de las matemáticas.

ISSN 1988-5318

Presentación del libro *Las matemáticas vigilan tu salud*

El pasado mes de febrero los profesores Clara Grima de la *Universidad de Sevilla* y Enrique Borja de la *Universidad de Valencia* presentaron su libro *Las matemáticas vigilan tu salud.*

Acto de presentación del libro

Este acto fue presentado por el doctor en medicina, especialista en pediatría y experto en vacunas Francisco Giménez, que junto a los autores del libro intentaron convencer de una manera amena y rigurosa a los asistentes acerca de la importancia de las vacunas en nuestra sociedad.

La RSME elabora un informe sobre los contratos Ramón y Cajal en matemáticas

En dicho informe la RSME analiza la situación de este tipo de contratos que permiten la incorporación de científicos de alto nivel a nuestro sistema investigador.

El número de contratos Ramón y Cajal no se corresponde ni con el peso real de la comunidad matemática en la ciencia española ni con los indicadores de calidad demostrados por los contratados Ramón y Cajal en matemáticas. Desde la RSME se considera razonable que tras más de una década de implementación del programa, se incluya en la normativa de distribución un factor corrector que tenga en cuenta la tasa de éxito de dicho programa en cada una de las áreas hasta el momento presente [2].

Nueva App Oficial de la UAL

La *Universidad de Almería* responde a la demanda de la comunidad universitaria, y coincidiendo con el 25 aniversario de su creación, lanza una aplicación móvil de gran utilidad. Puede encontrarse con el nombre *Universidad de Almería* tanto en *Google Play* como *App Store.*

La aplicación tiene una parte pública con las noticias de los acontecimientos más relevantes que se desarrollan en el campus, así como un mapa de situación y la posibilidad de ver la oferta de grados y másteres de la *Universidad de Almería.* Además ofrece servicios personalizados para sus estudiantes y trabajadores. También ofrece la posibilidad de geolocalización.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Driss Bennis de la Universidad Mohammed V de Rabat; Roberto Costas Santos, de la Universidad de Alcalá; Zoltán Varga, de la Universidad Szent István en Godollo (Hungría); Lajos Molnar, de la University of Szeged (Hungría); Michel Dubois-Violette, de la Universidad de París-Orsay (Francia).

Preguntas frecuentes

¿Puedo ser un estudiante adecuado para cursar el Grado en Matemáticas?

En primer lugar, debes preguntarte si has disfrutado con el aprendizaje de las matemáticas hasta ahora, piensa si te sientes atraído por aprender cosas nuevas y si esfuerzas tu ingenio cuando se trata de resolver algún problema matemático.

Es bueno tener capacidad de abstracción, un espíritu crítico y de progreso, pero sobre todo, algo que no debe faltarle a un estudiante de matemáticas es la tenacidad. La capacidad de trabajo es algo esencial, ya que un problema no tiene por qué tener un enfoque único y en muchas ocasiones siendo perseverante se encuentran diferentes alternativas y técnicas a la hora de abordarlo.

Todo ello se ve recompensado cuando consigues comprender y encontrar la solución a un problema complejo, es una satisfacción incomparable. Lo cierto, es que hoy en día, poder estudiar y como consecuencia, trabajar en algo que te atrae, te motiva, te entretiene y te aporta múltiples satisfacciones personales no tiene precio.

¿Qué me puede aportar a nivel profesional el Grado en Matemáticas?

En general, el porvenir de un titulado en matemáticas es bastante alentador. La rápida inserción laboral de estos egresados está contrastada en diferentes estudios.

Las salidas profesionales más conocidas de los graduados en matemáticas son la docencia y la investigación, pero existen muchas más con un perfil aplicado orientado a diferentes tipos de empresas y a la administración pública.

Las competencias que adquieren estos titulados son muy valoradas en el mercado laboral, destacando su capacidad de afrontar retos a diario y buscar soluciones ante cualquier tipo de problemas. Es algo para lo que han sido entrenados y conocen herramientas matemáticas y computacionales que pueden resolver situaciones reales

[2] Más información sobre dicho informe en *www.rsme.es/org/ramon-cajal-estudio%20RSME.pdf*.

ISSN 1988-5318

en cualquier ámbito, puesto que en cualquier empresa y organización es necesario el análisis de datos, la optimización de procesos y la solución de problemas complejos.

¿En qué campos de la empresa suele trabajar un matemático?

Las matemáticas están absolutamente por todas partes. Nos encontramos en un entorno lleno de datos y para entender el mundo que nos rodea es necesario comprenderlos y analizarlos para poder tomar decisiones a partir de esta información.

Las matemáticas proporcionan unas herramientas de las que se sirven otros muchos campos. En muchas ocasiones el análisis de estos datos puede suponer una mejora considerable en la actividad de muchas empresas.

Bancos y aseguradoras demandan analistas de riesgos que prevean ganancias y pérdidas a la hora de realizar diferentes operaciones bancarias con clientes, otras empresas estudian las preferencias de potenciales compradores de sus productos haciendo estudios de mercado con objeto de optimizar sus inversiones en campañas publicitarias...

Las matemáticas y la banca/finanzas tienen ya una relación consolidada. También la seguridad informática con la criptografía como herramienta fundamental, la modelización matemática en áreas biomédicas o los procesos de simulación en cualquier ámbito de la ingeniería, arquitectura e industria, son aspectos esenciales que ponen en valor el trabajo de un matemático. Es lo que habitualmente se denomina «matemática para la industria».

En conclusión, son muchas y muy variadas las aplicaciones de las matemáticas, jugando un papel primordial en nuestra sociedad. Es por ello que la demanda de graduados en matemáticas es muy alta.

EXPERIENCIA DOCENTE

En probabilidad... ¿te puedes fiar de tu intuición?

El sorprendente empate de la CUP

Gloria Gómez Montoya
IES Aguadulce (Aguadulce, Almería)

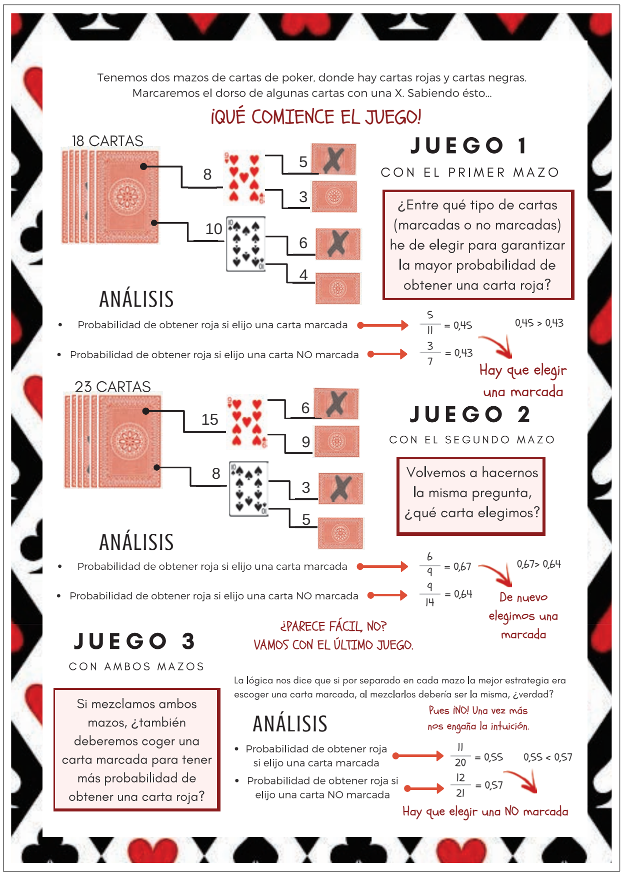
¿Que pensarían si en una votación de doble opción (si/no) de 4 personas se empata? Bien. Es lo más normal. Incluso les puede parecer lo más lógico.

¿Y si hay 30 personas en la votación y empatan? Bien. Todavía nos parece normal. ¿Y si 3030 personas votan y empatan a 1515? La cosa... ya mosquea ¿no? ¿Cómo han podido empatar si eran muchos? Esto nos empieza a sonar a fraude o a un hecho inusual e irrepetible.

No se preocupen. Eso mismo le pareció a medio país cuando, el domingo 27 de diciembre de 2015, en la asamblea de la CUP para decidir si apoyaban la investidura de Artur Mas como presidente de la *Generalitat de Catalunya*, obtuvieron ese resultado en la votación definitiva.

Las «redes ardieron» y los opinadores de los grandes medios pasaban de «votaciones manipuladas» a «esto es imposible» y de «esto es imposible» a «votaciones manipuladas». Pues, ya les adelanto que este resultado es de «lo más normal». Bienvenidos a la probabilidad, donde la intuición nos puede engañar.

Cuando relaté esta anécdota a mis estudiantes de *Estadística II* (optativa de 2.º de Bachillerato donde se desarrolla el currículo típico de probabilidad) tampoco lo tenían claro. Por eso, me pareció interesante proponer al alumnado ciertos supuestos para que confrontase su percepción o intuición con los resultados obtenidos aplicando la teoría. Qué mejor para ello que las llamadas *paradojas probabilísticas* y algunos casos cercanos de gran repercusión mediática como el anterior. Las experiencias podían presentarlas en formato póster o artículo de divulgación.



Trabajo realizado por Ana Suárez Quero y Tatiana Barros Mihovich sobre las paradojas de las cartas marcadas

Se ha trabajado, entre otros, con problemas clásicos como el *problema de Monty Hall*, la *paradoja del cumpleaños*, el *problema de las n cajas* y la *paradoja de las*

ISSN 1988-5318

cartas marcadas.

Volviendo al empate de la CUP. En la asamblea se utilizó un sistema de votación por rondas. En cada votación se elimina la opción menos votada y se continúa con otra ronda hasta que una de las opciones supere el 50 % de los votos.

Las opciones eran 4, para simplificar A, B, C y D. En las dos primeras votaciones se eliminaron la C y D, obteniendo la A 45,17 % y 48,71 % y la B 47,14 % y 49,70 % de los votos en ambas rondas. Como se observa eran las opciones más relevantes y estaban equilibradas.

