

UNIVERSIDAD DE ALMERIA

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA

“Diseño de una caña de timón para la
embarcación olímpica laser”

Curso 2016/2017

Alumno/a:

Antolín Alexandre de Oña

Director/es:

Javier López Martínez





UNIVERSIDAD DE ALMERÍA



Escuela Superior de Ingeniería
UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

DISEÑO DE UNA CAÑA DE TIMÓN PARA LA EMBARCACIÓN OLÍMPICA LASER

Autor

Antolín Alejandro de Oña

Director

Javier López Martínez

Titulación

Grado en Ingeniería Mecánica

Almería Septiembre 2017

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	V
RESUMEN.....	1
1 INTRODUCCIÓN Y OBJETO DEL TRABAJO	4
1.1 INTRODUCCIÓN	4
1.2 OBJETO	5
2 METODOLOGÍA DEL TRABAJO	8
2.1 DIAGRAMA DE FLUJO.....	8
2.2 CRONOGRAMA TEMPORAL	10
3 ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE	12
3.1 LA CAÑA DE TIMÓN Y SU FUNCIÓN EN LA EMBARCACIÓN	12
3.2 MODELOS ACTUALES, GEOMETRÍA Y MATERIALES EMPLEADOS	13
3.2.1 <i>Caña deluxe</i>	14
3.2.2 <i>Caña de carbono Rooster sailing</i>	14
3.2.3 <i>Caña Laser-performance XD</i>	15
3.3 LOS MATERIALES COMPUESTOS	15
3.3.1 <i>Introducción</i>	15
3.3.2 <i>Historia</i>	16
3.3.3 <i>Características</i>	17
3.3.4 <i>Clasificación</i>	17
3.3.4.1 <i>Fibrosos</i>	18
3.3.4.2 <i>Partículas</i>	18
3.4 FIBRA DE CARBONO	18
3.4.1 <i>Descripción y características</i>	18
3.4.2 <i>Tipos de fibras</i>	20
3.4.3 <i>Propiedades de las diferentes fibras</i>	20
3.5 MATRICES	21
3.6 FATIGA EN MATERIALES COMPUESTOS	21
4 PROCESO DE DISEÑO.....	26
4.1 NORMATIVA	26
4.2 ANÁLISIS FUNCIONAL DE LA PIEZA	27

4.3	SOLICITACIONES	30
4.3.1	<i>Fuerza horizontal</i>	30
4.3.2	<i>Fuerza vertical</i>	33
4.3.3	<i>Máximos valores admisibles provocados por las solicitaciones</i>	35
4.3.3.1	Tensión máxima	35
4.3.3.2	Deformación máxima	35
4.4	MATERIALES	36
4.4.1	<i>Selección de Materiales</i>	36
4.4.1.1	Método de lista	36
4.4.1.2	Método gráfico	39
4.4.1.3	Método de base de datos	44
4.4.2	<i>Resultados de la selección de materiales</i>	45
4.4.3	<i>Materiales compuestos. Disposición del laminado</i>	46
4.5	ALTERNATIVAS DE DISEÑO	48
4.5.1	<i>Boceto 1 Curvado</i>	48
4.5.2	<i>Boceto 2 Recto</i>	48
4.5.3	<i>Boceto 3 Triangular</i>	49
4.5.4	<i>Consideraciones de geometría y resistencia</i>	49
4.5.5	<i>Resultados y limitaciones</i>	56
4.6	DISEÑO Y ANÁLISIS DE LOS MODELOS PROPUESTOS	57
4.6.1	<i>Flujo de trabajo con ANSYS</i>	57
4.6.2	<i>Validación del método de cálculo mediante ensayos</i>	64
4.6.3	<i>Modelos en fibra de carbono</i>	66
4.6.3.1	Modelo 1	66
4.6.3.2	Modelo 2	69
4.6.3.3	Modelo 3	74
4.6.4	<i>Modelo de aluminio</i>	78
4.6.4.1	Modelo 4	80
4.6.4.2	Modelo 5	82
4.6.4.3	Modelo 6	83
4.6.5	<i>Comparativa</i>	85
5	RESULTADOS Y CONCLUSIONES	88

5.1	RESULTADOS	88
5.2	CONCLUSIONES	90
6	BIBLIOGRAFÍA	92
	ANEJOS	93
	ANEJO 1 ESTADO DE TENSIONES Y DEFORMACIONES DE LOS MATERIALES COMPUESTOS ..	95
	ANEJO 2 USO DE ANSYS Y EL MÓDULO DE ACP PARA MATERIALES COMPUESTOS	111
	ANEJO 3 VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	137
	ANEJO 4 INFORME GENERADO POR ANSYS DEL MODELO FINAL	154
	ANEJO 5 ESPECIFICACIONES DE MONTAJE DE LOS ACCESORIOS	172
	MEDICIONES	177
	PLANOS	180

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 La caña de timón	12
Figura 2 Flujo de agua sobre el timón y ejes	12
Figura 3 Caña deluxe, aluminio	14
Figura 4 Caña rooster sailing	14
Figura 5 Caña laser –performance XD	15
Figura 6 Curva de Wholer.....	22
Figura 7 Curva representativa de materiales compuestos.....	23
Figura 8 Fuerza vertical sobre la pata de gallo	27
Figura 9 Momento sobre la caña.....	28
Figura 10 Fuerza del fluido sobre un cilindro	31
Figura 11 Área de la pala del timón.....	32
Figura 12 Representación de fuerzas	33
Figura 13 Descomposición en vectores, pata de gallo	34
Figura 14 Descomposición de vectores, tensión	34
Figura 15 Diagrama de Ashby Modulo de Young-densidad	41
Figura 16 Diagrama de Ashby Límite de fractura-densidad	43
Figura 17 Ejemplo de distribución de laminado	46
Figura 18 Ejemplo laminado [0, 90, 45].....	47
Figura 19 Boceto curvado.....	48
Figura 20 Boceto recto	48
Figura 21 Boceto triangular.....	49
Figura 22 Representación de la caña como viga en voladizo	50
Figura 23 Fuerzas sobre la caña	50
Figura 24 Representación del corte	51
Figura 25 Diagrama de momentos para fuerza vertical	51
Figura 26 Diagrama de cortantes para fuerza vertical	52
Figura 27 Diagrama de momentos para la fuerza horizontal	52
Figura 28 Diagrama de cortantes para fuerza horizontal.....	52
Figura 29 Tensión para la fuerza horizontal	53

Figura 30 Tensión para la fuerza vertical.....	53
Figura 31 Representación de la flecha máxima por teoremas de Mohr	54
Figura 32 Fuerza aplicada en el extremo y flecha provocada	55
Figura 33 Distancias de los 7 planos desde el origen	58
Figura 34 Fixed Support	59
Figura 35 Fuerza vertical en ANSYS	60
Figura 36 Fuerza horizontal en ANSYS.....	60
Figura 37 Representación de los vectores de deformación	61
Figura 38 Espesor del modelo 1	66
Figura 39 Deformación modelo 1 fuerza vertical	66
Figura 40 Tensión modelo 1 fuerza vertical	67
Figura 41 Tensión modelo 1 fuerza horizontal.....	67
Figura 42 Deformación modelo 1 fuerza horizontal.....	67
Figura 43 ACP post modelo 1 fuerza vertical	68
Figura 44 ACP post modelo 1 fuerza horizontal	68
Figura 45 Espesor modelo 2	70
Figura 46 Vista de corte modelo 2	70
Figura 47 Vista posterior modelo 2	71
Figura 48 ACP post modelo 2 fuerza vertical	72
Figura 49 ACP post modelo 2 fuerza horizontal	72
Figura 50 ACP post modelo 2 lamina nº7	73
Figura 51 Modelo 2	74
Figura 52 Modelo 3	74
Figura 53 ACP post modelo 3 fuerza vertical	75
Figura 54 ACP post modelo 3 fuerza horizontal	76
Figura 55 Deformación modelo 3 fuerza vertical	76
Figura 56 Tensión modelo 3 fuerza vertical	77
Figura 57 Deformación modelo 3 fuerza horizontal.....	77
Figura 58 Tensión modelo 3 fuerza horizontal.....	77
Figura 59 Vista de sección modelo 4.....	80

Figura 60 Tensión modelo 4 fuerza vertical	80
Figura 61 Tensión modelo 4 fuerza horizontal	81
Figura 62 Deformación modelo 4 fuerza vertical	81
Figura 63 Deformación modelo 4 fuerza vertical	81
Figura 64 Modelo 6	83
Figura 65 Ensayo real completamente cargada	64
Figura 66 ACP post modelo 3 fuerza vertical	88
Figura 67 Célula ACP pre	112
Figura 68 Menu ANSYS	112
Figura 69 Proyect Schematic	113
Figura 70 Engineering Data Sources	114
Figura 71 Materiales compuestos ANSYS	114
Figura 72 Propiedades de los materiales	115
Figura 73 Design modeler	116
Figura 74 Details of mesh	117
Figura 75 Espesor y material a completar	117
Figura 76 Mallado de la pieza	118
Figura 77 Named selection, empotramiento	118
Figura 78 Menu de ACP pre	119
Figura 79 Maerials	120
Figura 80 Fabric Properties	120
Figura 81 Fabric Analysis	120
Figura 82 Stackup properties	121
Figura 83 Rossetes properties	122
Figura 84 Rules properties	123
Figura 85 OES element set properties	124
Figura 86 Laminado a 0°	125
Figura 87 Laminado a 45°	125
Figura 88 Dirección de apilamiento	126
Figura 89 Sections cut	126

Figura 90 Solid models properties.....	127
Figura 91 Antes de ser sólido	127
Figura 92 Después de ser sólido	127
Figura 93 Célula Static structural.....	128
Figura 94 Enlace 1	128
Figura 95 Enlace 2	128
Figura 96 Static structural Menu	129
Figura 97 Details of “Remote force”	130
Figura 98 Fuerza vertical	131
Figura 99 Apoyo fijo	131
Figura 100 Ejemplo de deformación	132
Figura 101 Paso 1 para enlazar ACP post	133
Figura 102 Paso 2 para enlazar ACP post	133
Figura 103 Failure criteria definitions	134
Figura 104 ACP post menu	134
Figura 105 Failure.....	135
Figura 107 Resultado ACP post 2	135
Figura 106 Resultado ACP post 1	135
Figura 108 Materiales utilizados	138
Figura 109 Sujeción caso 1y 2.....	139
Figura 110 Sujeción caso 3	139
Figura 111 Reloj comparador y estructura.....	140
Figura 112 Conjunto de Pesas	140
Figura 113 Pesas en suspensión	140
Figura 114 Comparador referenciado a 0	141
Figura 115 Caso 1 completamente cargado.....	143
Figura 116 Gráfica caso 1 ensayo real.....	143
Figura 117 Gráfica caso 1 ANSYS.....	144
Figura 118 Gráfica comparativa caso 1	145
Figura 119 Caso 2 completamente cargado.....	146

Figura 120 Gráfica caso 2 ensayo real	146
Figura 121 Gráfica caso 2 Ansys	147
Figura 122 Gráfica comparativa caso 2	148
Figura 123 Caso 3 completamente cargado	149
Figura 124 Gráfica caso 3 ensayo real	150
Figura 125 Gráfica caso 3 ANSYS	151
Figura 126 Gráfica comparativa caso 3	151
Figura 127 Pletina protectora	172
Figura 128 Pletina de aluminio SOLIDWORK	173
Figura 129 Dimensiones pletina, modelo 3	173
Figura 130 Mordaza Clamcleat Racing	174
Figura 131 Unión caña y stick	175
Figura 132 Deformación a cortante ϵ y deformación a cortante ingenieril γ	96
Figura 133 Sistema global de coordenadas	97
Figura 134 RVE elemento de volumen representativo	100
Figura 135 Fuerza en dirección de la fibra	101
Figura 136 Lámina bajo estado plano de tensiones EPT	108

RESUMEN

En este trabajo técnico se ha realizado el diseño de una caña de timón para la embarcación olímpica laser, con el objetivo de tratar de mejorar los modelos actuales, con la ayuda de softwares de diseño en 3D, materiales compuestos y la experiencia de regatistas.

Para ello se realizó una investigación profunda sobre todos los modelos de dicha pieza, desde que se creó la embarcación laser, en 1974. Se ha analizado la tendencia actual del mercado, y los diferentes tipos de regatistas que navegan en la clase laser. Se observó cómo, en la actualidad se combinan los regatistas más profesionales, ya que es clase Olímpica desde 1996, y jóvenes que acaban de empezar a navegar. Se tomó la decisión de diseñar una caña para el timón cuyas propiedades estén lo más optimizadas posibles, a pesar de que suponga un coste elevado, ya que, en una embarcación de competición como esta, prima el rendimiento.

Tras el estudio de las alternativas se procedió a analizar qué geometría sería la más adecuada para la caña, y qué materiales tendrán las mejores propiedades para el objetivo marcado. En la realización de dicha tarea se trató la caña como si fuese una viga en voladizo, y se vieron los parámetros geométricos que se debían aumentar para mantener una tensión y deflexión reducida. Además, se realizó una selección de materiales con tres métodos diferentes, para asegurarse de que el material elegido fuese el correcto. Todo se hizo teniendo en cuenta la estricta norma, marcada por la ILCA (International Laser Class Association) que limita el diseño de la pieza.

Una vez que se seleccionó el material y la geometría a seguir, se realizaron numerosos bocetos y alternativas, sometiéndose a análisis mediante elementos finitos, mostrando unos resultados, que tras fijar las restricciones a las que debía someterse la caña, fueron seleccionados aquellos modelos que cumplían los objetivos marcados de peso, tensiones admisibles y deflexión. Se compararon los modelos que superaban el análisis y se seleccionó el modelo definitivo.

Además, se realizó un ensayo real, con un modelo de caña en fibra de carbono, el cual se introdujo en el programa de elementos finitos, con el fin de comprobar si los resultados proporcionados por el análisis matemático se asemejan a los obtenidos mediante un ensayo real.

Por último se analizaron todos los resultados obtenidos y se sacaron numerosas conclusiones, muchas de ellas enfocadas a posibles optimizaciones del modelo para trabajos futuros, con nuevos materiales o alternativas de diseño.

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETO DEL TRABAJO

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETO DEL TRABAJO

1.1 Introducción

Se comenzará explicando la embarcación internacional laser, de vela ligera que es la más extendida en el mundo. Su diseñador Bruce Kirby creó un barco caracterizado por la simplicidad, la durabilidad y un manejo excelente. El éxito del mismo viene dado por la posibilidad de montar tres aparejos de diferente superficie vélica únicamente cambiando la base del mástil y conservando el resto de materiales. Esto ofrece la posibilidad de navegar a regatistas de diferente complejión física y edad.

Toda esta combinación y desde que se convirtió en clase olímpica en 1996 hace que sea un barco cuyo éxito está asegurado. Además existen regatas donde se juntan regatistas noveles y regatistas Olímpicos, lo que ofrece un atractivo increíble para los jóvenes que pueden regatear con sus ídolos.

Otra ventaja o desventaja, según se mire, es que el laser es “One Design”, lo que quiere decir, que es diseño único. Por lo que solo existe un tipo de embarcación y ha de ser igual al resto. No hay distintos fabricantes con posibilidades de realizar mejoras o introducir nuevos materiales para optimizar el rendimiento. Existe entonces un gran monopolio de la marca Laser, donde solo se pueden comprar productos de dicha marca, pues si es de otra, no se permite competir a nivel nacional e internacional. Esto, como mencionamos anteriormente, es una ventaja para los regatistas donde el objetivo de la ILCA (International Laser Class Association), es que todos partan en igualdad de condiciones, ya que todos los barcos son iguales, siguen el mismo proceso de construcción y llevan los mismos accesorios. Pero desde el punto de vista de los fabricantes, imposibilita un nuevo mercado donde la competencia haga disminuir los precios y se mejoren las propiedades de ciertos elementos, (ya que muchos de ellos tiene una vida muy limitada debido a un mal diseño).

Hay ciertos elementos de la embarcación que no están sometidos a la estricta norma de la ILCA, como el objeto de nuestro estudio, la caña, la cual puede no ser marca laser y permite cierta innovación.

La caña del laser es un prolongador rígido del timón que permite controlar el movimiento de la embarcación. Este elemento permite introducir nuevos materiales y mejorar muchos aspectos de rendimiento durante la navegación del barco. Debido a esto, en el presente trabajo, trataremos de mejorar las propiedades que ha de cumplir la caña desde un punto de vista enfocado a la alta competición.

El autor de este trabajo, ha navegado en esta embarcación durante más de seis años, y pondrá toda su experiencia en este proceso de diseño, con el fin de garantizar una mejora en lo que será un modelo nuevo para esta pieza.

Para realizar este trabajo técnico se estudiarán los antecedentes relacionados con la pieza y la tendencia del mercado actual. Se valorarán los modelos existentes tratando de mejorar las prestaciones de la caña del timón, mediante una reducción de peso y una mayor rigidez.

Se identificarán los elementos de la geometría a optimizar para crear un modelo con la máxima rigidez posible, ayudándonos de diversos ensayos tanto teóricos como por softwares de diseño.

Se tratará de hallar los mejores materiales para aguantar las solicitaciones a las que está sometida la caña, para ello mediante una selección de materiales propia de las fases de diseño, se utilizarán varios métodos de selección y analizarán los resultados para ver cuales mejoran las propiedades deseadas.

Se realizarán varios modelos según la geometría y material seleccionado y se someterán a estudios mediante elementos finitos, además, se compararán y optimizarán hasta encontrar la mejor solución a los objetivos marcados.

Por último, se indicarán las instrucciones de montaje de la pieza con sus accesorios y analizaremos las conclusiones y resultados de todo el proyecto.

1.2 Objeto

El objetivo principal del presente trabajo técnico es diseñar una caña de timón de la embarcación olímpica laser optimizando aquellas propiedades que hacen que cumpla mejor su función y mejore el rendimiento del barco.

Es por eso que se deben establecer los objetivos que se tienen que alcanzar para que el modelo resultante sea mejor que sus antecesores.

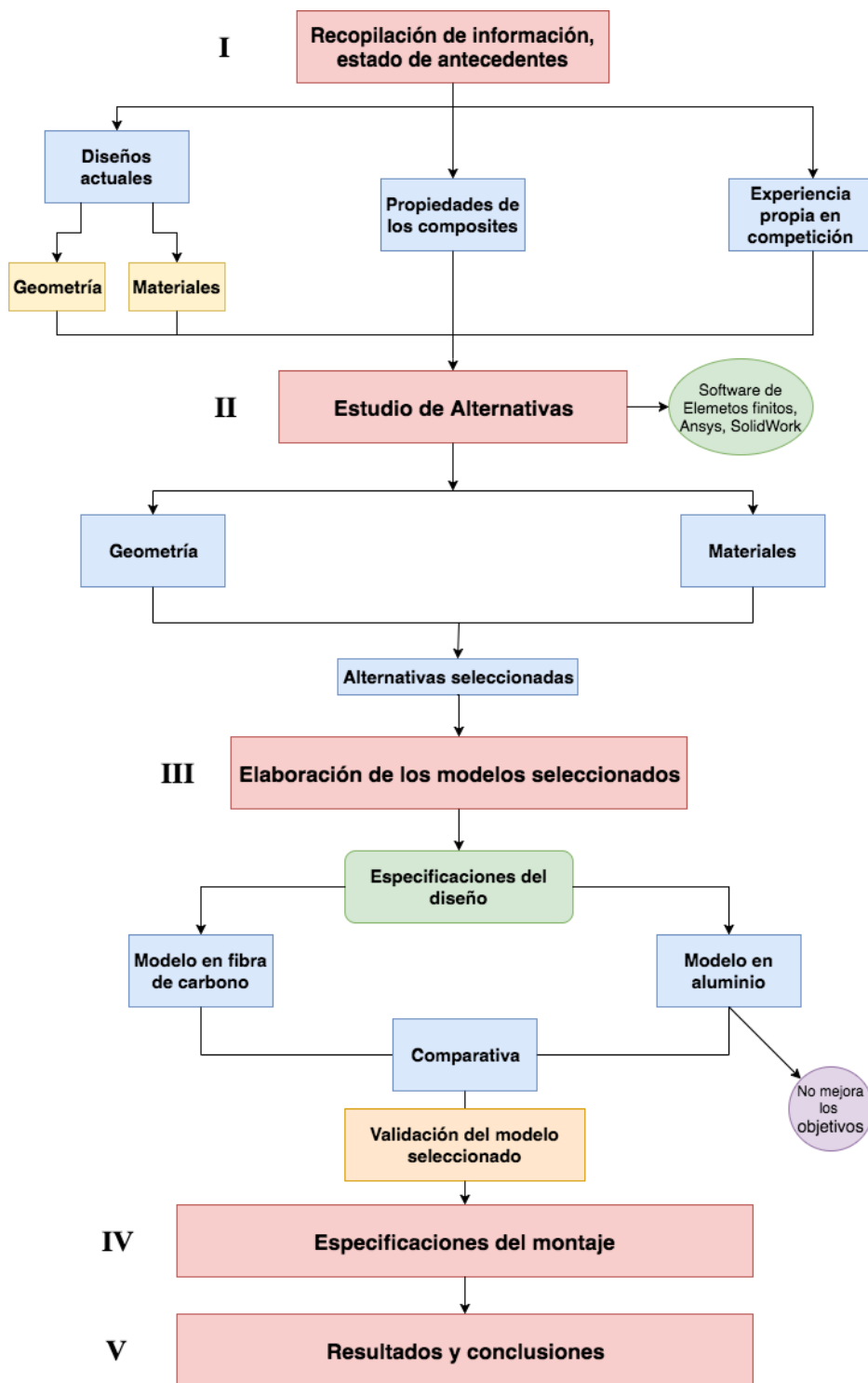
Para cumplir este objetivo principal debemos seguir una serie de objetivos secundarios para poder llevarlo a cabo:

- Diseño con el mínimo peso posible pero manteniendo una rigidez adecuada
- Estudio y selección de los materiales más adecuados.
- Conocer las solicitaciones a las que se ve sometida la caña de timón en condiciones de servicio.
- Realizar un estudio mediante elementos finitos y poder darle validez comparándolo con un ensayo real.

CAPÍTULO 2 METODOLOGIA Y CRONOGRAMA TEMPORAL

2 METODOLOGÍA DEL TRABAJO

2.1 Diagrama de flujo



La metodología del trabajo seguida ha sido la recogida en el diagrama de flujo anterior, donde el primer bloque (I) consistió en recopilar la suficiente información sobre los modelos anteriores y actuales, las diferentes geometrías y materiales utilizados a lo largo de la historia de la pieza. También se tuvo en cuenta mi propia experiencia sobre esta embarcación y la de otros regatistas, con el objetivo de aunar las sensaciones que debe transmitir este objeto durante la navegación, y por último se realizó una investigación sobre los materiales compuestos, pues la tendencia actual del sector náutico para piezas de alta competición reside en este tipo de materiales.

El segundo bloque (II) consistió en hacer un estudio sobre las posibles alternativas a tener en cuenta para el diseño. Como la geometría a seguir para aguantar las sollicitaciones y los materiales a utilizar, siguiendo diversos métodos para la selección de materiales. Se comprobó que software podíamos utilizar para realizar un estudio mediante elementos finitos y validar los modelos estudiados. Para terminar este bloque se analizaron las alternativas seleccionadas.

El tercer bloque (III) trata sobre cómo se hicieron los modelos seleccionados, los pasos seguidos, las cargas aplicadas, cómo funciona el software de diseño de ANSYS y las especificaciones de diseño seguidas. Se crearon varios modelos de carbono y aluminio con el fin de poder comparar varias alternativas, y finalmente comprobamos cual cumple mejor los objetivos marcados. Una vez realizado un modelo definitivo se hizo un ensayo con un modelo real para poder validar el modelo matemático generado por ANSYS.

En el cuarto bloque (IV) se recogen las especificaciones de montaje de la pieza, los accesorios que incluye y como incorporarlos a la pieza.

Y para terminar en el bloque (V) se muestran los resultado obtenidos de todos los modelos estudiados y las conclusiones obtenidas de todo el trabajo.

2.2 Cronograma temporal

Durante la elaboración del siguiente trabajo técnico se han invertido un total de 600 horas repartidas en 27 semanas, algunas de ellas con mayor número de horas que otras, con una media aproximada de 25 horas semanales.

Las tareas seguidas están relacionadas con la metodología del trabajo siendo estas:

- | | |
|---|--|
| 1. <i>Recopilación de información</i> | 9. <i>Especificaciones de diseño</i> |
| 2. <i>Estudio de los antecedentes</i> | 10. <i>Estudio de solicitudes</i> |
| 3. <i>Elaboración de objetivos</i> | 11. <i>Elección de software de diseño ANSYS y aprendizaje</i> |
| 4. <i>Búsqueda de información sobre materiales compuestos</i> | 12. <i>Estudio de los modelos analizados</i> |
| 5. <i>Fatiga en materiales compuestos</i> | 13. <i>Validación de modelo real frente al modelo matemático</i> |
| 6. <i>Alternativas de diseño, bocetos, normativas</i> | 14. <i>Resultados</i> |
| 7. <i>Diseño de la geometría</i> | 15. <i>Conclusiones</i> |
| 8. <i>Selección de materiales</i> | 16. <i>Elaboración metodología seguida con ANSYS</i> |

En la Tabla 1 se puede apreciar un cronograma temporal con las tareas:

Tareas\Semanas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
1	█	█	█	█																								
2				█	█	█																						
3					█																							
4						█	█																					
5							█																					
6								█	█																			
7									█																			
8										█	█																	
9											█	█																
10												█	█															
11													█	█	█													
12														█	█	█												
13															█	█	█											
14																	█	█										
15																		█	█									
16																				█	█							

Tabla 1

CAPÍTULO 3

ANTECEDENTES Y

ESTADO DEL ARTE

3 ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE

3.1 La caña de timón y su función en la embarcación

La caña del laser es la pieza que une la cabeza del timón y la alargadera. Permite mover el timón en la dirección deseada y así poder manejar la embarcación. Consiste en un prolongador rígido que se utiliza para transmitir un movimiento manual que ejerce el regatista al timón Figura 1.

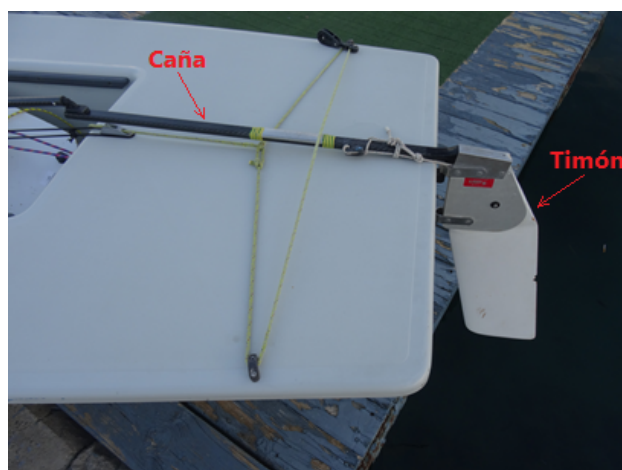


Figura 1 La caña de timón

El timón es el elemento encargado de dirigir la embarcación. Para cumplir su función crea un rozamiento con el agua, orientando así su flujo y creando un empuje en una dirección que viene determinada por el ángulo en el que se encuentre con respecto al eje longitudinal del barco Figura 2.

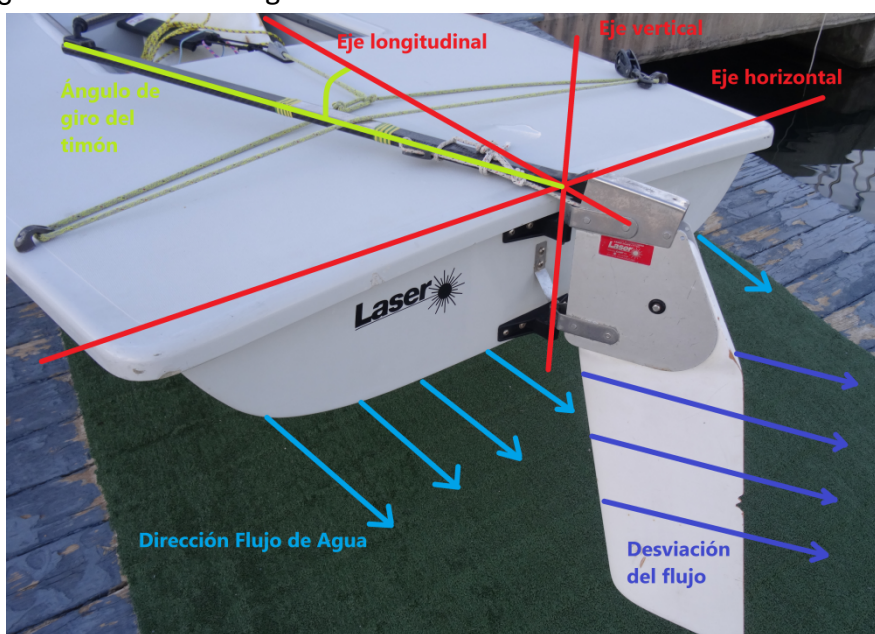


Figura 2 Flujo de agua sobre el timón y ejes

El timón tiene un sistema simple, ya que va fijado al casco del barco en la popa (parte trasera de una embarcación) mediante un sistema de herrajes, que actúan como una bisagra, permitiendo así un movimiento de rotación limitado a lo largo de un eje vertical.

Para controlar el movimiento de rotación del timón nos servimos de la caña.

Esta se encuentra encajada en la cabeza del timón y se encarga de transmitir la fuerza que ejerce el regatista por medio de la alargadera al timón y poder así controlar el barco.

Las partes en las que podemos dividir la caña son principalmente tres:

- El extremo más a proa (parte delantera de una embarcación), es donde se engancha la alargadera y generalmente es la zona más estrecha.
- La zona intermedia que conecta el extremo, con la parte que se empotra en la cabeza del timón. En esta parte el perfil generalmente mantiene una sección constante y en su parte superior existe una pletina que la protege del rozamiento con la pata de gallo. Contiene también una mordaza que normalmente se sitúa en un lado o en la cara superior.
- La parte empotrada en la cabeza del timón, es la zona más delicada porque es donde se producen las tensiones más elevadas, debe mantener una forma determinada para encajar a la perfección y que no haya holgura en la cabeza del timón.

3.2 Modelos actuales, geometría y materiales empleados

Existen varios modelos de cañas para el laser, con diferentes diseños, materiales y precios. Como es natural, han ido evolucionando con el tiempo, desde las primeras cañas de aluminio, con perfiles redondos, hasta los últimos modelos de fibra de carbono con perfiles muy bajos rectangulares u ovalados. Vamos a ver los más vendidos y compararlos a continuación.

Estudiaremos tres modelos básicos y con formas muy diferentes, para dar una idea del mercado. Un dato a tener en cuenta es que para la fama mundial del láser, no existe gran cantidad de modelos, pues solo encontraremos ocho diferentes a los cuales tenemos acceso. Además tenemos que añadir que muchas marcas solo comercializan en una parte del planeta, pues existen modelos que para obtenerlo en Europa desde América hay que pagar grandes tasas y no es rentable.

Los tres modelos a estudiar presentan características muy diferentes. Dos de ellos, los más modernos, están constituidos de fibra de carbono y el más básico, de aluminio. En cuanto a los perfiles vamos a ver también los tres tipos existentes, redondo, cuadrado y curvado. El resto de cañas a la venta presentan características casi idénticas a alguno de los tres modelos que estudiaremos a continuación. Las cañas a estudiar son:

3.2.1 *Caña deluxe*



Figura 3 Caña deluxe, aluminio

Este es el modelo básico de Aluminio Figura 3, con un perfil redondo. Esta caña es utilizada por regatistas inexpertos en sus niveles iniciales, ya que como explicaremos posteriormente al tener una altura considerable en la zona de la pata de gallo afecta mucho al rendimiento de la embarcación.

Su construcción resulta muy sencilla pues los perfiles de aluminio se pueden comprar directamente y solo será necesario pintarlo, lacarlo y colocar los accesorios como los tapones mordazas y pletina protectora. Además, la unión del perfil y el empotramiento, no precisa de soldadura, simplemente va remachada.

Esto se traduce a un coste de producción muy reducido y por consiguiente bajo precio de venta al público. Podemos concluir que es una caña para regatistas noveles y con muy poco diseño, pues incumple cualquier propósito de aumento de rendimiento de la embarcación y se limita a ser un prolongador de la cabeza del timón para dirigirlo. Tiene un peso de 614 gramos por lo que lo hace muy superior al resto de modelos.

3.2.2 *Caña de carbono Rooster sailing*

Esta caña Figura 4, representa un modelo estudiado al detalle, con una fase de diseño donde se analizaron las especificaciones que debe de cumplir. Contiene todos los detalles a los que debe ajustarse esta parte de la embarcación para un aumento del rendimiento. Su perfil realmente bajo y su rigidez son las propiedades que hemos de buscar a la hora del diseño. Además es ligera y duradera. Presenta un elevado coste en comparación con la anterior, pero evidentemente la inversión está justificada si comparamos los beneficios que aporta. Introduce fibra de carbono como material lo que mejora en gran medida sus propiedades, pero aumenta en más de un 75% el coste de la caña frente al modelo de aluminio. Tiene un peso de 310 gramos.



Figura 4 Caña rooster sailing

3.2.3 Caña Laser-performance XD



Figura 5 Caña laser – performance XD

Este modelo Figura 5 presenta un perfil y diseño alejado de lo habitual, se ensancha en su parte central, y tiene una curva en la parte superior e inferior. Este perfil proviene de un diseño estudiado y analizado con la idea de maximizar la rigidez, aumentando el momento de inercia de la sección curvándolo. Los diseñadores americanos consiguieron su objetivo, pero comprometiendo el peso, ya que para hacer la curva del perfil lo ensacharon transversalmente.

Otro factor conceptualmente bueno fue que se aprovecharía la curva para que la polea de la escota pasara mejor en las viradas. Pero en la práctica esta curva y el impacto sobre la caña de la polea, da lugar a que continuamente se desprenda la placa protectora, debido a que con la curva potencia el impacto. También se comprobó que esta forma del perfil perjudica la flexión transversal. A estos inconvenientes sumaremos el coste de una fase de diseño, un mayor peso y por consiguiente más material y, por último, el proceso de fabricación al ser curvo es más costoso. Por lo que el precio de venta al público es el más elevado y tiene un peso de 416 gramos.

3.3 Los materiales compuestos

Debido a que la tendencia actual del mercado sobre las cañas de rendimiento, como la de nuestro estudio, se están fabricando con materiales compuestos de fibra de carbono y una resina, vamos a realizar una pequeña descripción de estos materiales modernos que se encuentran en plena evolución y desarrollo.

3.3.1 Introducción

Generalmente se entiende como material compuesto a aquel que está formado por dos o más componentes

Esta definición no se ajusta a lo que verdaderamente son, ya que se podrían incluir los materiales tradicionales de la ingeniería como pueden ser el aluminio, acero, etc. Los cuales se componen de impurezas y diferentes fases, pero no se consideran materiales compuestos debido a que el módulo elástico o la tensión de las impurezas son casi idénticas a las del material puro.

Por esta razón muchos autores hacen una serie de consideraciones para definir un material compuesto, algunas de ellas son:

- Un material compuesto debe ser fabricado por la mano del hombre. Esta consideración excluye una gran cantidad de materiales compuestos naturales como nuestros huesos, madera, etc.
- Los materiales compuestos han de tener continuidad fenomenológica es decir, estar formado por dos o más fases constituyentes química y/o físicamente diferentes, dispuestos de forma adecuada y separados por una intercara definida. Esto excluye a los materiales cerámicos.
- Por último las propiedades mecánicas han de ser superiores a la simple suma de las propiedades de sus componentes.

3.3.2 Historia

Aunque numerosos materiales compuestos han sido utilizados en la antigüedad, desde los Incas reforzando materiales con fibras de las plantas, a los Egipcios utilizando fibras de vidrio, o los medievales fabricando armaduras blindadas, la historia de los materiales compuestos se considera que empieza en el siglo XX.

En 1907 un químico Belga creó la primera resina termoestable, la bakelita. Tras ésta se sumaron el resto de matrices, fenólicas, de poliéster, viniléster y las epoxi.

En desarrollo paralelo a las matrices, se incorporaron las fibras a éstas creando materiales compuestos utilizados principalmente para aplicaciones eléctricas, embarcaciones y placas onduladas.

En 1940 se incorporan a las ya actuales máquinas de inyección de materiales termoplásticos, las de inyección de materiales termoestables y en 1950 las máquinas de tornillo sin fin. A partir de este momento comienzan las primeras patentes de procesos de producción cada vez más automatizados como la pultrusión o el SMC (Pre impregnados de un "compound" compuesto).

En los setenta EEUU comienza a incorporar las fibras avanzadas: carbono, aramida y boro. A partir de este momento se crean dos campos de materiales compuestos diferentes:

- El campo de la aeronáutica, donde se trabajaba principalmente con carbono/epoxi y aramida/epoxi con métodos de preimpregnación y curado en autoclave. Generando así unas elevadas prestaciones pero a un alto coste.
- El campo de la gran difusión donde utilizaban vidrio/poliéster con métodos variados como pultrusión, enrollamiento continuo o SMC. Las aplicaciones eran variadas desde el sector eléctrico, marino, terrestre y la construcción.

En la actualidad, gracias a la aparición de nuevas tecnologías y mejoras de sistemas productivos, éstas diferencias entre campos ha quedado reducidas a la casi inexistencia.

La fibra de carbono de bajo coste, ha conseguido que su uso se generalice a la mayoría de sectores industriales y en el campo de materiales compuestos, la

investigación es continua y en completa progresión, ya que existen muchos sectores de competición que utilizan los beneficios de estos materiales de bajo peso y elevadas propiedades, para obtener mayor rendimiento.

3.3.3 Características

Los materiales compuestos o composites, como los llamaremos a partir de ahora, se componen de un material de refuerzo de fase discontinua y una matriz de fase continua. En general, los materiales de refuerzos son mucho más fuertes y rígidos que la matriz.

Sabemos que un material en fibras es más fuerte y rígido que en su forma natural. Esto se debe a que el número de microgrietas y fallas superficiales se reduce cuando el material es una fibra. El problema aparece al apreciarse que las fibras por separado son muy difíciles de manejar y dar forma sin un material aglutinante (la matriz). Por lo que la matriz debe rodear cada fibra y mantenerla separadas de las demás para así conseguir un material fácil de manejar y trabajar con él.

Las propiedades mecánicas y físicas de los composites dependen de la geometría y de las propiedades y la concentración de los componentes. Por ejemplo, incrementar el volumen del material de refuerzo generalmente aumenta la resistencia y rigidez, pero si excedemos el límite, la matriz será insuficiente para mantener las fibras separadas y por lo tanto provocará fallos.

Las consideraciones a tener en cuenta para un material compuesto son muy amplias ya que intervienen numerosos factores como pueden ser el tipo de fibras de refuerzo y matriz usado, las proporciones de las mismas, las cargas a las que se someterá el material, el ambiente donde será utilizado, etc.

También cabe destacar que los composites, por lo general, presentan un comportamiento anisotrópico ya que reaccionan de diferente manera según la dirección de las fuerzas a las que estén sometidos. Esto se debe a la dirección a la que estén las fibras dentro de la matriz, al número de capas que incluya, a la orientación del tejido y al entrecruzado que posea. Variando todos estos factores se pueden cambiar las propiedades y las reacciones del composite frente a dichas cargas.

3.3.4 Clasificación

La clasificación de los materiales compuestos es complicada debido a la altísima cantidad de materiales y combinaciones que se pueden crear. Por lo que se hace una clasificación según el tipo de material de refuerzo que se use. Existen dos tipos principales de composites: los fibrosos y los de partículas. Cada uno posee unas características únicas y se subdividen en otras categorías.

3.3.4.1 Fibrosos.

Un composite fibroso puede tener fibras continuas o cortadas (whiskers). Cada tipo presenta propiedades diferentes según su geometría, ya que si los whiskers se colocan de forma aleatoria en la matriz, el composite se puede llegar a comportar de forma isotrópica. En cambio, las fibras continuas pueden comportarse de forma ortotrópica y/o anisotrópica.

La fibra es el componente de refuerzo del material compuesto. Aporta resistencia mecánica, rigidez y dureza y es determinante para obtener las propiedades mecánicas del composite. Las características más destacables que aportan las fibras son la resistencia a la tracción específica y su elevado módulo específico.

Existen muchas formas de clasificar las fibras. Según su origen pueden ser:

- De origen mineral:
 - Fibras cerámicas
 - Fibras metálicas
 - Fibras de origen inorgánico
- De origen orgánico

Aunque la clasificación según los materiales compuestos más modernos las subdivide en fibras de carbono, inorgánicas y poliméricas. Como ya mencionamos antes las fibras se pueden presentar en diferentes longitudes siendo las más cortas las llamadas “Whiskers”. Además existe otras fibras especiales, las fibras ópticas, para aplicaciones especiales.

3.3.4.2 Partículas

Un composite de partículas se compone de partículas de refuerzo suspendidas en una matriz. Por lo general las partículas no responden a una forma ni configuración concreta sino que son aleatorias.

3.4 Fibra de Carbono

Para nuestro trabajo, sabemos que los últimos modelos creados emplean fibras de carbono, por lo que vamos a estudiarlas con más detalle

3.4.1 Descripción y características

Las fibras de carbono fueron utilizadas por Edison en el siglo XIX como filamentos mientras investigaba para crear la bombilla. Pero el uso para hacer materiales compuestos se le atribuye a los trabajos de Shindo en Japón, Watt en Inglaterra y Bacon

y Singer en EEUU a principios de los años setenta. Los precursores de la obtención de estas fibras son el poliácridotino (PAN), una mesofase del alquitrán y la celulosa. Como dato con el PAN se obtienen fibras entre 5 y 7 μm y con el alquitrán entre 10 y 12 μm .

El más utilizado actualmente es el poliácridonitrilo aunque por lo general no es PAN al 100%. Se suele utilizar un copolímero que contiene metil acrilato, metil metacrilato, vinil acetato, ácido itacónico o cloruro de vinilo. Para la obtención de las fibras con PAN se utiliza la técnica de hilado húmedo.

Esta técnica consiste en estabilizar las fibras a temperaturas de 200 a 300°C mientras están siendo alargadas para inducirles la orientación molecular requerida para alcanzar un alto modulo. Entonces, las fibras estabilizadas son carbonizadas a temperaturas superiores a los 1000°C en nitrógeno. Se puede utilizar un tratamiento térmico con temperaturas de 3000°C para obtener módulos muchos más altos. Los tratamientos superiores a 2000°C han de hacerse en una atmosfera inerte ya que si no se carbonizan.

La fibra de carbono es un material excepcional para aplicaciones de estructuras sometidas a cargas repetitivas o fatiga ya que es el único material conocido cuyas propiedades mecánicas apenas son sensibles a la aplicación de una carga cíclica. También en lo que se refiere al comportamiento en condiciones estáticas, sus propiedades son muy elevadas.

Su densidad es baja (1,6kg/dm³), lo cual implica que sus propiedades mecánicas específicas o por unidad de peso son excepcionalmente elevadas

Se combina a la perfección con otros tipos de fibras como la de vidrio o aramida, al presentar entre ellas propiedades complementarias.

En las fibras de carbono de alto modulo la estructura es grafitica, a diferencia de las de bajo modulo obtenidas a partir de alquitrán o PAN, que tienen estructura de grafito turboestrático.

Cuando se fabrican mediante una atmosfera inerte o en nitrógeno, las fibras de carbono pueden soportar temperaturas mucho más elevadas. Además se pueden intercalar algunos halógenos con metales alcalinos para inducirle conductividad eléctrica.

Algunas de las características más destacables de las fibras de carbono son la elevada resistencia específica y rigidez, bajo coeficiente de expansión térmica y baja abrasión, inercia biológica y química, permeabilidad a los rayos X y a las ondas electromagnéticas, resistencia a la fatiga, autolubricación, elevada resistencia a la corrosión y alta conductividad eléctrica.

Las fibras de carbono son anisótropas, y esta propiedad aumenta al incrementar el modulo axial.

3.4.2 Tipos de fibras

Según la temperatura que alcanzan en el tratamiento se identifican tres tipos de fibras de carbono:

- La fibra de carbono de alto modulo (HM, es la más rígida y requiere la mayor temperatura de tratamiento.
- La fibra de carbono de alta resistencia (HR) es la más fuerte y se carboniza a la temperatura que proporciona la mayor resistencia tensil.
- El último tipo de fibra de carbono(III) es la más barata, la rigidez es menor que la anteriores pero la resistencia es buena. Tiene la temperatura más baja en el tratamiento.

3.4.3 Propiedades de las diferentes fibras

Se distinguen por sus características específicas elevadas. Las fibras HM tiene un módulo específico 70 veces mayor que el de las aleaciones de aluminio. En la Tabla 2 se resumen las principales propiedades para cada tipo de fibra:

Designación	Alta resistencia HR	Alto modulo HM	Tipo (III)
Diámetro del hilo (μm)	8	7	7-8
Densidad (Kg/m^3)	1740-1760	1810-1870	1820
M. de elasticidad (GPa)	230	390	290
R. a la tracción (GPa)	2.6-5	2.1-2.7	3.1
Elongación a la rotura (%)	2	0.7	1.1
M. Específico	130	210	160
Coefficiente de expansión térmica ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	2.56	2.56	2.56

Tabla 2

3.5 Matrices

Como ya vimos anteriormente un material compuesto precisa de un material aglutinante que permita fijar las fibras de forma uniforme y evitar que se separen y pierdan propiedades. Aquí es donde tienen cabida las matrices o resinas.

Las matrices, en general, son compuestos orgánicos de elevado peso molecular, producto de reacciones de polimerización por adición o condensación de diferentes compuestos de base.

También existen matrices inorgánicas como el cemento, yeso, cerámicas y metálicas. Las matrices orgánicas se dividen en termoestables y termoplásticas que describiremos posteriormente

En las matrices orgánicas las macromoléculas pueden estar unidas entre sí mediante fuerzas de diversa intensidad. Cuando sean de baja intensidad podremos vencerlas con un simple calentamiento dando lugar al plástico fundido. Estos polímeros son los llamados termoplásticos. Cuando las fuerzas de unión de estos filamentos son tan intensas que llegan a igualar a las de construcción, se romperán antes de separarse, esto implica que frente a un calentamiento no serán capaces de pasar de su estado sólido a líquido. Este tipo de polímeros son los termoestables o termoreducibles.

Las resinas termoestables son las más utilizadas en materiales compuestos. Como inconvenientes presentan, que son líquidas a temperatura ambiente, por lo que requieren curarse para alcanzar un estado sólido, y no podrán volver a su estado de fundición sin sufrir una seria degradación.

La fabricación de los polímeros termoestables se realiza con precursores líquidos o sólidos que endurecen irreversiblemente, esta reacción se conoce como policondensación o curado y provoca la creación de eslabones químicos en cruz que ocasionan una red tridimensional. La cantidad de unidades moleculares, longitud y densidad de eslabones que contenga, influyen en las propiedades mecánicas del material creado.

3.6 Fatiga en materiales compuestos

Prácticamente, todos los materiales existentes sufren cierta degradación de sus propiedades mecánicas a lo largo del tiempo, por aplicación de cargas cíclicas o por consecuencia de la exposición prolongada de ciertas condiciones medioambientales. La mayoría de elementos compuestos también son sensibles a la fatiga y puede ocasionar el fallo, cierto es, que algunos en mayor o menor medida.

Para un laminado de material compuesto sometido a una sucesión de cargas cíclicas, se observan dos fenómenos principales desde el punto de vista estructural. El primero, la degradación de su rigidez y el segundo, la rotura de la pieza a niveles inferiores de la resistencia estática de esta. Esto se debe a varios mecanismos de daños progresivos que van apareciendo en diferentes puntos del material.

