

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

CENTRO DE POSTGRADO Y FORMACIÓN CONTINUA



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria

Curso académico: 2018/2019

Realidad Virtual en la enseñanza de las Matemáticas.

Virtual Reality in the teaching of Mathematics.

Andrés Mateo Piñol

Supervisado por: *José Luis Rodríguez Blancas*

1. Resumen	5
1. Abstract	5
2. Introducción y justificación	6
2.1. Cambios en la Educación y las Matemáticas.	6
2.2. Empleo de software en el aula.	9
2.3. GeoGebra.	10
2.4. NeoTrie.	12
3. Fundamentación Teórica	16
3.1. Marco legislativo.	16
3.2. Contexto social.	18
3.3. Contexto educativo.	19
4. Diseño de la actividad	21
4.1. Sobre el alumnado.	21
4.2. Sobre los conocimientos previos.	21
4.3. Sobre la metodología.	22
4.4. Sobre la evaluación.	23
4.5. Sobre los objetivos.	24
5. Resultados	25
6. Conclusiones	28
7. Líneas abiertas	30
8. Bibliografía	32
9. Anexo I	35

1. Resumen

En este Trabajo Final de Máster vamos a adentrarnos un poco en la evolución histórica de la enseñanza de las matemáticas para demostrar la gran utilidad del software NeoTrie en la Educación Secundaria, más concretamente en el segundo ciclo de la ESO dentro del bloque de contenidos de Geometría.

Para ello, empezaremos justificando la elección de este tema y su repercusión en la enseñanza, explicando además las características y empleo tanto del software GeoGebra como del software NeoTrie.

Finalmente, proponemos unas actividades para realizar en el aula, una experiencia con ella y unas reflexiones sobre el trabajo realizado.

1. Abstract

This Final Master's Project will us to the historical evolution of teaching Mathematics to proof the great utility of the software NeoTrie in Secondary School, in the second cycle of the ESO, at the Geometry temary.

In order to do this, we will begin by justifying the choice of this subject and its repercussion in teaching, explaining the characteristics and use of both GeoGebra and NeoTrie.

At last, we propose an activity, an experience with it in the classroom and we reflect on the results.

2. Introducción y justificación

Muchos estudiantes odian las matemáticas (Rius, 2015). Este es un hecho que todos los que hemos pasado por el sistema educativo conocemos, sobre todo, aquellas personas que nos dedicamos a la enseñanza. Más aún todavía si de hecho nos dedicamos a la enseñanza de las matemáticas. “Son aburridas”, dicen algunos. “Yo me lié cuando le metieron letras”, dicen otros. “Es que hay que pensar” recuerdo que me comentó una estudiante cuando estaba haciendo las prácticas del grado. Ni siquiera lo completó con un “mucho”, como habría esperado. ¿Significa esto que las matemáticas son demasiado difíciles para nuestros estudiantes?

Según la Junta de Andalucía, en sus encuestas oficiales (Indicadores sociales en Andalucía, 2016) casi el 84% de los estudiantes del último ciclo de Primaria consigue aprobar matemáticas, pero esta cifra cae drásticamente en los sucesivos años: en Tercero de la ESO, un tercio del alumnado no consigue superar la asignatura. Ahora bien, también es cierto que, a partir de este punto, donde recordemos los estudiantes empiezan a especializarse y a elegir por primera vez algunas de sus asignaturas, los resultados son mejores. También es interesante destacar que las notas de ellas son significativamente superiores a la de ellos.

2.1. Cambios en la Educación y las Matemáticas.

Además, los tiempos están cambiando. Ya ha quedado atrás, en la mayoría de los casos, la pizarra de tiza a la que el docente acudía con su transportador de ángulos, juego de reglas y compás (ya sea uno de madera o una simple cuerda) para poder mostrarle a sus estudiantes los distintos conceptos geométricos que tocara aprender ese día. Ahora, gracias a los últimos avances tecnológicos y programas como el Proyecto Escuela TIC 2.0 desde el curso 2009/2010, reforzado con la nueva Estrategia Digital de Educación de Andalucía, nuestro alumnado y profesorado dispone en sus aulas de pizarras digitales, portátiles e incluso tablets con las que poder trabajar en el aula,

modificándose así completamente el paradigma de la educación, sobre todo, desde el punto de vista de la enseñanza.

Los contenidos, en el bloque de la Geometría, realmente no distan mucho de los que se mostraban en los menores niveles de la escuela Pitagórica, tal y como se indica en el segundo capítulo del libro “Historia de las Matemáticas en los últimos 10000 años”, de Ian Stewart. En este se nos muestran los primeros pasos en la rama de la Geometría con los sistemas de numeración, pasando por la semejanza de figuras, los números irracionales y otros contenidos básicos del currículo de la ESO. Recordemos que la antigua matemática griega es conocida como “la matemática de la regla y el compás” por sus herramientas de trabajo. Para los matemáticos de la época, las únicas matemáticas que existían eran las basadas en la forma, las que se podían construir básicamente con regla y compás. Esto les trajo varios problemas, entre los que destacaremos los tres siguientes:

- La duplicación del cubo. Construir un cubo que duplique en volumen a uno dado previamente.
- La trisección del ángulo. Dado un ángulo cualquiera, determinar un método por el cual este se pueda dividir en tres ángulos de igual medida y cuya suma sea el ángulo original.
- La cuadratura del círculo. Dado un círculo cualquiera, hallar las dimensiones de un cuadrado de igual área que la del círculo.

Estas tres tareas que en un principio podrían parecer sencillas les resultaron imposibles. En el caso del cubo, es sencillo demostrar que se requeriría poder dibujar la magnitud $\sqrt[3]{2}$, lo cual es imposible con regla y compás al requerir una extensión de cuerpos de grado tres, como explicaremos en el caso de la trisección del ángulo.

De igual forma, la cuadratura del círculo también es imposible, pues dado un cuadrado de área πr^2 , con r un número real positivo, el lado del mismo debería medir $r\sqrt{\pi}$, pero en 1882, Lindemann (1852-1939), un famoso matemático alemán, consiguió

demostrar que era imposible construirlo mediante los procedimientos griegos en su publicación “Über die Zahl”. Su demostración se basó en demostrar que π es un número trascendente (es decir, que no es solución de una ecuación polinómica con coeficientes enteros, siendo llamados los números que cumplen con esta propiedad “algebraicos”). Los números algebraicos son los únicos construibles con regla y compás. Seguidamente, toma la ecuación $e^{ix} + 1 = 0$ y demuestra que, para todo x solución de la ecuación, x no puede ser algebraico. Si el lector tiene algunas nociones básicas sobre números complejos, recordará que $e^{i\pi} = \cos(\pi) + i \operatorname{sen}(\pi) = -1$, de donde obtenemos la archiconocida fórmula de “La Bella”: $e^{ix} + 1 = 0$. Recordemos ahora que Lindemann demostró que si un número era solución de esa ecuación, entonces es trascendente y que por lo tanto no es construible con regla y compás, y así obtendremos la demostración requerida.

El caso de la trisección del ángulo requiere de álgebra más avanzada. A modo de resumen, se demuestra que las herramientas de los griegos: intersecar rectas y circunferencias entre sí, dan lugar a lo que se llaman extensiones de cuerpos de grado potencia de dos, pero comprueban que para cierto ángulo (60°) se requiere una extensión de grado 3, lo que contradice lo anterior. Pueden encontrar más información en la [web de la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas](#)¹.