En la ronda final se decidía entre A y B:

- A: Sí a la investidura y sí al preacuerdo alcanzado: SI.
- B: No a la investidura y seguir negociando una presidencia de consenso: NO.

Dada la repercusión mediática que tuvo, todo aquel que tenía un teclado a mano se sintió en la obligación de dar una explicación y hasta los grandes medios descubrieron que tenían un matemático de cabecera y dedicaron alguna página a esclarecer el contubernio.

Mis estudiantes buscaron entre todo lo publicado y encontraron una serie de explicaciones, no todas acertadas.

Una primera interpretación del problema plantea que todas los posibles resultados de la votación tienen la misma probabilidad de ocurrir, los sucesos son equiprobables, y se puede aplicar *la ley de Laplace*.

Si hay N personas, habrá $N+1$ posibles resultados en la votación y cada resultado R se presenta con una probabilidad de

$$P(R) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{N+1}.$$

En este caso, si E es el suceso correspondiente al empate, $P(E) = \frac{1}{3031} = 0{,}00033 = 3{,}3 \cdot 10^{-4}$.

A partir de este resultado, algunos opinaban que es imposible que ocurra el empate.

A los estudiantes no les convenció esta explicación y les sorprendió que la propusieran personas con más estudios que ellos, incluido algún catedrático. Ya se lo imaginan, esta interpretación estaba mal.

El primer fallo es suponer que los sucesos son equiprobables, pues todos los resultados no se presentan el mismo número de veces. Si suponemos que todos votan NO, ese resultado solo se puede obtener de una manera. Si todos votan NO menos un disidente que vota SI, como todos podrían ser el disidente, hay 3030 maneras de obtener 1 SI y 3029 NO. Si hubiese k disidentes, habría $\binom{3030}{k}$ formas de obtener k SI y $3030-k$ NO. Luego la probabilidad de estos resultados sería distinta.

El segundo fallo es suponer que un suceso poco probable o improbable (del orden de 10^{-4}) es imposible.

Hay sucesos con probabilidades más bajas como que nos toque el premio gordo en la lotería de Navidad (del orden de 10^{-5}) y nadie deja de jugar o que nos caiga un trozo de basura espacial sobre la cabeza (orden de 10^{-11}) y la *Agencia Espacial Europea* les hace seguimiento. Un suceso sólo es imposible cuando su probabilidad es cero.

Evidentemente, plantear la uniformidad de la distribución es un error de bulto.

Una segunda interpretación del problema requiere hacer unos supuestos:

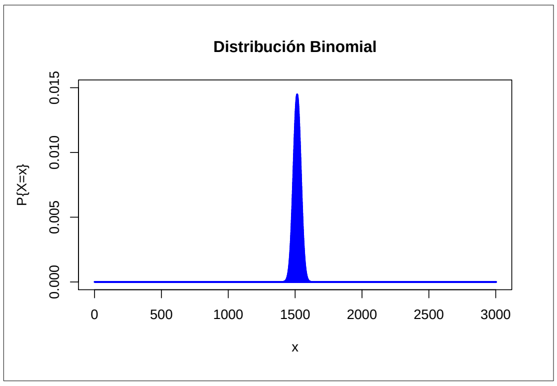
1. Un participante no se deja influir por lo que voten el resto de participantes y elige su voto de forma soberana e independiente.
2. Un participante tiene la misma probabilidad de votar SI y de votar NO. Es decir $\frac{1}{2}$.

Si consideramos como un éxito votar V (aquí pueden poner SI o NO según su gusto), cada voto emitido constituye un *experimento de Bernoulli* que se repite 3030 veces de forma independiente. El número de éxitos X en la votación de los 3030 participantes seguirá una distribución binomial $X \sim \mathcal{B}\left(3030, \frac{1}{2}\right)$ y la probabilidad de empate será la probabilidad de obtener 1515 éxitos.

$$P(E) = P\{X = 1515\} = \binom{3030}{1515} \left(\frac{1}{2}\right)^{1515} \left(\frac{1}{2}\right)^{1515} = 0{,}01449.$$

Este resultado fue el elegido por los estudiantes como el correcto y es una buena aproximación a la probabilidad del empate.

A algunos les costo un poco más de trabajo comprender que, de todas las opciones, el obtener 1515 éxitos tiene la máxima probabilidad. La siguiente gráfica muestra las probabilidades de la $\mathcal{B}\left(3030, \frac{1}{2}\right)$. Se observa que las probabilidades más altas se concentran en los resultados más equilibrados presentando su valor máximo en $x = 1515$.



Gráfica de la distribución binomial correspondiente a 3030 ensayos y 0,5 de probabilidad de éxito

Efectivamente, el empate no solo es posible sino que es el resultado más probable.

Se podría seguir aproximando la probabilidad del empate utilizando algunos razonamientos más complejos, pero para nuestro objetivo esto era suficiente. Creo que después de realizar los trabajos, a todos les quedó claro que en probabilidad... ¡ojo con la intuición! ■

ISSN 1988-5318

ARTÍCULO INTERNACIONAL

Mathematics Day 2018

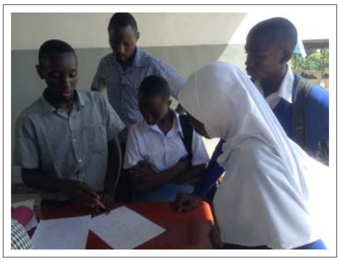
Angelina Bijura
Violet Bijura
Inspire Secondary School (Kibaha, Tanzania)

On March 14th 2018, *Inspire Secondary School* (ISS) in Mikongeni (Kibaha, Tanzania) hosted a special day in celebration of the international day of mathematics. On this day, all members of the school community were involved in some way, particularly the students of ISS.

Make Your Life Inspiring
INSPIRE SECONDARY SCHOOL

The students were divided into groups and held sixteen mini-workshops such as "think like a mathematician", how to develop problem solving skills, applications of mathematics, Fibonacci numbers and, the history and derivation of Pi (together with others).

For many years this particular day was to celebrate Pi, so a competition was held in the school where all students were encouraged to participate. The sole purpose of the competition was to see who could recite the most digits of Pi. The results were astounding as some students even managed to recite as many as 100 digits.



Among the 16 workshops that the students participated in, there were four workshops that attracted many students. There were as follows: Mental mathematics workshop, where students explored ways of working out mathematical answers without a pen/pencil and paper. Questions in simple percentages, fractions of quantities, multiplying/dividing by ten, hundred, thousands etc, were particularly solved. Another group of interest was how to think like a mathematician.

In this workshop students explored the importance of questioning everything and thinking through things clearly before reaching a conclusion. This is important generally but especially in mathematics as one small error due to a lapse in thinking could cause you to get an incorrect answer.

The workshop on how to develop problem-solving skills also attracted much audience. A small group of students from this workshop demonstrated how to attempt mathematical problems, successfully especially word problems.

Students reminded each other that when solving mathematical problems, they should make sure that they leave answers that make sense. It was in this workshop that ways in which we can apply our mathematic knowledge to solve real life problems were explored. Furthermore, students tend to find problem solving in mathematics, an interesting activity so this workshop was particularly fun and successful.

The workshop on the history and derivation of Pi amazed many due to the fact that, regardless of the size of the circular object, the ratio of the circumference to the diameter of the object approaches 3,14 (Pi). Circular biscuits were also used to derive Pi and then eaten, the idea that made many to try out the measurements and ratio calculations.

This event was especially memorable as we were visited by students from two neighbouring primary schools, who joined us to participate in the workshops held by the ISS students and to see how important mathematics is to all of us. In addition to this, the district educational officer (DEO) also joined us as the guest of honour to witness and partake in our event.

Following the workshops, an assembly was held, including all students, staff, visitors and even a few parents. In this assembly the teachers of the school were given a chance to talk to the primary and secondary school students about the profound importance of mathematics in our lives and furthermore just the necessity of being hard

ISSN 1988-5318

working individuals.

Prizes were awarded to the students whom were able to recite many Pi digits, and overall it was simply an opportunity to celebrate learning and each other's success. The fact that last year the school posted the names of those who recited more than 40 digits to the world Pi ranking list (the only Tanzanians currently on the list), motivated many students to try out the activity this year. We were so pleased to have been joined by so many wonderful individuals and it is largely due to them that the day was such a great one.

It is within the schools vision that next year and the years to come we will be able to make mathematics day an even larger event in Kibaha. The main goal of the school is to inspire young people to become the best versions of themselves and we feel that hosting such events truly helps us to reach this goal. We are honoured to be able to teach, guide, and inspire such wonderful and capable children. ■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Creating an export company

Virginio García Simón
IES Sabinar (Roquetas de Mar, Almería)

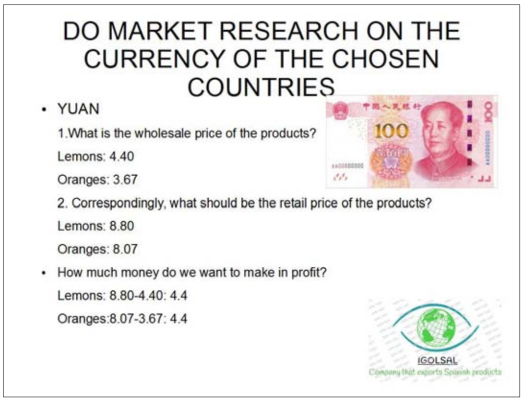
Creating an export company is a Project that works on the Decimal Numbers Unit, for 1º ESO level. Using the exchange rates for different currencies and concepts like wholesaling and sales accounting, we will formulate operations with decimal numbers and the way of interpretation. Furthermore, the project will create a range of ways to start and implement values education in different contexts such as understanding the wealth of other countries, which products are basic needs and family purchasing power.

Using cooperative work methods, students will begin the project working in groups of three and reading the project outline (the different tasks), and the evaluation rubrics as well as the co-evaluation of the fellow team members outputs.

