Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XIV. Número 1 — 29 de octubre de 2020

Mercedes Siles Molina

Matemáticas es una de las carreras con menos tasa de paro

Mercedes Siles, catedrática de Álgebra de la *Universidad de Málaga*, es la actual directora de la ANECA (Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y la Acreditación).

Ha tenido a bien concedernos un poco de su muy escaso tiempo para responder a algunas cuestiones que le hemos planteado sobre distintos aspectos de su nuevo cargo.

Agradecemos enormemente la deferencia que ha tenido con nuestro Boletín accediendo a esta entrevista.

(Artículo completo en la página 2)

Guillermo Gutiérrez Romero

Guillermo Guitiérrez en 1955

El profesor de la *Universidad de Zaragoza* Pedro Miana ha realizado una interesante investigación sobre la figura del matemático Guillermo Gutiérrez Romero.

A partir de una circunstancia casual —una subasta de libros en un famoso portal de internet—, el profesor Miana ha ido desgranando la biografía de este matemático vinculado en un amplio periodo de su vida a la *Universidad de Valencia*.

En este exahustivo trabajo se muestra la trayectoria vital de Guillermo Gutiérrez en diferentes etapas, lo que ha requerido una minuciosa labor de búsqueda de información.

(Artículo completo en la página 12)

Editorial: La situación actual de las matemáticas

El pasado 20 de octubre se presentó el *Libro Blanco de las Matemáticas* coordinado por la *Real Sociedad Matemática Española* y patrocinado por la *Fundación Areces*. Se puede descargar desde su *página web*.

En este informe, que consta de casi 600 páginas, se hace un repaso de la situación actual de las matemáticas en nuestro país en todos los ámbitos: educativo, divulgativo, profesional e investigador.

Se trata de un trabajo que todas las personas vinculadas al mundo matemático deberíamos leer con detenimiento. Aparte de analizar la situación actual, se proponen medidas concretas para impulsar las matemáticas en nuestro país, incidiendo en la formación de las personas que transmiten las competencias matemáticas en los periodos tempranos del aprendizaje.

La obra, elaborada por más de 60 especialistas, es una muestra de la capacidad de autocrítica que tiene nuestra disciplina y de la motivación continua por la mejora que es propia del matemático.

Este trabajo tiene aún más mérito considerando el buen momento por el que actualmente pasan los estudios de matemáticas en nuestro país. La autocomplacencia no está en el ADN matemático. Siempre se puede hacer mejor.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

ENTREVISTA

Mercedes Siles Molina

Directora de la Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación (ANECA)

Juan José Moreno Balcázar
Isabel María Ortiz Rodríguez
Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Mercedes Siles

Mercedes Siles Molina es directora de la *Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación* (ANECA). Catedrática de Álgebra en la Universidad de Málaga, ha compaginado a lo largo de su vida laboral docencia e investigación con la divulgación científica.

Probablemente, algunos de nuestros lectores no conozcan qué es la ANECA, ¿nos podría explicar brevemente cuál es su cometido?

La *Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación* es un organismo público que contribuye a mejorar y potenciar el sistema de educación superior y la calidad laboral del personal docente e investigador. Evalúa, certifica y acredita enseñanzas, instituciones, y también profesorado, en sus distintas etapas de la carrera académica, así como su labor investigadora, de transferencia, y próximamente la docente. Desarrolla, además, otros cometidos en ámbitos internacionales, a nivel europeo e iberoamericano, principalmente, siempre en relación con los objetivos antes mencionados.

Las agencias de calidad son una herramienta importante para asegurar el buen funcionamiento del sistema universitario, ¿en qué situación se encuentran actualmente dichas agencias? ¿cómo percibe que será su evolución en el futuro?

La situación de cada agencia depende de su contexto. No puedo hacer una valoración general porque los cometidos de ANECA no coinciden exactamente con los que puedan tener las agencias de otros países, ni con los que tienen asignados las agencias autonómicas. También el desarrollo en el futuro de cada agencia depende de circunstancias políticas, sociales, económicas, etc.

Sí puedo hablar de mi percepción acerca de ANECA. La Agencia tiene un gran valor estratégico. Está para ayudar, para acompañar a las universidades a que desarrollen con calidad sus tareas principales; está para potenciar la calidad de la investigación, la transferencia y la docencia.

«La Agencia tiene un gran valor estratégico. Está para ayudar»

Todos los programas de la Agencia, que ayudan en estos cometidos, deben estar en constante análisis y en constante evolución, lo que no significa en constante cambio brusco.

ANECA tiene cometidos sólidos, y tiene áreas importantes de crecimiento, como los sellos internacionales de calidad: hemos puesto en marcha el *Sello Internacional de Calidad ANECA* en enseñanzas no presenciales e híbridas, estamos con el de Medicina, con el de inclusión social, etc.; también existe demanda de formación en acreditación de la calidad, a nivel nacional e internacional.

Por otro lado, ANECA es referente internacional y son muchas las acciones que en tal contexto puede llevar a cabo. Dicho lo anterior, que da idea de la importante potencialidad que la Agencia tiene, debo añadir que no podremos llevarlo a cabo sin las necesarias herramientas: cambio de estatutos, regulación racional de comisiones, cambio del tipo de organismo público que es, existencia de una relación de puestos de trabajo, etc. Y que podamos hacer realidad esto, no depende en último término de la Agencia.

¿Tiene la ANECA delegadas ciertas competencias en las agencias autonómicas? ¿Se encarga la ANECA de unificar criterios entre las distintas agencias?

ANECA no tiene delegada ninguna competencia en las agencias autonómicas. Estas agencias tienen su ámbito de acción y su regulación autonómica correspondiente. ANECA es la agencia de ámbito estatal y cuando hay tareas que afectan también a las agencias autonómicas, hablamos. Tenemos un lugar de encuentro que es la *Red Española de Agencias de Calidad Universitarias.*

«No toda la formación que se oferta es de calidad, y mucha menos logra el reconocimiento por quien tienen la encomienda de hacerlo»

Hace unos días apareció en la prensa nacional que *Google* piensa establecer una formación de seis meses que va a considerar equivalente a un grado, ¿qué opinión le merecen noticias de este tipo?

Son dos los aspectos que contiene la pregunta. El primero es el de la oferta de formación; el segundo, el del reconocimiento de la misma. No toda la formación que se oferta es de calidad, y mucha menos logra el reconocimiento por quien tienen la encomienda de hacerlo. Es un asunto serio el de la equivalencia con un grado, y no es trivial ni inmediato la obtención.

Hablando de grados, y ya que usted es matemática, ¿cómo ve la calidad de los grados en matemáticas

 ISSN 1988-5318

en España? Algunas universidades privadas empiezan a ofertar grados en matemáticas, algo que es novedoso, ¿a qué cree que es debido?

La calidad de los grados en matemáticas en España es buena, como lo es la de los másteres y los doctorados. Egresadas y egresados logran una alta capacitación y tienen facilidad para encontrar empleo en ámbitos muy diversos, y a nivel nacional e internacional.

Matemáticas es una de las carreras con menos tasa de paro, prácticamente cero, y una disciplina transversal. Las matemáticas son necesarias, están presentes en todos los órdenes de la vida, y, además, generan riqueza.

«Matemáticas es una de las carreras con menos tasa de paro, prácticamente cero»

No es casualidad que el impacto socioeconómico de la investigación y la tecnología matemáticas en España sea muy alto, como muestra el estudio que realizaron la Red Estratégica de Matemáticas y Afi: En términos de Valor Añadido Bruto, el impacto de las actividades con intensidad matemática se situó en 2016 en el 10,1 %.

Creo que todo esto explica el interés por los grados en matemáticas. También gozan de cierto reconocimiento social y se aprecia su valía. Un ejemplo de esto es la reciente concesión del *premio Princesa de Asturias de Investigación Científica y Técnica* a la matemática Ingrid Daubechies y a los matemáticos Terence Tao e Ives Meyer.

Siguiendo con las matemáticas, ¿qué les diría a los estudiantes de grados en matemáticas que quieren dedicarse a la investigación? ¿Qué actitudes destacaría para desarrollarse en este campo?

La investigación es fundamental para el crecimiento de un país. Invertir en ella es invertir en un valor de futuro; también de presente. Debería ser una de las prioridades.

Animo a quienes sientan ese deseo por dedicarse a la investigación porque contribuirán con su esfuerzo al desarrollo social, económico e intelectual. Es una profesión dura porque requiere mucha entrega, pero el entusiasmo por descubrir, la alegría cuando se obtienen logros, hacen que ni el cansancio ni la lucha dejen mella. Les diría: *«Adelante, ánimo. Si te gusta, pelea por dedicarte a investigar, haz de la investigación tu dedicación y tu hobby»*.

¿Es usted la primera mujer directora de la ANECA?

No soy la primera mujer que dirige ANECA. De 2006 a 2009 estuvo Gemma Rauret y de 2009 a 2012 Zulima Fernández. De siete personas que han dirigido la Agencia, tres somos mujeres.

«Animo a quienes sientan ese deseo por dedicarse a la investigación porque contribuirán con su esfuerzo al desarrollo social, económico e intelectual»

Muchas gracias por atendernos, ¿le gustaría añadir alguna cosa más?

Gracias por vuestro interés en ANECA. Quisiera animar a quienes lean esta entrevista a que conozcan ANECA más en profundidad. Un primer paso es suscribirse a nuestras publicaciones: *ANECA* al día, el boletín informativo que pusimos en marcha en abril de este año, que sale los días 1 y 15 de cada mes, y *ANECA news*, el boletín internacional de periodicidad trimestral, cuyo primer número acaba de salir.

Mantener informada a la sociedad es parte de nuestra política de transparencia. Por primera vez en la historia de ANECA, que va a cumplir 20 años, estamos dando a conocer toda nuestra actividad, todos los resultados de las evaluaciones, certificaciones y acreditaciones que hacemos. Animo a quienes lean estas líneas que nos hagan llegar sus sugerencias, y también sus felicitaciones, porque hay muchas cosas que hacemos bien. ■

Actividades matemáticas

Noche Europea de los Investigadores

El Vicerrectorado de Investigación, Desarrollo e Innovación, a través de la OTRI, se encuentra organizando la *Noche Europea de los Investigadores* 2020, con el objetivo de acercar la labor científica que se realiza en la *Universidad de Almería* a toda la sociedad.