Como vemos, fue necesario dar un paso más para poder avanzar en las matemáticas, pero la cosa no se queda ahí. En 1852, Francis Guthrie (1831 – 1899) propone el famoso Teorema de los Cuatro Colores, según el cual, cualquier mapa político puede ser coloreado empleando solamente 4 colores sin que regiones adyacentes tengan el mismo color. Años después de su muerte, en 1970, Appel, Kenneth y Haken, Wolfgang demuestran este teorema, causando una gran controversia en el mundo matemático (Tymoczko, Thomas. (1979, 1 febrero)). Esto se debió al método que emplearon para demostrarlo: un ordenador. Además de ciertos lemas y demostraciones necesarias, en algún momento de la demostración era necesario

¹ <https://www.smpm.es/recursos/geogebra/73-demostraciones-visuales/176-triseccion-del-angulo>

comprobar una cantidad enorme de posibilidades, lo cual abordaron con un PC, dando lugar a las llamadas “Pruebas Asistidas por Ordenador”, que no son más que demostraciones matemáticas en las que se ha tenido que emplear un programa informático. Otro ejemplo de empleo de ordenadores en matemáticas, seguramente más conocido por su relevancia, es la de hallar números primos de Mersenne.

Así pues, si las matemáticas han ido evolucionando con el paso del tiempo, requiriendo nuevos sistemas de representación y de apoyo, ¿por qué no iba a hacerlo la didáctica de estas?

2.2. Empleo de software en el aula.

Raymond Duval, en su publicación “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación” en La Gaceta de la RSME, realiza un interesante estudio sobre las representaciones semióticas (que es un sistema de signos con el objetivo de comunicarse y, en nuestro caso, mediar con los entes matemáticos y ayudar a la comprensión de esto). Uno de los detalles que más llama la atención es la sugerencia sobre la múltiple representación de los entes matemáticos para conseguir que el estudiante pueda aprenderlos, no confundiendo así la representación y el objeto entre ellos. De hecho, según sus palabras, una buena idea para conseguir esto es el empleo de software en el aula:

“El software proporciona herramientas para mostrar “instantáneamente” tantas representaciones diferentes como sean necesarias. Por tanto, los estudiantes también pueden obtener el rango de posibles representaciones de los objetos con los que están trabajando o que están usando como herramientas. Además, el software puede dar una percepción dinámica de la transformación de representación frente al soporte estático del papel. Tareas específicas como traducir o transferir también pueden servir para preparar a los estudiantes para que

reaccionen ante una clase de representación dada (verbal, simbólica o visual) cambiándola por otra”.

Él no es el único que defiende esto, pues otros autores como Cedillo Ávalos, Tenoch Esaú (2006) o Gascón, Josep (s.f.) indican en sus escritos la utilidad de los programas informáticos dentro de la evolución de la didáctica de las matemáticas.

Queda patente por tanto la necesidad y conveniencia de emplear software dinámico para mejorar la enseñanza de las matemáticas y por tanto el aprendizaje por parte del alumnado de las competencias básicas de esta asignatura.

A continuación, realizaremos un breve análisis de GeoGebra y NeoTrie, ambos softwares para la representación de objetos matemáticos en el plano y el espacio.

2.3. GeoGebra.

Tal y como especifica Del Pino Ruiz, J. (2013), son múltiples las ventajas que plantea este programa informático respecto a otros de igual temática:

1. Gratis, libre y de código abierto. Cada docente podrá trabajar con el programa habilitando y deshabilitando las herramientas que considere oportunas en su temario para adecuarlo a sus contenidos didácticos.
2. Se puede emplear en cualquier Sistema Operativo, e incluso tiene una versión online en geogebra.org donde los usuarios pueden emplearlo sin necesidad de descargas.
3. Es muy sencilla de usar. Muchos profesores, e incluso estudiantes del propio Máster en Profesorado, utilizan este software y realizan manipulaciones del mismo, creando sesiones de trabajo que otros docentes podrán emplear en sus clases.
4. Es muy potente. El programa tiene varias vistas distintas que nos permitirán cambiar de una rama a otra de las matemáticas, mostrando incluso la relación entre los distintos sistemas de representación.

Veamos ahora el funcionamiento de este software.

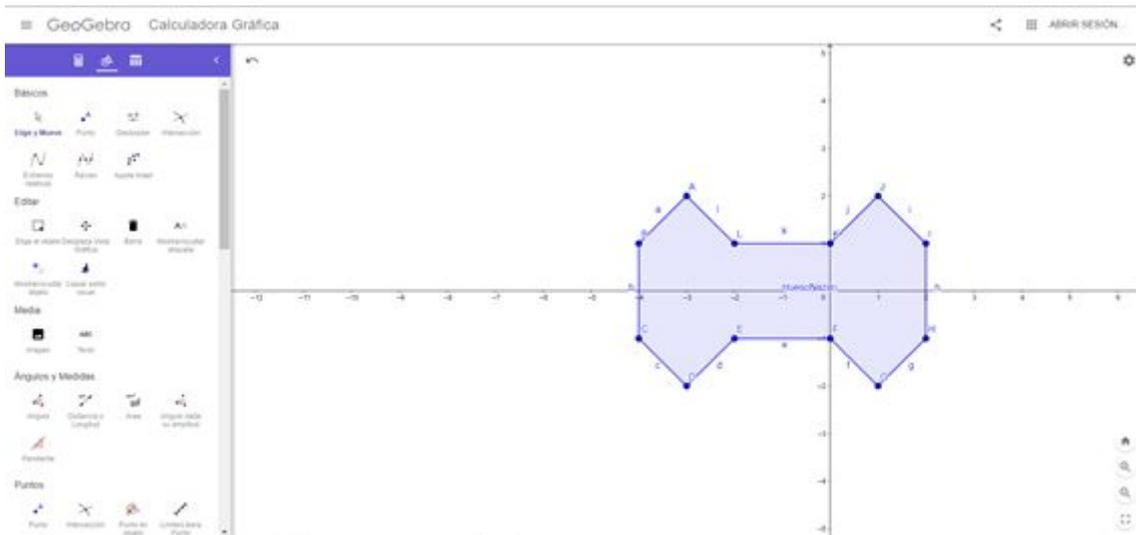


Figura 1: Hueso Nazari realizado con GeoGebra.

GeoGebra es un programa de representación matemática internacionalmente reconocido que ha recibido diversos galardones por su utilidad. En nuestro caso, nos centraremos puramente en la gran cantidad de herramientas geométricas que nos aporta y de fácil comprensión para el estudiante.

En el plantel izquierdo se pueden apreciar, en la vista “Herramientas”, el conjunto de posibilidades que nos ofrece: podemos crear puntos, intersecar elementos, editarlos, calcular ángulos, crear vectores a través de sus propiedades, realizar construcciones tales como la bisectriz, las paralelas, puntos medios, polígonos, simetrías, giros, traslaciones dado un vector y cónicas, entre muchos otros.

