





UNIVERSIDAD DE ALMERÍA  
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA



TRABAJO FINAL DE GRADO  
GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL

**DISEÑO DE CONTROLADORES PARA UN SISTEMA DE  
LEVITACIÓN MAGNÉTICA**

Autor:

David Castillo Sáez

Dirección:

Manuel Berenguel Soria

Andrzej Pawlowski

*Almería, septiembre de 2017*



## **Agradecimientos**

*En primer lugar, quiero agradecer a los tutores que han llevado la dirección de este trabajo fin de grado, D. Manuel Berenguel Soria y Andrzej Pawlowski, por haber contribuido de una manera fundamental a la formación e implementación de este trabajo siempre que lo he necesitado.*

*Dar las gracias al tribunal del trabajo final de grado, quien, de una forma u otra, ha conseguido que adquiriera amplios conocimientos a lo largo del grado durante mi formación.*

*Por otra parte, me gustaría agradecer a mis compañeros que me ha ayudado cuando lo he necesitado, en especial a Antonio García Cruz. Sin él, el camino para convertirme en graduado hubiera sido más duro.*

*Agradezco con palabras que no se pueden explicar el apoyo de mis padres y hermana, quienes han estado siempre ayudándome cuando me encontraba con dificultades.*

*Por último, quiero agradecer a Marisol, la única persona quien es capaz de meterse en mi mente para ayudarme a afrontar los problemas con valentía y dedicación.*

*Sin todas estas personas, no hubiera conseguido llegar hasta aquí, o al menos, no hubiera aprendido estos valores fundamentales para el trabajo y la vida.*



## **Abstract**

*Magnetic levitation has been a field of study by a large number of researchers at the end of the 19th century. In 1820, the scientist Oesterd discovered that electric currents produce magnetic fields. Later, the scientist Henry improved the previous initiation and implanted the electromagnet. The acronym in English of this phenomenon is known like Maglev.*

*Magnetic levitation is one of the numerous applications of electromagnetism, in which the gravitational force to which the body is subjected must be counteracted by the electromagnetic force, in the opposite direction. Electromagnetism has been used in the industry for numerous applications, such as relays, transformers, electric rotary motors or electromagnets. This latter application will be directly related to the magnetic levitation system.*

*The operation of an electromagnet is based on the action of a magnetic field produced by an electric current. They are formed by a set of coils very close to each other coiled in a ferromagnetic core, such as iron or ferrite. One of the advantages of an electromagnet is the ability to vary the magnetic field against fast changes in electrical current. But undoubtedly, the most striking current application of magnetic levitation is the magnetic levitation train, installed in the year 1979.*

*In this end-of-grade work, a magnetic levitation system will be attempted based on theoretical knowledge based on electromagnetism, levitating a metallic sphere using the set of equations that describe the correct functioning of this system. The knowledge acquired during the career in the branches of automatic control and electronics have been combined to achieve a correct operation of the system.*

**Keywords: Maglev, electromagnetism, myRIO, PD, transistor, LabVIEW.**



## **Resumen**

*El fenómeno de levitación magnética ha sido ámbito de estudio por una gran parte de investigadores a finales de siglo XIX. En 1820, el científico Oesterd descubrió que corrientes eléctricas producen campos magnéticos. Posteriormente, el científico Henry mejoró el anterior principio e implantó el electroimán. El acrónimo en inglés de este fenómeno es conocido como Maglev.*

*La levitación magnética es una de las múltiples aplicaciones del electromagnetismo, en la cual la fuerza gravitatoria a la que es sometido el cuerpo debe ser contrarrestada por la fuerza electromagnética, de sentido contrario. El electromagnetismo ha sido utilizado en la industria para numerosas aplicaciones, tales como relés, transformadores, motores eléctricos rotatorios o electroimanes. Esta última aplicación estará directamente relacionada con el sistema de levitación magnética.*

*El funcionamiento de un electroimán se basa en la acción de un campo magnético producido por una corriente eléctrica. Están formados por un conjunto de espiras muy próximas entre sí enrolladas en un núcleo ferromagnético, como puede ser el hierro o la ferrita. Una de las ventajas de un electroimán es la capacidad de variación del campo magnético frente a rápidos cambios en la corriente eléctrica. Pero sin duda, la aplicación actual más llamativa de la levitación magnética es el tren de levitación magnética, instalado en el año 1979.*

*En este trabajo fin de grado se pretenderá realizar un sistema de levitación magnética en base a los conocimientos teóricos basados en el electromagnetismo, llegando a levitar una esfera metálica usando el conjunto de ecuaciones que describen el correcto funcionamiento de este sistema. Para ello se combinarán todos los conocimientos adquiridos en la rama de automática y control como los de electrónica. La combinación de ambos permitirá un correcto funcionamiento del sistema llegando a alcanzar el propósito del mismo.*

**Palabras Claves: Maglev, electromagnetismo, myRIO, PD, transistor, LabVIEW.**



## ***Siglas y Acrónimos***

<i>BJT</i>	<i>Bipolar Junction Transistor</i>
<i>PCB</i>	<i>Placa de Circuito Impreso</i>
<i>RCL</i>	<i>Resistencia-Condensador-Bobina</i>
<i>TFG</i>	<i>Trabajo Final de Grado</i>
<i>UAL</i>	<i>Universidad de Almería</i>
<i>PID</i>	<i>Proporcional-Integral-Derivativo</i>
<i>DC</i>	<i>Direct Current (Corriente Continua)</i>
<i>OA</i>	<i>Amplificador Operacional</i>
<i>TF</i>	<i>Función de transferencia</i>
<i>FEM</i>	<i>Fuerza Electromotriz</i>
<i>PVC</i>	<i>Policloruro de vinilo</i>
<i>TEL8</i>	<i>Convertidor <math>\pm 12V</math></i>
<i>DIP16</i>	<i>Circuito integrado de 16 terminales</i>
<i>NPN</i>	<i>Transistor que posee un excedente de electrones</i>
<i>PNP</i>	<i>Transistor que posee un déficit de electrones</i>
<i>DIN</i>	<i>Barra de metal normalizada de 35mm de ancho</i>
<i>IC</i>	<i>Circuito Integrado</i>
<i>78XX</i>	<i>Reguladores de tensión lineal positiva</i>
<i>USB</i>	<i>Bus Universal en Serie</i>
<i>MG</i>	<i>Margen de Ganancia</i>
<i>MF</i>	<i>Margen de Fase</i>



## Nomenclatura

<b>Circuito Electrónico</b>		
<b>Notación</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidades</b>
$L$	Inductancia de la bobina del circuito	H
$V_{CEQ}$	Tensión colector- emisor del punto de operación Q	V
$I_{CQ}$	Intensidad de colector del punto de operación Q	A
$V_{BE}$	Tensión base-emisor	V
$P_D$	Potencia disipada	W
$V_{CC}$	Tensión de corriente continua cedida por la fuente	V
$V_i$	Tensión de entrada de la fuente	V
$T_j$	Temperatura de la unión	°C
$T_{jmax}$	Temperatura de la unión semiconductor	°C
$T_A$	Temperatura ambiente	°C
$\vartheta_{JA}$	Resistencia térmica total entre unión-ambiente	°C/W
$R_1$	Resistencia de potencia 1 situada en serie con el inductor	$\Omega$
$R_2$	Resistencia de potencia 2 situada en serie con el inductor	$\Omega$
$R$	Resistencia equivalente formada por las dos resistencias de potencia	$\Omega$
$R_{int}$	Resistencia interna del inductor	$\Omega$
$R_{eq}$	Resistencia total de la etapa de potencia	$\Omega$
$V_0$	Tensión de salida	V
$V^+$	Voltaje de entrada no inversora del amplificador operacional	V
$V^-$	Voltaje de entrada inversora del amplificador operacional	V
$Q$	Punto de polarización del transistor	-
$G_S$	Ganancia del sensor en la etapa emisor-receptor	V/m
$y$	Variable dependiente que representa el voltaje registrado por el receptor	V
$x$	Variable independiente que representa la altura de la esfera	m
$I_{Cmax}$	Valor máximo o amplitud de la intensidad de colector en corriente continua	A
$I_c(t)$	Valor de la corriente del circuito RLC en el instante t	A
$t$	tiempo	s
$\Phi(t, y)$	Flujo magnético	Wb
$f$	Frecuencia	Hz

### Diseño de Controladores

$x_1$	Variable de estado 1 que representa la posición de la esfera	m
$x_2$	Variable de estado 2 que representa la velocidad de la esfera	m/s
$x_3$	Variable de estado 3 que representa la corriente de colector	A
$g$	Aceleración de la gravedad	m/s <sup>2</sup>

$m$	<i>Masa de la esfera metálica</i>	<i>Kg</i>
$F_a$	<i>Fuerza de aceleración debido a la masa de la esfera</i>	<i>N</i>
$F_g$	<i>Fuerza gravitatoria debida a la acción de la gravedad</i>	<i>N</i>
$F_e$	<i>Fuerza electromagnética</i>	<i>N</i>
$u_1$	<i>Variable de entrada de espacio de estados que representa la tensión</i>	<i>V</i>
$\bar{x}_1(t)$	<i>Variable de desviación correspondiente a la variable de estado 1</i>	<i>m</i>
$\bar{x}_2(t)$	<i>Variable de desviación correspondiente a la variable de estado 2</i>	<i>m/s</i>
$\bar{x}_3(t)$	<i>Variable de desviación correspondiente a la variable de estado 3</i>	<i>A</i>
$\bar{u}_1(t)$	<i>Variable de desviación correspondiente a la variable de estado de entrada</i>	<i>V</i>
$x_{01}$	<i>Valor en el punto de operación de la variable de estado 1</i>	<i>m</i>
$x_{02}$	<i>Valor en el punto de operación de la variable de estado 2</i>	<i>m/s</i>
$x_{03}$	<i>Valor en el punto de operación de la variable de estado 3</i>	<i>A</i>
$u_{01}$	<i>Valor en el punto de operación de la variable de estado de entrada</i>	<i>V</i>
$K$	<i>Ganancia estática de la planta</i>	<i>m/V</i>
$Keg$	<i>Cambio de variable para el cálculo de la función de transferencia</i>	<i>H·m</i>
$A$	<i>Matriz dinámica del espacio de estados</i>	<i>-</i>
$B$	<i>Matriz de control del espacio de estados</i>	<i>-</i>
$C$	<i>Matriz sensor del espacio de estados</i>	<i>-</i>
$D$	<i>Término directo del espacio de estados</i>	<i>-</i>
$rank$	<i>Rango de la matriz A descrita en el espacio de estados</i>	<i>-</i>
$G(s)$	<i>Función de transferencia de la planta en bucle abierto</i>	<i>-</i>
$s_1$	<i>Primer polo de la función de transferencia en bucle abierto</i>	<i>s<sup>-1</sup></i>
$s_2$	<i>Segundo polo de la función de transferencia en bucle abierto</i>	<i>s<sup>-1</sup></i>
$s_3$	<i>Tercer polo de la función de transferencia en bucle abierto</i>	<i>s<sup>-1</sup></i>
$PD$	<i>Controlador proporcional-derivativo</i>	<i>-</i>
$PID$	<i>Controlador proporcional-integral-derivativo</i>	<i>-</i>
$t_r$	<i>Tiempo de retardo</i>	<i>s</i>
$K_p$	<i>Constante proporcional del controlador</i>	<i>V/m</i>
$K_d$	<i>Constante derivativa del controlador</i>	<i>s</i>
$K_i$	<i>Constante integral del controlador</i>	<i>s</i>
$N$	<i>Coficiente del filtro de la derivada</i>	<i>-</i>
$rlocus$	<i>Comando para el cálculo del lugar de las raíces</i>	<i>-</i>

# ÍNDICE

## **1. INTRODCUCIÓN**

1.1.	MOTIVACIÓN DEL TRABAJO FIN DE GRADO.....	1
1.2.	OBJETIVOS .....	2

## **2. FASES DE REALIZACIÓN**

2.1.	PLANIFICACIÓN.....	3
2.2.	CRONOGRAMA .....	4

## **3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

3.1.	<b>DIODOS ÓPTICOS .....</b>	<b>5</b>
3.2.	<b>REGULADORES DE TENSIÓN.....</b>	<b>7</b>
3.2.1.	Reguladores de tensión de tres terminales .....	8
3.2.2.	Reguladores de Voltaje de Conmutación .....	9
3.2.3.	Cálculo de Disipadores .....	10
3.3.	<b>AMPLIFICADORES OPERACIONALES REALES .....</b>	<b>11</b>
3.3.1.	Principales Configuraciones Amplificadores .....	11
3.3.2.	Compensación del voltaje de entrada.....	13
3.4.	<b>TRANSISTORES .....</b>	<b>14</b>
3.4.1.	Configuración en emisor común.....	14
3.4.2.	Punto de polarización.....	15
3.4.3.	Límites de Operación.....	17
3.5.	<b>ESTABILIDAD EN BUCLE CERRADO .....</b>	<b>18</b>
3.6.	<b>LUGAR DE LAS RAÍCES .....</b>	<b>20</b>
3.7.	<b>ESTABILIDAD Y SISTEMAS EN BUCLE CERRADO.....</b>	<b>22</b>

## **4. MATERIALES Y MÉTODOS**

<b>4.1.</b>	<b>MATERIALES .....</b>	<b>25</b>
4.1.1.	NI myRIO-190 .....	25
4.1.2.	Fuente de Alimentación.....	26
4.1.3.	Transistor de potencia BDX53C.....	27
4.1.4.	Convertidor DC-DC Simétrico.....	28
<b>4.2.</b>	<b>DISEÑO DEL LEVITADOR MAGNÉTICO .....</b>	<b>29</b>
4.2.2.	Diseño de la estructura física .....	29
4.2.3.	Diseño del circuito electrónico .....	31
<b>4.3.</b>	<b>CONTROLADORES PARA EL SISTEMA DE LEVITACIÓN MAGNÉTICA .....</b>	<b>43</b>

## **5. RESULTADOS**

<b>5.1.</b>	<b>RESULTADOS OBTENIDOS CON CONTROLADOR PD .....</b>	<b>61</b>
<b>5.2.</b>	<b>RESULTADOS OBTENIDOS CON CONTROLADOR PID .....</b>	<b>65</b>

## **6. CONCLUSIONES**

## **7. BIBLIOGRAFÍA**

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1. Rango de frecuencias del diodo LED .....	5
Figura 3.2. Zona de trabajo del diodo IR .....	6
Figura 3.3. Diagrama de bloques del regulador lineal .....	7
Figura 3.4. Regulador en serie con limitación de corriente constante .....	7
Figura 3.5. Configuración del regulador 78XX .....	8
Figura 3.6. Encapsulado TO-220 .....	9
Figura 3.7. Esquema interno de un regulador conmutado .....	9
Figura 3.8. Ajuste del disipador .....	11
Figura 3.9. Configuración de un amplificador inversor .....	11
Figura 3.10. Amplificador sumador inversor de dos entradas .....	13
Figura 3.11. Circuito de compensación del voltaje de entrada .....	13
Figura 3.12. Configuración del transistor en emisor común .....	14
Figura 3.13. Regiones de funcionamiento del transistor .....	15
Figura 3.14. Circuito transistor .....	15
Figura 3.15. Recta de carga del transistor .....	17
Figura 3.16. Zona de operación de la región activa .....	17
Figura 3.17. Diagrama de bloques de un sistema en lazo cerrado .....	18
Figura 3.18. Márgenes de fase y ganancia para sistemas estables e inestables .....	20
Figura 3.19. Diagrama de bloques en el lugar de las raíces .....	20
Figura 4.1. <i>NI myRIO</i> .....	25
Figura 4. 2. Menú inicial de opciones del <i>myRIO</i> .....	26
Figura 4.3. Fuente de alimentación 24V .....	27
Figura 4.4. Transistor <i>BDX53C</i> .....	27
Figura 4.5. Características eléctricas del <i>BDX53C</i> .....	28
Figura 4.6. Convertidor DC-DC .....	28
Figura 4.7. Estructura del montaje del levitador magnético .....	29
Figura 4.8. Estructura completa .....	30
Figura 4.9. Esquemático del circuito en <i>Altium Designer</i> .....	31
Figura 4.10. Circuito emisor-receptor .....	31
Figura 4.11. Características eléctricas del <i>LM7805</i> .....	32
Figura 4.12. Características básicas <i>TSUS5200</i> .....	32
Figura 4.13. Instalación de regleta en el circuito emisor-receptor .....	33
Figura 4.14. Recta de calibración del sensor .....	34
Figura 4. 15. Zona lineal de la recta de calibración.....	35
Figura 4.16. Regulación del <i>offset</i> de la tensión de entrada.....	36
Figura 4.17. Amplificación de la etapa controladora.....	37
Figura 4.18. Configuración del transistor empleado .....	37
Figura 4.19. Etapa de potencia del circuito .....	38
Figura 4.20. Etapa de potencia en esquemático de <i>Pspice</i> .....	39
Figura 4.21. Configuración de la fuente de alimentación.....	39
Figura 4.22. Evolución de la corriente de colector en función de la tensión de colector .....	40
Figura 4.23. Comportamiento de la corriente de base del transistor.....	40

Figura 4.24. PCB del circuito impreso.....	41
Figura 4.25. Diseño del circuito electrónico en 3D .....	42
Figura 4.26. Placa electrónica del levitador magnético .....	43
Figura 4.27. Circuito RL .....	43
Figura 4.28. Script para conocer si el sistema es controlable .....	48
Figura 4.29. Script para conocer si el sistema es observable.....	48
Figura 4.30. Lugar de las raíces del sistema en bucle abierto.....	49
Figura 4.31. Lugar de las raíces del sistema en bucle abierto con doble de ganancia .....	50
Figura 4.32. Diagrama de Bode del sistema en bucle abierto .....	50
Figura 4.33. Cálculo de la función de transferencia del sistema.....	51
Figura 4.34. Script del cálculo del lugar de las raíces del sistema con PD.....	52
Figura 4.35. Lugar de las raíces del sistema con PD.....	53
Figura 4.36. Esquema del controlador en Simulink .....	54
Figura 4.37. Interfaz de conexiones analógicas en el myRIO.....	56
Figura 4.38. Componentes principales de los que consta el proyecto en LabVIEW .....	56
Figura 4.39. Adquisición de datos en LabVIEW mediante entradas y salidas analógicas .....	57
Figura 4.40. Registro de variables en LabVIEW .....	58
Figura 4.41. Panel frontal del proyecto en LabVIEW .....	59
Figura 5.1. Posición del levitador magnético con controlador PD.....	61
Figura 5.2. Señal de control mediante un controlador PD .....	62
Figura 5.3.Posición del levitador magnético con controlador PD y perturbación .....	62
Figura 5.4.Señal de control mediante un controlador PD y perturbación .....	63
Figura 5.5. Comparación de respuestas de posición con controlador PD y perturbación .....	64
Figura 5.6.Respuesta de posición con controlador PD y perturbación en forma de impulso .....	64
Figura 5.7.Señal de control mediante un controlador PD y perturbación en forma de impulso .....	65
Figura 5.8. Respuesta del sistema con controlador PID .....	66
Figura 5.9. Señal de control del transistor frente a un controlador PD .....	66
Figura 5.10. Respuesta del sistema frente a una perturbación de 1mm de amplitud .....	67

## **INDICE DE TABLAS**

Tabla 1.1. Planificación del Trabajo Monográfico.....	4
Tabla 4.1. Parámetros de diseño del levitador magnético .....	47
Tabla 4.2. Coeficientes del criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz.....	52



## Capítulo 1

# 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. MOTIVACIÓN DEL TRABAJO FIN DE GRADO

El fenómeno de levitación magnética ha sido ámbito de estudio por una gran parte de investigadores a finales de siglo XIX. En 1820, el científico *Oesterd* descubrió que corrientes eléctricas producen campos magnéticos. Posteriormente, el científico Henry mejoró el anterior principio e implantó el electroimán. El acrónimo en inglés de este fenómeno es conocido como *Maglev*.

La levitación magnética es una de las múltiples aplicaciones del electromagnetismo, en la cual la fuerza gravitatoria a la que es sometido el cuerpo debe ser contrarrestada por la fuerza electromagnética, de sentido contrario. El electromagnetismo ha sido utilizado en la industria para numerosas aplicaciones, tales como relés, transformadores, motores eléctricos rotatorios o electroimanes. Esta última aplicación estará directamente relacionada con el sistema de levitación magnética.

El funcionamiento de un electroimán se basa en la acción de un campo magnético producido por una corriente eléctrica. Están formados por un conjunto de espiras muy próximas entre sí enrolladas en un núcleo ferromagnético, como puede ser el hierro o la ferrita. Una de las ventajas de un electroimán es la capacidad de variación del campo magnético frente a rápidos cambios en la corriente eléctrica. Pero sin duda, la aplicación actual más llamativa de la levitación magnética es el tren de levitación magnética, instalado en el año 1979. Los avances en la electrónica de potencia permitieron a los dispositivos trabajar con corrientes y potencias mayores respecto de las que existían anteriormente. Este tipo de tren permite la ausencia de contacto entre el carril y el propio tren, siendo la única fuerza existente la del aire. Estos tipos de trenes permiten viajar a muy altas velocidades, llegando incluso a 650 km/h.

En este trabajo fin de grado se pretenderá realizar un sistema de levitación magnética en base a los conocimientos teóricos basados en el electromagnetismo, llegando a levitar una esfera metálica usando el conjunto de ecuaciones que describen el correcto funcionamiento de este sistema. Además, se tratará de usar una gran variedad de conocimientos correspondientes a distintas disciplinas vistas a lo largo del grado, cuyo fin será garantizar el funcionamiento del proyecto.

## **1.2. OBJETIVOS**

El objeto de estudio del trabajo fin de grado es el diseño de controladores para un sistema de levitación magnética. La finalidad que se pretende llevar a cabo requiere los siguientes objetivos:

- Diseño y construcción del sistema de levitación magnética, considerando una estructura necesaria para cumplir todas las especificaciones que se requieren. Este diseño y construcción permitirá la sustentación de una esfera metálica en el aire cuando se hace pasar una determinada corriente por la bobina.
- Diseño y construcción del circuito electrónico del sistema de levitación magnética, consistente en un primer circuito emisor-receptor, y un segundo circuito encargado de suministrar la corriente necesaria a la bobina.
- Diseño y construcción del circuito electrónico del sistema de levitación magnética, consistente en un primer circuito emisor-receptor, y un segundo circuito encargado de suministrar la corriente necesaria a la bobina. Se utilizará *Altium Designer*.
- Diseño del sistema de levitación de comunicación entre el módulo de *myRIO* y el circuito electrónico de potencia (usando *LabVIEW*).
- Uso de técnicas de control para el diseño de controladores que permitan la sustentación de levitación magnética en distintos puntos de operación, a pesar de las distintas perturbaciones que puedan intervenir en el proceso. Se desarrollarán sistemas de control que exploten las características no lineales del modelo, usando métodos clásicos de diseño mediante linealización del modelo en torno a un punto de operación, uso de controladores *PD* y *PID* que permitan cumplir las especificaciones de diseño.

## Capítulo 2

# 2. FASES DE REALIZACIÓN

### 2.1. PLANIFICACIÓN

Para la realización de este trabajo monográfico se ha establecido una secuencia de tareas a seguir, cuya explicación se detalla a continuación:

- **Tarea 1:** Construcción de la estructura del sistema de levitación magnética.
- **Tarea 2:** Elección de los componentes electrónicos que formarán parte del circuito emisor receptor, así como de su implementación.
- **Tarea 3:** Ensayos experimentales para determinar la curva de calibración del circuito sensor.
- **Tarea 4:** Diseño del circuito electrónico que compone las distintas etapas del proyecto, comenzando por la etapa del sensor, siguiendo por la etapa del controlador y finalizando en la etapa de electrónica de potencia, encargada de suministrar la corriente necesaria a la bobina.
- **Tarea 5:** Programación en el módulo *myRIO* en el software *LabVIEW*, que permita la adquisición de datos en tiempo real y la comunicación entre el ordenador y el circuito electrónico diseñado.
- **Tarea 6:** Programación en *Matlab-Simulink* de un entorno que permita controlar el sistema de levitación magnético a través de las herramientas descritas anteriormente.

## 2.2. CRONOGRAMA

La planificación llevada a cabo en el presente trabajo monográfico se presenta a continuación en la *Tabla 1.1* mediante un *diagrama de Gantt*. En dicho diagrama, podemos observar la cuantificación de las horas reales dedicadas a la consecución de las distintas fases que integran la planificación del TFG.

Nº	TAREAS	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	TOTAL
1	<i>Construcción de la estructura del sistema de levitación magnética</i>	15h	5h									20h
2	<i>Elección de los componentes electrónicos que formarán parte del circuito emisor receptor, así como de su implementación.</i>		5h	10h								15h
3	<i>Ensayos experimentales para determinar la curva de calibración del circuito sensor</i>		10h	5h								15h
4	<i>Realización del circuito electrónico, tanto de pequeña señal como de potencia. Este último será el encargado de suministrar corriente a la bobina.</i>				20h	30h	40h					90h
5	<i>Programación en el módulo myRIO en el software LabVIEW, que permita la comunicación entre el ordenador y el circuito electrónico diseñado</i>						20h		20h			40h
6	<i>Programación en Matlab-Simulink de un entorno que permita controlar el sistema de levitación magnético a través del diseño de controladores</i>							30h	30h	20h	5h	85h
7	<i>Toma de datos experimentales</i>									15h		15h
8	<i>Redacción de la memoria</i>									15h	35h	50h
												<b>330h</b>

Tabla 1.1. Planificación del Trabajo Monográfico.