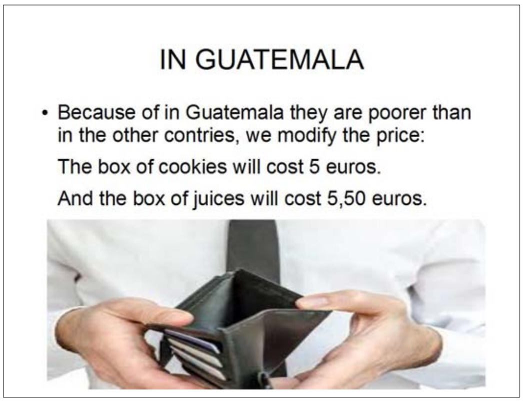
The second session will focus on designing the company logo (name) and choosing the four different countries to export to. They will need to investigate about the countries (population, currency, average salaries, exchange rate,...) and using this information undertaken the market research (Task three).

They will have to choose the products to export after discussion differentiating those which of them are basics and those which are luxury products.

After finding out the wholesale price of the products and knowing the salaries of every country, they will have to decide about how much money they want to earn and establish what will be the best selling price. Therefore, they will be aware that exporting products does not always bring economic profit.



Next Task is to translate into the currency of each country all the "market research" that they have done in Euros, using the exchange rate and working into the decimal operations. Finally the team will be required to answer some questions concerning what they have learnt and prepare the exposition.



This project approach achieves not only math goals but also stimulates through the working, many other personal capacities. After many years of experience working with this project concept, I firmly feel that using these kind of ideas not only aids teachers to work in the bilingual section, but also presents working mathematics in an entertaining and applied way. ■

 ISSN 1988-5318

Concurso de problemas

Problema propuesto

Todos los sábados, a primera hora, se pone en marcha la peña ciclista «frenos de aire», formada por 40 deportistas. Al cabo de dos horas suelen parar en el cortijo de Sebastián, un amable agricultor, entusiasta de la aritmética, que les ofrece una naranja a cada uno.

Claro que no siempre acuden los 40. De hecho, todo lo que sabe Sebastián es que no pueden superar este número.

Antes de la llegada de los ciclistas Sebastián distribuye 40 naranjas (aunque después le sobren algunas) en 6 cestos tapados (de modo que no son visibles las naranjas contenidas en cada uno). Una vez que conoce el número exacto de visitantes les indica los cestos que tienen que retirar. Jamás se equivoca, el número total de naranjas en los cestos señalados coincide con el número de ciclistas.

¿Puedes explicar de algún modo razonable la habilidad aritmética de Sebastián?

En otras palabras, ¿podrías encontrar un modo de distribuir las naranjas en los 6 cestos que funcione en el sentido indicado?

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** una estupenda ***cámara digital deportiva tipo Go*** y un regalo relacionado con las matemáticas.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico `bmatema@ual.es` ***antes del 14 de octubre***.

Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

En esta edición del concurso de problemas, las soluciones recibidas no han sido del todo correctas y el jurado ha decidido otorgar dos accésits en lugar de premios a los estudiantes Juan Francisco González Hernández del *IES Sol de Portocarrero* (Almería) y David López Martínez del *IES Aguadulce*.

Problema propuesto en el número anterior

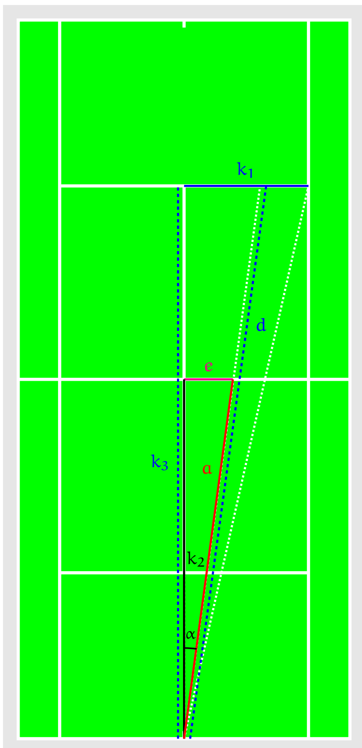
Un jugador de tenis está probando un saque horizontal (es decir, con ángulo de salida de 90 grados) y plano (o sea, sin imprimir ningún efecto a la bola) desde una posición de saque centrada.

Teniendo en cuenta las medidas de una pista de tenis, la situación de la red y que la mayor altura a la que el jugador puede realizar el saque es de 2,5 metros, ¿cuál es la velocidad máxima de un saque de este tipo y a qué altura ha de realizarse?

Solución del problema propuesto:

Para resolver el problema dibujaremos tanto la pista de juego como la red y denotaremos las longitudes necesarias que van a intervenir en la solución.

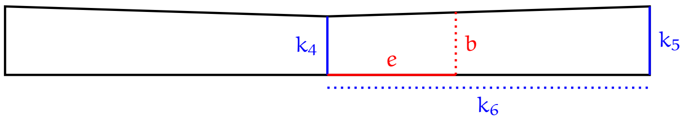
En esta primera figura representamos el campo de juego.



En esta segunda figura representamos la red, que tiene

ISSN 1988-5318

una longitud inferior al campo de juego —cae en la zona de extensión para los partidos de dobles—. Hemos de resaltar que la red no tiene la misma altura en toda su extensión y que cuando se juega un partido de dobles, la red se extiende fuera de campo pero no varía su altura.



Consideremos h la altura a la que se realiza el saque, v_0 la velocidad con la que se realiza el saque y g la aceleración de la gravedad.

Todas las referencias a la altura de la bola se refieren a la altura del punto más cercano de la bola al suelo y no a la altura del centro de la bola. De esta forma se simplifican los cálculos y no es necesario tener en cuenta el radio de la bola.

Se trata de un saque horizontal, el cual podemos descomponer en dos movimientos:

- Movimiento uniforme en el eje X (dirección en la que se desplaza la bola).
- Movimiento uniformemente acelerado en el eje Y (altura de la bola).

Veamos los datos relativos a los dos ejes:

- Movimiento en el eje X:

$$\begin{aligned} a_x &= 0 \text{ (sin aceleración)}, \\ v_x &= v_0, \\ x &= v_0 t. \end{aligned}$$

- Movimiento en el eje Y:

$$\begin{aligned} a_y &= -g \quad \textit{(aceleración de la gravedad)}, \\ v_y &= -gt, \\ y &= h - \frac{gt^2}{2}. \end{aligned}$$

Si eliminamos el tiempo t en las ecuaciones anteriores obtenemos

$$y = h - \frac{g}{2v_0^2}x^2.$$

Si c es el punto donde la pelota toca el suelo, entonces $(c, 0)$ verifica la ecuación anterior, con lo que podemos despejar h y v_0 obteniendo

$$\begin{aligned} h &= \frac{g}{2v_0^2}c^2, \\ v_0^2 &= \frac{g}{2h}c^2. \end{aligned}$$

Fijemos el ángulo α como se indica en la figura. Buscamos ahora cuánto tiene que valer h para obtener la máxima v_0 posible para ese ángulo α.

Si fijamos h, como $v_0^2 = \frac{g}{2h}c^2$, entonces está claro que la v_0 máxima se obtendrá con el máximo valor de c, que se obtiene cuando $c = d$ (ver figura), ya que es el máximo valor posible para ese ángulo de forma que el saque sea válido.

Por otro lado, cuando $c = d$, de nuevo por $v_0^2 = \frac{g}{2h}d^2$, tenemos que la velocidad máxima se obtiene para el menor valor de h posible.

Ese menor valor de h posible es el valor de h que hace que la bola pase por encima de la red, con lo que el punto (a, b) estará en la trayectoria de la bola, y por tanto

$$b = h - \frac{g}{2v_0^2}a^2.$$

Como el punto $(d, 0)$ también pertenece a la trayectoria, se tiene que

$$h = \frac{g}{2v_0^2}d^2.$$

De las dos ecuaciones anteriores podemos obtener la siguiente expresión de h:

$$h = \frac{bd^2}{d^2 - a^2},$$

que será la altura a la que hay que realizar el saque para obtener el v_0 máximo para el ángulo α.

Como $v_0^2 = \frac{g}{2h}d^2$, sustituyendo h podemos obtener el valor de la velocidad

$$v_0^2 = \frac{g(d^2 - a^2)}{2b}.$$

Teniendo en cuenta que la red no tiene la misma altura en todos los puntos (véase la figura), entonces hay que encontrar un modo de relacionar b y d.

Si nos fijamos en la red, tenemos dos triángulos rectángulos semejantes de catetos k_6, $k_5 - k_4$ por un lado y e, $b - k_4$ por otro, con lo que

$$\frac{b - k_4}{e} = \frac{k_5 - k_4}{k_6},$$

de donde podemos despejar b en función de e, obteniendo

$$b = k_4 + \frac{k_5 - k_4}{k_6}e.$$

Podemos hacer algo análogo con d, obteniendo

$$\frac{k_2}{a} = \frac{k_3}{d},$$

con lo que obtenemos d en función de a:

$$d = \frac{k_3}{k_2}a.$$

Por otro lado, a es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, con lo que por el *teorema de Pitágoras* $a^2 = e^2 + k_2^2$, lo que nos permite expresar también d en función de e, obteniendo

$$d^2 - a^2 = \frac{k_3^2 - k_2^2}{k_2^2}\left(e^2 + k_2^2\right).$$

ISSN 1988-5318

Si sustituimos los valores de b y de $d^2 - a^2$ en función de e obtenidos anteriormente, podemos expresar la velocidad inicial en función de e mediante la fórmula

$$\begin{aligned} v_0^2 &= \frac{g(d^2 - a^2)}{2b} \\ &= \frac{g}{2} \frac{\frac{k_3^2 - k_2^2}{k_2^2}(e^2 + k_2^2)}{k_4 + \frac{k_5 - k_4}{k_6} e}. \end{aligned}$$

Podemos entonces considerar que v_0 es una función de e, con lo que para obtener su máximo calculamos su derivada e igualamos a 0, obteniendo la ecuación

$$\frac{2(k_3^2 - k_2^2)}{k_2^2} e \left(k_4 + \frac{k_5 - k_4}{k_6} e\right) - \frac{k_3^2 - k_2^2}{k_2^2}\left(e^2 + k_2^2\right) \frac{k_5 - k_4}{k_6} = 0$$

que, simplificando, nos da la ecuación de segundo grado

$$\frac{k_5 - k_4}{k_6} e^2 + 2k_4 e - \frac{k_5 - k_4}{k_6} k_2^2 = 0,$$

cuyas soluciones son

$$e = \frac{-2k_4 \pm \sqrt{4k_4^2 + 4\left(\frac{k_5 - k_4}{k_6}\right)^2 k_2^2}}{2\frac{k_5 - k_4}{k_6}}.$$

Si usamos los valores de las medidas de la pista de tenis y la red:

$$\begin{aligned} k_1 &= 4{,}115, \\ k_2 &= 11{,}89\,\mathrm{m}, \\ k_3 &= 11{,}89 + 6{,}4 = 18{,}29\,\mathrm{m}, \\ k_4 &= 0{,}914\,\mathrm{m}, \\ k_5 &= 1{,}07\,\mathrm{m}, \\ k_6 &= k_1 + 0{,}914 = 5{,}029\,\mathrm{m}, \end{aligned}$$

obtenemos los valores $e_1 = -6{,}44$ m y $e_2 = 11{,}47$ m.