Hemos visto en el apartado anterior como afirmamos que las fibras de carbono son muy poco sensibles a cargas cíclicas, y por lo tanto a fatiga. El problema viene del

material aglutinante, al cual sí le afecta en mayor medida. Por lo que vamos a estudiar esta propiedad tan importante, pues afectará en gran medida a cómo realizar el estudio.

Un laminado es un material altamente heterogéneo con gran anisotropía. Esto influye de forma transcendental en su comportamiento y por lo tanto en la degradación por fatiga. Esto se puede apreciar debido a que cada lamina del compuesto presenta unas propiedades que difieren entre ellas según la orientación y el material aglutinante. Esta falta de homogeneidad, da lugar a cargas internas entre los distintos componentes que sufren tensiones para mantenerse unidos. Por lo que esta será la principal causa de deterioro provocado por fatiga, además de posibles deslaminados, fractura de fibras, formación de grietas etc.

La ruptura causada por cargas cíclicas de un material compuesto reforzado con fibras, es un proceso progresivo en el que aparece y se combinan distintos mecanismos de degradación del laminado. Esto hace que el mecanismo que produce la fatiga no se asemeje a la propagación de un solo defecto, como en el caso de los metales, si no que se origina por una distribución de defectos que aumentan con el número de ciclos. El problema se presenta que la mayoría de trabajos realizados sobre la fatiga de los composites se basan en el conocimiento previo de fatiga para los metales, a pesar de que su comportamiento sea diferente.

Para el cálculo a fatiga se debe conocer los valores de tensión máxima y mínima además del índice de reversión R , (que no es más que el cociente entre la tensión mínima y máxima) y la frecuencia. De ellos se obtendrá la tensión media y la alternante. Con los diferentes valores que puede tomar R se determina la naturaleza de la tensión variable. Es decir si solo se combinan tracción, compresión o tracción y compresión. Con estos valores se puede obtener la curva de Wholer Figura 6, que es una gráfica que relaciona los valores de resistencia y como disminuyen con los ciclos de carga.

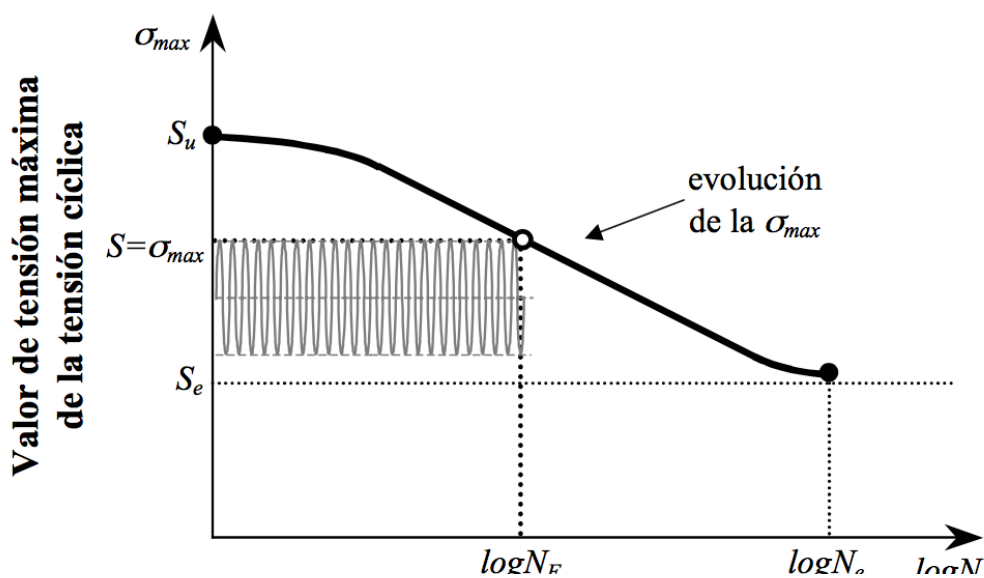


Figura 6 Curva de Wholer

Esta curva Figura 7 es representativa de los metales, para el caso de los materiales compuestos no existen unas zonas tan marcadas sino que suelen tener esta forma:

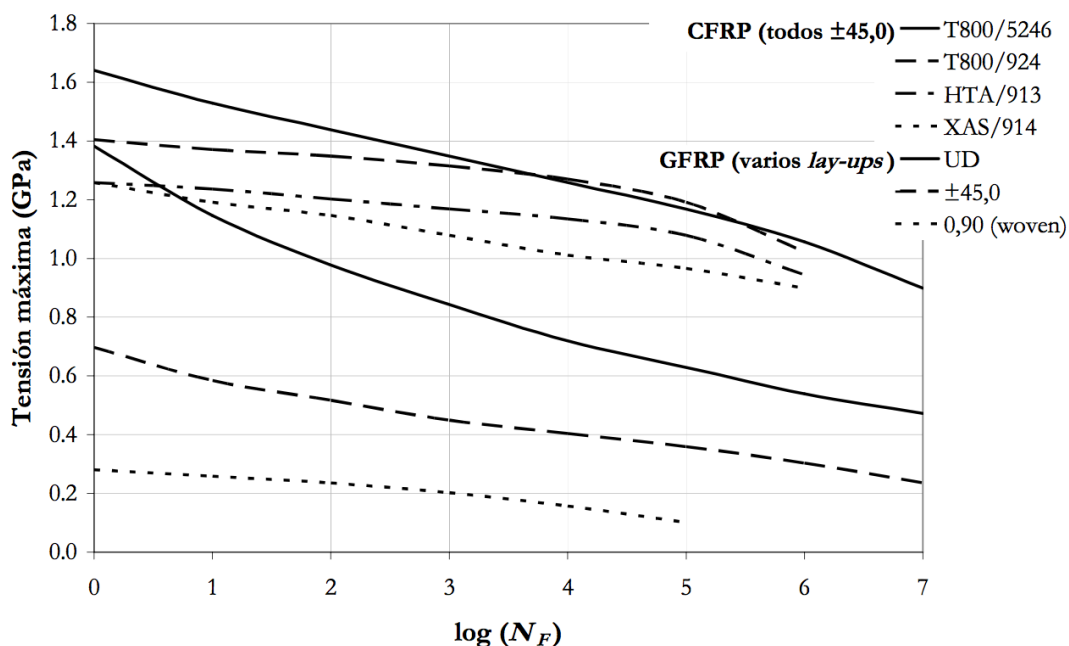


Figura 7 Curva representativa de materiales compuestos

El problema que presenta es, que para un material no compuesto la curva S-N es suficiente para predecir el comportamiento futuro de la pieza a diseñar. Mientras que para los materiales compuestos existen mecanismos de daños subyacentes que varían en función de la naturaleza del compuesto (la combinación de las fibras y matriz, distribución y orientación del refuerzo etc.) y las condiciones de carga (tensión, flexión compresión etc.) los resultados experimentales no son generalizables. Las últimas décadas se están realizando muchos esfuerzos para establecer conocimientos de fatiga sobre los composites, pero como sigue siendo un material moderno y en continua evolución, estos ensayos permanecen ocultos en las compañías dedicadas a este sector.

Debemos decidir si incluir un análisis dinámico, a fatiga o simplemente uno estático, con la tensión máxima admisible. Una vez analizado todo lo expuesto, podemos afirmar que la fibra de carbono y sobre todo el material aglutinante, sí se ven afectados por la sucesión de cargas cíclicas, por lo que se debería hacer un análisis a fatiga. El problema se presenta por la falta de información acontecida para el asunto a tratar y como comentamos previamente, los pocos estudios realizados son privados.

Debemos ser conocedores de nuestras limitaciones, pues para realizar un ensayo a fatiga deberíamos ser capaces de hacer un estudio exhaustivo de las cargas cíclicas a las que se someterá la pieza, ensayar probetas de materiales compuestos, y

predecir un comportamiento que depende de una cantidad inmensa de variables, que no sería fiable si no realizamos cada paso perfectamente.

El objeto de nuestro estudio es una pieza fabricada para maximizar el rendimiento de una embarcación de alto competición, donde no se prima una duración prolongada, sino que se busca la excelencia para obtener máximo beneficio durante las regatas. Por lo que no es necesario buscar una pieza que sea duradera, sino que cumpla su función con las mejores propiedades posibles.

Todo lo expuesto nos lleva a concluir, que buscaremos las sollicitaciones máximas (más sencillas de calcular que las sometidas durante la navegación, pues no disponemos de tales medios) que sufrirá la pieza, objeto de nuestro estudio, para unas condiciones extremas de uso y buscar la tensión máxima admisible para esas condiciones.

CAPÍTULO 4

PROCESO DE DISEÑO

4 Proceso de diseño

4.1 Normativa

El diseño de la caña ha de regirse por las normas que establece la Clase internacional laser, ILCA (International Laser Class Association).

Una vez analizados los antecedentes en el apartado anterior y teniendo en cuenta los objetivos que, a modo de resumen, son minimizar el peso y el espesor pero manteniendo una rigidez máxima, en este apartado desarrollaremos los requisitos del diseño.

La ILCA (International Laser Class Association) creó unas normas de obligado cumplimiento para todas las embarcaciones laser. Estas normas recogen las dimensiones máximas y mínimas de cada elemento del barco. En su apartado 16 recoge la información sobre el objeto de nuestro estudio, la caña.

16. CAÑA DEL TIMÓN

(a) La caña del timón y la extensión de la caña del timón no están limitados en ningún caso excepto que la caña del timón:

- i. deberá ser capaz de ser sacada desde la cabeza del timón.*
- ii. deberá tener un pasador, puente o gancho para asegurar que el timón esté bajado*
- iii. deberá, excepto por un desgaste normal causado por el cabo del escotero, ser recta a lo largo de su borde más superior entre un punto 30mm frente del borde delantero de la cabeza del timón y el final de la caña del timón.*

(b) La caña del timón podrá estar ajustada con una tira o tubo anti-desgaste de no más de 200mm de longitud situado por encima del nivel del borde recto necesario en el punto 16(a)iii y solo donde la pata de gallo cruza la caña del timón.

(c) El uso de un pasador de contención de la caña del timón es opcional.

Como se puede ver la norma no es demasiado estricta, el punto 16 (a) iii, es la que más condiciona el diseño al deber seguir un perfil recto en su cara superior desde un punto a 30mm tras la cabeza del timón, pues simplemente con una elevación tras la pata de gallo se simplificaría todo. Y el punto 16 (b) especifica la dimensiones máxima de la placa antidesgaste y la posición.

4.2 Análisis funcional de la pieza

Un buen diseño, según los objetivos marcados, deberá basarse en la rigidez, el peso y la geometría. Para ello habrá que buscar un material tan rígido como sea posible pero a la vez, de baja densidad, puesto que en barcos olímpicos, como es nuestro caso, cada gramo cuenta.

Vamos a hacer una aclaración del funcionamiento del laser, en la parte más próxima al timón, para entender cómo trabaja la caña y las fuerzas a las que está sometida. Utilizaremos imágenes para comprender las especificaciones que ha de cumplir el diseño.

Empezaremos definiendo la pata de gallo Figura 8, que es el cabo que cruza a la caña por arriba y que sirve de guía para la polea de la escota.

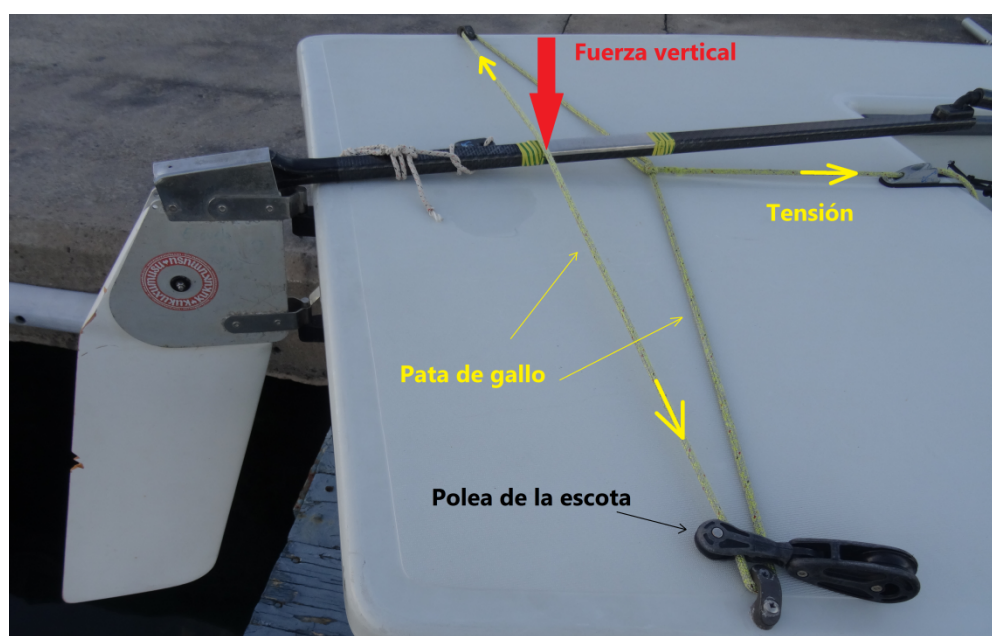


Figura 8 Fuerza vertical sobre la pata de gallo

Para que el barco lleve la máxima velocidad, la pata de gallo debe ir lo más tensa posible por motivos muy técnicos que no explicaremos, ya que no es objeto de nuestro estudio. Debido a esta tensión de la pata de gallo y que la caña es un obstáculo para este cabo, se crea una fuerza vertical hacia abajo y un rozamiento cuando existe movimiento de la caña. Para evitar esta circunstancia, el diseño ha de minimizar la altura de la caña sin comprometer la rigidez que es el requisito principal.

Otro factor a tener en cuenta, se da cuando el regatista mueve el timón ejerciendo fuerza en el extremo de la caña, mediante la alargadera, y creando así un momento flector en el extremo opuesto Figura 9. El momento resultante debería ser nulo, pues la caña y el timón rotan sobre los herrajes, pero debido a la resistencia que ejerce

el agua sobre la pala del timón se crean grandes tensiones en la zona empotrada en la cabeza del timón. Dicha resistencia será mayor cuanto mayor sea la velocidad del barco y el ángulo de giro del timón. Para hacer frente a esas fuerzas deberemos realizar un diseño con la máxima rigidez posible y además ser resistente a fatiga, pues el regatista realiza constantemente estos movimientos con el timón.



Figura 9 Momento sobre la caña

La última propiedad que debemos conocer, es la resistencia a impactos, pues en cada virada o trasluchada (Cambios de dirección a bordos opuestos), la polea de la escota debe cambiar de lado pasando por encima de la caña. Este movimiento en ocasiones se produce de forma brusca y golpea la caña con violencia. La pletina metálica de la cara superior además de proteger la caña del rozamiento provocado por la pata de gallo también absorbe parte del impacto por lo que deberemos tener en cuenta el material de esta y el de la caña para hacer frente a esta situación.

Una vez examinadas todas las condiciones resumimos con las siguientes afirmaciones para nuestro diseño por orden de importancia.

- La caña ha de seguir una línea recta en su cara superior desde los 30 mm siguientes a la parte empotrada en el timón sin posibilidad de que exista cambio de secciones.
- Ha de tener una rigidez muy elevada para evitar flexiones

- La masa ha de ser mínima
- Tener un límite a rotura elevado
- La altura debe rebajarse lo máximo posible.
- Debe de tener resistencia a impactos.

Propiedades del material

Para seleccionar un material lo primero a considerar será las propiedades que tenemos que destacar frente a las demás y luego utilizarlas de forma inteligente para obtener el material adecuado.

Módulo de Young o de elasticidad

El Modulo de Young se define como la pendiente elástico-lineal de la curva tensión-deformación.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Esta propiedad determina la rigidez del material, pues cuanto más elevado sea mayor tensión puede soportar para una misma deformación, el problema se presenta que los materiales con alto módulo de Young suelen resultar materiales frágiles, y no soportan impactos.

Límite de rotura y fluencia

El límite de rotura indica la máxima tensión que es capaz de soportar un material hasta producirse la fractura, y el límite de fluencia indica la tensión a la que el material deja de comportarse como un material elástico, por lo que cuando se supera dicho valor las deformaciones provocadas se harán permanentes.

El diseño de nuestra pieza exige la máxima rigidez posible al mínimo peso por lo que deberemos relacionar estos límites con la densidad, por lo tanto deberemos buscar los valores más altos de Límite de rotura y fluencia/densidad para nuestro caso.

Densidad

Como ya mencionamos antes debemos minimizar el peso, por lo que una de las propiedades de los materiales más importantes será la densidad.

La densidad mide el grado compactación de un material, es la cantidad de masa por unidad de volumen, así un material más denso para un volumen constante tendrá mayor peso. Debemos encontrar un material de baja densidad pero capaz de aguantar las solicitaciones a las que se somete la caña.

Límite a fatiga

En numerosas piezas los fallos no se ocasionan por una carga que supera el límite de fluencia o rotura sino por el uso, donde la pieza es sometida a una carga que se repite en el tiempo. Es entonces cuando se introduce el límite a fatiga, en piezas que se someten a cargas alternativas como será nuestra caña.

Para su cálculo, de forma muy resumida, es necesario obtener la tensión máxima y mínima, estimar el número de ciclos que al que se somete la pieza y gracias a las curvas de Wöhler que relacionan la tensión con los ciclos se obtiene el límite de fatiga S_e ,

4.3 Solicitaciones

La caña del timón está sometida a sollicitaciones continuas en numerosas direcciones, intensidades y tipos. Todas y cada una de ellas se debe a causa diferente, por lo que en este apartado trataremos de identificarlas y estudiarlas para poder realizar un análisis real del comportamiento que tendrá nuestra pieza.

Vamos a distinguir las dos principales, pues el resto alcanza valores mínimos con respecto a estas y no influirán en el desarrollo de la pieza. La primera es la fuerza horizontal debida al movimiento que realiza el regatista y la segunda la fuerza vertical que ejerce la pata de gallo.

4.3.1 Fuerza horizontal

Esta fuerza es la más complicada de analizar, pues entra en juego numerosos factores como la velocidad del barco, el fluido por donde se desplaza, la superficie de la pala del timón etc.

Para su cálculo utilizaremos fórmulas de fluidos y nos ayudaremos de imágenes para comprender como actúa dicha fuerza.

La fuerza que ejerce el regatista sobre el extremo de la caña para dirigir la embarcación es proporcional a la que el agua ejerce sobre la superficie sumergida de la pala del timón

Para su cálculo recurriremos a las fórmulas que relacionan la fuerza que ejerce una masa de fluido en movimiento sobre una superficie.

Para ello suponemos que la masa del fluido es incompresible, con densidad ρ y comprendido en un cilindro de sección S y longitud L .

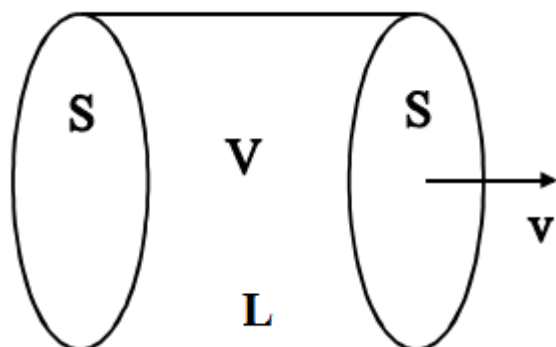


Figura 10 Fuerza del fluido sobre un cilindro

La fuerza que la masa de fluido ha ejercido sobre una superficie (igual a la propia sección del cilindro), la ha desplazado desde un lado al otro del cilindro, es decir, la superficie S ha recorrido justamente la distancia L . Se puede afirmar que la energía cinética de la masa de fluido ha ejercido una fuerza F sobre S para que recorra la distancia L Figura 10.

$$E_c = Fl \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = Fl$$

Despejando la masa con la ecuación de la densidad y sabiendo que el volumen es la superficie de la base por la longitud obtenemos:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = V\rho = \rho Sl$$

Sustituyendo en la ecuación anterior obtenemos la Fuerza:

$$\frac{1}{2}\rho Slv^2 = Fl \rightarrow F = \frac{1}{2}\rho Sv^2$$

Esta aproximación considera que el fluido choca perpendicularmente con la superficie y queda en reposo tras el choque, transfiriendo así toda su energía cinética.

En realidad el ángulo de giro es limitado, y rara vez se superaran los 45° de giro con respecto al eje longitudinal del barco. Por lo que deberemos introducir una nueva sección S' teniendo en cuenta que el fluido ya no chocará con la superficie perpendicularmente:

$$S' = S \cos \alpha$$

Siendo α el ángulo que forma la caña con el eje longitudinal. Y la fórmula queda determinada entonces por:

$$F = \frac{1}{2}\rho Sv^2 \cos \alpha$$

Continuamos sacando los datos necesarios para sustituirlos en la fórmula obtenida. Comenzamos calculando la superficie de la pala del timón. Para ello tomaremos las medidas de la misma y las digitalizaremos mediante “Solidwork” para obtener un área sin errores de 0.0845 m^2 , (Figura 11).

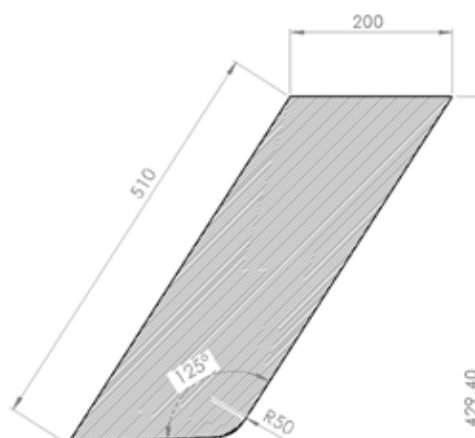


Figura 11 Área de la pala del timón

La densidad del agua salada suele estar en torno a 1027 kg/m^3 , aunque también existan regatas en agua dulce, la diferencia haría la fuerza menor y debemos buscar el caso más desfavorable para nuestro estudio.

En cuanto a la velocidad, buscaremos la máxima que alcanza un laser en condiciones extremas de viento, y resulta ser de 15 nudos. Tenemos que hacer la conversión a m/s y sabiendo que un nudo es una milla náutica por hora, y una milla es 1.85 km, concluimos que la velocidad es de 7.70 m/s en sistema internacional.

Por último, el ángulo de giro del timón, lo limitaremos al máximo que nos permite la embarcación, cuando la caña hace tope con el puente por donde pasa la pata de gallo. Este será de 75° .

La fuerza resultante por lo tanto será:

$$F = \frac{1}{2} \rho S v^2 \cos \alpha = \frac{1}{2} 1027 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 0.0845 \text{ m}^2 7.70^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cos 75 = 665,84 \text{ N}$$

Como mencionamos anteriormente, esta fuerza es proporcional a la que ejerce el regatista en el extremo de la caña. Para calcularla sencillamente utilizaremos la fórmula de sumatoria de momentos igual a cero. Para ello, suponemos el eje vertical coincidente con los herrajes del timón, como un apoyo articulado, donde el momento es cero como muestra la **Figura 12 Representación de fuerzas** y calculamos:

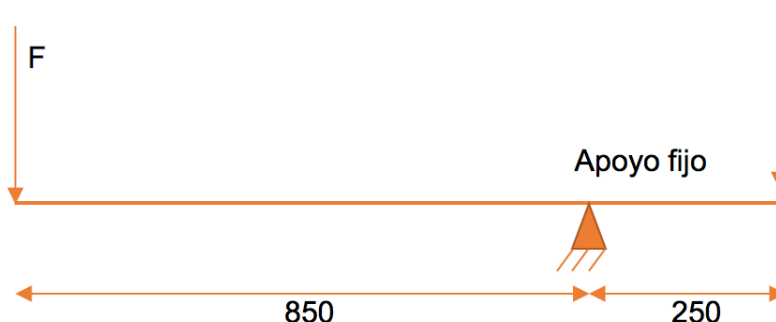


Figura 12 Representación de fuerzas

$$\Sigma M = 0 \rightarrow F' \cdot 850 - F \cdot 250 = 0$$

$$F' = \frac{665,84 \cdot 250}{850} = 195,83 \text{ N}$$

El resultado de la fuerza está calculado en las condiciones más extremas de funcionamiento de la caña, a máxima velocidad y máximo giro del timón.

4.3.2 Fuerza vertical

Esta fuerza es la que ejerce la pata de gallo a la caña, presionándola en su cara superior y provocando una flexión indeseada.

La fuerza es provocada por la elevada tensión a la que se encuentra sometida la pata de gallo. Como ya explicamos en el apartado de diseño, la pata de gallo se cruza con la caña y ejerce una presión hacia abajo.

Para el cálculo de la intensidad de esta fuerza, habrá que tener en cuenta dos consideraciones. La primera es la descomposición de las tensiones en vectores, pues la tensión va en sentido horizontal con una ligera inclinación, y nosotros queremos la Fuerza vertical. Y la segunda es el valor de la tensión máxima que tiene la pata de gallo. Para hallar dicha tensión máxima nos basaremos en la carga de rotura de los puentes por donde pasa la pata de gallo.

Observamos en la Figura 13 la pata de gallo representada como un vector y las distancias de altura y longitud, para poder así calcular los ángulos necesarios para obtener el vector resultante de la tensión sobre el eje Y.

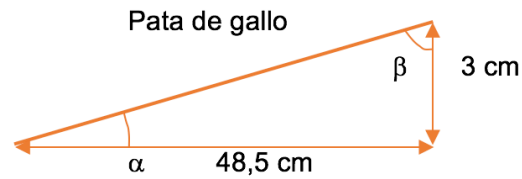


Figura 13 Descomposición en vectores, pata de gallo

Gracias a la trigonometría sabemos que:

$$\tan \beta = \frac{48,5}{3} \rightarrow \beta = \tan^{-1} \frac{48,5}{3} = 86,46^\circ$$

Una vez obtenido el ángulo que forma con la vertical, descomponemos la tensión en su componente vertical que es la que nos interesa, mostrado en la Figura 14.

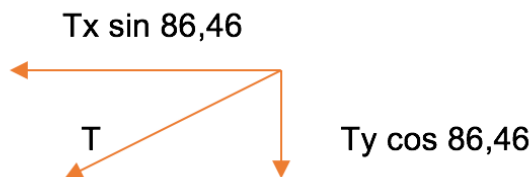


Figura 14 Descomposición de vectores, tensión

$$T_y = T \cos \beta = 3500 \cdot \cos 86,46 = 236,61 \text{ N}$$

Por lo que podemos concluir que la fuerza vertical que tiene que soportar la caña es de 236,61 N.

El punto de aplicación de esta fuerza será en el lugar por donde pasa la pata de gallo, y tomando las medidas oportunas obtenemos un valor de 407 mm desde el inicio de la caña.

Con estas fuerzas calculadas realizaremos el análisis en ANSYS y obtendremos los valores máximos de deformación que alcanzará. Los valores calculados raramente se alcanzarán en la vida útil de la pieza, pues se han tenido en cuenta cargas límite de rotura de otros elementos y condiciones extremas de navegación. No tendremos en cuenta ningún coeficiente de mayoración o de seguridad, ya que provocaría un sobredimensionamiento de la pieza y consiguiente aumento de peso, y al ser esta un elemento para la competición se prioriza el máximo rendimiento con el menor peso posible. Además, es un elemento cuya rotura o fallo catastrófico no implica ningún riesgo para la integridad física del regatista, simplemente podría ocasionar que perdiera la competición, es por eso que confirmamos la no mayoración de cargas o de introducir un coeficiente de seguridad.

En la Tabla 3 recogemos las fuerzas calculadas, su dirección, intensidad y el efecto que provoca sobre la pieza:

Fuerzas:	Intensidad	Dirección	Provoca
1	195,83 N	Horizontal	Flexión transversal
2	235,61	Vertical	Flexión longitudinal

Tabla 3

4.3.3 Máximos valores admisibles provocados por las solicitaciones

Vamos a determinar los máximos valores de deformación y tensión que podrá soportar nuestra pieza, para poder validar así los resultados que obtendremos en las simulaciones con ANSYS, que es el software de elementos finitos elegido para realizar el estudio..

4.3.3.1 Tensión máxima

Para estudiar la tensión máxima admisible que debe cumplir el modelo, debemos comprobar las propiedades del material con el que realizamos la pieza.

En el primer modelo, al ser un material compuesto de fibra de carbono y resina uretano-acrítica, no existe un valor fijo de tensión máxima antes de la rotura, pues ha de ser calculada según la cantidad en la que se mezclen ambos materiales constituyentes y la disposición del laminado. Por lo que es preciso realizar la pieza mediante la simulación con ANSYS, y comprobar mediante la herramienta de “criterio de fallo a máxima tensión”, si supera la tensión admisible o no. En el apartado 4.6.1 explicamos cómo se calcula dicha tensión de forma teórica y como lo calcula ANSYS.

Para el modelo de Aluminio, el valor de la tensión máxima admisible es la propia del material, por lo que se puede conocer fácilmente consultando en tablas, sin necesidad de cálculo como el caso de los materiales compuestos.

4.3.3.2 Deformación máxima

La deformación máxima admisible la debemos determinar con las limitaciones con las que nos encontramos en la embarcación.

Para el caso de la fuerza vertical, conocemos que la distancia a la que se encuentra el extremo de la caña con la mordaza, que atrapa a la pata de gallo, es de 50 mm. Para evitar el choque de la caña con este elemento limitaremos la deformación o deflexión vertical en 35mm.

Y para el caso de la fuerza horizontal, no tenemos ninguna limitación geométrica, pero sí debemos tratar de minimizar la deformación, pues provocará que debamos realizar un mayor movimiento lineal para un mismo giro de timón.

4.4 Materiales

Previamente analizamos los modelos actuales del mercado, y comprobamos que existen dos materiales con los que se fabrican las cañas para esta embarcación, que son fibra de carbono y aluminio. A pesar de ello vamos a realizar una selección de materiales propia de una fase de diseño con el fin de comprobar, que estos materiales son los más adecuados para la pieza a estudiar.

4.4.1 Selección de Materiales

La selección de material para construir una pieza o elemento estructural es una de las decisiones más importantes para el diseñador. Para realizar este proceso, habrá que utilizar varios métodos, analizando numerosas propiedades y variables de cada material. El éxito de nuestra pieza recae en gran medida en la correcta selección de material, pues con esta decisión, condicionaremos el proceso de fabricación, el coste y las propiedades de la caña.

Los métodos empleados nos ayudan a identificar los diferentes materiales, combinando algunas de sus propiedades dentro de un rango de valores. En nuestro estudio utilizaremos tres métodos:

4.4.1.1 Método de lista

Este método consiste en crear una lista con los materiales cuyas propiedades son similares, con el objetivo de hacer una selección de la inmensa cantidad de materiales existentes en la actualidad.

Es un método aparentemente sencillo, que se basa en la experiencia del ingeniero, ya que él ha de ser el conocedor de materiales con propiedades similares, pero si no es así, resultará ineficiente.

Filtrando en bases de datos, se obtiene la lista a la que se añaden las propiedades a tener en cuenta. Tras esto, se realizará un ranking o clasificación en la que se pondrán los materiales por orden de cada propiedad, según la relevancia del diseño. Y contrastando las diferentes clasificaciones, se verá cuál de los materiales será el más acertado.

Siguiendo el objeto de nuestro estudio, conocemos que la pieza ha de tener un alto módulo de Young, para maximizar la rigidez, y una densidad lo más baja posible. Con estas propiedades recogeremos los diferentes tipos de materiales y buscaremos el coste de los mismos. Esto último no será un dato muy fiable, ya que existe la posibilidad de que el material como materia prima sea barato, pero no el proceso de fabricación. Pero podremos hacer una lista de materiales con datos suficientes para descartar alguno de ellos Tabla 4.

<i>Material</i>	Densidad Mg/m³	Módulo de Young E (GPa)	Resistencia a la tracción (MPa)	Precio (€/kg)- aleaciones (€/m²)-fibras
<i>Aleaciones de Aluminio</i>	2.8	71.7	125	2-5
<i>Aleaciones de Titanio</i>	4.4	113.8	300	70-90
<i>Acero al carbono</i>	7.8	206.8	400	2-4
<i>Fibra de carbono HM</i>	1.8	350	2500	50-80
<i>Fibra de vidrio</i>	2.6	72		2.2-6
<i>Fibra de Aramida</i>	1.45	150	3500	40-60

Tabla 4

Una vez obtenida nuestra tabla, podemos analizar y comparar fácilmente todos y cada uno de ellos.

Además crearemos, las diferentes clasificaciones evaluando las propiedades de cada uno de ellos por separadas, para ver cuál copa la primeras posiciones y así ver cual se adapta más a nuestras características.

En función de:

La densidad:

1. *Fibra de Aramida*
2. *Fibra de carbono*
3. *Fibra de vidrio*
4. *Aluminio*
5. *Titanio*
6. *Acero*

Módulo de Young:

1. *Fibra de Carbono*
2. *Acero*
3. *Fibra de Aramida*
4. *Titanio*
5. *Fibra de vidrio*
6. *Aluminio*

Precio:

1. *Fibra de vidrio*
2. *Acero*
3. *Aluminio*
4. *Fibra de Aramida*
5. *Fibra de carbono*
6. *Titanio*

Resistencia a la tracción

1. *Fibra de Aramida*
2. *Fibra de Carbono*
3. *Fibra de vidrio*
4. *Acero*
5. *Titanio*
6. *Aluminio*

Una vez realizadas todas las clasificaciones, le adjudicamos un sistema de puntuación a la baja. Este consiste en que al primer puesto se la asigna un punto, al segundo dos y así sucesivamente, el que menos puntos obtenga en total, será el mejor material según este método de tablas.

Obtenemos así la clasificación final recogida en la Tabla 5:

Material	Densidad	M.Young	Precio	R. Tracción	Total
F. de Aramida	1	3	4	1	9
F. de Carbono	2	1	5	2	10
F. de vidrio	3	5	1	3	12
Acero	6	2	2	4	14
Aluminio	4	6	3	6	19
Titanio	5	4	6	5	20

Tabla 5

Por lo que según este método deberíamos utilizar fibra Aramida para nuestra caña. El segundo lugar lo ocuparía la fibra de carbono seguida de la fibra de vidrio.

Aun así, es difícil decantarse por alguno de ellos por lo que seguimos nuestro estudio con otro método.

4.4.1.2 Método gráfico

Este método de apoya en gráficas en las que se relacionan propiedades dos a dos de los materiales. Está diseñado para la fase conceptual de selección de materiales. Las gráficas son los conocidos diagramas de Ashby o mapas de burbujas. Gracias a estos mapas se puede hacer una aproximación del material más adecuado, en función de las necesidades que se requieran.

Como es normal, este proceso no resulta tan sencillo, pues el diseño rara vez depende de una propiedad. Además, las familias de materiales que forman las “burbujas” en las gráficas, pueden abarcar rangos muy altos, por lo que variarán sus propiedades en gran medida y resultará difícil determinar si cumplirá nuestras expectativas.

En estos mapas se relacionan entre otras, propiedades como resistencia, módulo de elasticidad, densidad, tenacidad, conductividad térmica, difusividad y límite de rotura.

La escala logarítmica permite representar la velocidad longitudinal de una onda elástica a través del material $= (E/\rho)^{1/2}$ (o lo que es lo mismo $\text{Log } E = \text{Log } \rho - 2 \text{Log } v$), dibujada como líneas ocultas paralelas. Todos los campos de materiales que son atravesados por una de estas líneas, significa que una onda se propagará por ellos con la misma velocidad.

Para utilizar este método habrá que buscar la combinación de propiedades que más se ajuste a las especificaciones del diseño. Para ello, debemos recurrir al índice de desempeño, el cual utiliza una función objetivo para maximizar o minimizar un atributo del material.

El primer paso a seguir para aplicar el método de Ashby, es determinar los atributos a maximizar o minimizar. Para nuestro estudio, como mencionamos en el método anterior, minimizaremos la masa y maximizaremos la rigidez.

El segundo paso será desarrollar una ecuación, para el atributo seleccionado que relacione los aspectos de la geometría y las propiedades del material. Esta ecuación se denomina función objetivo y para determinar la rigidez, obtenemos la relación entre la fuerza y el desplazamiento,

$$k = \frac{F}{\delta}$$

Donde F es la fuerza en el extremo y δ la deflexión de este.

Suponemos la caña del láser como un viga en voladizo, ya que se encuentra empotrada en un extremo y libre en el otro. Con la ayuda de un prontuario y para el caso que se nos presenta, obtenemos que la deflexión o flecha máxima que se produce en el extremo de la “viga” (extremo de la caña) está determinado por la siguiente formula:

$$\delta = \frac{Fl^3}{3EI}$$

Siendo l la longitud de la caña, E el módulo de Young e I el momento de inercia de la sección.

La sección de la caña se asemeja a un perfil cuadrado por lo que consideramos su momento de inercia como:

$$I = \frac{b^4}{12}$$

Como se puede deducir el área del perfil es base por altura por lo que despejando obtenemos:

$$I = \frac{A^2}{12}$$

Vamos ahora con el atributo a minimizar, la masa, cuya fórmula la podemos obtener multiplicando el volumen por la densidad:

$$m = Al\rho$$

Sustituyendo el área A y el momento de inercia I de las ecuaciones anteriores:

$$I = \frac{Fl^3}{3E\delta} = \frac{A^2}{12} \rightarrow A = \left(\frac{12Fl^3}{3E\delta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Con la ecuación de la masa obtenemos la función objetivo P:

$$P = m = \left(\frac{12Fl^3}{3E\delta} \right)^{\frac{1}{2}} l\rho$$

Una vez desglosadas todas las variables de la función objetivo, agrupamos en tres grupos, que son: los requerimientos funcionales F, parámetros geométricos G, y propiedades del material M. Por lo que ahora la función objetivo viene determinada así:

$$P = f_1(F) \cdot f_2(G) \cdot f_3(M)$$

$$P = (4k) \cdot (l)^{\frac{5}{2}} \cdot \left(\frac{\rho}{E^{1/2}} \right)$$

Por lo que el requerimiento funcional queda:

$$F = 4k$$

El parámetro geométrico propio del perfil:

$$G = (l)^{\frac{5}{2}}$$

Y por último, las propiedades del material que nos dan el coeficiente de eficiencia del material:

$$M = \frac{\rho}{E^{1/2}}$$

Como el objetivo es minimizar la masa con la mayor rigidez, nos ayudamos del coeficiente de eficiencia, y para eso debemos invertir la función siendo:

$$M' = \frac{E^{1/2}}{\rho}$$

Para conseguir sacar el índice de desempeño hemos realizado la aproximación de que era un perfil cuadrado, por lo que para nuestro caso, al ser rectangular con redondeos, es necesario aplicar un factor de forma, cuyo resultado será el siguiente:

$$M = \frac{(\phi E)^{1/2}}{\rho}$$

Observamos que cuanto mayor sea la relación de M' menor será la masa de la caña. El índice de desempeño lo relacionamos con la función M' y con ayuda de las gráficas de burbujas de Ashby que se muestra en la Figura 15 vemos que familia de materiales se ajusta a nuestras especificaciones.

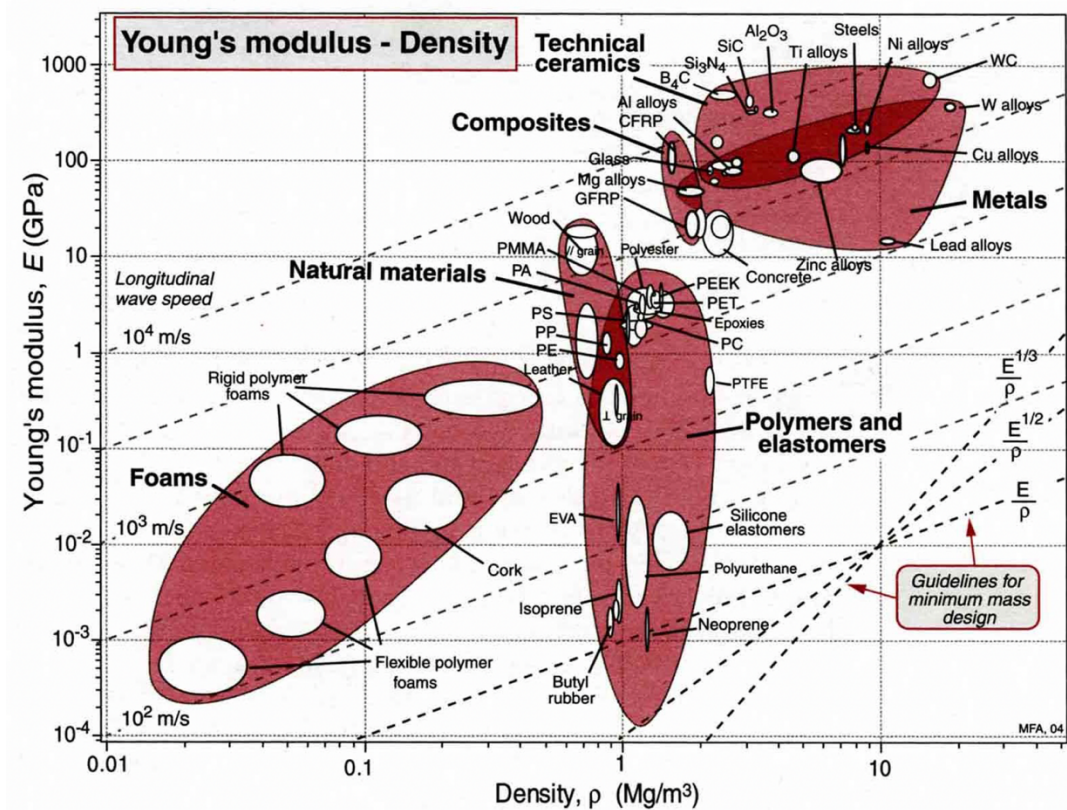


Figura 15 Diagrama de Ashby Modulo de Young-densidad

Para utilizar el índice de desempeño obtenido, deberemos guiarnos con líneas paralelas a la que coincide en nuestro caso con $M = \frac{E^{1/2}}{\rho}$ y observar que se encuentre lo más arriba y a la izquierda posible.

Podemos observar como los valores más altos de módulo de Young lo alcanzan los materiales cerámicos, pero también más densidad que los materiales compuestos.

Vemos como los materiales compuestos son los que concuerdan a la perfección con nuestra búsqueda de material ligero y rígido, pues están en un rango entre 2 Mg/m³ de densidad y 100 Gpa de módulo de Young. Y efectivamente son los que se encuentran, como mencionamos anteriormente, arriba y a la izquierda en nuestra línea del índice de desempeño.

También podemos obtener otra relación de propiedades muy interesante que vimos en el apartado anterior. Esta es el límite de fractura y la densidad, para ver qué tipo de material tendrá mayor resistencia. Para ello, actuaremos con el mismo procedimiento anterior y comenzamos despejando el área de:

$$\sigma_f = \frac{F}{A} \rightarrow A = \frac{F}{\sigma_f}$$

Conociendo la fórmula de la densidad y despejando de ella la masa, sustituimos el área y obtenemos:

$$m = A l \rho \rightarrow m = F l \frac{\rho}{\sigma_f}$$

Y como en el caso anterior, se divide está fórmula en los tres parámetros que la componen, requerimiento funcional, geométrico y las propiedades del material.

$$P = f1(F) \cdot f2(G) \cdot f3(M)$$

$$P = (F) \cdot (l) \cdot \left(\frac{\rho}{\sigma_f}\right)$$

Obtenemos así la inversa de las propiedades del material para sacar el índice de desempeño, llevarlo al diagrama de burbuja mostrado en la Figura 16 y ver qué familia de materiales se ajusta a los requerimientos requeridos.

$$M = \frac{\sigma_f}{\rho}$$

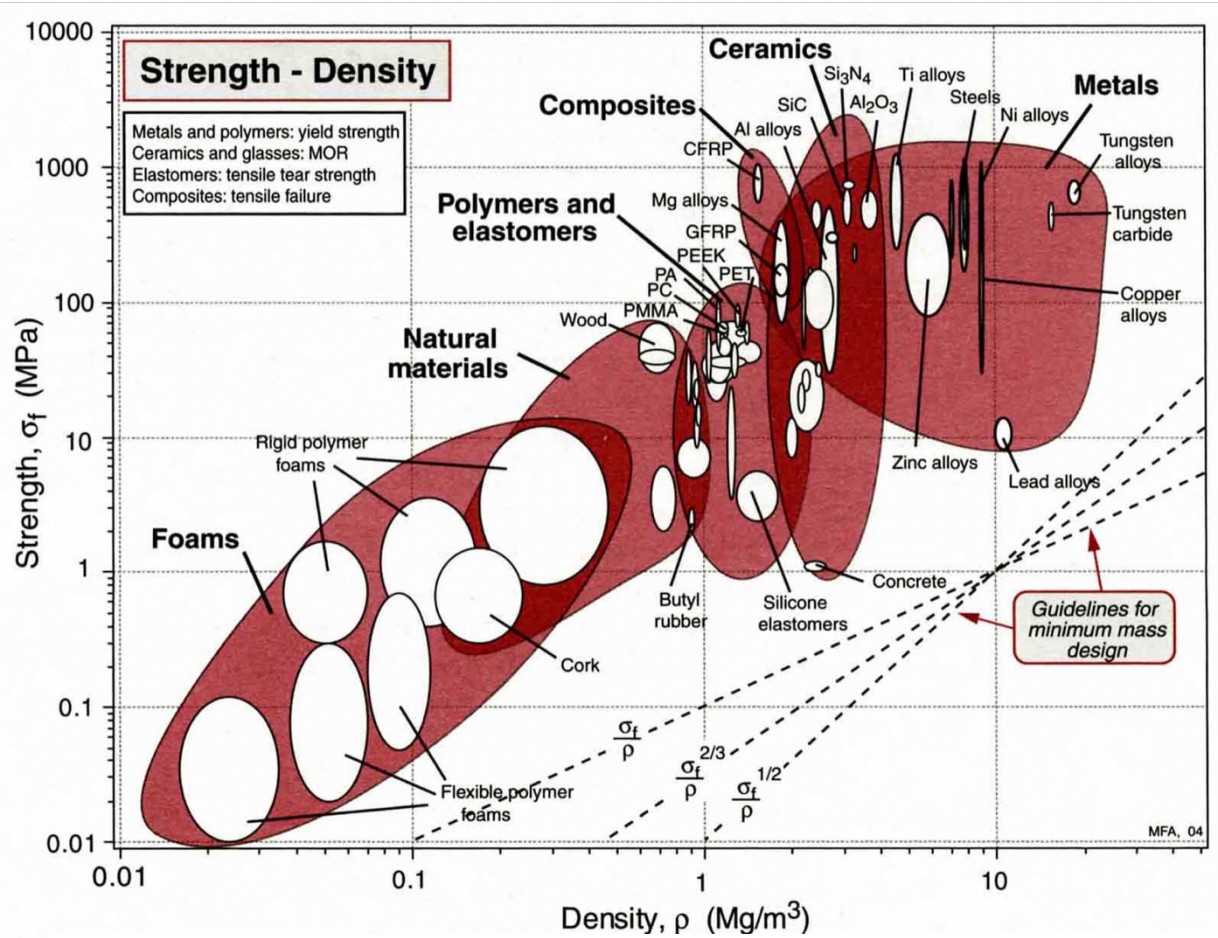


Figura 16 Diagrama de Ashby Límite de fractura-densidad

Podemos concluir que con estas nuevas condiciones, los materiales que más se ajustan, son los compuestos, seguidos de los cerámicos. Puesto que al igual que el caso anterior los materiales cerámicos presentan mayor densidad y normalmente un coste más elevado, afirmamos que para el método de gráficas, el material más apropiado para nuestro estudio será un material compuesto.

4.4.1.3 Método de base de datos

Este método consiste en un software en internet que te compara automáticamente una enorme cantidad de materiales según las especificaciones que le introduzcas. Estas bases de datos han sido constituidas tras el ensayo de cada uno de los materiales que contiene.

Se dividen en dos grupos, las numéricas y literarias. Las más importantes son la SAE, la ASM, la AISI, la NASA etc. A las cuales no tenemos acceso, pero existe una base de datos pública, que permite gran variedad de datos y materiales cuya consulta se hace a través de su página web: www.matweb.com.