## Capítulo 3

# 3. Revisión Bibliográfica

### 3.1. DIODOS ÓPTICOS

Los dos tipos de dispositivos optoelectrónicos que se van a desarrollar en este apartado son el diodo emisor de luz (*LED*) y el fotodiodo.

- Diodo Emisor de Luz (*LED*): el funcionamiento de los *diodos LED* se basa en las características de la unión *pn*. Cuando el diodo se encuentra en polarización directa, los electrones de tipo *n* se recombinan con los huecos del material *P*. Los electrones libres se encuentran en la banda de conducción, con una energía más alta que los electrones de valencia. Cuando los electrones se recombinan, se libera una energía en forma de fotones, y aquellos que se encuentran en la capa de un material semiconductor son emitidos en forma de luz visible. Dicha luz visible pertenece al rango de longitud de onda, determinando el color en función de esta.

Algunos diodos emiten fotones cuya longitud de onda se encuentra fuera del rango del espectro visible, por lo que están situados en la franja infrarroja (*IR*) del espectro.

Los diodos fabricados a partir de GaAs emiten luz infrarroja en el proceso de recombinación de los electrones en la unión *pn*. Cabe destacar que la luz infrarroja posee un espectro de menor frecuencia que la luz visible. El ojo humano presenta una curva en función de la luminosidad y frecuencia asociada, representada en la *Figura 3.1*:

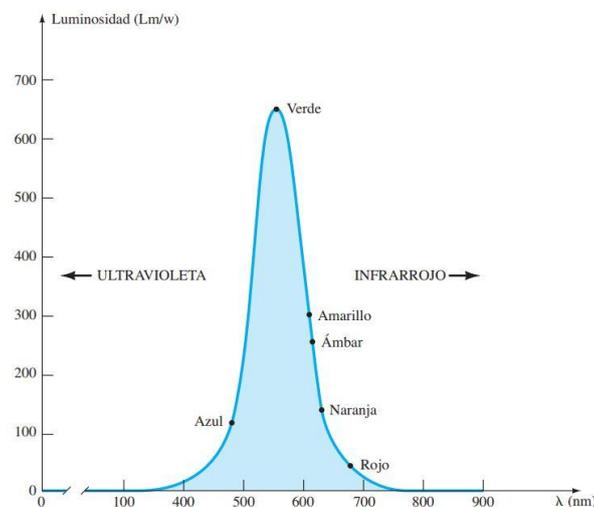


Figura 3.1. Rango de frecuencias del diodo LED [1]

Es importante resaltar que la intensidad luminosa de un *diodo LED* aumentará con la corriente en polarización directa hasta alcanzar un valor máximo en su punto de saturación. A partir de ese punto, cualquier aumento de la corriente no se traducirá en un aumento de la luminosidad. Este valor de corriente nominal se describe como  $I_f$ .

Dentro de los *LEDS*, el diodo infrarrojo trabaja en zonas donde la longitud de onda está fuera del espectro visible. La *Figura 3.2* muestra el rango de longitudes de onda para las cuales el diodo infrarrojo entra en funcionamiento:

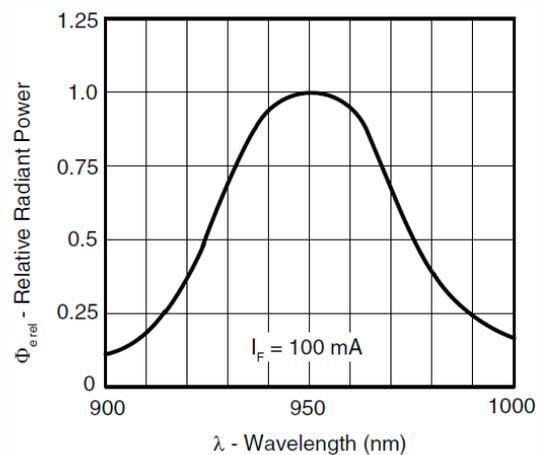


Figura 3.2. Zona de trabajo del diodo IR [1]

Como se puede observar, la iluminancia relativa máxima se alcanza para una frecuencia determinada, considerando una corriente nominal  $I_f$  que depende del dispositivo seleccionado.

Uno de los parámetros más importantes de un *LED* es su tensión de ruptura en el modo de funcionamiento de polarización inversa. Este valor se suele situar entre 3 V y 5 V, dependiendo del fabricante. A partir de este valor, se produce la conducción del diodo en el sentido inverso.

- **Fotodiodo:** es un dispositivo electrónico que funciona con una configuración en polarización inversa. Cuando la unión *pn* del fotodiodo es expuesta a la radiación luminosa, la corriente se incrementa con el aumento de intensidad luminosa. Una característica de este dispositivo es su sensibilidad. La sensibilidad de un fotodiodo se define como la capacidad de obtener su mejor respuesta frente a una radiación incidente. El valor máximo de la sensibilidad se alcanza en una determinada longitud de onda  $\lambda$ . Además, esta máxima sensibilidad depende del ángulo de incidencia, siendo el ángulo más efectivo  $0^\circ$ .

Para la elección de un fotodiodo adecuado, se debe observar las hojas del fabricante de tal forma que la longitud de onda del diodo infrarrojo coincida con la del fotodiodo. De esa manera, el emisor produce su máxima radiación luminosa al mismo tiempo que el receptor recibe su máxima sensibilidad.

### 3.2. REGULADORES DE TENSIÓN

Todos los circuitos electrónicos precisan de una fuente de alimentación para su funcionamiento, y en su mayor parte debe ser de tensión continua. Existen dos tipos de alimentación en la actualidad: las fuentes portátiles como pilas o baterías y la alimentación a partir de la red eléctrica. En la *Figura 3.3* se muestra el esquema de un regulador lineal en configuración serie. Un transistor situado en serie con la carga es el elemento de control del sistema.

En la salida del esquema, el circuito de muestreo se encarga de detectar si el voltaje de salida ha variado respecto al voltaje de referencia. Por último, el detector de errores se encarga de comparar ambos voltajes extraídos, siendo la diferencia de ambos el error cometido.

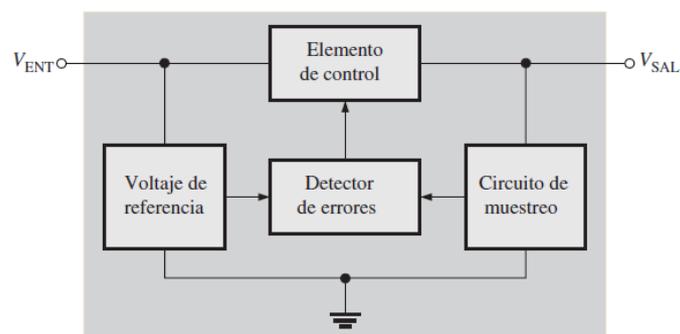


Figura 3.3. Diagrama de bloques del regulador lineal [2]

Otra de las características importantes de los reguladores lineales es la protección contra cortocircuito o sobrecarga. Si se obtiene una gran cantidad de corriente de carga, el transistor en serie puede romperse. Por ello, la mayoría de reguladores de tensión incorporan un limitador constante de corriente, que consta de un transistor adicional y una resistencia. La corriente en la carga que circula a través de la resistencia proporciona un voltaje a la entrada del transistor. Cuando la corriente  $I_L$  alcanza un valor estándar, se polariza en directa la unión base-emisor del transistor y conduce. Gran parte de la corriente del amplificador operacional se envía al transistor  $Q_2$  para reducir la  $I_{B1}$ . En este momento, la intensidad  $I_L$  alcanza su valor máximo.

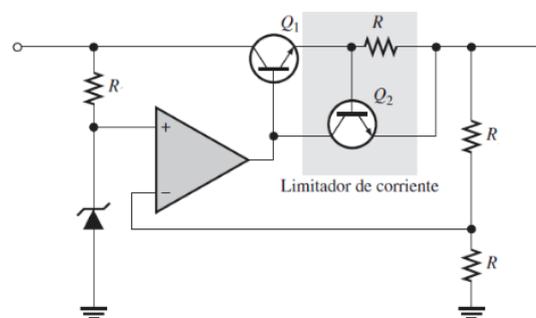


Figura 3.4. Regulador en serie con limitación de corriente constante [2]

### 3.2.1. Reguladores de tensión de tres terminales

Los reguladores de tensión de tres terminales son aquellos en los que están comprendidos todos los elementos del regulador de tensión. Dentro de los terminales se pueden distinguir la tensión de alimentación  $V_i$ , la tensión regulada de salida  $V_o$  y la tierra que se considera una referencia común (*GND*).

Los reguladores suelen disponer de una serie de tensiones nominales que se consideran estándar dentro del mercado: 5V, 6V, 9V, 12V, 15V, 18V y 24V. Dependiendo del requerimiento de la aplicación se escogerá un voltaje u otro.

El dispositivo incorpora un único encapsulado de tres terminales. Gracias a todos los elementos del regulador permite conseguir una tensión de salida regulada. Los reguladores de tensión de tres terminales proporcionan un método sencillo y barato para conseguir fuentes de alimentación reguladas linealmente. Se pueden distinguir dos grupos:

- **Reguladores Fijos:** proporcionan una tensión fija de salida, ya sea positiva o negativa.
- **Reguladores Ajustables:** son aquellos que varían o ajustan la tensión de salida añadiendo una serie de componentes.

En cuanto a los reguladores lineales positivos fijos, la serie 78XX es aquella que representa el conjunto de dispositivos de tres terminales que proporcionan un voltaje de salida positivo entre sus terminales, siendo la tensión entre los terminales de salida XX voltios. Estos dos últimos números muestran el voltaje de salida estándar. Una de las consideraciones es la variación del voltaje de salida, situándose en un  $\pm 4\%$  del voltaje de salida nominal.

Uno de los elementos que incorporan los esquemas electrónicos de los reguladores son condensadores, mostrados en la *Figura 3.5*. El condensador de la entrada actúa como filtro de la entrada y elimina oscilaciones que no son deseadas. Es útil cuando el regulador se encuentra lejos de la fuente de alimentación. Su valor suele ser de  $47 \mu F$ . Por otra parte, el condensador de salida actúa como filtro para mejorar la respuesta transitoria, siendo su valor típico  $100 \mu F$ .

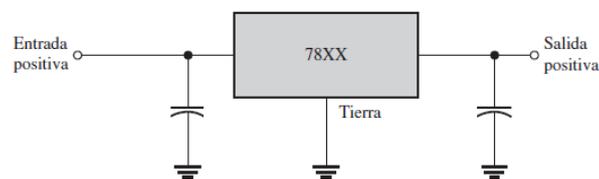


Figura 3.5. Configuración del regulador 78XX [2]

Estos tipos de reguladores suelen proporcionar corrientes de salida de  $1 A$ , y el voltaje de entrada debe situarse unos  $2,5 V$  voltios por encima del valor de salida para garantizar la regulación.

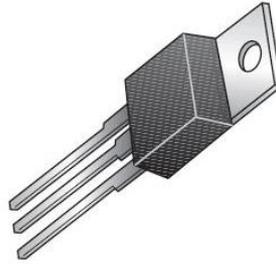


Figura 3.6. Encapsulado TO-220 [2]

Debido a la corriente que se trabaja en circuitos de potencia como reguladores, los dispositivos suelen ir protegidos por un encapsulado. En el caso de los reguladores, dos encapsulados son los más habituales en el mercado: TO-220 y TO-3.

El encapsulado TO-220 incorpora normalmente tres terminales, aunque su número puede variar en función del tipo de aplicación.

### 3.2.2. Reguladores de Voltaje de Conmutación

En los reguladores conmutados, los transistores alternan su función de corte y saturación de forma continua, reduciéndose la potencia consumida del dispositivo. El amplificador que actúa como comparador recibe en sus terminales de entrada una señal triangular procedente del oscilador de cristal y una tensión de referencia. La Figura 3.7 muestra el esquema interno de este tipo de dispositivos. La tensión de referencia es de 1.25 V. El diodo  $D_1$  es un diodo zener utilizado para la referencia de tensión.

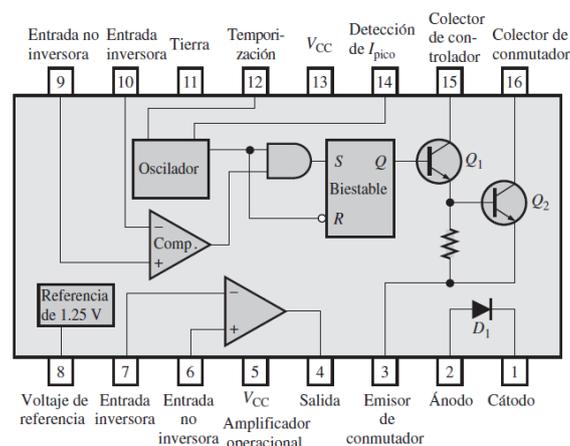


Figura 3.7. Esquema interno de un regulador conmutado [2]

Cabe destacar que la configuración de la mayoría de los reguladores de conmutación varía en función del fabricante, incluso algunos no incorporan todos los terminales mostrados en la figura anterior.

### **3.2.3. Cálculo de Disipadores**

Los disipadores de calor son uno de los elementos que permiten a los dispositivos electrónicos de potencia funcionar correctamente, debido a las altas temperaturas que soportan.

El parámetro más importante para calcular el disipador de calor es la potencia disipada del dispositivo, llamada  $P_D$ . Puede haber dos casos, dependiendo de si es un transistor bipolar o un regulador de tensión:

- En un transistor bipolar, la potencia disipada se calcula como:

$$P_D = V_{CE(Max)} \cdot I_{O(Max)} \quad (3.1)$$

- En un regulador de tensión lineal de tres terminales, la potencia disipada es:

$$P_D = (V_i - V_o)_{Max} \cdot I_{O(Max)} \quad (3.2)$$

Una vez calculada la potencia disipada por el dispositivo, es necesario comprobar si verdaderamente se necesita un disipador de calor. Para ello, hay que observar las características de las distintas temperaturas que proporciona el fabricante. Dichas temperaturas son:

- $T_j$ : temperatura de la unión
- $T_c$ : temperatura de la cápsula
- $T_{jmax}$ : temperatura de la unión semiconductor
- $T_a$ : temperatura ambiente

Mediante la *Ley de Ohm*, la relación existente entre la potencia a disipar y la diferencia de temperaturas de la unión y ambiente es:

$$T_j - T_a = P_D \cdot \theta_{JA} \quad (3.3)$$

Para los cálculos, se considera una temperatura ambiente de 25° C. Por tanto, la resistencia térmica unión ambiente será:

$$\theta_{JA} = \frac{T_j - T_a}{P_D} \quad (3.4)$$

Si  $\theta_{JA}$  es mayor a la resistencia térmica proporcionada por el fabricante, se necesitará un disipador. Hay que buscar aquel disipador cuya resistencia térmica unión ambiente sea mayor a la calculada.

En cuanto a los materiales de los que está formado destaca la carcasa de plástico y el reverso metálico. Este material metálico es debido a la potencia que tiene que soportar el circuito. Normalmente, el reverso metálico contiene un agujero que se utiliza para atornillar el dispositivo al disipador de calor, como puede ser un radiador.

Para que el circuito obtenga una disipación de calor óptima, el reverso metálico del TO-220 se encuentra conectada al terminal central del dispositivo que corresponde con la salida 2. Un esquema del montaje del encapsulado TO-220 es el siguiente:

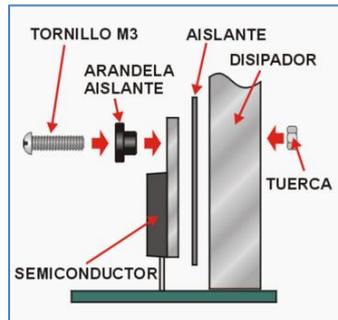


Figura 3.8. Ajuste del disipador [12]

### 3.3. AMPLIFICADORES OPERACIONALES REALES

Actualmente los amplificadores operacionales reales son utilizados en la electrónica como circuitos integrados lineales (IC), con unos voltajes de alimentación en corriente continua bajos. Para conocer el comportamiento de los amplificadores operacionales reales, es necesario tener en cuenta las características de los amplificadores ideales, ya que sirven de partida para analizar su comportamiento.

#### 3.3.1. Principales Configuraciones Amplificadores

La implementación del circuito electrónico requiere fundamentalmente dos tipos de configuraciones que se pueden encontrar en los amplificadores operacionales, como son el amplificador inversor y el amplificador sumador.

- **Amplificador Inversor:** este tipo de configuración permite obtener un voltaje de salida invertido en fase respecto del voltaje de entrada. La configuración principal viene dada en la siguiente imagen:

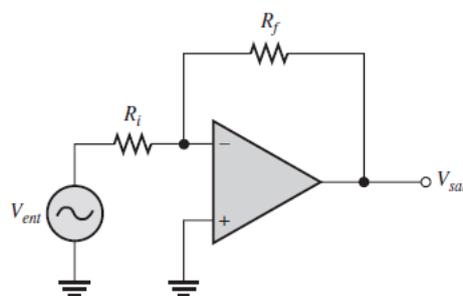


Figura 3.9. Configuración de un amplificador inversor [2]

La fuente de entrada  $V_{ent}$  puede ser corriente continua o corriente alterna. Al tratarse de un amplificador real, va a haber un error en las ecuaciones de la ganancia en lazo cerrado respecto a las que se obtienen en el modelo ideal. Considerando una única corriente que atraviesa las dos resistencias, el análisis será:

$$I = \frac{V_i - V_0}{R_1 + R_2} \quad (3.5)$$

$$V^- = V_i - I \cdot R_1 \quad (3.6)$$

$$V^- = V_i - (V_i - V_0) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (3.7)$$

$$V^- = V_i - (V_i - V_0) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (3.8)$$

$$\frac{V_0}{V_i} = -A \left[ 1 - \frac{V_i - V_0}{V_i} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] \quad (3.9)$$

Simplificando se obtiene:

$$\frac{V_0}{V_i} = \frac{-R_2}{\frac{R_1 + R_2}{A} + R_1} \quad (3.10)$$

Tal y como se muestra en (3.10), hay una disminución de la ganancia respecto al modelo ideal del amplificador. Simplificando a un modelo ideal donde la ganancia es infinita, se obtiene la expresión simplificada de la ganancia en un amplificador operacional inversor.

- **Amplificador sumador:** tiene como característica la inversión de signo de la suma de las entradas del amplificador operacional. La *Figura 3.10* muestra un ejemplo de conexión para dos entradas distintas, siendo la expresión del voltaje de salida:

$$V_0 = -R \left( \frac{V_1}{R} + \frac{V_2}{R} + \dots + \frac{V_n}{R} \right) \quad (3.11)$$

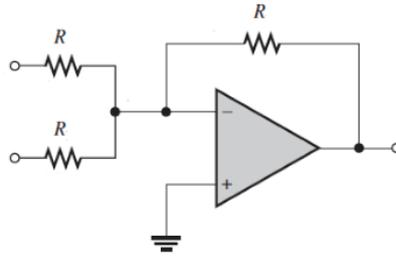


Figura 3.10. Amplificador sumador inversor de dos entradas [2]

Existen además unos amplificadores llamados rail to rail que permite al dispositivo integrado alcanzar en su voltaje de salida  $V_o$  como las entradas  $V^+$  y  $V^-$  alcanzar los márgenes de la tensión de alimentación. Además, tienen la característica de que pueden alimentarse entre  $0$  y  $V_{CC}$ .

### 3.3.2. Compensación del voltaje de entrada

Muchos amplificadores operacionales como *LM741*, *LF356* permiten cancelar el voltaje que se produce en la salida del dispositivo, debido a que incorpora algunos terminales específicos para dicha función. Esta compensación del voltaje se realiza debido a la necesidad de referenciar cierto voltaje a  $0$ , dado que este valor permite una mejor referencia y visualización para realizar cálculos. La *Figura 3.11* representa la compensación del voltaje mediante un potenciómetro.

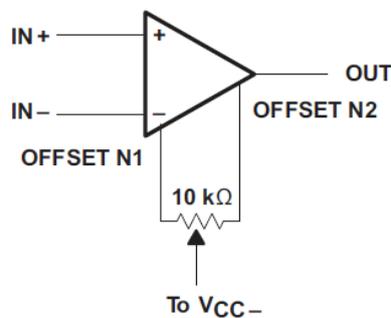


Figura 3.11. Circuito de compensación del voltaje de entrada [7]

Dichos dispositivos están provistos de dos terminales llamados 'offset null' que sirven para conectar el potenciómetro. En el caso de querer bajar el voltaje de entrada, se debería conectar los extremos del potenciómetro al amplificador, y el terminal central a un voltaje negativo.

### 3.4. TRANSISTORES

Los transistores son dispositivos semiconductores que constan de un material tipo n y otro material tipo p. En función de cómo se encuentren combinados, existen los transistores *npn* y los transistores *pnp*. La notación *BJT* (*transistor de unión bipolar*) hace referencia a que tanto los huecos como electrones realizan un proceso de inyección hacia el material que se encuentra polarizado de manera opuesta.

#### 3.4.1. Configuración en emisor común

El transistor puede adoptar varios tipos de configuraciones. La más habitual de ellas es la configuración en emisor común. Se distingue porque el emisor es común a los terminales de base y colector, y sirve como referencia para la entrada y salida. La configuración se muestra en la *Figura 3.12*.

Los parámetros más característicos de esta configuración son la corriente de colector y la tensión colector-emisor.

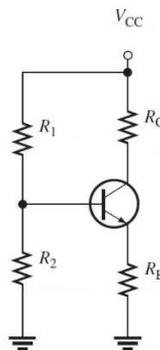


Figura 3.12. Configuración del transistor en emisor común [2]

Como se puede observar en la *Figura 3.13*, la región activa corresponde a la zona donde las rectas son equidistantes entre sí. En estas zonas el transistor presenta una mayor linealidad en su comportamiento. Cuando un transistor en emisor común se encuentra en zona activa, la unión base-emisor se polariza en directa, mientras que la unión colector-base se polariza en inversa.

El parámetro  $\beta_{CD}$  sirve para relacionar la corriente de colector  $I_C$  con la corriente de base  $I_B$ , siendo

$$\beta_{CD} = \frac{I_C}{I_B} \quad (3.11)$$

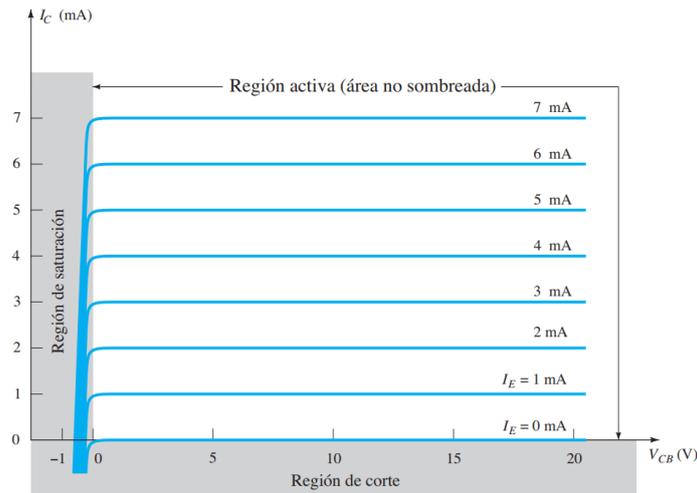


Figura 3.13. Regiones de funcionamiento del transistor [1]

siendo  $\beta_{CD}$  un valor que se encuentra entre 50 y 500, dependiendo del tipo de transistor. Tal y como se deduce de la expresión anterior, la corriente de base es mucho más pequeña que la corriente de colector, siempre y cuando el transistor se encuentre en zona activa.

### 3.4.2. Punto de polarización

Debido a la gran importancia de trabajar en la zona lineal de un transistor, es importante tener en cuenta el punto de polarización. El punto de polarización de un transistor, también llamado 'Q', define la zona de trabajo en la que se encuentra dicho dispositivo, especialmente cuando se encuentra en la zona activa de funcionamiento.

Dependiendo de los valores del voltaje en la base del transistor, puede cambiar su zona de trabajo, y debido a esto, el punto de polarización se desplazará.

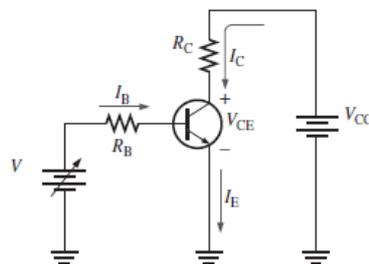


Figura 3.14. Circuito transistor [2]

Partiendo de un esquema básico como la Figura 3.14, es fundamental calcular el punto de polarización del transistor. Para ello, se supone que el transistor se encuentra en zona activa, siendo las condiciones a cumplir:

- $I_B > 0$
- $V_{CE} > V_{CESAT}$
- $V_{BC} < 0$

A continuación, se analizan las distintas mallas del circuito por separado, obteniendo cada condición necesaria.