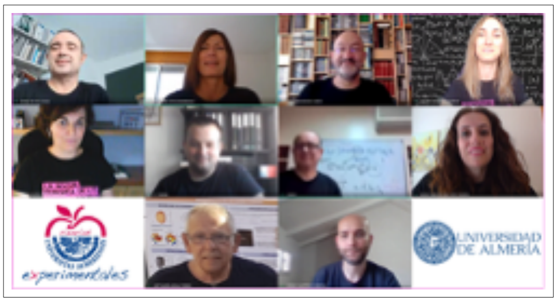
Este año el evento se celebrará el 27 de noviembre y, debido a la situación excepcional causada por la COVID-19, las actividades se realizarán principalmente de manera telemática a través de vídeos, talleres, web-meeting... que estarán disponibles en la página web de la *Fundación Descubre* [1].

Esta actividad forma parte de un proyecto europeo de divulgación científica y tendrá lugar simultáneamente en

[1] *https://lanochedelosinvestigadores.fundaciondescubre.es*.

 ISSN 1988-5318

más de 350 ciudades europeas. El proyecto concedido en Andalucía está liderado por la *Fundación Descubre* y en nuestra ciudad ha contado siempre con una gran partición, con una estimación de afluencia de público de más de 14000 personas en la edición anterior.



Investigadores de la actividad ¡Cuenta con las matemáticas!

Investigadores del Departamento de Matemáticas de la UAL van a participar mediante la actividad *¡Cuenta con las matemáticas!*

Aplicaciones de las matemáticas a la tecnología

La evolución de las matemáticas y su aplicación en las tecnologías tuvieron su espacio en la *XXI de los Cursos de Verano* de la *Universidad de Almería*.

Bajo la dirección de Blas Torrecillas Jover, catedrático de Álgebra de la *Universidad de Almería*, y de Manuel Cortés Izurdiaga, investigador de esta misma área y universidad, el curso de verano *Aplicaciones de las matemáticas a las tecnologías* contó con ponentes de primer nivel que abordaron contenidos matemáticos que son fundamentales en el desarrollo actual de la tecnología y en su aplicación para resolver problemas reales, y que demostraron que las matemáticas están en continuo desarrollo.

Inauguración del curso de verano

El curso, que se celebró en formato online del 15 al 17 de julio, fue todo un éxito contando con un total de 43 matriculados que seguro que han encontrado una motivación para seguir haciendo matemáticas.

Entrega de premios del Boletín

La entrega de los premios del Boletín, al igual que otros muchos actos, ha sufrido las consecuencias del confinamiento. Dado que el curso 2019/20 terminó de forma no presencial, para los ganadores de los concursos de los números 1 y 2 del volumen XIII no pudo hacerse la tradicional entrega que incluía una charla en el centro.

Pablo Cervilla, junto a su profesor, la directora y el jefe de estudios del IES Aguadulce

A finales de junio hicimos llegar los regalos a las directivas de los institutos, que se encargaron de facilitarlos a los alumnos Pablo Cervilla Nuño, del *IES Aguadulce*, y Juan Francisco Cuevas Rodríguez, del *IES Campos de Níjar*.

Juan Francisco Cuevas, junto al director y el secretario del IES Campos de Níjar

Aula de Divulgación Científica de la UAL

El 16 de octubre tuvo lugar la presentación del *Aula de divulgación científica* de la *Universidad de Almería*.

Eduardo Sáenz de Cabezón en un momento de la charla

ISSN 1988-5318

El acto tuvo lugar en el Anfiteatro de la Rambla y contó con la presencia del divulgador Eduardo Sáenz de Cabezón que impartió una charla muy amena y entretenida, *El cero no es un cero a la izquierda*, haciendo partícipes a todos los asistentes.

A continuación, Manuel González habló de astrofísica a golpe de copla, con temas como el nacimiento de una estrella y el uso de los telescopios para observar el universo.

Más información en la página web del aula [2].

XXV Edición de Cursos Thales-CICA

Con el inicio del nuevo curso académico la *Sociedad Andaluza de Educación Matemática* arranca una nueva edición de cursos online destinados a la formación de profesores activos y en formación continua en áreas de Matemáticas, nuevas tecnologías aplicadas a la enseñanza, plataformas y tecnologías.

Toda la información sobre los cursos se encuentra en la dirección web *mileto.cica.es/cursos*

12 de mayo, Día Internacional de la Mujer Matemática

Este año 2020 ha sido el segundo que se celebra el *Día internacional de la mujer matemática.*

Desde la *Comisión Mujeres y Matemáticas* de la *Real Socidad Matemática Española* se organizaron diversas actividades de divulgación matemática para conmemorar este día. Los más jóvenes pudieron disfrutar con *escape rooms* digitales. Más información en *mym.rsme.es*.

Noticias matemáticas

Pleno de medallas españolas en las Olimpiadas internacionales de Matemáticas

La *Olimpiada Matemática Española*, que se iba a celebrar en la *Universidad de Almería*, tuvo que ser suspendida por la pandemia —como ya se informó en el Boletín de abril 2020—. Finalmente, se celebró el pasado 14 de julio de modo online con los estudiantes clasificados en las sedes correspondientes, en el caso de Almería en la Facultad de Ciencias Experimentales.

Carlos Mendes Góngora del *IES Nicolás Salmerón*, y actual estudiante del Grado en Matemáticas, obtuvo una muy meritoria medalla de bronce. ¡Enhorabuena Carlos!

Posteriormente, el 21 y 22 de septiembre se celebró la 61.ª edición de la *Olimpiada Matemática Internacional* (IMO), en la que han participado los componentes del equipo olímpico español que fueron los 6 primeros clasificados y medalla de oro en la *Olimpiada Matemática Española*.

Aunque la celebración de la Olimpiada estaba prevista para el mes de julio en San Petersburgo, la pandemia ha obligado a adoptar un formato inusual para esta edición, reuniendo a cada equipo en una serie de sedes nacionales, supervisadas por un representante asesor de la IMO. De este modo, los seis estudiantes españoles han desarrollado las pruebas en la UPC (Barcelona), desde donde han competido de forma online con más de 600 jóvenes de 104 países.

La actuación del equipo español ha sido excelente, consiguiendo un pleno de medallas con 2 de plata y 4 de bronce, mejorando los resultados de años anteriores. De esta manera, vuelve a subir posiciones en la clasificación mundial, en la que ha pasado del puesto 54 de 2018 al 42 de 2019 y al 31 de este 2020. El primero de los españoles clasificados, Ignacio Císcar Múgica (Sevilla), ha quedado en el puesto 86 del mundo.

El equipo español con las medallas obtenidas

¡Enhorabuena a todos los componentes del equipo español y a los organizadores!

Semana de la Ciencia 2020

Cartel anunciador

El mayor evento de comunicación social de la ciencia y tecnología de España, la *Semana de la Ciencia*, se va a celebrar este año en la Universidad de Almería del 3 al 9 de noviembre.

Entre las actividades programadas se encuentra el *Café con Ciencia*, a través del cual se facilita un primer contacto personal y amigable entre científicos de la UAL

[2] *www2.ual.es/cultura/aulas-culturales/aula/aula-de-divulgacion-cientifica*.

ISSN 1988-5318

y estudiantes de Bachillerato y que, en esta ocasión, debido a la situación provocada por la COVID-19, se realizará de forma virtual.

La *Semana de la Ciencia* cumple 20 años en Andalucía, una ocasión inmejorable para mostrar la ciencia y la investigación que se generan en nuestra comunidad autónoma y subrayar el valor que aporta a la sociedad.

Más información en *www.ual.es/semanadelaciencia*.

Premio Princesa de Asturias de Investigación Científica y Técnica 2020

Los matemáticos Yves Meyer, Ingrid Daubechies, Terence Tao y Emmanuel Candès han sido galardonados con el *Premio Princesa de Asturias de Investigación Científica y Técnica* 2020, gracias a sus contribuciones pioneras y trascendentales a las teorías y técnicas modernas del procesamiento matemático de datos y señales.

Los matemáticos Yves Meyer, Ingrid Daubechies, Terence Tao y Emmanuel Candès

Las técnicas matemáticas de Meyer, Daubechies, Tao y Candès han transformado el mundo digital haciendo posible visionar películas digitales y obtener imágenes de diagnóstico médico precisas. Según palabras del propio jurado, han logrado «visualizar lo que no podemos ver y escuchar, lo que no podemos oír».

En esta ocasión el acto de entrega no se ha realizado en el Teatro Campoamor de Oviedo, sino en el Hotel de la Reconquista, por motivos de distanciamiento.

El 15 de octubre tuvo lugar un encuentro virtual con los galardonados, titulado *Las matemáticas invisibles*, donde nos ilustraron sobre la contribución social de las matemáticas y su papel como elemento transversal a todas las ramas de la ciencia. El encuentro fue moderado por Clara Grima, profesora de la Universidad de Sevilla y puede verse en la web de la fundación [3].

Nuevo decano en la Facultad de Ciencias Experimentales

La *Facultad de Ciencias Experimentales* ha comenzado este nuevo curso académico 2020/21 con un nuevo equipo decanal.

Los comicios, que tenían que haberse celebrado la pasada primavera, se trasladaron al mes de julio a causa de la pandemia. Juan José Moreno Balcázar, editor de este Boletín recibió el apoyo mayoritario del centro para tomar el testigo de Enrique de Amo al frente de la Facultad de Experimentales.

El decano de la Facultad de Ciencias Experimentales, Juan José Moreno Balcázar

¡Estamos seguros de que realizará una gran gestión y le deseamos lo mejor en su nueva etapa como decano!

Desde aquí queremos agradecer la labor realizada por Enrique durante su etapa de decano.

9.º Congreso Europeo de Matemáticas en Sevilla

La *European Mathematical Society* ha anunciado que el *IX Congreso Europeo de Matemáticas* se celebrará en Sevilla del 15 al 19 de julio de 2024.

La organización del congreso correrá a cargo de las dos instituciones que forman el núcleo del *Instituto Andaluz de Matemáticas* (IAMAT): el *Instituto de Investigación en Matemáticas de la Universidad de Sevilla* (IMUS) y el *Instituto de Matemáticas de la Universidad de Granada* (IEMATH-GR).

El comité organizador está formado por dieciséis matemáticos andaluces, entre los que se encuentra nuestra compañera del Departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería* María Luz Puertas González.

