

***MÁSTER UNIVERSITARIO
EN PROFESORADO DE
SECUNDARIA***



TRABAJO FIN DE MÁSTER

***“ANÁLISIS DE TAREAS
MATEMÁTICAS EN 4º DE ESO”***

Alumno: Antonio Manuel Vargas Piqueras

Curso: 2014/2015

Especialidad: Matemáticas

Tutor UAL: María Francisca Moreno Carretero

Convocatoria: Junio 2015

ÍNDICE:

1. INTRODUCCIÓN	3
2. OBJETIVOS	4
3. MARCO TEÓRICO	5
3.1 LAS TAREAS EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.....	5
3.2 DEMANDA COGNITIVA DE UNA TAREA	8
3.3 MODIFICACIÓN DE UNA TAREA EN FUNCIÓN DE LOS OBJETIVOS DE APRENDIZAJE PERSEGUIDOS.....	15
4. ANÁLISIS DE UNA SECUENCIA DE TAREAS CONCRETA	18
4.1 FASE DE DISEÑO DE LA SECUENCIA DE TAREAS	18
4.2 DESCRIPCIÓN Y VALORACIÓN DEL DESARROLLO EN EL AULA.....	34
4.3 PROPUESTA DE MEJORA DE LA SECUENCIA DE TAREAS.....	38
5. CONCLUSIONES.....	40
6. REFERENCIAS	43

ANEXO 1: OBJETIVOS GENERALES DE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN ESO

ANEXO 2: SECUENCIA DE TAREAS EN EL FORMATO ENTREGADO A LOS ALUMNOS DE 4º DE ESO

1. INTRODUCCIÓN

La realización del presente trabajo se encuadra en el Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas cursado en la Universidad de Almería en el año académico 2014-2015.

Este Trabajo Fin de Máster (TFM) versa sobre el análisis de tareas a realizar por el alumnado¹ en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Este tema está recibiendo una atención especial a nivel internacional (Godino, 2013; Sullivan, Clarke y Clarke, 2013), debido a la gran importancia que tienen las tareas en la labor diaria desarrollada en el aula. Durante mi período de prácticas en el IES “Gaviota” (Adra), he podido comprobar en primera persona ese papel clave que juegan las tareas en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes, por lo que para realizar el TFM decidí indagar y profundizar en el análisis sistemático de las mismas, consultando la bibliografía disponible y llevando a cabo el diseño y análisis de una secuencia de tareas concreta para un grupo de 4º de ESO. Toda esta labor de indagación se materializa en la elaboración del presente TFM.

La organización de este trabajo es la siguiente:

- Después de la introducción, en el segundo apartado, se fijan los principales objetivos que se persiguen con la realización del presente Trabajo Fin de Máster.
- El tercer apartado recopila aspectos teóricos relacionados con el análisis y diseño de tareas, haciendo hincapié en el importante papel que juegan dichas tareas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y la consiguiente necesidad del docente de realizar el análisis de las mismas de un modo sistemático y fundamentado. A continuación, se presenta el concepto de demanda cognitiva de una tarea y cómo usarlo en el análisis en función de los objetivos de aprendizaje matemático establecidos.

¹ A lo largo de este trabajo, se usarán indistintamente los términos “alumnos”, “alumnado” y “estudiantes” para referirse a los alumnos del instituto.

- En el cuarto apartado, se analiza una secuencia de tareas concreta propuesta al alumnado de un grupo de 4º de ESO durante mis prácticas en el IES “Gaviota”. Este análisis se divide en dos partes: una es la fase de diseño de la secuencia, fijando los objetivos de aprendizaje, contenidos, metodología, recursos, temporalización prevista, etc.; y una segunda parte donde se valora el desarrollo de la secuencia en el aula, comparando los resultados obtenidos con la previsión realizada en la fase de diseño. Posteriormente, se realiza una propuesta de mejora de la secuencia de tareas, fundamentada en la valoración del desarrollo en el aula y en la comparación de los resultados con lo que se había previsto.
- Por último, en los apartados quinto y sexto se incluyen las conclusiones y reflexiones a las que he llegado con la realización del presente trabajo y todas las referencias consultadas, respectivamente.

2. OBJETIVOS

Los objetivos perseguidos con el presente trabajo son los siguientes:

- Profundizar en el papel de las tareas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- Conocer las consecuencias de modificar una tarea variando su demanda cognitiva, adaptándola a los objetivos que se establezcan.
- Diseñar una secuencia de tareas de un modo fundamentado y sistemático, para el nivel de 4º de ESO, para el tema de “Otras Funciones Elementales (Funciones Exponenciales)”.
- Valorar el desarrollo en el aula de la secuencia de tareas diseñada para el alumnado de un grupo de 4º de ESO.
- Elaborar una propuesta de mejora de la secuencia de tareas en función del análisis realizado y la valoración de los resultados obtenidos.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 LAS TAREAS EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

En primer lugar, siguiendo la terminología usada por Sullivan y otros (2013), se define **tarea** como la información que se les da a los alumnos para que trabajen, ya sea en forma de preguntas, situaciones e instrucciones, que sirven tanto de punto de partida como de contexto para su proceso de aprendizaje. El término **actividad**, por su parte, se refiere al conjunto de pensamientos y acciones (físicas, habladas y escritas) que los alumnos desarrollan durante la realización de la tarea.

Es destacado el papel que juegan las tareas matemáticas que se proponen a los estudiantes durante las clases. Estas tareas son unas de las herramientas más potentes de las que dispone el docente para conseguir que los estudiantes aprendan matemáticas, ya que representan las oportunidades que tienen dichos estudiantes de poner en juego todos los conocimientos matemáticos que van desarrollando a lo largo de su formación. Por ello, la elección de esas tareas y las pedagogías asociadas se consideran aspectos clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Sullivan y otros (2013) afirman que la elección y uso que se les dé a las tareas son claves para conseguir un aprendizaje matemático significativo, y además la naturaleza de ese aprendizaje está conectada con las características de las mismas. Estos autores citan a varios investigadores que apoyan este punto de vista, como por ejemplo Anthony and Walshaw, los cuales argumentan que las tareas son la principal forma en la que las oportunidades de aprendizaje son puestas a disposición de los alumnos, o como Christiansen and Walther, que aseguran que las tareas y su actividad asociada son una oportunidad de interacción entre el docente y los estudiantes, argumentando que las tareas no rutinarias, debido a la conexión que establecen entre diferentes aspectos del aprendizaje, son las que crean unas mejores condiciones para el desarrollo cognitivo, en el cual el nuevo conocimiento se construye estableciendo relaciones a partir del conocimiento anterior. Concluyen que las mejores tareas son aquellas que proporcionan

contextos apropiados; que tienen un nivel de dificultad adecuado para los estudiantes; que estimulan la construcción de redes cognitivas; que fomentan la creatividad y la reflexión; y que abordan los contenidos matemáticos significativos de manera explícita.

A modo de resumen, según Sullivan y otros (2013), para que las tareas contribuyan a un aprendizaje efectivo de las matemáticas, deben tener las siguientes características:

- Involucrar a los estudiantes en hacer matemáticas, haciendo que se familiaricen con los significados y fomentando su comprensión matemática, además de establecer conexiones con otros aspectos de las matemáticas.
- Ser un reto para la mayoría de la clase, sin que el camino hasta la solución sea obvio para los alumnos.
- Exigir a los estudiantes pensar, tomar decisiones y establecer una comunicación entre ellos para resolverlas.
- Dar pie a que los alumnos piensen y reflexionen.
- Usar situaciones que sean familiares a los estudiantes, de manera que les puedan ver a las matemáticas una utilidad para sus vidas.

Otros autores, como García y Llinares (1994), también afirman que el diseño y elección de tareas matemáticas para su uso durante el proceso de enseñanza-aprendizaje es una labor fundamental que el docente ha de realizar de manera sistemática. La selección de tareas que se haga debe venir determinada por lo que se pretende obtener como consecuencia de la actividad de los estudiantes al realizar la tarea. Estos autores hacen hincapié en la relación entre la tarea y la presumible actividad generada por el alumno para resolverla, ya que consideran necesario equilibrar, en la enseñanza de las matemáticas, el aspecto proceso y producto. En este contexto, las concepciones y creencias del propio profesor sobre distintos aspectos como la naturaleza de las matemáticas, la enseñanza, el aprendizaje, los objetivos a conseguir, etc. forman unos referentes psicológicos que influyen no sólo en el tipo de tareas que se proponen a los

alumnos, sino también en las características de la actividad que se genera con esas tareas.

Por otro lado, según Penalva y Llinares (2011), la importancia de las tareas matemáticas viene dada porque son las que determinan lo que los estudiantes pueden aprender, siendo estas tareas los instrumentos usados por el profesor para que dichos estudiantes aprendan matemáticas. Por tanto, es evidente que existe un estrecho vínculo entre el aprendizaje y la gestión de las tareas en el aula, de manera que no sólo será la tarea la que condicionará ese aprendizaje, sino también la forma en la que los estudiantes la aborden.

Estos mismos autores, establecen como implicación importante que los docentes han de seleccionar las tareas haciendo explícitos los objetivos de aprendizaje que quieren alcanzar. También deben apoyarse durante el diseño y elección de tareas en hipótesis sobre las trayectorias de aprendizaje que los alumnos seguirán al resolverlas. En este sentido, las tareas son las oportunidades que vinculan la enseñanza y el aprendizaje, constituyendo un elemento clave del que dispone el docente para potenciar dicho aprendizaje de las matemáticas por parte del alumnado. Las tareas matemáticas son las que proporcionan a los estudiantes información sobre el significado de determinados conceptos que están estudiando. Sin embargo, también debemos tener claro que, por sí solas, las tareas no son suficientes para lograr los objetivos de aprendizaje previstos.