▪ Malla Base-Emisor:

$$V_{CC} - V_{BEact} = R_B \cdot I_B + R_E \cdot I_E \quad (3.12)$$

$$V_{CC} - V_{BEact} = R_B \cdot I_B + R_E \cdot (I_B(\beta + 1)) \quad (3.13)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BEact}}{R_B + R_E \cdot (\beta + 1)} \quad (3.14)$$

Según el análisis de esta malla, la corriente de base  $I_B$  debe ser mayor que cero.

▪ Malla Colector-Emisor:

$$V_{CC} - V_{CE} = R_C \cdot I_C + R_E \cdot I_E \quad (3.15)$$

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C - R_E \cdot I_E \quad (3.16)$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BEact}}{R_B + R_E \cdot (\beta + 1)} \quad (3.17)$$

Suponiendo una  $V_{CESAT} = 0,2 \text{ V}$ , mediante esta malla puede comprobarse si  $V_{CE} > V_{CESAT}$ .

▪ Malla Base-Colector:

$$V_{BC} = R_C \cdot I_C + R_B \cdot I_B \quad (3.18)$$

Esta última condición permite comprobar si  $V_{BC} < 0$ . Si se cumplen todas las condiciones anteriores, se puede afirmar que el punto de polarización del transistor se encuentra dentro de la zona activa, y, por tanto, responde a un comportamiento lineal.

Una vez calculados todos los parámetros anteriores, se debe representar la recta de carga del transistor. En el eje de abscisas se representará la tensión colector-emisor, y en el eje de ordenadas la corriente de colector. En la *Figura 3.15* se puede observar las distintas regiones de funcionamiento. Conforme el punto Q tiene una  $V_{CE}$  menor, se irá aproximando a la zona de saturación, mientras que un aumento de esta tensión producirá que el transistor se encuentre al corte.

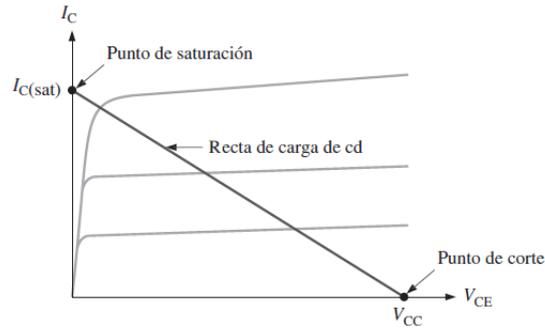


Figura 3.15. Recta de carga del transistor [2]

### 3.4.3. Límites de Operación

Cada modelo de transistor posee una franja de operación de tal forma que no se superen las capacidades máximas nominales y que la salida no presente distorsión armónica. Uno de los límites de operación más importantes está relacionado con la corriente máxima de colector  $I_{Cmax}$ . Además, existe otra restricción en cuanto al valor máximo de la tensión colector-emisor, denominada  $V_{CE}$ . Si se superan alguno de estos valores, el dispositivo llega al punto de no funcionamiento. La potencia máxima que es capaz de disipar un transistor se calcula como:

$$P_D = V_{CE} \cdot I_C \tag{3.19}$$

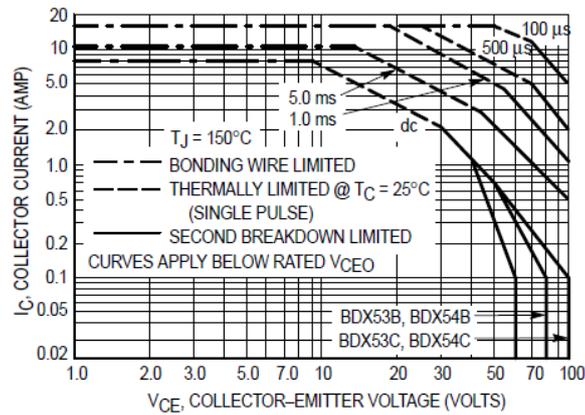


Figura 3.16. Zona de operación de la región activa [6]

En la *Figura 3.16* se observan las distintas regiones en las que opera el amplificador sin superar la potencia máxima disipada.

### 3.5. ESTABILIDAD EN BUCLE CERRADO

La realimentación en los sistemas consiste en llevar una parte de la señal de salida hacia la entrada del sistema. Los sistemas en bucle o lazo cerrado extraen la medida obtenida en la señal de salida y la comparan con la referencia. La diferencia entre estas dos señales genera una señal de error que es enviada al controlador. El controlador es el encargado de suministrar la señal de control al actuador.

Considerando los sistemas de control realimentados, el concepto de estabilidad es el más importante de ellos. Usando la realimentación, se pueden estabilizar sistemas inestables seleccionando adecuadamente los valores de los parámetros del controlador. Ajustando estos parámetros se puede modificar la respuesta transitoria del sistema. Obteniendo un sistema en bucle cerrado estable, se puede determinar el grado de estabilidad mediante el concepto de estabilidad relativa.

Un sistema estable se define como aquel cuya respuesta está acotada en unos valores conocido dentro de un rango determinado. Esto significa que si el sistema está sujeto a una perturbación y la respuesta que se obtiene está limitada en magnitud, el sistema será estable.

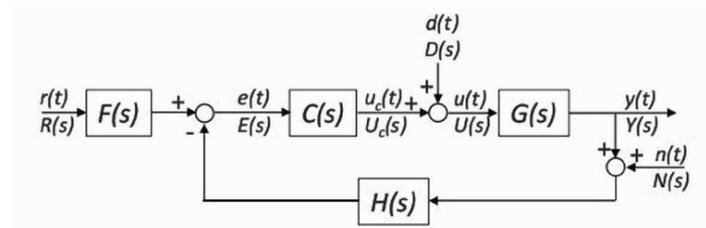


Figura 3.17. Diagrama de bloques de un sistema en lazo cerrado [4]

En la *Figura 3.17*, la salida del sistema se pasa por la función de transferencia  $H(s)$ , que suele ser el sensor del sistema y su función de transferencia se considera la unidad.  $G(s)$  representa la función de transferencia del sistema,  $C(s)$  el controlador y  $F(s)$  es la función de transferencia del filtro de la referencia.

Aplicando la transformada de Laplace se puede obtener la expresión de la salida como:

$$Y(s) = \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} \cdot R(s) + \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} \cdot D(s) - \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} N(s) \quad (3.20)$$

Y la función de transferencia de lazo cerrado se define como:

$$T(s) = \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} \quad (3.21)$$

Las consecuencias que conlleva la realimentación consisten en reducir tanto la sensibilidad del sistema como la ganancia. Esta reducción de ganancia está determinada por el factor  $1/(1 + G(s))$ , y se denomina función de sensibilidad.

La estabilidad del sistema estará determinada por la localización de los polos de la ecuación característica. Si se encuentran en el semiplano izquierdo, el sistema será estable, de lo contrario, será inestable.

Uno de los métodos para determinar la estabilidad de un sistema lineal es el criterio de *Routh-Hurwitz*. Este criterio se basa en ordenar los coeficientes del polinomio que forma la ecuación característica. El primer paso es ordenar los coeficientes de la ecuación característica (3.22).

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (3.22)$$

El siguiente paso es situar los coeficientes obtenidos anteriormente de la forma:

$$\begin{array}{c} s^n \\ s^{n-1} \\ \vdots \\ s^0 \end{array} \left[ \begin{array}{cccc} a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\ a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_0 & & & \end{array} \right] \quad (3.23)$$

El criterio de *Routh-Hurwitz* establece que el número de raíces positivas reales de la ecuación característica es igual al número de cambios de signo en la primera columna de la matriz en (3.23). Por tanto, para que el sistema sea estable no debe haber cambios de signo en la primera columna. Se pueden encontrar varias configuraciones al respecto, pero cuando existe un parámetro en alguna posición de la columna, este jugará un papel clave de cara a la estabilidad del sistema. De esta manera, hay que calcular aquellos valores del parámetro para los cuales el sistema estable.

Independientemente del grado de la ecuación del sistema, debe estar normalizada para poder aplicar el criterio establecido en la figura anterior. Conforme el grado de la ecuación sea mayor, la condición de estabilidad será más compleja.

En la implementación real del control en un sistema, es fundamental garantizar un margen de estabilidad alto, ya que si se cuenta con un margen bajo el sistema será probablemente inestable. Para ello, el *Diagrama de Bode* proporciona una gran información sobre la estabilidad de un sistema gracias al margen de ganancia y de fase.

El margen de ganancia (*MG*) se define como el mínimo valor que puede adquirir la ganancia en incremento justo antes de que se haga inestable el sistema, mientras que el margen de fase (*MF*) representa el retraso producido en la fase para que el límite de estabilidad en el punto se sitúe en el punto  $(-1,0j)$ .

Las fórmulas para calcular ambos márgenes son:

$$MG = \frac{1}{|L(j\omega_{cf})|} \quad MF = 180^\circ + \phi(j\omega_{cf}) \quad (3.24)$$

Estos márgenes pueden ser calculados gráficamente en el diagrama de Bode, siempre que el sistema sea estable y de fase no mínima. En la *Figura 3.18* se puede observar en qué caso sería estable o inestable el sistema:

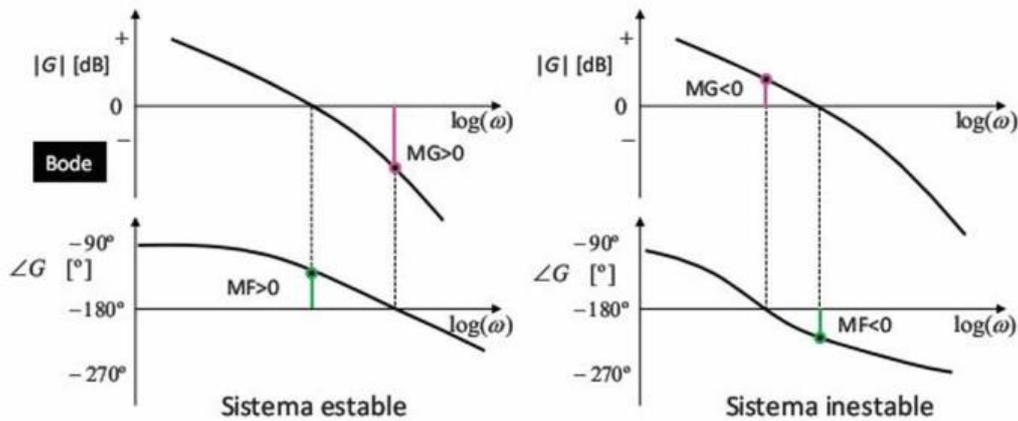


Figura 3.18. Márgenes de fase y ganancia para sistemas estables e inestables [4]

Por tanto, localizando la frecuencia de cruce de fase, se traza la prolongación hasta hallar la ganancia en decibelios del sistema. Para que el sistema sea estable, como mínimo ambos márgenes deben ser positivos.

### 3.6. LUGAR DE LAS RAÍCES

La estabilidad del sistema de un sistema en lazo cerrado tiene una relación directa con la localización de las raíces de la ecuación característica del sistema. La técnica llamada lugar de las raíces permite analizar el efecto que proporciona la realimentación cuando se varía la ganancia de la planta en lazo abierto. El plano característico donde se dibujan los lugares de las raíces es el plano  $s$ , caracterizado por un eje real y otro eje imaginario. Variando las condiciones de la planta en bucle abierto, la localización de los polos en lazo cerrado va a cambiar también, y, por tanto, el comportamiento del sistema. La Figura 3.19 muestra el sistema realimentado, considerando  $G(s)$  como la función de transferencia del sistema en lazo abierto, y  $K$  la ganancia proporcional del controlador.

En el análisis del lugar de las raíces  $G(s)$  se debe considerar factorizada en ceros y polos, de esta manera se observa claramente el valor y la localización de los mismos.

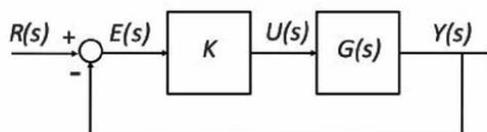


Figura 3.19. Diagrama de bloques en el lugar de las raíces [4]

$$G(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_n)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_m)} \quad (3.25)$$

La ecuación característica viene dada por:

$$1 + KG(s) = 0 \quad (3.26)$$

donde  $K$  es una constante proporcional que pertenece a la cadena directa. Desarrollando la expresión anterior queda de la forma:

$$\text{den}(G(s)) + K\text{num}(G(s)) = 0 \quad (3.27)$$

Independientemente del numerador y denominador, para valores muy pequeños de  $K$  el denominador tiende a cero, mientras que valores muy grandes de  $K$  hacen cero el otro sumando. De esta forma se concluye que el lugar de las raíces nace en los polos del sistema en lazo abierto, y muere en los ceros. Esta información resulta útil a la hora de analizar gráficamente el problema. A continuación, se muestran las condiciones de magnitud y de ángulo, descritas como:

- Condición de magnitud:  $|KG(s)| = 1$
- Condición de ángulo:  $\angle KG(s) = \pm 180^\circ (2l + 1), l = 0, 1, 2, \dots$

Aquellos valores de  $s$  que satisfacen dichas condiciones son los polos en bucle cerrado. Los pasos necesarios para dibujar el lugar de las raíces a mano son los siguientes:

1. Transformar la ecuación característica en forma de polos-ceros.
2. Dibujar sobre el plano  $s$  los polos y los ceros del sistema.
3. Representar los lugares geométricos sobre el eje real, que son aquellos que dejan a la izquierda un número impar de polos y ceros, considerando un sistema de realimentación negativa).
4. Dibujar  $n - m$  asíntotas, siendo  $n$  el número de polos y  $m$  el número de ceros. Los ángulos sobre los que van a partir el lugar de las raíces se calcula como:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m} \quad \gamma = k \frac{180^\circ (2l + 1)}{n - m}; l = 0, 1, 2, \dots, n - m - 1 \quad (3.28)$$

5. Determinar todos los puntos de salida y llegada del lugar de las raíces, correspondientes a localizaciones en el plano  $s$  en los que se producen raíces múltiples de la ecuación (3.26). Se debe verificar que el valor de  $K$  en esos lugares es mayor que cero.
6. Establecer todos los ángulos de partida partiendo de los polos complejos hacia los ceros complejos. Las fórmulas para calcularlos son:

$$\begin{aligned} \text{Ángulo de partida de un polo complejo} &= 180^\circ - \sum_{i=1}^n \theta_i + \sum_{l=1}^m \theta_l \\ \text{Ángulo de llegada de un polo complejo} &= 180^\circ - \sum_{l=1}^m \theta_l + \sum_{i=1}^n \theta_i \end{aligned} \quad (3.29)$$

7. Calcular los puntos de corte del lugar de las raíces con el eje imaginario. De este modo se puede saber para qué valores de  $\omega$  y  $K$  existen raíces en el eje imaginario.
8. El lugar de las raíces obtenido tendrá muestra tantas ramas como raíces tenga la ecuación característica del sistema.

9. El último paso consiste en coger puntos para dibujar el lugar de las raíces. Es recomendable coger puntos situados cerca del origen, debido a las características relacionadas con la estabilidad relativa en bucle cerrado.

Cabe destacar que para construir el lugar de las raíces se usan los ceros, polos y la ganancia del sistema en bucle abierto, y no la función de transferencia de bucle cerrado. En ocasiones, la función de transferencia de la planta posee una ganancia estática negativa. La realimentación negativa provoca que la ecuación característica del sistema sea  $1-KG(s)=0$ . El procedimiento para calcular el lugar de las raíces es el mismo que se acaba de describir, a diferencia de las reglas 2 y 3 y todas las condiciones relativas al ángulo [4].

### **3.7. ESTABILIDAD Y SISTEMAS EN BUCLE CERRADO.**

En el mundo del control existen dos formas de representación de los sistemas dinámicos: descripción interna externa en espacio de estados y descripción interna. La descripción externa está definida mediante la función de transferencia, mientras que la descripción interna es una representación matricial cuya ecuación de entrada y salida muestra las relaciones entre las variables.

El estado es definido como el mínimo número de variables para las cuales el sistema queda completamente determinado en un instante, así como su evolución futura.

A todo el conjunto de variables que definen el estado del sistema se denominan variables de estado. Por ello, la descripción interna en espacio de estados viene dada por:

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.30)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (3.31)$$

La ecuación (3.30) es la ecuación de estado, mientras que (3.31) es la ecuación de salida. Cuando se trate de sistemas invariantes en el tiempo, las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  estarán formadas por coeficientes constantes. Un sistema es invariante en el tiempo cuando los parámetros de los que está formado permanecen fijos a lo largo del tiempo.

En los casos en el que el sistema sea causal, es decir, el grado del numerador es menor que el grado del denominador,  $D=0$ . El vector de estados se representa por  $x(t)$ ;  $u(t)$  e  $y(t)$  son la entrada y salida del sistema, respectivamente. Existen varias formas de representación en espacio de estados, entre ellas las formas canónicas. Las formas canónicas son un elemento de análisis muy útil para analizar sistemas a partir de una función de transferencia, cuya forma está definida de la forma representada en (3.22).

$$G(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (3.32)$$

▪ **Forma canónica de control (C):**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \ddots & & \\ 0 & & I_{n-1} & \\ \vdots & 0 & & \ddots \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$C = (b_0 b_1 \cdots b_{n-1}); D = (0) \quad (3.34)$$

La fórmula expresada en (3.34) sólo es válida cuando  $b_n=0$ . La forma canónica de control permite llevar todos los estados desde un valor inicial hasta un valor final en un rango de tiempo, partiendo de unas determinadas entradas. Un sistema es controlable si se cumple que  $rank[ B AB A^2B \dots A^{n-1}B ] = n$ , siendo  $rank$  el rango de la matriz resultante.

Dentro de la forma canónica de control, la matriz  $A$  es triangular superior. Esto quiere decir que todos los elementos que se encuentran por debajo de la diagonal principal son ceros. Además, los elementos que forman la matriz  $C$  están directamente relacionados con los coeficientes del numerador de la función de transferencia en bucle abierto.

▪ **Forma canónica de observación (O):**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ \vdots & & & -a_1 \\ I_{n-1} & & \cdots & \vdots \\ & & & -a_{n-1} \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

$$C = (0 \cdots 1); D = (0) \quad (3.36)$$

Al igual que ocurría en el caso anterior, la expresión (3.36) es válida cuando  $b_n=0$ . La forma canónica de observación permite saber el valor de los estados internos sabiendo el valor de las salidas. Ambas formas canónicas son duales. Un sistema será observable si:

$$rank \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \quad (3.37)$$

Al contrario que sucedía con la forma canónica de control, en la forma canónica de observación la matriz  $B$  está formada por los coeficientes del numerador de la función de transferencia, y la matriz  $A$  es una matriz triangular inferior. Una forma sencilla de transformar una forma canónica a otra consiste en transponer las matrices  $B$  y  $C$  e intercambiarlas, teniendo en cuenta las propiedades de la matriz  $A$  mencionadas anteriormente.

A partir de la descripción interna se puede hallar la descripción externa realizando operaciones con las matrices de la forma:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} \cdot B + D \quad (3.38)$$

Tal y como se puede observar, se trata de un conjunto de operaciones matriciales, siendo  $I$  la matriz identidad de tamaño  $n \times n$ .

## Capítulo 4

# 4. Materiales y Métodos

### 4.1. MATERIALES

Dentro de todo el conjunto de materiales que se han utilizado para la realización del proyecto, se van a describir aquellos que son críticos en el proceso debido a sus características eléctricas como a su papel en el desarrollo del controlador.

#### 4.1.1. NI myRIO-190

El *NI myRIO 1900* es una tarjeta programable muy útil utilizada para realizar diseños de robótica, control y mecatrónica. El dispositivo está compuesto de un conjunto de entradas analógicas (*AI*) y salidas analógicas (*AO*). Posee dos tipos de conectores principales: el primero de ellos está destinado a entradas/salidas digitales, y el segundo a entradas/salidas analógicas. En la *Figura 4.1* se puede observar dicho dispositivo:



Figura 4.1. NI myRIO

El *myRIO* posee además una línea de entrada y salida de datos *UART* de transmisión. En cuanto a los puertos de comunicación, tiene un puerto *USB 2.0* para comunicarse con un ordenador. Un parámetro a tener en cuenta es la resolución del dispositivo, ya que determinará el grado de precisión sobre el que se va a trabajar. El *myRIO* cuenta con una resolución de *12 bits* en sus entradas y salidas analógicas.

El rango de voltaje de entrada es hasta 5 V en los conectores *MXP*. Para determinar el mínimo valor que es capaz de detectar el sistema se tienen en cuenta tanto los bits de resolución del dispositivo, como el rango de voltaje que es capaz de suministrar:

$$\text{valor mínimo} = \frac{5 \text{ V}}{2^{12}} = 1 \text{ mV} \quad (4.1)$$

El sistema podrá detectar como mínimo 1 mV. Este dato hay que tenerlo en cuenta a la hora de realizar los cálculos en el circuito electrónico.

En cuanto a la interfaz que permite conectar este dispositivo con el ordenador, se ha usado el programa *LabVIEW*. Este programa dispone de un *toolkit* provisto de algunas librerías que permiten realizar las conexiones con las entradas y salidas analógicas.

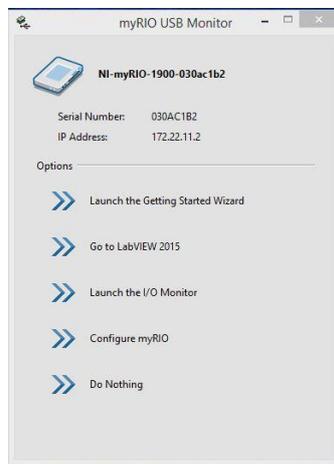


Figura 4. 2. Menú inicial de opciones del myRIO

Una vez conectado el *myRIO* vía *USB*, aparece la pantalla de comprobación mostrada en la *Figura 4.2*, donde muestra el número de serie del producto, así como la dirección *IP* estática del dispositivo. Cada producto del *myRIO* posee un número de licencia distinta, que en este caso pertenece a la *UAL*.

#### **4.1.2. Fuente de Alimentación**

Es imprescindible la utilización de una fuente de alimentación para hacer funcionar el circuito del levitador magnético. De la multitud de fuentes de alimentación que existen en el mercado, se ha escogido el modelo *DRAN120 SERIES*. Se trata de una fuente de montaje en carril *DIN*. La potencia máxima que puede soportar son 120 W y una corriente máxima de 5,2 A. La tensión de entrada es en corriente alterna, mientras que en su salida obtiene 24 V en corriente continua.

La electrónica del circuito parte de esta fuente de alimentación. A partir del valor que proporciona a la salida, se va a derivar en varios voltajes más pequeños en función de las necesidades de cada etapa. Esto supone una ventaja, ya que sólo es necesaria una única fuente de alimentación.



Figura 4.3. Fuente de alimentación 24V [11]

#### 4.1.3. Transistor de potencia BDX53C

La etapa de potencia que forma parte del circuito electrónico es fundamental, ya que permite suministrar la corriente necesaria al inductor para que la esfera metálica levite. La corriente máxima que es capaz de suministrar el transistor debe ser suficientemente mayor de la necesaria, ya que valores elevados en el estado transitorio del controlador producen picos en la respuesta del sistema.

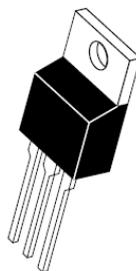


Figura 4.4. Transistor BDX53C [6]

Por ello, es necesario un transistor de potencia y que trabaja en bajas frecuencias, ya que el sistema funciona en unas decenas de Hz. En electrónica existen multitud de dispositivos transistores de corriente. Según las necesidades mencionadas anteriormente, se ha escogido un transistor *Darlington* que forma parte de los semiconductores discretos. Dentro de los transistores *Darlington*, existen dos configuraciones: *NPN* y *PNP*. En la Figura 4.5 se muestra las características eléctricas principales:

**MAXIMUM RATINGS**

Rating	Symbol	BDX53B BDX54B	BDX53C BDX54C	Unit
Collector-Emitter Voltage	$V_{CEO}$	80	100	Vdc
Collector-Base Voltage	$V_{CB}$	80	100	Vdc
Emitter-Base Voltage	$V_{EB}$	5.0		Vdc
Collector Current — Continuous Peak	$I_C$	8.0 12		Adc
Base Current	$I_B$	0.2		Adc
Total Device Dissipation @ $T_C = 25^\circ\text{C}$ Derate above $25^\circ\text{C}$	$P_D$	60 0.48		Watts $\text{W}/^\circ\text{C}$
Operating and Storage Junction Temperature Range	$T_J, T_{stg}$	-65 to +150		$^\circ\text{C}$

Figura 4.5. Características eléctricas del BDX53C [6]

Las características eléctricas más importantes que se pueden observar de la figura anterior son la corriente de colector  $I_C$  y la temperatura de la unión semiconductor. Como se puede observar, la corriente máxima puede alcanzar 8 A, por lo que es un valor suficientemente grande para el propósito del circuito. Además, es útil conocer la temperatura de la unión semiconductor para realizar los cálculos térmicos del disipador.

Por último, dado que este dispositivo va a ser implementado en una pcb, es imprescindible que el tipo de montaje sea de orificio pasante. Este tipo de transistor tiene un encapsulado TO-220 y soporta una potencia de disipación de 65 W, por lo que es adecuado para el propósito del circuito.