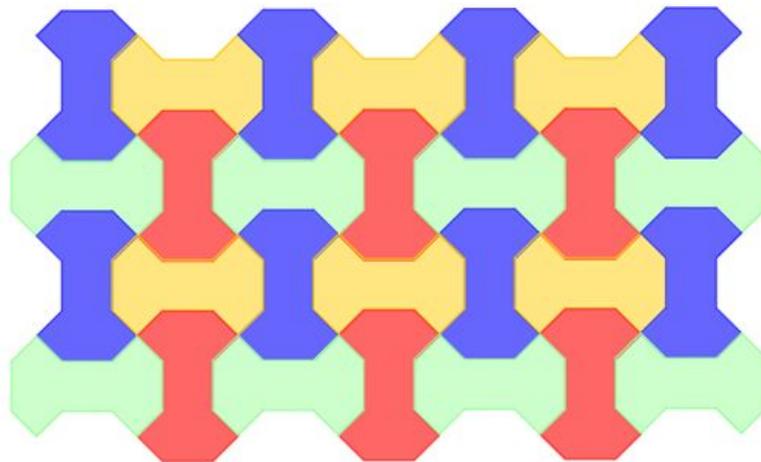


Figura 2: Mosaico del Hueso Nazarí realizado en GeoGebra por Mario Fioravanti.

2.4. NeoTrie.



Figura 3: Mosaico del hueso realizado en NeoTrie (Fuente: <https://topologia.wordpress.com/2019/04/16/how-to-make-the-bone-tiling/>).

NeoTrie es un software de geometría dinámica totalmente inmersivo, desarrollado por la Universidad de Almería y Virtual Dor, nueva spin-off de la UAL, en

el que el usuario puede manipular, crear y jugar con objetos 3D, en un escenario de Realidad Virtual. Mediante el uso de unas gafas (HTC Vive/pro, Oculus Rift/S, Oculus Quest, o dispositivos con tecnología de Realidad Mixta de Windows WMR) y sus correspondientes mandos, el hardware detecta el movimiento del usuario y lo materializa en el entorno virtual.

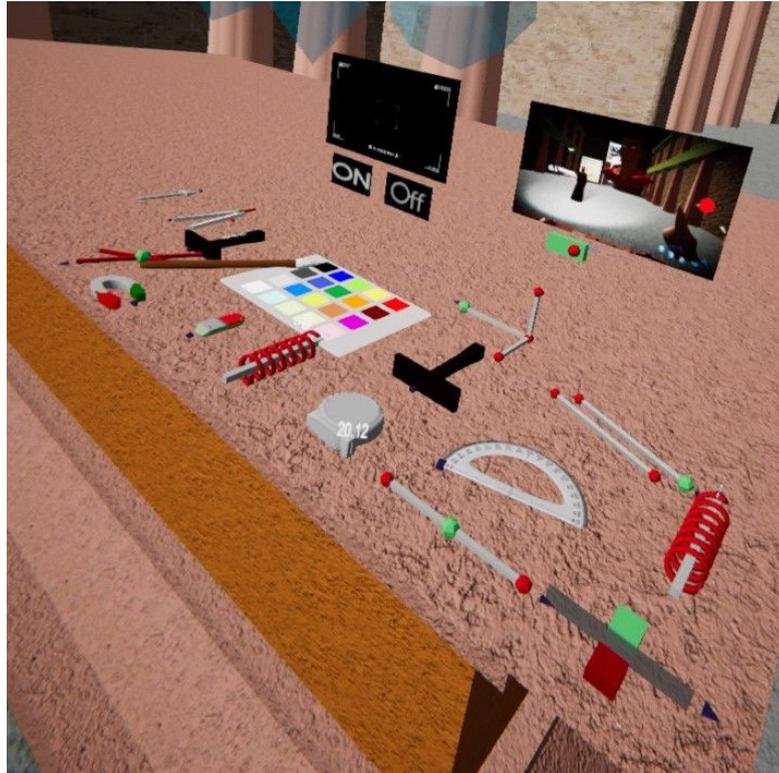


Figura 4: Herramientas de NeoTrie

A través de sus múltiples herramientas, similares a las de GeoGebra, como crear puntos, segmentos, caras, calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes, realizar simetrías, giros, copias a escala, traslaciones, mostrar trazo, colorear, etc., y opciones como el vuelo o el modo multijugador, actividades como la de los caminos hamiltonianos, caminos de Euler, Teorema de los Cuatro Colores, etc, cualquier persona que lo emplee podrá aprender a trabajar estos conceptos (y lo que representan) desde un modo mucho más manipulativo y divertido, como si de un juego se tratase, pues NeoTrie tiene formato de videojuego.

Así, entre los objetivos principales del proyecto educativo Neotrie, aprobado en Scientix², están, tal y como aparece en su página web oficial, los siguientes:

- “Examinar aspectos del plano visible a través de la tercera dimensión”.
- “Introducir la geometría 3D y el modelado para impresión 3D”.
- “Desarrollar visión espacial y habilidades tridimensionales”.
- “Estimular la cooperación y trabajo en equipo”.
- “Motivar a las actividades recreacionales y didácticas a través de un juego colaborativo y competitivo”.

Son varios los trabajos que relacionan las Matemáticas con la Realidad Virtual (Kaufmann, 2009) y (Yeh, 2011), entre otros, pero estos señalan la dificultad de emplearlo en el aula debido a la sofisticada programación que debería de conocer el alumnado. NeoTrie en este aspecto lo hace todo mucho más sencillo, pues con 3 botones en cada mano (de idéntico uso entre ellas) podrá emplear todas las posibilidades de este software sin necesidad de conocer lenguaje de programación alguno (aunque por supuesto, ayudará al docente tener algunos conocimientos base para poder amoldarlo a su gusto).

Además, Neotrie tiene diversas opciones que el profesorado podrá habilitar o deshabilitar de forma sencilla para dar a los estudiantes solo algunas de estas herramientas, según requiera la actividad propuesta. También puede moverse libremente y proyectar sombras con el foco para ver las proyecciones de los objetos tridimensionales en el plano, entre muchas otras características.

La primera versión de NeoTrie recibió el premio de Ciencia en Acción en Algeciras 2016 (Cangas, Crespo, Rodríguez, Zarauz 2019). Un estudio reciente en un

² <http://www.scientix.eu/projects/project-detail?articleId=689498>

centro de Enseñanza Secundaria de Polonia avala el uso de este software en la enseñanza de la Geometría en el aula (Cangas, Morga y Rodríguez, 2019).

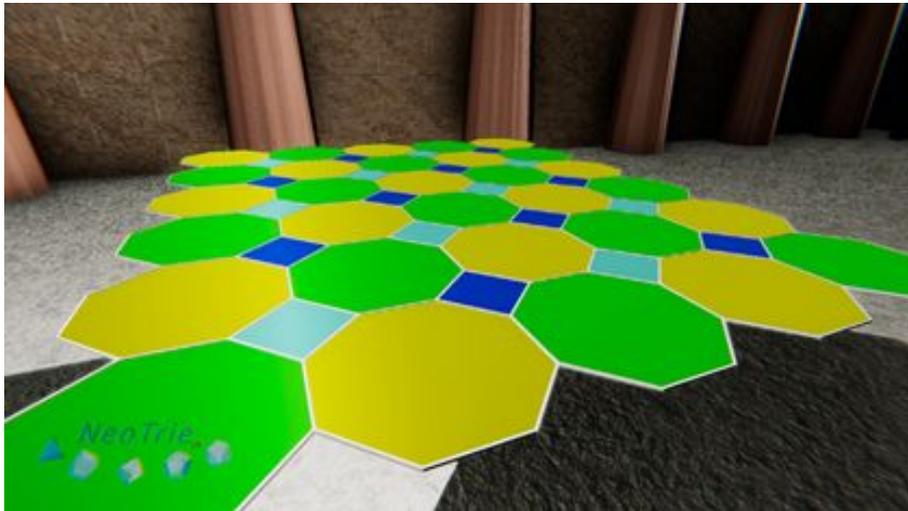


Figura 5: Mosaico (4,8,8) realizado en NeoTrie.