Teniendo en cuenta estas reflexiones, estos autores recomiendan que las tareas matemáticas deberían:

- Permitir a los estudiantes pensar sobre las situaciones y problemas de matemáticas, en lugar de que para su resolución sigan una receta de manera automática.
- Reflejar ideas importantes de las matemáticas, y no centrarse solamente en los hechos y los procedimientos.
- Dar la oportunidad a los estudiantes de usar, en mayor o menor medida, sus conocimientos previos.

De manera muy breve, se enumeran a continuación algunas consideraciones que, según estos mismos autores, deben ser tenidas en cuenta a la hora de diseñar y seleccionar tareas matemáticas:

- La relación que existe entre las características de las tareas propuestas y los objetivos de aprendizaje que se quieren conseguir.
- La incidencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje que puede tener la manera en la que el profesor gestiona el desarrollo de la tarea en el aula.
- La posibilidad de variar la exigencia de la tarea, en concreto su demanda cognitiva, modificando alguno de sus aspectos.

3.2 DEMANDA COGNITIVA DE UNA TAREA

Se define la **demanda cognitiva** de una tarea, siguiendo a Penalva y Llinares (2011), como la clase y nivel de pensamiento que exige a los estudiantes durante su realización. Esta clase y nivel de pensamiento que los alumnos tienen que poner en juego al abordar una tarea matemática es la que determinará lo que pueden llegar a aprender.

A continuación, se describen dos concreciones de esta idea de demanda cognitiva usada en el análisis de tareas matemáticas: la clasificación de tareas según su nivel de demanda cognitiva de Stein, y la del Programme for International Student Assessment (PISA).

Clasificación de Stein

La **demanda cognitiva** es definida por Stein y colaboradores, citados en Cruz Ampuero (2012), como el conjunto de procesos cognitivos que tienen lugar durante la resolución de un problema matemático, tanto en la fase de comprensión de la tarea como en la fase de realización de la misma. A partir de esta definición de demanda cognitiva, Stein propone la siguiente clasificación de tareas/actividades:

- **Nivel 1: tareas/actividades de memorización:**

- Implican tanto la reproducción de datos, reglas, fórmulas o definiciones previamente aprendidas, como la asignación de datos, reglas, fórmulas o definiciones de memoria.
- No se pueden resolver utilizando procedimientos, ya que el procedimiento no existe o porque el tiempo requerido para la resolución es demasiado corto como para usar un procedimiento.
- No son ambiguas, es decir, implican reproducir exactamente algo previamente visto, y lo que tiene que ser reproducido está clara y directamente establecido.
- No tienen conexiones con conceptos o significados subyacentes a los datos, reglas, fórmulas o definiciones que están siendo aprendidas.

- **Nivel 2: tareas/actividades de procedimientos sin conexión:**

- Son algoritmos. El uso de procedimientos es específicamente requerido por la tarea o su uso está evidentemente basado en aprendizajes previos, experiencias o dado por la tarea.
- Requieren una limitada demanda cognitiva para ser completados exitosamente. Existe poca ambigüedad acerca de lo que es necesario hacer y cómo hay que hacerlo.
- No tienen conexión con conceptos o significados subyacentes a los procedimientos que se usan.
- Se centran en obtener una respuesta correcta más que en desarrollar la comprensión matemática.
- No requieren explicaciones, o sólo explicaciones que se limitan a describir el procedimiento usado.

- **Nivel 3: tareas/actividades de procedimientos con conexión:**

- Focalizan la atención de los estudiantes en el uso de procedimientos destinados a desarrollar niveles más profundos de comprensión de conceptos e ideas matemáticas.
- Sugieren vías (explícitas o implícitas) que constituyen una extensión de procedimientos generales con conexiones cercanas a las ideas conceptuales, en oposición a los algoritmos, que son opacos en relación con los conceptos subyacentes.
- Usualmente se representan de múltiples formas, como pueden ser diagramas visuales, material concreto, símbolos, o situaciones problemáticas. El establecimiento de conexiones entre múltiples representaciones ayuda a desarrollar el significado.
- Requieren cierto grado de esfuerzo cognitivo. Aunque se pueden usar procedimientos generales, no es posible hacerlo sin pensar. Los estudiantes necesitan implicarse con las ideas conceptuales que subyace a los procedimientos para realizar con éxito la tarea/actividad.

- **Nivel 4: tareas/actividades que requieren “hacer matemáticas”:**

- Requieren un pensamiento complejo y no algorítmico (por ejemplo, no existe una aproximación a la realización de la tarea bien definida de antemano que pueda recordarse, o un camino que sea explícitamente sugerido).
- Llevan a los estudiantes a explorar y comprender la naturaleza de los conceptos, procedimientos o relaciones matemáticas.
- Demandan autorregulación del aprendizaje. Exigen a los alumnos tanto generar una respuesta que precisa comprensión conceptual de la noción matemática, como comprobar y explicar la respuesta producida.

- Requieren que los estudiantes accedan a conocimiento y experiencias relevantes, y que hagan un uso adecuado al realizar la tarea.
- Exigen que los estudiantes analicen la tarea y examinen detenidamente sus condiciones, que pueden limitar las posibles estrategias de solución y las propias soluciones.
- Demandan un considerable esfuerzo cognitivo y pueden involucrar cierto nivel de ansiedad para el alumno, debido a la naturaleza impredecible del proceso de resolución requerido.

Programme for International Student Assessment (PISA)

El programa PISA persigue evaluar la **alfabetización matemática** o **competencia matemática general** de los estudiantes, entendida como la capacidad que poseen para analizar, razonar y comunicar de manera eficaz cuando enuncian, formulan o resuelven problemas matemáticos en diferentes contextos y situaciones. Esta alfabetización matemática pone el énfasis en lo que el alumno es capaz de hacer con sus conocimientos y destrezas matemáticas, más que en el dominio formal de los conceptos y destrezas. Este programa establece una serie de competencias específicas derivadas de este proceso de alfabetización matemática, que son (OCDE, 2003):

- Pensar y razonar.
- Argumentar.
- Comunicar.
- Modelar.
- Plantear y resolver problemas.
- Representar.
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

El programa PISA propone tareas encaminadas a que los estudiantes desarrollen esas competencias específicas, organizando dichas tareas matemáticas según tres niveles de complejidad:

- **El nivel de reproducción** engloba a aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reproducción de los conocimientos practicados, como el conocimiento de representaciones de hechos y problemas comunes, el reconocimiento de equivalentes, el recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, la utilización de procesos rutinarios, la aplicación de algoritmos estándar y habilidades técnicas, el manejo de expresiones que contienen símbolos y fórmulas familiares o estandarizadas y la realización de operaciones sencillas.
- **El nivel de conexión** va más allá de la reproducción, para resolver problemas que no son meramente rutinarios, pero que todavía se sitúan en contextos familiares o bien se alejan de ellos en un grado relativamente menor. Estos problemas plantean por lo general unas mayores exigencias en cuanto a su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de la situación o enlazar diferentes aspectos de la situación del problema con el fin de desarrollar una solución.
- **El nivel de reflexión** avanza aún más con respecto al grupo de conexión. Estas tareas movilizan competencias que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, así como creatividad para identificar conceptos matemáticos o enlazar con los conocimientos pertinentes para dar con las soluciones. Las tareas que requieren estas competencias implican un mayor número de elementos que los demás y suelen exigir que los alumnos generalicen y expliquen o justifiquen sus resultados.

A través de los cuatro cursos de secundaria, como queda reflejado en el “Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Enseñanza Secundaria Obligatoria (BOE 05-01-2007)”, se

pretende que los alumnos aprendan a hacer matemáticas, que sean capaces de matematizar algunos aspectos y situaciones de su entorno.

La *matematización* es el proceso de construcción de un modelo matemático a partir de un problema situado en la realidad. La *concretización* es el proceso inverso a la matematización y consiste en transferir un modelo matemático a la realidad. Ambos procesos deben ir desarrollándose de manera continua y cada vez cualitativamente superior. Esta interacción de los procesos de matematización y concretización (sobre todo en cuarto curso de Secundaria, que es dónde se empieza a producir dicha interacción) obliga a considerar situaciones sucesivas que permitan una evolución del conocimiento y dominio de la realidad.

Dentro del proceso de *matematización*, se pueden identificar a su vez dos procesos (OCDE, 2003):

- ***Matematización horizontal***: traducir los problemas desde el mundo real al matemático.
- ***Matematización vertical***: una vez traducido a una expresión matemática, se pueden plantear cuestiones en las que se usan conceptos y destrezas matemáticas.

La *matematización horizontal* se sustenta en actividades como:

- Identificar las matemáticas que puedan ser relevantes respecto al problema.
- Representar el problema de manera diferente.
- Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

La **matematización vertical** incluye:

- Utilizar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos, combinar e integrar modelos.
- Argumentar y generalizar.