**4.1.4. Convertidor DC-DC Simétrico**



Figura 4.6. Convertidor DC-DC [10]

La serie de convertidores TEL8 de 8 W están compuestos de un encapsulado DIP16, es decir, tienen 16 terminales. Una de las principales características es que permiten convertir voltajes positivos en voltajes negativos, así como configuraciones que resultan menos habituales.

Este convertidor proporciona una tensión de  $\pm 12\text{ V}$  a partir de una tensión de entrada de  $+24\text{ V}$ . Esto resulta fundamental, debido a la necesidad de tensiones negativas en el circuito electrónico. Las únicas maneras de obtener tensiones negativas de alimentación de forma sencilla son con una fuente de alimentación simétrica o con un convertidor mostrado en la Figura 4.6.

A pesar de la cantidad de terminales en su encapsulado, no todos ellos son utilizados en el circuito electrónico. Existen terminales que no se encuentran conectados, siendo clave los mencionados anteriormente.

La eficiencia de este dispositivo es del 85%. Además, posee un filtro de clase A en su interior y un circuito de protección contra sobrecargas, lo que implica que sea un dispositivo fiable y seguro.

## 4.2. DISEÑO DEL LEVITADOR MAGNÉTICO

El diseño del levitador magnético resulta una tarea fundamental a la hora de construir un sistema que permita integrar todo el conjunto de dispositivos mencionados anteriormente, y que cumpla las especificaciones del propósito de este proyecto. En este apartado se abordarán todos los pasos de construcción necesarios, comenzando con la construcción de la estructura física y posteriormente el prototipo electrónico.

### 4.2.2. Diseño de la estructura física

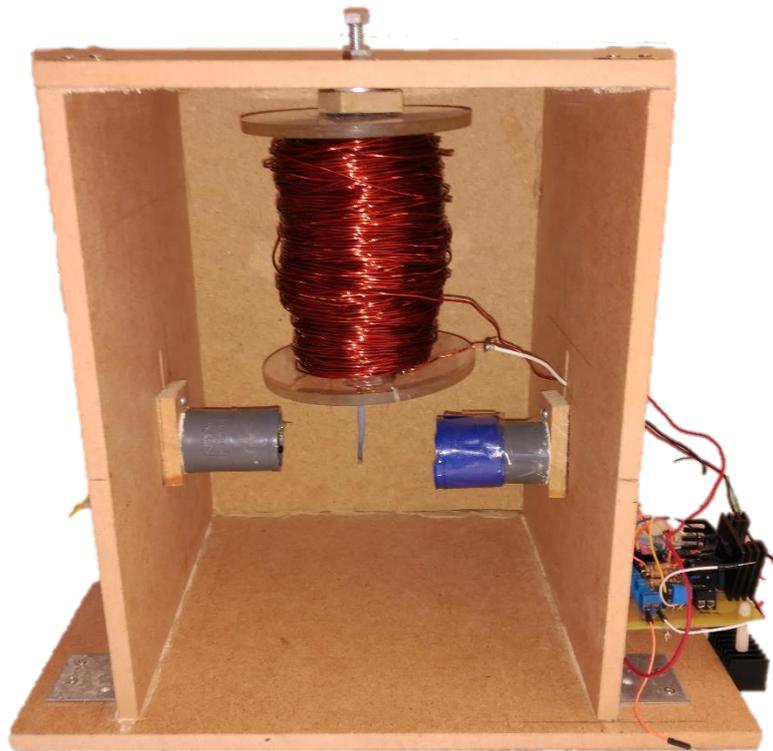


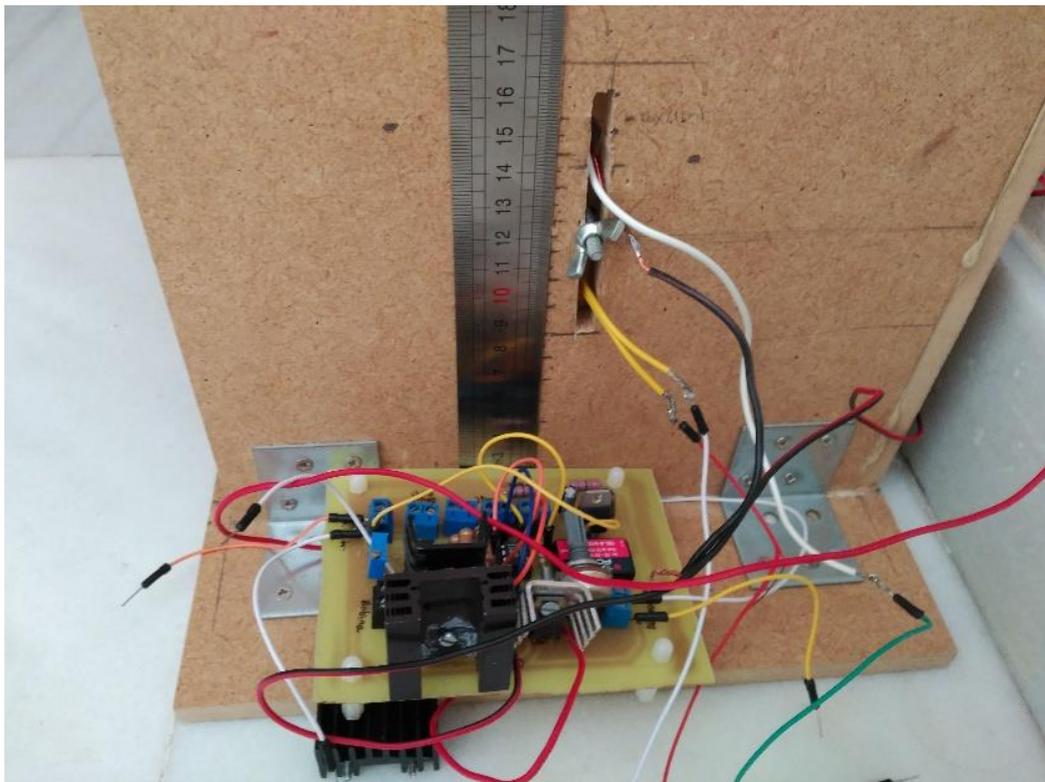
Figura 4.7. Estructura del montaje del levitador magnético

En la *Figura 4.7* se puede observar de forma gráfica la implementación física del proceso. La bobina se encuentra suspendida en la parte superior de la estructura. En la parte lateral consta la etapa de potencia del circuito, encargada de recibir las órdenes procedentes del ordenador y de suministrar la corriente demandada.

En la parte interna de la estructura se encuentran los sensores. Se ha utilizado como emisor dos diodos infrarrojos y un fotodiodo que actúa como receptor. Ambos se han recubierto con dos tubos de *PVC (policloruro de vinilo)* para evitar que la radiación luminosa modifique el valor obtenido por el receptor, así como proyectar el ángulo óptimo del diodo infrarrojo hacia el receptor.

Tanto el emisor como el receptor tienen la posibilidad de variar su altura de operación. Para ello se ha realizado un corte en cada una de las paredes laterales, de tal forma que se pueda subir y bajar el tubo mediante una brida. Para saber a qué altura está colocado tanto el diodo infrarrojo como el fotodiodo, se ha instalado una regla milimétrica a cada uno. De esta manera, se puede saber en cada momento a qué distancia del núcleo están los sensores.

La etapa de potencia del circuito se encuentra situada en uno de los extremos de la estructura. De esta forma, todos los cables parten de los agujeros taladrados en la madera y llegan a las conexiones de la placa electrónica. En la *Figura 4.8* se puede ver una foto de la misma:



*Figura 4.8. Estructura completa*

### 4.2.3. Diseño del circuito electrónico

La realización del diseño del circuito electrónico se ha realizado con el programa *Altium Designer*. La siguiente imagen muestra el esquema del circuito genérico.

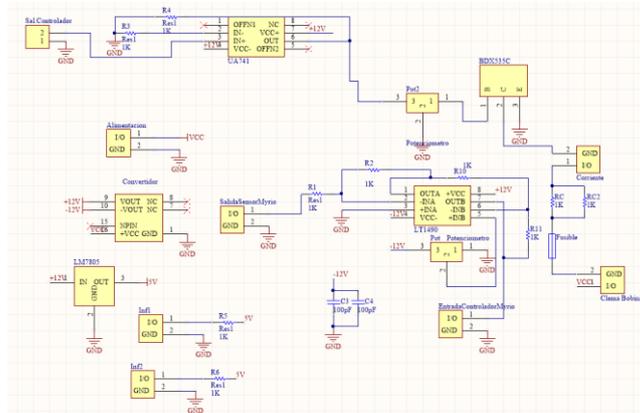


Figura 4.9. Esquemático del circuito en Altium Designer

Tal y como se muestra en la *Figura 4.9*, se distinguen varias etapas claramente diferenciadas, de las cuales se irán detallando a continuación:

- **Circuito emisor-receptor:** el diodo infrarrojo que actúa como emisor necesita de un voltaje de alimentación de 5 V, según las especificaciones del fabricante. Para ello, se ha usado un regulador de tensión lineal *LM7805*, ya que este dispositivo suministra un voltaje e salida de 5 V y cumple con las especificaciones requeridas.

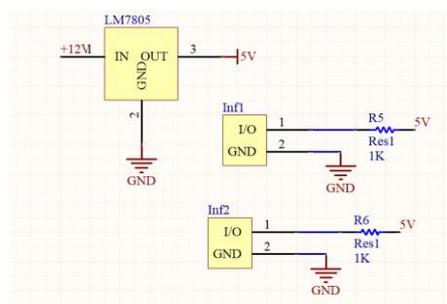


Figura 4.10. Circuito emisor-receptor

La entrada del regulador, procedente del convertidor *DC-DC*, corresponde al terminal 1. El segundo terminal es la masa del circuito, y la última corresponde a la tensión de salida. Además, es necesario colocar una resistencia para limitar la corriente que llegue al diodo sea la que produce la máxima transmisión, en este caso  $I_f=100\text{ mA}$ . Por lo tanto, la resistencia que hay que colocar en serie para cada diodo infrarrojo se encuentra calculada en (4.2).

Parameter	Symbol	Conditions	MC7805/LM7805			Unit	
			Min.	Typ.	Max.		
Output Voltage	VO	TJ = +25 °C	4.8	5.0	5.2	V	
		5.0mA ≤ IO ≤ 1.0A, PO ≤ 15W VI = 7V to 20V	4.75	5.0	5.25		
Line Regulation (Note1)	Regline	TJ = +25 °C	VO = 7V to 25V	-	4.0	100	mV
			VI = 8V to 12V	-	1.6	50	
Load Regulation (Note1)	Regload	TJ = +25 °C	IO = 5.0mA to 1.5A	-	9	100	mV
			IO = 250mA to 750mA	-	4	50	
Quiescent Current	IQ	TJ = +25 °C	-	5.0	8.0	mA	
Quiescent Current Change	ΔIQ	IO = 5mA to 1.0A VI = 7V to 25V	-	0.03	0.5	mA	
			-	0.3	1.3		
Output Voltage Drift	ΔVO/ΔT	IO = 5mA	-	-0.8	-	mV/°C	
Output Noise Voltage	VN	f = 10Hz to 100KHz, TA = +25 °C	-	42	-	μV/VO	
Ripple Rejection	RR	f = 120Hz VO = 8V to 18V	62	73	-	dB	
Dropout Voltage	VDrop	IO = 1A, TJ = +25 °C	-	2	-	V	
Output Resistance	ro	f = 1KHz	-	15	-	mΩ	
Short Circuit Current	ISC	VI = 35V, TA = +25 °C	-	230	-	mA	
Peak Current	IPK	TJ = +25 °C	-	2.2	-	A	

Figura 4.11. Características eléctricas del LM7805 [9]

BASIC CHARACTERISTICS (T <sub>amb</sub> = 25 °C, unless otherwise specified)						
PARAMETER	TEST CONDITION	SYMBOL	MIN.	TYP.	MAX.	UNIT
Forward voltage	IF = 100 mA, tp = 20 ms	VF		1.3	1.7	V
Temperature coefficient of VF	IF = 100 mA	TKVF		- 1.3		mV/K
Reverse current	VR = 5 V	IR			100	μA
Junction capacitance	VR = 0 V, f = 1 MHz, E = 0	Cj		30		pF
Temperature coefficient of φe	IF = 20 mA	TKφe		- 0.8		%/K
Angle of half intensity		φ		± 15		deg
Peak wavelength	IF = 100 mA	λp		950		nm
Spectral bandwidth	IF = 100 mA	Δλ		50		nm
Temperature coefficient of λp	IF = 100 mA	TKλp		0.2		nm/K
Rise time	IF = 100 mA	tr		800		ns
	IF = 1.5 A	tr		400		ns
Fall time	IF = 100 mA	tf		800		ns
	IF = 1.5 A	tf		400		ns
Virtual source diameter		d		3.8		mm

Figura 4.12. Características básicas TSUS5200 [8]

$$R = \frac{V}{I} = \frac{5V}{100mA} = 50\Omega \quad (4.2)$$

A pesar de que el resultado teórico son  $50\Omega$ , se ha iterado con varios valores de resistencias hasta conseguir los resultados más parecidos a los obtenidos con la fuente regulable, siendo el valor más correcto  $33\Omega$ . Por tanto, la intensidad que circulará por cada una de las resistencias será:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5V}{33\Omega} = 151mA \quad (4.3)$$

Como se puede apreciar, se obtiene una corriente mayor de la esperada, aunque tal como muestra el fabricante, el dispositivo soporta esa corriente sin problemas.

Además, hay que tener en cuenta la potencia que se va a disipar en esta etapa, ya que será importante para elegir la resistencia adecuada.

$$P_D = V \cdot I = 5 V \cdot 100 mA = 0,5 W \quad (4.4)$$

El primer paso consiste en calibrar el emisor y receptor escogidos. Dependiendo de la posición de la esfera metálica, el fotodiodo registrará un voltaje mayor o menor. Cuando la esfera no obstruya la dirección de emisión del diodo infrarrojo, el fotodiodo registrará su mayor valor, mientras que una obstrucción total en la dirección del emisor supone el mínimo valor del receptor, aunque esto no significa que su valor sea nulo. Esto es debido a que el entorno produce una iluminancia determinada. Se ha tratado de que el sistema sea lo más aislado a variaciones de luz en el entorno. De esta manera, no importa que el sistema se encuentre en un u otro. Esto ha sido gracias a la instalación de unos tubos de PVC que cubran totalmente al emisor y al receptor. El objetivo es que el sistema se encuentre lo más aislado posible frente a variaciones de luz en el entorno.

Es fundamental conocer la distancia existente entre el núcleo del inductor y la esfera a la hora de realizar la calibración. Por ello, se ha fabricado una deslizadera a lo largo de la tabla, y en el lateral se ha colocado una regla milimetrada, de tal forma que se puede conocer la posición de la esfera respecto del núcleo de la bobina.



Figura 4.13. Instalación de regleta en el circuito emisor-receptor

La implementación mostrada en la *Figura 4.13* se ha repetido tanto en el emisor como en el receptor. Esta instalación ha permitido variar la posición de los diodos hasta encontrar una solución de compromiso que permita cumplir el punto de operación en  $0,01 m$ .

En la *Figura 4.14* se muestra el resultado obtenido de la curva de calibración, tras realizar varios ensayos y comprobar que los datos obtenidos eran iguales. Esto muestra una seguridad de que los valores que registran los sensores son correctos.

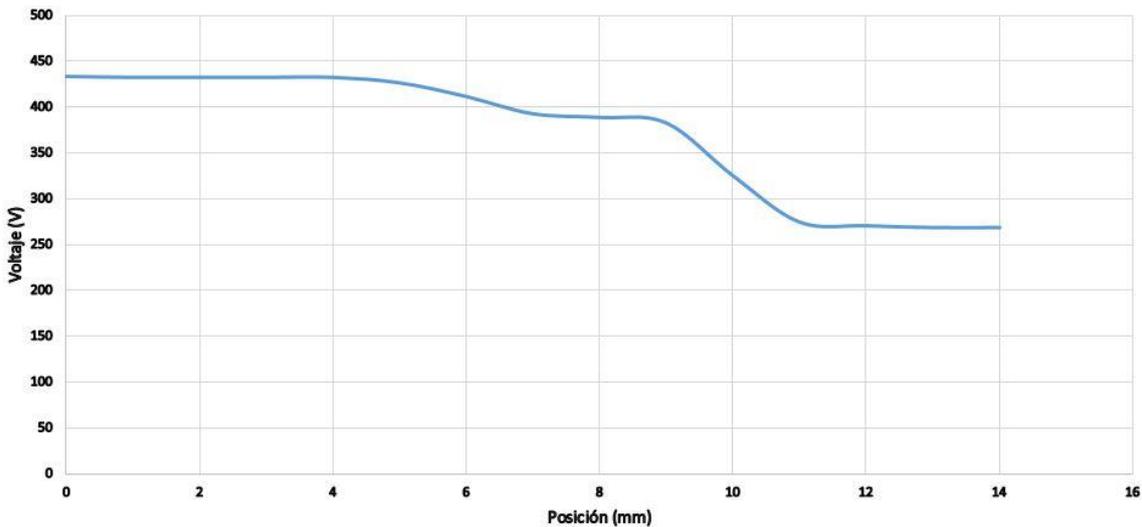


Figura 4.14. Recta de calibración del sensor

Como se puede observar, los ensayos realizados comienzan con la esfera completamente pegada al núcleo. Esta parte corresponde a una distancia de  $0\text{ mm}$ . Para distancias muy próximas a esta, el valor registrado del receptor es  $424\text{ mV}$ . Este valor se mantiene constante hasta una distancia de  $6\text{ mm}$ , donde comienza a bajar el valor. Esto implica que el diodo infrarrojo ha detectado la presencia de la esfera su trayectoria. Conforme la esfera aumenta la distancia con el núcleo, el voltaje va disminuyendo hasta alcanzar un valor mínimo en los  $11\text{ mm}$ . Esta etapa se ha calibrado teniendo en cuenta que la zona lineal debe corresponder al entorno cercano del punto de operación deseado de  $0,01\text{ m}$ . Además, debe situarse en el centro para permitir variaciones de valores por encima y debajo del valor.

Según los resultados obtenidos, hay que tener presente que se observan dos rangos diferenciados. El primero de ellos corresponde al rango de  $[5-7]\text{ mm}$ , en los que se observa una pequeña variación con una pendiente muy pequeña. Esta es debida a que existen dos diodos IR, y la disposición de los mismos produce rayos que convergen a esa altura. La otra zona corresponde a la de estudio, donde se obtiene la mayor pendiente y comportamiento lineal, mostrada en la *Figura 4.15*.

La ganancia del sensor se calcula como la pendiente de la recta en el tramo lineal:

$$\beta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(260 - 394)\text{ V}}{(11 - 9.1)\text{ mm}} = -70,5 \frac{\text{V}}{\text{mm}} \quad (4.5)$$

La ganancia del sensor según el resultado obtenido es negativa, esto quiere decir que a medida que la distancia entre la esfera y el núcleo aumenta, el voltaje registrado por el fotodiodo disminuye. El hecho de que se produzca este signo negativo es debido a la colocación de los sensores. Al haber dos regiones diferentes en las que el sensor experimenta comportamientos lineales, es necesario hacer hincapié en la correcta colocación de la esfera metálica una vez se realicen los ensayos. Se deberá situar la esfera metálica en la zona lineal donde se ha calculado la ganancia del sensor.

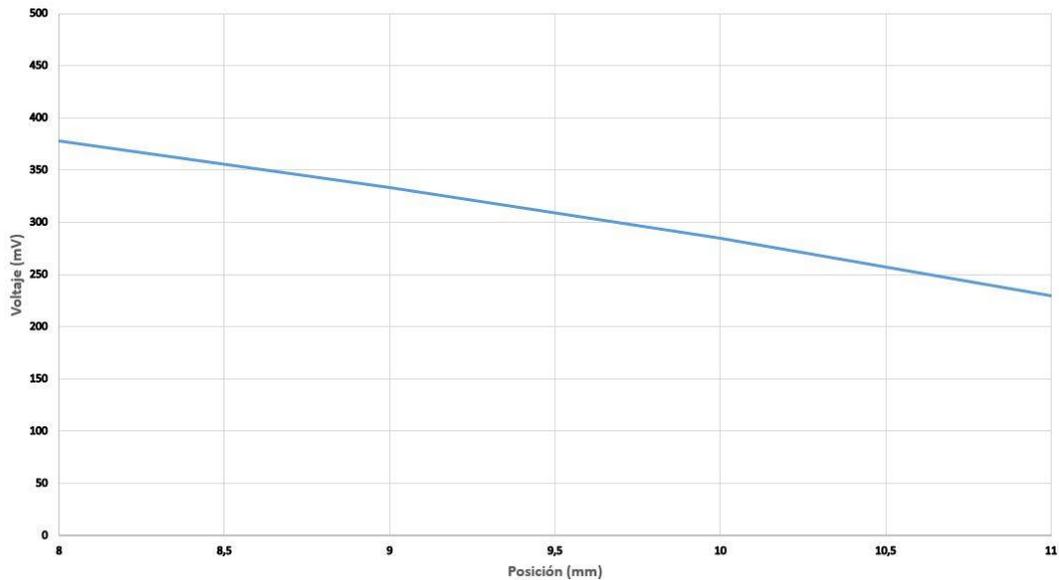


Figura 4. 15. Zona lineal de la recta de calibración

Otra opción sería hallar la ecuación de las dos rectas para los dos tramos lineales. Al tener dos valores distintos de ganancia, se usará cada una en función del tramo donde se ubique la esfera metálica. Dado que la ganancia del sensor sólo afecta a la ganancia del sistema, se trata de un factor que multiplica, es decir, no afecta a la localización de los polos.

Considerando la ganancia del sensor como la pendiente de la recta en el tramo deseado, la ecuación de la recta que permite transformar el voltaje obtenido por el fotodiodo a distancia es:

$$y = -70x - 0,744 \quad (4.6)$$

En la ecuación (4.6), la variable independiente son los voltios, mientras que la variable dependiente  $y$  son los metros. De esta manera, se puede conseguir una relación directa entre valor registrado por el sensor y distancia de la esfera. De cara a la implementación en *LabVIEW*, es importante tener en cuenta que la referencia a seguir es la distancia, por lo que es conveniente despejarla de la ecuación anterior, quedando de la forma:

$$x = -70y + 0,01891 \quad (4.7)$$

Una vez realizado la parte de calibración del circuito, el siguiente paso consiste en diseñar las siguientes etapas que permitan alcanzar las especificaciones deseadas.

- **Convertidor DC-DC:** uno de los aspectos más importantes es conocer las tensiones de alimentación que son necesarias para cada una de las partes del circuito. La función del convertidor es transformar la tensión de 24 V procedente de la fuente de alimentación a una tensión simétrica de  $\pm 12$  V. Como se puede observar en el esquema, sólo es necesario conectar la alimentación y la masa. La salida corresponderá a las terminales de  $\pm 12$  V, pertenecientes a las conexiones 9 y 10 del dispositivo.

El voltaje positivo consta de varios propósitos. El primero de ellos es alimentar al regulador lineal de tensión positiva *LM7805*, que proporcionará una tensión positiva de 5 V a cada una de las resistencias de los diodos infrarrojos, tal y como se ha mencionado anteriormente. El segundo de ellos consiste en alimentar a dos *LT1490*, ambos actuando como amplificadores en distintas configuraciones. Por último, este convertidor se utilizará para regular el *offset* producido por el amplificador operacional, que se explicará más adelante.

- **Etapa del controlador:** en esta etapa se recogen los valores en voltios que va leyendo el fotodiodo. Los valores registrados por el receptor se miden en *mV*. El fotodiodo nunca registra valores de tensión nulos, puesto que siempre existe una iluminancia procedente del medio. El voltaje registrado llega al amplificador *LT1490*, que es el encargado de bajar el *offset* de voltaje debido a que no existe un valor nulo en la recta de calibración. Este amplificador permite trabajar en un rango de valores de  $[-12,12]$  V. Para ello, se ha usado la estructura mostrada en la *Figura 4.16*. Se trata de un potenciómetro de 10 K, que permita ajustar a 0 V el valor mínimo obtenido por el diodo. De esta manera, el rango efectivo será  $[0-134]$  *mV*. Hay que tener en cuenta el número de vueltas del potenciómetro, ya que, situado en uno de los extremos, podría producir un cortocircuito.