Como los valores posibles de e para los que el saque es válido son mayor o igual que 0 y menor que e_2, y como para valores muy grandes de e, v_0^2 es positivo, y por lo tanto, en e_1 la función tiene un máximo y en e_2 un mínimo, deducimos que en nuestro rango de e la función es decreciente y por tanto, la v_0 máxima se obtiene cuando $e = 0$.

En el caso $e = 0$, tenemos que

$$\begin{aligned} d &= k_3, \\ a &= k_2, \\ b &= k_4, \end{aligned}$$

con lo que sustituyendo en

$$v_0^2 = \frac{g(d^2 - a^2)}{2b}$$

obtenemos $v_0 = 32,18$ m/s, que es la velocidad máxima a la que se puede realizar el saque, y sustituyendo en la ecuación

$$h = \frac{g}{2v_0^2} d^2$$

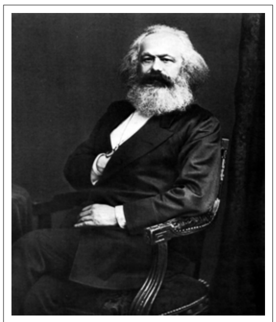
obtenemos $h = 1{,}58$ m, que es la altura a la que hay que sacar para obtener la velocidad máxima.

Como nota final, hemos de mencionar que si la red tuviera la misma altura en toda su extensión los cálculos se simplificarían bastante.

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Marx y las matemáticas

Enrique de Amo Artero
Universidad de Almería



Karl Marx en 1875

Si bien la Historia pone a cada personaje en su sitio, nunca sabemos cuán definitiva será esa ubicación. A Karl Marx parecía habérsele situado en el terreno del debate político hasta justo antes de que Fukuyama (Chicago, 1952) decretase el «Final de la Historia» [1] con la caída del Muro de Berlín y el fin de la confrontación de los dos bloques hegemónicos.

Marx también tuvo protagonismo como uno de los filósofos estudiados en el Bachillerato; aunque ya ha quedado relegado al economista que fue, como libro de cabecera de la planificación económica soviética durante el siglo XX. Pero poco se sabe, y no por poco publicado sino por su escasa lectura, del Marx cercano a las Matemáticas, muy comprometido con la «lectura dialéctica» del propio rigor matemático y sus resultados.

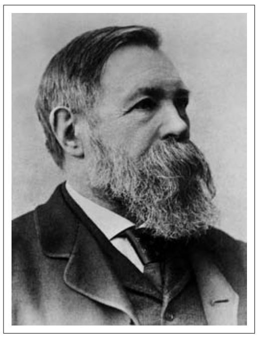
El encuentro con el Marx matemático lo tenemos en sus *Mathematical Manuscripts* [2] y es radical el diagnóstico: Marx no hizo ninguna aportación a las matemáticas; nunca publicó nada original. Nada hizo que hoy pudiéramos echar en falta con la perspectiva de los años. Sin embargo, revisar sus escritos nos aporta elementos que ayudan a situar al personaje en la Historia desde la perspectiva de la persona que se enfrenta con honradez intelectual a cualquier disciplina científica.

El interés de Marx —lejos de aportaciones teóricas ni tan siquiera pretendidas— lo podemos encontrar en su intento de modelización de los fenómenos económicos que, *«hasta entonces —y según su opinión— sólo eran listas de datos de los que podría revelarse un cierto comportamiento [... y que quedaban lejos de la pretensión de ser ajustados a un modelo analítico] que los pudiese justificar»*.

Por otro lado, su aproximación —que lo fue al cálcu-

 ISSN 1988-5318

lo diferencial e integral— se debió a *«lo poco que podía obtener de la aritmética y el álgebra»*. Es al escribir *El Capital* [3] cuando Marx necesita acercarse a las matemáticas *«para perfeccionar [sus] conocimientos»*. Pero si leemos su producción observamos cómo estaba más preocupado del análisis de ejemplos concretos, o en la mejor comprensión de lo ya conocido, que en establecer teorías matemáticas nuevas.



Friedrich Engels

Para Friedrich Engels *«Marx fue un gran matemático»*. Lejos de recomendarle que leyera los trabajos de Weierstrass o de Dedekind —pareciera que a un amigo se le perdonara todo—, Engels decía del trabajo de Marx: *«Escribir $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}$ no entra en el cerebro de los matemáticos. Es claro que $\frac{dy}{dx}$ sólo puede ser la expresión pura de un proceso completado si las cantidades x e y han desaparecido... Y esta es la especial belleza que hay en ello: sólo si $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}$, la operación matemática es absolutamente correcta»* [4].

El acercamiento de Marx a las matemáticas fue a través de los clásicos de la época: Newton, Euler, Taylor, D'Alembert y Lagrange; pero, por ejemplo, Marx no usó la notación factorial introducida por C. Kramp en 1808, diez años antes de su nacimiento, lo cual manifiesta que no estaba en las matemáticas del momento.

Una primera aproximación nos revela su interés por la dialéctica llevado al extremo. Destacaremos tres hechos: el primero es el derecho de lo infinito a ser tratado como ente con personalidad propia, que se es ganada frente a la evidente existencia de lo finito. Y, de ahí, la equivalencia dialéctica de lo infinitamente grande y lo infinitamente pequeño.

El segundo apunte lo encontramos en su interés por tratar diferenciadamente los dos elementos de una igualdad: la parte de la derecha y la de la izquierda no son la misma cosa sino después de un proceso dialéctico, de donde podríamos decir que no es lo mismo escribir $a = b$ o $b = a$, sino después de completado un proceso de discernimiento (véase [2, pg. 111]). Por tanto, cualquier aportación de Marx siempre estará, si acaso, en el ámbito de la filosofía de las matemáticas.

Un tercer y último apunte lo podemos señalar en el interés que muestra Marx por distinguir entre el «valor del límite» y el «paso al límite», algo que no es de relevancia alguna para nuestro conocimiento práctico actual.

Sin embargo, sí que hay elementos a valorar de la forma dialéctica en la que Marx realiza su trabajo: el método en el que establece la relación entre los procesos finitos en el *teorema del binomio* (de Newton) y los procesos infinitos en el *teorema de Taylor*, a través de la expresión polinomial en las sucesivas potencias de h, es exponente de una inteligencia que busca en las matemáticas la herramienta que justifica su forma rigurosa de aproximación al conocimiento.

Primera edición de El capital

En este contexto es muy revelador el hecho de que la relación entre el *teorema del binomio* y el *teorema de Taylor* arroje luz sobre la necesidad de que los coeficientes binomiales que acompañan a las potencias de h a partir de un momento en adelante sean nulos; es decir, que la extensión de los coeficientes binomiales $\binom{N}{M}$ para valores cualesquiera de $N \in \mathbb{R}$ y $M > N$ era manejada por Marx sin ningún problema.

En este sentido, a Marx se le puede encontrar entre los usuarios del Teorema del binomio en aquel siglo XIX, donde el cálculo diferencial e integral permitía viajar, con billete de ida y vuelta, del desarrollo de $\frac{1}{1+h} = 1 - h + h^2 - h^3 + \cdots$ al del logaritmo $\log(1 + h) = h - \frac{1}{2}h^2 + \frac{1}{3}h^3 - \cdots$, sin más que hacer $t = -1$ en el desarrollo del binomio $(1 + h)^t = 1 + \binom{t}{1}h + \binom{t}{2}h^2 + \binom{t}{3}h^3 + \cdots$.

Sin duda, se trata de una de tantas formas de ver las matemáticas que no es moneda corriente hoy en nuestros títulos. ¡Ojalá que pudiésemos acumular todo el bagaje de la Historia!

Referencias

[1] Francis Fukuyama. *El final de la historia y el último hombre*. Ed. Planeta (1992)

[2] Karl Marx. *Mathematical Manuscripts*. New Park Publications Ltd. (1983)

[3] Karl Marx. *El Capital*. (1867) Hamburgo.

[4] Carta de F. Engels a K. Marx de 10 de agosto de 1881.

■

ISSN 1988-5318

CULTURA Y MATEMÁTICAS

El arco catenario en la obra de Gaudí

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Antoni Gaudí

Probablemente si preguntamos por Gaudí a una persona elegida al azar en la calle, inmediatamente asociará este nombre a la *Sagrada Familia*, el *Parque Güell*, la *Pedrera* o la *Casa Batlló*. En el imaginario colectivo de nuestro país, Antoni Gaudí es un personaje tremendamente popular por lo extraordinario de su obra, que sigue maravillando a todo el que tiene la oportunidad de visitar los edificios que diseñó.

Antoni Gaudí i Cornet (1852-1926) nació en Reus (Tarragona) donde cursó los primeros años del Bachillerato, para trasladarse a Barcelona donde acaba los estudios en la especialidad de ciencias. Posteriormente estudia Arquitectura, finalizando la carrera en 1878.

Gaudí fue un estudiante especial, más asiduo a las bibliotecas que a las aulas, lo que le supuso alguna dificultad para superar los exámenes de las asignaturas. Además, alternó su formación académica con trabajos en estudios y talleres, lo que hizo que su formación práctica fuera muy superior a lo habitual.