El programa del congreso abarcará todas las áreas de la matemática teórica y aplicada mediante conferencias plenarias, conferencias invitadas, mini-simposios y sesiones temáticas.

Toda la información en *www.ecm2024sevilla.com*.

El Grado en Matemáticas: una titulación con gran demanda

El Grado en Matemáticas es una de las titulaciones clásicas de la UAL, y continúa progresando año a año en calidad y en demanda. Varios cientos de estudiantes han solicitado estudiar este grado en el curso 2020/21 para un total de 75 plazas a cubrir.

Plazas que han sido cubiertas en su totalidad por solicitantes que han aprobado las pruebas de acceso a la universidad en la convocatoria de julio. En primera adjudicación han logrado entrar en el grado los estudiantes cuya calificación en dichas pruebas han alcanzado los 11,910 puntos. En la última adjudicación, que se ha realizado a mediados de octubre, la nota de corte ha llegado hasta 10,941.

Los estudios de Matemáticas están entre los más prestigiosos del país, según el ranking de la *Fundación Conocimiento y Desarrollo* presentado en 2018, y es que los graduados en matemáticas se encuentran hoy día entre los profesionales más demandados y mejor pagados en nuestro país y en todo el mundo desarrollado, gracias a

[3] *www.fpa.es/es/especial-2020/actos-de-la-semana-de-los-premios-en-streaming*.

ISSN 1988-5318

las competencias y habilidades adquiridas (capacidad de razonamiento, de organización, de análisis y resolución de problemas...), que les permiten una gran versatilidad para desempeñar distintas tareas.

Tesis doctorales

El pasado 11 de septiembre, la doctoranda María de Nazaret Cueto Avellaneda defendió su tesis doctoral titulada *Extensión de isometrías y la propiedad de Mazur-Ulam* y dirigida por el profesor de la *Universidad de Granada* Antonio Miguel Peralta Pereira.

La defensa tuvo lugar en la *Universidad de Almería*, de forma no presencial, mediante videoconferencia, a la que toda la comunidad universitaria tuvo acceso. Es la segunda tesis doctoral que se defiende de forma telemática en el Departamento de Matemáticas.

Ayudas 2020 para actividades de estudiantes del Departamento de Matemáticas

El Departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería* ha convocado ayudas para sufragar los gastos ocasionados por la participación u organización de actividades durante 2020, relacionadas con las matemáticas o que sirvan para la proyección del Departamento en la sociedad.

Las ayudas tienen una cuantía máxima de 400 euros y van destinadas a cualquier estudiante que estuviese inscrito en el censo del Departamento cuando realizó la actividad.

Aplazado el Congreso Bienal de la RSME 2021

El Congreso Bienal de la *Real Sociedad Matemática Española*, que tenía previsto celebrarse del 18 al 22 de enero de 2021 en el campus de Ciudad Real de la *Universidad de Castilla-La Mancha*, ha sido aplazado hasta 2022. Más información en *2021.bienalrsme.com*.

Tercera edición de steMatEsElla

La Real Sociedad Matemática Española (RSME) y la *Asociación Española de Ejecutiv@s y Consejer@s* (EJE&CON), en colaboración con el *Instituto de Ciencias Matemáticas* (ICMAT), presentaron el pasado 10 de septiembre la tercera edición del *Programa steMatEsElla*, cuyo principal objetivo es impulsar la carrera de mujeres estudiantes del grado o máster en disciplinas STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas).

Se trata del único programa que aúna mentoría, *coaching*, *webinars* y visibilización de referentes, y que trabaja además las *soft skills* (competencias blandas).

Premio Nobel de Economía 2020

Los matemáticos y economistas estadounidenses Paul R. Milgrom y Robert B. Wilson han sido galardonados con el *Premio Nobel de Economía* 2020. Ambos han sido reconocidos por las *«mejoras en la teoría de subastas y la invención de nuevos formatos de subastas, beneficiando a los vendedores, compradores y contribuyentes de todo el mundo»*.

Paul R. Milgrom y Robert B. Wilson

Milgrom y Wilson han creado un formato innovador utilizado en la venta de licencias de frecuencias de telecomunicaciones en los Estados Unidos. Sus conceptos también han sido utilizados en la asignación de las franjas horarias de los aeropuertos y tienen aplicaciones en rubros como la electricidad y la publicidad en línea, entre otros.

El prestigioso premio tiene como recompensa una medalla de oro y una dotación económica de 10 millones de coronas y será entregado a los premiados en una ceremonia que se celebrará el 10 de diciembre, fecha en la que falleció Alfred Nobel.

Nos visitaron...

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Daniel Bulacu, de la Universidad de Bucarest (Rumanía) y Salvador López Martínez, de la Universidad de Granada.

ISSN 1988-5318

Preguntas frecuentes

¿Cómo se está desarrollando la docencia semipresencial en el Grado en Matemáticas de la Universidad de Almería durante el curso académico 2020-2021, con motivo de la crisis sanitaria provocada por la COVID-19?

En la guía docente de cada asignatura del Grado en Matemáticas para el curso 2020/21 se contemplan dos posibles escenarios de impartición de la docencia y evaluación de la asignatura: el escenario que se denomina A (en el que a día de hoy nos encontramos, la docencia es semipresencial) y el escenario B (toda la docencia se imparte en formato no presencial a través de videoconferencia mediante el aula virtual de cada asignatura). De manera que si la situación sanitaria empeorara y las autoridades así lo recomendaran en cualquier momento se puede adaptar la docencia semipresencial del escenario A al formato online del escenario B.

Al inicio de curso, la Facultad de Ciencias Experimentales y a recomendación del Sr. Rector de la UAL, decidió que las dos primeras semanas de docencia se impartieran de manera no presencial mediante videoconferencia. Posteriormente, se reanudó el escenario A, de manera que, en función del curso, estudiantes matriculados y nuevo aforo de las aulas para mantener las medidas de seguridad, se han establecido varios subgrupos de estudiantes por apellidos.

Según la semana, asignatura y curso, el subgrupo/s correspondiente/s tiene/n la opción de asistir presencialmente a clase mientras que el resto de estudiantes están siguiendo la misma clase por videoconferencia desde su casa u otro lugar.

Los estudiantes reconocidos por parte de la UAL como grupo de riesgo ante la COVID-19 tienen el derecho a recibir una docencia y evaluación adaptadas a no presencial con objeto de evitar el riesgo vital que puede suponer contraer esta enfermedad.

ENSEÑANZA SECUNDARIA

«Imagina matemáticas»... retomamos

Violeta Ramos Machicado
IES Río Aguas (Sorbas, Almería)

En un lugar del Almanzora, de cuyo nombre no quiero ni podré olvidarme, no ha mucho tiempo que existió un concurso de esos que entusiasman a sus propios organizadores...

Ideado por el *IES Alto Almanzora* de Tíjola, fue en los albores de 2009 cuando nació el primer concurso de poesía, canción y videoclip matemáticos, que empezó llamándose *«Ciudad de Tíjola»*, aunque a partir del siguiente curso pasaría a ser *«Imagina Matemáticas»*.

Y esa era la idea, que el alumnado se acercara a la materia desde otros ángulos menos fríos y explorados. Que descubrieran por sí mismos toda la belleza que esta nuestra ciencia madre esconde en su seno; y, una vez descubierta, reformularla, recrearla, inventar modos de hacerla accesible al resto de los mortales.

Para *«Imagina Matemáticas»* invitábamos a alumnos y alumnas de todos los IES de la comarca, con la idea de que la entrega de premios posterior sirviera igualmente de encuentro intercentros. Todos los premios eran donados por comercios de Tíjola y Serón así como por sus ayuntamientos. Queríamos realmente gestar algo comunitario, con todos los agentes implicados.

Aunque recibimos pocos videoclips, algunos fueron realmente buenos, con música y letra originales y una valiente puesta en escena, como *Eureka: la ecuación de la vida*, que podéis disfrutar en *YouTube*. Algunas canciones también fueron compuestas por el alumnado, aunque a nosotros nos bastaba entonces con que adaptaran al mundo matemático temas conocidos, con un simple cambio de letra que mantuviera el ritmo.

Durante los cursos académicos que duró el concurso, los trabajos enviados fueron bastantes, en especial, poemas. Algunos de ellos captaron nuestra idea original: extrapolar ideas, utilizar los conceptos en otros ambientes y no solo buscar una rima fácil:

Amor sin solución

Un día al mayo matemático preguntaron:
¿qué es el amor?
A lo que él respondió sin dilación:
un conjunto de incógnitas sin solución.

Incoherente y elegante, un axioma
revoloteante como dulce paloma,
al que el enamorado se somete
y cabalga entre números cual jinete.

Dos personas se suman,
se resta el espacio
se multiplican las deudas
y se dividen en intervalos sus intereses.

Calculando el logaritmo,
las parejas nunca pierden el ritmo,
y siempre que la propiedad
lo permite triunfa la variedad.

Algunos lo comparan con el corazón,
esa figura irregular llena de sin razón.
Pero el amor esta en la cabeza,
pues es la de mayor certeza.

Muchos sistemas se han resuelto
aunque al final en un problema te ves envuelto
miles de enunciados descritos
aunque al final todo se lo llevan los pajaritos.

Finalmente, el amor es una gran función
pues todo lo transforma hasta la extinción
todo lo que no es admirado
ha sido ya calculado por el enamorado.

 ISSN 1988-5318

La cantidad de trabajo que la organización del concurso suponía para los integrantes de los departamentos de Matemáticas y Lengua Castellana y Literatura de nuestro IES, acabó dando al traste con un proyecto que aún soñaba con integrar a colegios y centros de adultos así como con editar poemas y canciones. Pero, *¿no es por ventura en los momentos de crisis y restricciones de libertad, como el que ahora estamos viviendo, cuando se debería fomentar otra libertad más interna y profunda, aquella a la que siempre podemos llegar con la imaginación y que nunca nada ni nadie podrá restringirnos? Adelante. . .*

■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Collaborative learning in compulsory secondary education

María Pilar Martínez Gómez
Miguel González Alameda
Francisco Frutos Morales
IES Cura Valera (Huércal-Overa, Almería)

Last year, before the era of coronavirus, we began to use collaborative learning in some groups of mathematics at *IES Cura Valera*. Particularly, we use interactive groups, which are very useful to summarize or introduce new topics, such as Algebra, as we will show in this article. This methodology makes all students be involved in the development of the activities, trying to contribute to the work of the group and to give the best of themselves.