Con esta gran base de datos vamos a filtrar introduciendo los valores deseados para nuestro estudio. Estos son, el módulo de Young, la densidad y el módulo de rigidez con un rango de valores de 100 a 1200 Gpa, de 0 a 5 g/cm³ y de 0 a 2400 MPa respectivamente. El software nos crea una lista con los materiales que mejor cumplen dichas propiedades recogidas en la Tabla 6.

	Material Name	Modulus of Elasticity (GPa)	Density (g/cm ³)	Stiffness Modulus (GPa)
1	Overview of materials for Nickel Alloy	28.0 - 235	0.280 - 13.4	0.0103 - 200
2	Overview of materials for Epoxy/Carbon Fiber Composite	2.62 - 520	1.15 - 2.25	5.96 - 199
3	Overview of materials for Nylon 6, Film Grade	0.100 - 465	1.04 - 1.38	0.690 - 2.80
4	Overview of materials for Nylon 6, Nucleated	1.00 - 465	1.10 - 1.14	0.945 - 3.10
5	Cytec CYCOM® 7714A Epoxy Resin	48.0 - 262	1.25 - 1.26	48.0 - 117

Tabla 6

Vemos que el software nos recomienda como primera opción una aleación de níquel, seguida de un material compuesto de fibra de carbono y epoxi.

4.4.2 Resultados de la selección de materiales

Vemos como para cada método nos han dado opciones diferentes. El método de lista fibra aramida, el de Ashby un material compuesto y el de base de datos una aleación de níquel.

Entrando en profundidad en cada uno de ellos, observamos como la fibra de carbono, ha sido el segundo puesto en el método de lista y en el de base de datos, además como Ashby y las gráficas de burbujas nos recomiendan un material compuesto. Por lo que deberíamos concluir, que la fibra de carbono es el material que más se aproxima a las especificaciones que buscamos. Además coincide con los antecedentes de otras cañas.

Podemos afirmar entonces que realizaremos un modelo con un material compuesto. Para el estudio vamos a añadir un nuevo modelo a pesar de que en la selección de material no ha sido el más adecuado, se trata de un modelo en aluminio, pues sabemos que es un material relativamente barato, existen antecedentes de modelos anteriores de este material y servirá para comparar ambos modelos y poder confirmar alguno de ellos como mejora de los modelos actuales.

Para el modelo formado por fibra de carbono es necesario saber qué tipo de resina utilizar. Consultamos al fabricante, y nos proporcionó información sobre su experiencia con resinas epoxi, de poliéster y de uretano-acrílicas. Examinamos los tres tipos de resina con los datos de las fichas técnicas que nos proporcionó un proveedor y obtenemos la Tabla 7.

Resina	Nombre técnico	M. de Young (GPa)	Resistencia a tracción (MPa)	Densidad (g/cm ³)	Precio por kilo (€)
Poliéster	Crystic 489 PABTLV	3,5	75	1,2	13,38
Uretano-Acrílica	Crestapol 1250 LV	3,5	67	1,038	23,44
Epoxi	Epoxi	3,17	97,2	1,14	34,30

Tabla 7

Finalmente decidimos la resina uretano-acrílica, porque presenta unas propiedades más que aceptables en comparación con las otras dos, tiene la densidad más baja, mayor módulo de Young, y como nos informó el fabricante, es más fácil de manejar que las demás. Además viendo más propiedades destacamos la resistencia a impactos, curado muy rápido, elevada resistencia interlaminar a cizalladura, excelente resistencia a fatiga en laminados con fibra de carbono o vidrio, baja viscosidad, buena

capacidad impregnadora, excelente acabado superficial, tiene mayor rigidez que las resinas de poliéster y viniléster, baja contracción y por último un rápido desmoldeo.

Como vimos en el apartado 3.3 del presente documento de materiales compuestos, el límite de fatiga habría que tenerlo en cuenta, pero debido a las dificultades que presenta llevarlo a cabo, decidimos hacer un análisis estático con solicitaciones máximas.

Por lo que la decisión final será crear una caña con un material compuesto de fibra de carbono y resina uretano-acrítica y otra en aluminio. Los materiales compuestos, y en concreto las fibras, nos abren un abanico inmenso de combinaciones que afectarán a las propiedades de la caña, según el tipo de laminado, la orientación de las fibras, los porcentajes de composición etc. Esto es una ventaja, pero a la vez una responsabilidad pues deberemos encontrar la mejor opción para crear un buen producto. Y en cuanto al aluminio existe infinidad de aleaciones y tratamientos térmicos para mejorar las propiedades, que deberemos comparar y escoger con sumo cuidado.

4.4.3 *Materiales compuestos. Disposición del laminado*

Una vez elegido el material, vamos a establecer el laminado que seguirá el modelo de material compuesto.

Un laminado es un conjunto de láminas apiladas unas sobre otras y que, su proceso de fabricación, garantiza la continuidad de la matriz en la dirección ortogonal al plano de las láminas. En resumen, se obtiene un material compuesto donde cada lámina trabaja conjuntamente con las otras.

El laminado ofrece una ventaja importante para aprovechar al máximo posible las características resistentes de los materiales que configuran el material compuesto, orientando las fibras en diferentes direcciones en cada lámina.

Un tipo de laminado que suele utilizarse con mucha frecuencia en la práctica, son los denominados laminados simétricos. Para definirlos, es necesario establecer el concepto de plano medio. Este plano separa en dos mitades, del mismo espesor, el laminado. Convencionalmente en este plano, se consideran los ejes x e y, y un eje z, ortogonal a él y con origen en el plano.

Un laminado es simétrico cuando la secuencia de apilamiento de las láminas, a uno y otro lado del plano medio son idénticas.

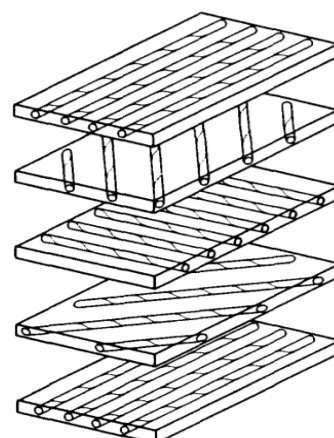


Figura 17 Ejemplo de distribución de laminado

Los laminados se forman apilando una serie de láminas unidireccionales adheridas entre sí. Las propiedades resultantes en un laminado dependen de las propiedades de cada lámina, el número y tipo de lámina, la secuencia de apilado y el ángulo que forma la dirección principal de la lámina con la del laminado. Las láminas pueden disponerse todas según una misma dirección (propiedades equivalentes a las de láminas unidireccionales), de forma cruzada (cuando se alternan láminas paralelas al esfuerzo con láminas a 90°) o angulada (se colocan alternadamente láminas formando un cierto ángulo con la dirección del esfuerzo).

En nuestro caso optamos por un laminado con una secuencia de apilado angulada o “angle-ply”, compuesto por siete laminas unidireccionales y simétrico. El motivo de utilizar una secuencia simétrica es debido a que para la polimerización de la resina (curado) es necesario aplicarle calor con una fuente externa. Este calor genera cierta dilatación térmica que cuando el laminado no es simétrico, las dilataciones pueden provocar pequeñas deformaciones y tensiones internas según la dirección de las fibras. La ventaja de la simetría es que se minimizan las tensiones residuales de origen térmico sin que aparezcan deformaciones del conjunto del laminado.

La secuencia de apilamiento será de $[0,45,-45,0,-45,45,0]$ según la nomenclatura utilizada en materiales compuestos. Las láminas se definen de exterior a interior y el número en la secuencia de apilamiento indica el ángulo que forman las fibras con la dirección de referencia.

Con esta secuencia al incorporar tres laminas en la misma dirección que la de referencia (0°), pretendemos reforzar el módulo de elasticidad longitudinal para que soporte mejor la flexión en dicho sentido. La decisión de no incorporar laminas a 90° la fundamentamos en que la relación ancho por largo de nuestra caña es mínima, pues es de $26/995$ mm por ello no aporta apenas rigidez en este sentido y solo añadiría más peso y es uno de nuestros objetivos a minimizar. Y las láminas a 45° y -45° nos dan rigidez en sentido longitudinal y transversal por igual, además de minimizar los efectos de torsión de nuestro objeto.

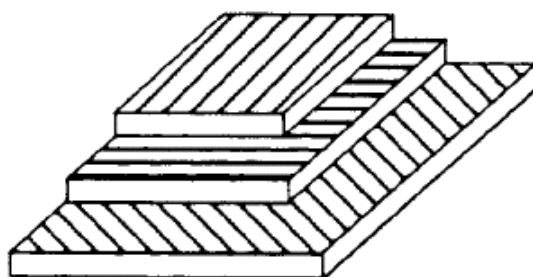


Figura 18 Ejemplo laminado $[0, 90, 45]$

4.5 Alternativas de diseño

Teniendo en cuenta todo lo analizado previamente, modelos anteriores, normativas de diseño, restricciones, claves a tener en cuenta etc. Creamos varios bocetos, como parte del proceso de diseño, con diferencias significativas entre ellos, estos son:

4.5.1 Boceto 1 Curvado

Como podemos ver este diseño en la Figura 19, se trata de una caña con un perfil curvado en su parte superior e inferior. Este diseño está basado, para optimizar la rigidez frente a flexión alejando el centro de masa del centro geométrico.

Puede resultar muy atractivo a la vista ya que es más llamativo que un perfil recto, el inconveniente se da a la hora de fabricación ya que un perfil con estas curvas es más difícil de trabajar.

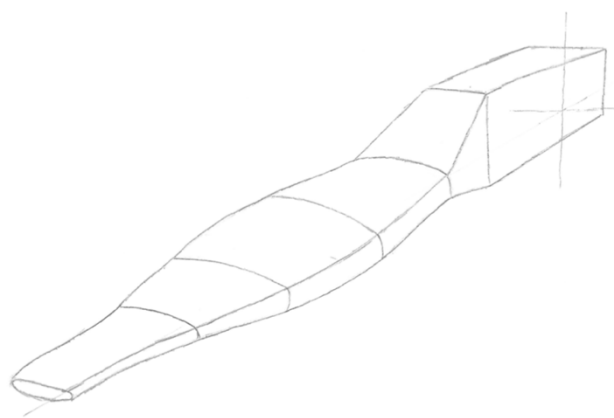


Figura 19 Boceto curvado

4.5.2 Boceto 2 Recto

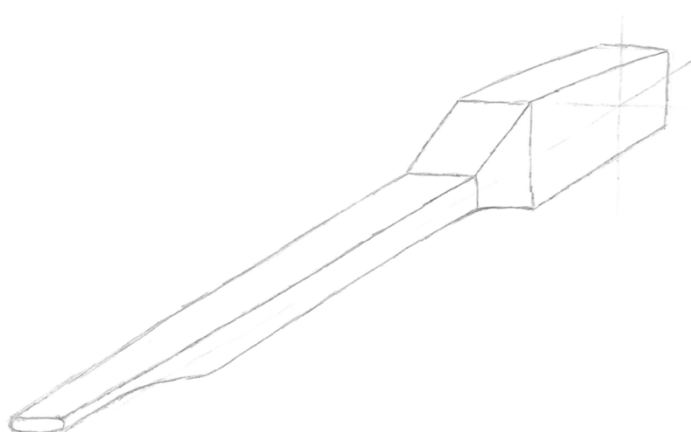


Figura 20 Boceto recto

En este caso hicimos un perfil con forma de rectángulo perfecto. En este caso no hay ningún ensanchamiento en la parte central sino que sigue una línea recta. Este diseño facilita la fabricación, ya que permite colocar el laminado de forma sencilla, el boceto se muestra en la Figura 20.

4.5.3 Boceto 3 Triangular

Por último realizamos un perfil muy similar al anterior pero con la salvedad de que la parte inferior de éste, nace desde la cabeza del timón sin ningún escalón y asciende hasta el extremo. Este diseño se realiza así para intentar crear mayor sección, en el extremo, para minimizar el momento flector. Como inconveniente apuntamos que aumenta el peso al añadir más volumen al perfil, lo vemos en la Figura 21.

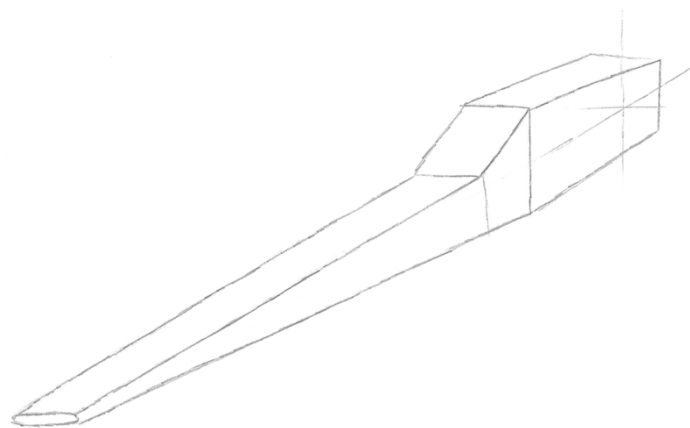


Figura 21 Boceto triangular

Una vez analizados los bocetos descartamos el triangular, puesto que comprobando las medidas sería incompatible con el diseño del barco, ya que haría contacto e impediría el movimiento y la forma tan compleja del boceto curvado dificultaría mucho la fabricación, además, aumenta mucho la sección transversal lo que afecta el rendimiento de la embarcación. Como ventaja sería el paso de la escota en cada virada con menor impacto, pero aun así vemos más viable la fabricación del segundo boceto. Analizamos ahora la geometría del modelo seleccionado y como maximizar o minimizar aquellos elementos que hagan que podamos cumplir los objetivos fijados.

4.5.4 Consideraciones de geometría y resistencia

Para este apartado vamos a analizar las propiedades óptimas que debe tener la geometría de la pieza, con el fin de garantizar el mejor resultado posible. Para ello debemos estudiar cómo se comportará la caña, mediante ensayos teóricos, donde trataremos de identificar aquellos elementos geométricos a maximizar o minimizar

Modelo simplificado

Para el estudio vamos a suponer un modelo simplificado tratando la caña como si fuese una viga en voladizo, pues su comportamiento es idéntico, por un lado se encuentra empotrada (dentro de la cabeza del timón) y el otro extremo es libre.

Podemos determinar entonces como quedaría la caña representada en la Figura 22 como una viga en voladizo sometida a la fuerza vertical (A) y horizontal (B) las cuales veremos en detalle en apartados posteriores.

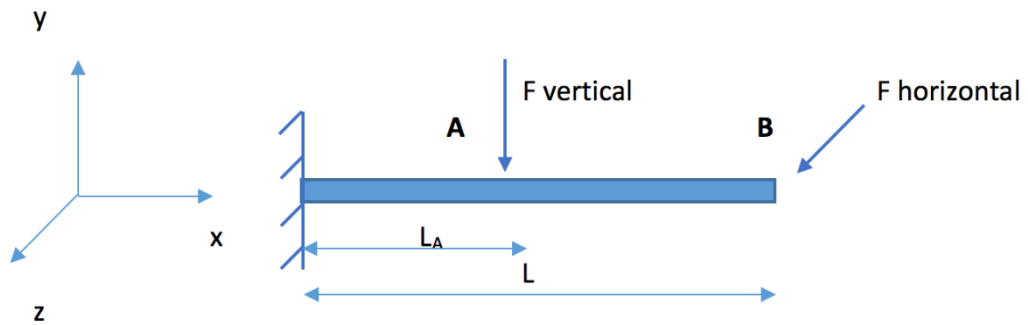


Figura 22 Representación de la caña como viga en voladizo

Cálculo de la tensión máxima

Con esta aproximación teórica podemos obtener el valor de la tensión máxima, su localización y deducir los parámetros que sean dependientes del material y sobre todo, siguiendo el objetivo del apartado, aquellos valores geométricos que determinen el comportamiento de la pieza.

Comenzamos dibujando como sería el caso del estudio para la fuerza vertical y luego la horizontal que se obtiene con el mismo procedimiento mostrado en la Figura 23:

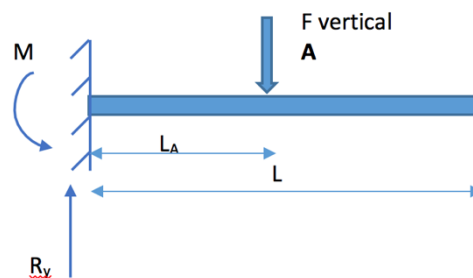


Figura 23 Fuerzas sobre la caña

Calculamos en primer lugar las reacciones aplicando sumatoria de momentos y fuerzas verticales igual a cero:

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad R_y - F_{\text{vertical}} = 0 \quad \rightarrow \quad R_y = F_{\text{vertical}}$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M - F \cdot L_A = 0 \rightarrow M = F \cdot L_A$$

Aplicamos ahora cortes para obtener el diagrama de momentos y el de cortantes además de sus respectivas ecuaciones mostrado en la Figura 24:

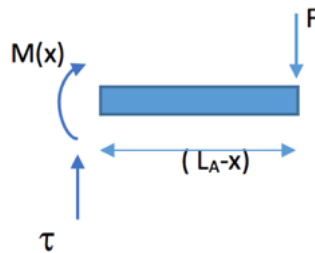


Figura 24 Representación del corte

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \tau - F_{\text{vertical}} = 0 \rightarrow$$

$$\tau = F_{\text{vertical}} \rightarrow \text{Ecuación de cortantes}$$

$$\sum M = 0 \rightarrow F(x - L_A) - M(x) = 0 \rightarrow$$

$$M(x) = F(x - L_A) \rightarrow \text{Ecuación de momentos}$$

El diagrama de momentos y cortantes para la fuerza vertical será el siguiente:

Diagrama de momentos para fuerza vertical, (Figura 25):

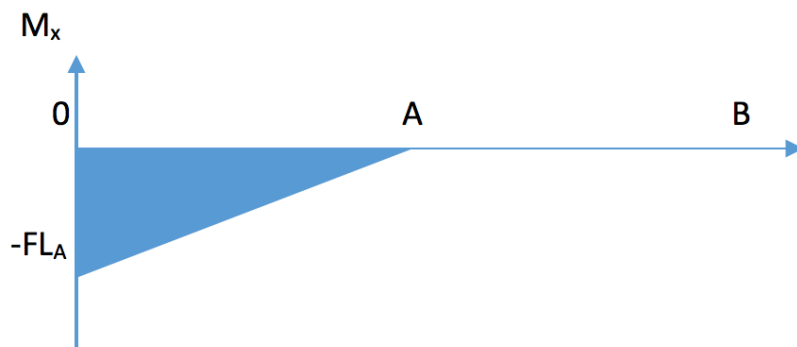


Figura 25 Diagrama de momentos para fuerza vertical

Diagrama de cortantes para fuerza vertical, (Figura 26):

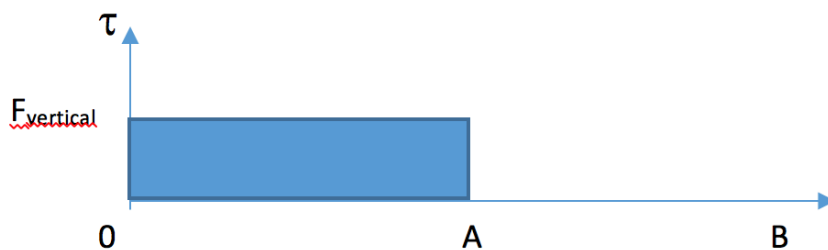


Figura 26 Diagrama de cortantes para fuerza vertical

En el caso de la fuerza horizontal y procediendo de igual forma obtenemos:

Diagrama de momentos para la fuerza horizontal, (Figura 27):

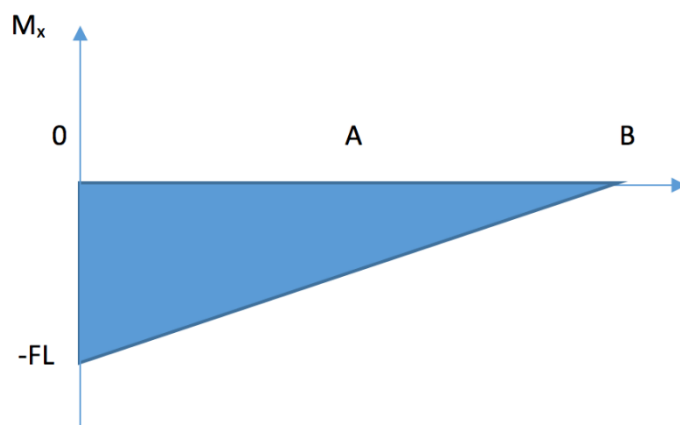


Figura 27 Diagrama de momentos para la fuerza horizontal

Diagrama de cortantes para fuerza horizontal Figura 28:



Figura 28 Diagrama de cortantes para fuerza horizontal

Ya podemos ir obteniendo conclusiones, y estas son que para los dos casos, el momento máximo se da en el empotramiento y el cortante es constante hasta el punto de aplicación de la fuerza.

Aplicando la ley de Navier podemos obtener las tensiones máximas según la ecuación:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_y} \cdot y$$

Donde sabemos que esta ecuación corresponde a la tensión que habrá en un punto de la sección perpendicular al eje X de nuestra caña. Donde “Mx” es el momento en ese ese punto, “Iy” el momento de inercia de la sección e “y” la distancia desde la fibra neutra al punto donde se quiera obtener la tensión.

Con la formula podemos obtener el diagrama de tensiones:

Tensión para la fuerza horizontal, (Figura 29)

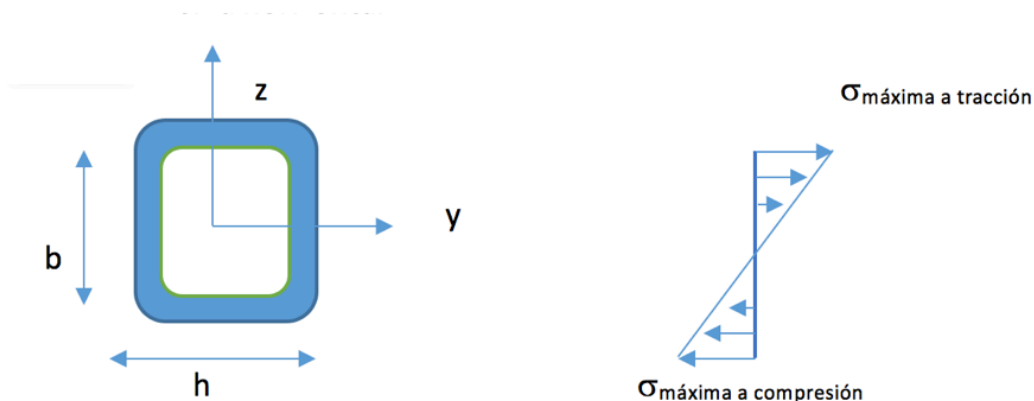


Figura 29 Tensión para la fuerza horizontal

Tensión para la fuerza vertical, (Figura 30):

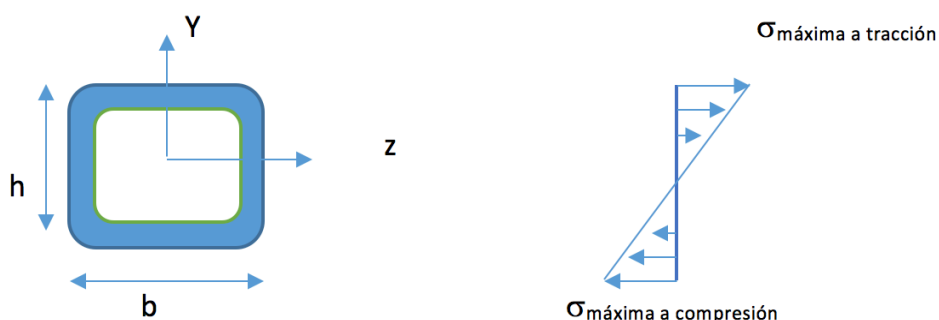


Figura 30 Tensión para la fuerza vertical

Podemos concluir que la tensión máxima se dará en el punto más alejado de fibra neutra y en el punto de mayor momento que será en el empotramiento.

Para la geometría obtenemos que la tensión depende del momento de inercia de la sección y que cuanto mayor sea este menor será la tensión.

El momento de inercia para un perfil rectangular hueco, (realizando una aproximación a nuestro diseño) se calcula:

$$I_y = \frac{1}{12}(bh^3 - b'h'^3) \quad (\text{Caso de la f. vertical})$$

$$I_z = \frac{1}{12}(hb^3 - h'b'^3) \quad (\text{Caso de la f. horizontal})$$

Por lo que si aumentamos la altura y el ancho de la sección, conseguimos mayor valor de momento de inercia, y por consiguiente disminuir la tensión.

Concluimos que a mayor momento de inercia menor tensión, lo que implica que la pieza pueda soportar mayor valores de sollicitaciones

Calculo de la flecha o deflexión

Una vez analizada la tensión, podemos seguir determinando las propiedades geométricas que debe cumplir la caña, hallando los valores de flecha máxima y al igual que el caso anterior, suponiendo la caña como viga en voladizo. La deflexión máxima debemos tenerla en cuenta ya que será un indicativo de la rigidez de la caña y podremos evitar flexiones excesivas que impidan que cumpla su función

Para el cálculo de la flecha en el caso de la fuerza vertical, como la carga no está aplicada en el extremo, debemos recurrir a la deformada. Obtendremos entonces la flecha y el giro con el 1º y 2º teoremas de Mohr en el punto de aplicación A mostrado en la Figura 31, una vez realizados los cálculos, con la recta tangente a la deformada hallada y el giro en el punto A, obtenemos por trigonometría el valor de "h" y lo sumamos a la flecha previamente calculada.

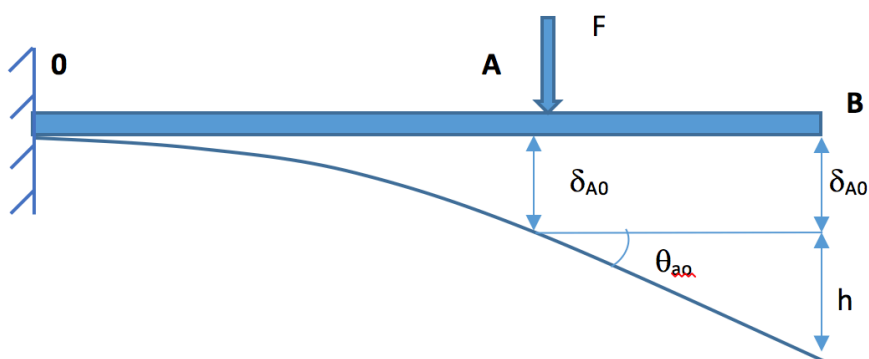


Figura 31 Representación de la flecha máxima por teoremas de Mohr

Debido a que para obtenerlo debemos aplicar valores y todavía los desconocemos, calculamos la flecha máxima provocada por la fuerza horizontal usando el 2º Teorema de Mohr, mostrado en la Figura 32 y veremos qué conclusiones podemos obtener a tener en cuenta para realizar la geometría.

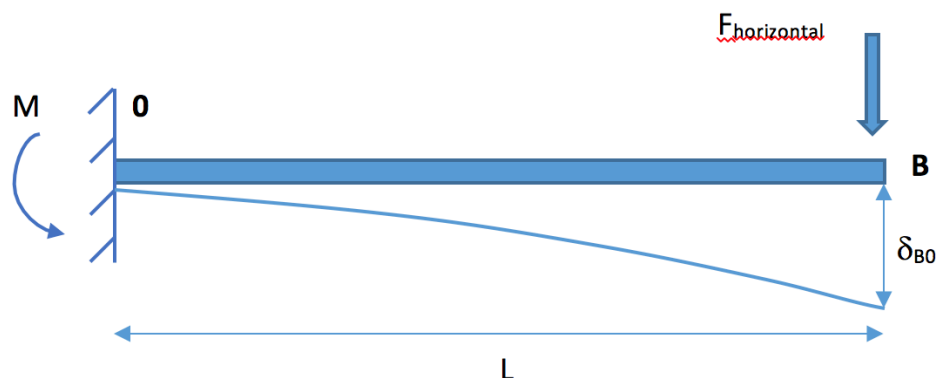


Figura 32 Fuerza aplicada en el extremo y flecha provocada

$$\delta_{B0} = \int_{x_a}^{x_b} (x - x_a) \frac{M(x)}{EI} dx$$

Para facilitar la ecuación ponemos el origen en el punto B y sabemos que \$X_b = 0\$ y \$X_o = L\$, por lo tanto la flecha queda:

$$\delta_{B0} = \frac{1}{EI} \int_{x_b}^{x_o} (x) \cdot M(x) dx \rightarrow$$

$$\frac{1}{EI} \int_0^{x_0} (x) \cdot (-Fx) dx \rightarrow$$

$$\frac{-1}{EI} \int_0^{x_0} Fx^2 dx$$

$$\frac{1}{EI} \left(\frac{Fx^3}{3} \right)_0^{x_0}$$

Finalmente obtenemos la ecuación de la flecha en el punto B:

$$\delta_{B0} = \frac{FL^3}{3EI}$$

De esta ecuación obtenida sacamos los valores constantes, que son la fuerza F, la longitud L, El módulo de Young E, que es característico del material, y por último el momento de inercia, que será el único que dependa de la geometría de la pieza. Como vimos en el caso anterior depende de la anchura b y de la altura h de la sección.

4.5.5 Resultados y limitaciones

La geometría está limitada a la norma de la clase laser y los requerimientos para un óptimo funcionamiento.

Repasamos aquí los requisitos que tienen que ver con la geometría de la pieza:

- La caña ha de seguir una línea recta en su cara superior desde los 30mm siguientes a la parte empotrada en el timón, sin posibilidad de que exista cambio de secciones.
- La altura y anchura debe rebajarse lo máximo posible.
- La masa ha de ser mínima

Somos conocedores de que existirán en nuestra pieza varios cambios de sección que provocarán que el diagrama de momentos no sea una línea recta como el obtenido experimentalmente, llegando incluso a provocar que la tensión máxima no se encuentre en el empotramiento, sino en un punto más alejado debido a un menor momento de inercia.

La geometría de la parte empotrada está totalmente limitada a las dimensiones que tiene la cabeza del timón, por lo que ahí no podemos modificar nada.

La norma específica que solo podemos hacer cambios de sección en la cara superior, en los 30 mm siguientes a esta parte de la caña. Como vemos en los objetivos debemos minimizar la altura y anchura del perfil, por lo que tenemos que cambiar la sección siguiendo dichas limitaciones, pero dicho cambio de sección entra en conflicto con lo que obtuvimos experimentalmente de que a mayor sección, mayor momento de inercia y, por lo tanto, menor tensión y menor flecha.

Debido a la funcionalidad de la pieza, la altura de esta perjudica mucho al rendimiento de la embarcación, por lo que este cambio de sección debe realizarse inevitablemente. El problema surge porque además de un menor momento de inercia, que provocará mayor tensión, será un punto conflictivo debido a la concentración de tensiones que se da en los cambios de sección. Esta parte será la más difícil de diseñar, por lo que habrá que estudiarla en detalle y tratar de encontrar la combinación perfecta de la mayor sección, con el mayor momento de inercia posible pero a la vez tratando de reducir al mínimo las dimensiones.

El resto del perfil en su cara superior debe permanecer constante, pero sobre la cara inferior la norma no especifica nada, por lo que podremos realizar un nuevo cambio de sección en la parte más alejada del empotramiento, donde el momento tiende a cero y poder así disminuir el peso de la pieza.

A la vista de todas estas indicaciones crearemos un modelo inicial que lo someteremos a estudio y realizaremos las optimizaciones necesarias siguiendo estos parámetros que determinan la geometría.

4.6 Diseño y análisis de los modelos propuestos

En este apartado veremos el proceso de diseño de los diferentes modelos seleccionados, las optimizaciones que irán sufriendo y los resultados obtenidos tras los análisis. También el flujo de trabajo seguido con ANSYS y el modo de calcular los resultados.

4.6.1 Flujo de trabajo con ANSYS

En este apartado crearemos el modelo matemático de nuestra caña con toda la información recopilada en los capítulos anteriores, veremos los pasos seguidos del análisis de elementos finitos llevado a cabo con ANSYS y los resultados obtenidos.

Para realizar la simulación con ANSYS debemos seguir un procedimiento concreto, que está recopilado en el Anejo 2 de este documento, por lo que aquí solo veremos los pasos principales a modo de resumen.

Realización de la geometría

Para realizar la geometría creamos 7 planos de referencia que separan en secciones la caña. Podemos ver en la Figura 33 las distancias desde el origen de cada uno de ellos:

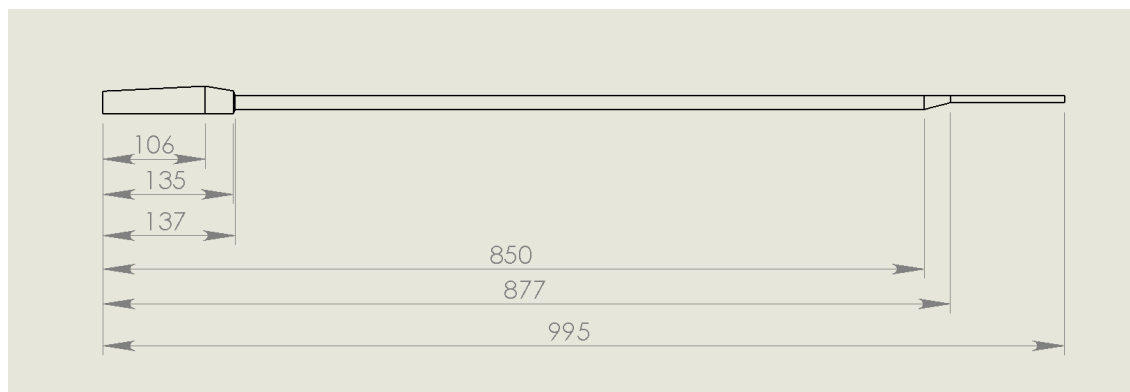


Figura 33 Distancias de los 7 planos desde el origen

En estos planos de referencia dibujamos los croquis con las dimensiones especificadas y generamos el modelo con la operación “recubrir superficie”, de plano en plano, hasta completarlo.

Una vez terminada la geometría con el software “SolidWork” debemos pasarla a formato standard, en nuestro caso .IGS para poder exportarla a ANSYS.

Todo lo anterior lo hemos creado teniendo en cuenta las restricciones geométricas del apartado 4.5.5, para realizar un diseño de acuerdo al objetivo a cumplir.

Las dimensiones finales obtenidas son de 995 mm de longitud, 26 mm de ancho y 28,75 mm de altura máxima en el empotramiento y 7 mm en el extremo.

Materiales en ANSYS

Al tomar la decisión de realizar la caña con un material compuesto de fibra de carbono y resina uretano-acrítica, debemos incorporar al software ANSYS un módulo llamado ACP para materiales compuestos.

La biblioteca de ANSYS posee una familia de materiales compuestos, donde pudimos encontrar las fibras de carbono que utilizaremos, estas son fibras de carbono unidireccionales con un módulo elástico de 230 GPa.

Para la resina tuvimos que crear un nuevo material, ya que no estaba definida. Añadimos un material personalizado con el nombre de “Resina uretano-acrítica” y le incorporamos tantas propiedades como consideramos necesarias para nuestro estudio, con ayuda de la ficha técnica completamos los valores de dichas propiedades.

Añadimos estos dos materiales a nuestro estudio y seguimos con el diseño del laminado.

Módulo ACP pre

Vamos ahora a añadir al modelo la secuencia y dirección de apilamiento, la orientación de las fibras y el método de extrusión del sólido.

Con las múltiples opciones de ANSYS ACP especificamos el espesor de las láminas de carbono unidireccionales, creamos el laminado con la secuencia de apilamiento determinada en los apartados anteriores de [0, 45, -45, 0, -45, 45, 0] y generamos todo lo necesario para poder aplicarlo a nuestra pieza como los “Oriented element sets”, “Rosettes”, “Rules” etc. Todos ellos explicados paso a paso en el Anejo 2.

Una vez terminado el laminado, que será constante en este modelo inicial, generamos el sólido por el método de “Analysis ply wise” donde se creará capa a capa, y ya está listo para el análisis estructural.

Análisis estructural

Comenzamos comprobando las propiedades del sólido generado, masa y dimensiones. Después el mallado que sea correcto y no haya surgido ningún cambio, pues a veces ocurre al incorporar el laminado, y ya podemos empezar a establecer las condiciones del análisis.

Lo primero será simular el empotramiento de la caña en la cabeza del timón. La solución fue imponer la condición de “Fixed Support” (Apoyo fijo) que impide el desplazamiento y giro en todas direcciones sobre la parte empotrada, que definimos previamente con un “named selection”.

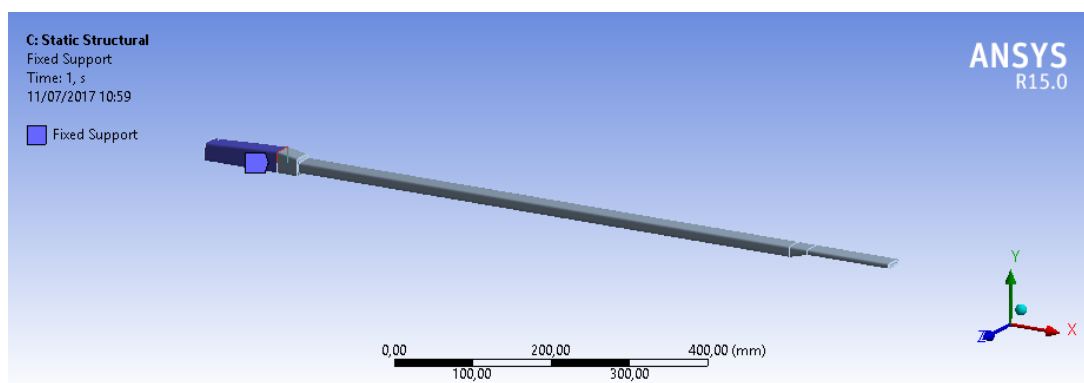


Figura 34 Fixed Support

Debemos aplicar los dos tipos de fuerza a los que está sometida la pieza. Utilizamos la opción "Remote force", la cual permite seleccionar la parte del modelo que será sometida por la fuerza, el punto de aplicación introducido por coordenadas y la dirección e intensidad. Nuestro estudio estará sometido a dos Fuerzas y recogemos los datos introducidos en la Tabla 8:

Fuerzas:	Intensidad	Dirección	Punto de Aplicación
Vertical	236,61	Eje Y negativo	(407, 0, 0)
Horizontal	195,83	Eje Z positivo	(985, 0, 0)

Tabla 8

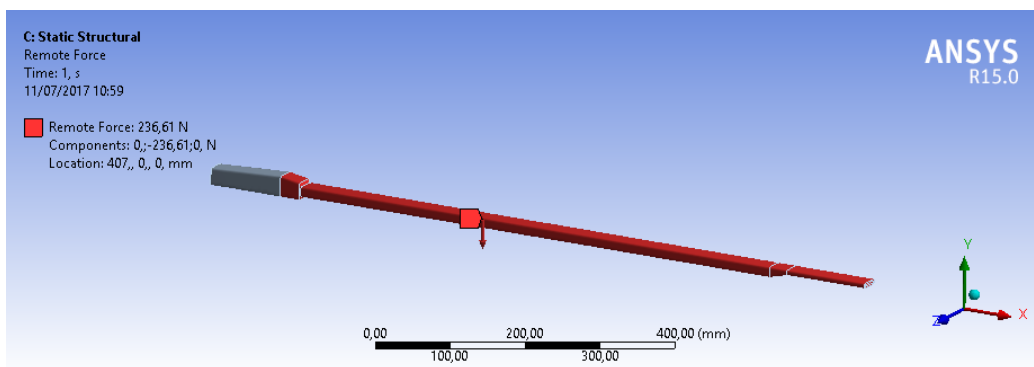


Figura 35 Fuerza vertical en ANSYS

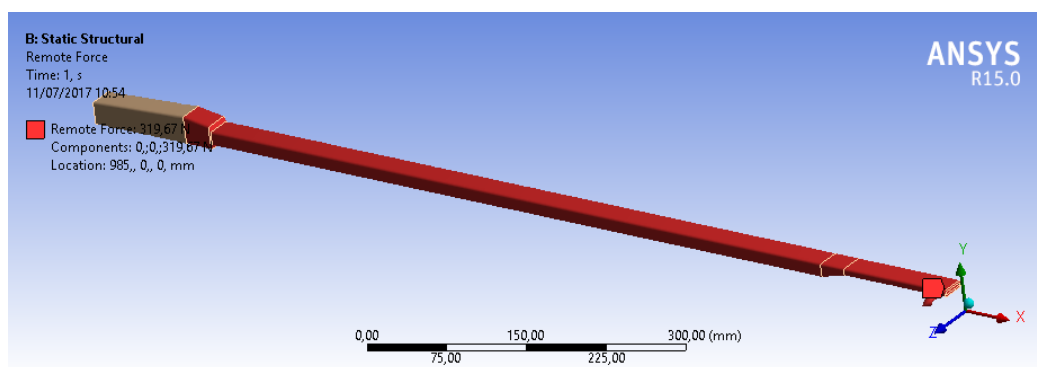


Figura 36 Fuerza horizontal en ANSYS

Para los resultados seleccionamos que nos muestre la deformación total y la tensión equivalente de Von Mises.

Módulo ACP post

Este último módulo permite importar las soluciones del análisis estructural, y ver capa a capa los posibles fallos, las láminas con mayor tensión, crear criterios de fallo y poder examinar en profundidad los resultados obtenidos con el fin poder optimizar en modelos posteriores reforzando aquellas zonas sometidas a mayor tensión.

Cálculos realizados por la simulación con ANSYS

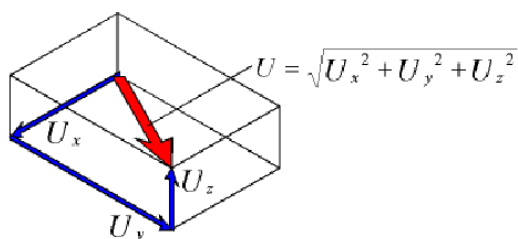
En este apartado vamos a analizar la deformación y la tensión calculada por ANSYS, además de explicar el funcionamiento del módulo ACP post para entender los resultados que nos muestra y poder obtener las conclusiones necesarias para validar los diferentes modelos.

Deformación

ANSYS permite calcular las deformaciones físicas tanto dentro como fuera de la pieza. Es necesario definir los soportes fijos pues evitan la deformación, y es el resto de la pieza la que sufre la deformación con respecto a la ubicación original. Las deformaciones se calculan en relación con el sistema de coordenadas global de la pieza.

Se calculan mediante los desplazamientos direccionales provocados por las fuerzas a las que se somete la pieza, y obteniéndose posteriormente la resultante.

En cada punto de la malla se calcula un desplazamiento como en el de la Figura 37:



Vemos en ella representado:

- En azul los componentes de la deformación.
- En rojo la deformación resultante.
- La ecuación de la resultante U.

Figura 37 Representación de los vectores de deformación

Se pueden obtener tanto los componentes U_x , U_y y U_z como la resultante U de forma independiente. En el caso de nuestro estudio con la resultante nos bastará.

Tensión

Los resultados de la tensión nos permiten predecir los factores de seguridad, las tensiones, deformaciones y desplazamientos de la pieza para un entorno de carga estructural particular. El estado de tensión tridimensional lo generan tres componentes de tensión normal y otros tres de tensión tangencial, orientados según el sistema de referencia global de la pieza.

También se calcula la tensión principal y el esfuerzo cortante máximo, además de calcular la matriz de deformación.

Nosotros elegiremos que nos muestre la tensión equivalente de von mises, ya que permite representar en un solo valor las tres tensiones principales y además es la que se compara con la tensión máxima admisible para predecir su comportamiento. Es calculada a partir de las tensiones principales con la siguiente ecuación:

$$\sigma_e = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Criterio de fallo

En este apartado vamos a ver los criterios de fallo, para qué se utilizan y como se calculan mediante ANSYS.

Un criterio de fallo relaciona los esfuerzos estáticos máximos permisibles de un material, con el sufrido por una pieza en un análisis estructural. Normalmente los criterios de fallo se expresan como expresiones matemáticas llamadas funciones de criterio de fallo (f)

Para establecer nuestro criterio de fallo, creamos uno basado en la tensión máxima mediante la herramienta "Definitions" en el módulo ACP post.

Este criterio de fallo es calculado por ANSYS de la siguiente forma:

Las relaciones entre las tensiones reales y las tensiones de fallo las compara con la capa principal del sistema de coordenadas, por lo que la función de criterio de fallo es:

$$f = \max \left\{ \left| \frac{\sigma_1}{X} \right|, \left| \frac{\sigma_2}{Y} \right|, \left| \frac{\sigma_3}{Z} \right|, \left| \frac{\tau_{12}}{S} \right|, \left| \frac{\tau_{13}}{R} \right|, \left| \frac{\tau_{23}}{Q} \right| \right\}$$

Siendo X, Y, Z, S, R, Q los puntos de origen de la malla

$$\sigma_1 \geq 0 \rightarrow X = X_t ; \sigma_1 < 0 \rightarrow X = X_c$$

$$\sigma_2 \geq 0 \rightarrow Y = Y_t ; \sigma_2 < 0 \rightarrow Y = Y_c$$

$$\sigma_3 \geq 0 \rightarrow Z = Z_t ; \sigma_3 < 0 \rightarrow Z = Z_c$$

Debido a que las capas isotrópicas y las transversalmente isotrópicas tienen que considerarse por separado, el estado principal de tensiones queda definido:

$$\sigma_{\epsilon,\eta} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \pm \left[\frac{1}{4}(\sigma_1 - \sigma_2) + \tau_{12}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Y la tensión tangencial máxima:

$$\tau_{\max} = \left[\frac{1}{4}(\sigma_1 - \sigma_2) + \tau_{12}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

La función de criterio de fallo se calcula entonces sustituyendo σ_1 , σ_2 y T_{12} por σ_ξ , σ_η y σ_ζ respectivamente. Debido a la isotropía transversal las deformaciones de fallo X e Y son iguales y la $\sigma_3 = 0$ por lo que la función queda definida:

$$f = \max \left\{ \left| \frac{\sigma_\xi}{X_1} \right|, \left| \frac{\sigma_\eta}{X_1} \right|, \left| \frac{\sigma_\zeta}{X_1} \right|, \left| \frac{\tau_{\max}}{S} \right| \right\}$$

Donde:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_\xi - \sigma_\zeta)$$

Siendo σ_ξ y σ_ζ la tensión más positiva y negativa respectivamente.

Para analizar los resultados obtenidos existen tres tipos de modo de fallo:

-IRF: Inverse reserve factor (factor de reserva inversa), define el margen inverso al fallo. La carga dividida por IRF es igual a la carga de fallo. Cuando $IRF > 1$ se produce el fallo.

-MOS: Margin of safety (Margen de seguridad), define el margen existente hasta el fallo. Se define como $Mos = (1/IRF - 1)$. Cuando $Mos < 0$ se produce el fallo. Un margen positivo indicará cuánto puede aumentar la carga aplicada antes de que se produzca el fallo, y uno negativo, lo que debe disminuir para evitar el fallo.

-RF: Reserve factor (factor de reserva), define el margen al fallo. La carga multiplicada por RF es igual a la carga de fallo. Cuando $RF < 1$ se produce el fallo (donde F_f es la carga al fallo).

$$RF \cdot F_{\text{aplicada}} = F_f$$

Para nuestro estudio utilizaremos el último RF pues nos resulta el más sencillo para localizar las zonas que no soporten la carga, y siendo conocedores que será en esa localización, el punto donde la tensión aplicada supera la tensión admisible, y, por lo tanto, romperá.

4.6.2 Validación del método de cálculo mediante ensayos

Antes de realizar el estudio con ANSYS mediante elementos finitos, vamos a realizar un ensayo experimental con un modelo real de una caña de fibra de carbono, con el objetivo de validar que los resultados obtenidos con el software de diseño ANSYS se asemejen al comportamiento de un modelo real.