La relación de Gaudí con las matemáticas digamos que fue «complicada». Por un lado, despreciaba la formación matemática abstracta pues consideraba que dichos modelos cercenaban su creatividad. Sin embargo, esa formación académica fue su gran soporte para experimentar, partiendo de la observación de la realidad. Gaudí se inspiró en la naturaleza buscando soluciones óptimas para crear su obra.

Resumir, aunque sea de forma somera, los elementos matemáticos que Gaudí empleó en sus construcciones es una tarea imposible en una reseña de esta dimensión. Por ello, nos vamos a centrar en el uso que hizo de una figura en algunos de sus edificios: el *arco catenario*.

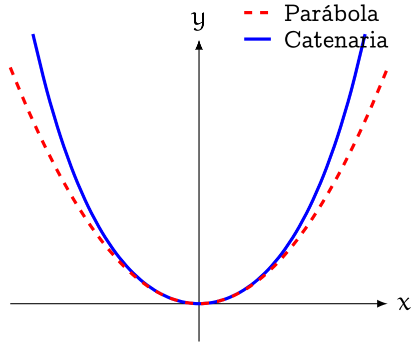
La *catenaria* es la forma que adopta una cuerda sujeta por los extremos que se comba por su propio peso. Desde antiguo siempre intrigó a los matemáticos dicha forma. Galileo propuso en 1638 que se trataba de una parábola, sin embargo, rápidamente se demostró que no era así.

Jacques Bernouilli propone el desafío de encontrar la solución de este problema en 1690, recibiendo al año siguiente soluciones de su hermano Johann, de Leibnitz y de Huygens.

La ecuación de una *catenaria* puede obtenerse utilizando el cálculo diferencial y viene dada por un coseno hiperbólico, es decir, una catenaria que tiene su mínimo en el punto $(0, t)$ y viene dada por

$$y = t\cosh\left(\frac{x}{t}\right) = \frac{t}{2}\left(e^{x/t} + e^{-x/t}\right).$$

La *catenaria* tiene bastante similitud con la parábola, sobre todo en la parte central, lo que hizo que inicialmente se supusiera que la parábola era la figura que se buscaba en el problema de la cuerda suspendida bajo su propio peso.



Si a la *catenaria* le «damos la vuelta» tenemos un *arco catenario*, figura ideal para construir arcos puesto que se soporta por sí mismo y cuanto mayor es su altura menor es el empuje horizontal en el arranque y en la clave del arco. Es decir, que cuanto más altos son, menos empujes laterales tiene y por lo tanto no necesita de ningún elemento adicional que lo sostenga.

A pesar de esta propiedad tan interesante, los *arcos catenarios* han sido muy poco utilizados en la arquitectura occidental hasta el siglo XIX, prefiriéndose otros tipos de arcos (medio punto, ojivales, etc) que han necesitado soluciones adicionales para mantener el equilibrio de la estructura, como muros de carga más gruesos, tal y como ocurre en la construcciones del periodo Románico, o los arbotantes, muy habituales en las construcciones góticas.

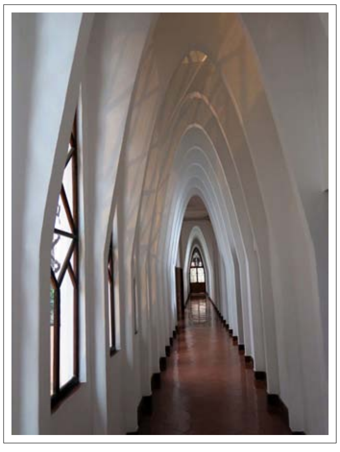
El palacio de Tesifonte en 1932

Sin embargo, en la arquitectura oriental, sí es algo más habitual ver construcciones con *arcos catenarios*. El palacio de Tesifonte, sito cerca de Bagdad, que fue sede de los

 ISSN 1988-5318

imperios parto (170-226 d. C.) y persa (226-650 d. C.) posee un espectacular *arco catenario* de enormes proporciones, construido con ladrillo y que ha mostrado su enorme robustez y perdurabilidad.

En este momento ponemos nuestra atención en Gaudí, al que se le atribuye la frase *«...la catenaria da elegancia y espiritualidad al arco, elegancia y espiritualidad a la construcción entera, [...] evita contrafuertes, el edificio pesa menos, gana una gracia vaporosa y se aguanta sin raros accesorios ortopédicos»*.



Colegio de las Teresianas

Este motivo y la facilidad de llevar a la práctica la construcción de este arco hace que aparezca en muchas de sus obras. Así podemos ver *arcos catenarios* en la *Sagrada Familia*, en el *Colegio de las Teresianas* o en la buhardilla de la *Pedrera*.

El procedimiento de construcción de un arco de este tipo es bastante sencillo. Basta con fijar la luz del arco, colocar dos clavos en la parte alta y suspender una cadena hasta que el punto más bajo coincida con la flecha del arco; se dibuja la forma utilizando la cadena como guía y los carpinteros construyen la cercha, que posteriormente se invierte y se sitúa en su sitio.

Buhardilla de la Pedrera

Gaudí utilizó para sus diseños modelos estereofuniculares, maquetas a escala en las que se simulaban los arcos con hilos y pesos suspendidos para simular las cargas. Estos modelos pude verlos en una visita a la *Sagrada Familia* hace unos años y son realmente espectaculares. El ingenio de Gaudí no tenía límites.

Hoy en día podemos admirar otras grandes obras basadas en *arcos catenarios*. El *Gateway Arch* de San Luis (EE. UU.), obra del arquitecto norteamericano de origen finlandés Eero Saarinen, es un monumento en recuerdo a los pioneros de la conquista del Oeste americano.

Tiene 192 metros de altura —la misma distancia que hay entre la separación de los dos puntos de arranque— y su perfil es un triángulo equilátero cuya superficie disminuye a medida que se asciende.

Gateway Arch (San Luis, Missouri, EE. UU.)

Como curiosidad final, el arquitecto cordobés Rafael de la Hoz diseñó en los años 50 el proyecto denominado *Viviendas Ultrabaratas de Palma del Río*, basando la estructura de las mismas en *arcos catenarios*, y que aplicó en las viviendas del Grupo Francisco Solano de Montilla.

Viviendas ultrabaratas de Palma del Río

La viviendas ocupaban una superficie muy reducida (unos 20 m^2), los materiales de construcción eran muy baratos y la infraestructura de construcción, mínima.

Según el arquitecto [3], optimizaban la temperatura interior en el caluroso verano cordobés. Este proyecto, diseñado para una época de gran escasez en la posguerra española, no tuvo continuidad.

Referencias

[1] Alsina Catala, C. y Gómez Serrano, J. *Gaudí, geométricamente*. La Gaceta de la RSME, Vol 5.3, pp. 523-558, 2002.

[2] Giralt-Miracle, D. (director) *Gaudí. La búsqueda de la forma*. Museu d'Història de la Ciutat Saló del Tinell, Barcelona, 2002.

[3] Rabasco, P. *El sistema Ctsiphonte. Evolución de la estructura catenaria*. Informes de la Construcción. Vol. 63, pp. 41-52, 2011.

■

ISSN 1988-5318

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Aplicaciones matemáticas para el sector pesquero

Helena Palenzuela Rodríguez
CDTIME (Universidad de Almería)

Ana Belén Castaño Fernández
Universidad de Almería

El sector pesquero mundial está en alza y por ello necesita de aplicaciones para poder controlar la pesca marítima y continental. La pesca, junto con la acuicultura, son una fuente de ingresos para unos 820 millones de trabajadores de todo el mundo, mediante su recolección, procesamiento, comercialización y distribución.

El equipo trabajando

Una de las mayores amenazas para la sostenibilidad de los recursos pesqueros mundiales es la pesca ilegal, no declarada y no reglamentada, más conocida por las siglas en inglés IUU (Illegal, Unreported and Unregulated). En ésta nos vamos a centrar, ya que es el 19 % de la pesca mundial actual, lo que supone 10 billones de euros al año en pérdidas para nuestros pesqueros legales.

Muchos países han incorporado a su legislación reglamentos, como Europa desde el año 2010, con elementos específicos de control de pesquerías, llamadas medidas de ordenación, además de medidas de sanción para intentar evitar este tipo de prácticas. Ejemplos de ello son actualizar y comprobar la lista IUU (donde aparecen busques que son susceptibles de practicar este tipo de pesca ilegal), el país de procedencia donde el pescado es comprado, las once áreas continentales donde está regulada la pesca, etc.

Por lo tanto, el mayorista que quiere comprar pescado tiene siempre que echar mano a legislaciones, normativas, listas, zonas restringidas, entre otros aspectos, lo cual no facilita su misión, que es hacer una compra legal, y de ahí que no pueda estar seguro de su proveniencia.

Todavía no existe ninguna herramienta que permita al mayorista conocer el riesgo de la compra que está realizando y que ayude al mayorista o a la Administración Pública a llevar un mayor control de empresas y buques y así ser más eficaces a la hora de sancionar.

En este punto, entran en juego las matemáticas, diseñando un algoritmo que permite al mayorista no sólo conocer el riesgo de que su compra proceda de una pesca IUU sino también observar ciertas alarmas que pueden indicar riesgo.

El algoritmo consta de una entrada de datos que el mayorista tiene en el albarán de compra y como salida proporciona el riesgo de compra procedente de pesca IUU en tanto por ciento. Dicho algoritmo procesa la información haciendo uso de bases de datos públicas, unificándolas, y de otras variables extra como pueden ser: el sello de calidad MSC del que disponen algunas pesquerías, o si las especies recogidas se pueden pescar en esa época del año.

Con todos estos datos tendríamos los ingredientes suficientes para calcular el riesgo. Todos los parámetros utilizados están regulados en la legislación de cada país, de manera que podemos saber si, por ejemplo, el atún está permitido pescarlo o no en la costa mediterránea en marzo.

Pero, ¿cómo se calcula ese riesgo? El algoritmo emplea árboles de clasificación siguiendo la tecnología utilizada en los correos SPAM. Para ello, se introducen diferentes pesos a cada uno de los parámetros que pueden ser positivos al aumentarse el riesgo (como la pertenencia de un buque a la lista IUU) y negativos para aquellas variables que minimicen el riesgo (como que una pesquería posea sellos de calidad).