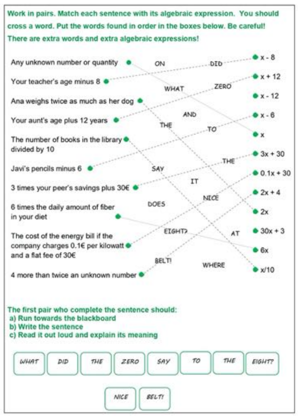
Interactive group work will be set up as follows: students are divided into heterogeneous groups of 6–8 pupils, keeping in mind their abilities or their strengths and weaknesses. The classroom is divided into four areas. In each area, students have to do a different activity, each of which takes around 12 or 15 minutes and it is focused on both curricular content and language learning. After completing one activity, the groups rotate to work on a different one. As a result of this dynamic, in one hour all the students have performed four curricular activities and have interacted with their peers. In all moment, the teacher is constantly supervising the activities of the groups and solving the doubts that may come out.

According to experts in the field of education, interactive group dynamics is included in cooperative learning and it is an interesting methodology because of a main reason: the groups provide opportunities for mutual help among students with diverse learning levels and paces.

We used interactive groups to summarize and reinforce the unit of Algebra before the exam in the first course of ESO. In one session, we developed four activities with our students set in four groups which we had carefully organized in advance. Each group had 12 minutes to complete every activity before moving on to the next activity.

When we do these types of activities, the students welcome them with great expectations and enthusiasm and they behave very well. This particular activity was a complete success. The four activities we implemented are:

ACTIVITY 1: Algebraic Language



Work in pairs. Match each sentence with its algebraic expression. You should cross a word. Put the words found in order in the boxes below. Be careful! There are extra words and extra algebraic expressions!

Any unknown number or quantity
Your teacher's age minus 8
Ana weighs twice as much as her dog
Your aunt's age plus 12 years
The number of books in the library divided by 10
Javi's pencils minus 6
3 times your peer's savings plus 30€
6 times the daily amount of fiber in your diet
The cost of the energy bill if the company charges 0.1€ per kilowatt and a flat fee of 30€
4 more than twice an unknown number

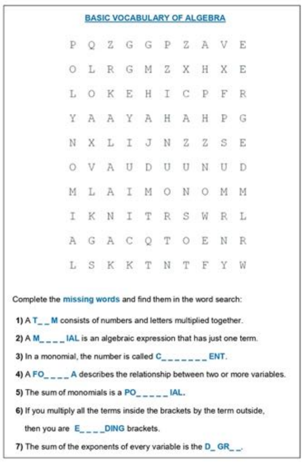
ON DID WHAT ZERO AND THE TO SAY THE IT NICE DOES EIGHT? AT BELT! WHERE

x - 8
x + 12
x - 12
x - 6
x
3x + 30
0.1x + 30
2x + 4
2x
30x + 3
6x
x/10

The first pair who complete the sentence should:
a) Run towards the blackboard
b) Write the sentence
c) Read it out loud and explain its meaning

WHAT DID THE ZERO SAY TO THE EIGHT? NICE BELT!

ACTIVITY 2: Word search



BASIC VOCABULARY OF ALGEBRA

P	Q	Z	G	G	P	Z	A	V	E
O	L	R	G	M	Z	X	H	X	E
L	O	K	E	H	I	C	P	F	R
Y	A	A	Y	A	H	A	H	P	G
N	X	L	I	J	N	Z	Z	S	E
O	V	A	U	D	U	U	N	U	D
M	L	A	I	M	O	N	O	M	M
I	K	N	I	T	R	S	W	R	L
A	G	A	C	Q	T	O	E	N	R
L	S	K	K	T	N	T	F	Y	W

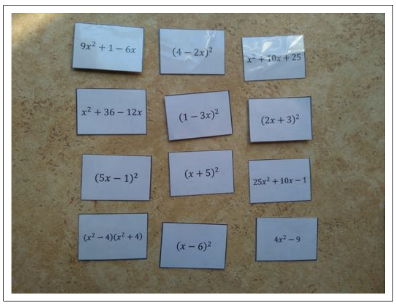
Complete the missing words and find them in the word search:

1) A T_ _M consists of numbers and letters multiplied together.
2) A M_ _ _ _IAL is an algebraic expression that has just one term.
3) In a monomial, the number is called C_ _ _ _ _ _ _ENT.
4) A FO_ _ _ _A describes the relationship between two or more variables.
5) The sum of monomials is a PO_ _ _ _ _IAL.
6) If you multiply all the terms inside the brackets by the term outside, then you are E_ _ _ _DING brackets.
7) The sum of the exponents of every variable is the D_ GR_ _.

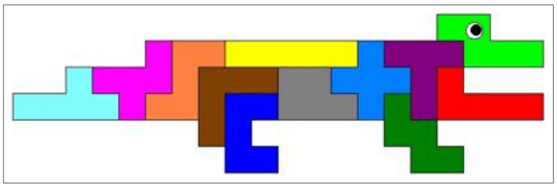
ACTIVITY 3: Pentomino Puzzle

Students are provided with 12 coloured wooden pieces, which are labelled using algebraic identities.

Woode **Labels**



Students have to match the corresponding algebraic identities in order to form the shape of an animal. In this case, students should get a crocodile:



The final result would be:

ACTIVITY 4: Algebraic Cards: Who has. . . ?

The cards have questions on one side. All the questions begin with “Who has. . . ?” . On the other side there is an answer to another question, expressed as an algebraic expression.

Front side	**Reverse**
Who has the triple of a number minus two units?	$x^2 - 3x$

Development of the game:

- A member in the group shuffles the cards and deals three cards to each of the members.
- Any of the members in the group begins reading a question in one of his or her cards.
- Everyone in the group looks for the algebraic expression that answers the question among their cards. To do so, they have to turn the cards over and look in the side of the algebraic expressions.
- The student with the correct solution answers the question. And then, turning over the card, this student reads the next question.
- The group keep answering algebraic expressions and reading questions until all the members in the group have used all their cards.

■

Concurso de problemas

Problema propuesto

Ana y Juan comparten gustos por las matemáticas y el fútbol. Además, Ana juega en la división femenina de la UD Almería. Justo antes de empezar un partido televisado de la UD Almería están intentando probar un criterio de divisibilidad por el número primo 31. Nada más empezar el partido, Lazo, jugador del Almería, realiza un disparo a puerta raso justo desde la esquina derecha del área grande. Ana se pregunta: ¿qué ángulo de disparo tiene?, ¿lo sabrías tú?

Las dimensiones del Estadio de los Juegos del Mediterráneo son 105×68 metros. El resto de datos de un campo de fútbol lo puedes encontra fácilmente en Internet.

Por cierto, entre Ana y Juan probaron en el descanso del partido un criterio de divisibilidad por el 31 que dice *«Un número es divisible por 31 si al separar la cifra de las unidades, multiplicarla por 3 y restar a las cifras restantes, el resultado es múltiplo de 31»*. Por ejemplo, el 341 es divisible por 31 ya que $34 - 3 \cdot 1 = 31$ que claramente es divisible por 31. ¿Sabrías probar este criterio?

Si nos envías tu solución a este problema *puedes obtener* un estupendo *reloj inteligente (smartwatch)* y un regalo relacionado con las matemáticas.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es *hasta el 15 de enero*.

Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Nota: Para participar en esta edición del concurso solamente es necesario responder a la primera pregunta. Las respuestas completas tendrán un premio especial.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318

Resultado del concurso del número anterior

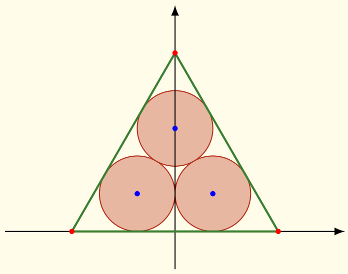
Juan Fco. Cuevas

En esta edición el jurado ha decidido otorgar el premio a la solución enviada por Juan Francisco Cuevas Rodríguez, estudiante de 2.º de Bachillerato del *IES Campos de Níjar* (Campohermoso, Almería).

Nuestra más sincera enhorabuena al ganador que es su segundo premio consecutivo en esta sección.

Problema propuesto en el número anterior

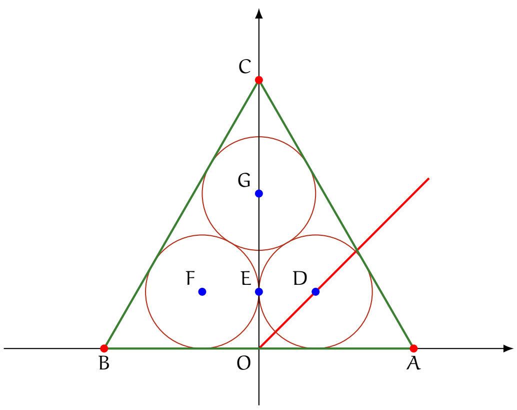
En un triángulo equilátero cuyo lado mide $2+2\sqrt{3}$ centímetros inscribimos tres círculos de idéntico radio, tal como sugiere la figura.



- Determina el radio de los círculos.
- Supongamos que el triángulo ha sido posicionado, respecto de los ejes de coordenadas, como indica la imagen (un lado sobre el eje de abscisas y el vértice opuesto en la parte positiva del eje de ordenadas). Calcula las coordenadas de los vértices del triángulo y de los centros de las circunferencias.

Solución del problema propuesto:

No tomaremos el problema en el orden sugerido, es decir, primero el primer apartado y después el segundo, sino que nos valdremos de hallar uno de los centros primero para calcular el radio de todas las circunferencias, y después calcular el resto de centros. Las coordenadas de los vértices será lo primero.



Sabiendo que un lado mide $2+2\sqrt{3}$, y que el centro del lado AB está en el origen de coordenadas, podemos decir con total certeza que $A=(1+\sqrt{3},0)$ y $B=(-1-\sqrt{3},0)$ (una mitad para cada lado). Además conociendo estos datos, con el *teorema de Pitágoras* podemos calcular C:

$$(2+2\sqrt{3})^2-(1+\sqrt{3})^2=h^2.$$

Aunque creo que ya se sabe, h se entiende como al altura del triángulo (OAC). Además, las magnitudes usadas son las distancias de los lados AC y OA respectivamente

$$\begin{aligned} h^2 &= 4+12+8\sqrt{3}-1-3-2\sqrt{3}\\ &= 12+6\sqrt{3}\\ &= (\sqrt{3})^2+3^2+2\cdot 3\sqrt{3} \Rightarrow\\ h &= 3+\sqrt{3} \end{aligned}$$

Por lo tanto, podemos decir con seguridad que $C=(0,3+\sqrt{3})$.