Para llevarlo a cabo realizamos tres casos diferentes, donde aplicamos un ciclo de carga y descarga en tres puntos diferentes de la pieza, y medimos la deformación que se alcanza mediante tres comparadores. Realizamos cada caso tres veces con el fin de minimizar posibles errores. Obtenidos todos los datos realizamos las gráficas con rectas de regresión, y obtenemos el módulo elástico y la deformación máxima. En la Figura 38 vemos un ejemplo del 2º caso con la carga en el extremo, los tres comparadores y como se deforma el modelo.

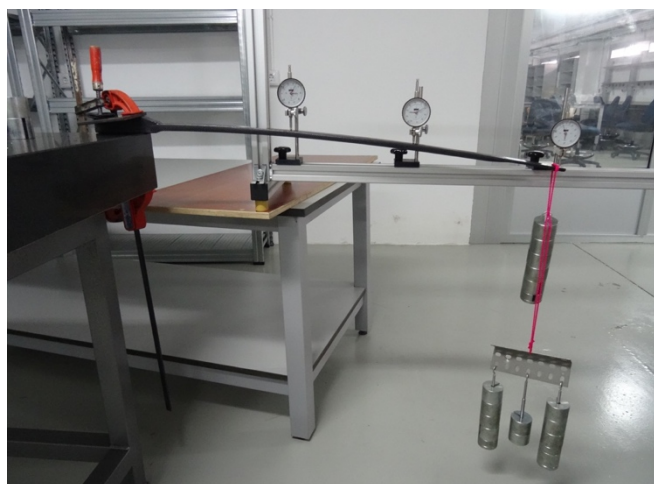


Figura 38 Ensayo real completamente cargada

Con estos datos y realizando en ANSYS el mismo estudio aplicándole las mismas cargas en los mismos puntos comparamos los resultados obtenidos, reflejados en la Tabla 9:

	Flecha máxima			Módulo de rigidez		
	Real	ANSYS	Diferencia en %	Real	ANSYS	Diferencia en %
Caso 1	13,92	20,23	45,33%	7,3599	4,9417	32,85%
Caso2	84,58	76,4	9,67%	1,0836	1,1779	8,70%
Caso3	25,63	26,19	2,18%	3,5535	3,4359	3,30%

Tabla 9

Podemos ver como hay dos casos en que las diferencias son asumibles, pues los valores en los resultados son mínimos, pero como para el caso 1 sí difieren mucho. Aun así podemos validar el programa de cálculo de ANSYS ya que conocemos la procedencia de esta diferencia significativa.

Estas son que del modelo real sabemos la distribución de láminas de carbono que se utilizó en su fabricación, la resina utilizada y las fibras, pero desconocemos la cantidad en la que estas se mezclaron. Esto nos genera cierta incertidumbre difícil de predecir.

La solución más viable encontrada fue medir el espesor del modelo real que fue de 2 mm y crear en el modelo digitalizado, un laminado cuya secuencia de apilamiento (que sí conocemos), sumará un total de 2mm de espesor.

Aun así quedan ciertos vacíos que no podemos controlar, pues podemos comprobar al tacto, que el modelo real no tiene espesor constante y existe un tramo en el extremo que será macizo y no hueco como el resto.

Podemos concluir que a pesar de estas dificultades y sobre todo descartando los resultados obtenidos para el caso 1, cuyos valores difieren en mayor medida, ANSYS nos genera un resultado bastante preciso sobre el comportamiento del modelo.

Por lo que podremos validar este software de elementos finitos para realizar pruebas en nuestro diseño y conseguir optimizarlo.

Todo el ensayo realizado, el proceso de montaje, el material utilizado, los diferentes casos, la metodología de trabajo seguido, las gráficas obtenidas y resultados están recogidos en el Anejo 3 del presente documento.

4.6.3 Modelos en fibra de carbono

4.6.3.1 Modelo 1

Siguiendo todos los pasos anteriores obtenemos el primer modelo según todas las especificaciones del diseño, vistas en los capítulos anteriores. Este modelo inicial lo llamaremos Modelo 1 y seguiremos la numeración para las optimizaciones posteriores.

El modelo 1 tiene un espesor constante de 2,1mm mostrado en la Figura 39, a lo largo de toda su sección, está formado por 7 láminas de carbono unidireccionales orientadas a [0, 45, -45, 0, -45, 45, 0] aglutinadas con una resina uretano-acrítica, que le otorgan a la caña un peso de 0,2253 kg.

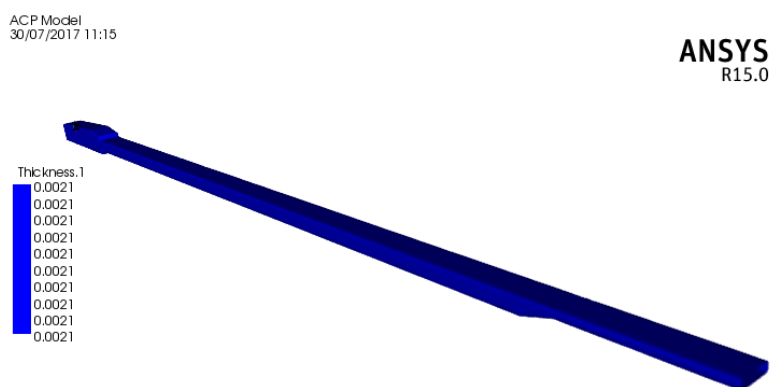


Figura 39 Espesor del modelo 1

Una vez realizados los análisis estructurales para cada una de las dos cargas, obtenemos los valores de deformación y tensión que se alcanzan. Estos los podemos ver en las siguientes imágenes:

Para el caso de la fuerza vertical vemos la deformación y tensión en las Figura 40 y Figura 41 respectivamente:

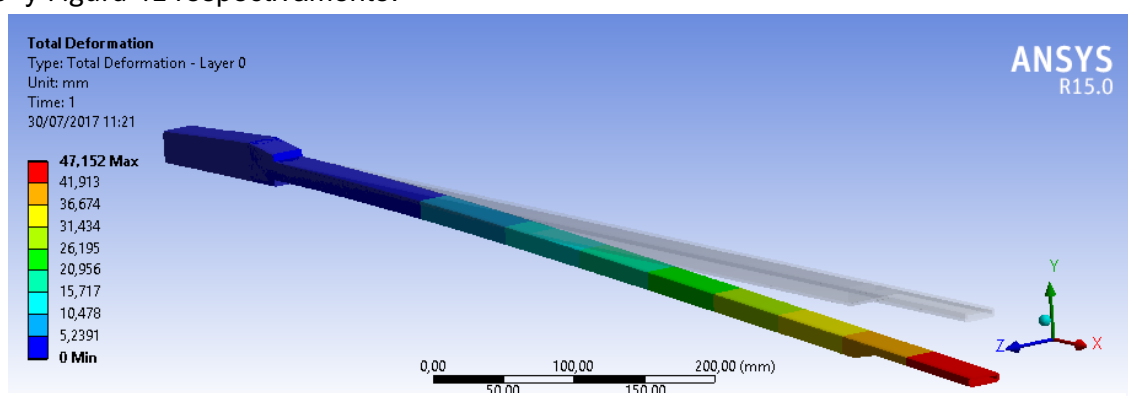


Figura 40 Deformación modelo 1 fuerza vertical

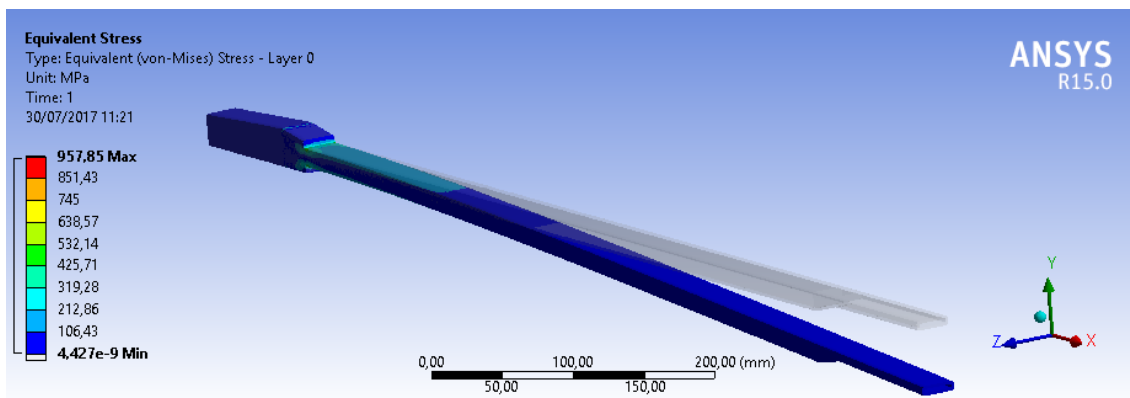


Figura 41 Tensión modelo 1 fuerza vertical

Y para la fuerza horizontal vemos en la Figura 43 y Figura 42 la tensión y deformación:

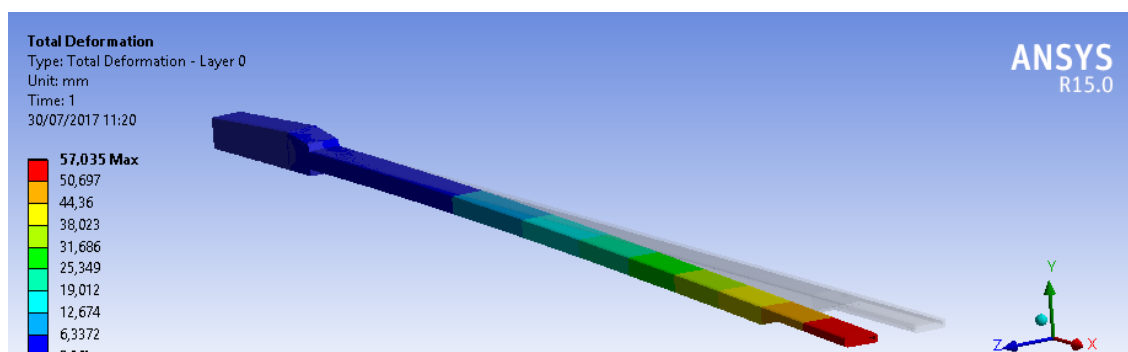


Figura 43 Deformación modelo 1 fuerza horizontal

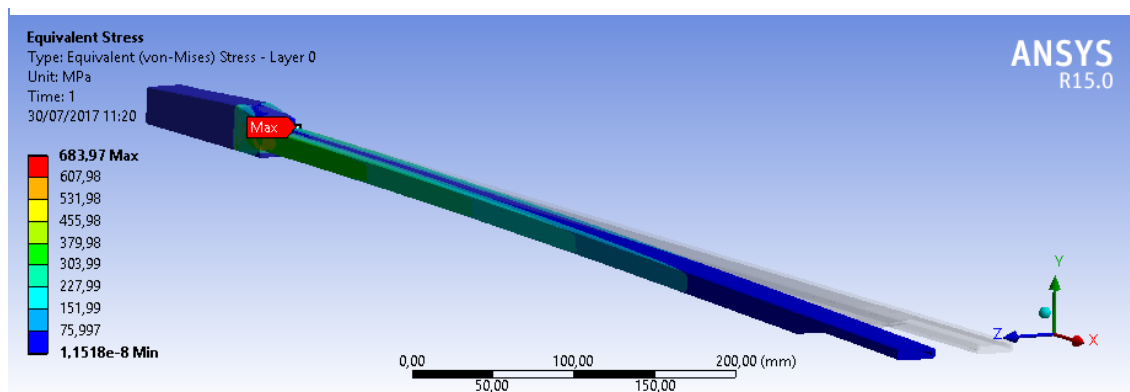


Figura 42 Tensión modelo 1 fuerza horizontal

Debido a que la flecha máxima la limitamos a 35 mm en el caso de la fuerza vertical, comprobamos que el valor obtenido es muy superior y por lo tanto no cumplirá los objetivos fijados.

$$\delta_{\text{máx}} = 35\text{mm} < 47 \text{ mm}$$

En cuanto a las tensiones deberemos utilizar el módulo ACP post y generar un criterio de fallo que nos muestre en la pieza donde se supera la tensión máxima admisible.

Para representarla utilizamos un reserve factor el cual indica, como ya mencionamos, que para valores inferiores a 1 supera, la tensión máxima admisible y la pieza presentará fallos.

Obtenemos para la fuerza horizontal la Figura 44 y vertical la Figura 45 en la lámina superior:

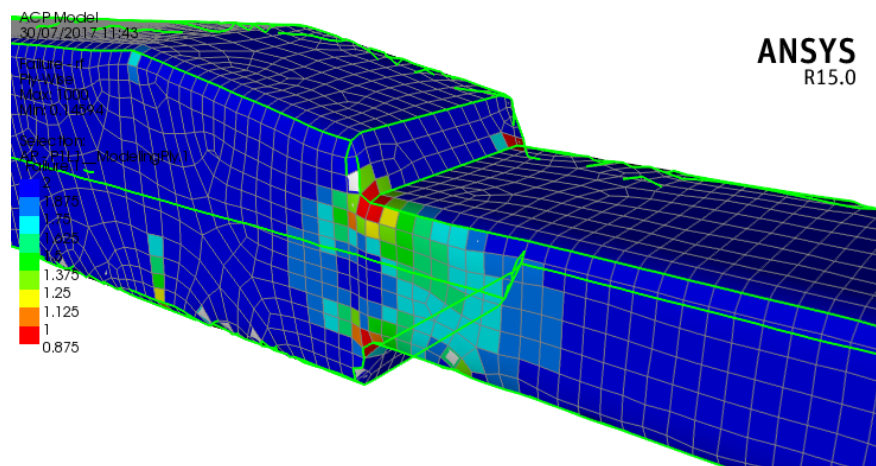


Figura 44 ACP post modelo 1 fuerza vertical

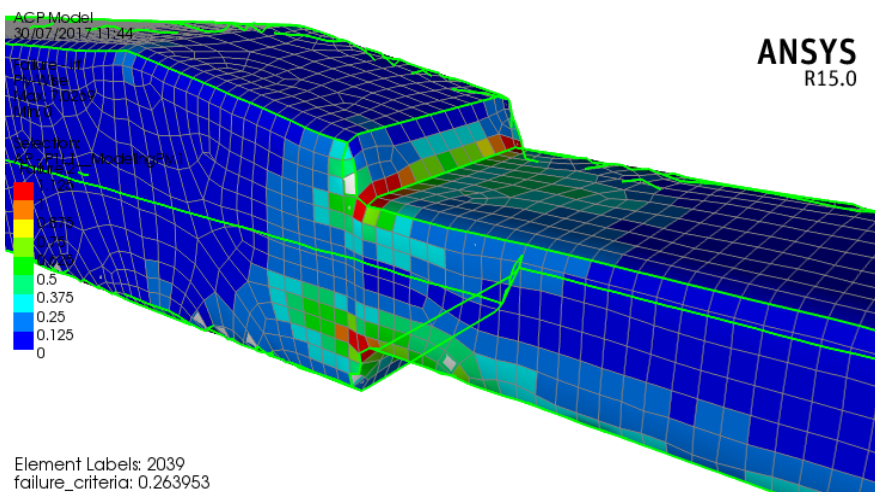


Figura 45 ACP post modelo 1 fuerza horizontal

Podemos ver fácilmente los valores inadmisibles de tensión, que se dan en el cambio de sección, como predijimos en el apartado de diseño de la geometría. Esto se debe a que, a pesar de tener menor momento que en el empotramiento, el cambio de sección genera una concentración de esfuerzos y una disminución del momento de inercia, y, por consiguiente, aumento de la tensión. También se aprecia como en el límite del empotramiento existen tensiones más altas, pero sin superar el valor admisible debido a que en esa zona el momento es máximo.

En la imagen mostramos las tensiones para la lámina superior, que es donde mayor tensión se genera, debido a que está a mayor distancia de la fibra neutra. A pesar de eso analizamos las sucesivas láminas y observamos que los valores inadmisibles disminuyen pero siguen siendo muy numerosos.

Debido a que supera la flecha máxima y existe una cantidad de zonas en la pieza donde la caña supera la tensión admisible, debemos descartar la validez de este primer modelo.

4.6.3.2 Modelo 2

Tras examinar el primer modelo y comprobar que no cumple los requisitos de diseño, procedemos a crear otro tratando de mejorar el anterior y comprobar de nuevo su viabilidad.

Lo primero es establecer la estrategia a seguir. Como ya vimos en el apartado de diseño de la geometría, el parámetro que relaciona la disminución de la flecha máxima y las tensiones, es el momento de inercia. Por lo que el nuevo modelo se basará en el aumento del momento de inercia.

Debido a que un aumento de sección exterior en el perfil no es conveniente, pues perjudica el rendimiento de la embarcación, procedemos a incorporarle mayor número de láminas hacia el interior de la pieza, consiguiendo así un mayor espesor y por consiguiente mayor I .

Otra decisión que debemos tomar será el lugar donde colocar el laminado de refuerzo. Tras el análisis del modelo 1 vimos como la parte donde presenta fallo es el cambio de sección y la más cercana al empotramiento, pues es donde existen los valores más altos de momentos. Así bien, colocaremos el nuevo laminado a 90 mm desde el inicio de la caña, hasta una distancia de 180 mm por lo que englobará parte de la caña empotrada, el cambio de sección y parte del perfil.

Vamos a incorporarle dos veces el laminado establecido, $[0, 45, -45, 0, -45, 45, 0]_2$, con el fin de continuar con la simetría consiguiendo un espesor en esta zona de 6,3 mm.

Podemos realizar un cálculo aproximado de la mejora que se obtendrá hallando el momento de inercia teórico del modelo anterior y el nuevo:

$$I_y = \frac{1}{12} (bh^3 - b'h'^3) = \frac{1}{12} (26 \cdot 14^3 - 23,9 \cdot 11,9^3) = 2589,05 \text{ mm}^4$$

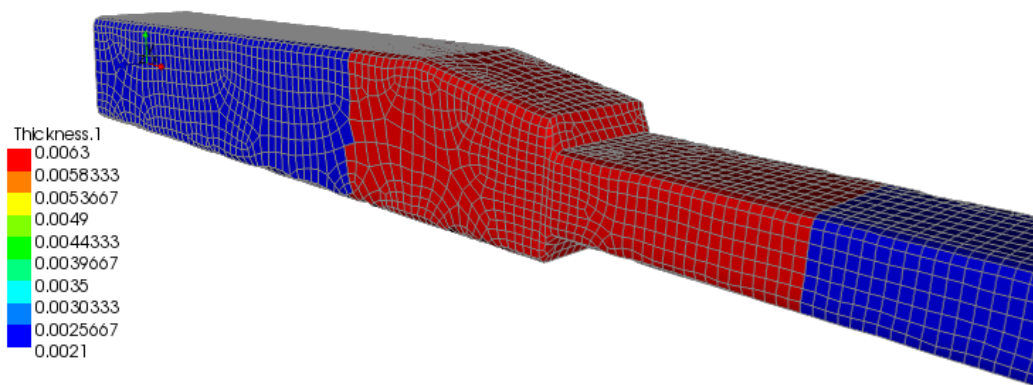
$$I'_y = \frac{1}{12} (bh^3 - b'h'^3) = \frac{1}{12} (26 \cdot 14^3 - 19,7 \cdot 7,7^3) = 5195,85 \text{ mm}^4$$

Donde la relación del momento de inercia nuevo I'_y y el anterior I_y es de 2:1, calculando en la parte del perfil. Esto simplemente es una aproximación pues no hemos tenido en cuenta los redondeos y solo ha sido calculado en una parte del perfil, pero podemos afirmar que con un aumento tan grande del momento de inercia, la posible optimización va presentar valores muy positivos frente al modelo anterior.

Vemos como queda la nueva sección con el laminado de refuerzo marcando en rojo un espesor de 6,3 mm y en azul de 2,1mm, mostrado en la Figura 46:

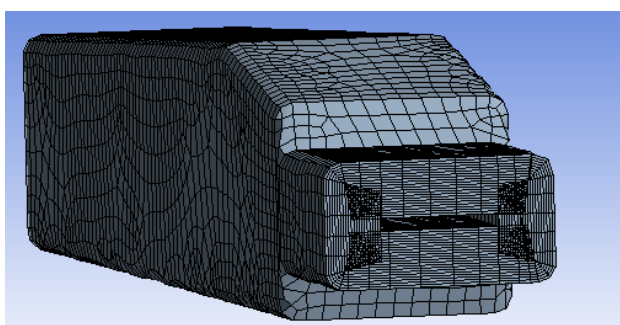
ACP Model
31/07/2017 09:43

ANSYS
R15.0



Point Labels: 18056

Figura 46 Espesor modelo 2



En la Figura 47 vemos un corte de la sección en la parte del perfil, donde se aprecia cada lamina de forma independiente hasta casi formar un bloque macizo.

Figura 47 Vista de corte modelo 2

En la Figura 48 se muestra la vista posterior y como en este caso el cambio de sección es gradual al ser laminas superpuestas, no habrá una elevada concentración de esfuerzos.

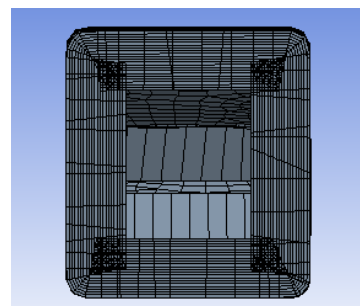


Figura 48 Vista posterior modelo 2

Recogemos los valores obtenidos del análisis estructural en la Tabla 10:

Modelo 2

Deformación	Fuerza vertical	38,883 mm
	Fuerza horizontal	50,671 mm
Tensión	Fuerza vertical	385,82 MPa
	Fuerza horizontal	397,53 MPa

Tabla 10

Debido al aumento del laminado, se aumentará el peso, que pasa de 0,2253 kg a 0,28221 kg, aproximadamente 600 gramos pero visto los resultados está justificado.

Vemos ahora el análisis de tensiones con el módulo ACP Post y obtenemos:

Para la fuerza vertical mostrada en la Figura 49 :

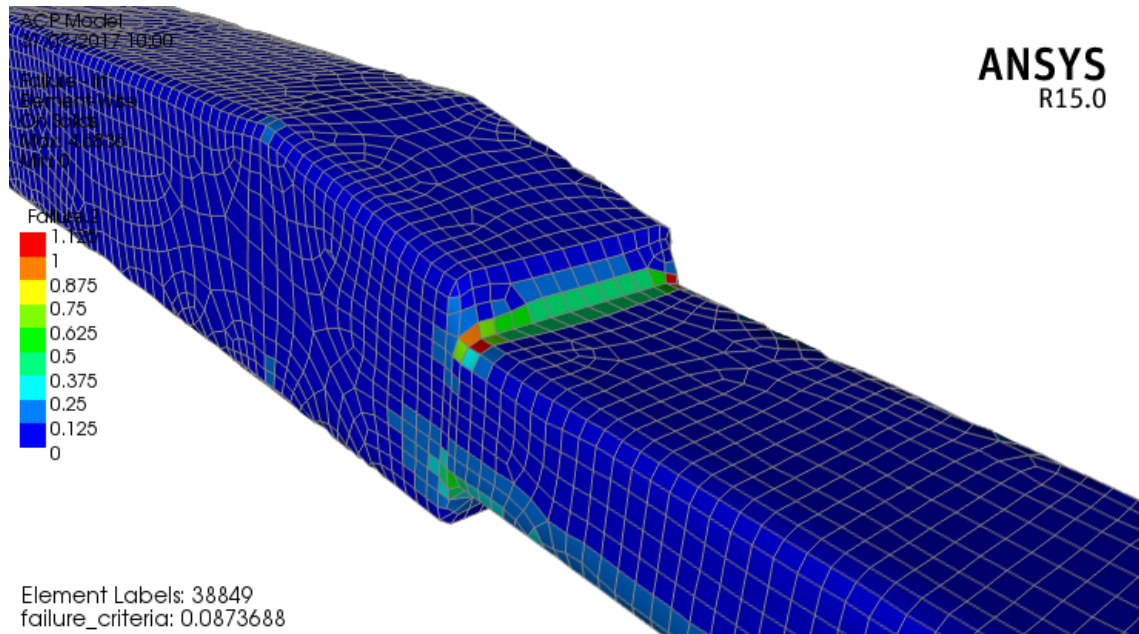


Figura 49 ACP post modelo 2 fuerza vertical

Y la fuerza horizontal mostrada en la Figura 50

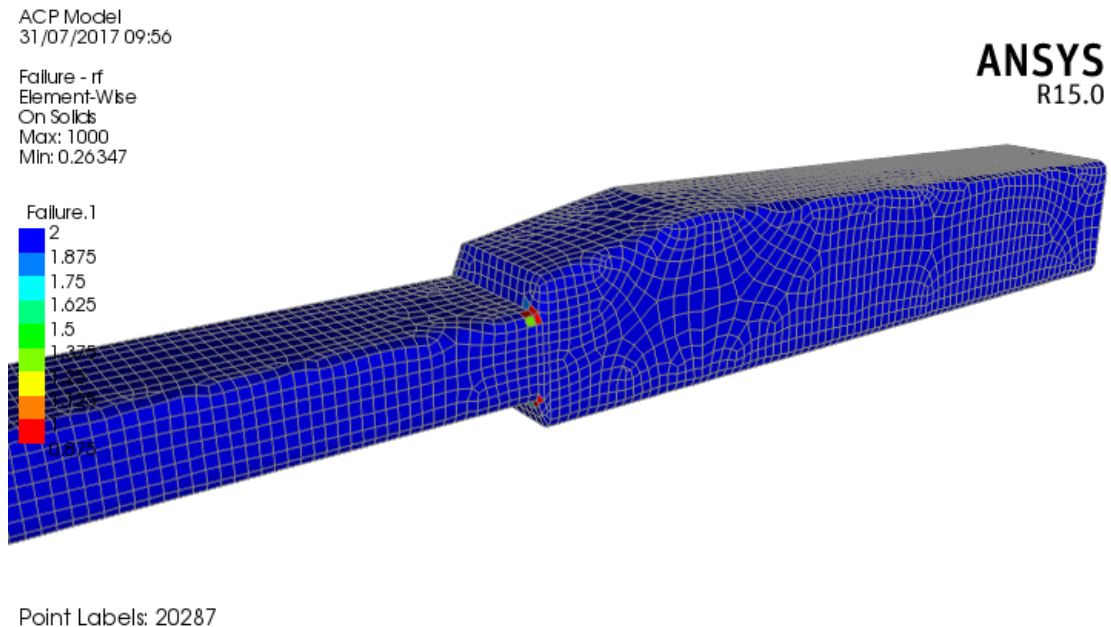


Figura 50 ACP post modelo 2 fuerza horizontal

Además para esta última sacamos la Figura 51 de la lámina nº 7, pues presenta fallos:

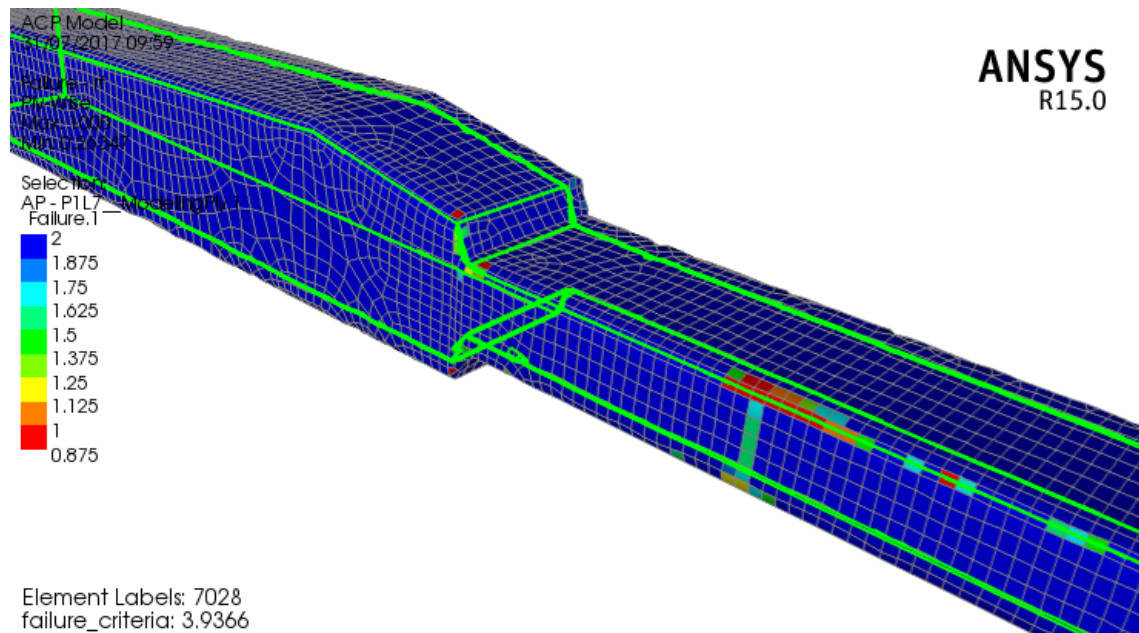


Figura 51 ACP post modelo 2 lamina nº7

Podemos resaltar como para el caso de la fuerza vertical existen dos puntos que superan la tensión máxima admisible, estos son los que se encuentran en el cambio de sección en la cara superior. En esta zona se alcanzan los valores más altos pero, solo en las esquinas será donde se producirá fallo.

Para la fuerza horizontal sucede algo muy similar a la vertical, los puntos que presentan fallo se encuentran en las esquinas del cambio de sección, pero en este caso en la cara lateral sometida a tracción. Además, examinando lámina a lámina vemos como la nº 7 que es la última antes de incorporarle la nueva sección, presenta una tensión muy elevada a compresión que provocará fallos. En esta zona, la tensión se eleva por la concentración de esfuerzos debida al cambio de sección, ya que pasa de 6,3 a 2,1 mm.

Podemos concluir que como estaba previsto hemos mejorado en gran medida los resultados con respecto al primer modelo. A pesar de ello vemos como la flecha máxima para la fuerza vertical, supera el valor fijado máximo admisible por algo más de 3mm. También como para el análisis de tensiones existen puntos donde se supera la tensión admisible. Estos puntos se encuentran localizados unos en el cambio de sección y otros en una determinada lamina. Debido a esto debemos descartar nuevamente este modelo pues no cumple las especificaciones deseadas.

4.6.3.3 Modelo 3

Para este nuevo modelo, no podemos descartar los cambios introducidos en el anterior, pues han mejorado en gran medida los resultados obtenidos.

Investigando como mejorar las propiedades de la pieza decidimos adoptar un aumento de la sección, pero solo en la parte posterior al empotramiento hasta el cambio de sección, aumentando así el volumen gracias a una curva, cambiando la línea recta del anterior modelo.

Con este nuevo diseño crearemos mayor sección y por lo tanto mayor momento de inercia al igual que el caso anterior. Este aumento como ya vimos, está limitado por la norma que especifica que no podrá existir cambios de sección a partir de los 30 mm posteriores a la cabeza del timón.

También optamos por realizar un cambio de sección más suave, para ello al igual que antes en vez de seguir una línea recta incorporaremos otra curva, con el fin de minimizar las tensiones en el cambio de sección.

En las siguientes imágenes podemos observar la diferencia entre el modelo 2 y el 3 mostrados en las Figura 52 y Figura 53 respectivamente.

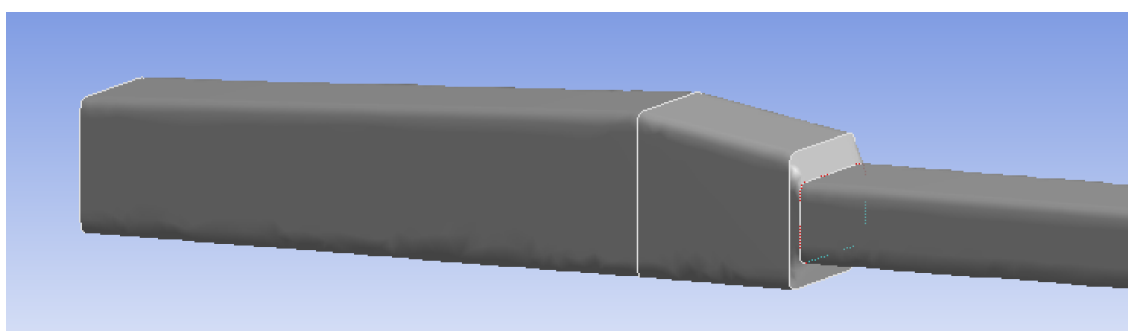


Figura 52 Modelo 2

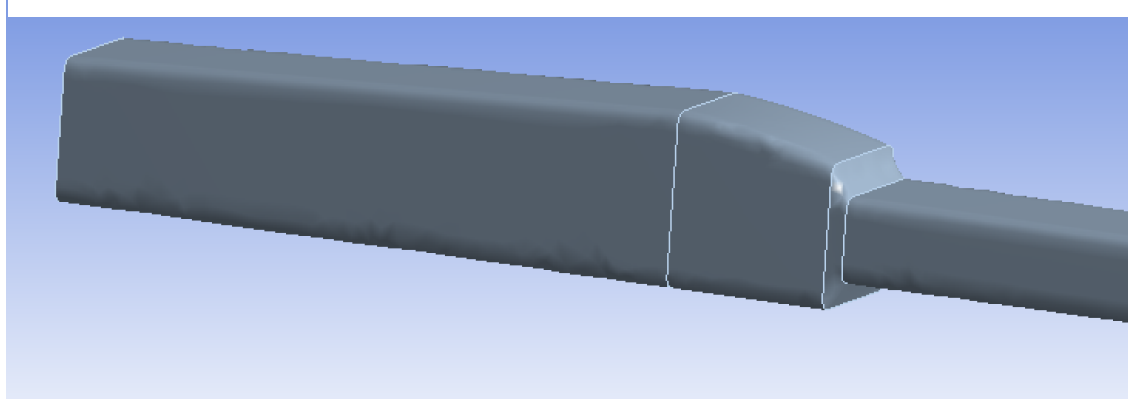


Figura 53 Modelo 3

Parece un cambio poco significativo pero una vez realizado el análisis obtenemos unos resultados muy positivos pues disminuimos todos los valores de tensión y deformación. Los resultados se muestran en la Tabla 11:

Modelo 3		
Deformación	Fuerza vertical	30,587 mm
	Fuerza horizontal	39,072 mm
Tensión	Fuerza vertical	285,34 MPa
	Fuerza horizontal	344,93 MPa

Tabla 11

Comprobamos ahora las tensiones al igual que el caso anterior y obtenemos para la fuerza vertical y horizontal respectivamente Figura 54 y Figura 55:

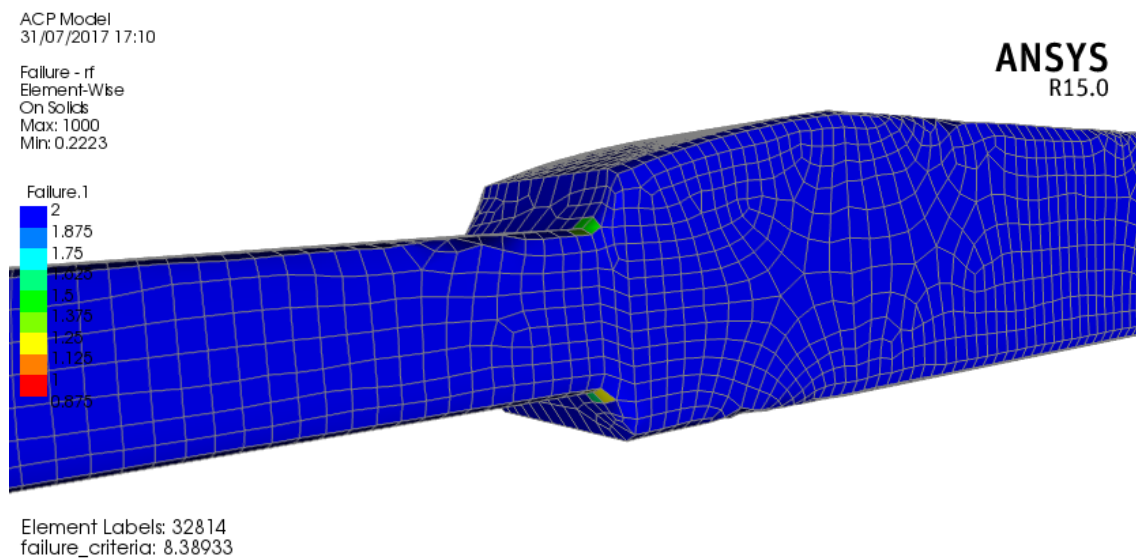


Figura 54 ACP post modelo 3 fuerza vertical

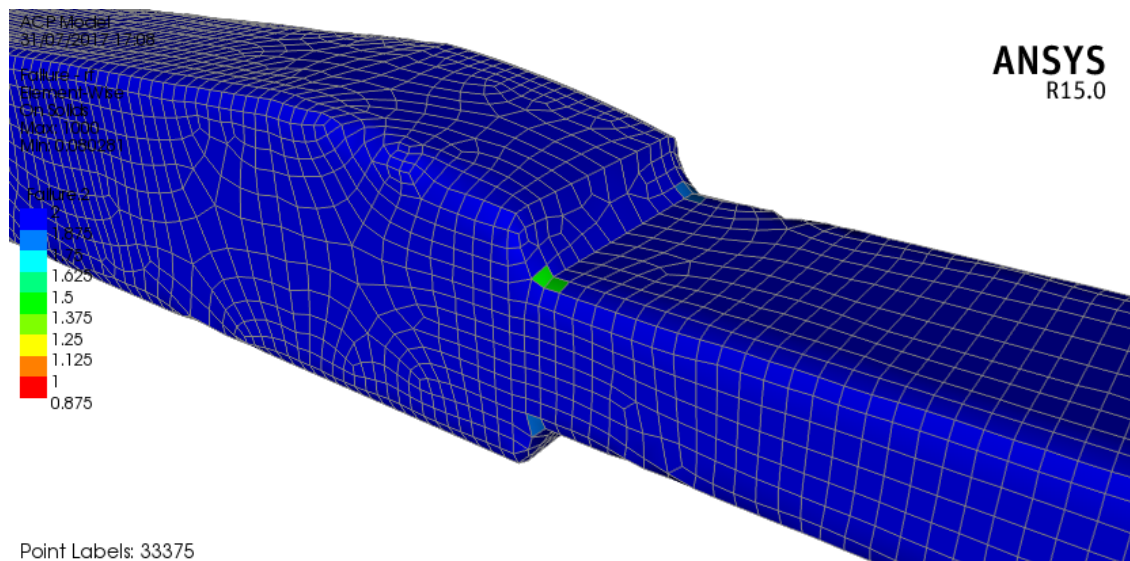


Figura 55 ACP post modelo 3 fuerza horizontal

Vemos claramente que no existe ningún elemento donde se supere la tensión máxima admisible, tanto en la fuerza vertical como horizontal. Podemos afirmar entonces que este modelo si soportará las solicitaciones a las que se verá sometido.

Además, para la flecha máxima que alcanza en el caso de la fuerza vertical, vemos que no supera los 35 mm que fijamos como flecha máxima admisible.

Es por tanto fácil de asumir que será el modelo elegido. Vemos en las siguientes imágenes la deformación y tensión tras los ensayos:

Para la fuerza vertical vemos la deformación en la Figura 56 y la tensión en la Figura 57:

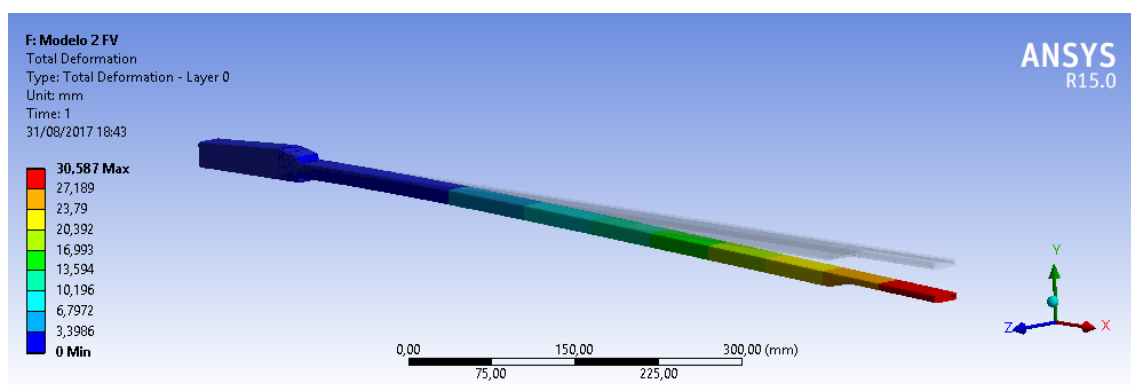


Figura 56 Deformación modelo 3 fuerza vertical

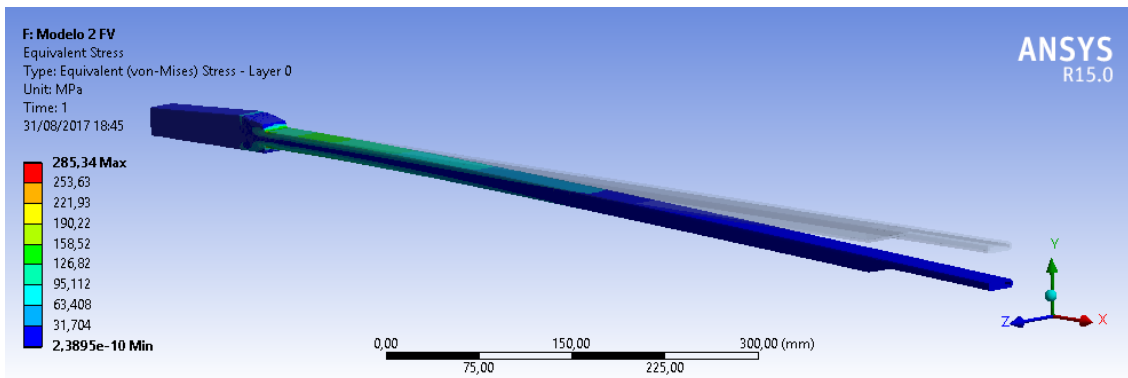


Figura 57 Tensión modelo 3 fuerza vertical

Para la fuerza horizontal vemos la deformación y tensión en las Figura 58 y Figura 59 respectivamente:

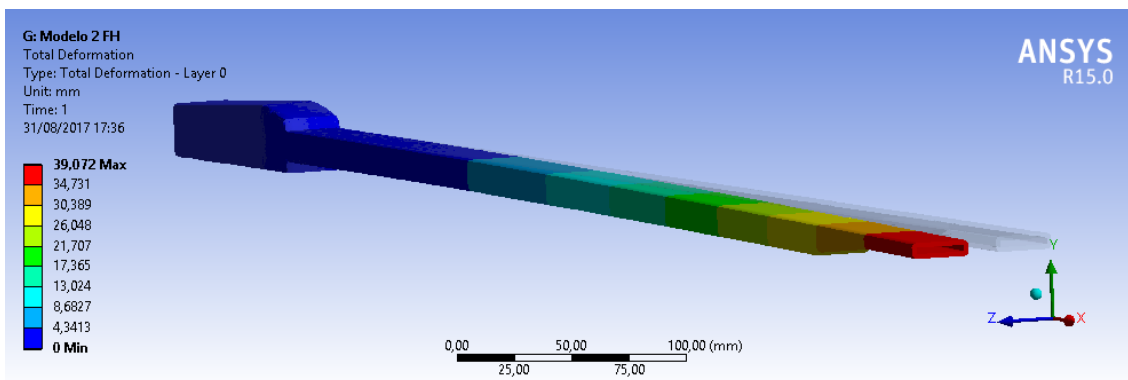


Figura 58 Deformación modelo 3 fuerza horizontal

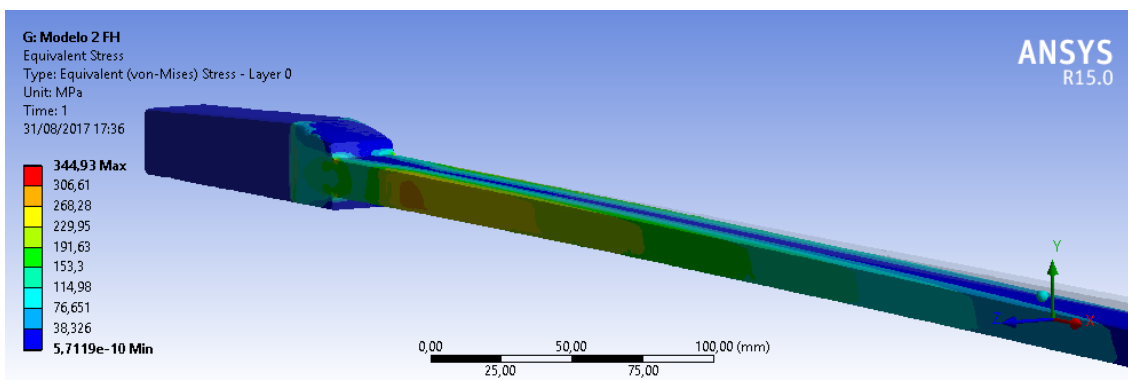


Figura 59 Tensión modelo 3 fuerza horizontal

4.6.4 Modelo de aluminio

En el siguiente apartado se va a proceder a realizar una caña de timón, pero en este caso el material será aluminio.

El objeto de este nuevo modelo reside en comprobar la correcta selección de material realizada, estudiar alternativas de diseño y ver si se puede introducir al mercado un modelo de aluminio con una geometría y diseño nuevo, alejado de lo habitual.

Estudiamos varios materiales en la fase de selección y comparamos muchas de sus propiedades, el aluminio podría haberse considerado un buen material para la construcción de la caña, pero, a priori, los materiales compuestos presentaban mejores características.

Este modelo nos sirve para estudiar la viabilidad de cañas de aluminio para la competición y no solo para regatistas inexpertos como son utilizadas en la actualidad.

El aluminio es un material ligero, resistente, económico y relativamente fácil de darle forma. Estas características lo hacen ser un buen material para las necesidades de nuestra pieza.

Deberemos encontrar la mejor aleación de aluminio que presente mejores propiedades y para ello realizaremos una comparación con las principales aleaciones de características similares. Además el tratamiento térmico final al que se someta tendrá la última palabra sobre las propiedades finales de la pieza.

En la Tabla 12 vemos 4 aleaciones diferentes de aluminio con un tratamiento térmico T6, tratamiento térmico en solución, y después envejecimiento artificial.

Material	Densidad (g/cm³)	L. de rotura (MPa)	L. de fluencia (MPa)	M. de elasticidad (GPa)	L. a fatiga (MPa)
6063-T6	2,7	241	214	68,9	68,9
6061-T6	2,7	310	276	68,9	96,5
7005-T6	2,78	350	290	72	150
7050-T7651	2,83	552	490	71,7	
7075-T6	2,81	572	503	71,7	159

Tabla 12

La aleación 6061 (aluminio-magnesio-silicio) tiene un moderado límite de rotura, junto con una excelente resistencia a la corrosión. Su principal característica es la extrusionabilidad, es posible obtener formas complejas por extrusión repartiéndose con precisión el material según la predicción de los esfuerzos en cada zona.

La aleación 7005 (aluminio-zinc-magnesio) presenta un límite de rotura superior a la 6061.

La soldadura afecta de diferente manera al aluminio según la aleación de que se trate. En las aleaciones de la serie 6000 la influencia de la zona afectada por el calor es pequeña, y con el tratamiento térmico posterior se recuperan gran parte de las características mecánicas del metal base, sobre todo en espesores pequeños. Las aleaciones de la serie 7000 sin cobre, presentan buenas características mecánicas tras el soldeo, pero además tienen la particularidad de que templan al aire y poseen maduración natural, con lo que se consiguen las ventajas de un tratamiento térmico posterior al soldeo sin necesidad de realizarlo, recuperando el 90-95% del valor del límite de rotura. Las aleaciones 7003, 7005 y 7020 pertenecen a este grupo.