El objetivo final del algoritmo es su implementación en Android para usar como APP en el móvil. Una interfaz sencilla que puede ser utilizada tanto por la Administración como por el mayorista.

El equipo Zeus Faber, procedente de la Universidad de Almería, recogiendo su Segundo premio en el evento Fishackthon 2018

Por otro lado, no solo se ha pensado en el mayorista y en la Administración, sino que también se ha tenido en cuenta al consumidor, aquel que va al supermercado a

 ISSN 1988-5318

comprar y no tiene la certeza de que el pescado que está comprando ha sido obtenido bajo procedimientos legales.

Por ello, como proyección de futuro, se espera que este algoritmo ayude a crear un sello de calidad propio, denominado FAQ (Fishing Activities Quality) de manera que se pueda garantizar a cualquier consumidor que el pescado que está comprando no ha sido capturado de forma ilegal, sino que proviene de una pesca sostenible y no IUU.

Con este algoritmo, el grupo «Zeus Faber» formado por los miembros de la Universidad de Almería, Ana Belén Castaño Fernández (del grupo de investigación *Teoría de Aproximación y Polinomios Ortogonales*, TAPO), Helena Palenzuela Rodríguez (del centro de investigación matemática *CDTIME*) y Gustavo Rosell Romo, estudiante de un máster en Bioinformática, quedó en segunda posición en el evento internacional Fishackathon 2018 celebrado en el campus de Puerto Real de la *Universidad de Cádiz* los pasados 10 y 11 de febrero.

Se trata de una competición a nivel internacional que se ha desarrollado en 52 ciudades de todo el mundo donde los participantes, en diferentes equipos, debieron encontrar soluciones a distintos retos relacionados con la sostenibilidad, el cumplimiento de normativas vigentes y el mercado. De esta manera, se podrán encontrar medidas para proteger los océanos y la vida marina. ■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

De Jornadas, Congresos, Mujeres y Matemáticas

Teresa E. Pérez
Universidad de Granada, IEMath-GR

Cartel anunciador

El pasado mes de mayo de 2017, coincidiendo con un programa de ayudas para financiar actividades del plan propio de la *Universidad de Granada*, se nos ocurrió presentar una propuesta para realizar unas *Jornadas de Divulgación de la Matemática*. Nos pusimos de acuerdo la delegada de la RSME en Granada y la comisión de relaciones externas del *Instituto de Matemáticas* (IEMath-GR).

Cuando pensábamos la propuesta y decidíamos las actividades a realizar, nos dimos cuenta de que estábamos pensando todo el tiempo en personas que se dedican a la Matemática tanto de forma científica como de divulgación, pero todas eran mujeres. Así, el perfil de las jornadas cambió a *Jornadas sobre la Mujer en la Ciencia*, y las hicimos coincidir (aproximadamente) con el *Día de la Mujer y la Niña en la Ciencia*, que se celebró el 11 de febrero.

De este modo, nuestras Jornadas duraron dos días, y en los papeles principales todo fueron mujeres: mujeres científicas, mujeres divulgadoras y mujeres con cargos académicos. En particular, coinciden en el tiempo que tengamos una mujer como rectora, Pilar Aranda, y una mujer como decana de la Facultad de Ciencias, María del Carmen Carrión, quienes participaron de forma muy activa en las jornadas formando parte de la mesa de inauguración y de la mesa redonda.

Tuvimos la ocasión de invitar a cuatro científicas de la *Universidad de Sevilla*, quienes realizan charlas de divulgación teatralizadas para alumnos de Primaria y Secundaria (nos visitaron más de 500 escolares de Granada y provincia), y participaron mujeres matemáticas muy conocidas: Clara Grima y Marta Macho, grandes divulgadoras de la matemática, Mercedes Siles Molina, vicepresidenta primera de la RSME, entre otras muchas mujeres.

Podemos decir que las jornadas fueron todo un éxito… Pero ¿lo fueron realmente?

Mesa redonda

Ahora toca reflexionar. La mayor parte de la comunidad universitaria granadina nos dejó hacer, y fueron muchas las personas que participaron, pero también tuvimos críticas, directas e indirectas. Las principales fueron si de verdad son necesarias estas jornadas, si es necesario hacer jornadas sólo con mujeres, si van dirigidas sólo a mujeres, y la principal, ¿dónde quedan los hombres? ¿están excluidos? ¿deben participar?

En la mesa de inauguración de las Jornadas, la delegada de la RSME en Granada, Magdalena Rodríguez hizo una reflexión muy acertada. Si las mismas jornadas se hubiesen organizado por hombres, y todos los conferenciantes hubiesen sido hombres, a poca gente le hubiese llamado la atención. Podemos darle la vuelta a las críticas: ¿jornadas dirigidas sólo a hombres? ¿dónde estaban las mujeres? ¿estaban excluidas? ¿deben participar?

 ISSN 1988-5318

Parece que el ejemplo anterior está fuera de lugar, que ya no hay congresos y/o jornadas y/o workshops en los que los conferenciantes plenarios sean sólo hombres, o en los que los comités científicos y/o organizadores no haya paridad. Pero, abramos los ojos y miremos a nuestro alrededor. No hay que buscar mucho, estamos rodeados de eventos científicos en los que los puestos más relevantes (las conferencias plenarias) están reservados sólo a hombres. ¿Estamos excluidas? ¿debemos participar?

Foto de familia

Se suele decir que se buscan conferenciantes plenarios por méritos científicos, y entonces se proponen sólo nombres de hombres. De verdad ¿no hay mujeres con suficiente calidad científica?, ¿o no se piensa en ellas por inercia? Y hay otro razonamiento muy común: y si una mujer no tiene suficiente calidad ¿hay que ponerla porque sea mujer? Y le podemos dar la vuelta también: y si un hombre no tiene suficiente calidad científica ¿hay que ponerlo por ser hombre?

¿Por qué damos por supuesto que las mujeres no aparecen porque no tienen suficiente calidad científica? ¿Estamos diciendo que ninguna mujer tiene la suficiente calidad científica como para ser conferenciante plenaria?

Mal ejemplo estamos dando a las nuevas generaciones de estudiantes de grado, máster y doctorado si aún quedan muchos eventos científicos en los que no hay ninguna mujer (¡ninguna!) como conferenciante plenaria. Les estamos diciendo que sí, que estudien, pero que si son mujeres allí no van a estar, que los puestos más importantes están reservados a los hombres.

¿Piensan que es una exageración? Pónganse las gafas de la paridad, y se darán cuenta de la cantidad de congresos y/o workshops en los que sólo hay hombres como conferenciantes plenarios. Yo me las puse hace un mes, y ya tengo localizados cuatro congresos que se van a realizar este año en nuestro país en los que no hay ni una sola mujer entre los conferenciantes plenarios. Y no he tenido que rebuscar mucho. ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Falacias

José Antonio Rodríguez Lallena
Universidad de Almería

En este artículo se utiliza el término *falacia* en el sentido de «argumentación incorrecta». A veces, las falacias matemáticas se utilizan para gastar una broma «demostrando» algo que es patentemente falso. Un ejemplo sencillo de falacia de este tipo es el siguiente:

> Si $x = 1$, multiplicando por x en esta igualdad se obtiene que $x^2 = x$. Y restando 1 en los dos miembros se llega a que $x^2 - 1 = x - 1$. Como $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$, dividiendo en la última igualdad por $x - 1$ se llega a que $x + 1 = 1$, de donde se deduce que $x = 0$. En resumen, se ha «demostrado» que $x = 1 \Rightarrow x = 0$.

A veces la falacia concluye en algo cierto, lo que la hace aún más divertida, como sucede en el siguiente «razonamiento»:

$$\frac{2666}{6665} = \frac{266\cancel{6}}{\cancel{6}665} = \frac{266}{665} = \frac{26\cancel{6}}{\cancel{6}65} = \frac{26}{65} = \frac{2\cancel{6}}{\cancel{6}5} = \frac{2}{5}.$$

Aquí las tres «simplificaciones» que se han hecho son errores catastróficos. Sin embargo, es completamente cierto que

$$\frac{2666}{6665} = \frac{266}{665} = \frac{26}{65} = \frac{2}{5}.$$

Las falacias también se pueden emplear en la docencia para ilustrar la importancia del rigor en los razonamientos matemáticos. En particular, pueden convertirse en un ejercicio en el que se invita al estudiante a encontrar el error de una determinada argumentación.

En el primer ejemplo, el error que el estudiante debería encontrar es que se ha dividido por 0. Como la hipótesis inicial es $x = 1$, no se puede dividir por $x - 1$, que es cero. Como argumento alternativo, se puede añadir que no es cierto que tener un euro en el bolsillo sea lo mismo que tener mil, aunque la igualdad $1 \times 0 = 1000 \times 0$ sea verdadera.

El segundo ejemplo no tiene esa utilidad pedagógica, puesto que cualquier estudiante debe saber cómo se simplifican fracciones.

Donde más falacias encuentran los profesores es en los exámenes. Pero ni siquiera los profesores están libres de ellas, pues algunas veces también se hallan falacias en artículos publicados en prestigiosas revistas científicas. Sin llegar tan lejos, recientemente encontré en Internet el siguiente ejercicio:

> Si tres números x, y, z satisfacen que
>
> $$x + y + z = 1, \tag{1}$$
> $$x^2 + y^2 + z^2 = 2, \tag{2}$$
> $$x^3 + y^3 + z^3 = 3, \tag{3}$$
>
> ¿cuál es el valor de $x^4 + y^4 + z^4$?

ISSN 1988-5318

El ejercicio aparecía resuelto por un internauta que llegaba a la conclusión de que $x^n + y^n + z^n = n$ para todo número natural n, y lo demostraba por inducción. ¡Pero sus argumentos eran erróneos!

En esta ocasión, me parece más interesante completar este artículo dando una respuesta correcta al ejercicio, que señalando los errores en la demostración del internauta.

La idea del razonamiento que se va a seguir consiste en partir de la ecuación (1) y elevarla a las potencias 2, 3 y 4; de modo que, aplicando las ecuaciones dadas, se pueda intentar despejar el valor de $x^4 + y^4 + z^4$ y calcularlo.