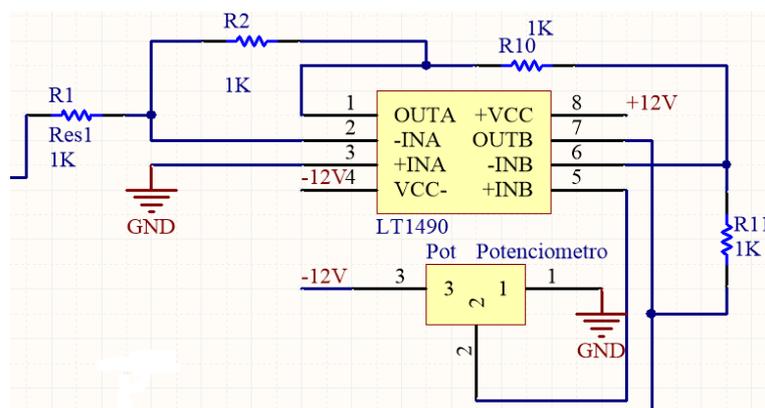


Figura 4.16. Regulación del *offset* de la tensión de entrada

La señal generada por el sensor se dirige al *LT1490*. Se trata de otro amplificador operacional *LT190*, siendo la elección de éste a que presenta un mayor rechazo al modo común. El objetivo es proteger al *myRIO* de la corriente generada por el circuito e invertir la fase para obtener un voltaje positivo a la salida del amplificador. Por ello, se han puesto dos resistencias de 1 K de valor, de forma que la ganancia siempre sea unitaria y a su vez protejan al amplificador de la corriente de entrada. El circuito integrado tiene interiormente dos amplificadores operacionales, tal y como muestra la figura anterior. Esto permite invertir la señal en el primer amplificador, y producir una segunda inversión en el segundo. De esta manera, el voltaje obtenido a la salida sigue siendo positivo. La señal generada es enviada al *myRIO* donde se encuentra todo el sistema de control.

En cuanto a las conexiones establecidas para el potenciómetro, el primer terminal está conectado a masa y el tercer terminal a -12 V. Se ha hecho de esta manera para que pueda restarse el voltaje de salida y a su vez se encuentre referenciado a tierra. De otra manera, actuaría como una resistencia normal y no se lograría dicho propósito.

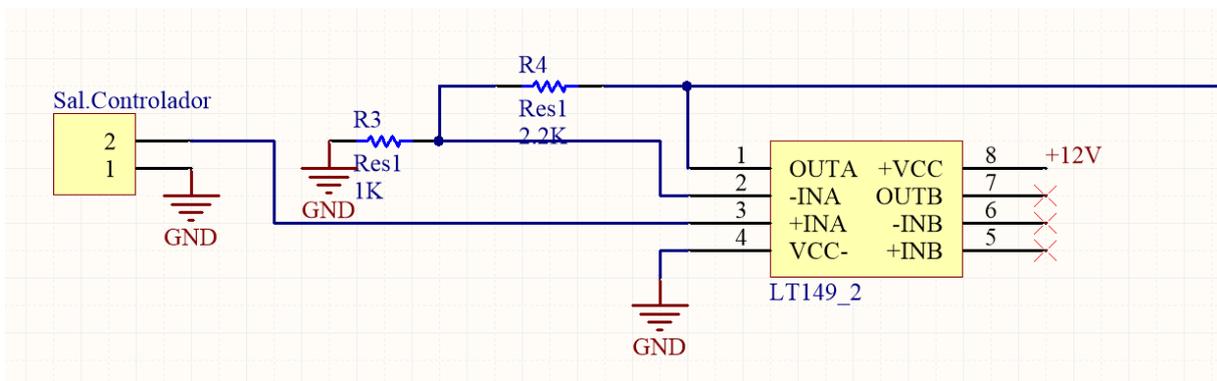


Figura 4.17. Amplificación de la etapa controladora

El controlador *PD* se encuentra programado en el *myRIO*. Proporciona a la salida un rango de voltaje de  $[0, 2.2, 2.2]$  mV, que es directamente proporcional al voltaje de su entrada. El voltaje obtenido del controlador es la señal de control del sistema, y se mide en voltios. Esta señal es amplificada por otra etapa de un amplificador *LT1490* cuyo objetivo es tener un rango de  $[0-3, 3]$  V. La justificación de este rango se debe al valor de voltaje que puede proporcionar el *myRIO* y el voltaje que necesita el transistor de potencia para estar en la zona activa. Todas las entradas y salidas que se muestran en el esquema del circuito corresponden a terminales de contacto de dos pines.

- **Etapa de potencia:** se trata de la última etapa del circuito electrónico. El objetivo de la etapa de potencia consiste en suministrar la cantidad de corriente suficiente al inductor para que genere una fuerza electromagnética que permita a la esfera metálica mantenerse en equilibrio. El voltaje amplificado en la etapa anterior es llevado a un transistor *BDX53C*. Se ha elegido este modelo porque se trata de un transistor de alta potencia y baja frecuencia. La relación entre el voltaje suministrado a la base del transistor y la corriente de salida que proporciona el colector debe ser lineal, así que interesa que el punto de polarización del transistor se encuentre en la zona activa.

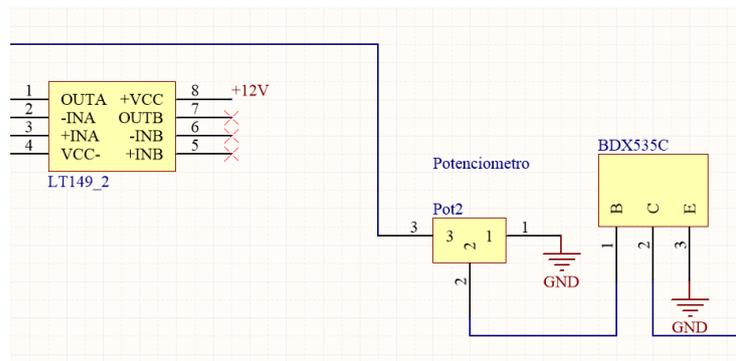


Figura 4.18. Configuración del transistor empleado

En este caso la resistencia previa al transistor de potencia es una resistencia variable de 25 vueltas de precisión. La función práctica de esta resistencia es limitar la corriente de base que llega al transistor.

Uno de los problemas de la etapa de potencia es la potencia disipada debida a la alta corriente que circula y el alto voltaje suministrado por la fuente de alimentación. Con objeto de disminuir la potencia disipada y proteger de esta manera a los dispositivos, se ha instalado una asociación de resistencias de potencia en paralelo. De esta forma, la corriente y potencia se reparten por cada una de las resistencias para garantizar una corriente suficientemente grande para cumplir sobradamente las especificaciones. En este punto es muy importante considerar la disipación de potencia del circuito.

La fuente de alimentación es de 24 V, y la corriente de funcionamiento en el punto de operación es de 1,8 A. Por lo tanto, la corriente máxima capaz de suministrar el circuito debe ser notablemente más alta que este valor. Teniendo en cuenta que el inductor presenta una resistencia interna de 4,2 Ω, se ha calculado una asociación de dos resistencias en paralelo de valor 6,8 Ω, de tal forma que la corriente máxima alcanzada es:

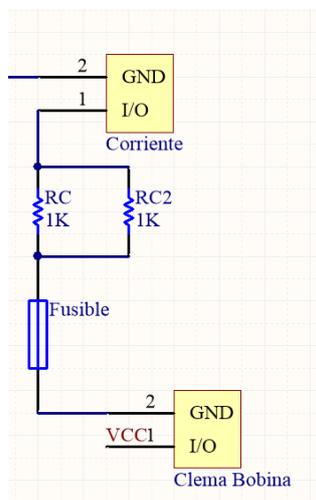


Figura 4.19. Etapa de potencia del circuito

Por tanto, la resistencia calculada (4.8) se encuentra en serie con la resistencia interna del inductor, formando la resistencia equivalente  $R_{eq}$ :

$$R_{eq} = R + R_{int} = 3,4 \Omega + 4,2 \Omega = 7,6 \Omega \quad (4.8)$$

Por tanto, la corriente máxima que podrá atravesar la etapa de potencia del circuito es:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{24 V}{7,6 \Omega} = 3,16 A \quad (4.9)$$

Teniendo en cuenta que 3,16 A supone casi el doble de corriente necesaria, la siguiente premisa en la que hay que poner atención es la potencia disipada por el circuito.

$$P = U \cdot I = 24 V \cdot 3,16 A = 75,84 W \quad (4.10)$$

La potencia calculada es considerablemente elevada. De ahí la justificación de realizar una asociación en paralelo de resistencias. Al dividirse la corriente equitativamente, la potencia disipada también se divide, quedando de la forma:

$$P_{R1} = U \cdot I_{R1} = 24 V \cdot 1,58 A = 37,92 W \quad (4.11)$$

$$P_{R2} = U \cdot I_{R2} = 24 V \cdot 1,58 A = 37,92 W \quad (4.12)$$

Una vez calculadas las potencias disipadas, es importante elegir bien la potencia nominal disipada por el fabricante, debiendo ser esta mayor de la calculada. Se han escogido potencias normalizadas de 50 W, que suponen un 31% más de lo que demanda el circuito. Además, por seguridad se han instalado dos disipadores de calor en cada una de las resistencias.

En la *Figura 4.19* se puede observar una conexión de dos pines situada en serie. Esta conexión permite medir la corriente que circula por el inductor mediante un amperímetro.

En el caso de que no se desee medir la corriente, basta con sustituir el amperímetro por un cable para cerrar el circuito. A continuación, se muestra el esquema de la etapa de potencia simulada en *Pspice*:

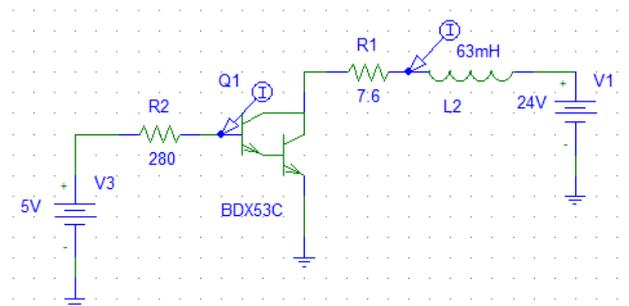


Figura 4.20. Etapa de potencia en esquemático de Pspice

Tal y como se muestra en la *Figura 4.19*, se ha representado el mismo esquema que se ha explicado anteriormente. La fuente de tensión de entrada corresponde a una fuente de tensión variable, simulando así las variaciones que genera el *myRIO* en su envío de la señal de control. Esta configuración se representa en la *Figura 4.21*:

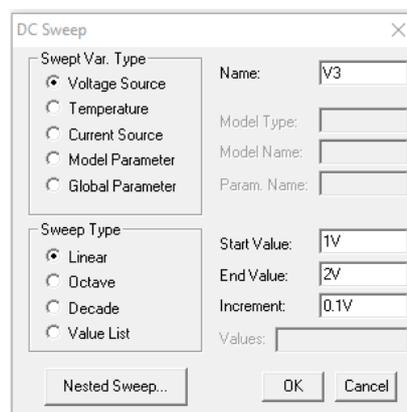


Figura 4.21. Configuración de la fuente de alimentación

Posteriormente, se representa la corriente de colector  $I_c$  en función de la tensión de entrada, siendo el parámetro más importante de esta etapa. Como se puede observar en la *Figura 4.22*, la corriente de colector varía en función de la tensión de entrada en la base del transistor. Se observa en la simulación tanto la zona de corte como la zona de saturación, situándose en medio la zona lineal deseada.

Esta zona lineal se encuentra para unos valores comprendidos en el rango  $[1,3-1,8]$  V. Estos serán los valores que deberán ser enviados por el *myRIO* para controlar el sistema. Por último, la corriente máxima de colector que muestra la gráfica es de  $3,1$  A, coincidente con la corriente calculada en (4.9). En la siguiente figura se muestra la evolución que experimenta la corriente de base.

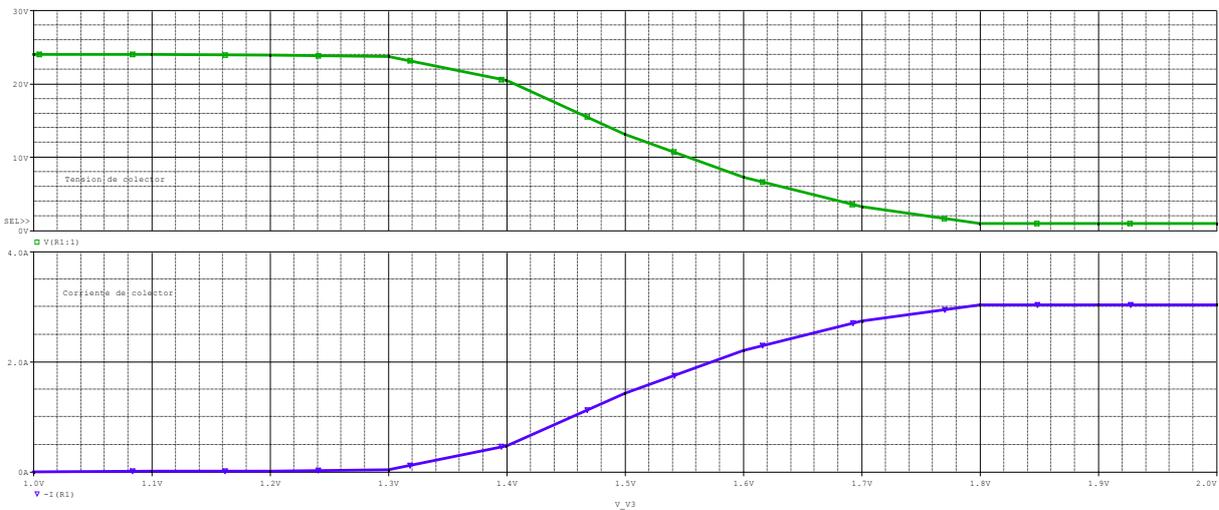


Figura 4.22. Evolución de la corriente de colector en función de la tensión de colector

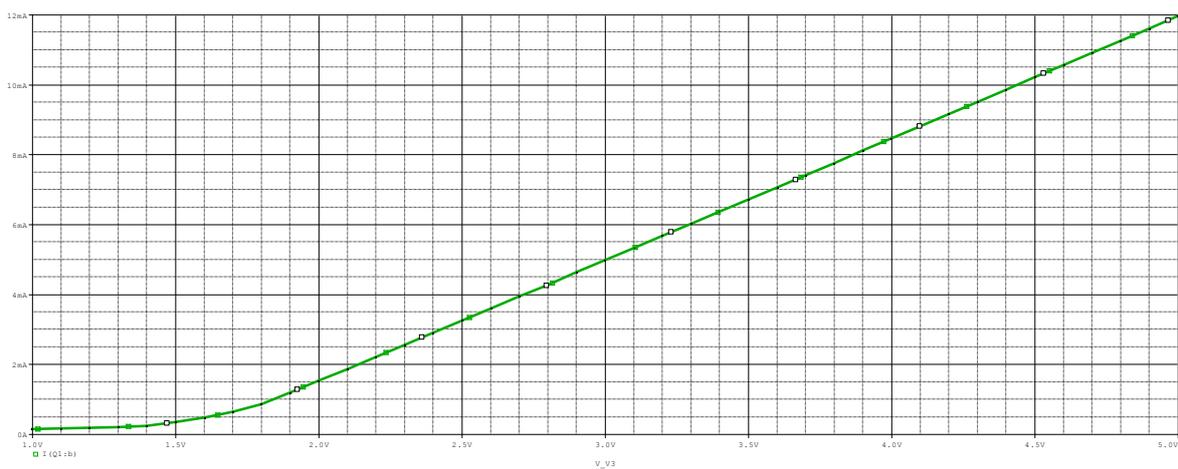


Figura 4.23. Comportamiento de la corriente de base del transistor

Se puede apreciar el comportamiento ascendente de la corriente de base, correspondiente a la zona lineal del transistor. Cabe destacar la magnitud de la corriente  $I_b$ , siendo mucho más pequeña que la corriente de colector debido a la ganancia del transistor.

Una medida de seguridad adicional del circuito electrónico ha sido la implementación de un fusible. El objetivo es no sobrepasar una corriente demasiado elevada que pueda causar daño en los dispositivos y al ser humano que manipule el circuito electrónico. Se ha escogido un fusible con una corriente de ruptura de 4.5 A. De esta manera, si la corriente superase este valor, el fusible saltaría y protegería a los dispositivos. Se encuentra en serie con la asociación de resistencias.

Una vez terminado el diseño del circuito electrónico, se ha procedido a diseñar la disposición de componentes en la *pcb*.

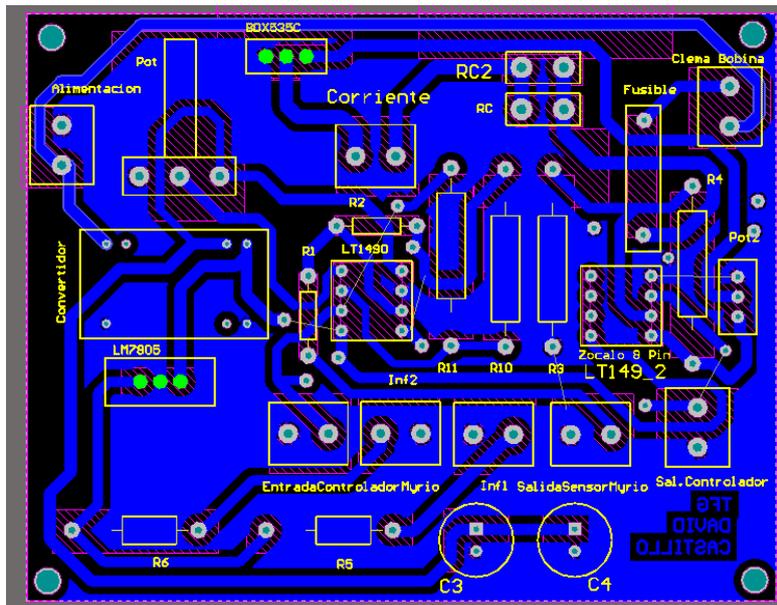


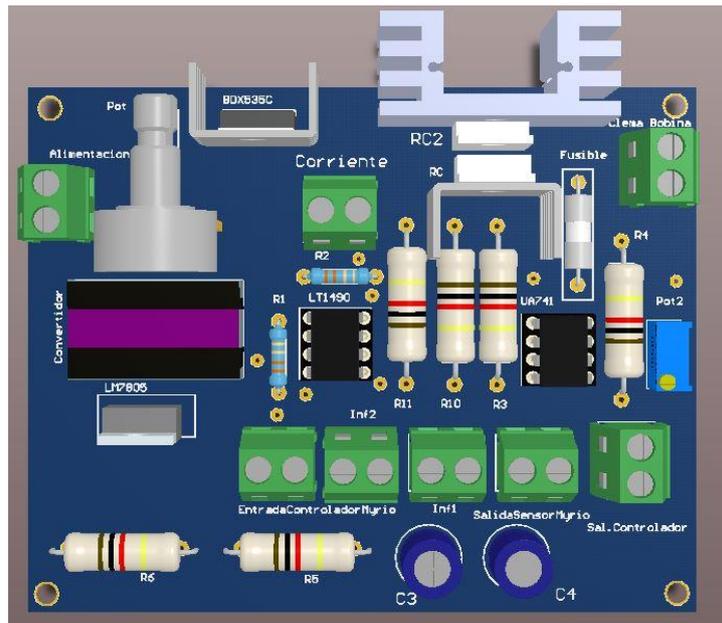
Figura 4.24. PCB del circuito impreso

En la *Figura 4.24* se muestra la imagen de la *pcb* diseñada en Altium Designer. Se han tenido en cuenta todos los elementos del circuito electrónico descritos anteriormente, así como una distribución de componentes que permita un funcionamiento eficiente. Debido a las distintas etapas que componen el circuito, la corriente que circulará en cada etapa es distinta. Por ello, el ancho de las pistas depende directamente de la corriente que circula en cada tramo. Se han establecido tres tipos de anchos de pista en función de las funciones que cumplan:

- 1,2 mm: estas pistas son las de menor anchura, y corresponden a las etapas de pequeña señal como la etapa del emisor y receptor, así como conexiones entre los terminales de los amplificadores.
- 1,5 mm: son las pistas de tamaño intermedio correspondientes a dispositivos pasivos como terminales de contacto o resistencias.
- 2 mm: son las pistas de mayor anchura y más críticas. Pertenecen a toda la etapa de potencia y por ellas circula una corriente mayor.

Es conveniente sobredimensionar los dispositivos electrónicos cuando se trabaja en atapas de potencia, debido a la potencia que estos disipan. Por ello, se ha colocado el transistor y las dos resistencias de potencia en uno de los extremos de la placa, con objeto de colocar un disipador de calor que permita compensar la disipación de potencia de los dispositivos.

Para el montaje, se han usado brocas especiales para PCB de distintos tamaños, en función del diámetro de los agujeros. Además, se han hecho cuatro agujeros laterales para colocar la placa de manera fija y segura en la estructura del levitador. El diseño en 3D de la placa es el siguiente:



*Figura 4.25. Diseño del circuito electrónico en 3D*

En el diseño se puede apreciar el distinto tamaño de las resistencias que se han usado, dependiendo de la potencia nominal de cada una. Se han utilizado tres tamaños diferentes, correspondientes a potencias nominales de 1 W, 2 W y 3 W. Debido a la poca corriente que debe suministrar el regulador de tensión, no se ha considerado necesario instalar un disipador.

Se puede observar algunos agujeros en los que no se encuentran componentes. Esto es debido a la utilización de estos agujeros como puentes para distintas conexiones del circuito.

El montaje real de la placa se ha llevado a cabo en el laboratorio de la *Universidad de Almería*. La elaboración del ácido se ha hecho con agua oxigenada 110 volúmenes, sulfumán y agua, siendo la proporción 1-1-2 respectivamente. Una vez terminados los procesos de taladrado y soldado de los componentes, el resultado final se muestra en la *Figura 4.26*:

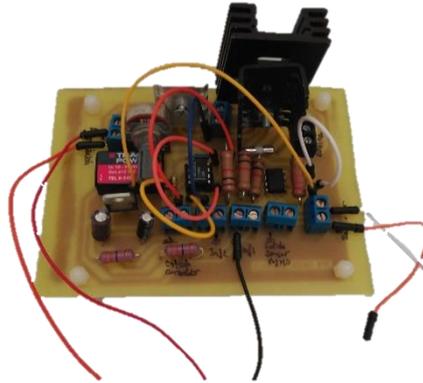


Figura 4.26. Placa electrónica del levitador magnético

La Figura 4.25 muestra el resultado final del circuito electrónico. Para una mayor aclaración en las terminales, se ha pintado con un rotulador permanente los títulos de cada conexión de dos pines. De esta manera, se evita que el usuario se confunda y pueda estropear la placa.

#### 4.3. CONTROLADORES PARA EL SISTEMA DE LEVITACIÓN MAGNÉTICA

La realización del diseño de controladores para el sistema de levitación magnética tiene como fundamento las ecuaciones físicas que describen el proceso. Existen dos ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento del proceso:

- La primera de ellas representa el flujo magnético que atraviesa la bobina como consecuencia de aplicar una variación de voltaje a la entrada del circuito. Este fenómeno está representado en la siguiente imagen:

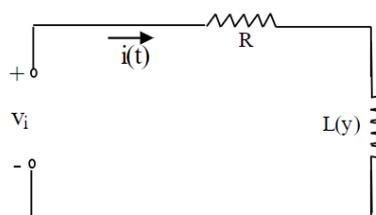


Figura 4.27. Circuito RL [13]

Se puede observar como una variación tensión de entrada provoca una variación en la corriente que atraviesa la bobina. La ecuación que describe el funcionamiento de la figura anterior es:

$$\frac{d\phi(t, y)}{dt} + Ri(t) = v_i(t) \quad (4.13)$$

donde  $\phi(t, y)$  representa el flujo magnético en webers,  $i(t)$  la corriente medida en amperios,  $R$  la resistencia interna de la bobina,  $v_i$  la variación del voltaje suministrado a la entrada y  $t$  el tiempo.

Siendo el flujo magnético proporcional a la corriente que circula en cada instante, y considerando la inductancia como un factor de proporcionalidad, se deduce la siguiente expresión:

$$\phi(t, y) = L(y)i(t) \quad (4.14)$$

Haciendo la derivada respecto del tiempo en (4.14) y sustituyendo en (4.13) se obtiene:

$$L(y)\frac{di(t)}{dt} + \left( R + \frac{dL(y)}{dy} \frac{dy(t)}{dt} \right) i(t) = v_i(t) \quad (4.15)$$

donde  $y(t)$  es la distancia existente entre la esfera metálica y el inductor, y  $L(y)$  la inductancia total medida en henrios.

- La segunda ecuación está relacionada con la segunda ley de Newton basa en las fuerzas. Considerando  $F_g$  la fuerza de gravedad,  $F_a$  la fuerza de aceleración debido a la masa de la esfera y la fuerza electromagnética, el balance de fuerzas se expresa como:

$$F_a + F_c = F_g \quad (4.16)$$

Considerando  $v=dy/dt$  y sustituyendo cada fuerza por su valor se obtiene:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - F_e \quad (4.17)$$

Siendo  $m$  la masa de la esfera en kilogramos,  $v$  la velocidad de la bola en  $m/s$ , y  $g$  la aceleración de la gravedad en  $m/s^2$ .

Las ecuaciones (4.14) y (4.16) constituyen la representación física del sistema. Anteriormente, se mencionó que  $L(y)$  es una inductancia total del sistema, pero se puede descomponer a su vez en:

$$L(y) = L_c + L_b \quad (4.18)$$

Donde  $L_c$  es la inductancia de la bobina y  $L_b$  es la inductancia de la esfera metálica, la cual es inversamente proporcional a la distancia existente entre la esfera y la bobina. Por tanto, la expresión más exacta es:

$$L(y) = L_c + \frac{L_0 y_0}{y} \quad (4.19)$$

Siendo  $L_0$  la inductancia correspondiente en el punto de operación.