Las aleaciones aluminio-zinc-magnesio-cobre son las que presentan características mecánicas más elevadas entre todas las aleaciones de aluminio, pero también son las más sensibles al agrietamiento en caliente, lo que hace que su soldeo sea muy delicado. Una vez analizado lo anterior, concluimos que para nuestra pieza la realizaremos en Aluminio 7005-T6, ya que dentro del grupo de las 7000 tiene menor densidad y un límite de fatiga más que aceptable.

Solicitaciones para el modelo de aluminio

Para este nuevo modelo el límite de fatiga sí lo conocemos, al contrario que para la fibra de carbono. Esto nos abre un abanico de posibilidades ya que no hará falta comprobar si la pieza supera la tensión admisible y sí conocer si supera el límite a fatiga.

Para ello tendríamos que calcular las fuerzas que se ejercen durante la navegación, lo cual nos resulta imposible con los medios que disponemos. Por lo que realizamos una aproximación con las fuerzas máximas calculadas para condiciones extremas y concluimos que la intensidad de las fuerzas un día normal será tres veces menor a las máximas.

Por lo que podemos concluir que realizaremos el ensayo estructural con las mismas fuerzas, pero reduciendo su valor al 33,33% obteniendo así 65,27 N para la fuerza horizontal y 78,87 N para la vertical.

Además, aplicaremos las fuerzas con su valor máximo para poder comparar los modelos de aluminio y de fibra de carbono, pero para este caso aplicando la tensión de rotura y no fatiga.

4.6.4.1 Modelo 4

Comenzamos el estudio realizando la nueva caña, con la misma geometría que el modelo 3 de fibra de carbono. Le daremos un espesor constante de 2,1 mm como el primer modelo y de ahí empezaremos a desarrollar lo mostramos en la Figura 60.

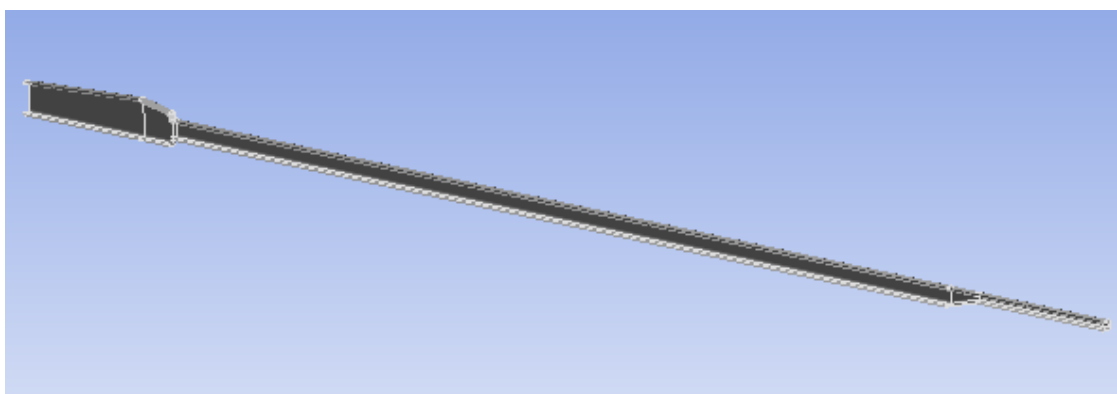


Figura 60 Vista de sección modelo 4

Para darle el espesor, al ya no ser un material compuesto, debemos realizarlo con el software SOLIDWORKS y luego importaremos el modelo como un sólido, y no como superficies. Debemos crear en la biblioteca de ANSYS el aluminio seleccionado 7005–T6 añadiendo las propiedades de dicho material.

Vemos en las siguientes imágenes los resultados del primer Modelo de espesor constante de 2,1 mm con un peso 0,4021 kg.

Para la tensión vemos en la Figura 61 y Figura 62 la ocasionada por la fuerza vertical y horizontal respectivamente:

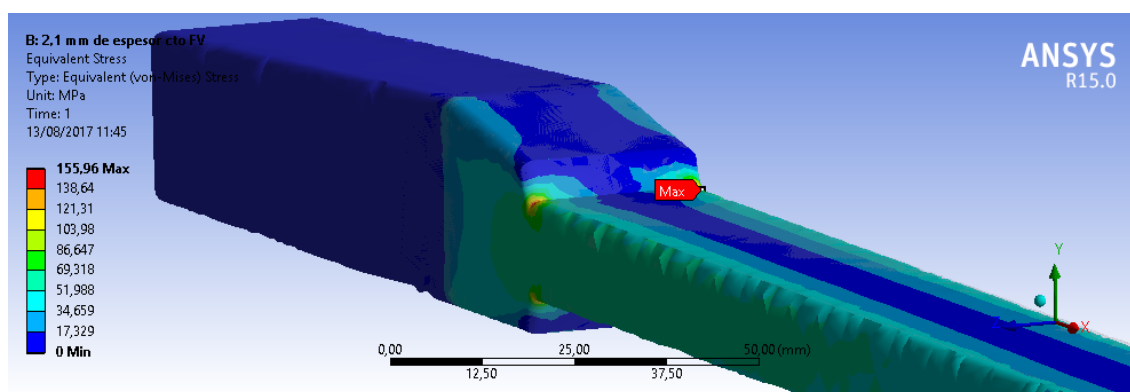


Figura 61 Tensión modelo 4 fuerza vertical

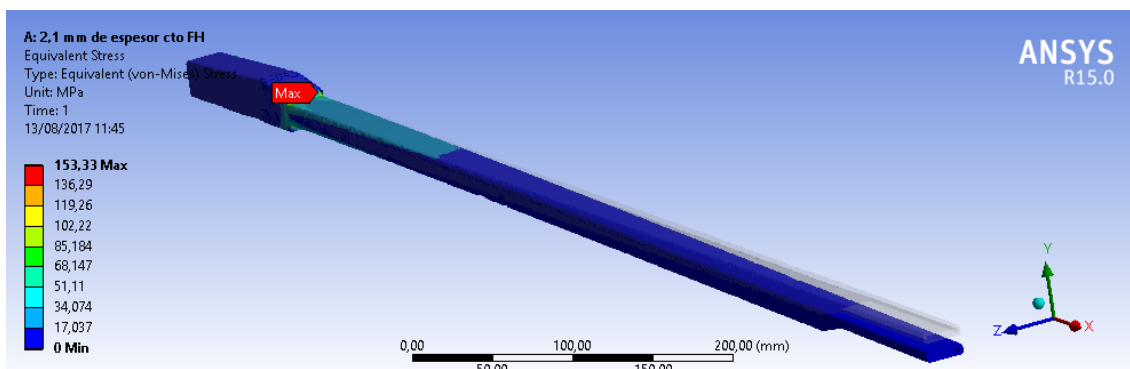


Figura 62 Tensión modelo 4 fuerza horizontal

Y la deformación sufrida se muestra en la Figura 63 y Figura 64 para las fuerzas vertical y horizontal:

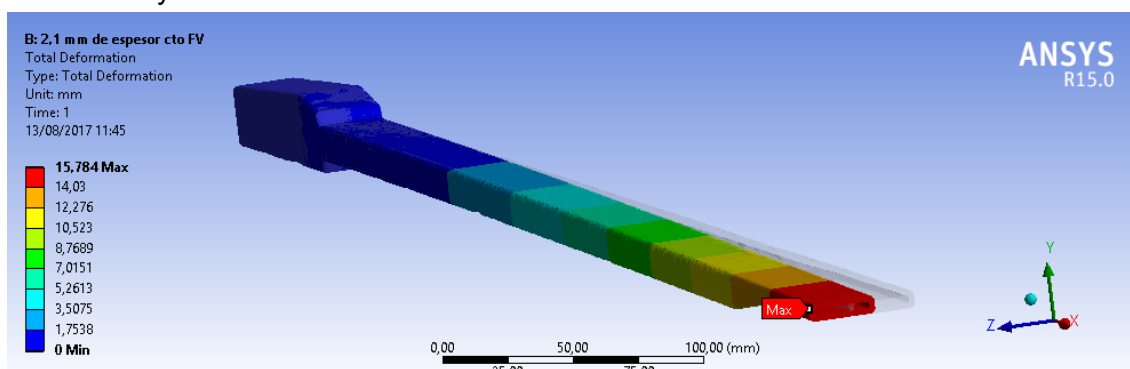


Figura 63 Deformación modelo 4 fuerza vertical

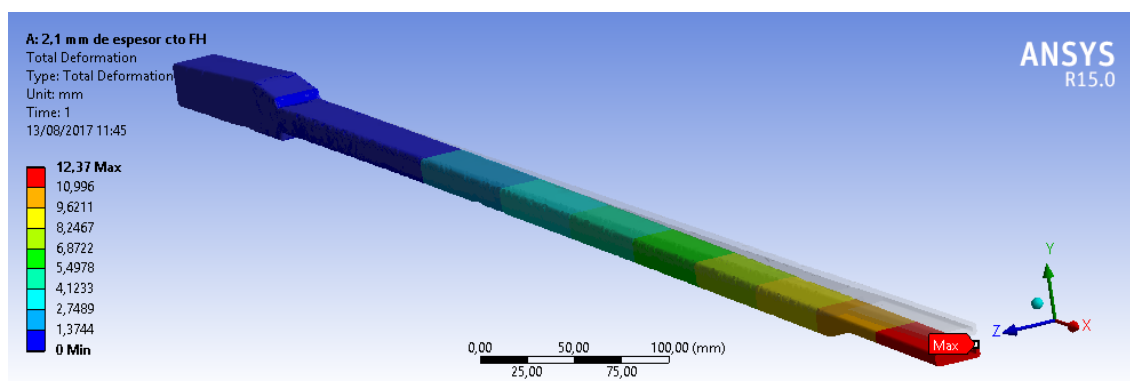


Figura 64 Deformación modelo 4 fuerza vertical

Podemos ver claramente como los valores de las flechas o deflexiones, al reducirse las fuerzas un 33,33% son mucho menores, y para las tensiones máximas alcanzadas, vemos como están por encima del límite de fatiga por muy poco.

Siendo el límite 150 MPa y la máxima 155,96Mpa.

Por este motivo no podemos validar este modelo, para seguir con un futuro modelo deberíamos proceder como en el modelo de fibra de carbono y aumentar la sección añadiendo material hacia el interior del modelo consiguiendo así, mayores valores de momento de inercia y minimizando la tensión.

4.6.4.2 Modelo 5

Ya que los valores máximos han sido superados por muy poco, optamos por aumentar el espesor hasta 2,5mm.

Lo sometemos a análisis y obtenemos los siguientes valores recogidos en la Tabla 13:

	Deformación (mm)	Tensión (MPa)
F. vertical	13,839	125,41
F. Horizontal	10,818	133,24

Tabla 13

Vemos como los valores disminuyen hasta valores admisibles, para el límite de fatiga, con un peso de 0,48774 kg lo que supone 80 gr de peso más que el modelo anterior.

Ahora, como mencionamos anteriormente, para poder comparar el resultado del modelo de aluminio con el modelo de fibra de carbono, realizamos el análisis para las sollicitaciones máximas y obtenemos los siguientes resultados Tabla 14:

	Deformación (mm)	Tensión (MPa)
F. vertical	41,528	376,31
F. Horizontal	32,458	399,77

Tabla 14

La tensión límite de rotura para el Aluminio 7005-T6 es de 350 MPa, por lo que para condiciones extremas de navegación como es el caso cuando se dan las sollicitaciones máximas, este modelo de aluminio no resistiría.

4.6.4.3 Modelo 6

Por último vamos a realizar un modelo con un aumento de la sección transversalmente, lo que hará que mejore los resultados de forma considerable y que sirva para aguantar las sollicitaciones máximas.

Este nuevo modelo sabemos que será de poca utilidad pues el peso aumentará en exceso y casi seguro que saldrá de los objetivos que buscamos. Pero podrá servir de guía para futuros trabajos y optimizaciones de dicha pieza en modelos de aluminio además de confirmar lo que vimos en el apartado de geometría de forma teórica.

El nuevo modelo tiene un perfil 12 mm más ancho que su antecesor quedando con la siguiente forma Figura 65:

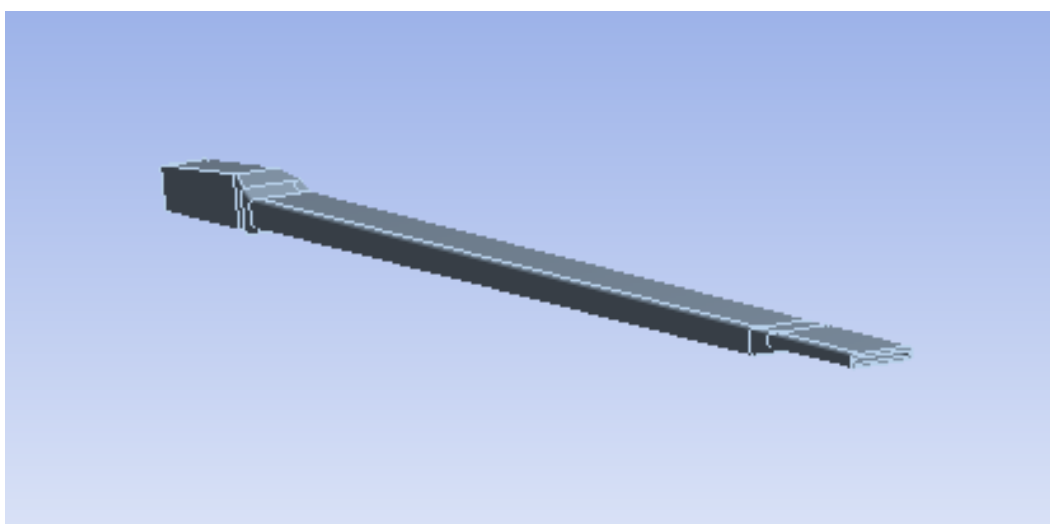


Figura 65 Modelo 6

Los resultados obtenidos para las solicitaciones máximas y las reducidas para fatiga son las siguientes Tabla 15 y Tabla 16:

Solicitaciones al 33,33%	Deformación (mm)	Tensión (MPa)
F. vertical	6,535	26,934
F. Horizontal	4,923	35,681

Tabla 15

Solicitaciones Máximas	Deformación (mm)	Tensión (MPa)
F. vertical	19,606	80,803
F. Horizontal	14,771	107,05

Tabla 16

Podemos ver como se trata del modelo que menores valores alcanza de todos los estudiados previamente, pero como mencionamos anteriormente, este aumento de sección perjudica en gran medida al rendimiento de la embarcación, además del peso que aumenta casi en un 50 % a su modelo previo con una masa de 0,8015 kg.

4.6.5 Comparativa

Vamos a comparar los resultados de ambos modelos que cumplen los límites establecidos, pues el resto no resultan interesantes para seguir avanzando. Estos son el modelo 3 y el 5

En la Tabla 17 podemos comparar los valores de flecha máxima y tensiones para cada sollicitación, las fuerzas aplicadas a cada uno de ellos y el peso.

Modelos/Fuerzas	Deformación (mm)		Tensión (MPa)		Peso (kg)
	F. vertical	F. Horizontal	F. vertical	F. Horizontal	
Modelo 3 Fibra de carbono	30,587	39,072	285,34	344,93	0,28031
Modelo 5 Aluminio	41,528	32,458	376,31	399,77	0,48774

Tabla 17

Apreciamos claramente como todos los valores son menores para el caso del modelo en fibra de carbono. Podemos destacar una curiosidad y es que en todos los modelos de carbono se alcanzan mayores valores de tensión y deformación para el caso de la fuerza horizontal, y en los modelos de aluminio es para el caso de la fuerza vertical. Este detalle se debe a la anisotropía o falta de homogeneidad que poseen los materiales compuestos frente a los metales.

A la vista de los resultados podemos confirmar que la selección de materiales realizada ha sido la correcta, pues el modelo en fibra de carbono, cumple mejor los objetivos establecidos, tiene un menor peso, menor sección, mayor rigidez y por lo tanto aumentará el rendimiento de la embarcación. En cuanto al modelo de aluminio se podría seguir desarrollando y valorar nuevas geometrías con el fin de mejorar las prestaciones.

Podemos confirmar al modelo 3 el seleccionado como mejor opción de nuestro proceso de diseño

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y

CONCLUSIONES

5 Resultados y conclusiones

5.1 Resultados

En el siguiente apartado se van a recoger todos los resultados obtenidos durante la elaboración del presente trabajo técnico.

Comenzamos con los resultados de las sollicitaciones a las que hemos sometido a la pieza. Estas han sido calculadas a partir de cargas de rotura de otros elementos de la embarcación para el caso de la fuerza vertical. Y la fuerza horizontal mediante condiciones extremas de navegación donde el barco alcanza la velocidad máxima y el mayor ángulo de giro del timón. No consideramos necesario mayorar los resultados obtenidos o establecer coeficientes de seguridad, pues al estar calculadas en condiciones extremas y para cargas límite ya son suficientemente elevadas, además en el caso de rotura de la pieza no implica riesgo para la integridad del deportista.

En cuanto al resultado de la selección de material, obtuvimos fibra de carbono y epoxi, pero se decidió cambiar la matriz de epoxi por una resina uretano-acrítica debido a unas mayores prestaciones. A pesar de que los tres métodos utilizados para seleccionar el material coincidían en un material compuesto se propuso realizar un modelo en aluminio, pues como vimos es un material barato, manejable y existían antecedentes de otros modelos de cañas. Esto nos sirvió para analizar una nueva posibilidad, que finalmente resultó tener menores prestaciones que el modelo en fibra de carbono.

Tras realizar seis modelos y someterlos al análisis mediante elementos finitos con ANSYS obtuvimos los valores de tensión y deformación, además del peso de cada uno de ellos, todos estos resultados se muestran en la Tabla 18

Como ya se vio con anterioridad, el modelo 3 ha sido seleccionado, ya que cumple todas las especificaciones y objetivos deseados. Es por ello que en la Figura 66 podemos ver una imagen, del ACP post, donde no existe ningún punto, donde se supere la tensión máxima admisible y, por lo tanto, afirmamos que no romperá para las sollicitaciones calculadas.

Además, en la Tabla 19 recogemos el peso de los modelos estudiados en los antecedentes y los comparamos con el final obtenido por nuestra caña añadiéndole el peso de los accesorios recogido es el anexo 4 del presente documento.

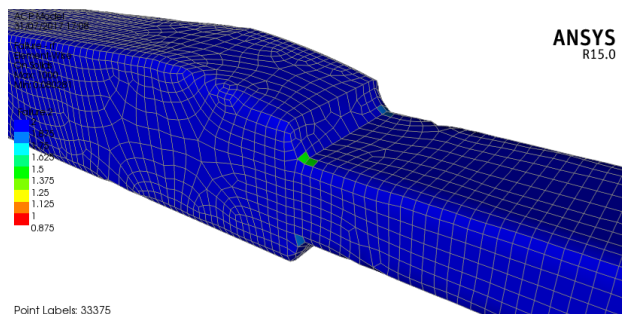


Figura 66 ACP post modelo 3 fuerza vertical

Modelos/Fuerzas	Deformación (mm)		Tensión (MPa)		Peso (Kg)
	F. vertical	F. Horizontal	F. vertical	F. Horizontal	
Modelo 1 Fibra de carbono	47,152	57,035	957,85	683,97	0,2253
Modelo 2 Fibra de carbono	38,883	50,671	385,82	397,53	0,28221
Modelo 3 Fibra de carbono	30,587	39,072	285,34	344,93	0,28031
Modelo 4 Aluminio	47,364	37,15	468,01	460,05	0,4021
Modelo 5 Aluminio	41,528	32,458	376,31	399,77	0,48774
Modelo 6 Aluminio	19,606	14,771	80,80	107,05	0,8015

Tabla 18

Modelos	Modelo de Aluminio	Modelo XD	Modelo Rooster	Modelo 3
Peso (gr)	614	416	310	304,52

Tabla 19

Por último en el presente documento se adjuntan los planos de la pieza con sus dimensiones finales, y la distribución que sigue el laminado en fibra de carbono.

5.2 Conclusiones

Podemos concluir que se ha realizado satisfactoriamente el diseño de una caña de timón en fibra de carbono para la embarcación olímpica Laser, cumpliendo así con el objetivo principal de este trabajo técnico. Uno de los aspectos a destacar del diseño propuesto es que presenta un peso inferior al del resto de modelos comerciales encontrados, soportando las sollicitaciones máximas estimadas y manteniendo un valor de deflexión por debajo de la máxima fijada.

Gracias a comparar los modelos de aluminio y carbono podemos afirmar que para la geometría seleccionada, resulta más eficaz utilizar materiales compuestos y confirmamos así la buena selección de material realizada. A pesar de ello se podrían hacer análisis futuros sobre una geometría de aluminio, capaz de igualar los valores de deformaciones de los modelos en fibra de carbono, o con otras aleaciones de aluminio que mejoren los resultados.

Se debe destacar las dificultades que tuvimos a la hora de decidir si realizar un análisis estático o a fatiga, debido a la falta de información encontrada sobre el tema. La fatiga en materiales compuestos es algo reciente y además como vimos, la fibra de carbono es un material muy resistente a este fenómeno, a diferencia de la matriz aglutinante que es la parte del composite que la ocasiona. Solo tuvimos acceso a pequeños ensayos pero todos con una disposición de laminado y matrices diferentes a nuestro caso, por lo que no había apenas información útil. Otro factor determinante ha sido el cálculo de las cargas durante la navegación, pues ha sido imposible disponer de medios como galgas, para medir las fuerzas en un entorno tan hostil como mar abierto.

En cuanto a la validación del modelo matemático obtenido con ANSYS frente a un modelo real, podemos concluir que hay ciertas similitudes con la realidad, pero uno de los tres ensayos realizados se nos escapa de nuestro control. Esto puede deberse a problemas sobre el desconocimiento exacto de la disposición del laminado del modelo real y el espesor en determinadas zonas o diferencias geométricas y de cálculo con el software ANSYS durante el análisis matemático. Podríamos abrir la puerta a trabajos futuros fabricando el modelo 3 seleccionado, ya que de él sí conocemos todos sus aspectos, y comparándolo así en un ensayo real para poder realizar una validación del modelo matemático más exacta.

Para concluir, debido al desconocimiento previo sobre el software ANSYS, se ha realizado una investigación muy profunda y exhaustiva sobre el funcionamiento y manejo de las múltiples herramientas que permite el programa. Sobre todo del módulo ACP de materiales compuestos, consultando innumerables páginas de internet y manuales, por lo que a pesar de realizar un gran esfuerzo en este tema, al tratarse de un programa de diseño profesional, seguramente con un curso o ayuda externa se podría haber realizado un análisis mucho más completo. Y ya que existe posibilidad de continuar este trabajo técnico con optimizaciones futuras, se ha creado un anejo con todo lo aprendido sobre el software de diseño de ANSYS, con el fin de ayudar a posibles estudiantes a simplificar esta tarea y continuar el análisis de nuevos modelos.

CAPÍTULO 6

BIBLIOGRÁFIA

6 Bibliografía

- [1] K. D. Potter, *American Society of Composites, Ninth International Conference Proceedings*. Newark, Delaware: Technomic Publishing Company INC, 1994.
- [2] P. Mangonon, *CIENCIA DE MATERIALES: SELECCION Y DISEÑO*. Mexico: PRENTICE HALL MEXICO, 2001.
- [3] J. P. Schaffer and S. Ashok, *CIENCIA Y DISEÑO DE MATERIALES PARA INGENIERIA*. Mexico: S.L. (GRUPO PATRIA CULTURAL) ALAY EDICIONES, 2000.
- [4] R. Budynas and K. Nisbett, *DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA DE SHIGLEY*, 9^o edición. McGraw-Hill Interamericana de España S.L, 2012.
- [5] J. Lafarge Izquierdo and F. Sanz Adam, *Diseño industrial: Desarrollo del producto*, S.A. Edici. 2002.
- [6] "History." [Online]. Available: <http://www.kirbytorch.com/history>. [Accessed: 17-Mar-2017].
- [7] "Laser Class Rules." [Online]. Available: <http://www.laserinternational.org/rules-and-regulations/laser-class-rules/>. [Accessed: 12-Mar-2017].
- [8] G. Rodriguez, *Manual de diseño industrial*, 3^o Edicion. Mexico.
- [9] M. F. Ashby, *MATERIALS SELECTION IN MECHANICAL DESIGN*. Inglaterra: BUTTERWORTH-HEINEMANN, 1999.
- [10] M. F. Ashby, *MATERIALES PARA INGENIERIA 1: INTRODUCCION A LAS PROPIEDADES, LAS APLICACIONES Y EL DISEÑO*. Reverte, 2008.
- [11] W. D. Callister, *MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING: AN INTRODUCTION*. Nueva York: JOHN WILEY & SONS INC, 2000.
- [12] "MatWeb, Your Source for Materials Information." [Online]. Available: <http://www.matweb.com/>. [Accessed: 05-Apr-2017].
- [13] R. L. Mott, *Mecánica de fluidos*, 6^o edición. Mexico: Pearson Educación de México, S.A. de C.V., 2006.
- [14] M. J. ROBERT, *MECHANICS OF COMPOSITE MATERIALS*. Virginia Polytechnic Institute and State University, 1999.
- [15] L. Ortiz Berrocal, *Resistencia de Materiales*, 3^o edición. MCGRAW-HILL INTERAMERICANA DE ESPAÑA S.A., 2007.
- [16] J. Blanco Clararco, F. J. Garrido Jimenez, J. López Martínez, J. F. Jiménez Alonso, and A. Mateo Hernández Díaz, *RESISTENCIA DE MATERIALES: RESUMEN DE TEORÍA Y PROBLEMAS RESUELTOS*. Almería: Editorial Universidad de Almería, 2017.
- [17] M. w. Hyer, *Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials*. Lancaster, Pennsylvania: DEStech Publications, Inc, 1998.

Anejos

Anejos

ANEJO 1 ESTADO DE TENSIONES Y DEFORMACIONES DE LOS MATERIALES COMPUESTOS ..	95
ANEJO 2 USO DE ANSYS Y EL MÓDULO DE ACP PARA MATERIALES COMPUESTOS	111
ANEJO 3 VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	137
ANEJO 4 INFORME GENERADO POR ANSYS DEL MODELO FINAL	154
ANEJO 5 ESPECIFICACIONES DE MONTAJE DE LOS ACCESORIOS	172

Anejo 1 Estado de tensiones y deformaciones de los materiales compuestos

En este anejo se describirá el estado de tensiones y deformaciones de los materiales compuestos, la forma teórica de su cálculo, y varios métodos para ello.

Estado de tensiones y deformaciones.

Cuando un cuerpo se deforma por la acción de una fuerza externa, un punto P de coordenadas $X=(X_1, X_2, X_3)$ se desplazará al punto $x=(x_1, x_2, x_3)$, siendo el desplazamiento del dicho punto P igual a $U= x - X$.

La deformación de un punto puede ser medida a través del tensor de Green-Lagrange, **E**, cuyas componentes cartesianas vienen expresadas por:

$$\begin{aligned}
 E_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial X_1} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial X_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial X_1} \right)^2 \right] \\
 E_{22} &= \frac{\partial u_2}{\partial X_2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial X_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial X_2} \right)^2 \right] \\
 E_{33} &= \frac{\partial u_3}{\partial X_3} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial X_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial X_3} \right)^2 \right] \\
 E_{12} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_1}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1}{\partial X_1} \frac{\partial u_1}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \frac{\partial u_2}{\partial X_2} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} \frac{\partial u_3}{\partial X_2} \right] \\
 E_{13} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1}{\partial X_1} \frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} \frac{\partial u_3}{\partial X_3} \right] \\
 E_{23} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_2} + \frac{\partial u_1}{\partial X_2} \frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_2}{\partial X_2} \frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_2} \frac{\partial u_3}{\partial X_3} \right]
 \end{aligned}$$

Mediante la hipótesis de pequeñas deformaciones, podemos considerar despreciables los términos infinitesimales de segundo orden, obteniéndose el tensor de deformaciones infinitesimales ϵ , cuyas componentes son:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial X_1} \quad ; \quad \epsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial X_2} \quad ; \quad \epsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial X_3} \\
 \gamma_{12} = 2\epsilon_{12} &= \frac{\partial u_1}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \quad ; \quad \gamma_{13} = 2\epsilon_{13} = \frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} \\
 \gamma_{23} = 2\epsilon_{23} &= \frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_2}
 \end{aligned}$$

La notación ϵ y γ , fue introducida por van Kármán. Las deformaciones γ_{12} , γ_{13} y γ_{23} son las deformaciones cortantes ingenieriles, γ_{ij} , ($i \neq j$) pueden ser vista como la

deformación angular en el plano ij , mientras que la deformación ϵ_{ij} , es una media simple de las deformaciones en el plano ij .

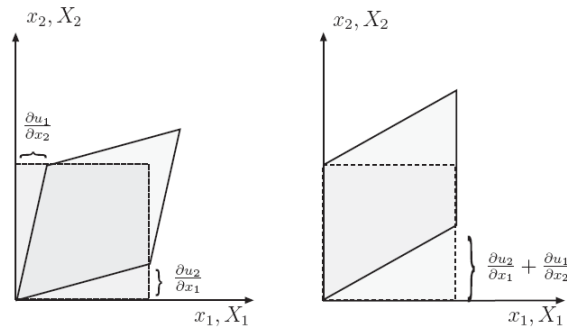


Figura 67 Deformación a cortante ϵ y deformación a cortante ingenieril γ .

Transformación de coordenadas.

Las relaciones constitutivas de un material ortótropo son escritas en términos de componentes de tensión y deformación, que estarán referenciadas a un sistema de coordenadas. Es importante destacar que los compuestos laminados poseen diferentes láminas cuyas fibras estarán orientadas en diferentes ángulos. Dicho esto, normalmente el sistema de coordenadas del material suele ser diferente del sistema de coordenadas del problema. De esta forma es necesario establecer una relación de transformación entre las tensiones y deformaciones para los dos sistemas coordenados.

Cuando el plano formado por los ejes x_1x_2 es paralelo al plano del laminado y la dirección z normal a dicho plano y coincidente con el eje coordenado del material x_3 , tenemos un tipo de transformación especial entre las coordenadas materiales y las coordenadas del problema.

Sea xyz las coordenadas de la solución del problema y $x_1x_2x_3$ las coordenadas principales del material, donde $x_1x_2x_3$ se obtiene de la rotación del plano xy un ángulo θ en torno al eje z , Figura 68. La transformación de coordenadas de un punto cualquiera de un sistema en otro punto del sistema con $z=x_3$ viene dado por:

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta & 0 \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

O en forma inversa, por:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = [A]^T \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

Donde $[A]$ representa la matriz de cosenos directores. Dicha matriz es ortogonal, por tanto: $[A]^T = [A]^{-1}$.

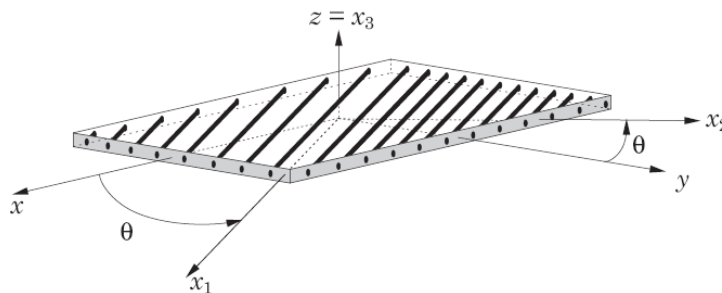


Figura 68 Sistema global de coordenadas

En la Figura 68 vemos el sistema de coordenadas global y material.

Las relaciones de transformación dadas por las ecuaciones de transformación de coordenadas anteriores también son válidas para los vectores unitarios asociados a los sistemas de coordenadas. De esta forma:

$$\begin{Bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{Bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{Bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{Bmatrix} = [A]^T \begin{Bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \end{Bmatrix}$$

Donde $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3\}^T$ son los vectores de la base ortonormal de las coordenadas materiales y $\{\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z\}^T$ son las componentes del mismo vector pero en las coordenadas del problema. Observando las componentes de la matriz de los cosenos directores son obtenidos por el producto interno entre las componentes de vectores ortonormales de ambos sistemas coordenados.

Considerando que $[\sigma]$ es el tensor de tensiones y que sus componentes $\sigma_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \dots, \sigma_{33}$ se representan en el sistema de coordenadas del material, y que las componentes en el sistema de coordenadas del problema sean $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$. O sea:

$$[\sigma]_p = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yy} & \tau_{yz} & \\ sim & \sigma_{zz} & \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad [\sigma]_m = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \sigma_{22} & \tau_{23} & \\ sim & \sigma_{33} & \end{bmatrix}$$

Aplicando la ecuación de vectores ortonormales para relacionar las tensiones de un sistema coordinado respecto al otro, se obtiene:

$$[\sigma]_m = [A][\sigma]_p[A]^T \quad \text{y} \quad [\sigma]_p = [A]^T[\sigma]_m[A]$$

Por tanto la ecuación anterior permite computar las componentes de tensión referidas a las coordenadas del laminado en términos de las tensiones de la lámina, y la otra la hace lo contrario. Realizando el producto matricial y colocando los tensores de tensión en notación vectorial, se tiene:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sen^2\theta & 0 & -\sen 2\theta & 0 & 0 \\ \sen^2\theta & \cos^2\theta & 0 & \sen 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sen\theta \cdot \cos\theta & -\sen\theta \cdot \cos\theta & 0 & \cos^2\theta - \sen^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & -\sen\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{Bmatrix}$$

o simplemente:

$$[\sigma]_p = [T][\sigma]_m$$

Y la relación inversa viene dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sen^2\theta & 0 & \sen 2\theta & 0 & 0 \\ \sen^2\theta & \cos^2\theta & 0 & -\sen 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\sen\theta \cdot \cos\theta & \sen\theta \cdot \cos\theta & 0 & \cos^2\theta - \sen^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sen\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}$$

o lo que es lo mismo:

$$[\sigma]_m = [R][\sigma]_p$$

Para las deformaciones, el procedimiento de transformación es análogo al realizado con las tensiones, es decir, las expresiones también son válidas:

$$[\boldsymbol{\varepsilon}]_m = [\mathbf{A}][\boldsymbol{\varepsilon}]_p[\mathbf{A}]^T \quad \text{y} \quad [\boldsymbol{\varepsilon}]_p = [\mathbf{A}]^T[\boldsymbol{\varepsilon}]_m[\mathbf{A}]$$

donde $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ se refiere al tensor de deformaciones. De esta manera, las deformaciones en el sistema global de coordenadas tiene las componentes ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{zz} , γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{xz} dadas por:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & -\sin 2\theta & 0 & 0 \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\theta \cdot \cos\theta & -\sin\theta \cdot \cos\theta & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{Bmatrix}$$

Y finalmente por la relación inversa:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & -\sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta \cdot \cos\theta & \sin\theta \cdot \cos\theta & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

Análisis Mecánico de una Lámina.

Para estudiar el comportamiento mecánico de una lámina, que es la estructura básica o fundamental de un laminado, dos hipótesis deben ser consideradas.

- (i) La lámina es continua,
- (ii) El comportamiento de la lámina es lineal elástico.

Con esto el comportamiento de la lámina será presentado en las próximas secciones en el marco de la micromecánica y la macromecánica.

Micromecánica de una Lámina.

La micromecánica es usada para estimar las propiedades mecánicas de los materiales compuestos a partir de las propiedades conocidas de la fibra y de la matriz.

El estudio de las interacciones microscópicas entre los elementos constituyentes de una lámina también se denomina micromecánica. Este análisis es utilizado para hallar las constantes ingenieriles del material compuesto y está basada en las siguientes hipótesis:

- i. Unión perfecta entre la fibra y la matriz,
- ii. Las fibras son paralelas y uniformemente distribuidas en la matriz,
- iii. La matriz está libre de tensiones residuales,
- iv. Tanto la matriz como la fibra son isótropas y obedecen a la Ley de Hooke,
- v. Las cargas son paralelas o transversales a la dirección de las fibras.

La técnica más sencilla de homogeneización es la Ley de las Mezclas. Este tipo de métodos sugieren la existencia de un elemento de volumen representativo RVE (Representative Volume Element). Si la dispersión de la fibra es estadísticamente homogénea, cabe pensar en un RVE estadísticamente igual para el compuesto.

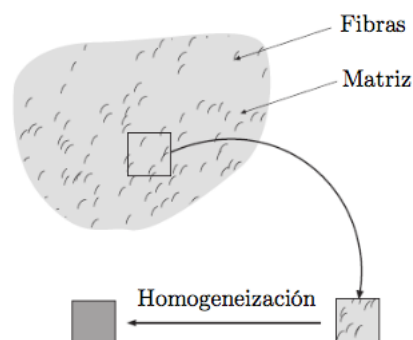


Figura 69 RVE elemento de volumen representativo

En la Figura 69 vemos un elemento de volumen representativo RVE

Ley de las Mezclas:

La Ley de las Mezclas fue propuesta por Voigt [1889] es la técnica de homogeneización más simple que puede aplicarse en un material compuesto. Consideremos un elemento de volumen V , constituido por fibras y una matriz, y cuyo volumen viene dado por:

$$V = V_f + V_m$$

Donde los subíndices f y m representan fibra y matriz, respectivamente.

De forma análoga, la masa del elemento viene dada por:

$$M = M_f + M_m$$

Si ρ_m y ρ_f son las densidades de fibra y matriz, podemos escribir:

$$M = \rho_f V_f + \rho_m V_m$$

El cálculo del Módulo de Young Longitudinal E_1 se puede realizar considerando la acción de una fuerza F_1 en la dirección de la fibra, según se observa en la Figura 70:

$$F_1 = \sigma \cdot A$$

donde σ es la tensión media normal a lo largo de la sección recta $A=L^2$.

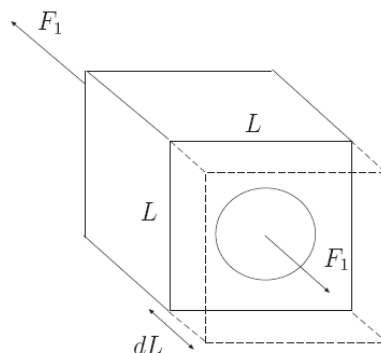


Figura 70 Fuerza en dirección de la fibra

Una parte de la fuerza es transmitida a la fibra y otra a la matriz. Sean A_f y A_m las áreas de las secciones rectas de la fibra y de la matriz, podemos escribir:

$$\sigma_1 A = \sigma_{f1} A_f + \sigma_{m1} A_m$$

y que representa el equilibrio de fuerzas en el elemento.

Mediante la Ley de Hooke, la tensión normal del elemento σ_1 , de las fibras σ_{f1} y de la matriz σ_{m1} , son expresadas mediante:

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1$$

$$\sigma_{f1} = E_{f1} \varepsilon_{f1}$$

$$\sigma_{m1} = E_{m1} \varepsilon_{m1}$$

donde E_1 , E_{f1} y E_{m1} son los Módulos de Young del compuesto, la fibra y la matriz, respectivamente. Sustituyendo se obtiene:

$$E_1 \varepsilon_1 = \frac{A_f}{A} E_{f1} \varepsilon_{f1} + \frac{A_m}{A} E_{m1} \varepsilon_{m1}$$

También podemos escribir:

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f}$$

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{G_f V_m + G_m V_f}$$

$$\nu_1 = \nu_f V_f + \nu_m V_m$$

donde:

E_f : Módulo de Elasticidad Longitudinal de la fibra,

E_m : Módulo de Elasticidad Longitudinal de la matriz,

ν_f : Coeficiente de Poisson de la fibra,

ν_m : Coeficiente de Poisson de la matriz, V_f : Fracción de Volumen de fibras,

V_m : Fracción de Volumen de matriz,

Los Módulos de Elasticidad Transversal vienen dados por:

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)}$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}$$

G_f y G_m representan el Módulo de Elasticidad Transversal de la fibra y de la matriz, respectivamente. Otra manera de determinar las constantes ingenieriles E_1 , E_2 , G_{12} y ν_{12} es experimentalmente.

Macromecánica de una Lámina.

El término comportamiento macromecánico, se refiere a cuando son consideradas las propiedades mecánicas promedio.

Una restricción básica de la teoría es asumir el comportamiento lineal elástico para los materiales tratados. El modelo lineal de comportamiento para una deformación infinitesimal fue introducido por Cauchy [1828] siendo denominada Ley de Hooke generalizada, pudiendo ser enunciada como:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

donde C_{ijkl} es el tensor de constantes elásticas del material.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} & C_{1121} & C_{1122} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} & C_{2222} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} & C_{3322} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} & C_{2322} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} & C_{3132} & C_{3113} & C_{3121} & C_{3122} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} & C_{1221} & C_{1222} \\ C_{3211} & C_{3222} & C_{3233} & C_{3223} & C_{3231} & C_{3212} & C_{3232} & C_{3213} & C_{3221} & C_{3222} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1331} & C_{1312} & C_{1332} & C_{1313} & C_{1321} & C_{1322} \\ C_{2111} & C_{2122} & C_{2133} & C_{2123} & C_{2131} & C_{2112} & C_{2132} & C_{2113} & C_{2121} & C_{2122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{32} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} \end{bmatrix}$$

Una manera de simplificar la matriz anterior es mediante la notación de Voigt [Voigt, 1928]. La notación de Voigt pretende representar un tensor simétrico reduciendo el orden del mismo.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{22} \\ 2a_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \{A\}$$

Para conservar la norma $\sum_{ij} C_{ij}^2 = \sum_{ijkl} C_{ijkl}^2$ Kelvin introdujo el factor 2 de manera que representará las contribuciones de a_{12} y a_{21} .

$$(\sigma_{ij} = \sigma_{ji} ; \epsilon_{kl} = \epsilon_{lk})$$

Como los tensores de tensiones y deformaciones son simétricos el número de constantes elásticas independientes se reduce a 21. En el caso de un material anisótropo la ecuación anterior puede ser escrita de la forma:

$$\sigma_i = C_{ij}\epsilon_j$$

o en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{12} & C_{12} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{12} & C_{12} & C_{12} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{12} & C_{12} & C_{12} & C_{12} & C_{55} & C_{56} \\ C_{12} & C_{12} & C_{12} & C_{12} & C_{12} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

Siendo la matriz [C] simétrica, por tanto los términos $C_{ij}=C_{ji}$:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

sim

Para un material anisótropo, se tiene por tanto 21 constantes elásticas independientes:

$$C_{ortotropo} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$

sim

Para un material monoclinico, es decir 1 plano de simetría, el número de constantes elásticas se reducen a 13. Por ejemplo para un material con simetría en torno al plano 1-2:

$$C_{\text{monoclínico}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ \text{sim} & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$

En materiales que poseen dos planos ortogonales de simetría de propiedades del material, existe necesariamente simetría del tercer plano mutuamente ortogonal a los otros dos. En el caso de que esto ocurra, el material posee triple simetría y es llamado ortótropo, el número de constantes elásticas se reduce a 9. La Eq. (3.31) muestra la matriz de constantes elásticas de este material:

$$C_{\text{anisótropo}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ \text{sim} & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$

Si el material tiene un plano de isotropía, se dice que es transversalmente isótropo y el número de constantes elásticas se reduce a 5.

$$C_{\text{transversalmente isótropo}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ \text{sim} & & & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

Para un material isótropo, es decir con infinitos planos de simetría, el número de constantes se reduce a 2.

$$C_{isotropo} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ sim & & & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

En lo que sigue, este trabajo se referirá a materiales ortótropos, en donde las direcciones principales del material son paralelas a las intersecciones de los tres planos ortogonales de simetría del material. Con esto un material ortótropo posee un sistema de coordenadas en cada punto donde las tensiones normales provocan sólo deformaciones normales y donde las tensiones cortantes provocan sólo deformaciones cortantes en la dirección de la carga. Los coeficientes elásticos de C_{ij} de la Eq. (3.31) se relacionan con las constantes ingenieriles E_i , G_{ij} y ν_{ij} mediante:

$$\begin{aligned} C_{11} &= E_1 \frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{\Delta} & ; & & C_{12} &= E_1 \frac{\nu_{21}-\nu_{31}\nu_{23}}{\Delta} = E_2 \frac{\nu_{12}-\nu_{32}\nu_{13}}{\Delta} \\ C_{13} &= E_1 \frac{\nu_{31}-\nu_{21}\nu_{32}}{\Delta} = E_2 \frac{\nu_{13}-\nu_{12}\nu_{23}}{\Delta} & ; & & C_{22} &= E_2 \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{\Delta} \\ C_{23} &= E_2 \frac{\nu_{32}-\nu_{12}\nu_{31}}{\Delta} = E_3 \frac{\nu_{23}-\nu_{21}\nu_{13}}{\Delta} & ; & & C_{33} &= E_3 \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{\Delta} \\ C_{44} &= G_{23} & ; & & C_{55} &= G_{13} & ; & & C_{66} &= G_{12} \\ \Delta &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \end{aligned}$$

donde E_1 , E_2 y E_3 son los módulos de elasticidad longitudinal o de Young en las direcciones principales 1-2-3; G_{12} , G_{23} y G_{31} son los módulos de elasticidad transversal de los planos 1-2, 2-3 y 3-1, respectivamente; y ν_{ij} son los coeficientes de Poisson obtenidos de la relación entre la deformación j cuando un elemento diferencial de volumen es cargado sólo en la dirección i ($\nu_{ij} = -\epsilon_j / \epsilon_i$), o sea:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

La matriz [C] es no singular y por tanto existe su inversa, de manera que se define la Matriz de Flexibilidad [S] = [C]⁻¹, como:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & & & & S_{55} & 0 \\ \text{sim} & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

Para materiales ortótropos esta relación se simplifica mediante:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ & & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ & & & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ & & & & S_{55} & S_{56} \\ \text{sim} & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

Los coeficientes S_{ij} en la Eq. (3.20) también son obtenidos a partir de las constantes ingenieriles E_i, G_{ij} y V_{ij} mediante:

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} \quad ; \quad S_{12} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \quad ; \quad S_{13} = -\frac{\nu_{31}}{E_3} = -\frac{\nu_{13}}{E_1} \quad ; \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}$$

$$S_{23} = -\frac{\nu_{32}}{E_3} = -\frac{\nu_{23}}{E_2} \quad ; \quad S_{33} = \frac{1}{E_3} \quad ; \quad S_{44} = \frac{1}{G_{24}} \quad ; \quad S_{55} = \frac{1}{G_{31}} \quad ; \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

Relaciones Constitutivas en EPT.

El Estado Plano de Tensiones, EPT, se define como aquel en el que cada punto está sometido a tensión en un solo plano. Esto ocurre en sólidos cuya dimensión en la dirección z es muy pequeña. El ejemplo más común es el de una chapa o lámina solicitada en su plano medio, sin cargas actuando perpendicularmente a este plano, Figura 71.

Donde vemos una lámina bajo estado plano de tensiones.

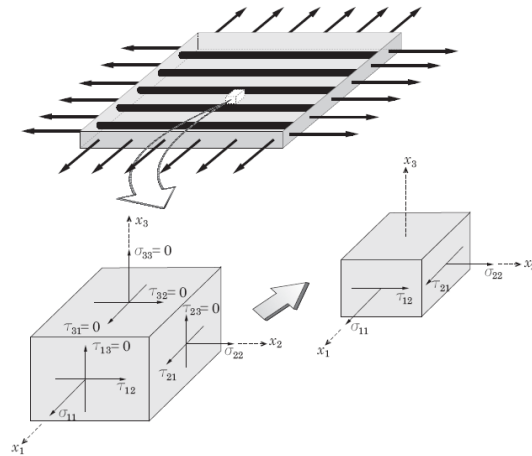


Figura 71 Lámina bajo estado plano de tensiones EPT

Bajo este estado, las tensiones σ_{11} , σ_{22} y τ_{12} son distintos de cero. Mientras que las tensiones τ_{23} y τ_{13} son nulas en la superficie media, en tanto que el hecho de que $\sigma_{33}=0$, no implica la nulidad de ϵ_{33} , ya que para una lámina ortótropa:

$$\epsilon_{33} = S_{13}\sigma_{11} + S_{23}\sigma_{22}$$

El hecho de que $\tau_{23} = \tau_{13} = 0$, implica que:

$$\gamma_{13} = 0$$

$$\gamma_{23} = 0$$

Con esto, la relación tensión-deformación en estado plano de tensiones se reduce a:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

La ecuación anterior puede ser invertida para obtenerse la relación tensión-deformación:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

donde Q_{ij} son los términos de la matriz de rigidez reducida, cuyos elementos en función constantes ingenieriles vienen dados por:

$$Q_{11} = \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{22} = \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{66} = \frac{1}{S_{66}} = G_{12}$$

Es importante observar que la matriz reducida $[Q]$, tiene sólo cuatro constantes independientes del material: E_1 , E_2 , ν_{12} y G_{12} .