Así, si se eleva al cuadrado la igualdad (1) y se aplica (2), se obtiene

$$\begin{aligned} 1 = (x+y+z)^2 &= x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz \\ &= 2(1+xy+xz+yz), \end{aligned} \tag{4}$$

de donde resulta una igualdad que será útil más adelante:

$$xy + xz + yz = -\frac{1}{2}. \tag{5}$$

Seguidamente, elevando la igualdad (1) al cubo, se obtiene

$$\begin{aligned} 1 = (x+y+z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + 3(xy^2 + x^2y \\ + xz^2 + x^2z + yz^2 + y^2z) + 6xyz. \end{aligned}$$

A continuación, se suman y se restan en la igualdad anterior expresiones adecuadas, que facilitan la aplicación de las tres hipótesis:

$$\begin{aligned} 1 &= x^3+y^3+z^3+3(xy^2+x^2y+xz^2+x^2z \\ &\quad +yz^2+y^2z)+6xyz \\ &= x^3+y^3+z^3+3x(x^2+y^2+z^2)-3x^3+3y(x^2+y^2 \\ &\quad +z^2)-3y^3+3z(x^2+y^2+z^2)-3z^3+6xyz \\ &= -2(x^3+y^3+z^3)+3(x+y+z)(x^2+y^2+z^2)+6xyz \\ &= -6+6+6xyz = 6xyz. \end{aligned}$$

Luego

$$xyz = \frac{1}{6}, \tag{6}$$

igualdad que se usará después.

Finalmente, elevando la igualdad (1) a la cuarta potencia, aplicando la segunda igualdad en (4) y la ecuación (5), y operando, se obtiene

$$\begin{aligned} (x+y+z)^4 &= \left((x+y+z)^2\right)^2 \\ &= (x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz)^2 \\ &= (x^2+y^2+z^2-1)^2 \\ &= x^4+y^4+z^4+1+2(x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2) \\ &\quad -2(x^2+y^2+z^2). \end{aligned}$$

Aplicando de nuevo las ecuaciones (1) y (2), y despejando, se llega a que

$$x^4 + y^4 + z^4 = 4 - 2(x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2). \tag{7}$$

Ahora bien, como

$$\begin{aligned} (xy+xz+yz)^2 =& x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2 \\ &+2(x^2yz+xy^2z+xyz^2) \\ &= x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2+2xyz(x+y+z), \end{aligned}$$

despejando $x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2$ y aplicando las igualdades (1), (5) y (6), se obtiene que

$$\begin{aligned} x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2 &= (xy+xz+yz)^2 - 2xyz(x+y+z) \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}. \end{aligned}$$

Finalmente, sustituyendo este resultado en (7), se obtiene la respuesta al ejercicio:

$$x^4 + y^4 + z^4 = 4 + \frac{1}{6} = \frac{25}{6} = 4{,}1666\ldots \tag{8}$$

Es decir, el resultado no es 4, como proponía el mencionado internauta, sino un poco más.

Hasta ahora solo se ha probado que si tres números x, y, z satisfacen las ecuaciones (1), (2) y (3), entonces esos números cumplen también la igualdad (8). Conviene preguntarse si existen esos números, cuestión cuya resolución sobrepasa el objetivo de este artículo. En cualquier caso, es interesante saber que la respuesta es afirmativa (si se permite que esos números puedan ser complejos), y que los tres números han de ser los siguientes:

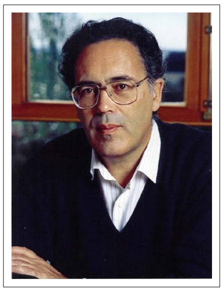
$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{12}\left(4 + 2\sqrt[3]{44 - 6\sqrt{26}} + 2\sqrt[3]{44 + 6\sqrt{26}}\right) \\ &\simeq 1{,}43085 \\ y &= \frac{1}{12}\left(4 - (1 + i\sqrt{3})\sqrt[3]{44 - 6\sqrt{26}} - (1 - i\sqrt{3})\sqrt[3]{44 + 6\sqrt{26}}\right) \\ &\simeq -0{,}215425 + 0{,}264713\,i \\ z &= \frac{1}{12}\left(4 - (1 - i\sqrt{3})\sqrt[3]{44 - 6\sqrt{26}} - (1 + i\sqrt{3})\sqrt[3]{44 + 6\sqrt{26}}\right) \\ &\simeq -0{,}215425 - 0{,}264713\,i \end{aligned}$$

■

ISSN 1988-5318

Citas Matemáticas

«El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las matemáticas. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y la belleza?»



Miguel de Guzmán Ozámiz (1936-2004), matemático español, escritor y miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

«Consultar a un estadístico después de que haya concluido el experimento es, muy a menudo, pedirle que realice un examen post-mortem. Quizá pueda decir de qué murió el experimento.»

Ronald Aylmer Fisher (1890-1962), estadístico y biólogo inglés.

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

La gran novela de las matemáticas.

De la prehistoria a la actualidad.

Mickaël Launay.

Ficha Técnica
Editorial: Paidós.
248 páginas.
ISBN: 978-84-493-3343-9.
Año: 2017.

Mickaël Launay es un matemático francés que lleva años dedicado a la divulgación de las matemáticas a través de su página web *Micmaths* y de su canal de *YouTube*. Ahora, gracias a la publicación de este libro, podemos disfrutar de parte de sus enseñanzas realizando un apasionante recorrido histórico de las matemáticas desde sus orígenes hasta la actualidad.

El libro está estructurado en 17 breves pero interesantes capítulos, cada uno de ellos dedicado a algún tema en concreto de las matemáticas. Esta obra está pensada incluso para aquellos lectores que no tienen grandes conocimientos matemáticos y puede resultar muy estimulante, tanto para quienes no se sientan inicialmente interesados por las matemáticas, como para aquellos que nos dedicamos a su estudio y enseñanza.

Este recorrido histórico comienza en la antigua Mesopotamia. Posiblemente se pueda considerar la invención del número como el inicio de las matemáticas. Este descubrimiento permitió que fueran surgiendo poco a poco sus diversas ramas. La geometría, por ejemplo, cuyos orígenes están en la agrimensura, fue durante muchos siglos la reina de las disciplinas matemáticas. Fueron los griegos los primeros en otorgar a las figuras geométricas la categoría de objetos matemáticos abstractos mediante el estudio y demostración de sus propiedades universales.

En el siglo VII el matemático indio Brahmagupta fue el primero en estudiar las propiedades aritméticas del número cero y de los números negativos, aunque estos no fueron plenamente aceptados por los matemáticos hasta mucho después. Los indios también fueron los primeros en utilizar científicamente el sistema decimal. Todos estos conocimientos y otros muchos llegaron a Europa de la mano de los árabes.

Los orígenes del álgebra hay que buscarlos en el siglo IX cuando el sabio persa Al-Juarismi empezó a usar las ecuaciones para resolver problemas, pero es en Italia durante el Renacimiento cuando el álgebra empieza a independizarse de la geometría y a adquirir un papel predominante dentro de las matemáticas.

En el siglo XVII como consecuencia de la estrecha colaboración de las matemáticas con las ciencias físicas surge otra de sus disciplinas, el cálculo infinitesimal, cuya paternidad se disputaron durante años los partidarios del matemático inglés Isaac Newton y del matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz.

Los capítulos finales del libro se dedican a explicar los orígenes de la probabilidad y a reflexionar sobre el futuro de las matemáticas. Particular interés tiene el capítulo dedicado a estudiar el papel que han jugado hasta ahora los ordenadores en el desarrollo de las matemáticas y a reflexionar sobre el que podrían desempeñar en su futuro.

Antonio Morales Campoy
Universidad de Almería

Acertijos

10101

Es realmente fácil multiplicar un número de dos cifras por 10101. Basta repetir tres veces el número en cuestión. Así, por ejemplo, $29 \cdot 10101 = 292929$.

¿Podrías explicar este fenómeno?

(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

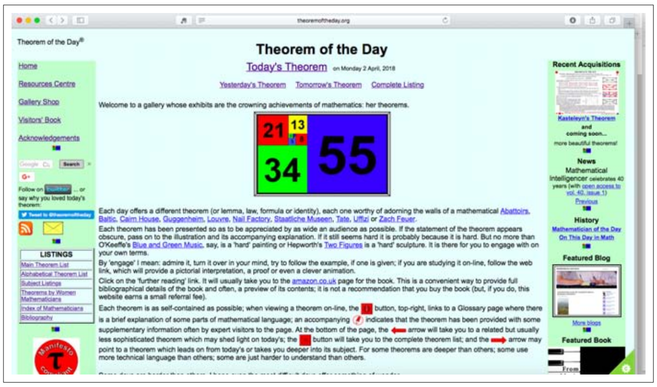
Decía don José Tragaf Olios que el descubrimiento de América tuvo lugar en *2724* y que este año celebraremos el aniversario 1016.

La afirmación es correcta si admitimos que don José ha escrito los números 1492 y 526 en base ocho pues, en efecto,

$$1492 = 2 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0,$$
$$526 = 1 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0.$$

Páginas web de interés

Theorem of the day



www.theoremoftheday.org

El nombre de la web dice todo lo que ofrece *«un teorema cada día»*. Así, con una amplia selección de resultados matemáticos y un algoritmo de selección propio del autor, cada día podemos disfrutar de una obra de arte matemático en formato póster.

En el póster de cada resultado podemos encontrar el enunciado, así como alguna ilustración relacionada y, en muchos casos, una breve descripción de la prueba. Además, contiene enlaces páginas con más información interesante acerca del teorema, a las fuentes bibliográficas y a un glosario de términos.

Podemos acceder al listado completo de los, por ahora 254, teoremas del día. Podemos ordenarlos según han sido añadidos o bien por autor o según el tema con el que están asociados. Un apartado especial merece el listado de teoremas de mujeres matemáticas.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

ACTIVIDAD

Día de π

Antonio Jesús González Alves
Estudiante del Grado en Matemáticas de la UAL

El pasado 14 de marzo se celebró el día de π a lo largo del mundo. El origen de este día proviene de la escritura anglosajona para las fechas, de modo que el 14 de marzo es tratado por ellos como 3/14, coincidiendo con los tres primeros dígitos del famoso número.