Todo lo anterior queda resumido en el siguiente gráfico:

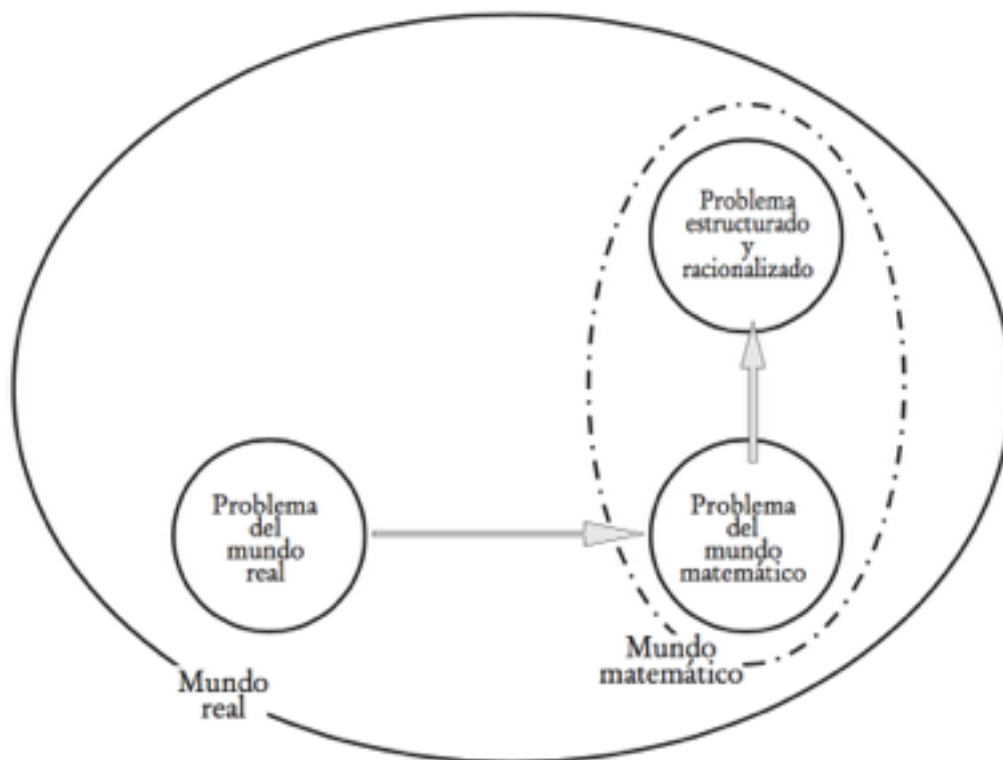


FIGURA 1: PROCESO DE MATEMATIZACIÓN (OCDE, 2003)

3.3 MODIFICACIÓN DE UNA TAREA EN FUNCIÓN DE LOS OBJETIVOS DE APRENDIZAJE PERSEGUIDOS

La selección de tareas de alta demanda cognitiva no garantiza un nivel alto de razonamiento de los alumnos. También hay que tener en cuenta la evolución de una tarea durante su desarrollo en el aula, e indagar si se mantiene con el nivel de exigencia cognitiva con el que había sido planteada. De acuerdo a Stein y otros, citados en Penalva y Llinares (2011), se identifican las siguientes cuatro fases en las que se puede alterar el nivel de demanda cognitiva de una tarea durante el proceso de enseñanza-aprendizaje:

- 1- Tareas tal y como aparecen en los materiales curriculares.
- 2- Tareas tal y como son interpretadas por el profesor.
- 3- Tareas tal y como son desarrolladas por los estudiantes.
- 4- Aprendizaje del alumnado.

Hay tareas que inicialmente se prevén de demanda alta, y al ir precedidas, por ejemplo, de explicaciones por parte del profesorado, se disminuye el nivel de la tarea. Stein y colaboradores, citados en Penalva y Llinares (2011), han identificado factores que mantienen y reducen el nivel de demanda cognitiva de las tareas.

FACTORES ASOCIADOS CON LA REDUCCIÓN DEL NIVEL DE DEMANDA COGNITIVA ALTO:

- a) Conversión en rutinarios de aquellos aspectos más problemáticos de las tareas.
- b) Cambios en el énfasis de los significados y conceptos, o en la comprensión de las conexiones para verificar o completar la respuesta dada.
- c) Falta de tiempo para percibir los diferentes aspectos que requiere la resolución de la tarea, así como la disposición de un tiempo excesivo que provoca que disminuya el interés de los estudiantes.

- d) Problemas de coordinación en el aula que impiden mantener el interés en las actividades de nivel alto.
- e) Selección de tareas no adecuadas para el conjunto de alumnos que forman la clase.
- f) Falta de cumplimiento de la responsabilidad de los estudiantes ante los resultados obtenidos, o ante los procesos de tareas de nivel alto que han de realizar.

FACTORES ASOCIADOS CON LA PERMANENCIA DEL NIVEL DE DEMANDA COGNITIVA ALTO:

- a) Organización del pensamiento y razonamiento por parte de los estudiantes.
- b) Aporte de significados mediante los cuales los estudiantes pueden ir regulando su propio aprendizaje.
- c) Configuración de un alto nivel de interpretación por los profesores o alumnos más capaces.
- d) Insistencia en las justificaciones, explicaciones y significados a través de cuestiones, comentarios o revisiones.
- e) Selección de tareas que movilizan, en mayor o menor medida, aprendizajes sobre conocimientos previos que tienen los estudiantes.
- f) Necesidad de que los alumnos establezcan conexiones conceptuales frecuentes.
- g) Disposición por parte de los estudiantes de tiempo suficiente para explorar diversas alternativas a la hora de realizar la tarea.

El docente puede modificar la tarea, variando su demanda cognitiva en función de si se consiguen los objetivos de aprendizaje fijados o no. Estos cambios, que deben estar siempre fundamentados en la observación del desarrollo de la tarea en el aula y en la valoración de los resultados obtenidos, pueden tener como objetivo aumentar el nivel de demanda cognitiva de la tarea, como por ejemplo serían:

- Ampliar lo que se pide en la misma.
- Cambiar la forma en la que se presenta la tarea.
- Pedir a los alumnos que justifiquen sus respuestas.
- Dar una respuesta para que los estudiantes propongan problemas a partir de la misma.
- Variar el formato al que están habituados.

Sin embargo, el profesor puede encontrarse también con la situación de que el nivel de demanda cognitiva de la tarea propuesta sea demasiado alto para los estudiantes, por lo que no se consiguen los objetivos de aprendizaje fijados inicialmente. En esta situación, el docente puede bajar el nivel de demanda cognitiva de la tarea, de manera que sea más apta para el nivel que presentan los alumnos y se consigan, al menos, algunos de los objetivos establecidos. Algunos de los cambios que puede hacer para bajar la demanda cognitiva de la tarea podrían ser por ejemplo:

- Usar un lenguaje coloquial en la presentación de la tarea, y relacionarlo con el lenguaje matemático que es necesario usar durante la realización de la misma.
- Hacer una pequeña introducción aclaratoria en la que se les muestre indirectamente los conceptos que necesitan manejar para la resolución de la tarea. Es importante que se les dé alguna pista u orientación, pero que no se les diga directamente lo que deben hacer, porque entonces perdería todo el sentido.
- Recordarle otras tareas y actividades en las que hayan tenido que poner en juego conocimientos relacionados con la tarea en cuestión, de manera que les pueda servir de ayuda para su resolución.

4. ANÁLISIS DE UNA SECUENCIA DE TAREAS CONCRETA

Tras haber indagado en aportaciones teóricas sobre el papel de las tareas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemáticas, se presenta en este apartado el análisis de una secuencia de tareas propuesta a un grupo de 4º de ESO (Opción A) durante mi período de prácticas en el IES “Gaviota”. El análisis de esta secuencia de tareas se divide en dos partes: una es la fase de diseño, en la que se describe todos los aspectos relacionados con la planificación de la secuencia propuesta a los estudiantes; la otra parte es la descripción y valoración del desarrollo de la misma en el aula y de los resultados obtenidos, estableciendo la comparación con lo que se había previsto en la fase de diseño. Posteriormente, en función del grado de consecución de los objetivos fijados, se hace una propuesta de mejora de la secuencia de tareas diseñada.

4.1 FASE DE DISEÑO DE LA SECUENCIA DE TAREAS

Nivel educativo: 4º de ESO.

Modalidad: Matemáticas Opción A.

Unidad Didáctica: “Otras Funciones Elementales”. Concretamente, dentro de esta unidad la secuencia de tareas propuesta se ciñe a “Funciones Exponenciales”.

Contextualización en la Unidad Didáctica: se acuerda con el profesor tutor de prácticas en el centro realizar la secuencia de tareas propuesta una vez hayan pasado cuatro sesiones estudiando las funciones exponenciales y sus características, destinando una única sesión para llevarla a cabo. Durante esas sesiones anteriores, el profesor les presenta las funciones exponenciales, representando gráficamente las más comunes y describiendo sus principales propiedades. Con la realización de esta secuencia de tareas se persigue el objetivo de trabajar y consolidar lo estudiado en esas sesiones previas e ir avanzando hacia la consecución de los objetivos de esta unidad didáctica. En concreto, se le da un peso especial en estas tareas al manejo de los distintos sistemas de representación para las funciones exponenciales, ya que autores como Janvier, citado en García y Llinares (1994), afirman que el conocimiento de diferentes sistemas de

representación y los procesos de traslación entre ellos contribuyen a que los estudiantes alcancen un mayor entendimiento de los conceptos matemáticos que se estén tratando. A continuación, utilizando el trabajo de este mismo autor, se incluye cuadro con las diferentes formas de representar el concepto de función y los procesos de traslación derivados:

PROCESO DE TRASLACIÓN				
de \ a	situación, descripción verbal	tablas	gráficas	fórmula, expresión algebraica
situación, descripción verbal				
tablas				
gráficas				
fórmula, expresión algebraica				

TABLA 1: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN PARA EL CONCEPTO DE FUNCIÓN Y PROCESOS DE TRASLACIÓN ENTRE ELLOS (JANVIER, CITADO EN GARCÍA Y LLINARES (1994))

Número de sesiones previsto: 1 sesión.

Número de alumnos que realizan la secuencia de tareas: 14 alumnos, ya que del total de 21 alumnos que componen la clase hay 7 que no asisten ese día. No es nada extraño, ya que según el profesor esos alumnos que han faltado acumulan cada uno de ellos más del 50 % de faltas a lo largo del curso.

Nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes: el nivel general es bajo. Hay un total de 12 alumnos que tienen pendientes las Matemáticas de cursos anteriores, y 5 que repiten 4º de ESO. Solamente 7 alumnos han superado las dos primeras evaluaciones durante el curso 2014/2015. Este bajo nivel viene explicado en gran medida por la falta

de interés (observada durante mi período de prácticas y corroborada tras comentarlo con el profesor) que muestran los alumnos de este grupo ante la asignatura de Matemáticas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA SECUENCIA DE TAREAS

La secuencia de tareas propuesta tiene como finalidad trabajar y consolidar lo estudiado en sesiones anteriores sobre funciones exponenciales. Los objetivos específicos de la misma se han escogido guardando coherencia con los explicitados para la unidad didáctica y estos, a su vez, son coherentes con los generales establecidos para la enseñanza de Matemáticas en ESO, los cuales se pueden ver en el Anexo 1. A continuación se describen los objetivos específicos establecidos para esta secuencia de tareas:

1. Obtener una tabla con los valores de dos variables relacionadas en un fenómeno.
2. Detectar un crecimiento exponencial en la relación entre dos variables, y ser capaces de establecer dicha relación entre las mismas.
3. Reconocer y manejar los distintos sistemas de representación (gráfica, fórmula, enunciado verbal, tabla, etc.) existentes para la relación entre las variables, incidiendo en las conexiones que hay entre dichos sistemas.
4. Estudio del concepto de dominio de una función, tanto en el caso general como en algunos particulares.
5. Uso de la calculadora para la obtención de valores y la representación gráfica de funciones exponenciales.
6. Fomento de la capacidad intuitiva de los estudiantes a la hora de afrontar los problemas, así como la comprobación de dichas intuiciones.

CONTENIDOS DE LA SECUENCIA DE TAREAS

La secuencia de tareas propuesta se incluye en la parte de funciones exponenciales, a su vez incluida en la unidad didáctica “Otras Funciones Elementales”. Por ello, los contenidos de la secuencia de tareas son los correspondientes a esa parte de la unidad didáctica, distinguiéndolos a continuación entre contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Contenidos conceptuales

- Interpretación y manejo de funciones exponenciales mediante su enunciado verbal, fórmula matemática, gráficas y tablas de valores.
- Conocimiento de los distintos sistemas de representación que podemos usar con funciones exponenciales, y de la posible traslación de uno a otro de esos sistemas.
- Comprensión del concepto de dominio de una función exponencial, tanto en el caso general como en algunos particulares.

Contenidos procedimentales

- Construcción de una tabla de valores que relacione dos variables implicadas en una situación o fenómeno.
- Detección de un comportamiento exponencial en la relación entre dos variables.
- Obtención de la fórmula matemática y el enunciado verbal de una función exponencial a partir de una tabla de valores, así como su representación gráfica a partir de esos otros sistemas de representación.
- Profundización en el concepto de dominio de una función exponencial, distinguiendo el caso general de las posibles situaciones particulares.
- Uso de calculadora y otro software para calcular valores y representar gráficamente funciones exponenciales.

Contenidos actitudinales

- Sensibilidad y gusto por la limpieza, el orden y la claridad en el tratamiento y representación de datos referentes a funciones exponenciales.
- Valoración y repercusión de medios tecnológicos como las calculadoras y distintos programas de ordenador para el cálculo, tratamiento y representación gráfica de funciones exponenciales.

COMPETENCIAS BÁSICAS DESARROLLADAS EN LA SECUENCIA DE TAREAS

Se describe a continuación la forma en la que se espera que la secuencia de tareas propuesta contribuya a desarrollar algunas de las competencias básicas definidas en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre:

Competencia Matemática: se intenta que los estudiantes entiendan cómo una función exponencial puede modelizar una situación de la realidad.

Competencia en Comunicación lingüística: los alumnos deben ser capaces de enunciar verbalmente la relación exponencial entre dos variables, ya sea a partir de la situación de la realidad o a partir de la fórmula que relaciona dichas variables.

Competencia en Conocimiento e Interacción con el Medio Físico: el alumnado ha de valorar el uso de las funciones exponenciales como elementos matemáticos que pueden describir fenómenos del mundo físico.

Competencia en Tratamiento de la información y competencia digital: se busca con esta secuencia de tareas que los alumnos conozcan el potencial que medios tecnológicos como son las calculadoras o software matemático tienen en relación al tratamiento de funciones exponenciales.

Competencia en Aprender a aprender: los estudiantes han de ser los protagonistas de su propio aprendizaje, siendo capaces de adquirir los conocimientos relativos a las funciones exponenciales que se les demanden.

Competencia en Autonomía e iniciativa personal: los alumnos deben aprender a modelizar una situación dada en la cual se produzca un fenómeno exponencial.

DESCRIPCIÓN DE LA SECUENCIA DE TAREAS

En este apartado, se procede a detallar la secuencia de tareas propuesta. En primer lugar, se enumeran las ocho tareas que la componen, para posteriormente pasar a describir aspectos como los recursos que se van a usar, la metodología seleccionada y la secuenciación prevista para el desarrollo en el aula. En el Anexo 2 se incluye la secuencia de tareas en el formato exacto en el que fue entregada a los alumnos.

Las tareas que componen la secuencia son las siguientes:

- 1) Coged un folio, y dobladlo cuántas veces podáis por la mitad. ¿Cuál es el máximo de dobleces que habéis podido darle?
- 2) Sin hacer ninguna operación, y considerando que entre la Tierra y la Luna hay una distancia de unos 384.400 km, y también que el folio tiene las dimensiones suficientes para poder doblarlo todas las veces que haga falta, ¿cuántos dobleces creéis que hacen falta para que el espesor del folio doblado fuese igual a la distancia Tierra-Luna?
- 3) Si el folio tiene un espesor de 0,1 mm, ¿qué espesor tiene cuándo lo doblamos 1 vez? ¿Y cuándo lo hacemos 2 veces? ¿Y 6 veces?
- 4) Construir una tabla de valores que relacione el espesor del folio doblado con el número de dobleces realizados. Llegar hasta los 12 primeros dobleces, y luego obtener también el espesor para 20, 25 y 30 dobleces.
- 5) Hallar la relación existente (función) entre el espesor del folio doblado y el nº de dobleces que le hemos dado. Expresar esta función con su fórmula, y también enunciar verbalmente la relación entre ambas variables.
- 6) Indicar el dominio de la función anterior (en el caso general), y hacer una representación gráfica aproximada.

- 7) La función indicada, centrándonos en el caso particular que nos ocupa de doblar un folio, ¿tendría el mismo dominio que en el caso general? En el caso de que sea distinto, ¿cuál sería? Justificar la respuesta. Representar gráficamente de manera aproximada la función para nuestro caso particular.
- 8) Comprobar con la función hallada si la previsión hecha en el punto 3) es acertada. Si no lo es, intentar hallar una solución aproximada.

RECURSOS:

Los recursos que se prevé usar durante el desarrollo de la secuencia de tareas son los siguientes:

- Folios y material de escritura.
- Pizarra de fondo blanco.
- Calculadora.
- Ordenador del profesor (con “Geogebra”) y proyector.

METODOLOGÍA:

La metodología prevista para la secuencia de tareas es, durante la primera parte de la sesión, el **trabajo individual**. Durante esa parte, los alumnos contestarán individualmente a todas las tareas planteadas. En la parte final de la sesión, una vez hayan entregado la actividad, se procederá a **trabajar las tareas de forma conjunta**, con la participación de todo el grupo.

SECUENCIACIÓN PREVISTA PARA EL DESARROLLO EN EL AULA:

Se destina una sesión de 50 minutos para la realización de esta secuencia de tareas. Al inicio de la clase, se les entregará a los alumnos la hoja con los ejercicios además de varios folios en blanco. Se les explicará que es una actividad relacionada con lo que han estado estudiando en días anteriores de funciones exponenciales, y se les darán unos 30 minutos para que contesten individualmente a todas las preguntas. Durante este tiempo,

se observará el desarrollo del trabajo, ayudando a los alumnos con las dudas y problemas que puedan tener, pero intentando siempre que sean ellos los que lleven la voz cantante durante el proceso.

Una vez transcurridos esos primeros 30 minutos, se les pedirá a los estudiantes que entreguen lo que han hecho, y se procederá a continuación a resolver durante los 20 minutos restantes la actividad en la pizarra. Para ello, se contará con la participación de todo el grupo, incidiendo en aquellos apartados de la secuencia que han planteado más dificultades a los alumnos. Durante esta última parte, se utilizará el recurso “Geogebra” para comentar y clarificar algunas de las tareas.

CLASIFICACIÓN DE LAS TAREAS SEGÚN SU NIVEL DE DEMANDA COGNITIVA

En este apartado se clasifican todas las tareas que componen la secuencia según su nivel de demanda cognitiva. De entre las dos clasificaciones desarrolladas en el marco teórico del presente trabajo, la de Stein y la de PISA, se utilizará la primera, por considerar que permite un mejor encuadre de las tareas que componen la secuencia objeto de este TFM.

Nivel 1: tareas/actividades de memorización: Tareas 1), 2) y 3)

Las tareas 1) y 2) sirven principalmente de introducción a la realización del resto y tienen una demanda cognitiva muy baja, por lo que se les asigna el nivel más bajo de la clasificación de Stein, si bien podrían incluso dejarse sin ser clasificadas al no tratarse de tareas propiamente dichas. En la tarea 1) tienen que limitarse a responder el número de veces que han podido doblar por la mitad un folio, es decir, no tiene mayor dificultad que reproducir algo que los alumnos han observado con su propia manipulación de los folios. La tarea 2) busca que los estudiantes fomenten su capacidad intuitiva, sin exigir más demanda cognitiva que la hacer una estimación mental a partir de unos datos dados.