Cuando la tensión normal ($\sigma_3=0$), y las tensiones cortantes transversales son consideradas ($\gamma_{13}=\gamma_{23}=0$), la ecuación Eq. (3.42) puede ser escrita mediante la siguiente relación constitutiva:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{Bmatrix}$$

Donde $Q_{44}=C_{44}=G_{23}$ y $Q_{55}=C_{55}=G_{13}$.

Por tanto se puede escribir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

Como ya vimos en la sección 3.4, es más interesante para el análisis trabajar con las coordenadas globales del problema. De esta manera, la relación tensión-deformación de una lámina ortótropa bajo EPT en coordenadas globales viene dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

donde los términos Q_{ij} viene dados por:

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{11} - Q_{22} + 2Q_{66}) (\sin^3 \theta + \cos \theta)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{11} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$\bar{Q}_{44} = Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta$$

$$\bar{Q}_{45} = (Q_{55} - Q_{44}) \cos \theta \sin \theta$$

$$\bar{Q}_{55} = Q_{55} \cos^2 \theta + Q_{44} \sin^2 \theta$$

La matriz $[Q]$ es llamada matriz de rigidez transformada y está en el sistema global de coordenadas.

La ecuación que define las tensiones normales y transversales en el plano es:

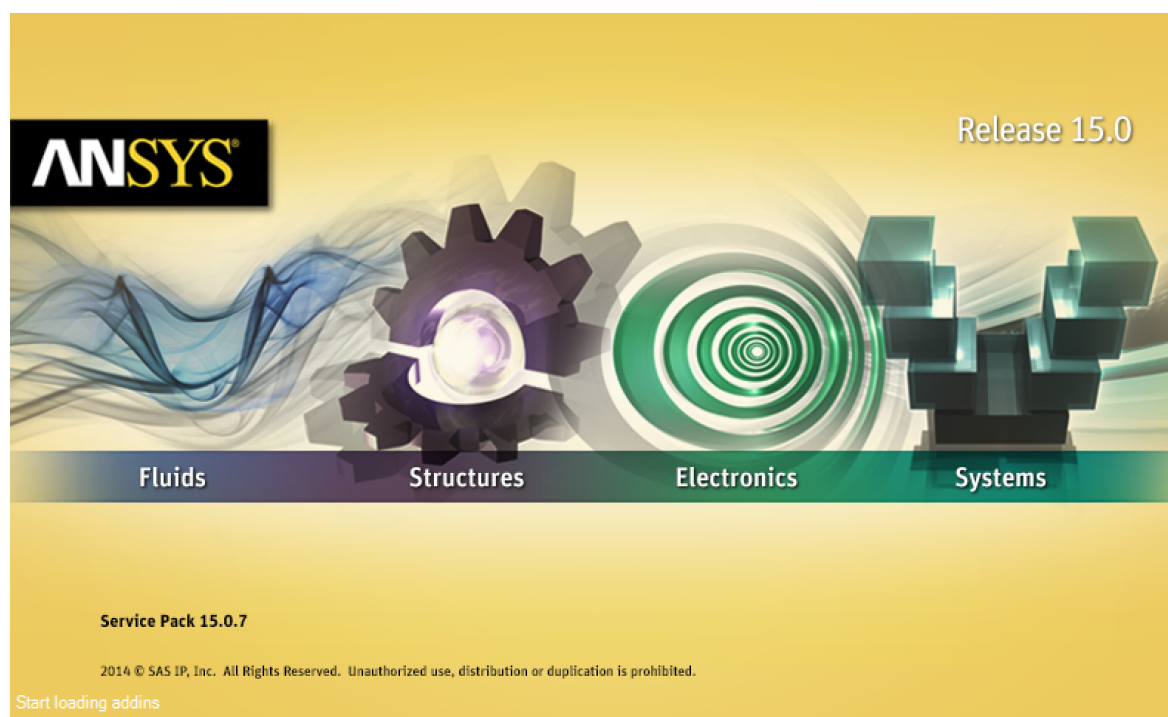
$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

Y esta define las tensiones transversales fuera del plano:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

Anejo 2 Uso de ANSYS y el módulo de ACP para materiales compuestos

En el siguiente Anejo se creará un pequeño manual con todos los pasos seguidos para elaborar una simulación mediante elementos finitos de una pieza de material compuesto. Para ello utilizaremos de ejemplo nuestro modelo 1, y así quedará detallado todo lo realizado para el análisis por elementos finitos.



Las posibilidades que ofrece ANSYS son infinitas por lo que solo nos centraremos en las usadas para nuestro proyecto. Utilizamos el módulo ACP pre y post para materiales compuestos, el cual permite crear sólidos a base de láminas de tejido o fibras de refuerzo, en una matriz aglutinante y estudiaremos en profundidad su comportamiento mediante un análisis estructural estático. Sírvase este anexo como una metodología de trabajo para simular materiales compuestos con ANSYS.

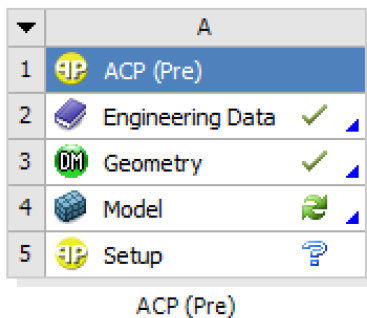
ANSYS Workbench

El objetivo de ANSYS es estudiar el comportamiento de una pieza que aún se encuentra en la fase de diseño, evitando así la construcción de piezas que no cumplan la finalidad para la que fueron creadas, ahorrando una enorme cantidad de costes.

ANSYS trabaja con un escritorio, llamado workbench, donde se pueden añadir diferentes módulos de trabajo o análisis que pueden ser enlazados entre sí, con el fin de crear una pieza con posibilidad de generar diferentes estudios sobre cargas dinámicas, estáticas, comportamiento frente a temperatura, fluidos etc.

El workbench se divide en dos ventanas principales que son el “Toolbox” (caja de herramientas) y el “Project Schematic” (esquema del proyecto).

En el “Toolbox” existen múltiples opciones para diferentes análisis, pero solo nos centraremos en los que vamos a utilizar. Estos son el módulo “ACP” pre y post y “Static Structural”.



En cada uno de los análisis existen diferentes pestañas también llamados células, Figura 72, que te enlazan con diferentes escritorios según su función y van numerados según el orden en el cual han de ir completándose. En la siguiente imagen podemos ver un análisis “ACP (Pre)” compuesto de 5 células.

Figura 72 Célula ACP pre

En la Figura 73 podemos ver a la izquierda el Toolbox con los análisis que utilizaremos marcados con un rectángulo rojo; en el centro el Project schematic y dentro de él está abierto un análisis de ACP para materiales compuestos; a la derecha las Propiedades de Project Schematic; y abajo la lista de mensajes, en este caso vacía, que nos proporciona la información sobre la evolución de nuestro estudio y los mensajes de error.

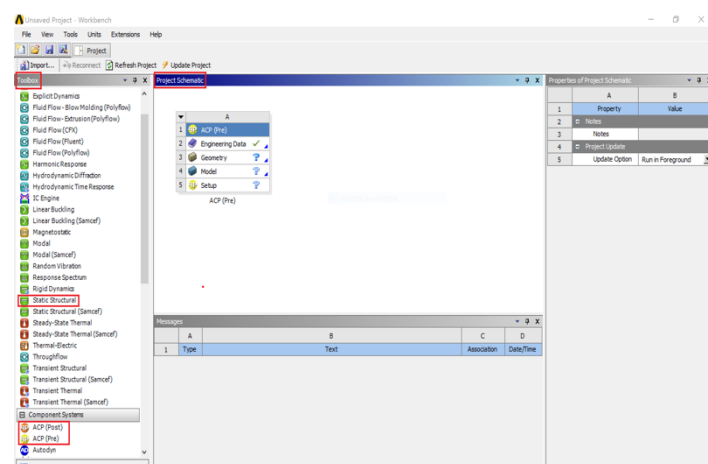


Figura 73 Menu ANSYS

En el “Project Schematic” podemos ir enlazando los diferentes análisis compartiendo entre ellos células comunes con posibilidad de crear para una misma pieza, infinitas soluciones para diferentes solicitaciones.

En la Figura 74 vemos un proyecto de ACP para varios análisis estructurales enlazados con diferentes situaciones

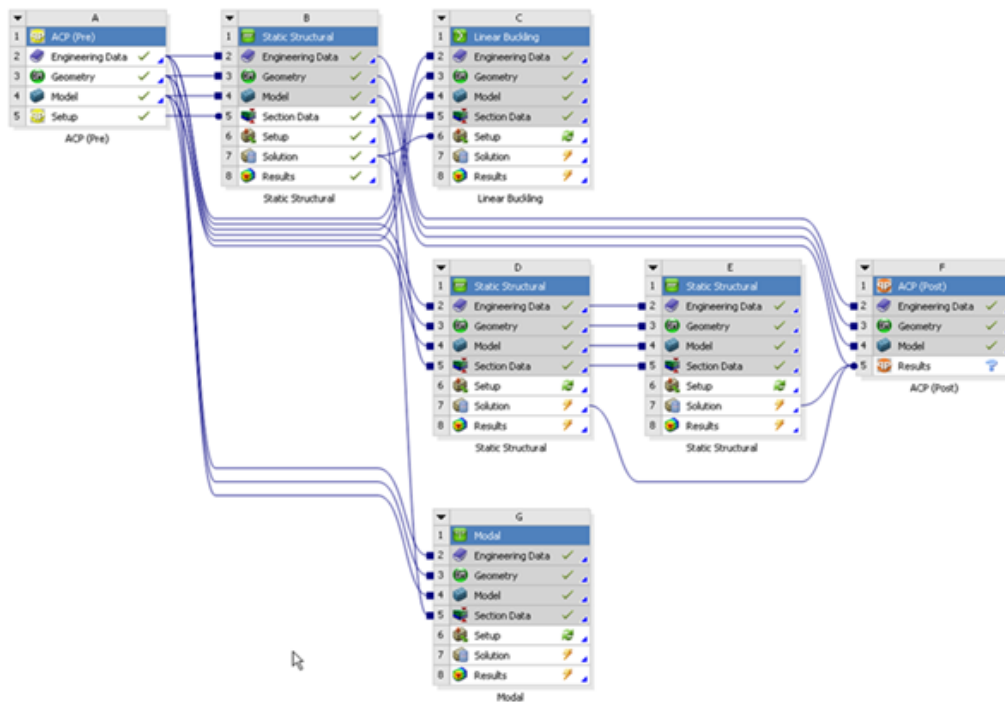


Figura 74 Project Schematic

ACP pre

En este apartado vamos a estudiar cada una de las células que contiene el módulo ACP (pre) y para ello usaremos nuestro caso, a modo de ejemplo, para ver cómo se trabaja con este programa.

Engineering Data

En esta célula, (Figura 75) accedemos a la base de datos de todos los materiales con los que se nos permite trabajar en ANSYS.

	A	B	C	D
1	Data Source		Location	Description
2	★ Favorites			Quick access list and default items
3	General Materials	<input type="checkbox"/>		General use material samples for use in various analyses.
4	General Non-linear Materials	<input type="checkbox"/>		General use material samples for use in non-linear analyses.
5	Explicit Materials	<input type="checkbox"/>		Material samples for use in an explicit analysis.
6	Hyperelastic Materials	<input type="checkbox"/>		Material stress-strain data samples for curve fitting.
7	Magnetic B-H Curves	<input type="checkbox"/>		B-H Curve samples specific for use in a magnetic analysis.
8	Thermal Materials	<input type="checkbox"/>		Material samples specific for use in a thermal analysis.
9	Fluid Materials	<input type="checkbox"/>		Material samples specific for use in a fluid analysis.
10	Composite Materials	<input type="checkbox"/>		Material samples specific for composite structures.
*	Click here to add a new library			

Figura 75 Engineering Data Sources

Cuando instalamos el módulo ACP se nos añade una nueva familia de materiales, la de “Composite materials”, en ella podemos encontrar varios tipos de fibras de carbono y vidrio en sus diferentes formas ya sean unidireccionales, tejidas o preimpregnadas además de diferentes módulos elásticos. También encontramos resinas de poliéster y epoxi como materiales aglutinantes y núcleos como pueden ser “Honeycomb” o “Core”. Todo ello pensado para trabajar con materiales compuestos. Figura 76

	A	B	C	D	E
1	Contents of Composite Materials		Add	source	Description
2	Material				
3	Epoxy_Carbon_UD_230GPa_Prepeg	<input type="checkbox"/>			
4	Epoxy_Carbon_UD_230GPa_Wet	<input type="checkbox"/>			
5	Epoxy_Carbon_UD_395GPa_Prepeg	<input type="checkbox"/>			
6	Epoxy_Carbon_Woven_230GPa_Prepeg	<input type="checkbox"/>			
7	Epoxy_Carbon_Woven_230GPa_Wet	<input type="checkbox"/>			
8	Epoxy_Carbon_Woven_395GPa_Prepeg	<input type="checkbox"/>			
9	Epoxy-EGlass_Wet	<input type="checkbox"/>			
10	Honeycomb	<input type="checkbox"/>			
11	SAN Foam 103km3	<input type="checkbox"/>			

Figura 76 Materiales compuestos ANSYS

Tenemos la opción de crear nuestro propio material, cosa que tuvimos que hacer, pues la resina que utilizaremos no está entre los materiales que nos ofrece ANSYS.

Para ello creamos una nueva familia de materiales llamada “Personalizados” y añadimos a esta nueva familia, nuestra resina de uretano-acrítica. Para aplicarle las propiedades necesarias vamos al toolbox y añadimos las deseadas que son las que apreciamos en la Figura 77. Los datos los obtenemos de la ficha que nos proporcionó el fabricante Castro Composites.

The screenshot shows the ANSYS Engineering Data interface. On the left is a 'Toolbox' with various material models. The main window displays the 'Outline of Schematic A2: Engineering Data' with a table of materials. Two materials are listed: 'Epoxy_Carbon_UD_230GPa_Pregreg' and 'Resin_Uretano Acrilica'. The 'Resin_Uretano Acrilica' material is selected, and its properties are shown in a table below.

Properties of Outline Row 4: Resin_Uretano Acrilica		
A	B	C
1	Property	Value
2	Unit	
2	Density	1038
3	Isotropic Elasticity	
4	Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio
5	Young's Modulus	3,5E+09
6	Poisson's Ratio	0,35
7	Bulk Modulus	3,8889E+09
8	Shear Modulus	1,2963E+09
9	Tensile Yield Strength	54,6
10	Ply Type	
11	Type	Isotropic

Figura 77 Propiedades de los materiales

Una vez creada la resina pulsamos en la casilla “+” para añadirla a nuestro proyecto, seleccionamos también “Epoxi_Carbon_UD_230GPa_Wet” y ya tenemos definidos los materiales que utilizaremos en nuestro proyecto por lo que esta célula queda terminada.

Geometry

La célula de geometría se encarga de crear el modelo para el estudio. Nos permite dos opciones la primera crear el modelo en el Design Modeler, que es el programa de diseño propio de ANSYS, y la segunda importar una geometría de otro programa CAD, como puede ser solid work o geometrías en formatos standards como son .IGS o .STEP.

Para nuestro caso, creamos la caña mediante herramientas de superficies en SolidWork ya que es un programa fácil de usar y que permite muchas opciones de diseño. Una vez terminada, la importamos a ANSYS con el formato propio de SolidWork .SWDT pero nos dio muchísimos fallos de conexión en las uniones, por lo que finalmente la exportamos en formato .IGS y no dio ningún problema.

Una vez importada la geometría accedemos al desing modeler con nuestro diseño en IGS y procedemos a cargarla en ANSYS. En la Figura 78 vemos la ventana del Desing Modeler con nuestro modelo de superficies ya generada.

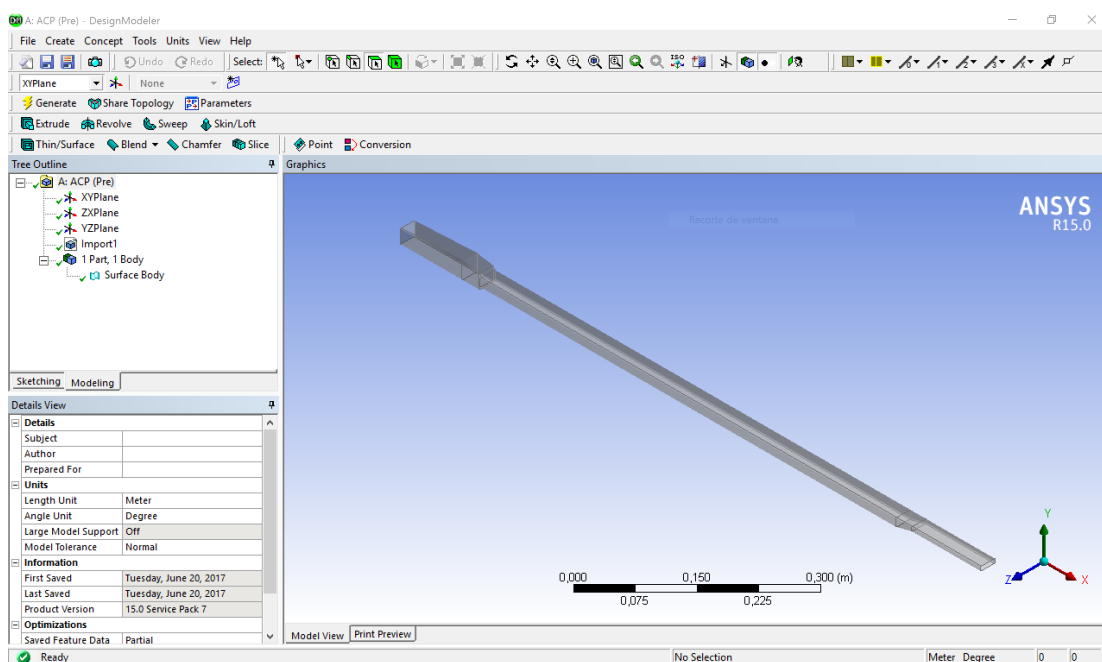


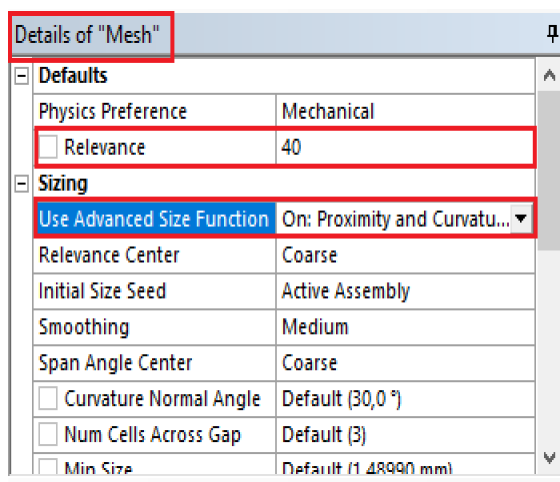
Figura 78 Design modeler

Model

Esta célula se encarga del mallado de la geometría, establecer las unidades y dar espesor a la superficie.

Una de las partes más delicadas de un programa de elementos finitos es crear un buen mallado que represente la geometría de la forma más exacta posible.

Para ello vamos a desplegar una de las múltiples opciones que nos permite ANSYS y crearemos un mallado incorporando la pestaña "Sizing" la cual ayudará a delimitar bien la geometría. Será tan sencillo como desplegar las opciones de "Mesh" seleccionar "Sizing" y aplicarlo a nuestra pieza.



En "Details of Mesh", aplicamos la opción de mallado basado en "Proximity and curvature" (Proximidad y curvatura), para que haga un mallado más fino en los cambios de sección. La relevancia de la malla la establecemos en 40, sobre una escala de que va de -100 a +100, para crear una malla bastante refinada, con el fin de que nuestra pieza tenga un comportamiento lo más real posible mostrada en la Figura 79.

Figura 79 Details of mesh

Establecemos un espesor y material al modelo que sólo sirve para permitir realizar el mallado, pues el espesor final se lo daremos con la célula ACP que vemos en la Figura 80.

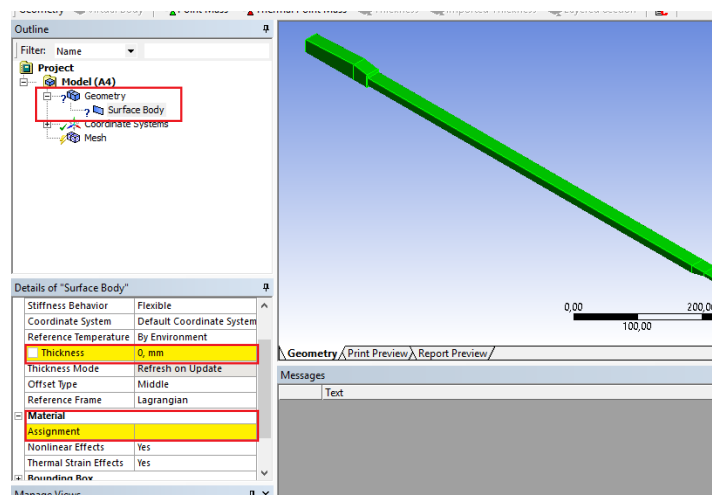


Figura 80 Espesor y material a completar

El resultado del mallado obtenido lo mostramos en la Figura 81:

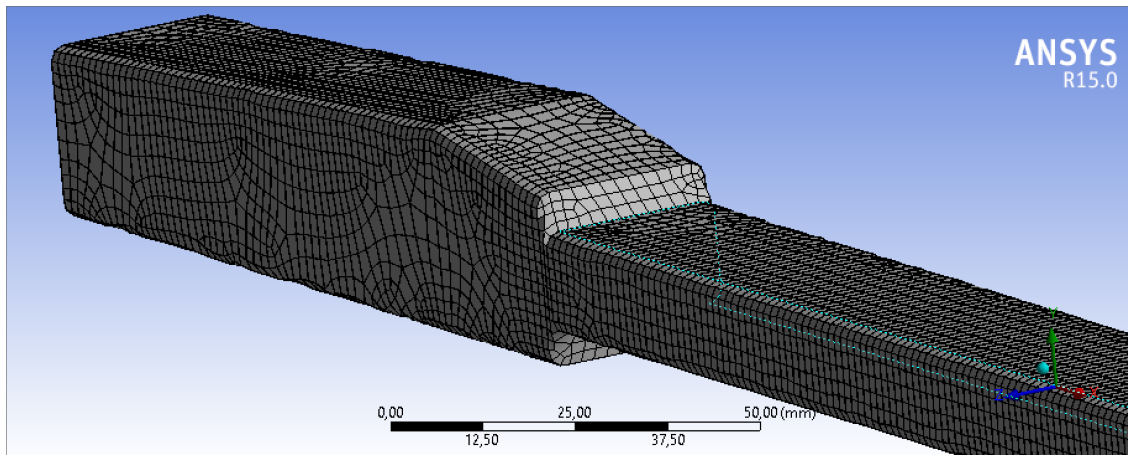


Figura 81 Mallado de la pieza

Una vez terminado creamos los llamados “Named Selections”. Éstos se generan a partir de cuerpos o superficies propios de la geometría, que permiten establecer diferentes secciones dentro de ésta. En la Figura 82 vemos cómo se crea un Named Selection para la parte que irá empotrada dentro del timón en nuestra caña. Y de la misma manera se creará para el resto de partes de la pieza

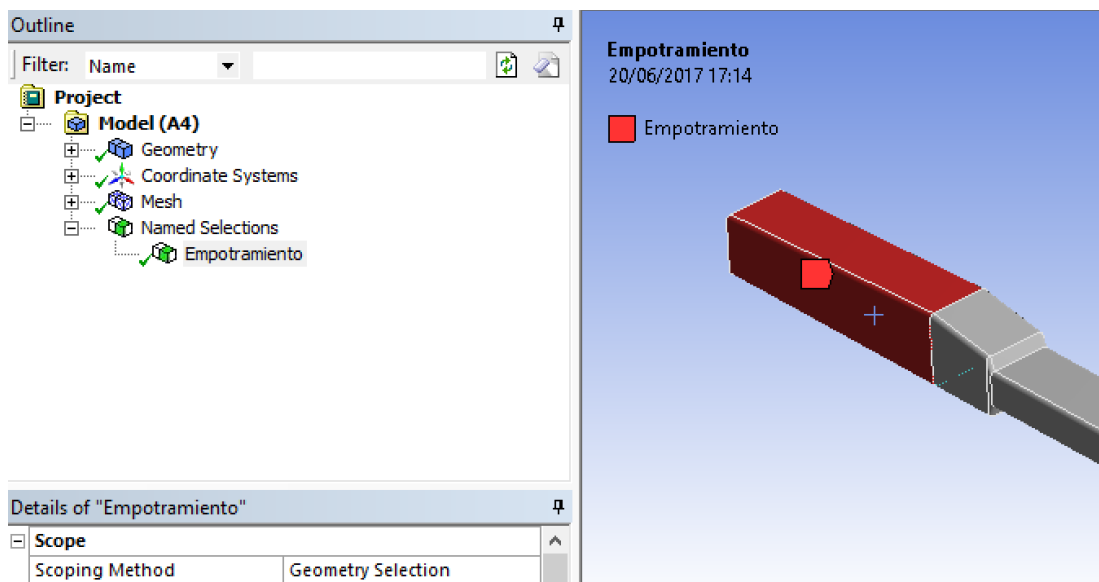


Figura 82 Named selection, empotramiento

SetUp de ACP(Pre)

Esta célula será la más compleja de todas las que vamos a estudiar, pues en ella crearemos a partir de una geometría de superficies un sólido de material compuesto.

Cuando la abrimos aparece nuestra geometría con el mallado como vemos en la Figura 83 posterior.

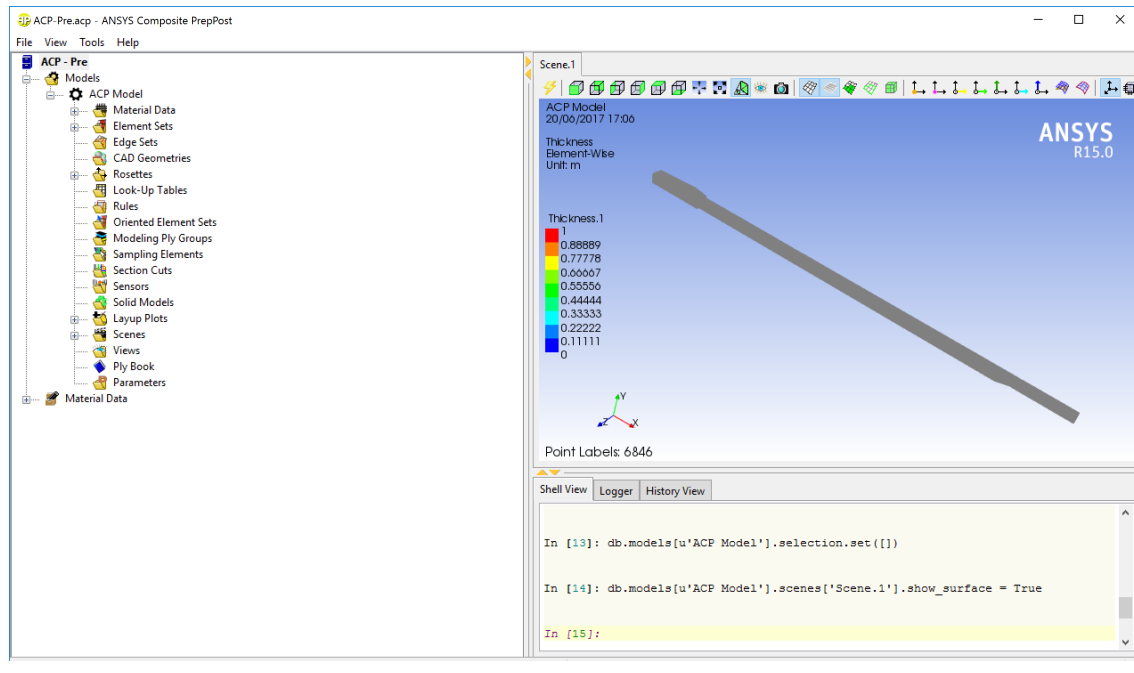
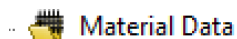


Figura 83 Menu de ACP pre

Procedemos a desglosar cada una de las pestañas de interés para nuestro proyecto pues no utilizaremos todas:

“Material Data”



El primer paso será verificar que están los materiales que habíamos establecido en la primera célula. Desplegamos entonces la pestaña de “Material Data” y la de “Materials” y comprobamos que aparezcan Figura 84.

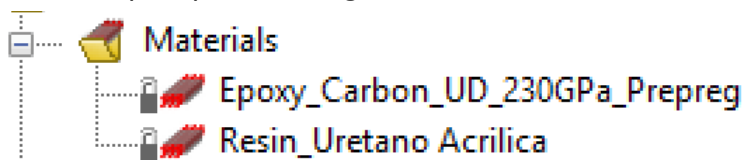
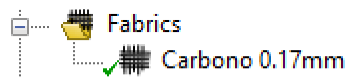


Figura 84 Maerials

“Fabrics”



Haciendo click en el botón derecho sobre “Fabrics” creamos una lámina de tejido con las propiedades deseadas, en nuestro caso Figura 85 y Figura 86:

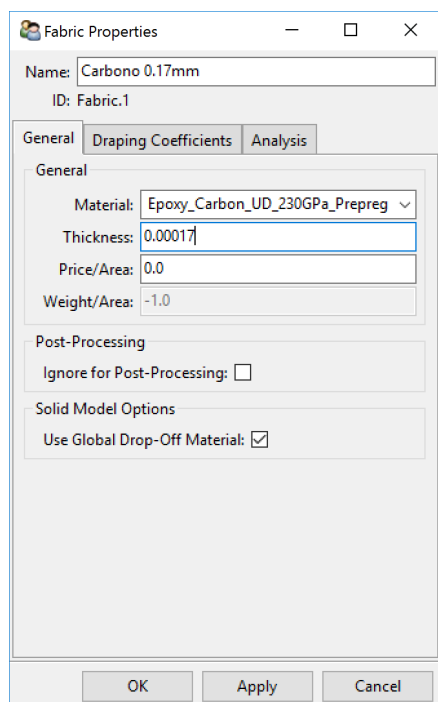


Figura 85 Fabric Properties

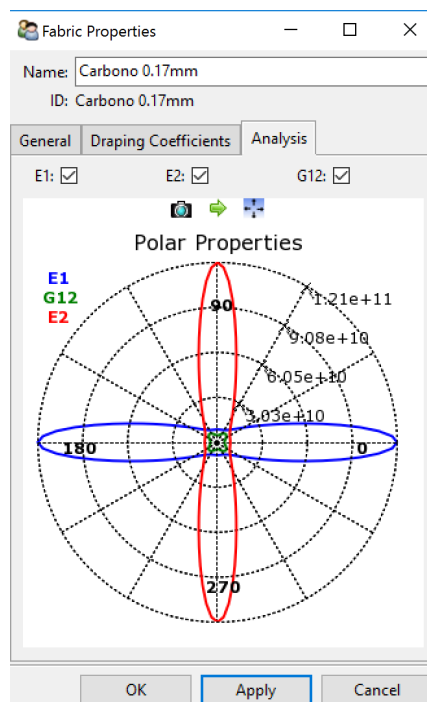
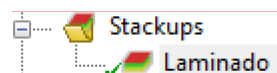


Figura 86 Fabric Analysis

La llamaremos Carbono UD y rellenaremos las casillas como muestra la imagen. En la pestaña de análisis se muestran las propiedades que tendrá nuestra lámina.

“Stackup”



Creamos ahora el “Stackup” que es la secuencia del laminado.

Desplegamos la pestaña y añadimos 7 láminas de carbono unidireccional en [0,45,-45,0,-45,45,0] y podemos ver como en el caso anterior las propiedades de laminado Figura 87.

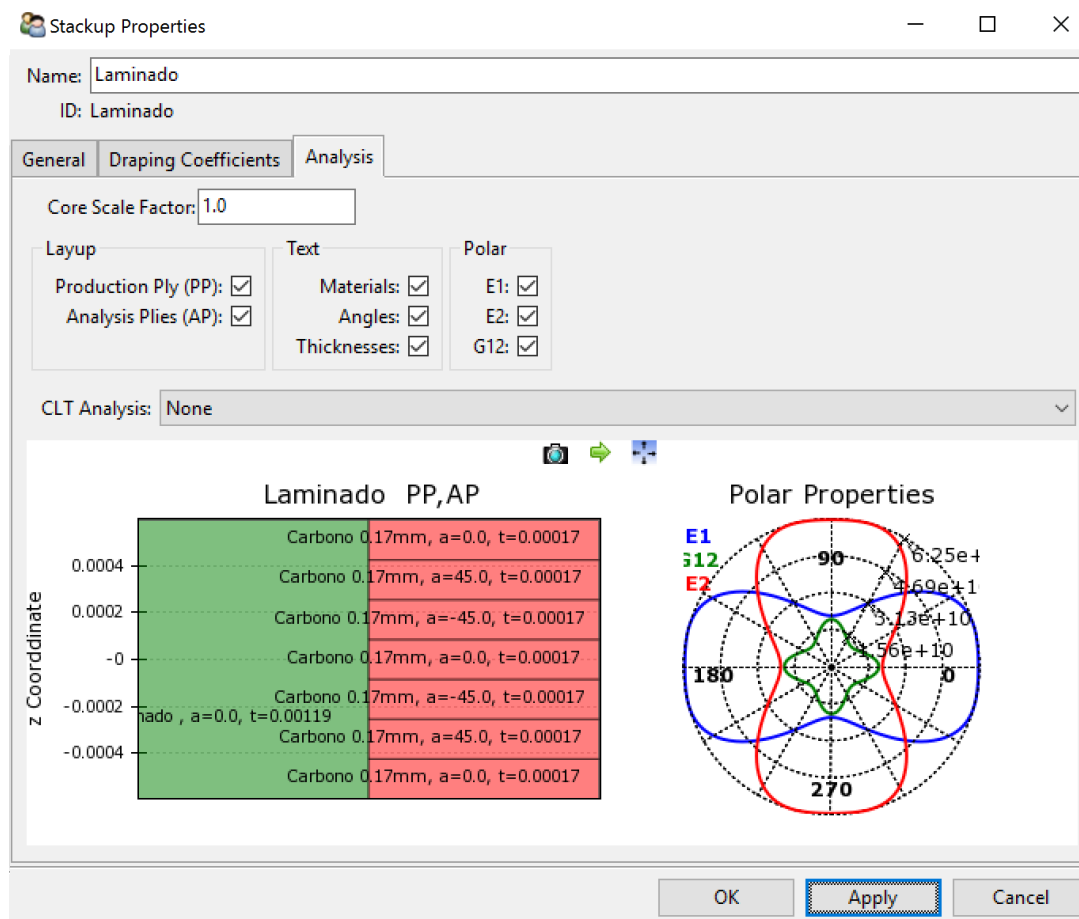
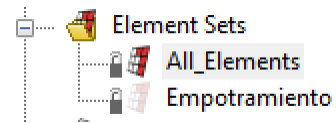


Figura 87 Stackup properties

“Elements Set”

Vamos ahora con los “Elements Sets”, en esta pestaña se encuentra definidas la geometría al completo en “All Elements” y los diferentes “Named Selections” que habíamos creado previamente. Esto nos ayudará en el caso de querer aplicar diferentes laminados o espesores a cada una de las diferentes partes de la geometría. En nuestro caso solo creamos el empotramiento.



“Rossetes”

“Rosettes” en esta pestaña encontramos la posibilidad de crear diferentes sistemas de coordenadas referenciados por un punto de origen y dos vectores que servirán para orientar la dirección del laminado. Existen múltiples tipos de rossetes como pueden ser cilíndricas, paralelas, radiales, esféricas etc. Para nuestro proyecto usaremos la paralela, que viene creada por defecto coincidiendo con el sistema de coordenadas de la geometría Figura 88 Rossetes properties

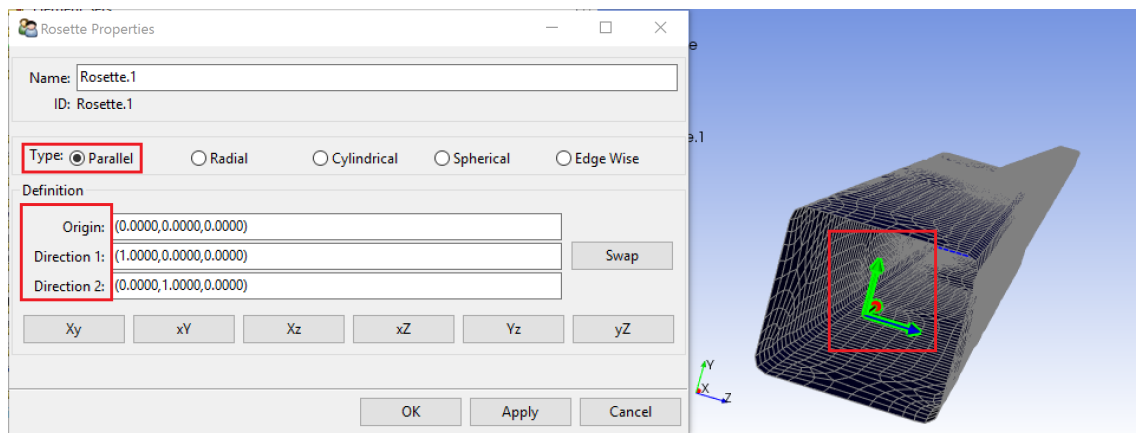


Figura 88 Rossetes properties

“Rules”

Otra pestaña de nuestro interés es la de “Rules” la cual permite establecer reglas para seleccionar determinados elementos y aplicarles ciertas restricciones de forma o delimitarlos, con el fin de poder aplicarle más láminas a esa sección concreta. Pueden ser reglas paralelas a dos planos, cilíndricas, esféricas etc. En función de lo que se quiera delimitar.

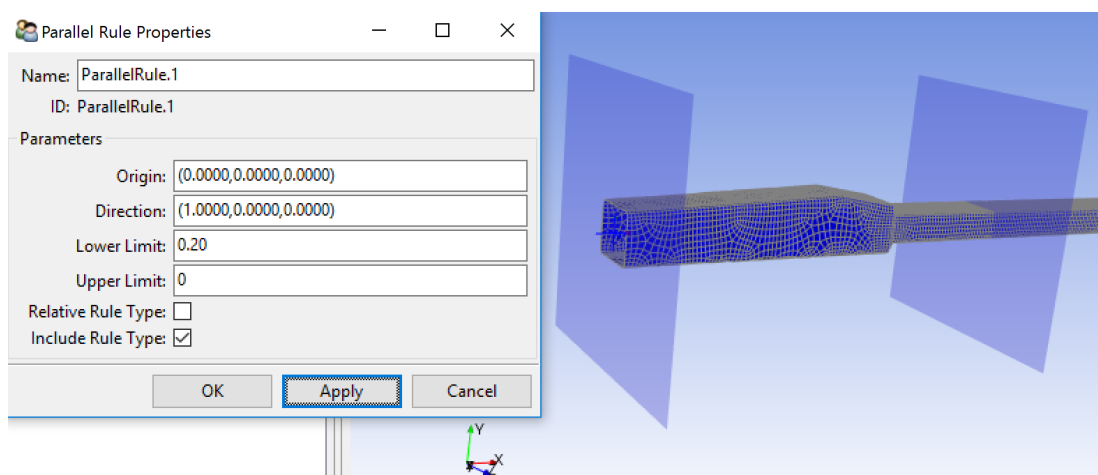
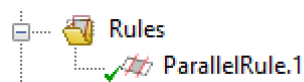
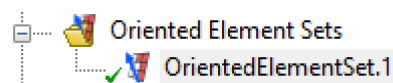


Figura 89 Rules properties

En la Figura 89 Rules properties, podemos ver una regla paralela delimitada entre dos planos. En principio nosotros no utilizaremos esta pestaña para nuestro caso, pero, posiblemente en un post análisis sea necesario para añadir más laminas en las secciones donde presente mayor tensión.

“Oriented Elements Sets”



Vamos ahora con una de las pestañas más importantes “Oriented Element Sets (OES)”. La definición de Oriented Element Sets nos dice que es un “elements set” con información adicional sobre la orientación a la que se encuentra.

Es la responsable de darle dirección a la secuencia de apilamiento de las láminas, en nuestro caso hacia el interior de la caña.

Podemos seleccionar la parte de la geometría a la que queremos aplicarle el laminado (casilla de Elements Set) y orientarlo según la roseta seleccionada, la cual nos indica la dirección de referencia para los ángulos de las láminas.

En la Figura 90 podemos ver las opciones que debemos rellenar para completar el OES y la flecha morada indica la dirección de crecimiento del laminado.

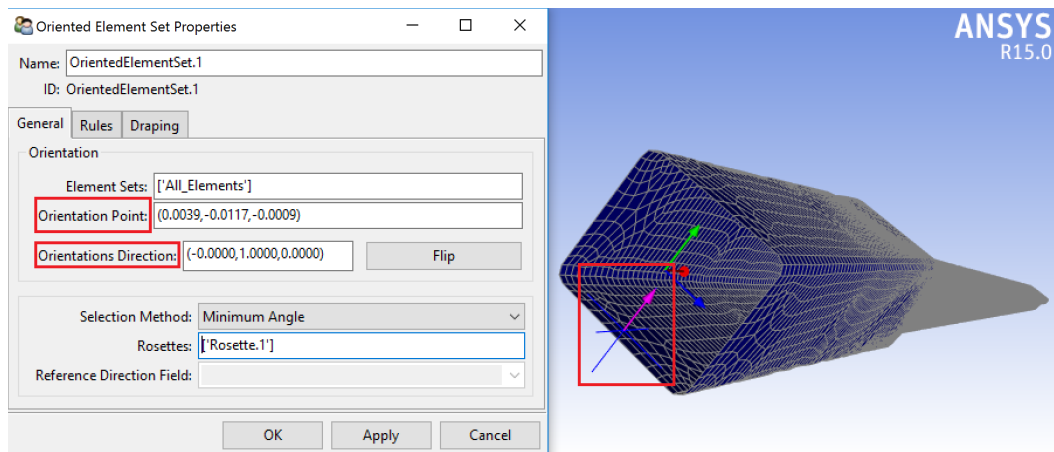
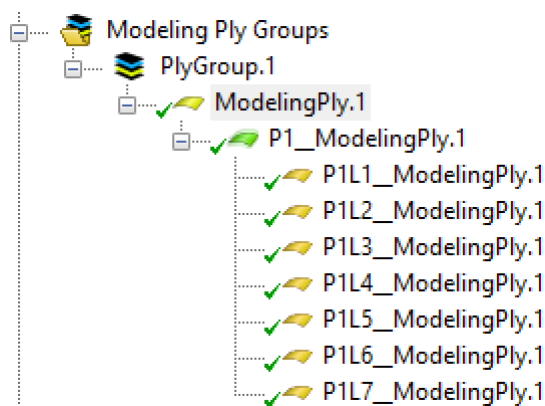


Figura 90 OES element set properties

En la pestaña “Rules” es donde se pueden establecer las reglas que delimitan parte de la geometría en caso de que sea necesario

“Modeling Ply Groups”

“Modeling Ply Groups” en esta pestaña se define la composición del laminado del composite. Es necesario relacionarlo con un OES para darle el sentido y dirección necesario además de aplicarle el laminado creado previamente en el “Stackup”.




En la pestaña de propiedades determinamos el OES, el laminado, el número de capas y el ángulo de referencia.

Una vez creadas y establecidas las propiedades vemos como se crean tres sub niveles que son:

-“Modeling PLY” (MP) es la que se construye en base al OES

-“Production Ply” (PP) deriva del MP y ella se basa en el material y el número de capas establecidas

-“Analysis Ply” (AP) En ésta se crean las diferentes capas establecidas con sus diferentes orientaciones para poder visualizarlas en la geometría.

Ahora bien, gracias al AP y pinchando en la barra de herramientas en el  vector verde que permite ver la dirección de cada lamina podemos ver en la orientación de las fibras.

En las Figura 91 y Figura 92, vemos cómo está la primera orientada a 0 y la segunda a 45:

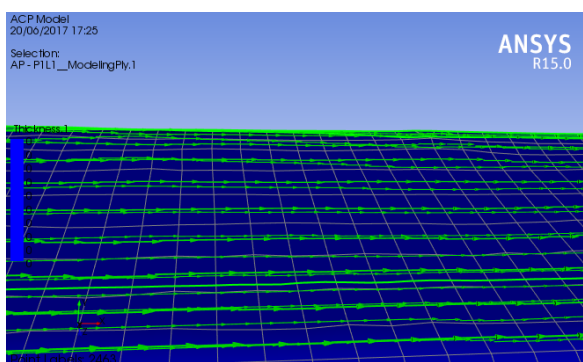


Figura 91 Laminado a 0°

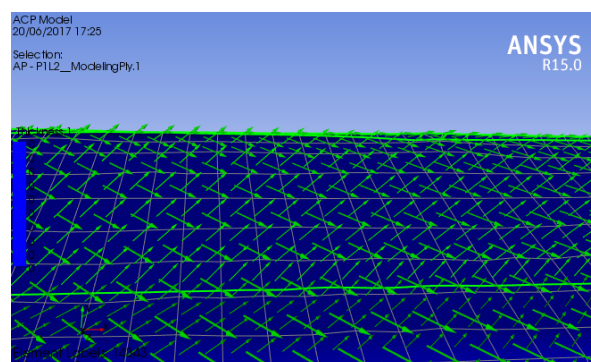


Figura 92 Laminado a 45°

También se puede ver gracias al vector morado la dirección del apilamiento sobre la geometría en esta otra Figura 93

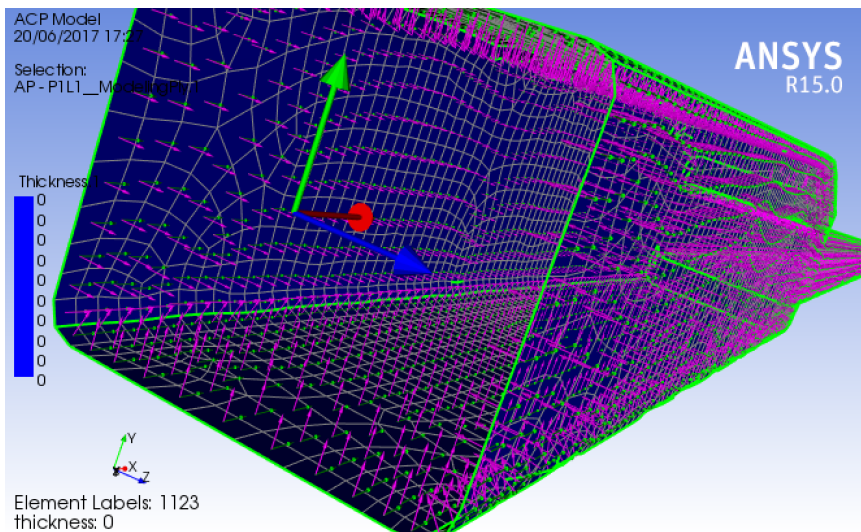
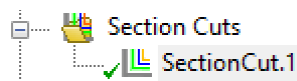


Figura 93 Dirección de apilamiento

“Sections Cuts”



Vamos ahora con la pestaña “Sections Cuts”, la cual nos permite comprobar visualmente la secuencia de apilamiento del laminado y que su distribución sobre la geometría es correcta, mediante el corte de un plano definido.