Hemos incluido una guía de usuario en el Anexo I donde se muestran las herramientas y funciones de la versión de 2018 del software. En la plataforma de videojuegos Steam, se puede acceder a una guía más actualizada con videos ilustrativos <https://steamcommunity.com/sharedfiles/filedetails/?id=1587953976>, y también a las novedades que traerá la próxima actualización.

Por supuesto existen ya muchísimos más programas de realidad virtual para el apoyo de la docencia. Algunos ejemplos de estos se pueden consultar en <https://www.virtualiteach.com/single-post/2019/02/17/90-VR-Education-Apps-for-Vive-Rift-and-WMR>.

3. Fundamentación Teórica

3.1. Marco legislativo.

Nuestra actividad consiste en la realización de Mosaicos con GeoGebra y NeoTrie. Veamos qué normativa sustenta nuestra planificación.

Conforme a la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, un currículo es la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para estas. Tendrá los siguientes apartados: objetivos, competencias o capacidades, metodología didáctica, estándares y resultados del aprendizaje evaluables y los criterios de evaluación.

Además, el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, recalca el papel multicompetencial de las Matemáticas.

En cuanto al bloque de geometría, se señala lo siguiente:

- Determinación de figuras a partir de ciertas propiedades. Lugar geométrico.
- Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras a la resolución de problemas geométricos y del medio físico.
- Traslaciones, simetrías y giros en el plano. Elementos invariantes de cada movimiento.
- Uso de los movimientos para el análisis y representación de figuras y configuraciones geométricas.
- Identificación de planos de simetría en los poliedros.

- Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza, en el arte y en otras construcciones humanas.
- Coordenadas geográficas y husos horarios. Interpretación de mapas y resolución de problemas asociados.
- Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas.

En Andalucía, publicado en BOJA el 28 de julio de 2016, la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado, indica lo siguiente para el bloque de geometría de 3ºESO.

Bloque 3. Geometría.

Geometría del plano. Lugar geométrico. Cónicas. Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Frisos y mosaicos en la arquitectura andaluza. Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. La esfera. Intersecciones de planos y esferas. El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto. Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Criterios de evaluación

1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. CMCT.
2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos

tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. CMCT, CAA, CSC, CEC.

3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala. CMCT, CAA.
4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. CMCT, CAA, CSC, CEC.
5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros. CMCT.
6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos. CMCT

3.2. Contexto social.

Para poder realizar la intervención de la actividad que en los siguientes apartados procederemos a explicar, es necesario conocer el contexto social del centro donde se realizó la misma.

El centro educativo donde se realizó la práctica se encuentra en la localidad de Benahadux, en la Comarca del Bajo Andarax, Almería.

Este pueblo es conocido por su cultivo de naranjas, siendo uno de los principales trabajos para esta población, unido con las empresas de construcción, la empresa Briseis SA y las cooperativas de transportes agrícolas. Además, debido a la cercanía con la capital de la provincia, gran parte de la salida laboral de la población se encuentra en la ciudad de Almería.

El centro y el ayuntamiento realizan actividades en conjunto para dar a conocer la salida laboral del pueblo y los ciclos formativos de los que disponen.

La pirámide poblacional en este pueblo está bastante equilibrada y cada vez más son los abuelos los que encargan del cuidado de los menores, siendo por tanto ellos quienes asisten a las reuniones de tutoría.

3.3. Contexto educativo.

En el contexto educativo, los estudiantes salen del CEIP Padre Manjón para entrar al IES Aurantia.

Según parece ser, en este centro hay problemas en tanto a que los estudiantes del primer curso de la ESO llegan al centro sin haber sido debidamente evaluados por un experto, estando desbordado el Departamento de Orientación del IES. Esto implica que los estudiantes con dificultades de lectura, escritura, cognitivas e incluso sensoriales, problemas que, según me informan en Orientación, se podrían haber resuelto más fácilmente en Primaria, ralentizará enormemente el desarrollo en el aula de los contenidos propios de este curso.

Otro curso conflictivo es 3ºESO por dos razones:

1. La primera de ellas es que los estudiantes procedentes de Rioja, una localidad vecina, llegan al centro en este curso ya que en su pueblo solo tienen hasta el primer ciclo de secundaria. Esto implica que los conocimientos y el impacto debido al cambio les dificulta su proceso de aprendizaje.

2. La segunda razón es que PMAR (Programa de Mejora de Aprendizaje) solo existe en 2º y 3º, considerándose un ciclo en sí mismo en el que, además, los estudiantes que aquí se encuentren no pueden repetir en segundo, condenándoles a que, aunque hayan suspendido las instrumentales, se encuentren con los nuevos contenidos sin saber los previos necesarios. Esto hace que los estudiantes, en algún momento, pasen a cuarto, donde les será muy difícil poder promocionar al haber tenido una programación distinta a la de sus compañeros con menos contenidos, siendo por tanto muy difícil conseguir que cumplan con los requisitos de la LOMCE para obtener el título.

En cuanto al funcionamiento del centro, cumple perfectamente con lo indicado en las distintas asignaturas del máster.

4. Diseño de la actividad

4.1. Sobre el alumnado.

La actividad intervención se realiza sobre el contenido de Movimientos en el Plano de 3ºESO, pues al ser realizada durante mis Prácticas Curriculares en mi Intervención Intensiva, mi tutora no tenía docencia en cuarto curso de la ESO, seguramente un curso más apropiado por sus contenidos.

El grupo por tanto lo formaban 13 estudiantes participativos y de comportamiento correcto en el aula. Aunque la mayor parte de la clase estaba interesada en la asignatura y preguntaba sus dudas, 4 estudiantes no lo hacían, yendo ligado a sus notas en la asignatura. Además, un estudiante mostraba síntomas del espectro Asperger. Una consulta con la Orientadora del centro me lo confirmó.

Se han aprovechado por tanto todas estas particularidades para conseguir que los estudiantes puedan dialogar entre ellos y trabajar en grupo, realizando su composición en colaboración con la profesora de la asignatura.

4.2. Sobre los conocimientos previos.

En los cursos anteriores (primer ciclo de la ESO) se tratan los contenidos geométricos tales como polígonos, puntos y vectores, pero no se aprenden los relacionados con esta actividad: movimientos en el plano. Sin embargo, según nos indicó la profesora de Educación Plástica, Visual y Audiovisual, en su asignatura sí que se les mostró esto pues forma parte de su currículo. Al conservar los estudiantes los apuntes sobre Mosaicos, una de las piezas fundamentales en nuestra actividad, no fue necesario realizar una sesión entera de repaso como en un principio habíamos pensado.

4.3. Sobre la metodología.

Durante la primera parte de las prácticas, el periodo de observación, pude comprobar que efectivamente los estudiantes y la docente seguían una metodología basada en un aprendizaje individualista: cada estudiante copiaba lo que ponía en la pizarra, libro o dictaba la profesora, se lo aprendía y lo soltaba en un examen, siguiendo exclusivamente procedimientos mecánicos. Para que los estudiantes puedan aprender, necesitan variar su rutina, luego decidimos realizar una planificación más activa y participativa, fomentando la cooperación y el trabajo autónomo del estudiante sin el docente, por lo que se realizará una metodología basada en un proyecto, en este caso, la realización de una exposición sobre Mosaicos y Cultura Nazarí en grupos de 4 o 5.