Con respecto a la tarea 3), se ubica en este nivel porque los alumnos solamente tienen que reproducir algo que han observado previamente, en este caso concreto, hallar el espesor del folio cada vez que lo doblan por la mitad conociendo el espesor inicial. Los

espesores para los distintos números de dobleces por los que se les pregunta en este apartado pueden ser obtenidos todos ellos directamente con la manipulación de los folios, duplicando el espesor cada vez que hacen un dobléz, por lo que esta tarea 3) no presenta ninguna ambigüedad y requiere una demanda cognitiva baja para ser realizada.

Nivel 2: tareas/actividades de procedimientos sin conexión: Tarea 4)

En esta categoría se ubica la tarea 4). En este apartado se les pide que construyan una tabla de valores que relacione el espesor del folio doblado con el número de dobleces realizados, aunque a diferencia de la tarea 3), en este caso se les piden valores del espesor para varios números de dobleces que no pueden observar por manipulación directa ante la imposibilidad física de doblar el folio tantas veces. Esto les exige que tengan que reconocer un patrón en la relación entre las dos variables a partir de lo observado, y usar ese patrón para obtener el resto de valores pedidos.

Teniendo en cuenta lo anterior, se considera que la tarea 4) es poco ambigua, requiere una demanda cognitiva limitada para su realización y no profundiza en la comprensión de los conceptos matemáticos implicados, características todas ellas de este nivel 2 de la clasificación de Stein.

Nivel 3: tareas/actividades de procedimientos con conexión: Tarea 5) y 6)

Las tareas 5) y 6) se encuadran en el nivel 3 de esta clasificación. Ambas tareas exigen que los alumnos trabajen los distintos sistemas de representación de las funciones exponenciales y sean capaces de pasar de uno a otro. Estas tareas requieren algo más de esfuerzo cognitivo que las anteriores, ya que no es posible hacerlo sin pensar, y están más centradas en el procedimiento como herramienta para desarrollar la comprensión de los conceptos matemáticos tratados, que son algunos de los rasgos distintivos que presentan las tareas del nivel 3 en la clasificación de Stein. A continuación, se muestra un cuadro en el que, siguiendo el trabajo de Janvier citado en García y Llinares (1994), se resumen los procesos de traslación entre los diferentes sistemas de representación que se proponen trabajar en concreto con estas tareas:

PROCESO DE TRASLACIÓN					
	a situación	a tabla de valores	a fórmula	a enunciado verbal	a representación gráfica
de situación		X			
de tabla de valores			X		X
de fórmula				X	X
de enunciado verbal					
de representación gráfica					

TABLA 2: PROCESOS DE TRASLACIÓN ENTRE SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN TRABAJADOS CON LA SECUENCIA DE TAREAS PROPUESTA

Nivel 4: tareas/actividades que requieren “hacer matemáticas”: Tarea 7) y 8)

Estas últimas dos tareas son las que presentan una mayor demanda cognitiva a los alumnos, y presentan características propias del nivel 4 de la clasificación de Stein. La tarea 7) requiere que los estudiantes muestren una adecuada comprensión del concepto de dominio de una función, al ser cuestionados por un caso particular de la función exponencial. Además, se les pide que justifiquen la respuesta y que representen gráficamente la situación particular dada como medios para demostrar dicha comprensión conceptual.

En cuanto a la tarea 8), se les pide que comprueben la previsión hecha en la tarea 2), y en el caso de que no fuese acertada, que obtengan una solución aproximada. Hay que tener en cuenta que ellos no han aprendido aún a resolver ecuaciones exponenciales, que sería la forma más rápida y exacta de hacerlo, por lo que para hallar la solución aproximada tienen que ir probando diferentes valores del número de dobleces en la función obtenida para hallar el espesor del folio que cubriría la distancia pedida. El hecho de que tengan que comprobar por sí mismos una respuesta anterior y controlar su

aprendizaje (algo a lo que no suelen estar acostumbrados), unido a la forma descrita de cómo han de hacerlo, es por lo que se considera que esta tarea 8) se incluye en el nivel de demanda cognitiva más alto de la clasificación de Stein.

Toda la clasificación anterior se puede resumir en la siguiente tabla:

Nivel de tarea según su demanda cognitiva (Stein)	Tareas de la secuencia
Nivel 1: Tareas/Actividades de memorización	1), 2) y 3)
Nivel 2: Tareas/Actividades de procedimientos sin conexión	4)
Nivel 3: Tareas/Actividades de procedimientos con conexión	5) y 6)
Nivel 4: Tareas/Actividades que requieren "hacer matemáticas"	7) y 8)

TABLA 3: RESUMEN CLASIFICACIÓN TAREAS DE LA SECUENCIA SEGÚN SU DEMANDA COGNITIVA

PREVISIÓN DE POSIBLES RESPUESTAS Y DIFICULTADES DE LOS ALUMNOS AL REALIZAR LA SECUENCIA DE TAREAS

En la fase de diseño, para comparar con los resultados obtenidos una vez los alumnos hayan realizado la secuencia de tareas, se indica a continuación la respuesta que se considera correcta para cada una de las preguntas y también una previsión de las posibles respuestas que puedan dar a cada una de ellas. Asimismo, se indicarán las dificultades que se prevé que puedan encontrar durante la realización de la secuencia.

Tarea 1)

Respuesta correcta: 6 veces.

Posibles respuestas: es previsible que algunos alumnos contesten que han podido doblar el papel 7 veces, por el mero hecho de decir que han hecho más que el resto, aunque es prácticamente imposible doblarlo de manera completa más de 6 veces.

Previsión de dificultades: no se prevé que ninguno de los estudiantes encuentre ninguna dificultad al realizar esta tarea.

Tarea 2)

Respuesta correcta: 42 veces. También se admiten como buenas respuestas cercanas a ese número.

Posibles respuestas: se espera que la mayoría de alumnos hagan previsiones muy altas, dada la gran distancia Tierra-Luna y el poco espesor del folio, y no haber detectado aún la relación de crecimiento exponencial que hay entre el número de dobleces y el espesor del folio doblado.

Previsión de dificultades: a estas edades suelen encontrar dificultades para entender el rápido crecimiento de una función exponencial, por lo que es previsible, como ya se ha indicado en el punto anterior, que tiendan a hacer previsiones muy altas.

Tarea 3)

Respuesta correcta: 1 dobléz \rightarrow 0,2 mm; 2 dobleces \rightarrow 0,4 mm; 6 dobleces \rightarrow 6,4 mm.

Posibles respuestas: la previsión es que la mayor parte de los estudiantes sean capaces de contestar correctamente, aunque puede haber algunos que cometan algún error al hacer las multiplicaciones, o que no indiquen la unidad de medida (mm) correspondiente.

Previsión de dificultades: no deberían existir grandes dificultades al realizar esta tarea, ya que sólo tienen que proceder a doblar el folio, observando que el espesor se duplica cada vez que lo doblamos. Lo único que se prevé es que, como ya se ha mencionado, algunos alumnos se equivoquen al multiplicar u olviden colocar la unidad de medida.

Tarea 4)

Respuesta correcta:

Nº de dobleces	Espesor (en mm)	Nº de dobleces	Espesor (en mm)	Nº de dobleces	Espesor (en mm)
1	0,2	6	6,4	11	204,8
2	0,4	7	12,8	12	409,6
3	0,8	8	25,6	20	104.857,60
4	1,6	9	51,2	25	3.355.443,2
5	3,2	10	102,4	30	107.374.182,4

TABLA 4: TABLA DE VALORES RESPUESTA DE LA TAREA 4) DE LA SECUENCIA

Posibles respuestas: tras hacer la tarea anterior, lo normal es que todos los alumnos construyan la tabla hasta 6 dobleces de manera correcta. En cuanto al resto de la tabla, puede ser que algunos no sigan obteniendo valores a partir de ese número, o lo hagan de manera equivocada. También puede haber algunos errores de cálculo en los valores y omisión de la unidad de medida.

Previsión de dificultades: basándose en la tarea anterior, construir la tabla hasta 6 dobleces no debe resultarle difícil, ya que pueden hallar los valores correspondientes doblando el folio ellos mismos y duplicando el espesor en cada doblez. A partir de ese valor, puede que encuentren más dificultades si no detectan el patrón de crecimiento exponencial que relaciona ambas variables.

Tarea 5)

Respuesta correcta: la fórmula de la función exponencial pedida es $y = 0,1 \cdot 2^x$, siendo x el número de dobleces e y el espesor del folio doblado en mm. En cuanto al enunciado verbal, la respuesta correcta sería “el espesor del folio doblado, en mm, es igual al producto del espesor inicial por 2 elevado al número de dobleces”.

Posibles respuestas: aquellos alumnos que no hayan detectado la relación exponencial entre las dos variables, no podrán obtener la fórmula correcta. Los que sí lo hayan

detectado, puede ocurrir que cometan algún pequeño error, como por ejemplo olvidar multiplicar por el espesor inicial del folio ($y = 2^x$).

En cuanto al enunciado verbal, como es obvio, los que no hayan encontrado el patrón exponencial que relaciona las variables, no podrán tampoco enunciar verbalmente de manera correcta dicha relación. Aquellos alumnos que sí hayan detectado el patrón exponencial, deberían contestar de una manera idéntica o muy similar al enunciado considerado como correcto.

Previsión de dificultades: normalmente, los estudiantes están habituados a obtener la tabla de valores de una función dada. En esta tarea, sin embargo, tienen que hallar la función a partir de la tabla de valores construida con anterioridad, por lo que es probable que encuentren dificultades para dar ese paso al ser el procedimiento inverso al que están acostumbrados a realizar. Con respecto al enunciado verbal, muchos alumnos de estas edades suelen tener problemas de comunicación lingüística para enunciar correctamente expresiones matemáticas, por lo que es de prever también que sea difícil que todos los alumnos la enuncien bien.