Creamos uno y establecemos un plano transversal a lo largo de nuestra pieza y podemos ver en la Figura 94 como está configurado el laminado.

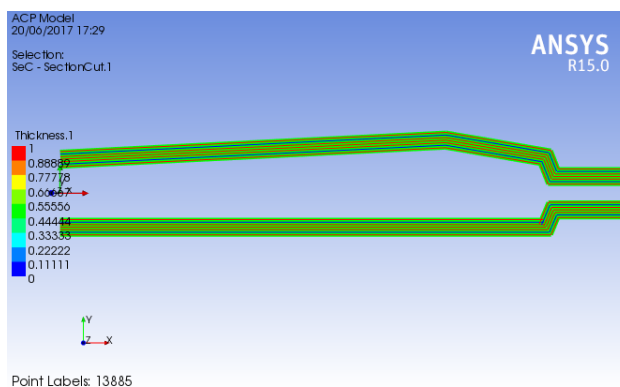
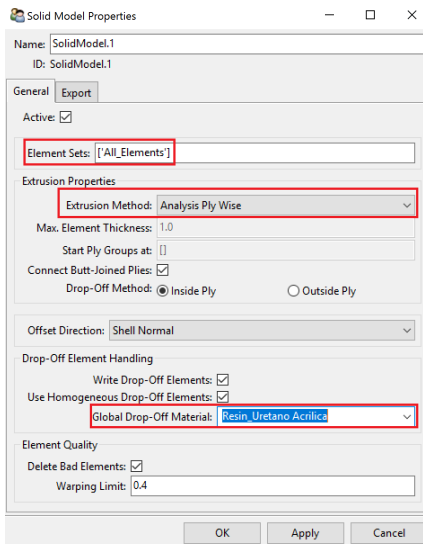
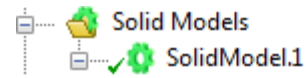


Figura 94 Sections cut

“SolidModels”

Por último, la pestaña de “Solid Models”. Esta pestaña permite la opción de crear un modelo sólido basado en las láminas de fibra aplicadas y añadir un material aglutinante, en nuestro caso una resina uretano-acrítica.



En la Figura 95 vemos las propiedades que debemos establecer para crear el sólido. La primera señalada será marcar el “Element Set” al que le va a afectar. La siguiente, el método de extrusión, en nuestro caso “Analasys Ply Wise” que genera el sólido lámina a lámina según la secuencia de apilamiento, por último “global Drop Off Material” será el material aglutinante para formar el composite.

Figura 95 Solid models properties

En la Figura 96 y Figura 97 vemos la geometría antes y después de generar el sólido:

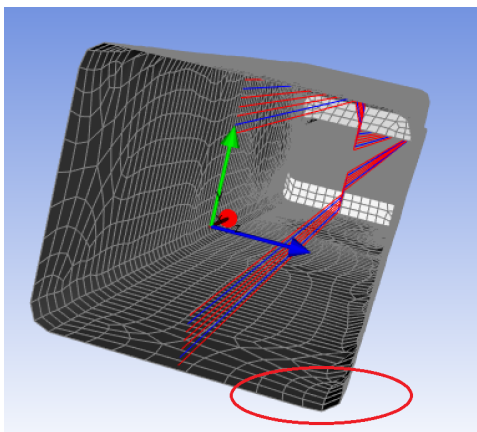


Figura 96 Antes de ser sólido

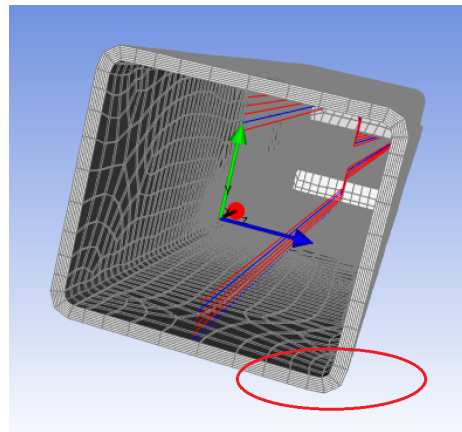


Figura 97 Después de ser sólido

Con esta última opción ya tenemos nuestra caña completamente definida y lista para exportarla al análisis estructural a la que será sometida, para estudiar el comportamiento frente a diferentes solicitaciones

Static Structural

El siguiente análisis será el encargado de aplicar las restricciones y la cargas necesarias, para realizar una simulación del comportamiento de nuestro modelo. Permite numerosas posibilidades

Se compone de 8 células Figura 98, algunas de ellas comunes explicadas anteriormente como “Engineering Data”, “Geometry” y “Model”.

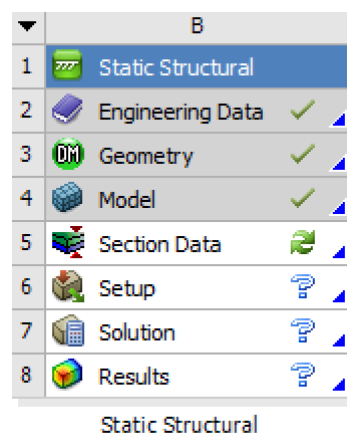


Figura 98 Célula Static structural

Ahora tenemos dos opciones para enlazar el análisis estructural con el módulo ACP, la primera Figura 99 cargará la geometría del módulo ACP del “Set UP ACP” y será como la generada en el “Solid Model” y la segunda Figura 100 compartirá las tres primeras células e importará el laminado, sin comportamiento de sólido.



Figura 99 Enlace 1

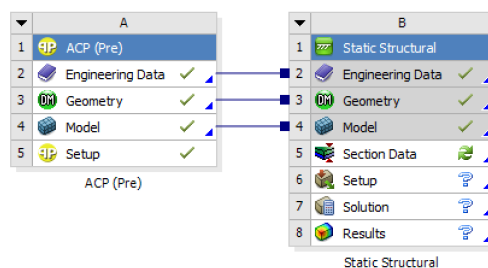


Figura 100 Enlace 2

Explicado esto, escogeremos la primera opción, pues será mucho más precisa y es la que buscamos en el proyecto, analizar un sólido de material compuesto.

Continuamos abriendo la célula “Setup” aunque cualquiera que seleccionemos nos llevara a la misma ventana, el “Mechanical” que vemos en la Figura 101:

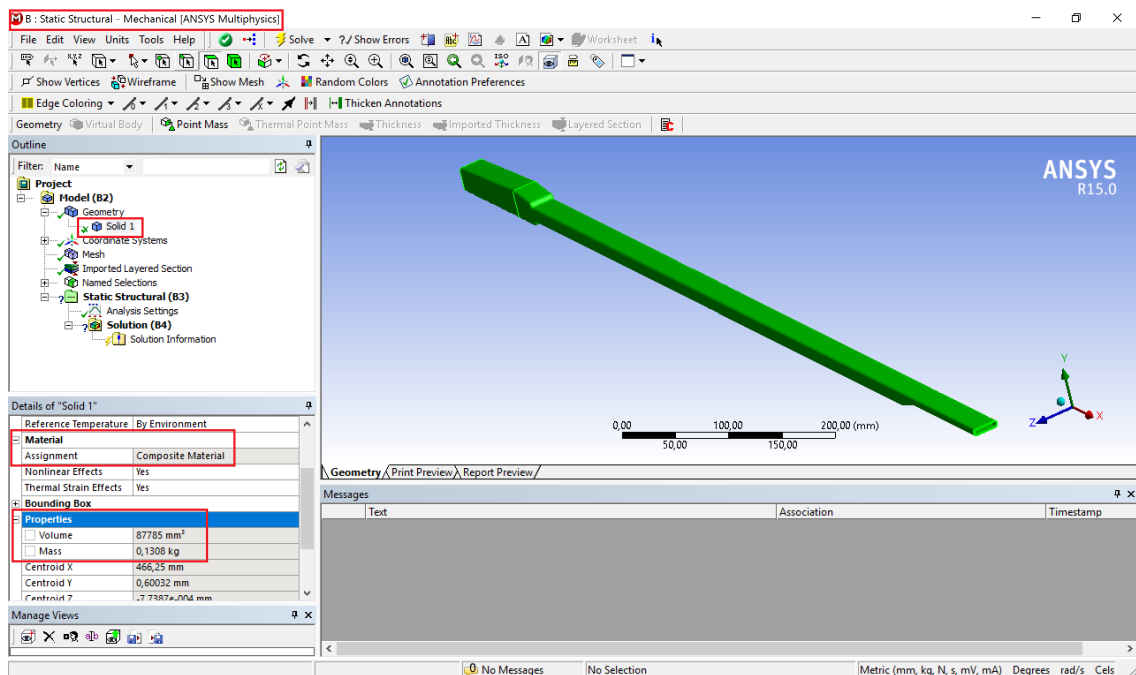


Figura 101 Static structural Menu

Los pasos a seguir para completar el análisis serán:

Comprobar la geometría

Lo primero será ver que todo se ha importado correctamente. Podemos comprobar las propiedades pinchando en “Solid” y debajo del Tool Box aparecen diferentes casillas como características del sólido dimensiones, peso, volumen, centro de gravedad etc.

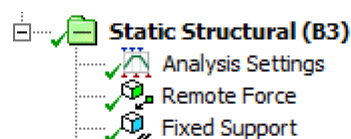


Lo principal será comprobar que el sólido se ha importado como material compuesto, lo siguiente verificar que la malla corresponde a las dimensiones previas establecidas, pues en ocasiones un exceso de láminas de carbono provocan deformaciones en el sólido generado.

Seguimos con “Imported Layered Section” que se trata del laminado que ha dado el espesor a la pieza, y por último los “named selection” generados.

Static Structural

En esta pestaña basaremos el análisis, ya que será donde especifiquemos las cargas y restricciones necesarias.



La primera será la fuerza vertical, para ello en las múltiples opciones que ofrece añadimos "Remote Force" ya que es la nos permite establecer una fuerza en un punto concreto de la geometría.

Details of "Remote Force"	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Coordinate System	Global Coordinate System
<input type="checkbox"/> X Coordinate	350, mm
<input type="checkbox"/> Y Coordinate	0, mm
<input type="checkbox"/> Z Coordinate	0, mm
Location	Click to Change
Definition	
Type	Remote Force
Define By	Components
<input type="checkbox"/> X Component	0, N (ramped)
<input type="checkbox"/> Y Component	-502, N (ramped)
<input type="checkbox"/> Z Component	0, N (ramped)
Suppressed	No
Behavior	Deformable

En esta pestaña que vemos en la Figura 102, seleccionamos el punto de aplicación según el sistema de coordenadas de nuestra geometría, en nuestro caso a una distancia de 350 mm sobre el eje X. Y el valor de la fuerza se puede definir por un vector o componentes como es nuestro caso, donde la dirección e intensidad la definimos en sentido negativo del eje Y con un valor de 502 N.

Figura 102 Details of "Remote force"

En la Figura 103 vemos como ha quedado definida la fuerza.

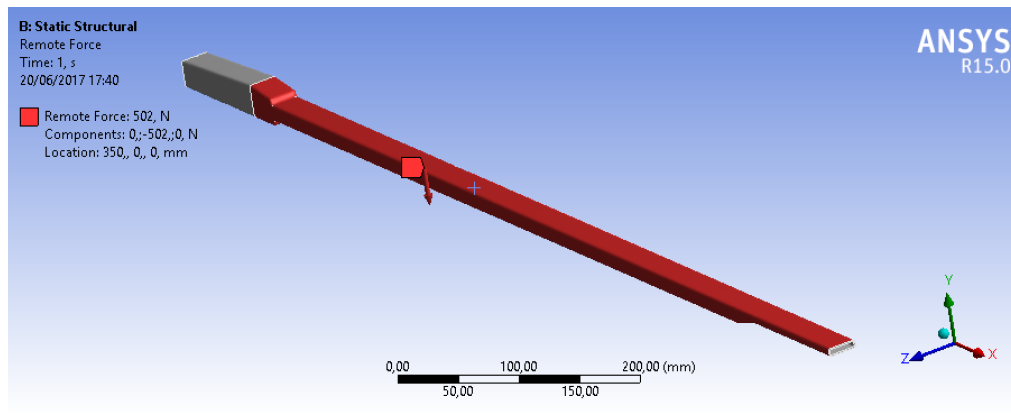


Figura 103 Fuerza vertical

Ahora, para simular el empotramiento seleccionamos un “Fixed Support” (Apoyo fijo) y gracias al “named selection” que realizamos en el módulo ACP podemos seleccionar esta parte de la geometría que quedará restringida de desplazamientos y giros Figura 104.

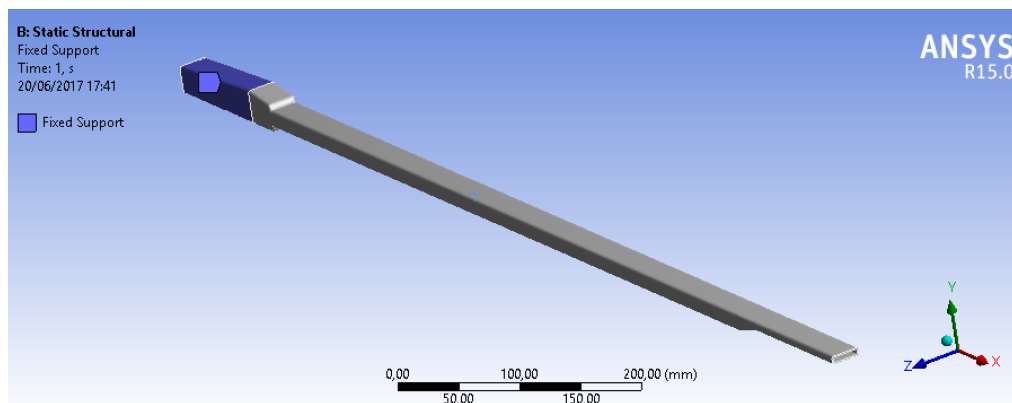
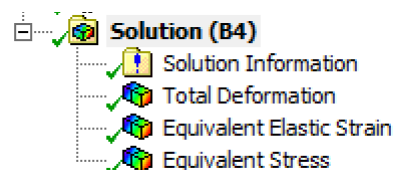


Figura 104 Apoyo fijo

Solutions

Esta última pestaña la utilizaremos para decidir qué resultado queremos que nos muestre el análisis.



Para ello existen múltiples opciones de resultados, pero solo estudiaremos en este anexo tres de ellos a modo de ejemplo. Seleccionamos que nos muestre “Total deformation” “Equivalent Elastic Strain” y “Equivalent Stress”

Una vez marcados resolvemos el análisis y podemos ver los resultados, como vemos en la Figura 105 a modo de ejemplo para la deformación total.

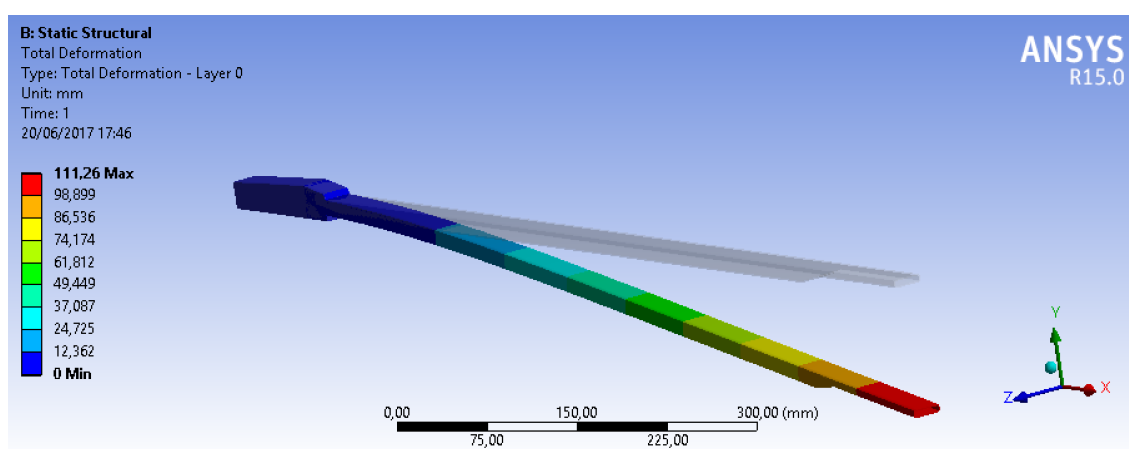


Figura 105 Ejemplo de deformación

ACP post

Una vez finalizado el análisis estructural incorporamos al “Proyect Schematic” un análisis ACP Post. Primero debemos enlazarlo con el ACP Pre y luego importar los resultado del análisis estructural, arrastrando la célula hasta el ACP post.

El resultado de estos pasos lo vemos en la Figura 106 y Figura 107:

Paso 1

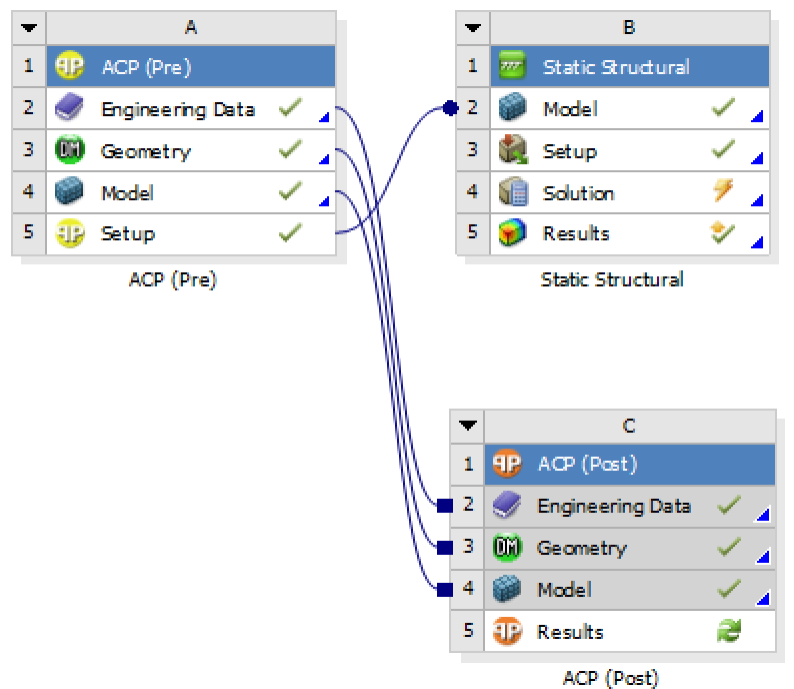


Figura 106 Paso 1 para enlazar ACP post

Paso 2

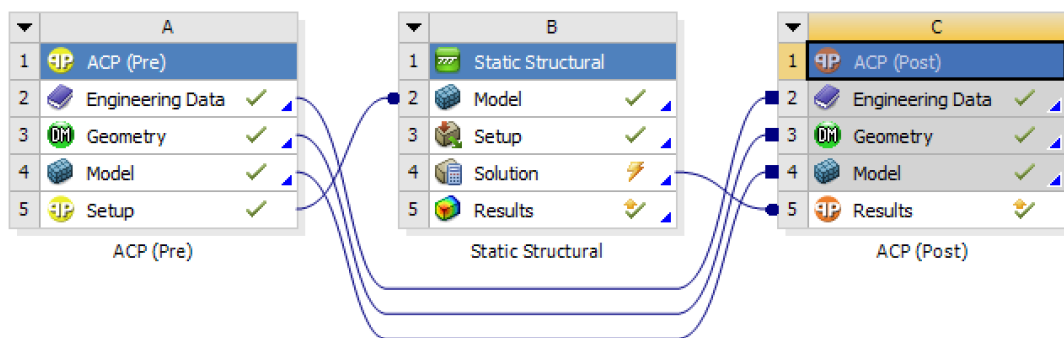
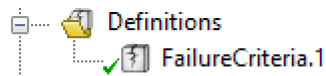


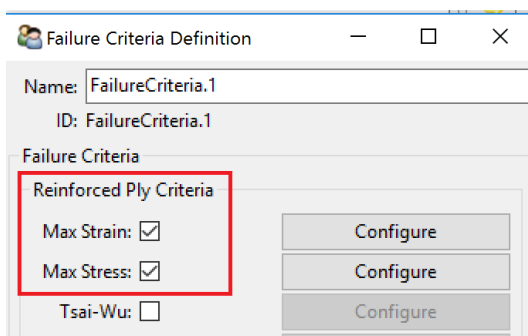
Figura 107 Paso 2 para enlazar ACP post

Una vez enlazado todo el proyecto abrimos el “Set Up Acp post” y vemos como es la misma ventana que el ACP pre, pero en este caso utilizaremos la pestaña de “Solution” y “Definitions” para poder analizar en profundidad los resultados capa por capa.

“Definitions”



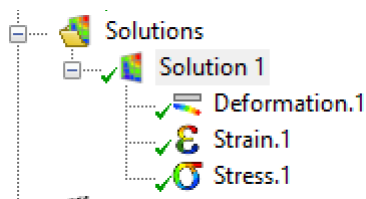
En esta pestaña crearemos un "Failure criteria" (criterio de fallo), para su posterior análisis.



Desplegamos esta opción y aplicamos las propiedades del criterio de fallo como vemos en la Figura 108 y marcamos Max Strain y Max Stress para ver su comportamiento frente a las carga anteriormente aplicada. Con ello comprobaremos si supera la tensión máxima admisible.

Figura 108 Failure criteria definitions

“Solutions”



Esta pestaña permite ver los resultados capa a capa o el sólido por completo, por lo que nos será muy útil para analizar dónde se produce el fallo y poder reforzar esas zonas en una mejora del diseño posterior.

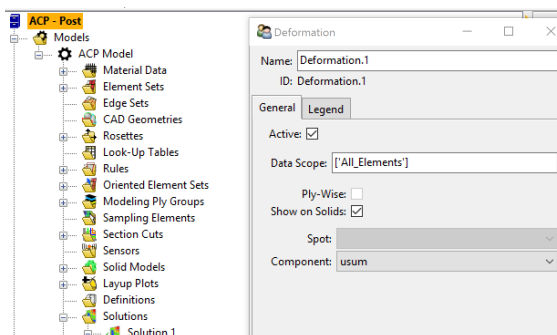


Figura 109 ACP post menu

En la Figura 109 podemos ver como se crea la deformación y en este caso marcamos la casilla para que la muestre sobre el sólido, aunque también te da la opción de análisis capa a capa

El análisis más relevante es el que permite crear un criterio de fallo y comprobar así las zonas que sufren mayor tensión y poder comprobar si superan la tensión admisible.

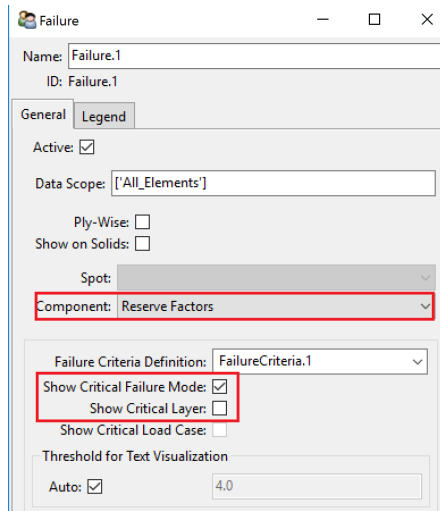


Figura 110 Failure

Podemos ver que seleccionamos la opción “reserve factor” el cual indica que para la propiedad marcada, los valores que se encuentren por debajo de 1 presentarán fallos y como en el caso anterior podemos hacer que nos muestre los resultados sobre el sólido o capa a capa Figura 110.

En las Figura 112 y Figura 111, podemos ver el resultado final del análisis marcando en las zonas rojas las que se encuentra por encima de 1 y presentaran valores de tensión más altos que la admisible y por lo tanto fallos.

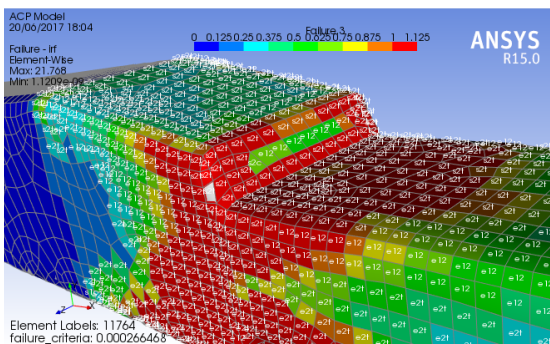


Figura 112 Resultado ACP post 1

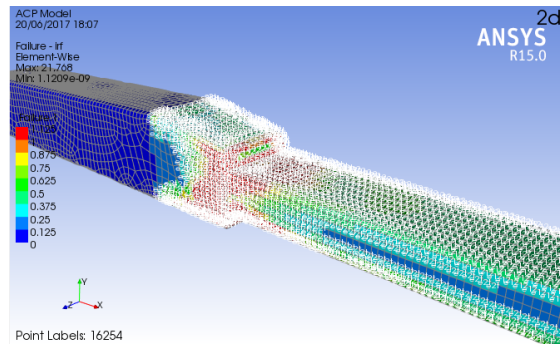


Figura 111 Resultado ACP post 2

Completado el ACP post ANSYS nos permite generar un informe con todos los resultados recogido en tablas, además de las imágenes que consideremos necesarias. Por lo que terminado este análisis acabaremos el Anexo.

Anejo 3 Validación del modelo matemático

En este anexo se pretende estudiar la validez del software ANSYS, en concreto el método que utiliza para análisis estructurales basado en elementos finitos. Para ello utilizaremos un modelo real de la pieza, que sometándolo a varios ensayos aplicándole cargas en determinados puntos, podremos comparar las diferentes soluciones obtenidas.

Analizaremos la fiabilidad del estudio realizado con ANSYS y comprobamos la similitudes con un ensayo real.

Estudio del modelo real

El ensayo que realizamos consiste en un experimento para comparar la deformación que sufre nuestra pieza al aplicarle diferentes fuerzas en varios puntos.

Se puede comparar al estudio de una viga en voladizo sometida a una carga en el extremo. Fijaremos la caña a una superficie restringiendo su movimiento en la parte que ira empotrada dentro de la cabeza del timón, y mediremos la deformación en tres puntos de la pieza obteniendo así diferentes gráficas para cada comparador usado. Aplicaremos cargas progresivas de menor a mayor y anotaremos la deformación que se produzca para cada caso.

Realizaremos tres casos posibles con el fin de garantizar un estudio minimizando errores y analizando diferentes situaciones, estos son:

- Caso 1: Aplicaremos la carga en el punto por donde pasa la pata de gallo, lo que será el punto real al que se verá sometida la caña mientras está en uso.
- Caso 2: Aplicamos la carga en el extremo, el cual nos sirve para analizar una mayor deformación.
- Caso 3: Aplicamos la carga en el extremo, pero cambiando el plano de aplicación de la a fuerza, rotando la caña 90° sobre el eje longitudinal. Este caso nos sirve para analizar la fuerza que ejerce el regatista cuando dirige la embarcación y comprobar su flexión.

Materiales

Para realizar el ensayo utilizamos la siguiente lista de materiales.

1. Caña en fibra de carbono
2. Tres relojes comparadores
3. Estructura metálica para sujeción de los comparadores
4. Tres sujeciones para los comparadores
5. Juego de pesas
6. Sujeciones
7. Dos metros de cabo de 2,5mm
8. Pletina de acero
9. Pletina agujereada de aluminio
10. Rotulador
11. Dinamómetro analógico

En la Figura 113 vemos todos los materiales utilizados.



Figura 113 Materiales utilizados

Montaje

Explicamos en este apartado el montaje que realizamos para el ensayo. Vamos a dividirlos según los pasos seguidos:

Marcar el modelo

El primer paso seguido fue tomar las medidas y marcar el modelo para realizar el ensayo. Para ello nos servimos de la cinta métrica y un rotulador indeleble. Comenzamos marcando la caña mediante una línea vertical para indicar la parte que va empotrada en la cabeza del timón (“Marca 1”).

Tras esta marcamos tres puntos (“Marcas 2, 3 y 4”), donde colocaremos los comparadores y mediremos la longitud con respecto la “marca 1” que será nuestro punto de referencia.

Como nos es imposible colocar un comparador justo en el punto de aplicación de la carga, pues la aplicaremos mediante un conjunto de pesas unidas a una cuerda, haremos las marcas lo más próximo a los puntos de los comparadores 1 y 3 (“Marcas 5 y 6”). Estas dos nuevas marcas serán los puntos de aplicación de Fuerza en el caso 1 y el caso 2.

Sujeción del modelo

Una vez obtenidos todos los materiales necesarios y marcados todos los puntos del modelo, buscamos el mejor lugar donde hacer fija la caña. El objetivo es simular una sujeción lo más parecida posible al empotramiento real, donde la caña, se introduce en la cabeza del timón. Nos servimos de una mesa de mármol de 15 cm de espesor, lo que será el lugar perfecto para evitar deformaciones al aplicarle las cargas, dos Prisioneros y una plancha de metal para evitar dañar la caña.

Vemos el resultado final de la sujeción para el caso 1y 2 en la Figura 114 y para el caso 3 en la Figura 115.



Figura 114 Sujeción caso 1y 2



Figura 115 Sujeción caso 3

Comparadores

Para colocar los comparadores nos valemos de una estructura metálica apoyada en dos mesas de trabajo diferentes, con el fin de dejar un hueco en la parte en voladizo de la caña para poder así colgar las pesas. Gracias a la estructura y un conjunto de sujeciones mediante tornillos nos permite mover los comparadores de forma muy sencilla sobre un carril y colocarlos en las marcas.

En la Figura 116 vemos un comparador con su estructura de sujeción y parte del carril por donde se desplaza.



Figura 116 Reloj comparador y estructura

Conjunto de pesas

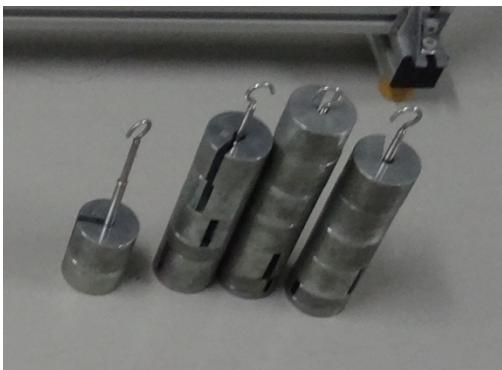


Figura 117 Conjunto de Pesas

Para colocar la carga sobre la caña nos valemos de una cuerda de 2,5 mm de diámetro fijada a la caña mediante un nudo doble, al que cuanta más carga se le aplique más sujeta queda. En la cuerda hacemos otro nudo para colgar de él primer bloque de pesas y en el extremo colocamos una pletina de aluminio con diversos agujeros que nos valdrá para sujetar los otros tres bloques.

En la Figura 117 vemos el conjunto de pesas.

En la Figura 121 podemos observar las pesas unidas por la cuerda de 2,5 mm y la pletina agujereada quedando así toda la carga aplicada sobre un solo punto de la pieza.

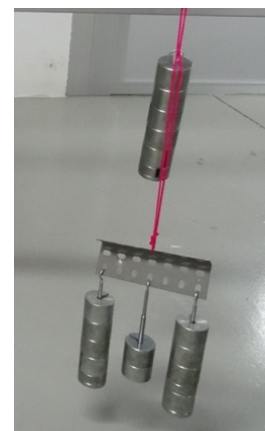


Figura 118 Pesas en suspensión

Procedimiento

Una vez realizado todo el montaje el procedimiento es muy sencillo. Para los tres casos será el mismo, únicamente cambiando la carga y la caña de posición. Los pasos a seguir son:

Paso 1, referenciar comparadores

Lo primero a realizar será bajar los comparadores hasta completar el recorrido del husillo, haciendo coincidir la punta de contacto en la marca preestablecida. Una vez colocados, girar el aro de cada uno de ellos para colocar la aguja en el 0 y verificar que la aguja cuenta vueltas también se encuentra en 0, como se muestra en la Figura 119 Comparador referenciado a 0.

Tenemos que tener en cuenta el orden al hacer esta operación. Ya que el husillo del comparador ejerce una fuerza aproximada de 0,6 newton y provoca una mínima deformación, que en la práctica se traduce a que el comparador 3 (el que se encuentra en el extremo) deba ser el primero en ajustarse para evitar que los demás queden desreferenciados por la fuerza que ejerce. Por lo que el orden para nuestro ensayo será de derecha a izquierda.

Esta pequeña fuerza que ejercen los comparadores, el peso de la cuerda y de la pletina de aluminio, no la consideramos en nuestro análisis. Aunque es cierto que genera cierta deformación, prevemos que el modelo tenga un comportamiento lineal, por lo que al aplicarle un punto de origen con cierta deformación, cómo será el caso, no habrá apenas diferencia en nuestra gráfica.



Figura 119 Comparador referenciado a 0

Paso 2, colocar la carga de forma progresiva y anotar los valores

Para este paso reunimos diferentes pesas cuyo valor lo miden en newton para facilitar los ensayos. La suma total de estas fue de 100 Newton que las dividimos en intervalos de 10 por lo que fuimos cargando nuestra caña de diez en diez.

El procedimiento fue sencillo, consistía en colocar 10 N en un pequeño gancho con una barra, anotar los valores de los tres comparadores y comenzar de nuevo.

Para los casos 2 y 3 con mayores deformaciones, tuvimos que referenciar en varias ocasiones los comparadores debido a las grandes deformaciones de estos ensayos y las limitaciones de nuestros comparadores, pues estos solo alcanzan 20 mm. Para ello simplemente anotábamos el último valor obtenido, bajábamos el comparador y colocábamos el husillo al final de su recorrido. El nuevo valor obtenido lo sumábamos al anterior y seguíamos con el ensayo.

Resultados

Para cada caso realizamos tres ensayos, con el fin de minimizar errores en la toma de medidas. En algunos de ellos realizamos también la curva de descarga, la cual no es otra cosa que realizar el procedimiento en orden inverso para comprobar posibles tensiones residuales.

Para realizar las gráficas que veremos a continuación, representamos la Fuerza en el eje Y y el desplazamiento en el eje X. Cada punto representa la deformación de cada comparador de cada uno de los tres ensayos, por lo que habrá tres puntos por cada valor de fuerza. Con estos puntos creamos una línea de tendencia que la forzamos a pasar por el origen y nos da la pendiente de la recta, y así obtener el módulo de rigidez deseado.

Tras el ensayo, realizamos un modelo digitalizado siguiendo las especificaciones del modelo real. Tomamos medidas con un pie de rey y creamos un modelo de superficies, aplicamos el laminado de fibra de carbono con el módulo ACP y sometimos el modelo digitalizado a un análisis estructural dividido en 10 pasos al que se le va aplicando carga progresivamente como el modelo real (Los pasos seguidos para este estudio están recogidos en el Anexo 3). Los resultados los compararemos con el real y podremos validar el modelo.

Vemos los resultados para cada caso de fuerza.

Caso 1

En la Figura 120 vemos la caña completamente cargada con su deformación máxima que alcanza en este ensayo.

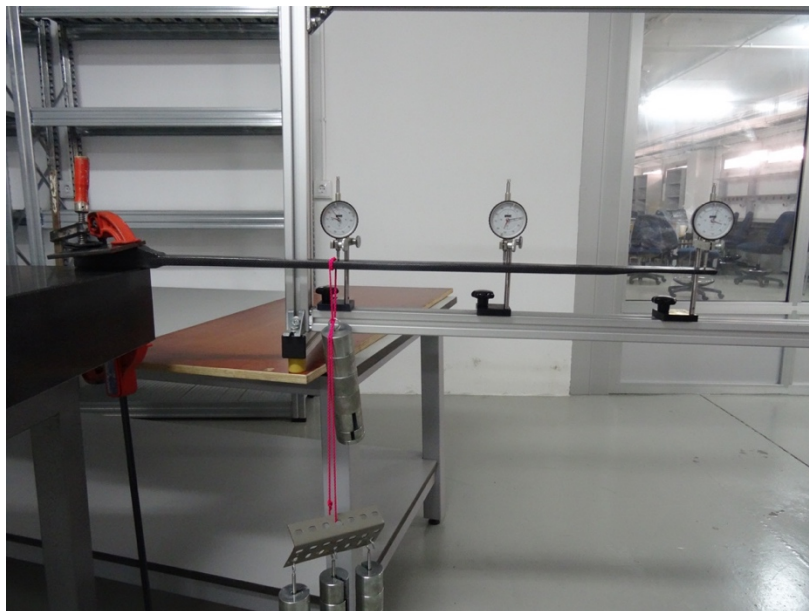


Figura 120 Caso 1 completamente cargado

Anotados todos los valores y con el procedimiento descrito anteriormente obtenemos la gráfica.

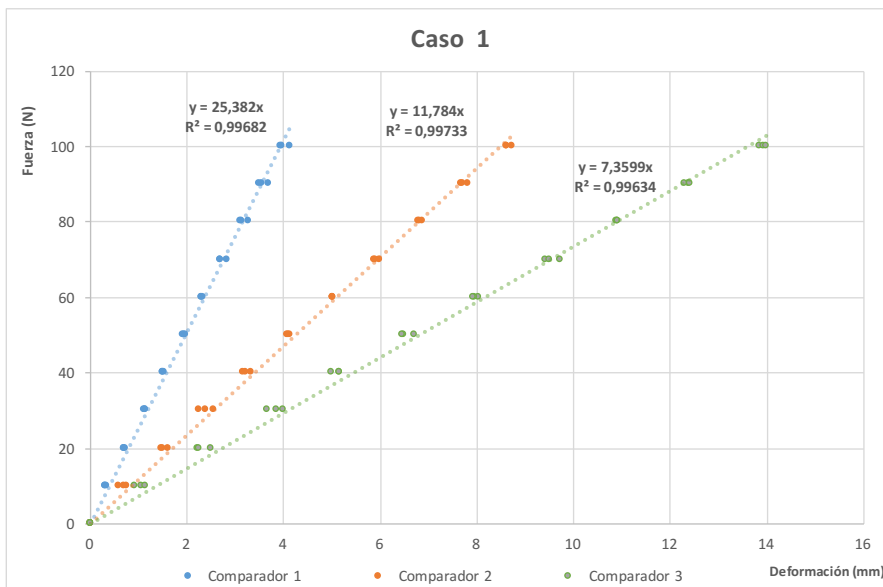


Figura 121 Gráfica caso 1 ensayo real

Los valores medios para el caso 1 lo recogemos en la Tabla 20:

Fuerza (N)	Comparador 1	Comparador 2	Comparador 3
0,00	0,0000	0,00	0,00
10,00	0,3267	0,68	1,04
20,00	0,7100	1,52	2,32
30,00	1,1233	2,39	3,83
40,00	1,5167	3,23	5,10
50,00	1,9400	4,10	6,54
60,00	2,3100	5,01	8,30
70,00	2,7433	5,92	9,54
80,00	3,1633	6,82	10,90
90,00	3,5733	7,73	12,36
100,00	4,0133	8,98	13,92

Tabla 20

Con todos los datos determinamos que el módulo de rigidez obtenido para el comparador 3, que será el que comparemos con el obtenido con ANSYS, es de $k = 7,3599$

Realizamos ahora la misma grafica Figura 122 pero para los valores obtenidos con ANSYS, para un estudio de análisis estructural dividido en 10 pasos igual que nuestro estudio real.

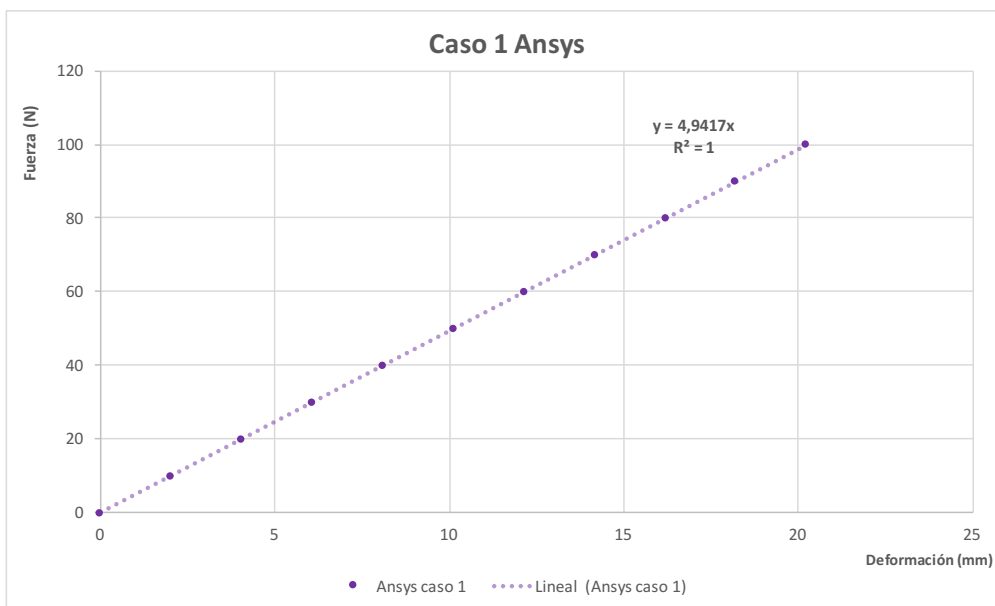


Figura 122 Gráfica caso 1 ANSYS

Para facilitar las conclusiones finales comparamos en esta gráfica Figura 123 la obtenida con ANSYS y en el ensayo real.

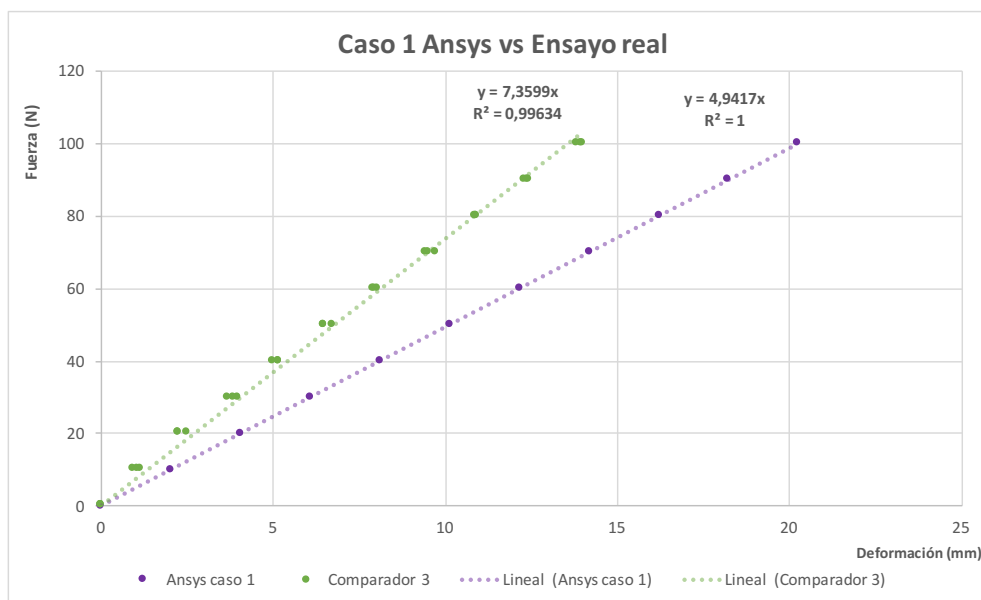


Figura 123 Gráfica comparativa caso 1

Caso 2

Observamos en la Figura 124 la caña con la máxima deformación alcanzada en el caso 2 con la carga en el extremo



Figura 124 Caso 2 completamente cargado

En la gráfica Figura 125 vemos las tres líneas de tendencia para cada comparador y las deformaciones para el caso 2:

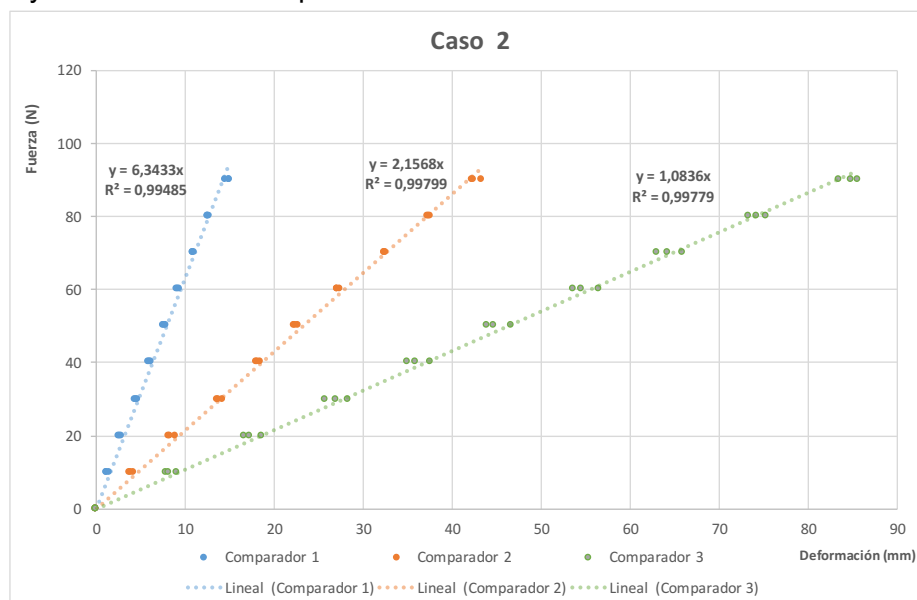


Figura 125 Gráfica caso 2 ensayo real

En la Tabla 21 recogemos la media de los tres ensayos de cada comparador, para poder ver los valores de las deformaciones:

Fuerza (N)	Comparador 1	Comparador2	Comparador 3
0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	1,28	3,95	8,38
20,00	2,72	8,43	17,46
30,00	4,53	13,83	26,98
40,00	6,27	18,23	36,10
50,00	7,65	22,47	45,05
60,00	9,20	27,22	54,86
70,00	10,93	32,43	64,37
80,00	12,62	37,41	74,19
90,00	14,80	42,61	84,58

Tabla 21

Ahora como el caso anterior vemos la gráfica, Figura 126 de ANSYS obtenida mediante la simulación por elementos finitos para la carga en el extremo.