Vamos a llamar a la circunferencia de la derecha d para abreviar.

d tiene puntos de tangencia en tres sitios; en la altura del triángulo (lado OC), en la base del triángulo (lado OA) y en el lado AC.

Sabiendo que el centro de la circunferencia d (a partir de ahora será D) es equidistante a dos rectas perpendiculares, cuyo vértice se encuentra en el origen, podemos decir que D pertenece a la recta $y=x$ (marcada en rojo en el dibujo, cualquier punto de esta recta es equidistante a la altura y a la base). Por lo tanto, $D=(k,k)$ para un valor k que tenemos que determinar.

Ahora vamos a calcular la recta que pasa por A y por C conociendo ambos puntos; usando la ecuación de la recta por un punto y la pendiente:

$$y-3-\sqrt{3}=-\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}x \Rightarrow \sqrt{3}x+y-3-\sqrt{3}=0.$$

Tras conocer la recta que contenía a AC, vamos a hacer posiblemente el paso más complejo de todos; vamos a calcular k tal que la distancia de D a AC sea la misma que a la base.

Sabiendo que la distancia de D a la base será k (trivial), usando la ecuación de la distancia entre un punto y una recta:

$$k=\frac{|\sqrt{3}k+k-3-\sqrt{3}|}{2}.$$

Sabemos que $|\sqrt{3}k+k-3-\sqrt{3}|$ vale $\sqrt{3}k+k-3-\sqrt{3}$ si $\sqrt{3}k+k-3-\sqrt{3}\geq 0$ y $-\sqrt{3}k-k+3+\sqrt{3}$ si $\sqrt{3}k+k-3-\sqrt{3}<0$.

En el primer caso,

$$\begin{aligned} k &= \frac{\sqrt{3}k+k-3-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow\\ k &= \frac{-3-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \approx 6{,}46 \end{aligned}$$

ISSN 1988-5318

Como se puede observar, si k tuviera esas dimensiones, no cabría en el triángulo, por lo que la solución no es válida.

En el segundo caso,

$$k = \frac{-\sqrt{3}k - k + 3 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$
$$k = 1$$

Por lo tanto, $D = (1, 1)$ (y el radio de las circunferencias es 1 también).

Como se puede apreciar en la imagen, D es simétrico a F respecto OC, así que podemos decir sin problemas que $F = (-1, 1)$.

Para obtener G vamos a calcular la distancia de un centro de circunferencia a su vértice más cercano (en este caso de A a D, aunque sabemos que será la misma para todos los vértices y todos los centros), y ya que sabemos qué recta contiene a G (la recta $x = 0$, trivial), será fácil determinar su posición:

$$\sqrt{(1 + \sqrt{3} - 1)^2 + 1^2} = 2.$$

G es pues, igual que el punto C, pero dos unidades más abajo, es decir, $G = (0, 1 + \sqrt{3})$, quedando concluida la resolución del problema.

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Guillermo Gutiérrez Romero

Almería 1914–Valencia 1995

Pedro J. Miana
Universidad de Zaragoza

Descubrí la figura de Guillermo Gutiérrez Romero de casualidad. En la subasta de verano de una conocida plataforma de coleccionismo, aparecían más de cuarenta extraordinarios libros, principalmente de matemáticas (Series infinitas, Variable Compleja, Cursos de Análisis Real o de Ecuaciones Diferenciales) pero también de otras ciencias (Meteorología, Termodinámica o de divulgación científica escritos por Émile Borel o Bertrand Russell), al precio inicial de un céntimo. Formaron parte de una biblioteca particular, en algunas fotos de las páginas interiores aparecía el sello de su propietario Guillermo Gutiérrez Romero y las palabras Almería–Madrid. Esta es su historia.

Guillermo Gutiérrez Romero hacia 1955

1. Familia, estudios y la Guerra Civil

Guillermo Gutiérrez Romero nació el 19 de agosto de 1914 en Almería, hijo de Guillermo Gutiérrez Amat y Carmen Romero. Guillermo Gutiérrez Amat era un comerciante natural de Alicún (Almería). Junto con sus hermanos José Antonio y Rafael se dedicaban a la fabricación de barriles para la exportación de la codiciada uva de mesa de Ohanes desde Almería al resto del mundo, principalmente Inglaterra, Alemania y Estados Unidos. Para entender la importancia del negocio, se calcula que en el año 1907 se llegaron a exportar 2 491 273 barriles. La barrilería Gutiérrez Amat se encontraba en la antigua carretera de Málaga.

El reconocimiento e importancia de Guillermo Gutiérrez Amat en la vida social y económica de la ciudad de Almería queda de manifiesto con el nombramiento que reciben el 13 de mayo de 1931. Justo un mes después de la Proclamación de la Segunda República, el Ministro de Economía Nacional Luis Nicolau D'Olwer y con la firma del presidente de la República, Niceto Alcalá-Zamora y Torres, destituye a la Junta Directiva de la Cámara Oficial Uvera de Almería y nombra una nueva. En esta comisión de 5 miembros aparece Guillermo Gutiérrez Amat en calidad de Vocal. Así se recoge en la *Gaceta de Madrid* del día siguiente.

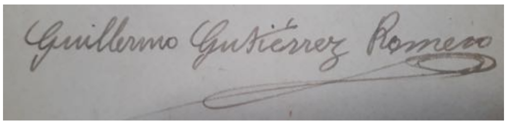
En este ambiente liberal creció el joven Guillermo Gutiérrez Romero. El diario *Crisol* recogía el 10 de noviembre de 1931 la celebración del Congreso extraordinario de la *Unión Federal de Estudiantes Hispanos*. El único representante de la F. E. Bachillerato de Almería era un jovencísimo Guillermo Gutiérrez Romero. En enero de 1931, su padre había colaborado en la realización de la *Casa del Estudiante* una asociación que buscaba unificar en torno a la Ciencia y al Progreso las diversas asociaciones estudiantiles de la ciudad de Almería. Es posible que este amor por la Ciencia fuera compartido por padre e hijo ya que el ensayo de Bertrand Russel *El análisis de la materia* está firmado por ambos.

Guillermo Gutiérrez Romero comenzó sus estudios en la Facultad de Ciencias de la *Universidad Central* de Madrid en el curso 1932–1933. En el curso 1934–1935, Guillermo Gutiérrez se encuentra en el tercer curso de la Licenciatura de Ciencias, Sección de Físico–Matemáticas cursando la asignatura de *Análisis Matemático 3 (Ecuaciones diferenciales II)* impartida por D. José Barinaga

ISSN 1988-5318

Mata.

El 20 de febrero de 1935 se convocan oposiciones para el *Cuerpo Técnico de Auxiliares de Meteorología*. Uno de los requisitos es tener aprobados los dos primeros cursos de carreras universitarias. Guillermo Gutiérrez es uno de sus firmantes y aprueba las oposiciones realizadas en julio de ese mismo año, siendo nombrado Auxiliar de Meteorología, Oficial segundo de la Administración con un sueldo anual de 4000 pesetas. Obtiene el puesto noveno por puntuación y con destino la *Oficina Central Meteorológica* en Madrid. Este destino le permite continuar sus estudios, hasta el estallido de la Guerra Civil el 17 de julio de 1936.



Firma de Guillermo Gutiérrez Romero

Como consecuencia del avance de las columnas franquistas sobre Madrid, y ante el peligro inminente de que la capital cayera en manos de los sublevados, el gobierno de Largo Caballero decidió el 6 noviembre de 1936 trasladarse a Valencia. Anteriormente, el 7 de septiembre, se había creado el *Ministerio de Marina y Aire*, suprimiendo la *Dirección General de Aeronáutica* incluido en el Ministerio de la Guerra (de donde dependían los Auxiliares de Meteorología). En el nuevo ministerio, se crean la *Subsecretaría del Aire*, que estará constituida por la Jefatura de Fuerzas Aéreas, la Dirección de Aviación Civil, los Servicios Técnicos de Aeronáutica y el Servicio Meteorológico Nacional entre otros servicios. Esto supuso el traslado de Guillermo Gutiérrez con el resto de la Oficina Central del Servicio Meteorológico Nacional a Valencia.

La sección de predicción se instaló en dos aulas del segundo piso de la *Universidad de Valencia*, en la zona del edificio que da a la calle Salvá. En el primer piso, debajo de la sección de predicción, en la zona del laboratorio de Física y Química, se instaló la sección de Investigaciones Especiales. La *Universidad de Valencia* también alojó parte del *Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes* y en particular la *Biblioteca Nacional* de la España republicana. Una de las administrativas era una atractiva joven, Desamparados Herrero Martínez, con la que Guillermo Gutiérrez comenzó a festejar.

Sin embargo, ya nada volvió a ser igual. El *Servicio Meteorológico de Aviación Militar*, creado en uno de los últimos actos administrativos del Gobierno de la República en Valencia el 26 de octubre de 1937, fue suplantando rápidamente las funciones del Servicio civil que desde el primer momento había sido leal al Gobierno. De esta forma, aunque permaneció en Barcelona hasta el final de la guerra, quedó relegado a un papel marginal con funciones que se limitaron casi exclusivamente a los estudios climáticos.

En 1940, al terminar la Guerra Civil, Guillermo Gutiérrez tuvo que hacer frente a un expediente de depuración abierto por la Junta Depuradora del personal civil que había prestado servicio en la Aviación Militar Republicana. Así aparece en la *Causa* 6807 del *Archivo Histórico del Ejército del Aire* en el *Fondo de Justicia* en el que lo describen como «Meteorólogo». Fue absuelto, pero sin embargo le fue aplicada la Ley de 10 de febrero de 1939 de depuración administrativa que aplicaba un puesto en la Escala del Cuerpo por cada año de sanción. En su caso le fue aplicada la sanción de cinco años de postergación, y el Ayudante de Meteorología don Guillermo Gutiérrez Romero, con la categoría de Oficial primero de Administración y asimilación militar de Alférez, se situó cinco puestos atrás en el escalafón a continuación de don Felipe Gracia López y antes de don Miguel Liso Puente. Así consta en el *Boletín Oficial del Ejército del Aire* de fecha 24 de marzo de 1942.