Con motivo de esta fecha, la *Facultad de Ciencias Experimentales* de la *Universidad de Almería*, de manos de Juan José Moreno Balcazar, realizó las primeras jornadas dedicadas a este día, llamadas *Matemáticas: una profesión de futuro*.

La actividad reunió a todos los estudiantes de tercero y cuarto del Grado en Matemáticas en la Sala de Grados del aulario IV, desde las nueve de la mañana hasta las dos de la tarde. Los ponentes de la jornada fueron antiguos estudiantes de la *Universidad de Almería* que trabajan en distintos ámbitos de las matemáticas dentro del sector privado, que, por orden de intervención, fueron:

- Laura da Silva Hernández. Tech Principal Data Scientist en *Elastacloud* (Londres).
- Jesús Morón Martín. Audit Manager en el *Royal Bank of Scotland* (Londres).
- Ana María Contreras Aguilar. Analista de Evaluaciones y Analítica del *Norges Bank Investment Management* (Oslo).
- Miguel Ángel Garzón Díaz. Big Data Analyst en *Audi Business Innovation GmbH* (Munich).
- Ramón Sáez Martínez. Director del Área de Metodología de *Grupo Cooperativo Cajamar* (Almería).

 ISSN 1988-5318

Presentación de la actividad

En cada una de las charlas, los asistentes detallaron en qué consiste su trabajo, con qué aspecto de las matemáticas se relaciona y cómo llegaron hasta ahí, seguido por un turno de preguntas, salvo en el caso de Miguel Ángel Garzón que tuvo que faltar por motivos laborales, y contó todo esto a través de un video pregrabado.

Exposición de Laura da Silva

De esta manera, los estudiantes del Grado conocieron experiencias profesionales de campos tan diversos como la ciencia de datos o las finanzas, además de diversos consejos para formar parte del mundo laboral centrado en la empresa.

El ambiente dentro de los estudiantes ha sido muy positivo. A pesar de ser una actividad de obligatoria asistencia, los ponentes consiguieron captar la atención de muchos de ellos y que éstos se planteasen un posible futuro laboral dentro del sector privado.

Dentro del evento, las charlas con mayor acogida fueron las de Laura da Silva y Ana María Contreras, desencadenando preguntas acerca de lenguajes de programación y herramientas de análisis de datos para la primera, o conocimientos específicos necesarios para trabajar en Noruega para ésta última. Todo esto motivado por la intención de expandir *Elastacloud* en Almería, o la necesidad de personal del banco noruego.

Charla de Jesús Morón

Personalmente, pienso que fueron unas charlas muy motivadoras y necesarias de algo que siempre se reclama a los distintos grados, esto es, que lo estudiado en el grado tenga una mayor aplicabilidad o, al menos, se de a conocer. Tuve la ocasión de hablar con dos de los cinco ponentes, Laura y Jesús, para pedir recomendaciones personales de cara al trabajo en el sector privado y es de destacar la cercanía y amabilidad con la que trataron el tema.

Esperemos que todas estas actividades ayuden a desmitificar el hecho de que hacer el Grado en Matemáticas solo tiene como salida la docencia y a afianzar que los matemáticos estamos muy valorados dentro del mercado laboral.

Aun así, para los interesados en otro tipo de salidas, en los años siguientes la Facultad está interesada en realizar otras jornadas en áreas más conocidas por el gran público, la investigación y docencia, y esperemos que sean tan bien recibidas por los alumnos de grado como esta última. ■

ENTREVISTA

María Pomedio Hernández

Andrés Mateo Piñol
Estudiante de matemáticas (Universidad de Almería)

María Pomedio Hernández, compañera de cuarto de matemáticas y, además, otra compañera en la edición del Territorio Estudiante del Boletín de Matemáticas, actualmente se encuentra con una beca dual en el sector bancario, concretamente en la empresa *Cajamar*.

Buenos días María, la primera curiosidad que tendrán nuestros lectores es: ¿cómo llegaste a encontrar esta oferta en una empresa tan reconocida y consolidada en su sector?

Muy buenos días. Un día navegando por la red decidí que era el momento de hacer algo distinto, rápidamente pensé que la plataforma de ÍCARO era donde mejores ofertas podía encontrar y nada más leerla, me presenté.

¿Cómo fue el proceso de selección?

En primer lugar, me convocaron junto a los demás candidatos a un examen psicotécnico y, una vez superado, tuve que asistir a dos entrevistas más.

Supongo que al ser la primera vez que te enfrentabas a algo así, estarías un poco nerviosa. ¿Qué le recomendarías a nuestros lectores en situaciones parecidas que se le puedan plantear?

Lo primero y, ante todo, es ser sincero. No aparentar lo que no eres y mostrar, en todo momento, una actitud positiva. La idea es transmitir buenas vibraciones de forma que a la persona que te escuche le dan ganas de elegirte para enseñarte, ya que siente que va a merecer la pena.

Me parecen buenos argumentos y un buen consejo a seguir. Además, ¿serías tan amable de contarle a nuestros lectores un poco más en profundidad en qué consistió cada una de las etapas?

María Pomedio

Sí, claro. El examen psicotécnico constaba de varios bloques, entre ellos, preguntas de gramática, ortografía y comprensión lectora, ejercicios de memoria y rapidez mental, algunos problemas matemáticos sencillos... Había que responder al mayor número de preguntas posibles en el tiempo que iban marcando, aunque lo importante era no cometer errores. Después, en la primera entrevista, la responsable del departamento de Recursos Humanos de la empresa me planteó cuestiones más personales y enfocadas a mi vida profesional. Se ve que les gustó mi perfil y, en la segunda entrevista, ya con la presencia de la gerente del departamento donde entraría, me preguntaron acerca de mis conocimientos sobre dicho sector y el puesto convocado.

Entonces, parece ser un proceso bastante completo en el que evalúan todas tus competencias. Qué interesante. Centrándonos un poco más en la práctica, ¿cómo han ido tus primeras semanas?

Pues, siéndote sincera, la primera semana estaba un poco perdida. Hay muchos conceptos nuevos, mucha información que recopilar, gente nueva, un sistema de trabajo diferente. Ya hacia la tercera semana me sentía algo más cómoda, era capaz de mantener conversaciones relacionadas con los datos que tratamos y era más independiente en mis tareas. Ahora mismo todo es más cómodo y fluido y me encuentro bastante a gusto con el tema.

¿Cómo funciona tu aprendizaje ahí dentro? ¿Existe una única persona encargada de ello?

No, es mucho más efectivo. En cada departamento, pero en concreto en el que me encuentro, cada una de las personas se dedica a tareas diferentes. Entonces, cada semana estoy con un compañero distinto de forma que voy conociendo en profundidad la labor que realizan a la misma vez que, a veces, me mandan un tema para que yo sola me desenvuelva y lo intente resolver. Además, en cada momento que lo necesito puedo preguntarle cualquier duda a ellos que me la resuelven enseguida.

Y ahora que acabas de empezar tu carrera profesional, ¿cuál es tu opinión acerca de la preparación del grado para desempeñar tu labor?

El grado nos da una visión amplia de las matemáticas, desde algo de historia hasta la demostración más actual de alguno de sus teoremas haciendo hincapié en las causas que llevan a cada uno de los resultados y tratando de que, extrapolando, seamos capaces de ver las cosas de la vida cotidiana de una forma más empírica, más matemática. Bajo mi punto de vista, es complejo que durante el grado se lleguen a aspectos tan profundos como son los del sector bancario, por lo que todo lo de ahora es nuevo para mí. Sin embargo, muchos procesos estadísticos y, sobretodo, la abstracción y agilidad mental adquiridos durante estos cuatro años están siendo muy útiles e importantes en mi día a día.

Entiendo, además se te ve muy entusiasmada con lo que haces, ¿ves futuro en la empresa?

La verdad es que aún es pronto para decir algo así; pero, por mi parte, estoy muy contenta con lo que hago y agradezco la labor que están desempeñando conmigo. Creo que tengo aptitudes para conseguir grandes resultados y ayudar con ellos a esta gran empresa. Me gusta este sector, espero seguir mejorando dentro él y, si es aquí, mucho mejor.

Se nota que estás aprendiendo mucho; entonces, y ya por último, ¿animarías a más alumnos a conseguir esta beca?

Sí, por supuesto. Creo que es un buen proyecto que inició nuestra universidad hace un par de años y en el que se aprende muchísimo ya que es un largo periodo de tiempo (1 año) y las empresas ponen bastante de su parte. Independientemente de que sepas o no que es lo que te gustaría hacer en el futuro, es una gran experiencia que te ayuda en todos los sentidos. Lo recomiendo, sin duda.

Muy bien, pues muchas gracias por la entrevista, esperamos que te vaya genial en la empresa y que muchos estudiantes quieran seguir tus pasos y se animen a adentrarse en el mundo laboral. ■

ISSN 1988-5318

Responsables de las secciones

- **Actividad Matemática en la UAL**
  - *Actividades organizadas*: María Gracia Sánchez-Lirola Ortega (mgsanche@ual.es).
  - *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Inmaculada López García (milopez@ual.es) y María Luz Puertas González (mpuertas@ual.es).
- **De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria**
  - *Experiencias docentes*: David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), José Abel García Mas (jabelmas@hotmail.com), Nuria Pardo Vidal (penuria@gmail.com) y Miguel Pino Mejías (mpinomej@gmail.com).
  - *Enseñanza bilingüe*: Jesús Pérez Castaño (jesus.perez.castano.ext@juntadeandalucia.es).
- **Divulgación Matemática**
  - *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es), Florencio Castaño Iglesias (fci@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
  - *Concurso de problemas*: Alicia Juan González (ajuan@ual.es), Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).
  - *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es), Francisco Luzón Martínez (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón Cerdán (asalmero@ual.es).
  - *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
  - *Cultura y Matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
  - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
  - *Citas matemáticas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
  - *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).
- **Territorio Estudiante**: Antonio Jesús González Alves (aekilav@gmail.com), Andrés Mateo Piñol (andrewmapi@hotmail.com) y María Pomedio Hernández (mariposas1996@hotmail.com).

ISSN 1988-5318