Para simplificar los cálculos matemáticos, el cambio de variable mostrado en (4.20) simplifica los cálculos:

$$K_{eg} = \frac{1}{2} L_0 y_0 \quad (4.20)$$

De esta manera, la ecuación (4.15) se puede expresar como:

$$L(y) \frac{di(t)}{dt} + \left( R + \frac{L_0 y_0}{y^2(t)} \frac{dy(t)}{dt} \right) i(t) = v_i(t) \quad (4.21)$$

Por tanto, las dos ecuaciones no lineales del sistema son:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{L(y)} \left( R - \frac{2K}{y^2(t)} v(t) \right) i(t) = \frac{1}{L(y)} v_i(t) \quad (4.22)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = g - \frac{K i^2(t)}{m y^2(t)} \quad (4.23)$$

Las variables de estado que componen el sistema han sido definidas de la siguiente manera: la primera variable de estado corresponde a la posición de la esfera metálica en el instante  $t$ . La segunda variable de estado corresponde a la derivada de la primera variable, es decir, se trata de la velocidad de la esfera. La tercera variable de estado corresponde a la intensidad que circula por la bobina, y, por último, la variable de entrada es la tensión que se le suministra al transistor.

$$\begin{aligned} x_1 &= y(t) \\ x_2 &= \frac{dy}{dt} = v(t) \\ x_3 &= i(t) \\ u &= v_i(t) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Si se expresan las relaciones anteriores con las ecuaciones definidas anteriormente, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= g - \frac{K}{m} \left( \frac{x_3}{x_1} \right)^2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{1}{L(y)} u - \left( \frac{R}{L(y)} - \frac{2K}{L(y)} \frac{x_2}{x_1^2} \right) x_3 \end{aligned} \quad (4.25)$$

- **Linealización del sistema:** según se puede observar en las ecuaciones obtenidas anteriormente, el sistema de levitación magnética es un sistema no-lineal. Por tanto, es necesario linealizar el sistema en torno a un punto de operación deseado llamado  $x_0(t)$  partiendo de una entrada en voltaje  $u_0$ , formando un vector  $x_0(t) = [x_{01}, x_{02}, x_{03}]$ , que corresponde a los valores en el punto de operación deseado de cada una de las variables que forman el espacio de estados.

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_{01} + \tilde{x}_1(t) \\ x_2(t) &= x_{02} + \tilde{x}_2(t) \\ x_3(t) &= x_{03} + \tilde{x}_3(t) \\ u_1(t) &= u_{01} + \tilde{u}_1(t) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Donde  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2(t), \tilde{x}_3(t), \tilde{u}_1(t)$  son las variables de desviación.

El valor de una variable en un instante de tiempo puede definirse como el valor que adquiere considerando el punto de operación de trabajo más una desviación (4.26).

Las ecuaciones escritas en (4.25) forman tres ecuaciones distintas que describen el modelo, y pueden ser escritas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2, x_3, u_1) = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2, x_3, u_1) = g - \frac{K}{m} \left( \frac{x_3}{x_1} \right)^2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= f_3(x_1, x_2, x_3, u_1) = \frac{1}{L(y)} u_1 - \left( \frac{R}{L(y)} - \frac{2K}{L(y)} \frac{x_2}{x_1^2} \right) x_3\end{aligned}\quad (4.27)$$

Aplicando el desarrollo en serie de Taylor (4.28) en los términos no lineales, y sustituyendo las variables del punto de equilibrio se obtiene el sistema matricial.

$$f(x)|_{X_0} = f(X_0) + f'(X_0)(X - X_0) \quad (4.28)$$

El sistema matricial obtenido describe el sistema y cómo se encuentran relacionadas cada una de las variables de estado:

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \\ \dot{\tilde{x}}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2Kx_{03}^2}{mx_{01}^3} & 0 & -\frac{2Kx_{03}}{mx_{01}^2} \\ \frac{4Kx_{02}x_{03}}{Lx_{01}^3} & \frac{2Kx_{03}}{Lx_{01}^2} & -\frac{R}{L} + \frac{2Kx_{02}}{Lx_{01}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} \tilde{u}_1(t) \quad (4.29)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{pmatrix}$$

Los puntos de operación del sistema se basan en el punto de equilibrio. Fijando el valor del punto de equilibrio, y basándose en las ecuaciones anteriores, se terminan todos los valores. Se va a fijar  $x_{01} = 0,01 \text{ m}$ , es decir, la posición de la esfera metálica deseada es  $1 \text{ cm}$  respecto del núcleo del inductor. A partir de ahí, el resto de puntos de operación se calculan como:

$$x_{02} = 0; x_{03} = \left( \sqrt{\frac{mg}{K}} \right) x_{01} \quad (4.30)$$

Sustituyendo estos valores en la matriz anterior, y simplificando las expresiones se obtiene la descripción interna del sistema final como:

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \\ \dot{\tilde{x}}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2KI^2}{mx_{01}^3} & 0 & -\frac{2KI}{mx_{01}^2} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} \tilde{u}_1(t) \quad (4.31)$$

$$y = (1 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \\ \bar{x}_3(t) \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Tal y como muestra la ecuación matricial anterior, la salida está únicamente relacionada con la variable  $x_1$ , es decir, la posición. Sin embargo, la entrada depende sólo de la corriente, no de la posición ni velocidad. Esto tiene su sentido lógico debido a la ecuación diferencial (4.13), en la que el voltaje se relaciona directamente con la corriente, resistencia interna de la bobina y la propia inductancia de la misma.

Las condiciones sobre las que se va a partir en el diseño de controladores para el sistema de levitación magnética se muestran en la *Tabla 4.1*:

Símbolo	Descripción	Valor
$x_{01}$	Distancia electroimán-esfera metálica	0,01 m
$I_0$	Corriente en el punto de equilibrio	1,7 A
$m$	Masa de la esfera	0,0214 kg
$R$	Resistencia de la bobina	4,2 $\Omega$
$K$	Constante K	0,000315
$L$	Inductancia de la bobina	0,063 H
$\beta$	Constante del sensor	72,5 V/m

Tabla 4.1. Parámetros de diseño del levitador magnético

Por tanto, las matrices del sistema con los valores propuestos anteriormente son:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \\ \dot{X}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 75364 & 0 & -471,028 \\ 0 & 0 & -193,651 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \\ \bar{x}_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15,873 \end{pmatrix} \bar{u}_1(t) \quad (4.33)$$

$$y = (1 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \\ \bar{x}_3(t) \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

Descrito el sistema matricial es posible determinar si el sistema es controlable y observable, tal y como se explica en el capítulo anterior. Para determinar si el sistema es controlable es necesario que se cumpla la condición  $rank[B \ AB \ A^2B] = 3$ , es decir:

$$rank[B \ AB \ A^2B] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -7476 \\ 0 & -7476,6 & 1447856 \\ 15,873 & -3073,8 & 595248 \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

Para que una matriz de dimensión 3x3 tenga rango 3 el determinante de dicha matriz debe ser distinto de cero.

```

1      %Script para la comprobación de sistema controlable
2      A=[0 1 0;75364 0 -471.028; 0 0 -193.651];
3      B=[0;0;15.873];
4      AB=A*B;
5      A2B=A*AB;
6      M=[B AB A2B];% Matriz completa a analizar
7      n=rank(M);% Calculo del rango de la matriz
8      if(n==3)
9          display('El sistema es controlable')
10     else
11         display('El sistema no es controlable')
12     end

```

Figura 4.28. Script para conocer si el sistema es controlable

Tal y como se define en el script de la *Figura 4.28*, el rango de la matriz es 3, por tanto, el sistema es controlable. Esto implica que se pueden llevar todos los estados desde un valor inicial hasta un valor final en un intervalo de tiempo.

También se puede analizar si el sistema es observable si se cumple la condición escrita en la *Figura 4.29*. Al igual que en el caso anterior, la dimensión de la matriz resultante a analizar va a ser 3x3. Mediante dicho *script* es posible determinar si el sistema es observable.

```

1      %Script para la comprobación de sistema observable
2      A=[0 1 0;75364 0 -471.028; 0 0 -193.651];
3      C=[1 0 0];
4      CA=C*A;
5      C2A=CA*A;
6      O=[C;CA;C2A]
7      n=rank(O);% Calculo del rango de la matriz
8      if(n==3)
9          display('El sistema es observable')
10     else
11         display('El sistema no es observable')
12     end

```

Figura 4.29. Script para conocer si el sistema es observable

El rango de la matriz  $O$  es 3, así que el sistema es observable.

Una vez determinada la descripción interna completamente, es posible obtener la función de transferencia del sistema aplicando la transformación siguiente:  $Y(s)/U(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B$  siendo  $I$  la matriz identidad de tamaño 3x3.

$$G(s) = (1 \ 0 \ 0) \left[ \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 75364 & 0 & -471,028 \\ 0 & 0 & -193,651 \end{pmatrix} \right]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15,873 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

Si se opera y se transforma el resultado a una función de transferencia normalizada, el resultado es:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-7477}{s^3 + 193,7s^2 - 75360s - 14590000} \quad (4.37)$$

La función de transferencia en bucle abierto del sistema es de tercer orden. Se puede observar que la ganancia es positiva haciendo  $s=0$  en la función. Usando el comando 'eig' se pueden hallar los polos del sistema, cuyas localizaciones son:

$$s_1 = -274,5229; s_2 = 274,5229; s_3 = -193,6508 \tag{4.38}$$

Siendo  $s_1, s_3$  polos pertenecientes al semiplano izquierdo y  $s_2$  un polo situado en el plano derecho. Este último polo provoca que el sistema sea inestable en bucle abierto, por lo tanto, es necesario el diseño de un controlador.

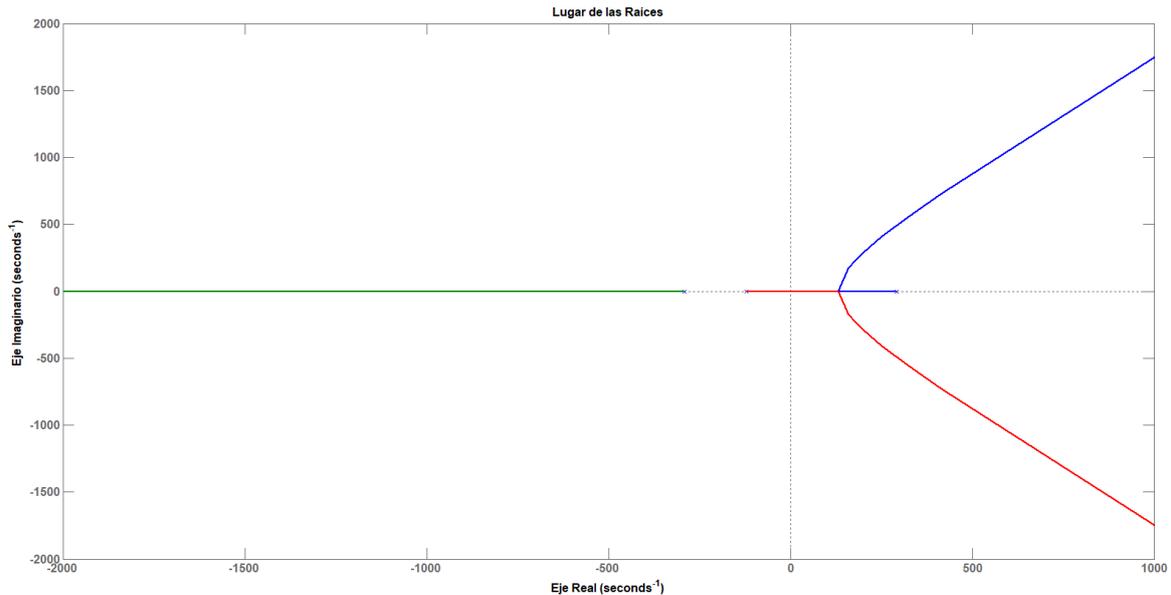


Figura 4.30. Lugar de las raíces del sistema en bucle abierto

Mediante el comando de Matlab *rlocus* se puede obtener el lugar de las raíces del sistema en bucle abierto, tal y como se observa en la figura anterior. Tal y como están dibujadas las ramas, el sistema es inestable para cualquier valor de ganancia. Se puede demostrar en la *Figura 4.31* como el sistema sigue siendo inestable pese a la variación de la ganancia de la planta.

Otra forma de representación en el dominio de la frecuencia es el *diagrama de Bode*. Esta representación consta de dos gráficas. La primera de ellas representa la magnitud o módulo de la función de transferencia, medida en decibelios (*dB*).

La segunda gráfica representa la fase o frecuencia angular del sistema, que permite analizar el desplazamiento de la señal en la salida a partir de una señal de entrada con una frecuencia específica. Ambas gráficas están en escala logarítmica. El diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto se puede observar en la *Figura 4.32*.

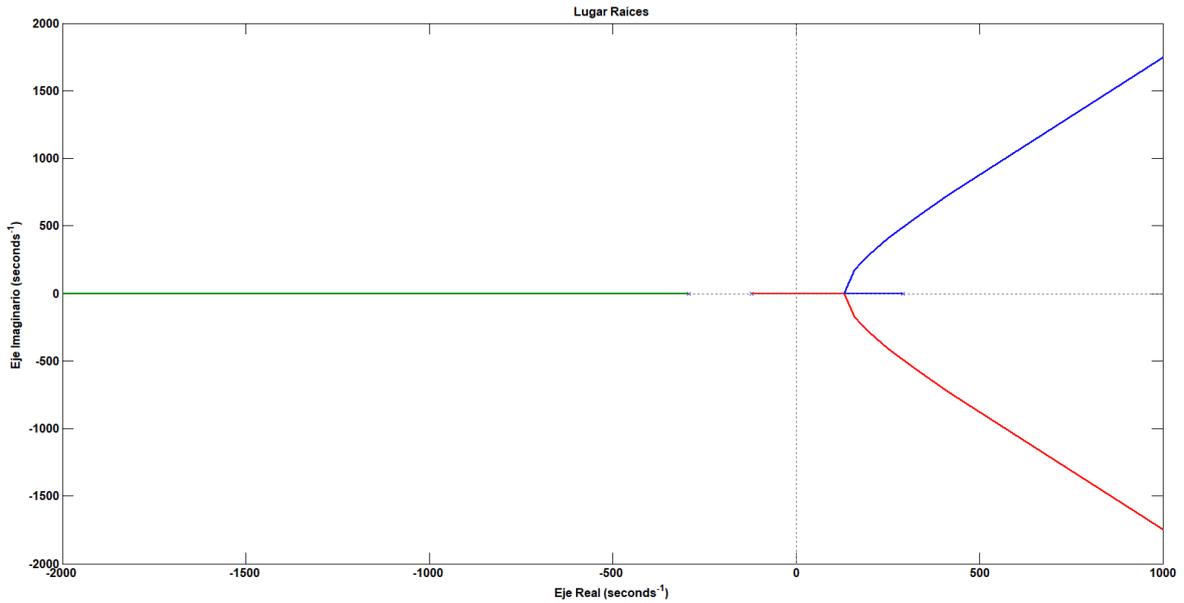


Figura 4.31. Lugar de las raíces del sistema en bucle abierto con doble de ganancia

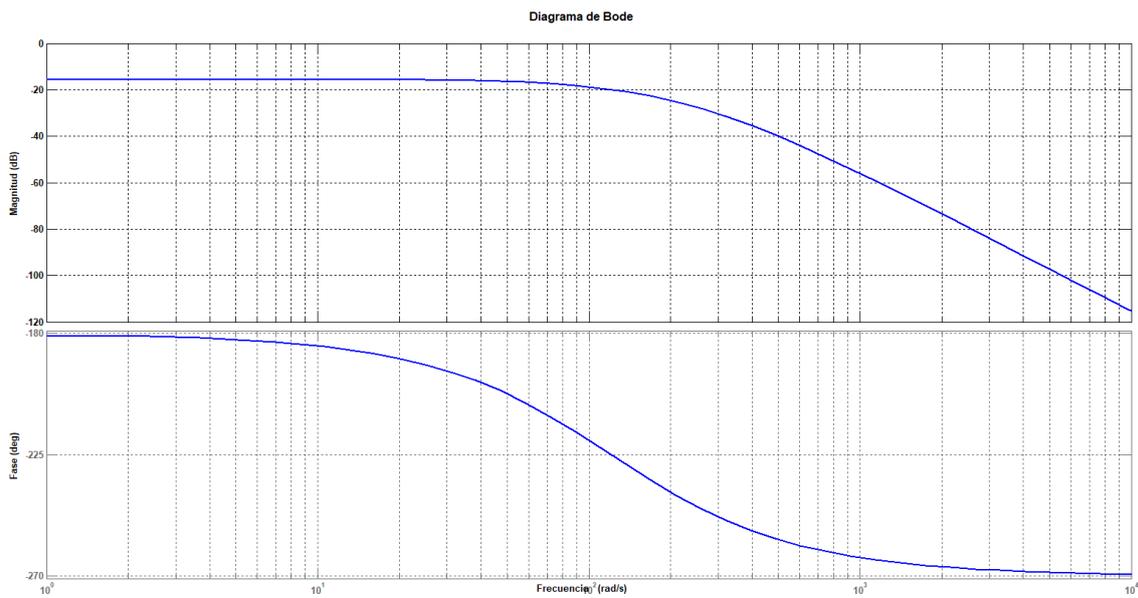


Figura 4.32. Diagrama de Bode del sistema en bucle abierto

El diagrama de fase comienza en  $-180^\circ$ . Esto es debido al signo de la ganancia en bucle abierto es negativa. A partir de ahí, comienza a decaer la fase como consecuencia del polo localizado en  $s_3 = -193,65$ . Esta parte cuenta con una pendiente de  $-20\text{dB/década}$ .

El diseño del controlador tendrá como objetivo desplazar las ramas del lugar de las raíces al semiplano izquierdo, produciéndose así un sistema estable. Para ello, hay que introducir un cero entre el polo producido por  $s_3$  y el origen. Previamente hay que tener en cuenta en la planta la ganancia del sensor previamente calculada, y el factor de voltaje que irá multiplicando a la salida del *myRIO*.

Estas consideraciones son factores que aumentarán la ganancia total de la planta (4.39). Siendo la constante del sensor 72,5 y el factor multiplicador de voltaje 2, la función de transferencia resultante será:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{17270000}{s^3 + 120,6s^2 - 85080s - 17280000} \quad (4.39)$$

La función de transferencia resultante incluye la ganancia del sensor y el voltaje que multiplica el amplificador operacional. El script que permite obtener la planta del sistema es:

```

1 -   clc
2 -   clear all
3 -   close all
4 -   % A. Computation of the maglev system transfer function
5 -   % This script computes the transfer function of a maglev system using
6 -   % Y/U=C*((SI-A)^-1)B.
7 -   syms s
8 -   % Define the parameters of the model.
9 -   R = 7.6; Lc = 0.063; g = 9.81; y0 = 0.01; K = 0.5*Lc*y0; m = 0.0214; I = 1.7;
10 -
11 -  % Compute the values of A, B, and C.
12 -  A=[0 1 0; (2*K*I^2)/(m*y0^3) 0 -(2*K*I)/(m*y0^2); 0 0 -R/Lc]; B=[0 0 1/Lc]';
13 -  C=[1 0 0];
14 -  % Find the transfer function, Y/U.
15 -  id=eye(3,3);
16 -  disp('The transfer function is:')
17 -  Tfunction=C*(inv(s*id-A))*B
18 -  % Find the simplified transfer function, Y/U.
19 -  [numTfunc,denTfunc]=numden(Tfunction); numTfunc=sym2poly(numTfunc);
20 -  denTfunc=sym2poly(denTfunc); numTfunction=numTfunc/denTfunc(1);
21 -  denTfunction=denTfunc/denTfunc(1);
22 -  disp('While the simplified transfer function is now!')
23 -  function=tf(numTfunction,denTfunction)
24 -  a=217.5; %contiene la ganancia del sensor y el factor de multiplicacion a la salida del myrio
25 -  % This script plots the root locus and the bode diagram of the maglev
26 -  % system when compensated by a constant gain.
27 -  fnum=-numTfunction*a; fden=denTfunction;
28 -  sys5=tf(fnum,denTfunction);
29 -  figure(1)
30 -  rlocus(sys5)

```

Figura 4.33. Cálculo de la función de transferencia del sistema

Para controlar el sistema se va a usar un controlador PD en configuración paralela. La función de transferencia del controlador es:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{K_d}{K_p} s \right) \quad (4.40)$$

Para determinar el rango de estabilidad se va a usar el método de Routh-Hurwitz explicado en el apartado (3.5). La función de transferencia en bucle cerrado  $G_{bc}(s)$  será:

$$G_{bc}(s) = \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} = \frac{K_p \left( 1 + \frac{K_d}{K_p} s \right) \cdot \frac{1,72 \cdot 10^6}{s^3 + 120,6s^2 - 8,5 \cdot 10^4 s - 1,72 \cdot 10^7}}{1 + K_p \left( 1 + \frac{K_d}{K_p} s \right) \cdot \frac{1,72 \cdot 10^6}{s^3 + 120,6s^2 - 8,5 \cdot 10^4 s - 1,72 \cdot 10^7}} \quad (4.41)$$

El denominador de la función de transferencia en bucle cerrado es:

$$s^3 + 120,6s^2 + (-8,5 \cdot 10^4 + 1,72 \cdot 10^6 K_d)s + 1,72 \cdot 10^6 K_p \quad (4.42)$$

Grados	Coefficientes	Coefficientes
$s^3$	1	$-8,5 \cdot 10^4 + 1,72 \cdot 10^6 K_d$
$s^2$	120,6	$1,72 \cdot 10^6 K_p$
$s^1$	$-8,5 \cdot 10^4 + 1,72 \cdot 10^6 K_d$	-
$s^0$	$1,72 \cdot 10^6 K_p - 1,02 \cdot 10^7$	-

Tabla 4.2. Coeficientes del criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz

Para garantizar la estabilidad del sistema, los coeficientes situados en la segunda columna deben tener el mismo signo, es decir, deben ser positivos. De esta condición se obtendrán las desigualdades.

$$1,72 \cdot 10^6 K_d - 8,5 \cdot 10^4 > 0 \quad (4.43)$$

$$1,72 \cdot 10^6 K_p - 1,02 \cdot 10^7 > 0 \quad (4.44)$$

De estas desigualdades se obtienen los rangos de valores que pueden adquirir los parámetros del controlador:

$$\frac{K_p}{K_d} < 119,75 \quad K_p > 5,90 \quad K_d > 0,049 \quad (4.45)$$

Existen varias formas de hallar parámetros del controlador que permitan obtener una respuesta satisfactoria. La solución optada trata de fijar el cero mediante el cociente  $K_p/K_d$  en un lugar que sea adecuado según el lugar de las raíces y que cumpla el requisito de (95). Una vez fijado ese valor, se irá iterando con distintos valores de  $K_p$  hasta buscar una solución que cumpla los requisitos. El vector  $K_p/K_d$  escogido ha sido: [118 110 105 100 90 90 70 60].

De forma analítica resulta muy tedioso buscar la solución más apropiada, por lo que se ha implementado un script en la Figura 4.34 :

```

33     % Script que simula el lugar de las raíces considerando un PD como
34     % controlador
35 -   kp_kd=[170 160 155 150 145 140 135 130];
36 -   kp_kd=[170 170 170 170 170 170 170 170];
37 -   L=length(kp_kd);
38 -   i=1;
39 -   while(i<=L)
40 -       f=kp_kd(i);
41 -       sysnum=fnum*[0 0 1/f 1];
42 -       figure(2)
43 -       subplot(4,2,i)
44 -       rlocus(sysnum, denTfunction)
45 -       prb=tf(sysnum,denTfunction)
46 -       str=['Lugar de las raíces para kp / kD = ' num2str(f)];
47 -       title(str)
48 -       axis([-400 150 -400 400]);
49 -       % [k,poles]=rlocfind(prb)
50 -       i=i+1;
51 -   end

```

Figura 4.34. Script del cálculo del lugar de las raíces del sistema con PD

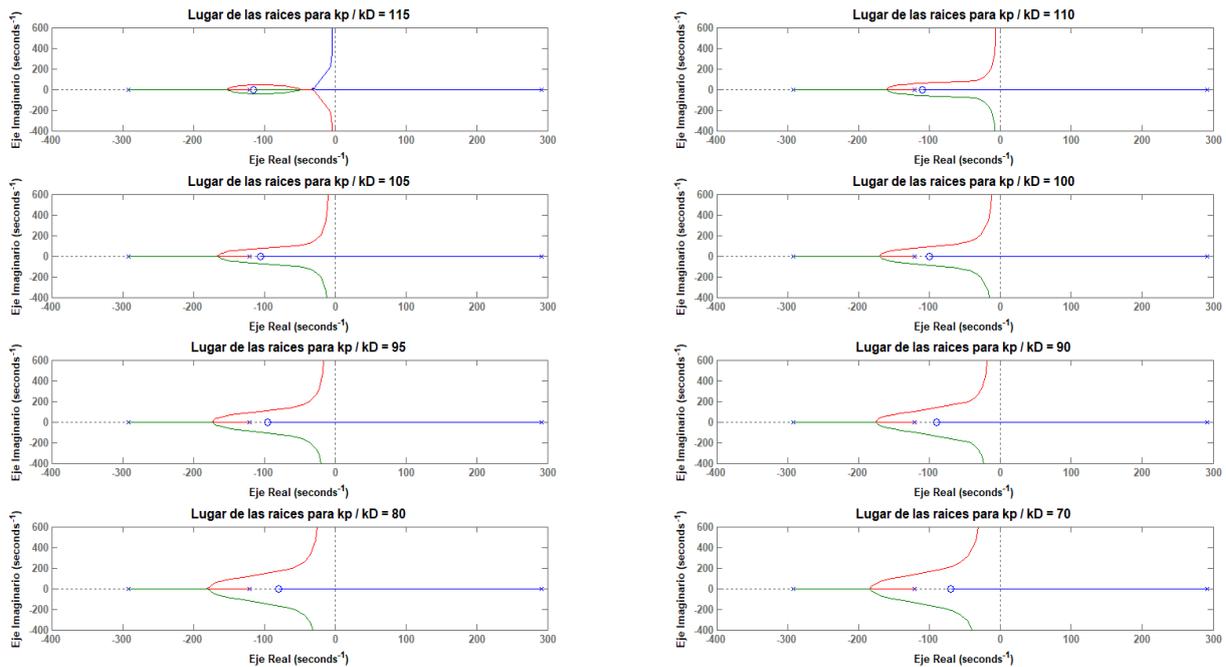


Figura 4.35. Lugar de las raíces del sistema con PD

Existen varias formas de hallar un conjunto de valores de  $K_p$  y  $K_d$  que satisfagan las especificaciones del controlador. En la *Figura 4.33* se muestra varios ensayos para el mismo vector mostrado anteriormente. El cero del controlador se ha fijado a un valor constante, y la constante proporcional ha ido variando en el vector  $kp\_kd = [118 \ 110 \ 105 \ 100 \ 90 \ 90 \ 70 \ 60]$ . Estos valores se han seleccionado en función de los ensayos realizados, hasta dar con un conjunto de valores que se adecúan al comportamiento del sistema. Otra forma consiste en variar la localización del cero del controlador para un valor fijo de la constante proporcional. De cualquier manera, visualizar el lugar de las raíces es útil para saber qué coeficiente de amortiguamiento tendría el sistema, puesto que una mayor parte imaginaria supone una mayor oscilación.