Ese mismo año y con fecha 5 de agosto de 1942, y a la edad de 27 años obtenía el título de Licenciado en Ciencias, Sección de Físico Matemáticas por la *Universidad Central* de Madrid. Casi un año más tarde el 24 de junio de 1943 se casaba con Desamparados Herrero con la que tendría 4 hijos: Desamparados (1944), Guillermo (1947), Javier (1950) y Lourdes (1954). Es curioso que la única documentación que se conserva en archivo de la *Universidad Complutense* de Madrid, heredera de la *Universidad Central*, es el resguardo de la recogida del título que le fue entregado en el *Instituto de Almería* el 7 de agosto de 1944.

2. Docencia en la Universidad de Valencia

Los siguientes veinte años Guillermo Gutiérrez presta sus servicios como Auxiliar de Meteorología en el *Aeropuerto de Valencia*. Además completa sus ingresos con clases particulares y preparatorias para el acceso de alumnos a la Universidad o a oposiciones al Cuerpo de Ingenieros.

En esos años, la *Universidad de Valencia* sufre una gran transformación y crecimiento con la implantación de nuevos estudios y titulaciones. La consiguiente necesidad de incorporación de nuevos docentes supuso la llegada de renovadores docentes e investigadores, en particular la figura de Lorenzo Ferrer Figueras (1920–2010) como catedrático de la Mecánica Teórica (1959-1987) y fundador y director (1965–1991) de la *Escuela de Investigación Operativa* supuso el inicio de una brillante escuela matemática.

Esta apuesta por las Matemáticas, se vio fortalecida con la excelente incorporación de Manuel Valdivia Ureña (1928–2014). Andaluz, como Guillermo Romero, nació en Martos (Jaén) y consiguió el título de Doctor Ingeniero Agrónomo por la *Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos* de Madrid en 1961. Ese mismo año termina los estudios de Licenciatura en Ciencias Matemáticas en la *Universidad Central* de Madrid. Dos años más tarde, en 1963 se doctora en Matemáticas bajo la dirección de Ricardo San Juan Llosa. Obtiene en 1965 la cátedra de Análisis Matemático en la *Universidad de Valencia* y en 1969 la cátedra de Álgebra y Cálculo Infinitesimal de la *Escuela de Ingenieros Agrónomos* de la *Universidad Politécnica* de Valencia.

La capacidad de formación de Manuel Valdivia fue extraordinaria dirigiendo más de 33 tesis doctorales. Fue uno de los responsables del florecimiento e internacionalización de las Matemáticas Españolas a partir de los años 70. En este ambiente, Guillermo Gutiérrez entró como profesional externo a colaborar en la docencia de Matemáticas en la *Universidad de Valencia*. En estos casi veinte años de amistad y respeto, Manuel Valdivia lo trataba como *«Don Guillermo»*.

Posiblemente Guillermo Gutiérrez llegara a las Matemáticas de la *Universidad de Valencia* de la mano de Vicente Albero Sanchis, doctor en Ciencias, adjunto de Lorenzo Ferrer y Jefe de Meteorología de la Región de Levante. El expediente personal de Guillermo Gutiérrez Romero se conserva en el *Arxiu Històric* de la *Universitat de València*. Empezó a trabajar en la *Universitat de València* como ayudante de clases prácticas en 1 de enero de 1965 y cesó por jubilación como adjunto interino de Matemáticas en 30 de septiembre de 1983.

Desde el 30 de septiembre de 1966 hasta el 30 de septiembre de 1973 se hizo cargo de la plaza vacante de Profesor Adjunto, para impartir las asignaturas de *Matemáticas Generales 1.º y 2.º* de la Facultad de Ciencias. Durante estos años enseñó *Cálculo Infinitesimal I*, *Álgebra Lineal*, *Análisis Matemático II* y *Matemáticas III*.

Desde 1973 hasta 1977, es contratado anualmente como Profesor Encargado de Curso en el Departamento de Teoría de Funciones y posteriormente en el llamado de Matemáticas. Desde 1977 hasta su jubilación en 1983, es adjunto interino en el Departamento de Matemáticas en la Facultad de Farmacia.

3. El legado de Guillermo Gutiérrez Romero

Portada de Cours de Calcul Infinitesimal de J. Hoüel

En el BOE de 19 de julio de 1979, se nombra a Guillermo Gutiérrez Romero Jefe de Negociado de Información Previa al Vuelo de la *Oficina Meteorológica del Aeropuerto de Valencia*. En el BOE de 16 de febrero de 1980 se comunica la resolución del concurso para cubrir plazas vacantes en el Cuerpo Especial Facultativo de Meteorólogos del *Instituto Nacional de Meteorología*, siendo Guillermo Gutiérrez el primero de los aspirantes seleccionados a sus 66 años de edad, donde continuó hasta su jubilación tres años más tarde.

Es muy difícil de valorar la capacidad científica de Guillermo Gutiérrez. Desconocemos si llegó a realizar alguna investigación matemática o ni siquiera escribir o publicar algún texto de contenido matemático, o en general científico. En parte, la situación difícil que le tocó vivir no facilitó que lo hiciera. Posiblemente Manuel Valdivia le ofreció un proyecto de tesis doctoral que nunca llegó a realizar.

Solamente el recuerdo de sus compañeros y de sus alumnos nos puede dar en parte alguna idea sobre su valía como matemático. Lorenzo Ferrer Figueras en el Discurso de Aceptación de la Medalla de la Universitàt de Valencia en 2005 lo recuerda como compañero estimable en el Departamento de Matemáticas. Otros como Manuel López Pellicer, Manuel Maestre y José Bonet recuerdan su extraordinaria habilidad para la resolución de problemas, en particular de ecuaciones diferenciales, así como el apodo cariñoso por el que le conocía todo el mundo, *«El Willy»*. Son notables las colecciones de problemas resueltos que llegó a poseer, algunas de las cuales todavía hoy se siguen utilizando.

En su biblioteca personal atesoraba verdaderas joyas de la literatura matemática y en especial del Análisis Matemático como el libro de *Funciones de Bessel y aplicaciones* (1958) de Julio Rey Pastor y Antonio de Castro Brzezicki. Algunos de los tejuelos de los libros que adquirí, todavía se conservan: 402, 582, 641... Además del español, poseía libros en francés, inglés, y alemán, lo que parece indicar que tenía al menos algunos rudimentos de estos idiomas. Estos libros encierran parte de la vida de Guillermo Gutiérrez; en la portadilla de *Cours de Calcul Infinitesimal* de J. Hoüel, junto a su nombre se lee el sello *«MADRID-ALMERIA»*.

En el terreno personal, Guillermo Gutiérrez era una persona ingeniosa, emprendedora, infatigable y amante de toda su familia. Amaba la naturaleza y disfrutaba por igual remando en las calas de Almería o arando la tierra en Torrent. Además su ingenio le llevaba a inventar y a innovar diariamente. Fui aficionado a la fotografía, en los años 40 diseñó sus propias cámaras que le permitían disparar dos o más veces sobre el mismo negativo, realizando composiciones fotográficas ingeniosas. Con la que cerramos este artículo, contemplamos a su pequeño hijo Javier jugando con él mismo al dominó y detrás la fabulosa librería personal de Guillermo Gutiérrez que nos ha llevado a descubrirlo.

Composición fotográfica de Guillermo Gutiérrez Romero

ISSN 1988-5318

Agradecemos a la familia Gutiérrez-Herrero las fotografías e informaciones aportadas. A Manuel López Pellicer, Manuel Maestre y José Bonet por haber compartido sus recuerdos y vivencias para ayudar a describir la semblanza de Guillermo Gutiérrez Romero. ■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Campo eléctrico en un aislante calculado como un valor medio

Antonio García Jerez
Francisco Luzón
Universidad de Almería

Describir los efectos del campo eléctrico sobre los materiales aislantes (también llamados *dieléctricos*) es un problema básico del electromagnetismo que está detrás del diseño de múltiples dispositivos electrónicos basados en condensadores (teclados, pantallas táctiles, luces flash, sintonizadores de radio...) y de otros fenómenos físicos como la propagación de las ondas electromagnéticas.

Al aplicarles un campo eléctrico, los aislantes sufren un tipo de alteración de la distribución de cargas denominado polarización, que modificará a su vez el valor del campo. Demostraciones completas de la relación entre polarización y campo eléctrico, basadas en el teorema de la divergencia y en relaciones entre operadores diferenciales pueden encontrarse en textos específicos sobre electromagnetismo [1]. Sin embargo, es más difícil encontrar explicaciones parciales satisfactorias que incluyan una descripción cuantitativa del estado de polarización y que resulten adecuadas para un curso de Física general.

A continuación, esbozamos una línea de explicación sencilla de los efectos del campo eléctrico en un aislante basada en la ley de Gauss y el concepto de valor medio de una función.

Planteamiento del problema

En algunas moléculas, como en la de agua, los centros de carga positiva y negativa no coinciden. Se dice que es una molécula *polar* y se comporta como un dipolo eléctrico permanente. En una muestra con muchas moléculas, estos dipolos estarán orientados en todas las direcciones y no generarán un campo eléctrico macroscópico. Sin embargo, en presencia de un campo eléctrico externo, estos dipolos se alinean en mayor o menor medida generando un campo propio. En muchas otras sustancias, las moléculas no muestran polaridad en ausencia de campo eléctrico exterior, pero al aplicarlo, las nubes electrónicas se deforman y aparece una *polarización inducida*.

Para caracterizar la polaridad o el estado de polarización de una molécula se define su *momento dipolar eléctrico* $\vec{p}$.

Si ésta se puede modelar como dos cargas $+q$ y $-q$ separadas una distancia L, definimos

$$\vec{p} = |q|L\hat{u},$$

donde $\hat{u}$ es un vector unitario dirigido desde la carga negativa hacia la positiva. Finalmente, para cuantificar la intensidad de la polarización de un material y la dirección de ésta, definimos el *vector polarización* como el momento dipolar de la muestra por unidad de volumen:

$$\vec{P} = \lim_{v\to 0} \frac{1}{v} \sum_k \vec{p}_k,$$

extendiéndose la suma sobre las moléculas que hay en una región de volumen v lo suficientemente pequeña como para que $\vec{P}$ sea un valor local, pero lo suficientemente grande como para que aún contenga muchas moléculas.