De esta manera se planifican las siguientes sesiones:

- Sesión número 1: Propuesta del trabajo, explicación de los contenidos y la evaluación del mismo. Formalización de los grupos y de los representantes de estos. Búsqueda de los mosaicos más representativos.
- Sesión número 2: Trabajo con la Realidad Virtual. Explicación sobre las características y funcionamiento de NeoTrie.
- Sesión número 3: Trabajo con GeoGebra. Explicación de las características y funcionamiento de GeoGebra.
- Sesión número 4. Terminar el trabajo con NeoTrie.
- Sesión número 5. Exposición de los trabajos.

4.4. Sobre la evaluación.

La rúbrica empleada ha sido la siguiente:

Un 30% el trabajo en el aula y la actitud. Cada una de las cuatro sesiones podrían tener entre 2 negativos y 2 positivos. Al finalizar los 4 días, se suman los positivos y se cancelan con los negativos. 0 positivos es un 5, 1 positivo es un 6, y así hasta que 4 positivos es un 10. 1 negativo es un 4 y así hasta que 4 negativos es un 1. Una participación activa en el aula y trabajo suponían 2 positivos. Una actitud por la cual el estudiante trabajase en el aula suponía 1 positivo. Si el estudiante no quería trabajar ese día pero al menos respondía a las peticiones de sus compañeros, ni positivo ni negativo. Si el estudiante no solo no participaba, sino que molestaba a sus compañeros recibiría 1 negativo y si el estudiante, además de molestar a sus compañeros, molestaba al resto de grupos, recibía 2 negativos.

Un 30% de la nota es el trabajo entregado. Esta nota es la única grupal. Se tienen en cuenta los 6 aspectos que se pedían en el trabajo y se emplea la misma tipología que en la evaluación de la exposición. Estos aspectos son:

- Introducción: ¿Qué son los mosaicos?
- Matemáticas y Mosaicos.
- Construcción de un mosaico con GeoGebra.
- Construcción de un mosaico con NeoTrie.
- Cultura Nazarí y los mosaicos

A estos apartados se añade un sexto sobre la valoración global (secuenciación, claridad, originalidad, etc).

Un 40% de la nota es la exposición realizada. Esta nota la hemos dividido en 5 apartados, evaluados del 1 al 5:

- Tono de voz;
- Calidad de la presentación;
- Dominio del contenido;
- Organización y secuencia;
- Claridad y precisión en la presentación.

Cada uno de los dos hemos puesto una nota y hemos hecho la media.

4.5. Sobre los objetivos.

Con esta actividad pretendemos alcanzar los siguientes objetivos:

1. Familiarizarse con las nociones de tesela y mosaico.
2. Aprender qué figuras teselan el espacio y por qué.
3. Conocer los polígonos y demás figuras planas, así como los movimientos en el plano.
4. Trabajar en equipo repartiéndose el trabajo.
5. Fomentar la inteligencia espacial y motriz.
6. Ver el uso de las matemáticas en su entorno.
7. Conocer el arte nazarí de su Comunidad Autónoma.
8. Comprender la utilidad de la tecnología en su aprendizaje.
9. Aprender a usar los comandos básicos de GeoGebra.
10. Aprender a usar las herramientas básicas de NeoTrie.
11. Expresar sus ideas de forma oral.
12. Fomentar su creatividad.
13. Todos los objetivos curriculares correspondientes a esta parte de la materia y que no han sido mentados.

5. Resultados

Una vez evaluados los trabajos, así como las exposiciones, los resultados obtenidos, cambiando el orden de lista para mantener la privacidad de los estudiantes se muestra en la siguiente tabla, donde d1, d2, d3 y d4 hace referencia a cada una de las 4 sesiones previas a la exposición, “Actitud” a la nota a la que hace referencia su trabajo en el aula y comportamiento, “Trabajo” a la nota del trabajo grupal y “Exposición” a la nota de la exposición (individual).

Nº	d1	d2	d3	d4	Actitud	Trabajo	Exposición	Total
1	++	-	+	0	8	7	7	7.3
2	0	+	-	0	5	7	7	6.4
3	+	0	-	0	5	7	6	6
4	++	+	--	0	7	7	8	7.4
5	0	+	+	0	7	7	5	6.2
6	+	0	+	0	8	5	7	6.7
7	+	0	+	0	8	5	6	6.3
8	0	0	+	0	6	5	7	6.1
9	+	-	0	0	5	5	6	5.4
10	+	+	+	0	9	9	8	8.6
11	0	+	+	0	8	9	7	7.9
12	++	0	++	0	10	9	9	9.3
13	++	+	0	0	8	9	9	8.7

Durante la primera sesión, los estudiantes aceptaron de buena manera la actividad y la evaluación de esta. Les pareció interesante, según sus propias palabras, el poder examinarse de un tema sin necesidad de examen y, sobre todo, el poder usar “esas gafas de Realidad Virtual de las que todos hablan”, comentaba uno de ellos secundado

por el resto. Se dividió a los estudiantes en grupos y, para fomentar un poco más su creatividad, se les pidió que le pusiesen nombre a los grupos, siendo estos “¿Cómo?”, “Los tres catetos y la hipotenusa” y “3CMV”. Se consiguieron dividir el trabajo rápidamente y empezaron a realizar las búsquedas pertinentes, quedando como tarea seleccionar algo de los mosaicos regulares o semirregulares que hayan visto. Durante la sesión nos pasamos por los grupos respondiendo algunas dudas y asegurándonos de su avance.

Durante la segunda sesión, el docente José Luis Rodríguez Blancas, uno de los creadores de NeoTrie y profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Almería, asiste al centro, trayendo dos pares de gafas más de forma que, con las que también hay en el centro, se pueda prestar unas gafas a cada grupo. Ahí nos damos cuenta de que no habían buscado los mosaicos salvo uno de los grupos. Les ayudamos a buscar algunos y nos dedicamos a enseñarles las funciones básicas de NeoTrie. Algunos estudiantes molestan un poco a sus compañeros debido al examen que tenían durante la siguiente hora. Además, los estudiantes llegan 15 minutos tarde al aula por una prueba que tenían en Educación Física. Esto se tuvo en cuenta en la evaluación de la actividad.

Durante la tercera sesión, los estudiantes trabajan tranquilamente en sus ordenadores preparando el material de GeoGebra sin necesidad de mucha ayuda ya que lo habíamos trabajado en el tema anterior para hacer los puntos y rectas notables de un triángulo.

En la cuarta sesión, acaban de realizar los mosaicos con NeoTrie. Uno de los grupos desiste por una discusión interna. El estudiante con Asperger ayuda a su grupo a seguir adelante, lo cual es remarcable, pues recordemos que este trastorno dificulta el desarrollo social de quienes lo padecen, si bien no merma las capacidades intelectuales de estos³. A otro grupo le falla el ordenador por las actualizaciones de Windows, así que completan su mosaico al día siguiente en el recreo.

³ https://www.asperger.es/que_es_asperger.html

Finalmente, en la quinta sesión realizan las exposiciones. Es remarcable cómo los estudiantes no tienen buen nivel de oratoria, trabándose mucho al hablar y no sabiendo salirse de lo que tienen escrito. Además, algunos se han aprendido el papel de memoria sin saber siquiera lo que pone, lo cual detectamos fácilmente al hacerles algunas preguntas básicas.