Tarea 6)

Respuesta correcta: el dominio de la función $y = 0,1 \cdot 2^x$, en el caso general, es $(-\infty, +\infty)$. La representación gráfica de esta función es (en el caso de los alumnos sería aproximada):

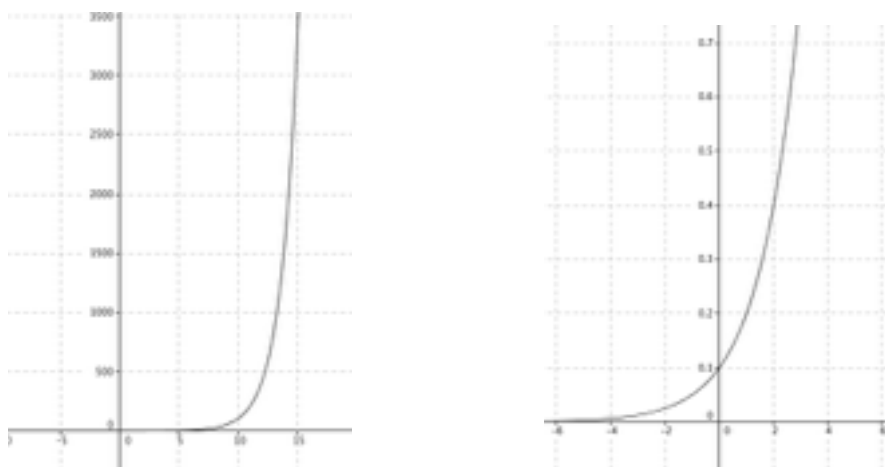


FIGURA 2: REPRESENTACIÓN GRÁFICA FUNCIÓN DE LA TAREA 6) DE LA SECUENCIA (NORMAL Y CON ZOOM AUMENTADO)

Posibles respuestas: si han obtenido correctamente la función exponencial, han de contestar el dominio correcto y ser capaces de representarla gráficamente. Si la función obtenida no es correcta, dependiendo de cuál sea, puede que en algún caso el dominio que respondan sea acertado (por pura coincidencia), si bien la representación gráfica no podrá ser de ninguna manera la correcta, al estar trabajando con otra función.

Previsión de dificultades: con respecto al dominio de la función, no se esperan mayores problemas siempre que hayan llegado a la fórmula de la función exponencial, ya que en las sesiones previas su profesor ha enfatizado en el dominio de dichas funciones. En cuanto a la representación gráfica, una vez han obtenido la fórmula y basándose en la tabla de valores anteriormente construida, no deben encontrar dificultades al representarla, ya que lo han hecho en repetidas ocasiones durante sesiones anteriores.

Tarea 7)

Respuesta correcta: el dominio de la función en el caso particular dado es $[0, +\infty)$. La justificación sería, que si bien para el caso general de la función $y = 0,1 \cdot 2^x$ el dominio es $(-\infty, +\infty)$, en nuestro caso particular no tienen sentido los valores negativos para la variable x , ya que no se puede doblar un folio un número negativo de veces.

La representación gráfica en este caso sería (en el caso de los estudiantes sería una aproximación):

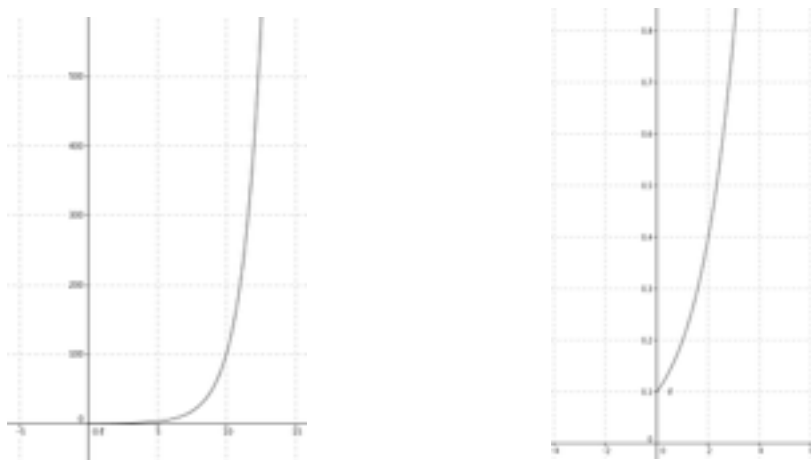


FIGURA 3: REPRESENTACIÓN GRÁFICA FUNCIÓN DE LA TAREA 7) DE LA SECUENCIA (NORMAL Y CON ZOOM AUMENTADO)

Posibles respuestas: es previsible que muchos de los alumnos respondan que el dominio es el mismo que en el caso general, debido a una falta de comprensión de ese concepto de dominio. Los alumnos que contesten esto harán, como es natural, la misma representación gráfica que en la tarea anterior. Por supuesto, aquellos alumnos que no hayan obtenido la función correcta, no podrán contestar correctamente ni al dominio por el que se les pregunta ni hacer la representación gráfica correspondiente.

Previsión de dificultades: los estudiantes pueden encontrar dificultades en alcanzar una buena comprensión del concepto de dominio de una función. Se define el dominio de una función $y(x)$ como el conjunto de valores de x para los cuales existe dicha función. En este caso particular, si bien se podría dar valores negativos de x en la función, no tiene ningún sentido hacerlo así, ya que es imposible doblar un folio un número negativo de veces. El hecho de que tengan que justificar su respuesta puede ser otra fuente de problemas, ya que no suelen estar habituados a fundamentar y explicar los resultados.

Los alumnos que hayan contestado correctamente el dominio de esta función en el caso particular no deben tener problemas en representar gráficamente la función en dicho caso, ya que es exactamente igual que la representación de la tarea anterior, pero partiendo del valor $x = 0$, es decir, olvidándose de los valores negativos de la variable x .

Tarea 8)

Respuesta correcta: la respuesta correcta es que debería doblarse el folio entre 41 y 42 veces.

Posibles respuestas: pueden contestar múltiples valores, ya que dependerá de la relación entre las dos variables que hayan obtenido y de cómo procedan para hallar la aproximación de la solución.

Previsión de dificultades: en primer lugar, hay que indicar que los estudiantes de ESO no están acostumbrados a tener que comprobar una previsión hecha por ellos mismos, lo que puede que les genere dudas. Además, al no saber aún resolver ecuaciones

exponenciales, puede que les cueste ver que tienen que ir probando distintos valores de x hasta alcanzar un espesor mayor que la distancia Tierra-Luna.

4.2 DESCRIPCIÓN Y VALORACIÓN DEL DESARROLLO EN EL AULA DE LA SECUENCIA DE TAREAS

En este apartado, se analiza la secuencia de tareas una vez se desarrolla en el aula; en primer lugar, se describe lo observado en la clase durante su realización, para posteriormente pasar a estudiar las respuestas de los estudiantes a las distintas tareas planteadas, comparando esas respuestas con la previsión hecha en la fase de diseño.

DESARROLLO EN EL AULA

Durante el desarrollo de la secuencia de tareas propuesta, los 14 alumnos que asistieron ese día a clase comenzaron mostrando interés y motivación al inicio de la actividad, doblando los folios y contestando las primeras preguntas. Sin embargo, este interés inicial decreció rápidamente, y a los 10 minutos gran parte de los estudiantes había dejado de hacer las tareas en cuanto encontraron la más mínima dificultad. A la pregunta de por qué no continuaban realizándolas, en muchos casos respondían frases como “no sé hacerlo”, “es muy difícil” o “yo no sé nada de matemáticas”. Intenté, con ayuda del tutor en el centro, mantener el nivel de interés alto y que los alumnos continuaran trabajando, aunque fue realmente complicado y a los 25 minutos del inicio prácticamente todos habían dejado de trabajar, por lo que decidí recoger las tareas y proceder a resolverla en la pizarra con la máxima participación por parte del grupo.

En un principio, consideré que era posible que las tareas propuestas tuvieran una demanda cognitiva demasiado alta para el nivel de los alumnos de ese grupo de 4º de ESO. Ningún estudiante había contestado a las tareas 5), 6), 7) y 8), que eran las de mayor demanda cognitiva, además de que incluso no todos respondieron a las primeras cuatro tareas, las de menor demanda. Sin embargo, cuando se resolvió la actividad en la pizarra con la aportación de todos los alumnos, comprobé que el problema estaba más relacionado con la motivación y actitud de los mismos, y con la gestión que se había

hecho de la secuencia de tareas en el aula, que con la falta de nivel cognitivo para contestar las preguntas. Durante esta parte de la sesión desarrollada en grupo, actuando yo como guía, los estudiantes, aunque mostraron ciertos problemas al manejar el lenguaje formal de las matemáticas que requería la resolución de la secuencia de tareas, sí que demostraron cierto dominio sobre los contenidos implicados en la tarea, anticipando varios de ellos en voz alta respuestas a algunas cuestiones que habían dejado sin responder en la parte individual. Cuestionados acerca de ese hecho, respondieron cosas como “que no sabían que era eso lo que tenían que hacer”, “que no habían entendido eso” o “que era mejor hacerlo entre todos en la pizarra con ayuda del profesor”. También comentaron que a ellos les hubiera gustado usar “Geogebra” durante la sesión.

Todas estas observaciones realizadas por el profesor en prácticas durante el desarrollo de la secuencia de tareas en el aula se tienen en cuenta en la propuesta de mejora que se hace de la misma.