En ambos casos, se observa la localización de los polos y ceros en bucle cerrado. En la figura anterior se puede observar que una disminución del valor del cero del controlador produce un lugar de las raíces con parte imaginaria mayor. El efecto que produce una parte imaginaria mayor es un aumento de las oscilaciones del controlador. Por ello, es conveniente seleccionar un rango de valores que se encuentren cerca del cero y que posean una parte imaginaria pequeña.

Una vez calculado el controlador de forma analítica, y posteriormente calculado con *Matlab* los parámetros, se ha simulado el sistema en *Simulink*, donde el esquema se muestra en la siguiente *Figura 4.36*.

Una parte importante del efecto de la derivada en los controladores *PD* y *PID* es el ruido que produce en alta frecuencia. A altas frecuencias se produce un ruido que puede generar variaciones bruscas en la señal de control del sistema.

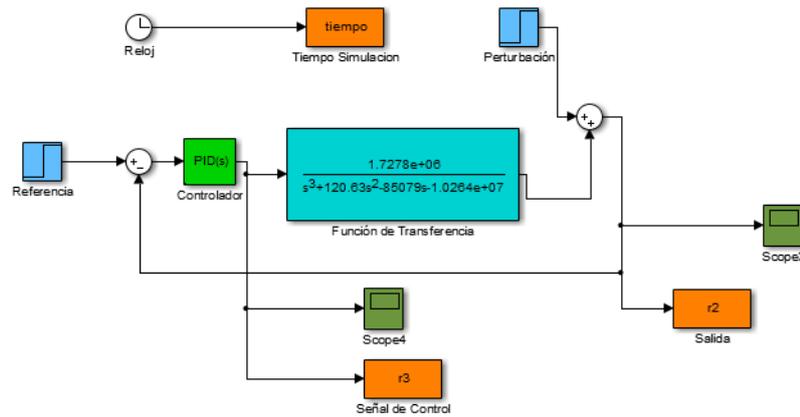


Figura 4.36. Esquema del controlador en Simulink

Siendo la amplitud de la señal  $KT_d$ , la amplitud del ruido resulta  $KT_d a \omega$ , siendo  $T_d$  la constante derivativa del controlador y  $\omega$  la frecuencia del sistema. Por tanto, aunque la amplitud que tenga el sistema sea baja, la frecuencia resulta determinante en el comportamiento de los sistemas.

La solución que se propone en estos casos es un filtro en la derivada del controlador. Se trata de una función de transferencia de primer orden paso bajo, cuya forma es:

$$D(s) = \frac{sKT_d}{\frac{T_d}{N}s + 1} \quad (4.46)$$

$N$  es el coeficiente del filtro, cuyos valores se sitúan entre 1 y 20.

Otra estrategia de diseño de controladores para este sistema de levitación magnética es usar un controlador *PID*. El propósito de introducir la parte integral en el controlador es eliminar el error en estado estacionario de la salida del sistema, producida por perturbaciones exteriores.

Partiendo de la misma función de transferencia del sistema, y teniendo en cuenta la fórmula del controlador en (4.34), el proceso para hallar la función de transferencia en bucle cerrado del sistema es:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{K_i}{K_p s} + \frac{K_d}{K_p} s \right) \quad (4.47)$$

$$G_{bc}(s) = \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} = \frac{K_p \left( 1 + \frac{K_i}{K_p s} + \frac{K_d}{K_p} s \right) \cdot \frac{1,72 \cdot 10^6}{s^3 + 120,6s^2 - 8,5 \cdot 10^4 s - 1,72 \cdot 10^7}}{1 + K_p \left( 1 + \frac{K_i}{K_p s} + \frac{K_d}{K_p} s \right) \cdot \frac{1,72 \cdot 10^6}{s^3 + 120,6s^2 - 8,5 \cdot 10^4 s - 1,72 \cdot 10^7}} \quad (4.48)$$

Desarrollando el producto y expresándolo como una única fracción resulta:

$$\frac{1,72 \cdot 10^6 K_p s + 1,72 \cdot 10^6 K_i + 1,72 \cdot 10^6 K_d s^2}{s^4 + 120,6s^3 + (1,72 \cdot 10^6 K_d - 8,5 \cdot 10^4)s^2 + (1,72 \cdot 10^6 K_p - 1,72 \cdot 10^7)s + 1,72 \cdot 10^6 K_i} \quad (4.49)$$

A partir de la función de transferencia en lazo cerrado, se obtiene la ecuación característica a partir del denominador:

$$s^4 + 120,6s^3 + (1,72 \cdot 10^6 K_d - 8,5 \cdot 10^4)s^2 + (1,72 \cdot 10^6 K_p - 1,72 \cdot 10^7)s + 1,72 \cdot 10^6 K_i \quad (4.50)$$

Partiendo del denominador obtenido, es posible aplicar el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz para obtener las condiciones de estabilidad del sistema. Debido a que cada uno de los coeficientes del denominador deben ser positivos, se pueden establecer las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} (1,72 \cdot 10^6 K_d - 8,5 \cdot 10^4) &> 0 \\ (1,72 \cdot 10^6 K_p - 1,72 \cdot 10^7) &> 0 \\ K_i &> 0 \end{aligned} \quad (4.51)$$

De la tercera condición se concluye que  $K_i$  debe ser positiva. Además, se obtiene una relación para  $K_d$  y  $K_p$ . Una vez descritas estas condiciones, existen muchos resultados matemáticos que verifican las condiciones de (5.3), pero no todos son fructíferos en la implementación del controlador. Por tanto, se ha iterado con ellos hasta conseguir unos valores que satisfagan el comportamiento deseado (4.51):

$$K_p > 10 \quad K_d > 0,049 \quad K_i > 0 \quad (4.52)$$

$$K_p = 11 \quad K_d = 0,08 \quad K_i = 40 \quad (4.53)$$

Partiendo de estos valores, la función de transferencia del controlador es:

$$C(s) = 11 \left( 1 + \frac{40}{11s} + \frac{0,08}{11} s \right) \quad (4.54)$$

De nuevo, al igual que ocurría en el anterior diseño del controlador *PD*, es necesario implementar el filtro de la derivada, para evitar comportamientos no deseados a altas frecuencias.

Es necesario explicar por qué no se ha diseñado un controlador *PI* para este sistema. El sistema inicialmente posee un polo en el semiplano derecho. Debido a la forma del lugar de las raíces, es necesario desplazar la rama que no interesa al semiplano izquierdo para garantizar estabilidad. Es por ello la necesidad de introducir un cero, componente de la parte derivativa. Sin embargo, un controlador *PI* introduce un integrador, lo que dificulta aún más el control. Además, la constante proporcional debería ser muy grande para poder realizar el control, a consta de una señal de control con gran amplitud que resulta imposible para los componentes electrónicos del circuito.

Una vez finalizada la simulación con *Matlab*, el siguiente paso es implementar el controlador en el *myRIO*, usando el software *LabVIEW*. Para ello se ha de conectar el *myRIO* vía *USB* al ordenador. Una vez que lo reconozca, hay que seleccionar las entradas y salidas analógicas sobre las que se va a trabajar:



Figura 4.37. Interfaz de conexiones analógicas en el myRIO

El siguiente paso es crear un proyecto nuevo, introduciendo los *subVI* que se necesiten. En este caso han sido necesarios un bloque que contiene el controlador, y un bloque principal del programa, llamado *main*. Una vez definidos todos los componentes de los que va a constar el proyecto, se ha diseñado la estructura principal que contendrá todos los elementos necesarios para ejecutar el controlador correctamente

Se ha englobado todo el conjunto en un bucle *Timed-Loop*, de forma que el proceso se va a repetir continuamente mientras esté encendido. Se han usado las librerías que proporciona la instalación del módulo de toolkit, de manera que hay entradas y salidas analógicas.

Dentro del proyecto llamado “*Levitador Magnético*”, existen dos ventanas principales. La primera de ellas es el panel de principal o de programación, donde se encuentran todas las conexiones de los bloques. La segunda ventana corresponde al panel de control. Esta pantalla permite al usuario visualizar de manera conjunta todo el proceso, así como operar en el sistema real a través de su interfaz.

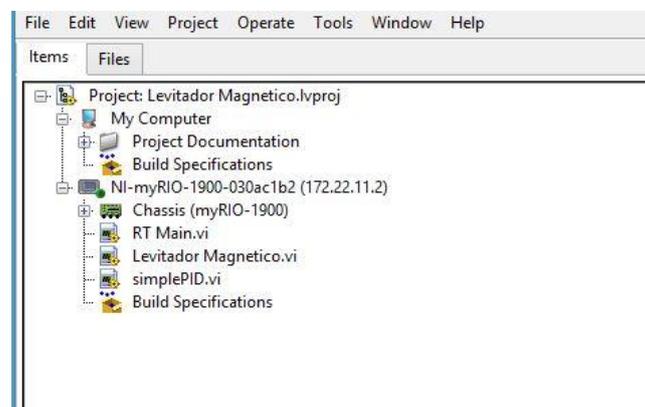


Figura 4.38. Componentes principales de los que consta el proyecto en LabVIEW

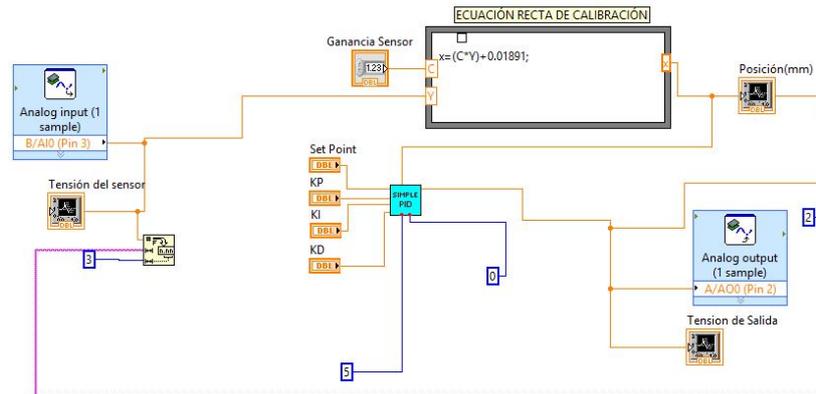


Figura 4.39. Adquisición de datos en LabVIEW mediante entradas y salidas analógicas

La Figura 4.39 muestra la primera parte del bloque de programación en LabVIEW. Las conexiones en color naranja representan señales cuyo valor es analógico y su valor toma tres decimales. Aquellas conexiones en color azul representan valores enteros, indicando el número de cifras decimales que el bloque gráfico va a tomar.

Un ejemplo de estas conexiones son las que determinan la saturación del controlador PID, siendo el nivel alto 5 V. De esta manera, se garantiza que el myRIO no entregue una señal con un voltaje superior al permitido, ya que de producirse podría romper el dispositivo.

La primera entrada analógica representada por el pin 3 procede del valor registrado por el fotodiodo [mV]. Cada valor importante que forma parte del proceso de tratamiento de señales se ha representado en una gráfica. Esta entrada analógica llega a un bloque especial de MathScript, que permite implementar funciones de código matemáticas equivalentes a Matlab.

Dentro de este bloque se encuentra la ecuación de la recta de calibración, cuyo objetivo es transformar el valor de la señal de voltaje a posición. Para ello es necesario saber cuál es la ganancia del sensor, cuyo valor también se encuentra en dicho bloque.

Una vez implementado la parte del sensor, el valor de la posición actual de la esfera es enviado a la variable del proceso del controlador PID. Dicho bloque del controlador es un subVI, que se trata de un bloque internamente programado donde se encuentra el controlador. Una vez definidas las constantes que toman los parámetros del controlador, es generada una señal hacia la salida analógica definida en el pin 2. Esta señal corresponde a la señal de control que será enviada al transistor situado en el circuito electrónico.

Tal y como se ha mencionado anteriormente, se han registrado el valor que toman cada una de las variables más importantes del proceso. Para ello es necesario usar un 'Build Array', que es un bloque gráfico que permite acumular todas las variables que se deseen en una matriz. En función de la posición en la que se encuentren, formará parte de una fila u otra.



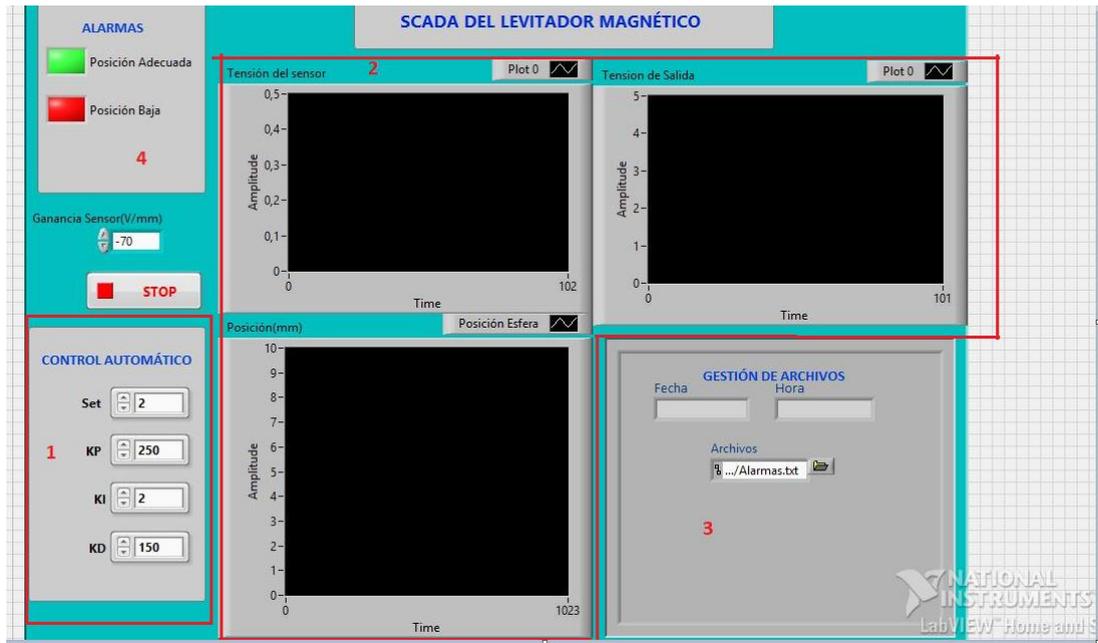


Figura 4.41. Panel frontal del proyecto en LabVIEW





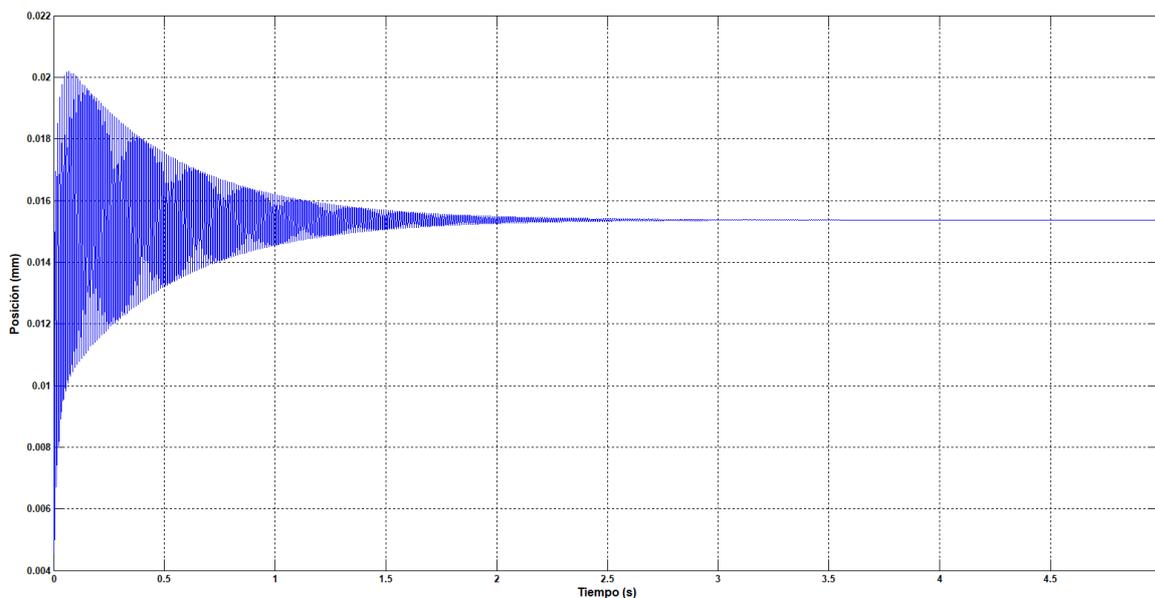


## Capítulo 5

# 5. RESULTADOS

### 5.1. RESULTADOS OBTENIDOS CON CONTROLADOR PD

A partir de los rangos obtenidos en (4.45), se ha procedido a realizar ensayos manualmente para obtener una respuesta lo más próxima a las especificaciones de la referencia. Cabe destacar que uno de los inconvenientes de usar un controlador *PD* en este tipo de sistemas es el error en estado estacionario que produce la acción derivativa. Por tanto, se va a tratar de minimizar dicho error. La *Figura 5.1* muestra el primer ensayo obtenido con el controlador *PD*:



*Figura 5.1. Posición del levitador magnético con controlador PD*

Las dos figuras anteriores representan la respuesta y señal de control del sistema para un controlador *PD* cuyos parámetros son:

$$K_p = 17 \quad K_d = 0,27$$

Tanto la constante proporcional como derivativa se encuentran dentro de los rangos establecidos. La oscilación que se produce en la respuesta es directamente proporcional al aumento de  $K_d$ . También la acción derivativa tiene una componente de ruido que afecta en gran medida al comportamiento. Es por ello que se ha implementado un filtro en la parte derivativa dentro del bloque de *Simulink*.

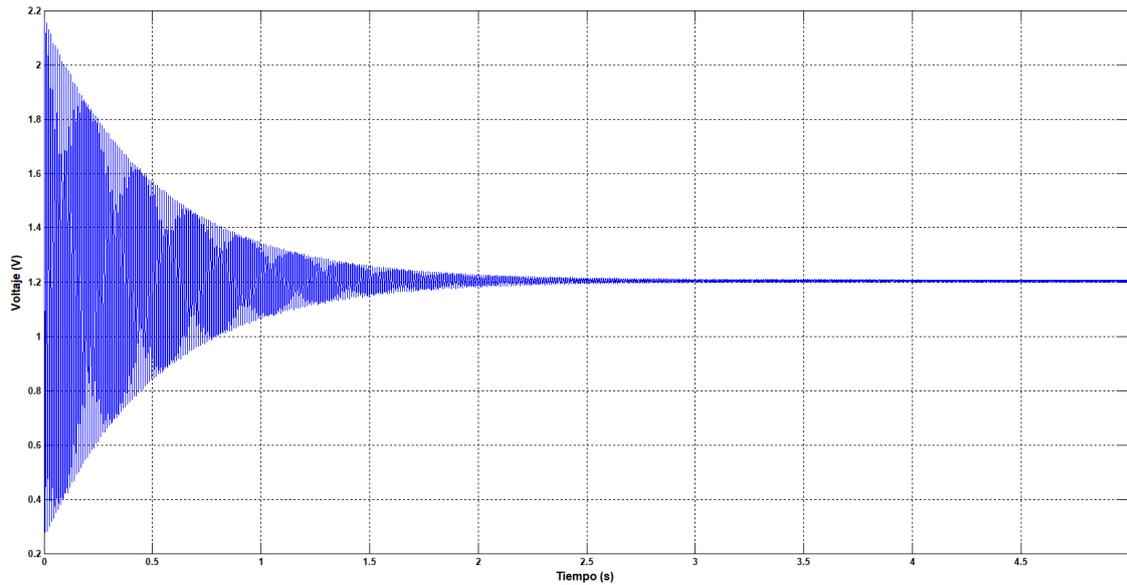


Figura 5.2. Señal de control mediante un controlador PD

La respuesta obtenida se estabiliza en un valor en torno a  $0,0145 \text{ mm}$ . Se trata de un valor muy próximo al valor fijado, pero existe un error tal y como se ha mencionado anteriormente.

En cuanto a la señal de control, se muestra una respuesta similar a la de la posición. En el estado estacionario se puede observar cómo el sistema se estabiliza en torno a  $1,2 \text{ V}$ , correspondiente al voltaje necesario del transistor para proporcionar una corriente de  $1,75 \text{ A}$ .