Como curiosidad, en NeoTrie hay un personaje matemático, Euclides, dentro del templo, que es quien les da la bienvenida y explica los modos básicos del juego. Les preguntamos que quién era y les dijimos que a ver quién sería capaz de decírnoslo en la exposición. Esa pregunta, que tan solo era una curiosidad, resultó en que los tres grupos añadieron una diapositiva explicando la biografía del matemático que creían que era. Dos acertaron, pero el tercero nos propuso un matemático distinto: Abu Abdallah Muḥammad ibn Mūsā al-Jwārizmī (Abu Yāffar). Debido este detalle, le subimos a todos los grupos 2 puntos en el apartado de las matemáticas en los mosaicos.

Esa semana acabé mis prácticas, pero tras la entrega de notas, en junio, la profesora me indicó que algunos padres le comentaron cómo su hijo/hija les indicó que esa actividad en particular les había gustado mucho, que les pareció algo muy interesante y preguntaron si se volvería a realizar. Esto muestra el gran interés existente por parte de las familias, y en general, de la comunidad educativa de introducir la Realidad Virtual en nuestras aulas.

6. Conclusiones

Sin lugar a dudas, vistos los frutos del trabajo realizado, estamos muy contentos con los resultados que hemos obtenido. Los estudiantes han podido ver las matemáticas desde otra perspectiva y ya no solo eso, sino su propia evaluación. Esto ha favorecido al rendimiento de los mismos, así como al aprendizaje de los contenidos establecidos y a la obtención de los objetivos marcados.

Por supuesto, si bien creemos que un examen no era necesario, deberíamos buscar otras formas de evaluar el trabajo para asegurarnos que todos aprendan un poco de todo, como por ejemplo, con la Técnica del Puzle de Aronson como habíamos realizado el año anterior en las prácticas del Grado en Matemáticas.

El propio Departamento de Orientación opina, a través de las apreciaciones realizadas por su directora, que este tipo de actividades que favorecen la creatividad y el trabajo de los estudiantes, así como su expresión oral, es algo que les viene muy bien y que además es integrador, pues al estudiante con Asperger, el único cuidado que hay que tener, es asegurarse de estar encima de él para que no se despiste demasiado y así se sienta parte del grupo.

También resulta interesante comprobar los resultados obtenidos combinando GeoGebra y NeoTrie. Para los estudiantes, es mucho más cómodo emplear GeoGebra, pues cada cual lo puede hacer en su casa o en clase con un portátil e ir modificándolo más tarde, pero los resultados no son para nada comparables a los de NeoTrie, siendo estos últimos de mayor calidad, fomentando a su vez el trabajo en grupo y haciéndoles la tarea mucho más amena. Desde un punto de vista de la docencia, en la práctica, es más interesante el uso de NeoTrie, pues los estudiantes entienden que no pueden perder mucho tiempo si quieren conseguir terminar su trabajo a tiempo para poder mostrárselo a sus compañeros. Además, no es necesario que verifiquemos los pasos que han dado,

pues les resulta casi imposible hacerlo copiando una imagen a través de sus puntos, como se puede hacer en GeoGebra.

Haciendo una valoración más personal y hablando desde mi experiencia en el centro, tanto durante este curso académico en las prácticas del máster como en el curso pasado en el grado y como docente en el mismo en Programa de Acompañamiento, estoy totalmente convencido de que el uso de ambos softwares en el aula es una experiencia muy enriquecedora tanto para el alumno como para el docente a cargo. Es una muy buena forma de evadirse de la rutina y de ladear un poco ese pensamiento vertical al que les estamos acostumbrando, teniendo siempre que seguir una serie de pasos para poder resolver sus ejercicios. Lo mismo que con GeoGebra sí que tienen que ir siguiendo una receta para poder realizar el ejercicio que se les pida, con NeoTrie en cambio sus oportunidades se multiplican. De hecho, a modo anecdótico, durante las sesiones de NeoTrie, muchas veces se paraban a pensar cómo poder coger una herramienta que se habían dejado al otro lado de alguna superficie o figura, siendo los propios compañeros los que les indicaban que se moviesen, que para eso es Realidad Virtual, que atravesase el objeto que fuese para poder hacer lo que quisieran, que volasen, que probasen a usar el imán para girar y trasladar las piezas o las simetrías para invertir los triángulos y poder unirlos. ¿Quiere decir esto que no se deba usar GeoGebra? Opino que al contrario. GeoGebra es una herramienta muy útil para los primeros pasos del estudiante. Obviamente no va a poder usar las gafas en su casa si no dispone de ellas, pero en cambio, un ordenador, ya sea en su casa o en Guadalinfo, van a poder emplear, e incluso el móvil. Eso les podrá ayudar a cambiar su forma de pensar y acercarse aún más al mundo matemático, de forma que cuando empleemos NeoTrie en el aula, lo puedan hacer con una muy buena base.

7. Líneas abiertas

NeoTrie es un software en continuo desarrollo que se está probando en numerosos centros alrededor del mundo y como tal ahora mismo se encuentra en crecimiento. De hecho, durante todo este curso académico, ha ido avanzando muchísimo y obteniendo nuevas funcionalidades. Involucra a un equipo internacional de profesionales de países tales como Alemania, Francia, Holanda, Polonia y Reino Unido, tal y como se puede ver en la página de Scientix anteriormente citada.

En el ámbito musical, tal y como vemos en su página web, en la próxima actualización se podrán reproducir sonidos y crear así diversos instrumentos, ya sea o bien dibujándolos o bien importando un objeto 3D y asignando notas a zonas específicas. En institutos donde no se disponen de muchos instrumentos esto puede ser algo muy útil para fomentar su creatividad.

En el ámbito artístico, NeoTrie ha implementado unas esferas en las que se les puede introducir imágenes 360° e introducirse en ellas, de modo que incluso puedas realizar construcciones y mediciones dentro de un monumento con el resto de las herramientas. Varios docentes de Geografía e Historia del centro nos indicaron que es posible que lo empleen en sus aulas, pues son visitas culturales a tamaño real gratuitas.

En el ámbito químico, la docente de Física y Química del centro nos indicó que seguramente se pueda implementar al programa una forma de crear moléculas dentro del mismo, pudiendo rescatar los elementos de alguna tabla periódica y elegir sus valencias, de forma que sus estudiantes entiendan mucho mejor las propiedades químicas de los compuestos. Esta apreciación, la de poderse implementar, es cierta y es sencilla, así que seguiremos trabajando en ello.

En los Programas Universitarios para Personas Mayores también se puede emplear NeoTrie. De hecho, según Antonio Codina Sánchez, director de la Universidad de Mayores de la Universidad de Almería, se impartirá un taller con el uso de este software debido a sus múltiples beneficios en nuestros mayores. Esto es debido a que el empleo de la tecnología les acerca cada vez más a su nueva vida cotidiana, además de que las técnicas de ludificación son efectivas en estos estudiantes. Además, tal y como señalan Du Plessis, Anstey y Schlumpp (2011), las habilidades cognitivas y sensoriales de una persona mayor actual están todavía activas, lo que significa que aunque aprendan más lento, retienen por más tiempo y a mayor nivel estos conocimientos (de hecho, en su publicación lo comparan con las mentes infantiles).