ESTUDIO DE LAS RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES

En este apartado se describen y analizan las respuestas de los estudiantes a cada una de las tareas, comparándolas con la previsión hecha:

Tarea 1)

Todos los alumnos respondieron a esta tarea correctamente, lo cual no es ninguna sorpresa en vista de la sencillez de la misma. Como curiosidad, hay que decir que dos alumnos en concreto perdieron 5 minutos en intentar doblarlo una séptima vez solamente para decir que ellos lo habían conseguido hacer más veces que el resto de compañeros.

Tarea 2)

Sorprendentemente, hubo 4 alumnos que no contestaron a esta pregunta, ya que afirmaban no tener la más remota idea. A pesar de que les indiqué que contestasen aquello que pensasen, fuese el valor que fuese, y que después ya podrían comprobar si

esa previsión era correcta o no, se negaron a hacerlo. De los otros 10 estudiantes, hubo 8 que hicieron estimaciones altas, tal y como se había previsto. Los 2 restantes hicieron la previsión correcta (42 veces) ya que, según ellos mismos, ya lo habían escuchado en otra ocasión.

Tarea 3)

Únicamente 2 alumnos contestaron completamente bien a esta pregunta, ya que hubo otros 5 estudiantes que, si bien pusieron los espesores correctos, no indicaron a qué número de dobleces correspondía cada uno de ellos. Hubo otros 3 alumnos que pusieron mal alguno de los valores al equivocarse haciendo la multiplicación, mientras que de los 4 alumnos restantes, 2 contestaron una cosa sin sentido (sólo pusieron 3,2 mm, y 8,4 mm, respectivamente) y los otros 2 no pusieron nada. En vista de los resultados, es evidente que esta tarea presentó más dificultades de las previstas.

Tarea 4)

Solamente 1 estudiante construyó completa la tabla de valores solicitada sin ningún error en los cálculos, aunque no era correcta del todo ya que no indicó en la cabecera de cada columna “Nº de dobleces” y “Espesor en mm”. Hubo otros 2 alumnos que también hicieron la tabla completa, pero además de no poner tampoco la cabecera de las columnas, cometieron algún error en los valores de la tabla. Del resto de compañeros, hubo 3 alumnos que sólo construyeron la tabla hasta 6 dobleces, y los otros 7 no contestaron absolutamente nada. Por último, señalar el caso de un alumno que, a pesar de haber realizado correctamente la tarea 3), en esta, de manera inexplicable, usó la función $y = x^2$. Todas las dificultades descritas para esta tarea, excepto esa última, estaban previstas, aunque es cierto que no se esperaba que afectasen a un número tan alto de estudiantes.

Tareas 5), 6), 7) y 8)

Ninguno de los 14 alumnos respondió absolutamente nada a estas tareas, por lo que se hace evidente que ha habido algún problema durante el desarrollo de la secuencia de tareas que trasciende las dificultades que se habían podido prever.

VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS

En vista de los resultados obtenidos en la parte individual de la secuencia de tareas, he de decir que es claro que no se lograron apenas los objetivos de aprendizaje específicos establecidos para la misma. Los únicos objetivos que los alumnos mostraron haber alcanzado parcialmente, y solo por parte de una minoría de la clase, fueron los siguientes:

1. Obtener una tabla con los valores de dos variables relacionadas en un fenómeno.
5. Uso de la calculadora para la obtención de valores y la representación gráfica de funciones exponenciales (en cuanto a la obtención de valores, porque ningún estudiante ha realizado representación gráfica alguna).

Las dificultades y problemas encontradas por los alumnos en la práctica fueron mucho mayores de lo previsto, como prueba el hecho de que ningún alumno contestase nada en las últimas 4 tareas (las de mayor demanda cognitiva), y tampoco fuesen capaces de contestar correctamente a las 4 primeras. Esta situación puede llevar a pensar que la secuencia de tareas planteada tenía una demanda cognitiva demasiado alta para el nivel de conocimientos previos de los alumnos.

No obstante, tras la posterior realización de las tareas en la pizarra con la aportación del grupo, se observó, como ya hemos mencionado con anterioridad, que muchos de los alumnos sí que tenían el nivel cognitivo requerido para resolver la secuencia de tareas, o por lo menos para hacer mucho más de lo que habían hecho en la parte individual. Durante esa parte realizada en grupo, usando por mi parte un lenguaje coloquial conectado al lenguaje matemático de las tareas y actuando únicamente como guía, los estudiantes iban anticipando en muchos casos las respuestas, lo que viene a probar que

los malos resultados obtenidos en la parte individual estaban más relacionados con la gestión de la secuencia de tareas en el aula y con la motivación de los alumnos que con su bajo nivel cognitivo respecto a las funciones exponenciales.

4.3 PROPUESTA DE MEJORA DE LA SECUENCIA DE TAREAS

Basándome en lo observado durante el desarrollo de la secuencia de tareas en el aula, en la valoración de los resultados obtenidos y en la comparación con lo que se había previsto en la fase de diseño, hago la siguiente propuesta de mejora de la secuencia planteada:

- En primer lugar, pienso que, antes de la realización de la secuencia de tareas, sería conveniente realizar una exploración previa para determinar el nivel cognitivo de los alumnos con respecto al tema de las funciones exponenciales, obteniendo una idea más real de las dificultades que podrían encontrar durante la resolución de las tareas y así poder tenerlas en cuenta durante la fase de diseño. De esta forma, podría enfocarse la secuencia incidiendo en solventar todas esas dificultades previstas, avanzando hacia la consecución de los objetivos de aprendizaje fijados.
- También considero que sería positivo hacer una introducción más amplia a las tareas que la realizada en este caso, que solamente consistía en decirle a los alumnos que era una actividad relacionada con las funciones exponenciales que estaban estudiando esos días y que comenzaran a hacerla. Es muy probable que fuese mejor recordar brevemente las características principales de este tipo de funciones, haciendo referencia a los distintos ejercicios que han realizado en sesiones anteriores, y conectarlas con las aplicaciones que puedan tener en la matematización de una situación de la realidad. De esta forma, si bien se bajaría algo la demanda cognitiva de la secuencia de tareas, se conseguiría sortear algunas de las dificultades que se encontraron a las primeras de cambio y que hicieron que dejaran de trabajar casi de inmediato.
- Otro aspecto que cambiaría completamente sería la forma de trabajo prevista para la secuencia de tareas. Los principales problemas surgieron durante la realización de la

parte individual, donde paulatinamente los alumnos dejaron de trabajar en cuanto encontraron una dificultad que les requiriese pensar. Para intentar evitar esto se podría, en lugar de dar unos 30 minutos para la realización de la secuencia de tareas completa, dar menos tiempo para hacer cada una de las tareas individualmente, entregarla al profesor y resolverla en la pizarra con la participación de todo el grupo antes de pasar a la siguiente. De este modo, la clase se haría más dinámica, al ir variando continuamente del trabajo individual al colectivo, haciendo más complicado que se desconectaran de la actividad. Además, como se resolvería cada tarea en conjunto antes de hacer la posterior, se evitaría que los alumnos arrastrasen dudas y dificultades a lo largo de la secuencia.

- En relación con lo anterior, creo que también sería preferible hacer que los estudiantes trabajasen en parejas en lugar de individualmente. En muchas ocasiones, comentando las tareas entre ellos y ayudándose mutuamente, los alumnos consiguen superar dificultades que por sí solos no superarían y que provocarían que dejasen de trabajar.
- Durante la realización de la secuencia de tareas, los alumnos mostraron problemas al manejar el lenguaje matemático que requería. Este lenguaje formal de las matemáticas se configura como un obstáculo en el proceso de aprendizaje de los alumnos, ya que si no dominan el vocabulario y las expresiones involucradas en el planteamiento y resolución de las tareas, posiblemente tampoco comprenderán lo que han de hacer y, por consiguiente, difícilmente se alcanzarán los objetivos de aprendizaje previstos con dichas tareas. Por ello, sería deseable que se use con los alumnos a lo largo de la sesión un lenguaje coloquial siempre conectado al lenguaje matemático necesario, de manera que se les facilitase la comprensión de los conceptos matemáticos implicados, a la vez que iría familiarizándolos con el uso de dicho lenguaje formal.
- Una de las razones por las que se eligió esta secuencia de tareas en concreto era porque los alumnos podían manipular folios y se preveía que les podía parecer curiosa, aumentando así su motivación e interés, aunque no se tratase de una

situación que se pudiera dar en un contexto real. Esto fue así en un principio, pero a medida que avanzaba la sesión fue decayendo dicho interés. Para evitar esta situación, se podría proponer una secuencia de tareas muy similar pero que se desarrolle en un contexto más real y familiar para ellos, como podría ser algo relacionado con el crecimiento de una población o el del dinero en un banco.

- En el caso de que fuese posible y hubiera disponibilidad de ordenadores para todos, se podría hacer la actividad usando “Geogebra”. Por sus comentarios cuando se usó por parte del profesor al final de la sesión, podría ser un elemento incentivador para los alumnos a la hora de realizar la secuencia de tareas propuesta. Además, al mismo tiempo, se desarrollaría su competencia digital al resolver problemas usando este tipo de software.
- Por último, señalar que quizás los objetivos específicos planteados para esta secuencia de tareas fueron demasiado ambiciosos para desarrollarlos en una única sesión, máxime teniendo en cuenta el nivel y actitud de los alumnos de este grupo. Sería recomendable desarrollar esta secuencia de tareas (o una similar) en dos e incluso tres sesiones, de manera que fuese más realista el planteamiento de objetivos a lograr con el desarrollo de la misma.