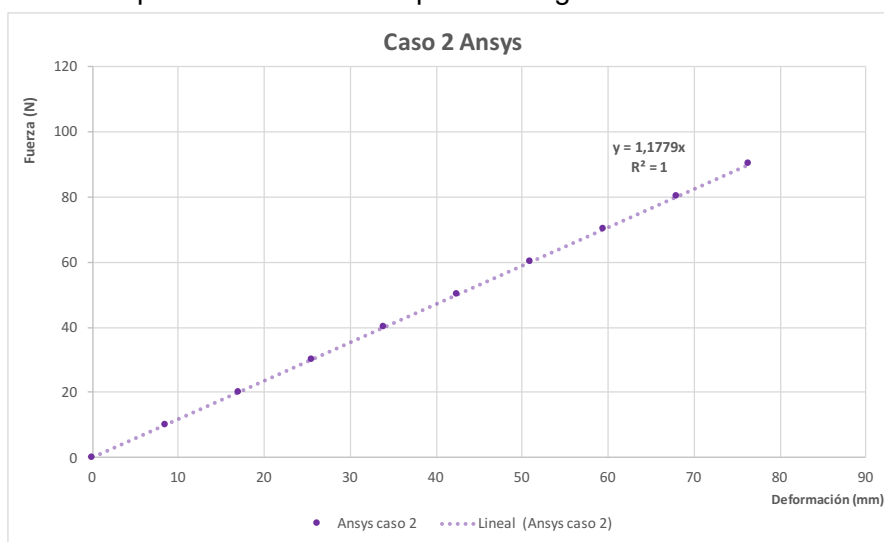


Figura 126 Gráfica caso 2 Ansys

Y volvemos a comparar la línea de tendencia obtenida con ANSYS y en el ensayo real, Figura 131:

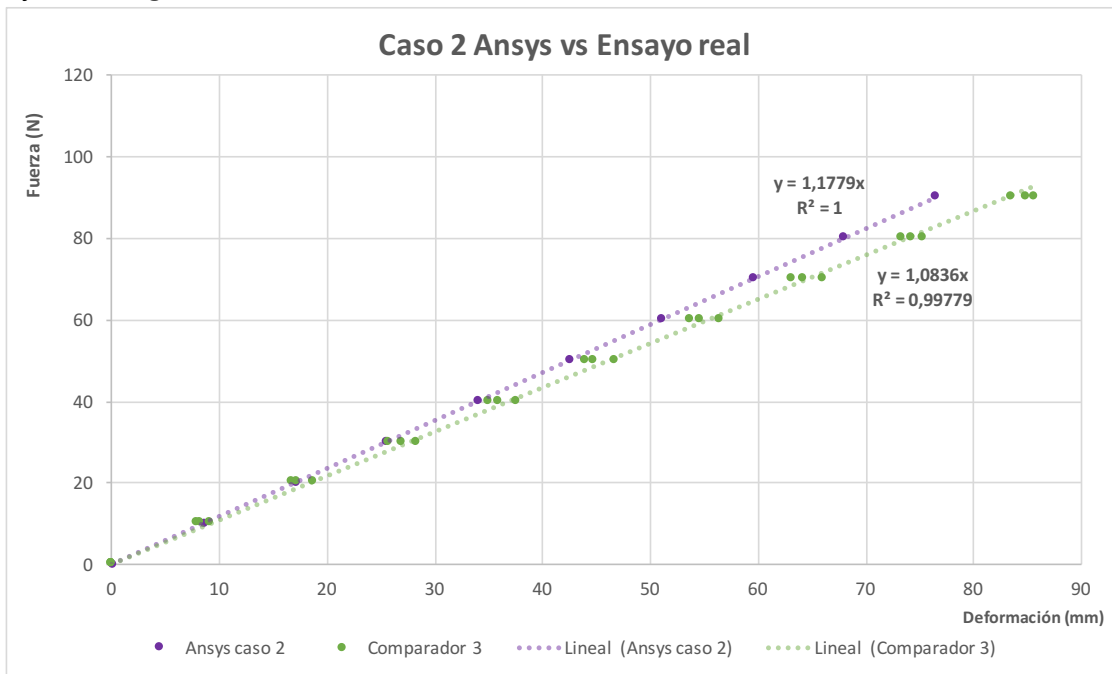


Figura 127 Gráfica comparativa caso 2

Caso 3

Este caso aplicamos la carga en el extremo pero rotamos la caña para ver el comportamiento sobre el plano horizontal, podemos ver el ensayo completamente cargado en la Figura 132.

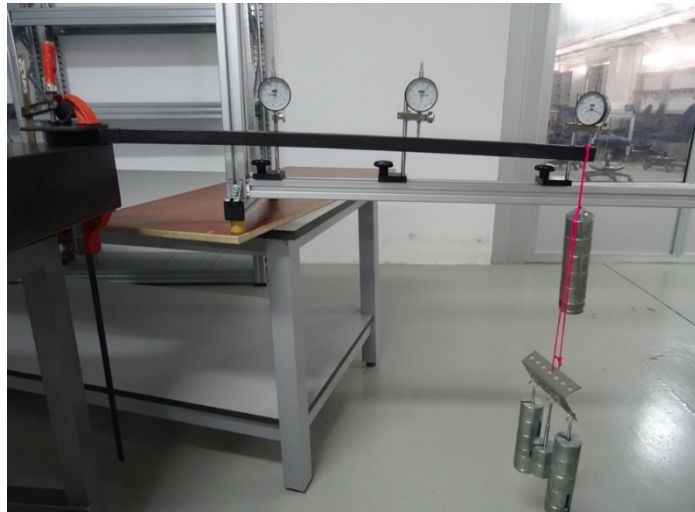


Figura 128 Caso 3 completamente cargado

Ahora vemos las gráfica obtenida, Figura 129 para los tres comparadores, como dato a resaltar la deformación en este plano será mucho menor, a pesar de que se aplique en el extremo, debido a la sección del perfil de la caña. Al ser rectangular sobre este plano el momento de Inercia es mucho mayor y reduce considerablemente la flecha obtenida.

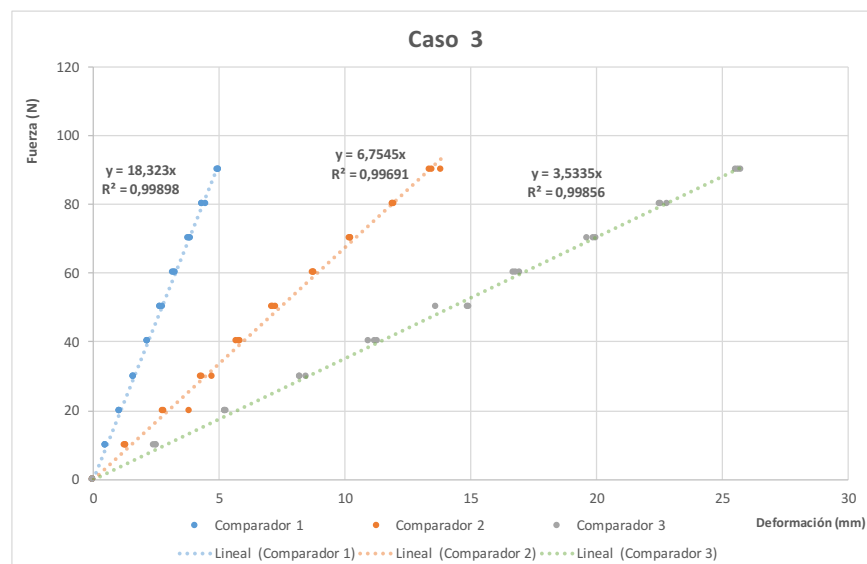


Figura 129 Gráfica caso 3 ensayo real

Como los casos anteriores en la Tabla 22 podemos ver los valores de estas deformaciones:

Fuerza (N)	Comparador 1	Comparador2	Comparador 3
0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	0,49	1,29	2,48
20,00	1,04	3,13	5,26
30,00	1,62	4,43	8,31
40,00	2,15	5,78	11,15
50,00	2,70	7,18	14,47
60,00	3,22	8,76	16,80
70,00	3,82	10,21	19,83
80,00	4,38	11,94	22,63
90,00	4,98	13,57	25,63

Tabla 22

Seguimos con la línea de tendencia generada por ANSYS para este caso, Figura 130, donde debemos de colocar la fuerza en sentido del eje Z en vez de en Y negativo como el caso anterior.

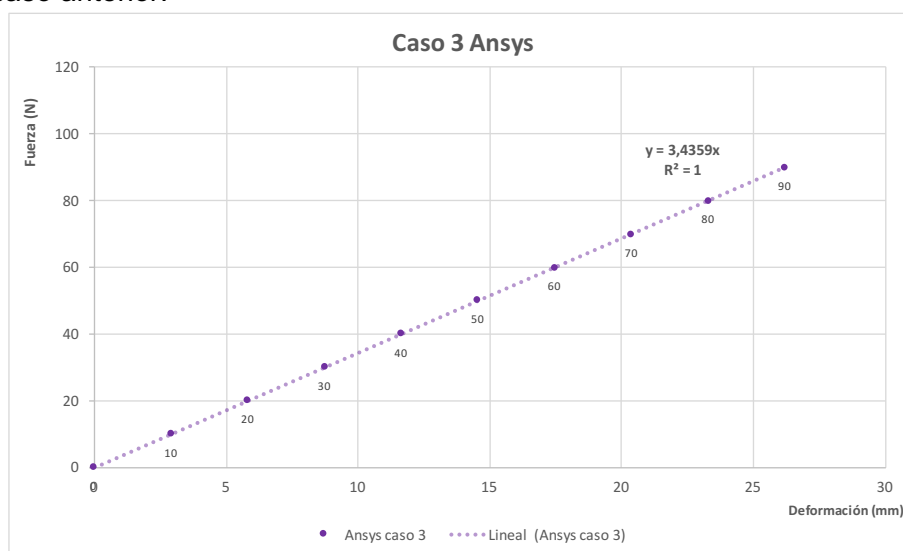


Figura 130 Gráfica caso 3 ANSYS

Por último comparamos las líneas de tendencia de ANSYS y la generada por los datos obtenidos del comparador 3, Figura 131:

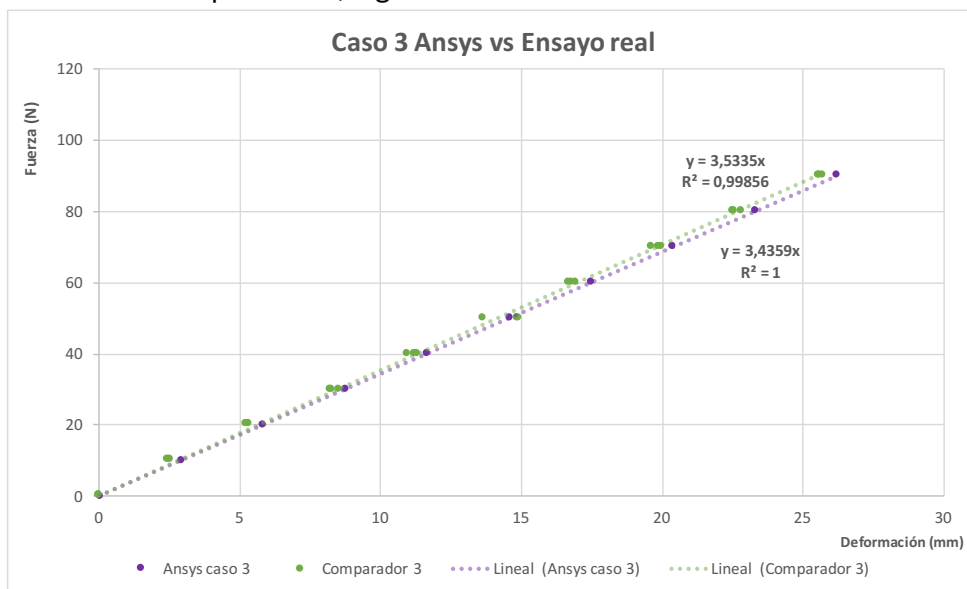


Figura 131 Gráfica comparativa caso 3

Análisis comparativo de los resultados

En este apartado vamos a recoger todos los resultados anteriores en la Tabla 23 comparativa con el modelo real y el digitalizado para analizar las posibles diferencias y el porcentaje de estas.

	Flecha máxima			Módulo de rigidez		
	Real	ANSYS	Diferencia en %	Real	ANSYS	Diferencia en %
Caso 1	13,92	20,23	45,33%	7,3599	4,9417	32,85%
Caso2	84,58	76,4	9,67%	1,0836	1,1779	8,70%
Caso3	25,63	26,19	2,18%	3,5535	3,4359	3,30%

Tabla 23

Anejo 4 Informe generado por ANSYS del modelo final



Units

Unit System *Metric (mm, kg, N, s, mV, mA)
Degrees rad/s Celsius*

Angle	<i>Degrees</i>
Rotational Velocity	<i>rad/s</i>
Temperature	<i>Celsius</i>

Geometry

Object Name	<i>Geometry</i>
State	<i>Fully Defined</i>
Source	<i>C:\Users\Antolin\Documents\Modelo 3 definitivo_files\dp0\global\MECH\SYS-6\AssembledMode\SYS-6.pmdb</i>
Type	<i>FMBrep</i>
Length Unit	<i>Meters</i>
Element Control	<i>Program Controlled</i>
Display Style	<i>Body Color</i>

Bounding Box	
Length X	<i>995,03 mm</i>
Length Y	<i>28,75 mm</i>
Length Z	<i>26,084 mm</i>
Properties	
Volume	<i>1,8467e+005 mm³</i>
Mass	<i>0,28033 kg</i>
Statistics	
Bodies	<i>1</i>
Active Bodies	<i>1</i>
Nodes	<i>186740</i>
Elements	<i>165408</i>
Mesh Metric	<i>None</i>
Basic Geometry Options	
Solid Bodies	<i>Yes</i>
Surface Bodies	<i>Yes</i>
Line Bodies	<i>No</i>
Parameters	<i>Yes</i>
Parameter Key	<i>DS</i>
Attributes	<i>No</i>
Named Selections	<i>No</i>

Material Properties	No
Advanced Geometry Options	
Use Associativity	Yes
Coordinate Systems	No
Reader Mode Saves Updated File	No
Use Instances	Yes
Smart CAD Update	No
Compare Parts On Update	No
Attach File Via Temp File	Yes
Temporary Directory	C:\Users\Antolin\AppData\Roaming\Ansys\v150
Analysis Type	3-D
Mixed Import Resolution	None
Decompose Disjoint Geometry	Yes

Parts

Object Name	<i>Solid 1</i>
State	<i>Meshed</i>
Graphics Properties	
Visible	<i>Yes</i>
Transparency	<i>1</i>
Definition	
Suppressed	<i>No</i>
Stiffness Behavior	<i>Flexible</i>
Coordinate System	<i>Default Coordinate System</i>
Reference Temperature	<i>By Environment</i>
Material	
Assignment	<i>Composite Material</i>
Nonlinear Effects	<i>Yes</i>
Thermal Strain Effects	<i>Yes</i>
Bounding Box	
Length X	<i>995,03 mm</i>
Length Y	<i>28,75 mm</i>
Length Z	<i>26,084 mm</i>
Properties	
Volume	<i>1,8467e+005 mm³</i>
Mass	<i>0,28033 kg</i>
Centroid X	<i>396,85 mm</i>
Centroid Y	<i>0,91333 mm</i>

Centroid Z	-8,7189e-002 mm
Moment of Inertia Ip1	30,947 kg·mm ²
Moment of Inertia Ip2	24388 kg·mm ²
Moment of Inertia Ip3	24378 kg·mm ²
Statistics	
Nodes	186740
Elements	165408
Mesh Metric	None

Coordinate System

Object Name	Global Coordinate System
State	Fully Defined
Definition	
Type	Cartesian
Coordinate System ID	0,
Origin	
Origin X	0, mm
Origin Y	0, mm
Origin Z	0, mm
Directional Vectors	
X Axis Data	[1, 0, 0,]
Y Axis Data	[0, 1, 0,]
Z Axis Data	[0, 0, 1,]

Connections

Object Name	Connections
State	<i>Fully Defined</i>
Auto Detection	
Generate Automatic Connection On Refresh	<i>Yes</i>
Transparency	
Enabled	<i>Yes</i>

Mesh

Object Name *Mesh*

State	<i>Solved</i>
Statistics	
Nodes	<i>186740</i>
Elements	<i>165408</i>
Mesh Metric	<i>None</i>

Imported Layered Section

Object Name *Imported Layered Section*

State	<i>Solved</i>
Definition	
Type	<i>Solid Imported Layered Section</i>
Suppressed	<i>No</i>
Material	
Nonlinear Effects	<i>Yes</i>

Thermal Strain Effects Yes

Named Selections

Object Name	SOLIDMODEL.1_SEC CIÓN REDONDEO_TOP	SOLIDMODEL.1_SE CCI?N EXTREMO_BOT	SOLIDMODEL.1_SE CCI?N EXTREMO_TOP
	5	6	6

State	Fully Defined
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Definition	
Send to Solver	Yes
Visible	Yes
Program Controlled Inflation	Exclude
Statistics	
Type	Imported
Total Selection	1 Face
Suppressed	0
Used by Mesh Worksheet	No

Static Structural

Analysis

Object Name *Static Structural (F3)*

State	<i>Solved</i>
Definition	
Physics Type	<i>Structural</i>
Analysis Type	<i>Static Structural</i>
Solver Target	<i>Mechanical APDL</i>
Options	
Environment Temperature	<i>22, °C</i>
Generate Input Only	<i>No</i>

Analysis Settings

Object Name *Analysis Settings*

State	<i>Fully Defined</i>
Step Controls	
Number Of Steps	<i>1,</i>
Current Step Number	<i>1,</i>
Step End Time	<i>1, s</i>
Auto Time Stepping	<i>Program Controlled</i>
Solver Type	<i>Program Controlled</i>
Weak Springs	<i>Program Controlled</i>
Large Deflection	<i>Off</i>
Inertia Relief	<i>Off</i>

Restart Controls	
Generate Restart Points	<i>Program Controlled</i>
Retain Files After Full Solve	<i>No</i>
Nonlinear Controls	
Newton-Raphson Option	<i>Program Controlled</i>
Force Convergence	<i>Program Controlled</i>
Moment Convergence	<i>Program Controlled</i>
Displacement Convergence	<i>Program Controlled</i>
Rotation Convergence	<i>Program Controlled</i>
Line Search	<i>Program Controlled</i>
Stabilization	<i>Off</i>
Output Controls	
Stress	<i>Yes</i>
Strain	<i>Yes</i>
Nodal Forces	<i>No</i>
Contact Miscellaneous	<i>No</i>
General Miscellaneous	<i>No</i>
Store Results At	<i>All Time Points</i>
Analysis Data Management	
Solver Files Directory	<i>C:\Users\Antolin\Documents\Modelo definitivo_files\dp0\SYS-6\MECH\</i> 3
Future Analysis	<i>None</i>

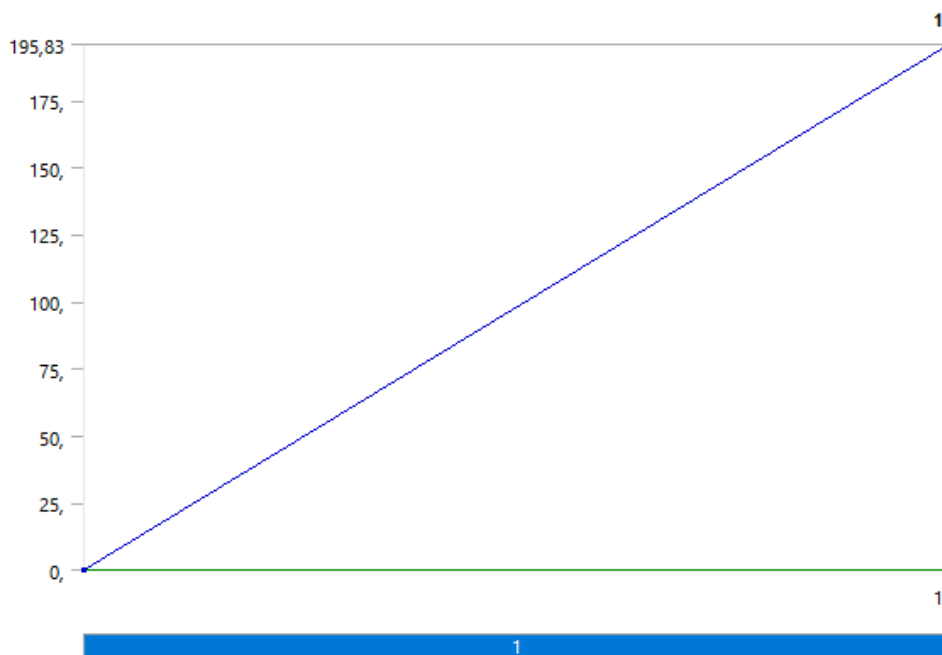
Scratch Solver Files Directory	
Save MAPDL db	No
Delete Unneeded Files	Yes
Nonlinear Solution	No
Solver Units	Active System
Solver Unit System	nmm

Loads FV

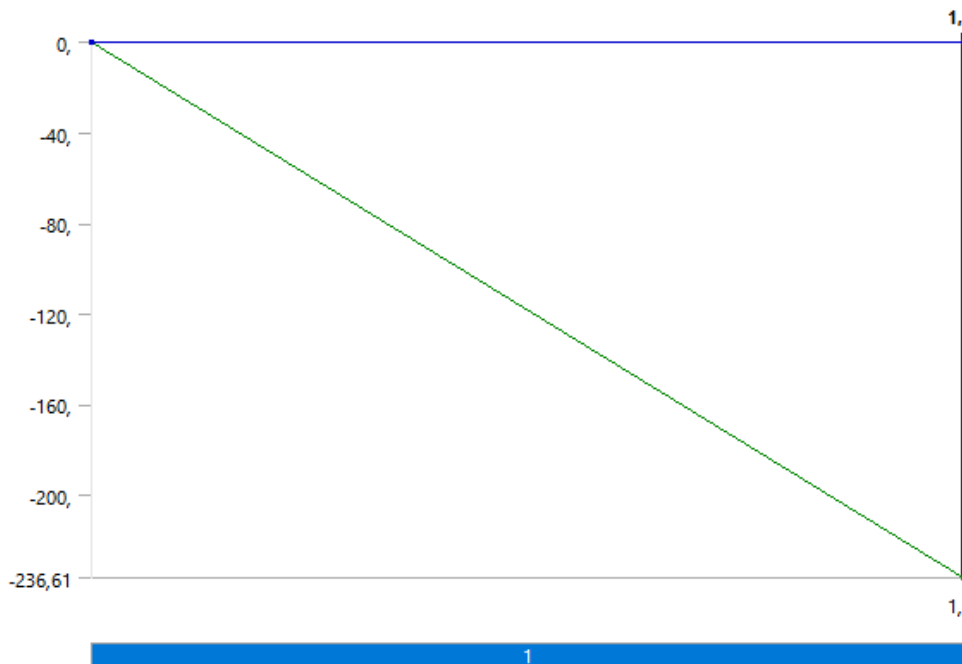
Object Name	Remote Force FH		Fixed Support	Remote Force FV	
State	Suppressed		Fully Defined		
Scope					
Scoping Method	Geometry Selection				
Geometry	No Selection		3 Faces	7 Faces	
Coordinate System	Global System	Coordinate		Global System	Coordinate
X Coordinate	985, mm			407, mm	
Y Coordinate	0, mm			0, mm	
Z Coordinate	0, mm			0, mm	
Location	Defined			Defined	
Definition					
Type	Remote Force FH		Fixed Support	Remote Force FV	
Define By	Components			Components	
X Component	0, N (ramped)			0, N (ramped)	

Y Component	<i>0, N (ramped)</i>		<i>-236,61 N (ramped)</i>
Z Component	<i>195,83 N (ramped)</i>		<i>0, N (ramped)</i>
Suppressed	Yes	No	
Behavior	<i>Deformable</i>		<i>Deformable</i>
Advanced			
Pinball Region	<i>All</i>		<i>All</i>

Remote Force FH



Remote Force FV



Solution

Object Name	<i>Solution (F4)</i>
State	Solved
Adaptive Mesh Refinement	
Max Refinement Loops	1,
Refinement Depth	2,
Information	
Status	Done

Solution Information

Object Name	<i>Solution Information</i>
State	Solved

Solution Information

Solution Output	<i>Solver Output</i>
Newton-Raphson Residuals	<i>0</i>
Update Interval	<i>2,5 s</i>
Display Points	<i>All</i>

FE Connection Visibility

Activate Visibility	<i>Yes</i>
Display	<i>All FE Connectors</i>
Draw Connections Attached To	<i>All Nodes</i>
Line Color	<i>Connection Type</i>
Visible on Results	<i>No</i>
Line Thickness	<i>Single</i>
Display Type	<i>Lines</i>

Results FV

Object Name	Total Deformation	Equivalent Stress
State	<i>Solved</i>	
Scope		
Scoping Method	<i>Geometry Selection</i>	
Geometry	<i>All Bodies</i>	
Layer		<i>Entire Section</i>
Definition		
Type	<i>Total Deformation</i>	<i>Equivalent (von-Mises) Stress</i>
By	<i>Time</i>	

Display Time	<i>Last</i>	
Calculate Time History	<i>Yes</i>	
Identifier		
Suppressed	<i>No</i>	
Results		
Minimum	<i>0, mm</i>	<i>2,3895e-010 MPa</i>
Maximum	<i>30,587 mm</i>	<i>285,34 MPa</i>
Minimum Value Over Time		
Minimum	<i>0, mm</i>	<i>2,3895e-010 MPa</i>
Maximum	<i>0, mm</i>	<i>2,3895e-010 MPa</i>
Maximum Value Over Time		
Minimum	<i>30,587 mm</i>	<i>285,34 MPa</i>
Maximum	<i>30,587 mm</i>	<i>285,34 MPa</i>
Information		
Time	<i>1, s</i>	
Load Step	<i>1</i>	
Substep	<i>1</i>	
Iteration Number	<i>1</i>	
Integration Point Results		
Display Option	<i>Averaged</i>	
Average Across Bodies	<i>No</i>	
Results FH		
Object Name	<i>Total Deformation Equivalent Stress</i>	

State	<i>Solved</i>	
	Scope	
Scoping Method	<i>Geometry Selection</i>	
Geometry	<i>All Bodies</i>	
Layer		<i>Entire Section</i>
	Definition	
Type	<i>Total Deformation</i>	<i>Equivalent (von-Mises) Stress</i>
By	<i>Time</i>	
Display Time	<i>Last</i>	
Calculate Time History	<i>Yes</i>	
Identifier		
Suppressed	<i>No</i>	
	Results	
Minimum	<i>0, mm</i>	<i>5,7119e-010 MPa</i>
Maximum	<i>39,072 mm</i>	<i>344,93 MPa</i>
	Minimum Value Over Time	
Minimum	<i>0, mm</i>	<i>5,7119e-010 MPa</i>
Maximum	<i>0, mm</i>	<i>5,7119e-010 MPa</i>
	Maximum Value Over Time	
Minimum	<i>39,072 mm</i>	<i>344,93 MPa</i>
Maximum	<i>39,072 mm</i>	<i>344,93 MPa</i>
	Information	
Time	<i>1, s</i>	
Load Step	<i>1</i>	

Substep	1	
Iteration Number	1	
Integration Point Results		
Display Option	Averaged	
Average Across Bodies	No	

Material Data

Carbon_UD_230GPa_Wet

Density 1,518e-006 kg mm⁻³

Temperature C	Coefficient of Thermal Expansion X direction C ⁻¹	Coefficient of Thermal Expansion Y direction C ⁻¹	Coefficient of Thermal Expansion Z direction C ⁻¹
Reference Temperature C	-4,5e-007	3,e-005	3,e-005

Orthotropic Elasticity

Temperature C	Young's Modulus X direction MPa	Young's Modulus Y direction MPa	Young's Modulus Z direction MPa	Poisson's Ratio XY	Poisson's Ratio YZ	Poisson's Ratio XZ	Shear Modulus XY MPa	Shear Modulus YZ MPa	Shear Modulus XZ MPa
	1,2334e+005	7780	7780	0,27	0,42	0,27	5000	3080	5000

Orthotropic Stress Limits

Temperature C	Tensile X direction MPa	Tensile Y direction MPa	Tensile Z direction MPa	Compressive X direction MPa	Compressive Y direction MPa	Compressive Z direction MPa	Shear XY MPa	Shear YZ MPa	Shear XZ MPa
	1632,	34,	34,	-704,	-68,	-68,	80,	55,	80,

Orthotropic Strain Limits

Temperature C	Tensile X direction	Tensile Y direction	Tensile Z direction	Compressive X direction	Compressive Y direction	Compressive Z direction	Shear XY	Shear YZ	Shear XZ
	1,43e-002	2,6e-003	2,6e-003	-6,e-003	-1,46e-002	-1,46e-002	1,6e-002	1,2e-002	1,6e-002

Tsai-Wu Constants

Temperature C	Coupling Coefficient XY	Coupling Coefficient YZ	Coupling Coefficient XZ
	-1,	-1,	-1,

Puck Constants

Temperature C	Compressive Inclination XZ	Compressive Inclination YZ	Tensile Inclination XZ	Tensile Inclination YZ
	0,3	0,25	0,35	0,25

LaRc03/04 Constants

Temperature C	Fracture Toughness Ratio	Longitudinal Friction Coefficient	Transverse Friction Coefficient	Fracture Under Compression	Angle
	0,35	0,28	0,79	53,	

Additional Puck Constants

Interface Weakening Factor	Degradation Parameter s	Degradation Parameter M
0,8	0,5	0,5

Resin_Uretano Acrilica

Density 1,08e-006 kg mm⁻³

Isotropic Elasticity

Temperature C	Young's Modulus MPa	Poisson's Ratio	Bulk Modulus MPa	Shear Modulus MPa
	3500,	0,35	3888,9	1296,3

Anejo 5 Especificaciones de montaje de los accesorios

En este anejo, explicaremos el montaje de los accesorios y piezas que harán que nuestro modelo esté preparada para salir al mercado y satisfacer las necesidades de los regatistas.

Existen varias piezas que debemos añadir al modelo, en concreto 3, que son:

Pletina protectora

Esta pieza se encarga de evitar el desgaste provocado por el rozamiento generado entre la pata de gallo y la cara superior de la caña. No es más que una pletina en aluminio, que aparte de evitar el desgaste superficial, también sirve para minimizar el impacto que sufre la caña en la virada con la polea de la escota.



Figura 132 Pletina protectora

La pieza se puede comprar ya hecha, pero para modelos específicos de otras cañas, por lo que no será equivalente al nuestro. Es por ello que para nuestro modelo, buscamos la forma más sencilla de crearla. Con una plancha de aluminio de 0,5 mm de espesor, pues como ya vimos todo aumento del perfil de la caña afecta negativamente y mayor espesor también aumentaría el peso.

Una vez obtenida la pletina debemos cortarla en rectángulos de aluminio de X x Y mm y mecanizaremos los bordes para darle un buen acabado y evitar posibles cortes. Una vez obtenida deberemos pasar a curvarlos en dos ángulos de 90° con un redondeo de 2mm, que gracias a una prensa se podrá realizar fácilmente.

Para obtener el peso de la pletina para el modelo 3 definitivo, realizamos la pieza en SOLIDWORKS obteniendo la Figura 133 y obteniendo las propiedades físicas, vemos que alcanza una masa de 3,2167 g.

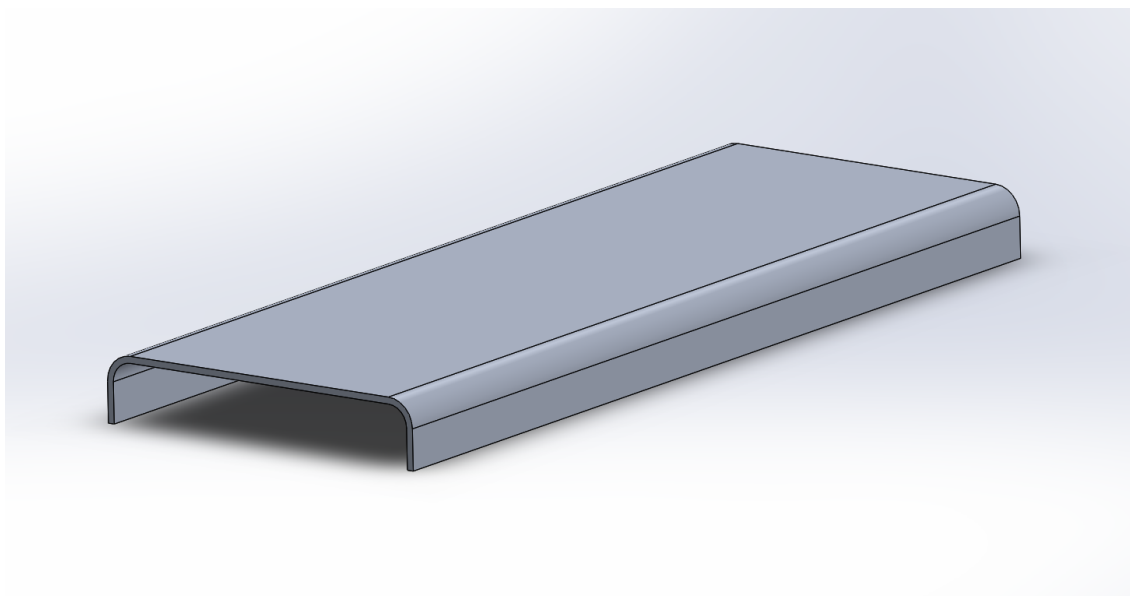
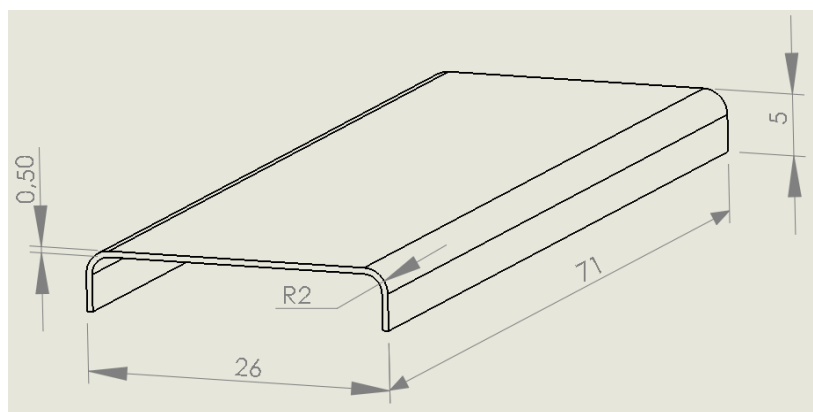


Figura 133 Pletina de aluminio SOLIDWORK



En la Figura 134 vemos la pletina con las medidas que se ajusten al modelo definitivo.

Figura 134 Dimensiones pletina, modelo 3

Mordaza

La mordaza nos sirve para retener un cabo que permite subir o bajar la pala del timón. Esta pieza irá fijada al lateral de la caña mediante unos tornillos. Para nuestro modelo haremos que coincida justo antes de que termine el cambio en el laminado. Por lo que la colocaremos a una distancia de 160mm desde el origen de la caña:

Esta pieza está a la venta por numerosas marcas de diferentes tamaños y materiales. Nosotros elegimos un modelo muy ligero en aluminio para un cabo de un diámetro de 4mm que podemos ver en esta imagen:



Figura 135 Mordaza Clamcleat Racing

La mordaza seleccionada procede de Clamcleat, una compañía con 40 años de historia dedicada a las mordazas para todo tipo de embarcaciones, por lo que a pesar de tener un precio elevado, es garantía de calidad.

La mordaza seleccionada tiene un peso de 16 gramos según el catalogo del fabricante.

Unión de la caña y el stick

Esta pieza es la que sirve de unión a la alargadera o stick con la caña, mediante una goma sujeta por otras dos piezas de plástico, una de ellas fijada a la caña y otra que será la que se utilice para inmovilizar la unión



Figura 136 Unión caña y stick

De izquierda a derecha en la Figura 136 vemos el conjunto completo, la goma que se introduce en la alargadera y la pieza de plástico fijada a la caña.

La unión se puede hacer mediante tornillos o remaches, pero debido a que el modelo final seleccionado está fabricada con fibra de carbono nos decantamos por los tornillos.

La pieza que fijamos a la caña tiene un peso de 5 gramos.

Por lo que el peso total de nuestro modelo 3 con los accesorios será:

Peso total = Peso del modelo + Pletina Aluminio + Mordaza + Sujeción Plástico

$$\text{Peso total} = 280,03 + 3,21 + 16 + 5 = \mathbf{304,24 \text{ gramos}}$$

Mediciones

Mediciones

En este apartado se calculará la cantidad de metros cuadrados necesarios de fibra de carbono y el volumen de resina uretano-acrítica, para la fabricación del modelos seleccionado.

Sabemos que la caña se realizará en dos piezas, llamadas concha superior e inferior. Por lo que para calcular la cantidad de fibra necesaria haremos esta distinción.

Con las dimensiones finales de la pieza se puede calcular la superficie fibra de carbono para la primera lamina. Las sucesivas laminas deben ser menores que la primera, ya que al aplicar una lámina aumenta el espesor, reduciéndose así la superficie a cubrir, por lo que si todas las láminas fuesen iguales calcularíamos una cantidad en exceso, que ocasionaría que el fabricante debería ir cortando los restos de fibras sobrantes, y produciendo el consiguiente desperdicio de material.

Es por ello que cada vez que se aplique una lámina las dimensiones de la siguiente han de ser 0,3mm menor por cada lado.

Procedemos a calcular la superficie necesaria de fibra de carbono para la concha superior. Las dimensiones de esta si dividimos la caña por la mitad del perfil son de 995 x 40 mm, cada lámina sucesiva será de 995 x (40-0,6) mm. Calculando entonces la suma de 7 láminas con dicha distribución hace un total de 0,2660 m² de fibra de carbono necesaria para la concha superior.

Para la concha inferior procedemos de igual manera siendo las dimensiones de está 995 x 30 mm y como antes restándole 0,6 mm por cada lamina sucesiva, obteniendo así 0,1964m².

Por último para el laminado de refuerzo en la sección que cubría parte del empotramiento y el perfil, tenemos unas dimensiones de 90 x 40 mm para la concha superior y 90 x 30 mm. En este caso son 14 láminas de fibra y como el caso anterior restando 0,6 mm por cada lámina aplicada obteniendo así para la concha superior 0,0454 m² y para la inferior 0,0328 m².

Realizando la suma total para nuestra caña tenemos que será necesario un total de 0,5406 m² de fibra de carbono.

En cuanto al volumen de resina, al elegir una proporción de 40% fibra y 60% resina, debemos calcular el volumen de fibra y así obtener el volumen de resina necesario mediante la ecuación de mezclas vista en el anejo 1 de este documento.

Sabemos que el volumen de fibra total será multiplicar la superficie previa calculada por el espesor, obteniendo así 162 168 mm³ de fibra.

Siendo el volumen de fibra de 40% del compuesto, obtenemos que el total del volumen de nuestra caña es de 405 420 mm³

Por lo que con la ecuación de la ley de mezclas:

$$V_c = V_f + V_m$$

Obtenemos que el volumen de matriz o resina, es de 243 252 mm³ que si multiplicamos por la densidad (1,08 g/mm³) obtenemos que son necesarios 262 gramos de resina uretano-acrítica.

En la siguiente Tabla 24 recogemos los datos de las dimensiones de fibra necesaria para cada parte de la caña:

<i>Sección</i>	Concha Superior	Concha inferior	Laminado de refuerzo Superior	Laminado de refuerzo inferior	Total
<i>Fibra de carbono (m²)</i>	0,2660	0,1964	0,0454	0,0328	0,5406

Tabla 24

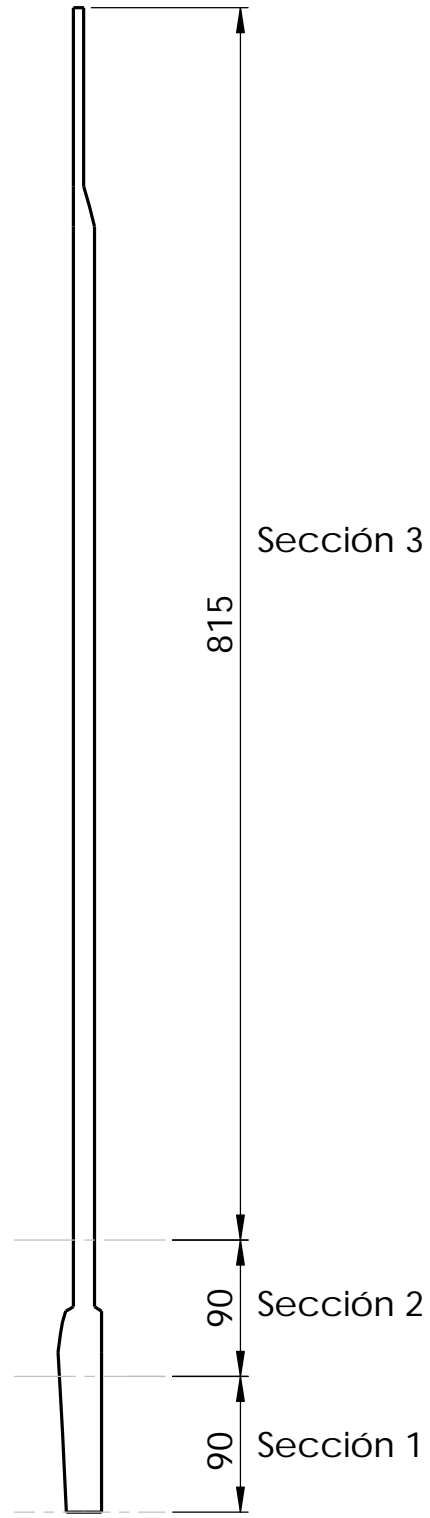
Por lo que para cada modelo será necesario 0,5406 m² de fibra de carbono unidireccional y 262 gramos de resina uretano-acrítica.

Planos

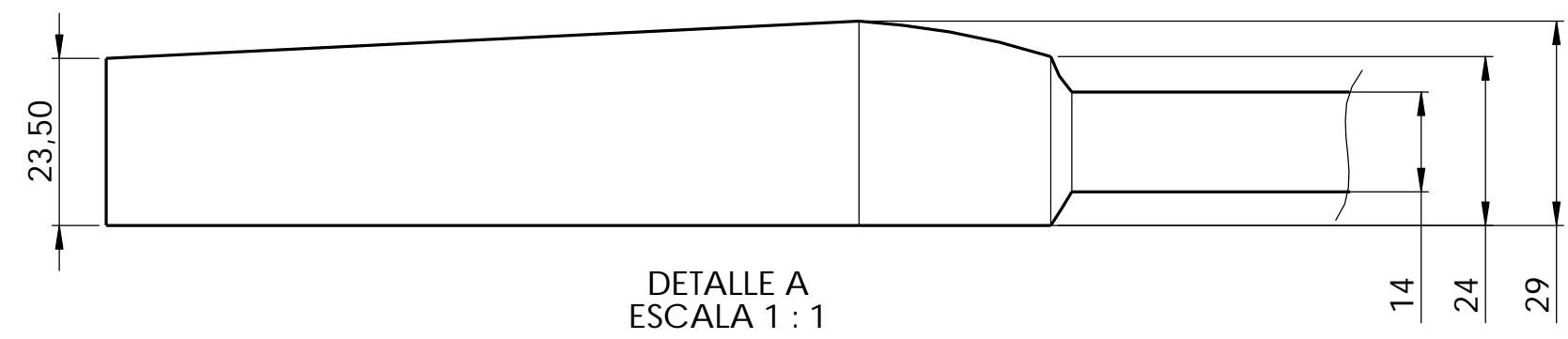
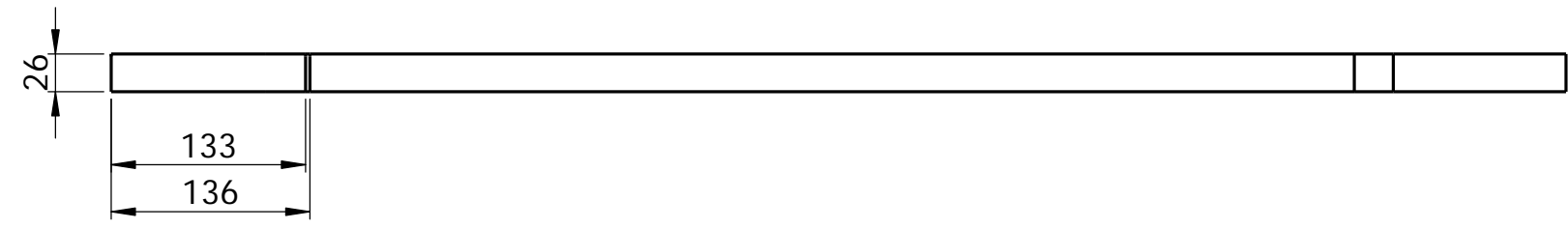
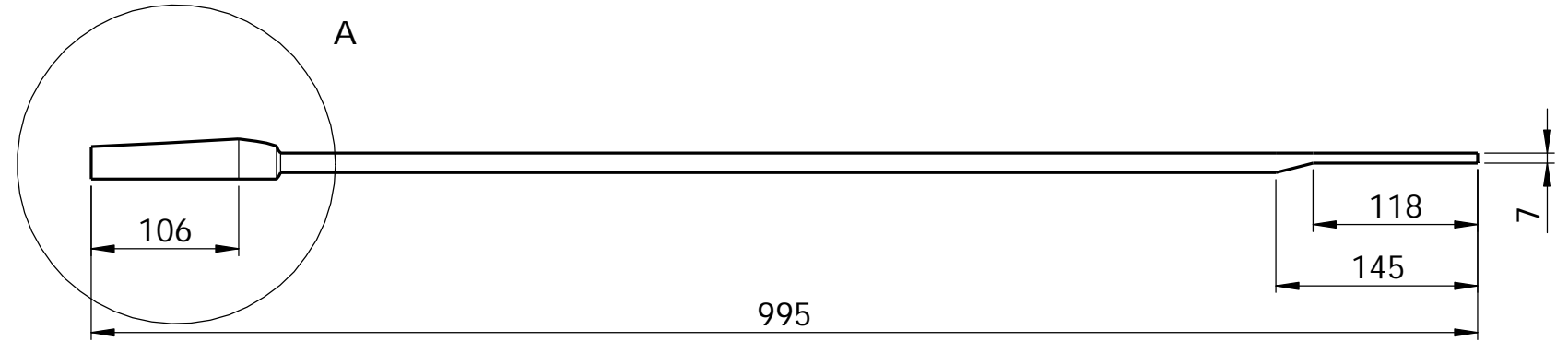
Índice de Planos

PLANO 1	182
---------------	-----



Distribución del laminado:



Sección:	Capas de laminado (0, 45, -45, 0, -45, 45, 0):	Espesor (mm):
Sección 1	1	2,1
Sección 2	3	6,3
Sección 3	1	2,1



DETALLE A
ESCALA 1 : 1

	Título del proyecto: Diseño de una caña de timón para la embarcación olímpica laser	
	Nombre de la pieza: <h1 style="text-align: center;">Caña de timón</h1>	
Autor: Antolín Alejandro de Oña	Escala: 1:5	Fecha: Septiembre 2017
Firma: 	Plano: 1	Hoja: 1 de 1

En este trabajo técnico se ha realizado el diseño de una caña de timón para la embarcación olímpica laser, con el objetivo de tratar de mejorar los modelos actuales, con la ayuda de softwares de diseño en 3D, materiales compuestos y la experiencia de regatistas. Para ello se realizó una investigación profunda sobre todos los modelos de dicha pieza, desde que se creó la embarcación laser, en 1974. Se ha analizado la tendencia actual del mercado, y los diferentes tipos de regatistas que navegan en la clase laser.

Se observó cómo, en la actualidad se combinan los regatistas más profesionales, ya que es clase Olímpica desde 1996, y jóvenes que acaban de empezar a navegar. Se tomó la decisión de diseñar una caña para el timón cuyas propiedades estén lo más optimizadas posibles, a pesar de que suponga un coste elevado, ya que, en una embarcación de competición como esta, prima el rendimiento.

Tras el estudio de las alternativas se procedió a analizar qué geometría sería la más adecuada para la caña, y qué materiales tendrán las mejores propiedades para el objetivo marcado. En la realización de dicha tarea se trató la caña como si fuese una viga en voladizo, y se vieron los parámetros geométricos que se debían aumentar para mantener una tensión y deflexión reducida. Además, se realizó una selección de materiales con tres métodos diferentes, para asegurarse de que el material elegido fuese el correcto. Todo se hizo teniendo en cuenta la estricta norma, marcada por la ILCA (International Laser Class Association) que limita el diseño de la pieza.

Una vez que se seleccionó el material y la geometría a seguir, se realizaron numerosos bocetos y alternativas, sometiendo a análisis mediante elementos finitos, mostrando unos resultados, que tras fijar las restricciones a las que debía someterse la caña, fueron seleccionados aquellos modelos que cumplían los objetivos marcados de peso, tensiones admisibles y deflexión. Se compararon los modelos que superaban el análisis y se seleccionó el modelo definitivo.

Además, se realizó un ensayo real, con un modelo de caña en fibra de carbono, el cual se introdujo en el programa de elementos finitos, con el fin de comprobar si los resultados proporcionados por el análisis matemático se asemejan a los obtenidos mediante un ensayo real.

Por último se analizaron todos los resultados obtenidos y se sacaron numerosas conclusiones, muchas de ellas enfocadas a posibles optimizaciones del modelo para trabajos futuros, con nuevos materiales o alternativas de diseño.