Es más, este programa se ha utilizado en el Grado de Matemáticas y en el Máster de Profesorado de Educación Secundaria de la propia Universidad de Almería durante el curso 2018-19. Se podría animar a otras universidades españolas a que empleen NeoTrie para comprender algunos de los densos conceptos que se imparten en la carrera tales como la teoría de grafos o la exponencial de una curva, así como para que los futuros docentes tengamos una herramienta más que poder utilizar en el aula.

8. Bibliografía

- Cangas, D., Crespo D., Rodríguez J.L. y Zarauz A. (2019). *NeoTrie VR: nueva geometría en realidad virtual*, Pi-InnovaMath, Nº 2, 1-8.
- Cangas, D., Morga, G. y Rodríguez J.L. (2019). *Geometric teaching experience with Neotrie VR*, Psychology, Society, & Education, en prensa.
- Cedillo Ávalos y Tenoch Esaú. (2006). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Los sistemas algebraicos computarizados*. Revista mexicana de investigación educativa, 11(28), 129-153. Recuperado el 21 de junio de 2019, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-6666200600100129&lng=es&tlng=es.
- Consejería de Educación. Junta de Andalucía. (2018, 19 junio). *Nueva Estrategia Digital de Educación*. Recuperado el 21 junio, 2019, de <http://www.juntadeandalucia.es/presidencia/portavoz/educacion/134011/ConsejeriadeEducacion/EstrategiadeInnovaciondeAndalucia2020/PlanEscuelaTIC20/ConsejodeGobierno/JuntadeAndalucia/Educacionpublica>
- Du Plessis, K., Anstey, K.J. y Schlumpp, A. (2011). *Older adults' training courses: Considerations for course design and the development of learning materials*. Astralian Journal of Adult Learning, 51(1), 161-174.
- Duval, Raymond. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. Recuperado el 21 junio, 2019, de <https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representaci%C3%B3n.pdf>
- Gascón, Josep. (s.f.). *Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. Recuperado el 21 junio, 2019, de http://2633518-0.web-hosting.es/blog/didact_mate/2.Evoluci%C3%B3n%20de%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20las%20matem%C3%A1ticas.pdf
- Indicadores sociales en Andalucía (2016). En *Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía*. Recuperado el 21 de junio, 2019, de <https://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/indsoc/indicadores/1038.htm>

- Del Pino Ruiz, J. (2013). El uso de Geogebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, 2, 243–250.
- Jefatura del Estado. (2013, 10 diciembre). *BOE.es - Documento consolidado BOE-A-2013-12886*. Recuperado el 21 junio, 2019, de <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2013-12886>
- Junta de Andalucía. (2016, 28 julio). *Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado..* Recuperado el 21 junio, 2019, de <https://www.juntadeandalucia.es/boja/2016/144/18>
- Junta de Andalucía. (s.f.). [Proyecto Escuela TIC 2.0]. Recuperado el 21 junio, 2019, de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/21700435/helvia/sitio/print.cgi?wid_seccion=8
- Kaufmann, H. (2009). *Virtual Environments for Mathematics and Geometry Education. Themes in Science and Technology Education. Special Issue: Virtual Reality in Education*, (2), 131-152. Recuperado el 21 de junio, 2019, de https://www.researchgate.net/publication/233894481_Virtual_Environments_for_Mathematics_and_Geometry_Education
- Lindemann, F., *Ueber die Zahl π* , Math. Ann. 20 (1882), no. 2, 213–225. MR 1510165
- Rius, M. (2015, 21 mayo). *¿Por qué muchos estudiantes odian las matemáticas?* Recuperado el 21 junio, 2019, de <https://www.lavanguardia.com/vida/20150521/54431772174/estudiantes-odian-matematicas.html>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2015, 3 enero). *BOE.es - Documento consolidado BOE-A-2015-37*. Recuperado 21 junio, 2019, de <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2015-37>
- Stewart, I., & Sanz, J. G. (2008). *Historia de las matemáticas: En los últimos 10.000 años* (Ed. rev.). Barceló, España: Editorial Crítica.

- Tymoczko, Thomas. (1979, 1 febrero). *The Four-color Problem and Its Philosophical Significance* - Vol. 76, Issue 2, February 1979. Recuperado el 21 de junio, 2019, de https://www.pdcnet.org/jphil/content/jphil_1979_0076_0002_0057_0083
- Yeh, A. (2011). Young children's understandings about "square" in 3D virtual reality microworlds. *Proceedings of the 34th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 2, 864-872.

User guide - Neotrie VR

Revision: R-2018-08-02

By Diego Cangas and José L. Rodríguez

<http://virtualdor.com/en/NeoTrie-VR/>

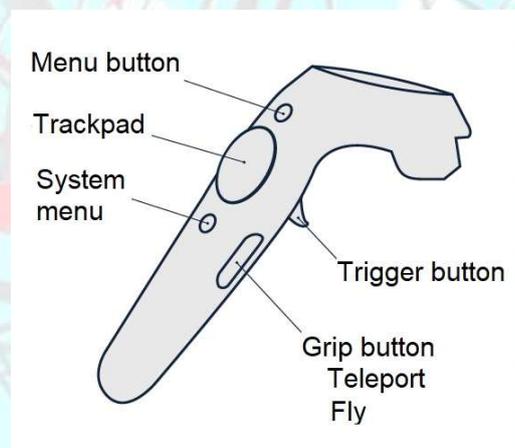
Last Updated: August 2nd, 2018.

What is Neotrie VR?

Neotrie is a new software package which is currently being developed by Virtual Dor, a spin-off of the University of Almería (Spain), that enables pupils to create, manipulate, and interact with 3D geometrical objects and 3D models in general, of several types. It provides a virtual reality scene to play and learn 3D geometry as never before.

Quick start

1. Choose **Language** (English, French, Polish, Spanish), **avatar** and your **name**.
2. Choose "**Start game**" to get into the temple. See Multiplayer mode below.
3. The "**Lamp**" can be caught with the Trigger Button, but there are no objects yet.
4. Say "dodecahedron" in your chosen language to get this figure in front of your eyes, and then move the lamp to see how the shadows move.
5. Neotrie has hundreds of figures which appear in the scene thanks to its **SRS** (see below).
6. Grip Button allows you to **TELEPORT** or **FLY** inside and outside the temple.
7. If you press the System menu button incidentally, you will exit the game. Come back by pressing it again.



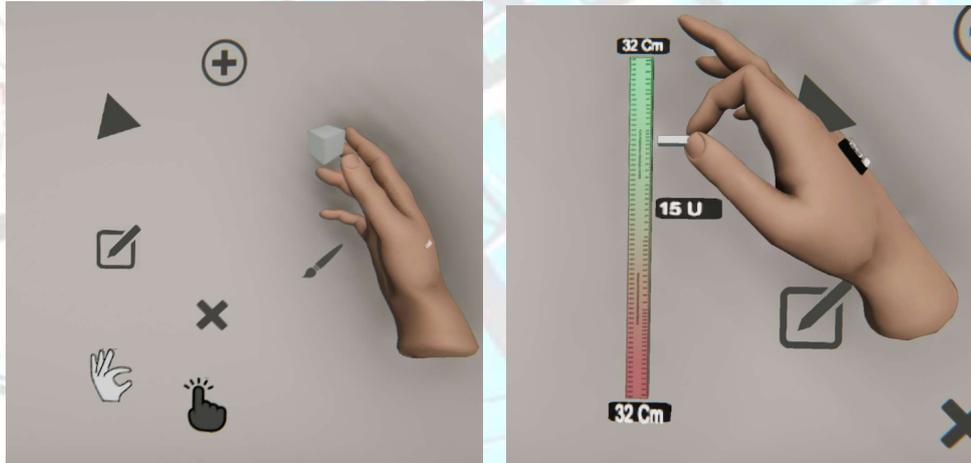
Speech Recognition System

The Speech Recognition System (SRS) is one of the most interesting functions of Neotrie. Here is the list of families and figures available in this versión.