La existencia de polarización ($\vec{P} \neq 0$) requiere por tanto la existencia de dipolos y un cierto grado de alineación de éstos. Aunque el mecanismo es distinto al que se da en los conductores, el resultado de la polarización será también una disminución del campo eléctrico total $\vec{E}$ en el interior del aislante, aunque sin llegar a anularse.

Queremos determinar el campo eléctrico total $\vec{E}$ que será, en cada punto del espacio, la suma del aplicado o externo $\vec{E}_0$ más el inducido que generan los dipolos:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{ind}.$$

Nos apoyaremos para ello en la ley de Gauss, según la cual, el flujo del campo eléctrico sobre una superficie cerrada coincide con la carga interior a ésta dividida por ε_0 (permitividad eléctrica del vacío).

Cálculo del campo inducido: carga de polarización

Supongamos el caso sencillo de un material a dieléctrico de espesor d colocado entre dos placas cargadas con densidades superficiales de carga opuestas $+\sigma$ y $-\sigma$ (Figura 1).

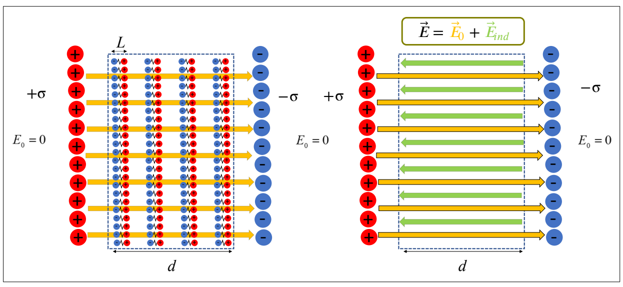


Figura 1

Por la ley de Gauss (ver p. e. [2]), el campo eléctrico creado por los placas en el espacio que hay entre ellos será $E_0 = \sigma/\varepsilon_0$, orientado de izquierda a derecha (flechas naranjas en Figura 1).

 ISSN 1988-5318

El efecto de E_0 sobre el dieléctrico será generar una polarización en sus moléculas, que hemos modelado mediante una distribución de dipolos dispuestos en capas. En la Figura 1 se representan $N = 4$ capas de dipolos, consistiendo cada uno en una pareja de cargas $\pm q$ separadas una distancia L. Supondremos que los conjuntos de cargas contiguas del mismo signo pertenecientes a los dipolos pueden también tratarse como planos cargados.

Tratemos ahora de calcular cuánto vale en este modelo el campo $\vec{E}_{ind}$ generado por el dieléctrico (y representado por flechas verdes). Primero notamos (Figura 2) que, desde cualquier punto exterior al dieléctrico éste se ve como una sucesión de planos infinitos con cargas de signos alternantes. Como conocemos que los campos que generan estos planos no dependen de la distancia y los vemos todos desde el mismo lado, estos también tendrán sentido alternante y se compensarán ($\vec{E}_{ind} = 0$ fuera del dieléctrico). Para calcular el campo inducido en el interior, definimos una superficie cilíndrica como se muestra en la Figura 2 y aplicamos de la Ley de Gauss.

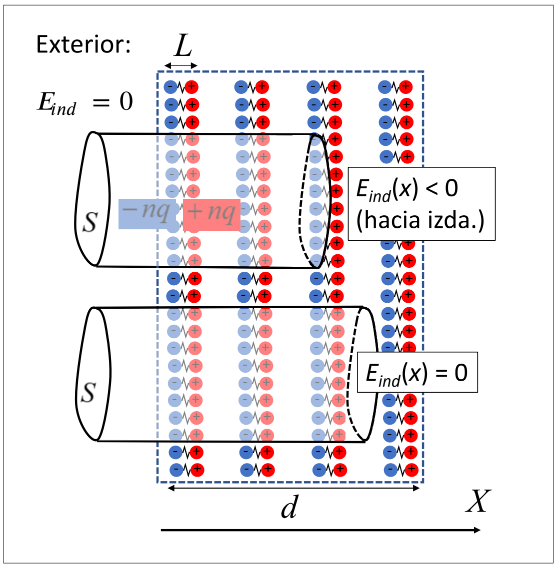


Figura 2

Se deduce que el campo sobre la base interior del cilindro dependerá de la posición x. Si el cilindro engloba un número entero de planos de dipolos, la carga encerrada será cero y el campo en la base interior también ha de serlo. Por el contrario, si el cilindro engloba parcialmente un plano de dipolos, habrá una carga neta negativa encerrada en él, lo que implica que existe un campo eléctrico hacia la izquierda sobre la base interna del cilindro con valor $-nq/(S\varepsilon_0)$, donde n es el número de dipolos que abarca la base S del cilindro (esquemáticamente, $n = 8$ en la Figura 2).

Sin embargo, no estamos interesados en estas fluctuaciones del campo a nivel molecular, sino en el *valor medio* del campo dentro del dieléctrico, que debemos definir como

$$\bar{E}_{ind} = \frac{1}{d}\int_0^d E(x)\,dx.$$

Teniendo en cuenta que los dos posibles valores del campo aparecen dentro de longitudes horizontales $(d - NL)$ y NL, esta operación da:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{ind} &= \frac{1}{d}\left[\frac{-nq}{S\varepsilon_0}NL + 0\,(d - NL)\right]\\ &= \frac{1}{\varepsilon_0}\left[-\frac{(nN)(qL)}{Sd}\right].\end{aligned}$$

En el resultado podemos identificar el número de dipolos por unidad de volumen $(nN)/(Sd)$ y el momento dipolar eléctrico qL de cada uno de ellos.

Recordando la definición del vector polarización $\vec{P}$, podemos reescribir el resultado como $\bar{E}_{ind} = -P/\varepsilon_0$.

El signo – indica que mientras $\vec{P}$ va hacia la derecha en la figura, $\bar{E}_{ind}$ va hacia la izquierda. Si los dipolos se giraran un ángulo θ respecto al eje X, habría que reemplazar L por $L\cos\theta$ en el cálculo de $\bar{E}_{ind}$ para quedarnos con la proyección horizontal de éstos y por tanto P se sustituiría por $P\cos\theta$.

Podemos advertir ahora que este resultado es el mismo campo que generarían densidades superficiales de carga de *polarización* con valores $\sigma_P = -P\cos\theta$ y $\sigma_P = +P\cos\theta$ situadas en las caras izquierda y derecha del dieléctrico respectivamente.

Aunque la expresión deducida para $\bar{E}_{ind}$ es específica para esta geometría, la expresión de la densidad de carga sí es válida en general: el campo eléctrico debido un dieléctrico uniformemente polarizado ($\vec{P} = \text{cte}$) de cualquier geometría corresponde con el que genera una densidad de carga de polarización situada sobre su superficie con valor local

$$\sigma_P = \vec{P}\cdot\hat{n},$$

donde $\hat{n}$ es el vector unitario perpendicular a la superficie del dieléctrico en cada punto, dirigido hacia fuera de éste, y $\cdot$ representa producto escalar.

Cálculo del campo eléctrico total

La justificación de la expresión anterior para σ_P era el objetivo de esta nota. Para completar el cálculo del campo eléctrico en el material dieléctrico es necesario establecer la relación entre la polarización y el campo eléctrico. En muchos materiales, la polarización resulta ser proporcional al campo eléctrico macroscópico (total) que sienten sus moléculas. Esta relación de proporcionalidad se escribe mediante la *ecuación constitutiva*

$$\vec{P} = \chi_e\varepsilon_0\vec{E},$$

donde χ_e es una propiedad del material denominada la *susceptibilidad eléctrica*, que es siempre positiva (nula en el vacío).

Podemos ahora resolver fácilmente cuánto vale $\vec{E}$ dentro y fuera del dieléctrico en el sistema de capas planas de la Figura 3.

ISSN 1988-5318

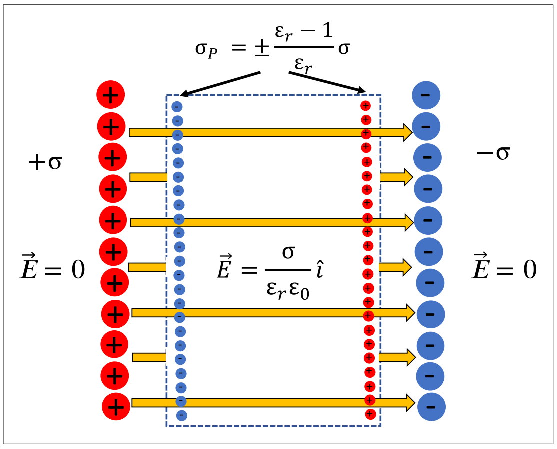


Figura 3

Fuera de los planos cargados (cargas $\pm\sigma$) el campo eléctrico será nulo porque $\vec{E}_0$ y $\vec{E}_{ind}$ lo son. En el espacio que hay entre los planos y el dieléctrico, el campo sería $\vec{E} = \vec{E}_0 = (\sigma/\varepsilon_0)\hat{\imath}$. Finalmente, dentro del dieléctrico tendremos:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{ind} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} = \vec{E}_0 - \chi_e\vec{E} \Rightarrow$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{1+\chi_e} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0(1+\chi_e)}\hat{\imath},$$

que tiene un módulo menor que el de $\vec{E}_0$.

La cantidad $(1+\chi_e)$, mayor o igual a uno, se denomina *constante dieléctrica relativa* del medio y crece con la capacidad de polarización del material. Es 1 para el vacío y toma valores como 1,0006 para el aire, 6 para la porcelana u 80 para el agua. Por otro lado, la densidad de carga de polarización será, en valor absoluto,

$$\sigma_P = \chi_e\varepsilon_0 E = \frac{\chi_e}{(1+\chi_e)}\sigma = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma$$

y tendrá un valor menor que σ. Estos resultados están esquematizados en la Figura 3.

Referencias

[1] Reitz, J. R. y Milford, F. J. (1975). *Fundamentos de la teoría electromagnética*. Unión Tipográfica Editorial Hispanoamericana.

[2] Tipler, P. A. y Mosca, G. (2011). *Física para la ciencia y la tecnología*, Vol 2. Reverté.