5. CONCLUSIONES

Una vez desarrollado en este TFM el marco teórico del análisis de tareas, y realizado el diseño y desarrollo en el aula de una secuencia de tareas para un grupo de 4º de ESO, se enumeran a continuación las principales conclusiones a las que he llegado con este trabajo:

- He comprobado en primera persona, durante mi período de prácticas y la elaboración del presente TFM, la importancia de las tareas en los procesos de enseñanza-aprendizaje, ya que son una de las principales herramientas de las que dispone el docente para hacer que los estudiantes aprendan matemáticas. La razón es que estas tareas son las que provocan la actividad del alumnado, entendida esta actividad como el conjunto formado por la tarea y todos los procesos cognitivos desarrollados

durante su resolución, constituyéndose así como las principales oportunidades de las que disponen los alumnos para poner en juego todos los conocimientos que van adquiriendo y avanzar en su proceso de aprendizaje.

- También he observado que las tareas no solamente son el motor de aprendizaje de los alumnos, sino también el del propio docente. Para que las tareas propuestas a los estudiantes contribuyan de manera efectiva a su aprendizaje, es necesario realizar primero el diseño de las mismas según los objetivos perseguidos, después una observación de su desarrollo en el aula, y por último una reflexión sobre lo observado y la comparación con lo que se había previsto. Según mi propia experiencia durante la elaboración de este TFM, es indudable que la realización sistemática por parte del profesor de todo ese proceso de análisis de tareas le lleva a aprender y a mejorar continuamente como docente.
- En relación a las competencias específicas de este máster, he de decir que, por la temática elegida para este TFM, las competencias que más he desarrollado para mi futuro como docente con la realización del mismo seguramente hayan sido la de *Transformar los currículos en programas de actividades y trabajo (CE34)* y la de *Adquirir criterios de selección y elaboración de materiales educativos (CE35)*. La observación del importante papel que tienen las tareas en los procesos de enseñanza-aprendizaje me ha llevado a buscar y leer resultados de investigación sobre el análisis de tareas, profundizando en el conocimiento de ese campo. He adquirido habilidades para el diseño y selección de tareas matemáticas en función de los objetivos de aprendizaje establecidos, contribuyendo así al desarrollo de las competencias antes mencionadas.
- En la actualidad, existen multitud de posibles fuentes de las que se pueden extraer tareas que plantear a los alumnos, como son los libros de texto, revistas divulgativas, páginas de Internet, etc. Sin embargo, hay que ser conscientes de que lo importante no es tanto de dónde se toman las tareas, como hacer una selección de las mismas fundamentada en las características cognitivas y actitudinales de los alumnos con los

que se trabaje, y siempre en función de los objetivos de aprendizaje que se quieran lograr con ellas.

- Tras diseñar por mí mismo una secuencia de tareas para alumnos de ESO y llevarla a cabo en el aula, he aprendido que, por muy exhaustivo y detallado que sea el análisis en su fase de diseño, es la valoración de lo desarrollado en el aula la que determina el grado de éxito de las tareas planteadas a los alumnos. De la comparación continua entre esas dos fases surgen las propuestas de mejora, elevando o disminuyendo la demanda cognitiva según las necesidades detectadas, en un proceso de retroalimentación enfocado a la consecución de los objetivos establecidos.
- Otra cuestión que he aprendido ha sido la gran incidencia que puede tener en el éxito de una secuencia de tareas la forma de gestionarla en el aula. Para una tarea con idénticas preguntas y un mismo grupo de alumnos, las distintas maneras en las que se puede desarrollar la clase pueden determinar el que estos estudiantes logren un aprendizaje significativo o no de los contenidos matemáticos que se estén tratando. Una posibilidad para mejorar la forma de gestionar la tarea, podría ser grabar la sesión en video, pudiendo así el docente observar y analizar el desarrollo de la misma desde fuera, con las ventajas que eso conllevaría.
- Por último, hay que ser conscientes de que grupos de ESO como el descrito en este TFM, en el que hay una latente falta de interés por las matemáticas que se traduce en un bajo rendimiento por parte de los alumnos, en la actualidad son bastante habituales en muchos centros de nuestro país. Por ello, como docentes, tenemos que estar siempre preparados para adaptarnos a las características propias del grupo con el que estemos trabajando, gestionando el trabajo en el aula en función de las características propias de esos alumnos, y lograr así optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje sea cual sea el nivel previo de los estudiantes.

6. **REFERENCIAS**

- Blog Ciencia como nunca (2014). *La Luna a 40 pasos*. Blog Ciencia como nunca. En <http://cienciacomonunca.blogspot.com.es/2014/02/la-luna-40-pasos.html>, accesado el 30 de abril de 2015.
- Cólera, J.; Oliveira, Ma.J.; Gaztelu, I.; Martínez, M. (2011). *Matemáticas 4º E.S.O. (opción A)*. Madrid. Anaya.
- Cruz Ampuero, G. (2012). *La demanda cognitiva como oportunidad de aprendizaje (ODA) en el área de Matemática*. XIV Congreso Nacional de Educadores UPC. En https://docs.google.com/document/d/12G27kM7FmYwDoCIA7eRKWMh024IHgE_IbhapDH12u_4/edit?pli=1, accesado el 14 de mayo de 2015.
- Godino, J. (2013). *Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores*. Universidad de Granada. En http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_2013_Dise%F1o_tareas.pdf, accesado el 6 de mayo de 2015.
- Llinares, S. (2011). *Tareas matemáticas en la formación de maestros. Caracterizando perspectivas*. Revista NÚMEROS, vol.78, pp. 5-16.
- OCDE (2003). *Programme for International Student Assessment*. Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) - Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE) (2005) PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas. En <http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/pisa2003liberados.pdf?documentId=0901e72b801106c6>, accesado el 3 de mayo de 2015.
- Penalva, C.; Llinares, S. (2011). *Tareas matemáticas en la Educación Secundaria*, en Goñi, J.M. (Edt) *Didáctica de las Matemáticas*. Barcelona: Ministerio de Educación-Graó. Capítulo 2, pp. 27-51.
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. (BOE 5-1-2007).

- Sullivan, P.; Clarke, D.; Clarke. B. (2013). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning*. Dordrecht. Springer.
- Torrecillas Gutiérrez, Juan Francisco (2014). *Programación didáctica de la asignatura de Matemáticas (4º ESO Opción A)*. IES Gaviota (Adra).

ANEXO 1:

OBJETIVOS GENERALES DE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN ESO

En el presente anexo, se enumeran los objetivos generales de la enseñanza de Matemáticas en ESO según el Real Decreto 1631/2006, de 29 de Diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Enseñanza Secundaria Obligatoria (BOE 05-01-2007). Asimismo, se aprovecha este anexo 1 para incluir también los objetivos de la parte de “Funciones Exponenciales” dentro de la unidad didáctica “Otras Funciones Elementales” en la que se encuadra la secuencia de tareas propuesta en este TFM.

OBJETIVOS GENERALES DE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN ESO

Según el “Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Enseñanza Secundaria Obligatoria (BOE 05-01-2007)”, los objetivos generales de la enseñanza de Matemáticas en ESO son los siguientes:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos

elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

5. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.

6. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.

7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.

10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

11. Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos

sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

OBJETIVOS DE LA PARTE DE “FUNCIONES EXPONENCIALES” DENTRO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA “OTRAS FUNCIONES ELEMENTALES”

Los objetivos generales de la parte de “Funciones Exponenciales” dentro de la unidad didáctica “Otras Funciones Elementales”, los cuales guardan coherencia con los generales de la etapa, son los siguientes:

1. Conocer y manejar con soltura las funciones exponenciales, incidiendo en el dominio de sus principales propiedades.
2. Dominar y trabajar con los diferentes sistemas de representación que se pueden usar para las funciones exponenciales (enunciado verbal, fórmula, representación gráfica y tabla de valores).
3. Identificar situaciones que se puedan resolver utilizando para su descripción funciones exponenciales.

ANEXO 2:

**SECUENCIA DE TAREAS EN EL
FORMATO ENTREGADO A LOS
ALUMNOS DE 4° DE ESO**

ACTIVIDAD: “HASTA LA LUNA”

4º E.S.O. - UNIDAD DIDÁCTICA: “OTRAS FUNCIONES ELEMENTALES” (FUNCIONES EXPONENCIALES)

ALUMNO:

ACTIVIDAD

- 1) Coged un folio, y dobladlo cuántas veces podáis por la mitad. ¿Cuál es el máximo de dobleces que habéis podido darle?

- 2) Si el folio tiene un espesor de 0,1 mm, ¿qué espesor tiene cuándo lo doblamos 1 vez? ¿Y cuándo lo hacemos 2 veces? ¿Y 6 veces?

- 3) Sin hacer ninguna operación, y considerando que entre la Tierra y la Luna hay una distancia de unos 384.400 km, y también que el folio tiene las dimensiones suficientes para poder doblarlo todas las veces que haga falta, ¿cuántos dobleces creéis que hacen falta para que el espesor del folio doblado fuese igual a la distancia Tierra-Luna?

- 4) Construir una tabla de valores que relacione el espesor del folio doblado con el número de dobleces realizados. Llegar hasta los 12 primeros dobleces, y luego obtener también el espesor para 20, 25 y 30 dobleces.

- 5) Hallar la relación existente (función) entre el espesor del folio doblado y el nº de dobleces que le hemos dado. Expresar esta función con su fórmula, y también enunciar verbalmente la relación entre ambas variables.

- 6) Indicar el dominio de la función anterior (en el caso general), y hacer una representación gráfica aproximada.

- 7) La función indicada, centrándonos en el caso particular que nos ocupa de doblar un folio, ¿tendría el mismo dominio que en el caso general? En el caso de que sea distinto, ¿cuál sería? Justificar la respuesta. Representar gráficamente de manera aproximada la función para nuestro caso particular.

- 8) Comprobar con la función hallada si la previsión hecha en el punto 3) es acertada. Si no lo es, intentar hallar una solución aproximada.