- Polygons (triangle, square, pentagon, hexagon,...)
- Platonics (calls to the 5 platonic solids).
- Archimedean (calls to the 13 archimedean solids).
- Deltahedra (Jonhson).
- Kepler (calls the 4 Kepler-Poinsot solids).
- Catalan (calls the 13 catalan solids, dual to archimedean).
- Compounds.
- Hyper-tetrahedron, hyper-cube, hyper-octahedron, 24-cell, hyper-dodecahedron, hyper-icosahedron.

Basic modes

These modes can be selected with the Trackpad: Move the hand to select any of the basic modes. Use the green bar to change the size of the edges.



Create: Press the Trigger Button to create a vertex at the Red Dot Pointer on your hand. To create an edge between two vertices:

1. Press the Trigger Button on one vertex;
2. Release the Trigger Button;
3. Press the Trigger Button over the second vertex.



Faces: Touch the edges keeping the trigger button pressed. (This will create a face made with triangles from each edge to the middle point of the vertices of the edges touched).



Edit: Press the Trigger Button on a vertex or edge and keep it pressed to edit the position.



Transform: Move a figure holding it by a vertex. Having this mode on both hands, press on two vertices and move to resize the figure.



Free drawing: Use this mode to create free drawings. These can also be taken and coloured.



Erase: Click over a vertex, edge, face or free drawing that you want to delete.

Opened hand for basic modes / Finger pointing for activities.



Multiplayer

For local connections choose “Connect to LAN session”:

1. Look at the IPv4 number of the host (at a CMD windows system, typing ipconfig).
2. A host player starts the game, and waits until all client local players are connected.
3. Client players then connect to the host by typing the host IPv4 number.

WARNING: No one has to create anything until all are connected (this bug will be fixed soon).

Online connections will be available soon. This will allow users from around the world play together in groups in the same scene of Neotrie.

Cameras



Photo camera: Holding the camera, press the Trigger button to take pictures. It also has a selfie “device” to take pictures at distance. Photos are saved in your local folder

Documents > Neotrie > ScreenShots



Video camera: To record a video press “Start capture” on the screen of your computer. You can record videos taking the camera and moving or flying if you like. Videos will be saved in your local folder

Documents > Neotrie> Videos



Screen camera: Select On/off with your hand to see the scene viewed by this camera on the screen of your computer. This option is very useful for public viewers, because sometimes the player moves the head very fast.

Tools

Tools can be taken by pressing the Trigger Button, and you can release them by pressing the Trackpad.



Brush and palette: Use this tool to paint edges, faces, free drawings, and 3d models.



Copy seals: There are two seals (see restrictions below to fix scale coefficient).

1. Press on any vertex of the figure you want to copy with the little blue cube.
2. Take your finger off the Trigger Button.
3. Press again the Trigger Button at the position you want to make a copy.

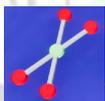


Eraser: Click on any vertex of the figure you like to delete.



Middle point:

1. Press the Trigger Button and keep it pressed until step 3.
2. Touch with the small blue pyramid of the tool the vertices for which you want to find the middle point.
3. Release the Trigger Button.
4. The middle point will appear as a green vertex. This will depend on the selected vertices.

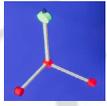


Intersection:

1. Touch the two edges you want to intersect (or find points of minimum distance), with the small blue pointer, holding down the Trigger Button.
2. Touch two edges a , b with a common vertex, and then a third one c , to get the intersection of the line c with the plane generated by a and b .
3. Touch four edges that define two planes, to find two points on the intersection line.



Parallel: Click on three vertices A, B, C to obtain the vector sum of AB and AC. The vector AB is stored in memory, so you can press on another vertex to find its translation by AB. To obtain a new AB vector, press and hold on two new points.



Perpendicular: Click three vertices X, O, Y to get a point Z, such that OZ is perpendicular to OX and OY (more precisely, it is equal to 4 times the cross-product of OX and OY).



Rotations: Fix with the Trigger Button (maintaining pressed) two vertices of the axis of rotation. Then take a third point of the figure you want to rotate.



Reflections: Maintain pressed the Trigger button in each of the operations:

1. Plane symmetry: choose 3 points of the plane, and 1 more of the figure to reflect.
2. Axial symmetry: choose 2 points of the axis, and 1 more of a figure to reflect.
3. Central symmetry: Choose 1 point, and 1 more of a figure to reflect.
4. Choose only 1 point a figure to reflect.



Tape measure: Use the Trigger Button to measure the distance between two points. If you press close to a vertex, it will take the center of that vertex.



Protractor: This tool produces the angle between two edges. With the little blue cube of the Protractor touch the two edges maintaining the button pressed.



Compass: Press on three vertices A, B, C, maintaining pressed to choose the radius $r=|AB|$ and the center C, and release the button. Press over a fourth vertex D or on the air to get a point at distance r from O at the direction OD.

Restrictions panel

This panel is available on the screen of the computer. Parameters can be changed in any moment of the game.

- **Grid:** Restricts the positions of the vertices. For instance, $X=0.1$ sets a grid of $0.1m = 1dm$ at the X-axis.
- **Angles:** Fix here the angular jump (in degrees) for the Rotations tool. Use the entry x. (The angle restriction on y, and z will be for angle jumps in polar coordinates soon.)
- **Scale Coef:** Fix here the coefficient of scale (or homothety) for the copy seal.
- **External sound:** if marked, the video camera records the sound of microphone on your headset.

Press the Menu Button, and use your hand to select (if grey) or deselect.



Gallery: Shows some figures.



Figure info: This list shows some properties of the figure:

- Number of vertices.
- Number of edges.
- Total length of edges.
- Total area of triangles.
- Volume of tetrahedra having as bases the drawn triangles, and vertex the middle point of the figure.



Flight mode: This option allows to fly through the scene, using teleport buttons.



Hide: Active this option if you like to hide the vertices, edges or faces. (A future option, will allow to hide a selected family of elements.)



Load/save: Save and load scenes in your computer folder:

Documents>Neotrie>NeotrieSaves

Import .stl: This option allows to import in the scene any object in stl format. You can take,

color, and enlarge it. Files must be in the folder:

Documents>Neotrie>Objects

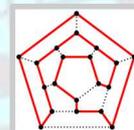
Soon we will implement “export”, and also from other formats.



Four colours theorem (dual for graphs): Click the vertices with the finger of your hand to change their colors. When connected vertices have different color, the edge changes to white. To get a better score, use as few colors as possible.



Eulerian paths: An Eulerian path is a path which does not repeat any edge. It is known after the solution by Euler of the famous problem of 7 bridges of Königsberg. Touch the edges with your finger. These will change to orange. Try to get the longest Eulerian path to get the maximum score.



Hamiltonian paths: A Hamiltonian path is a path which passes through all vertices, without repeating. Touch the vertices of the path.