Posteriormente, se ha decidido simular una perturbación entrante en el sistema mediante un escalón en la salida del sistema, aunque más adelante se simulará con un impulso, cuya respuesta será más cercana a una posible perturbación real producida por un bolígrafo. La amplitud de dicha perturbación debe ser pequeña, ya que un gran valor de esta podría hacer inestable el sistema. La Figura 5.3 muestra los resultados de este ensayo:

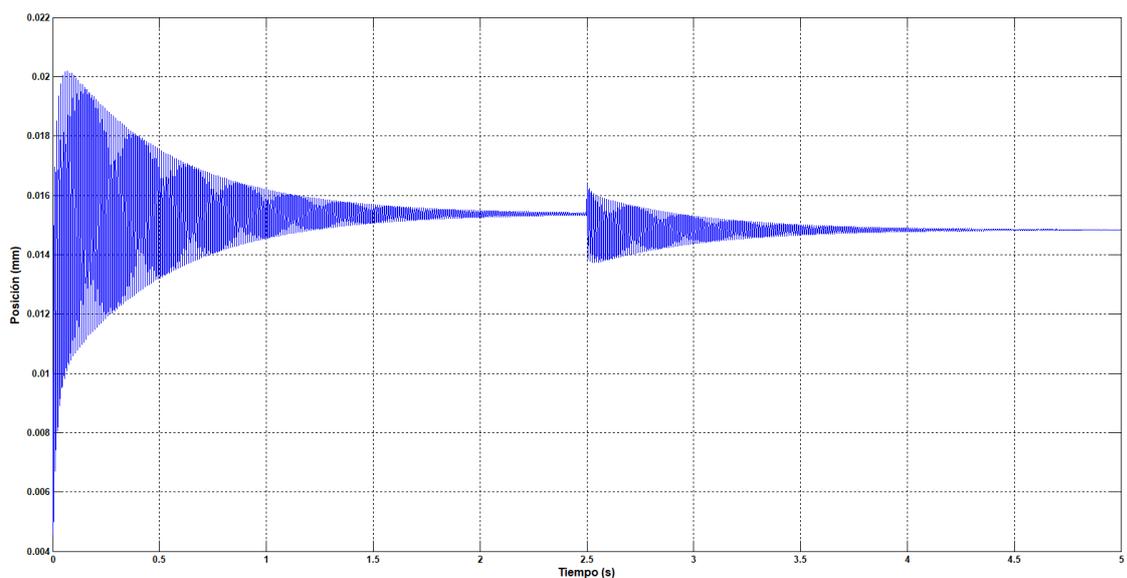
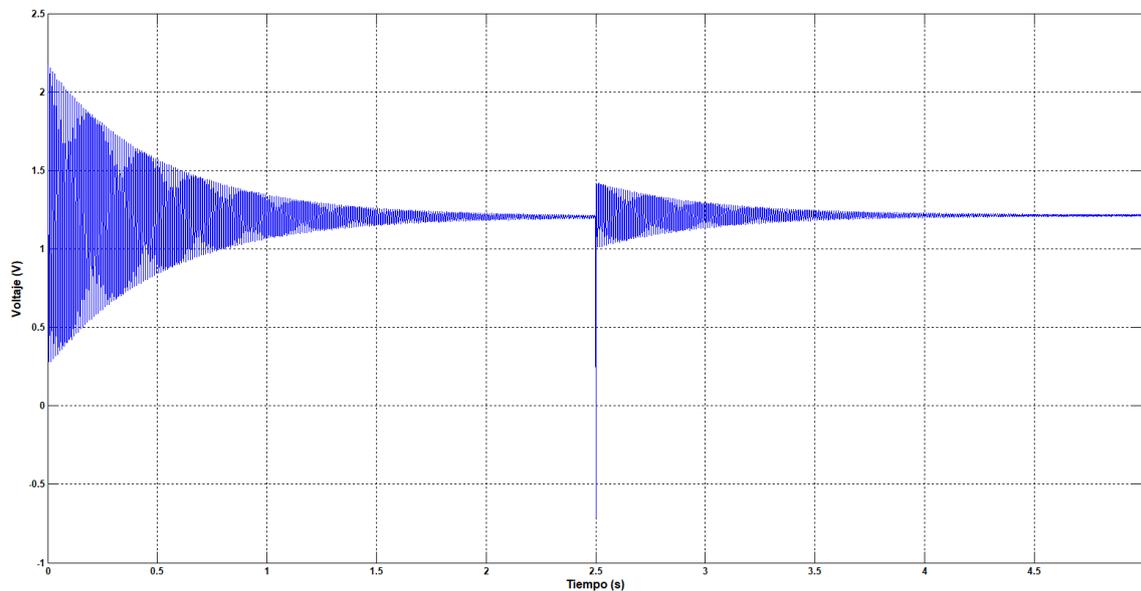


Figura 5.3. Posición del levitador magnético con controlador PD y perturbación

Tal y como se observa, se obtiene un comportamiento equivalente al primer ensayo, pero una vez alcanzado el estado estacionario se introduce la perturbación, cuya amplitud es de  $1\text{ mm}$ . Esta actúa en el sistema como una oscilación que va disminuyendo su amplitud a lo largo del tiempo. Cabe destacar que después de la perturbación se obtiene un valor más bajo de la posición de la esfera como consecuencia de la dinámica del escalón que porta la perturbación. La señal de control se muestra en la *Figura 5.4*:



*Figura 5.4. Señal de control mediante un controlador PD y perturbación*

Al igual que sucedía en la posición de la esfera, la señal de control se ve afectada por la perturbación introducida al sistema. En  $t=2,5\text{ s}$ , se observa un pico descendente del voltaje, indicando al transistor que debe cambiar bruscamente el voltaje de base.

Dentro del diseño de controladores, es interesante analizar el estudio del comportamiento del sistema frente a entradas en escalón. A pesar de que no es el objetivo de realización en el montaje real, sí es útil ver cómo evoluciona el sistema cuando la referencia no es un valor fijo.

Los comportamientos obtenidos presentan una respuesta similar en la evolución en el tiempo y amplitud. Sin embargo, en función de la amplitud del escalón, los valores extremos alcanzados por el sistema varían notoriamente, siendo proporcional al aumento de la amplitud del escalón. Si se quisiera implementar en el montaje real el segundo caso, no sería posible, puesto que la posición debería alcanzar  $10\text{ cm}$ , un valor demasiado grande para las dimensiones que tiene la estructura.

Como se ha mencionado anteriormente, se ha realizado un ensayo considerando una perturbación en forma de impulso. La amplitud de dicho impulso ha sido de  $1\text{ cm}$ , teniendo en cuenta la reducida amplitud que debe tener para que el sistema no sea inestable. El periodo se ha impuesto de tres segundos. La *Figura 5.6* muestra el ensayo para la posición de la esfera:

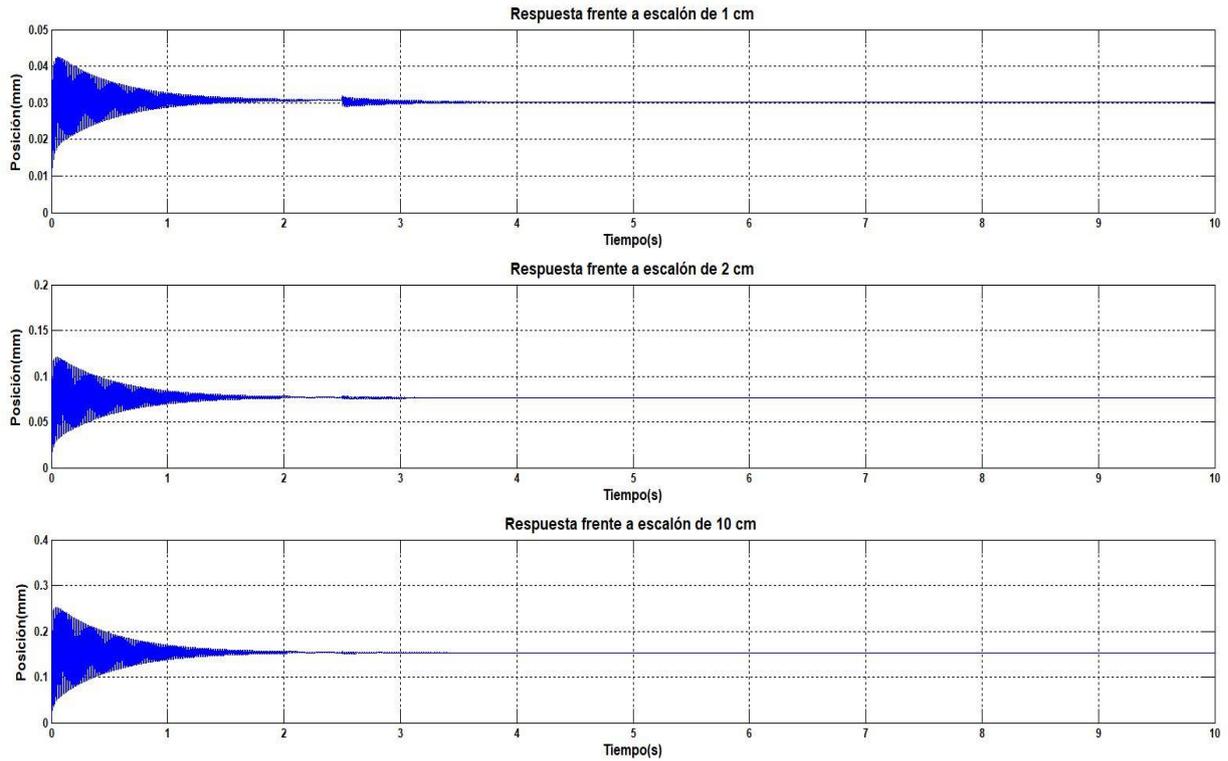


Figura 5.5. Comparación de respuestas de posición con controlador PD y perturbación

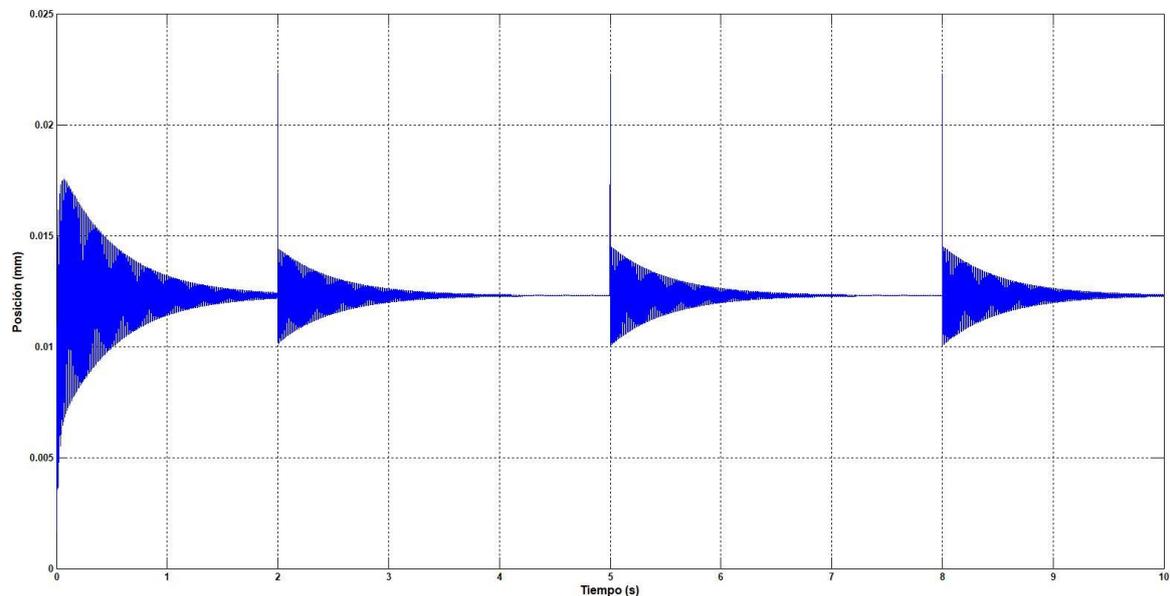


Figura 5.6. Respuesta de posición con controlador PD y perturbación en forma de impulso

En el ensayo realizado se llegan a apreciar tres impulsos. Cuando el sistema recibe la perturbación, se experimenta un pico en la señal de tiempo prácticamente nulo. Posteriormente se produce el comportamiento oscilatorio cuya amplitud va disminuyendo hasta lograr el estado estacionario. En este caso, el sistema de nuevo es controlable.

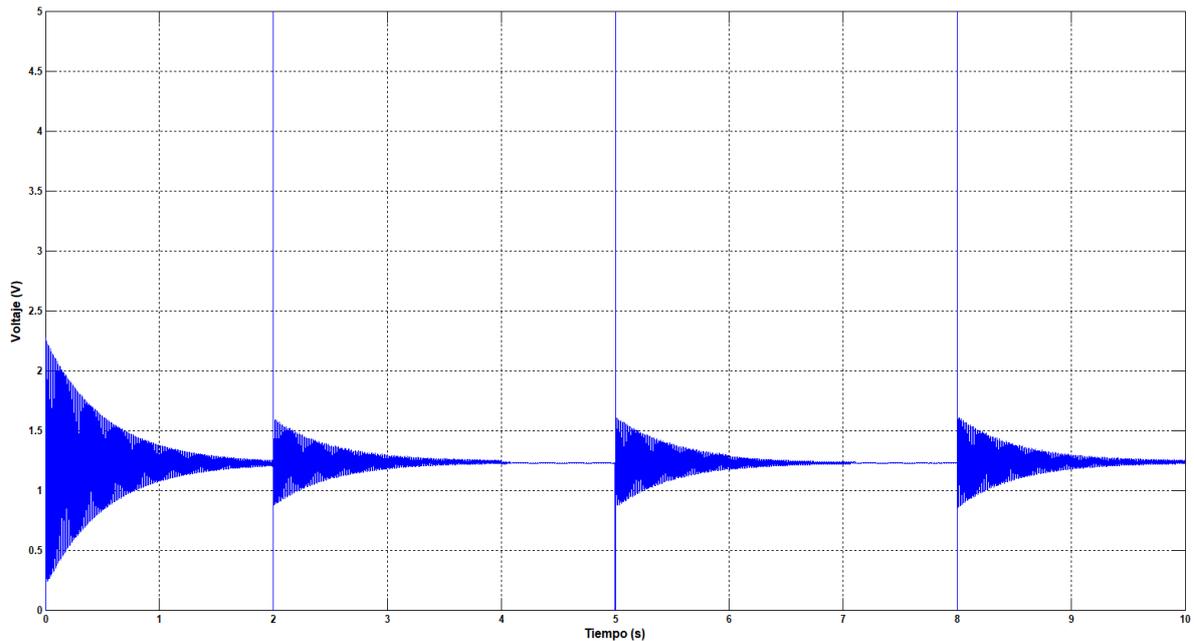


Figura 5. 7. Señal de control mediante un controlador PD y perturbación en forma de impulso

Al igual que ocurre con los ensayos anteriores, la señal de control produce una respuesta oscilatoria cuya amplitud disminuye. Cabe destacar que en el momento del impulso se produce la saturación de la señal de control.

En un ensayo real este valor pico no se mostraría exactamente como la *Figura 5.7*, puesto que se trata de un impulso ideal que trata de asemejarse lo máximo posible a dicha perturbación.

## 5.2. RESULTADOS OBTENIDOS CON CONTROLADOR PID

Al igual que se ha realizado el diseño de un controlador PD para el sistema de levitación magnética, se ha procedido a diseñar un controlador PID. El fundamento del diseño será el mismo, basándose en el criterio de estabilidad de *Routh-Hurwitz*, pudiendo comparar las diferencias de las respuestas obtenidas anteriormente.

En el esquema de *Simulink* se ha considerado todas las partes de las que va a constar el sistema real, incluyendo una perturbación. Esta perturbación puede ser debida a cualquier fenómeno externo que influya en el correcto funcionamiento del mismo, como puede ser el movimiento de un bolígrafo dentro de la actuación del campo electromagnético.

Para ello, se ha considerado la perturbación como un escalón de amplitud muy pequeña. La referencia permanece constante a lo largo del tiempo, ya que el objetivo es un control frente a rechazo de perturbaciones, no a seguimiento de consignas. El resultado de la simulación se muestra en la *Figura 5.8*:

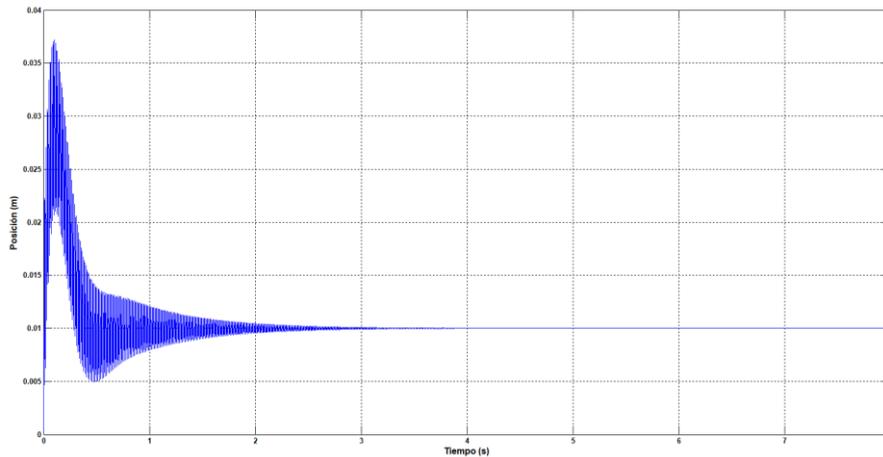


Figura 5.8. Respuesta del sistema con controlador PID

Para el ensayo mostrado en la imagen anterior, se ha establecido una referencia de posición constante de  $0.01\text{ m}$ , tal y como se va a realizar en la prueba real. Según la respuesta obtenida, el sistema alcanza la especificación deseada. Se obtiene un régimen transitorio en el que observa una oscilación. Es importante tener en cuenta la amplitud de dicha oscilación, puesto que una amplitud demasiado grande implica variaciones muy grandes en la esfera metálica. Se ha comprobado experimentalmente que valores muy pequeños de amplitud provocan que la esfera se pegue al núcleo. Llegado a este punto, la esfera no se separa debido al residuo electromagnético que tiene el inductor, por lo que es muy importante que la salida que muestre el controlador no muestre amplitudes muy grandes en posición. La amplitud máxima que alcanza la respuesta es  $3,5\text{ cm}$ , mientras que el valor mínimo es  $0,5\text{ cm}$ . Se trata de valores aceptables que se compensan manualmente cuando se sitúa la bola en la posición aproximada de la referencia.

La Figura 5.9 muestra la señal de control que es proporcionada por el transistor de potencia para hacer frente a la consigna que se ha impuesto. El voltaje que se toma como punto de partida es aquel que permite levitar a la esfera metálica en el punto de operación deseado. Existe una amplitud de  $1.5\text{ V}$  entre el valor máximo y mínimo de voltaje. En este rango el transistor debe actuar en la zona lineal.

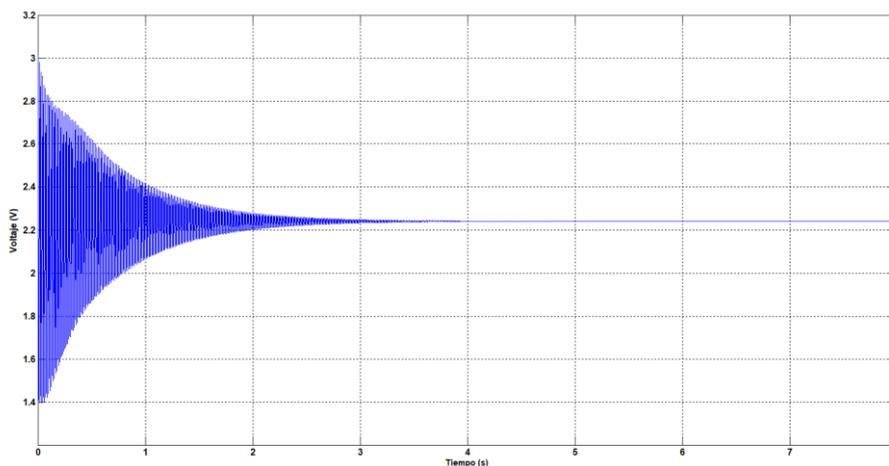
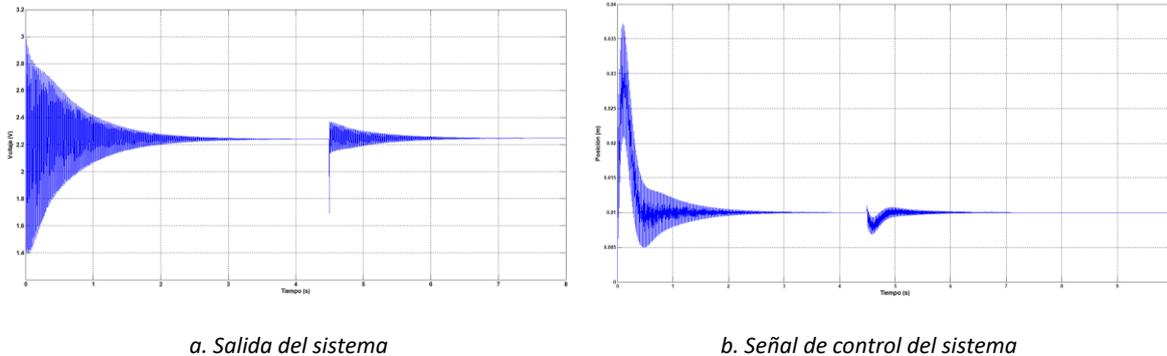


Figura 5.9. Señal de control del transistor frente a un controlador PD

A continuación, se ha realizado un ensayo con los mismos valores de controlador que en el anterior ensayo, pero se ha introducido un escalón de amplitud pequeña simulando el comportamiento de una perturbación. Los resultados se muestran en la *Figura 5.10*:



*Figura 5.10. Respuesta del sistema frente a una perturbación de 1mm de amplitud*

Tal y como se representa en ambas respuestas, se obtiene un comportamiento similar al anterior, con la diferencia en la perturbación introducida. El tiempo de escalón se ha configurado en 4 s, con objeto de que se aprecie la señal una vez alcanzado el régimen estacionario. A pesar de que se trata de un escalón muy pequeño, la oscilación es notoria. El sentido de la misma depende del signo ascendente o descendente del escalón, pero el margen de amplitud es el mismo. Tal y como era el objeto del diseño, se trata de un controlador frente a rechazo de perturbaciones.

Cabe destacar la importancia del tipo de perturbación que pueda interferir en el sistema. Para valores de amplitud grandes de una perturbación, el sistema se hace inestable a causa de la imposibilidad de poder controlar el sistema. Es por ello que en la práctica se simularán estas perturbaciones con el movimiento lento de un bolígrafo situado dentro del campo electromagnético.



## Capítulo 6

# 6. Conclusiones

Este trabajo fin de grado ha sido englobado como *Trabajo Monográfico* dentro de la clasificación de proyectos de este grado. El objetivo principal ha sido el análisis, construcción e implementación de controladores para un sistema de levitación magnética, cuyo objetivo es mantener una esfera metálica en un punto de operación deseado. El análisis de los ensayos experimentales, así como de todo el conjunto descrito en los objetivos de este proyecto, han contribuido a satisfacer la mayoría de los objetivos propuestos en un principio.

A pesar de los numerosos problemas que proporciona el control de un sistema no lineal, el propósito último ha sido la consecución del funcionamiento del sistema real, aunque éste no se ha podido llevar a cabo, como se detallará a continuación.

Por un lado, se trata de un sistema complejo del que se partía sólo del inductor proporcionado. A partir de aquí, todo el procedimiento ha sido diseñado y construido con un enfoque distinto a otros proyectos existentes de levitación magnética. El afán por utilizar diversas herramientas vistas durante el grado ha permitido un mayor aprendizaje de los mismos, como por ejemplo la programación en el software *LabVIEW*, la utilización del dispositivo *myRIO* o la comunicación del conjunto del sistema con *Matlab*. El uso de estas herramientas ha podido sacar estas conclusiones:

- La programación en *LabVIEW* ha permitido un uso gráfico de la programación de controladores, donde se ha trabajado con tratamiento de señales, operaciones matemáticas y representación gráfica. Todo ello ha permitido ser el lenguaje que actúa como puente entre el sistema real y el controlador gobernado por *myRIO*.
- El uso del *myRIO* ha resultado muy eficaz en la labor de comunicación entre hardware (sistema físico) y el software (*LabVIEW*). El hecho de poseer entradas y salidas analógicas ha permitido que la elección de este dispositivo para el proyecto haya resultado una facilidad en el diseño del circuito electrónico.

En cuanto a posibles líneas futuras de este trabajo fin de grado, existen numerosas aplicaciones o mejoras que permitan hacer de *Maglev* un sistema más complejo y eficiente. Algunas de ellas serían:

- Mejorar la identificación de la planta. Conocer mejor la planta, sobretodo sus características físicas, conlleva a un mejor diseño de los controladores y a un comportamiento más preciso de los mismos. Cabe destacar que en esta etapa intervienen todo el conjunto de dispositivos electrónicos que forman parte del circuito. En este caso hay que tener en cuenta la dinámica del transistor de potencia, encargado de proporcionar la señal de control.

- Diseñar controladores mediante técnicas distintas a las usadas en este proyecto. Un ejemplo podría ser el uso del control no lineal, también llamado *feedback linearization*. Una variedad de métodos de controladores puede hacer ver al diseñador qué metodología resulta más correcta para este tipo de sistemas.
- Adaptar Maglev para su uso en un laboratorio remoto. La posibilidad de implementar el controlador en el hogar personal, y mandar el valor del controlador vía software al sistema real puede permitir al alumnado estudiar en mayor profundidad este tipo de sistemas no lineales. El gran desafío de esta mejora sería crear un brazo robótico que permita coger la esfera metálica cuando se desvíe del punto de operación o se caiga.

## Capítulo 7

# 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Boylestad, R. L. (2009). *Electrónica: Teoría de Circuitos y Dispositivos Electrónicos* (10<sup>a</sup> ed.). México: Pearson Prentice Hall.
- [2] Floyd, TL. (2008). *Dispositivos Electrónicos* (8<sup>a</sup> ed.). México: Pearson Prentice Hall.
- [3] Dorf, R. C., Bishop, R. H. (2005). *Sistemas de Control Moderno* (10<sup>a</sup> ed.). Prentice Hall.
- [4] Guzmán Sánchez, J.L., Costa-Castelló, R., Berenguel Soria, M., Dormido Bencomo, S. (2012). *Control automático con herramientas interactivas*. Madrid: Pearson Educación.
- [5] ON Semiconductor BDX53C Datasheet. (n.d.). Retrieved July 17, 2017, from <http://www.onsemi.com/PowerSolutions/product.do?id=BDX53C>
- [6] ON Semiconductor, "BDX53C Datasheet" 2006.
- [7] Texas Instruments, "UA741 Datasheet" 2017.
- [8] Vishay, "TSUS5200 Datasheet" 2011.
- [9] Texas Instruments, "LM7805 Datasheet" 2016.
- [10] "Traco Power web.", [Online]. Disponible: <http://tracopower.com> [Acceso: 24-08-2017].
- [11] DRAN-120-12A, AC-DC Din power supply, [Acceso: 24-08-2017].  
Disponible: <http://docs-europe.electrocomponents.com/webdocs/1263/0900766b81263511.pdf>
- [12] "Montaje de disipadores" [Online]. Disponible: <https://www.inventable.eu/montaje-de-disipadores/>. [Acceso: 24-08-2017].
- [13] Ayokunle, I. A. S., Awlewa, A, "An Undergraduate Control Tutorial on Root Locus-Based Magnetic Levitation System Stabilization," *Int. J. Eng. Comput. Sci. IJECS-IJENS*, vol. 13, 201.