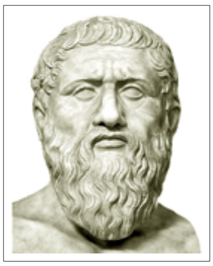
■

CULTURA Y MATEMÁTICAS

El dilema milenario

José Ramón Sánchez García
IES Los Ángeles (Almería)

Una vez resuelta la histórica cuestión de qué fue antes, si la gallina o el huevo, y hallada por fin también una respuesta definitiva a la otra gran duda de la humanidad, si la auténtica tortilla de patatas lleva o no cebolla, vamos a ocuparnos ahora del último gran dilema que queda por resolver, aquel que lleva ocupando las principales tertulias que en el mundo han sido, desde las secretas reuniones pitagóricas a los actuales platós de televisión: las Matemáticas, ¿son una invención o un descubrimiento?

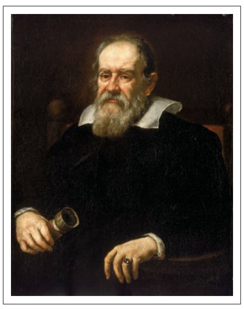


Platón

Como es posible, aunque poco probable, que el lector de este boletín no se haya preguntado nunca cuál es la diferencia entre una cosa y otra, vamos a explicarla brevemente con un ejemplo. El magnetismo de la Tierra es un descubrimiento, porque ya existía antes de que el hombre tuviera conocimiento de él; en cambio la brújula es un invento, porque no existía antes de que la mano humana la fabricara. Otro ejemplo: el petróleo es un descubrimiento, llevaba millones de años en el planeta antes de que el hombre apareciera; pero las estaciones de servicio son, evidentemente, un invento.

Por lo tanto, la pregunta antedicha se puede reformular en los siguientes términos: las Matemáticas, ¿existían ya antes de que el hombre tuviera conciencia de ellas, o son uno más de sus malévolos inventos?

Como primera aproximación al tema, podemos remontarnos varios siglos, cuando Platón, que no fue un gran matemático pero sí un buen amante y defensor de las Matemáticas, escribía en su *República* que *«La Geometría es la ciencia de lo que siempre existe»*; idea que retomó en una de sus últimas obras, el *Timeo*, donde exponía una cosmología basada en las formas geométricas, desarrollando la máxima de que *«La divinidad siempre geometriza»*.



Galileo Galilei

No sabemos si Galileo estudió a Platón, pero sí podemos decir que dos mil años después, el científico de Pisa volvió a exponer una idea parecida en *Il Saggiatore* («El ensayador»), obra quizá poco conocida pero en la que aparece la célebre frase que desde entonces ha hecho salivar a generaciones de matemáticos, aquella en la que afirma que *«[El Universo] Está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto.»* Ahí queda.

Podría parecer, entonces, que tanto Platón como Galileo defendían la idea de que las Matemáticas (la Geometría

 ISSN 1988-5318

en particular) ya estaban ahí cuando el hombre apareció, y por lo tanto que se trata más bien de un descubrimiento que de un invento humano. En la actualidad también hay opiniones en la misma línea, como la de Eleanor Knox, doctora en Filosofía de la Física del *King's College London*, quien desconfía de que seamos tan inventivos como para que las verdades matemáticas sean sólo producto de nuestra mente. En cambio, en la orilla opuesta se encontrarían opiniones como la de Brian Greene, profesor de Física y Matemáticas de la *Universidad de Columbia*, quien piensa que el cerebro humano es el que impone las ideas matemáticas, y por tanto son algo que viene de nosotros. El dilema sigue vivo.

Una buena idea para seguir nutriendo el debate sobre si las Matemáticas son externas a los humanos o no, podría ser investigar un poco en la Naturaleza, no sólo mirando al cielo como Platón y Galileo, sino fijándonos en los animales. Sobre esto se han hecho bastantes estudios, antiguos y recientes, que ponen de manifiesto que hay muchas especies animales que poseen capacidades matemáticas no adquiridas, es decir, ya preinstaladas en su cerebro. Por ejemplo, en la *Universidad Emory* (EE. UU.), un equipo de investigación descubrió que perros de distintas razas podían distinguir cantidades numéricas básicas sin entrenamiento previo, y que para ello usan la misma región del cerebro que los humanos, según afirma la psicóloga cognitiva Lauren Aulet. A esta capacidad matemática básica se le ha bautizado como *Numerosity*, que en algunas publicaciones en español se ha traducido, a falta de un vocablo más adecuado, por *numerosidad*.

Pero esta facultad no es exclusiva de los perros. Sin tomar en consideración algún conocido fraude, como el del caballo Hans (un equino de finales del siglo XIX que supuestamente sabía sumar, restar, multiplicar y hasta dividir, cuando en realidad lo que ocurría es que estaba amaestrado para hacer caso de las señales de su dueño, que ese sí que era listo), lo cierto es que algunas otras especies animales sí que han demostrado poseer cierta numerosidad, por seguir usando el palabro. Por ejemplo, Karen McComb, de la *Universidad de Sussex* (Reino Unido), demostró que los leones tienen capacidad para comparar cantidades, al igual que las hienas, los chimpancés y los monos; Brian Butterworth (*University College*, Londres) hizo estudios similares con las ranas, las cuales eran capaces de contar las pulsaciones de sus congéneres al croar, ya que así era como identificaban a su pareja; y otros estudios dieron resultados similares en especies de loros, abejas y pájaros. Las investigaciones de Butterworth llegaron incluso a localizar en el cerebro la habilidad para contar, que se encuentra en el mismo lugar para los humanos y para los chimpancés, el neocórtex, la capa que recubre su zona externa, y que es exclusiva de los mamíferos.

Todo apunta, por tanto, a que las capacidades matemáticas básicas de distinguir cantidades (que no es lo mismo que contar) e incluso sumar o restar, son innatas a muchas especies animales, como así acreditan numerosos estudios. Esto es lógico, ya que saber distinguir cantidades de comida, de presas o de atacantes puede ser vital para la supervivencia, Pero, claro, si estas capacidades las tienen muchos animales sin haber sido entrenados, lo esperable sería que los seres humanos también las tuvieran, ¿es así?

Karen Wynn

Aquí también podemos encontrar numerosos estudios sobre las capacidades matemáticas de los bebés humanos, de los cuales vamos a destacar especialmente dos de ellos. El primero es el que realizó la psicóloga Karen Wynn (*Universidad de Yale*) hace más de veinte años, en el que demostró que los bebés distinguen las cantidades de 1, 2 y 3, incluso en su etapa prelingüística (los de su grupo de estudio tenían una media de 5 meses); este estudio fue muy influyente para otros posteriores, que vinieron a confirmar tesis similares. El segundo es más reciente, de hace unos diez años, y fue una investigación conjunta de las psicólogas Fei Xu (*MIT*) y Elizabeth Spelke (*Harvard*), en la que probaron que los bebés pueden distinguir conjuntos con 16 puntos (de cualquier apariencia) de otros con 8, pero en cambio no distinguen 8 de 12, ya que ahí la diferencia es proporcionalmente menor.

Caleb Everett y la portada de su libro

Según el psicólogo Caleb Everett, autor del más que recomendable *Los números nos hicieron como somos* (Crítica, 2018), donde desarrolla con detalle los dos estudios mencionados y otros similares (algunos, como los de Veronique Izard, con bebés con una media de 49 horas de vida), la conclusión que podemos extraer es que los humanos venimos equipados de nacimiento con dos sentidos matemáticos: uno exacto, para discriminar cantidades pequeñas (menos de 5 habitualmente), y otro aproximado, para distinguir conjuntos de cantidades si la diferencia entre ellos es proporcionalmente abultada (por ejemplo, distinguir 6 de 12), pero no tanto si esta proporción es menor (por ejemplo, para distinguir 6 de 8).

Everett concluye que estas dos capacidades, una exacta para cantidades pequeñas y otra aproximada para cantidades mayores, son las que le han servido de base al *homo sapiens* para construir todo el andamiaje matemático que conocemos en la actualidad, un edificio de pensamiento numérico inequívocamente humano. Para explicar el proceso, él se apoya en trabajos como el de Susan Carey (*Harvard*), quien afirma que los niños simplemente aprenden las palabras de los números como una secuencia, sin saber con exactitud lo que significan, y que son esas palabras las que, apoyadas sobre las capacidades innatas señaladas, les hacen ver que esa secuencia se corresponde con la secuencia de cantidades, es decir, aprenden a contar. En otras palabras, según Everett, aprender los números no es tanto etiquetar conceptos como conceptualizar etiquetas.

Miembro de la tribu pirahã durante el estudio

La tesis anterior, de una manera tan sibilina como sólida, otorga al lenguaje un valor imprescindible para la construcción de la ciencia matemática, en tanto que es el que proporciona los términos necesarios para esos conceptos matemáticos. Esta tesis está bien confirmada con los interesantes estudios que expone el psicólogo canadiense en la obra mencionada. En ella habla de algunos pueblos primitivos del Amazonas, como los mundurukú, que no poseen palabras para cantidades mayores que 2, o los pirahã, que carecen de palabras numéricas de ningún tipo, incluso ni para el 1, apuntando acertadamente que en estas sociedades no tienen sentido preguntas tan sencillas para nosotros como ¿cuántos años tienes? o ¿cuánto mides? Seguramente nada de eso es interesante para ellos.

En conclusión, se puede afirmar que muchas especies animales, los humanos entre ellas, nacen con algunas capacidades matemáticas de serie. Pero esto no basta para llegar al concepto de logaritmo; para desarrollar esas capacidades se necesita un grado de utillaje lingüístico y una serie de estímulos constantes que contribuyan a la edificación de una ciencia matemática tal y como la conocemos hoy en día, producto de siglos de desarrollo cultural y social.

Los animales tienen la capacidad de moverse, pero sólo el hombre ha sido capaz de inventar los patinetes eléctricos o los submarinos. La mayoría de las especies animales tienen la capacidad para comunicarse, pero sólo el hombre ha inventado el alfabeto. De igual forma, muchas especies animales son capaces de distinguir si en un nido hay uno, dos o tres huevos, pero tan sólo el hombre es capaz de predecir dónde estarán exactamente los planetas dentro de uno, dos o tres meses.

Sin pretender caer en la petulancia de corregir a Platón o a Galileo (el demiurgo y Dios me libren), creo que la celebérrima frase del pisano podría acotarse del siguiente modo: *«El Universo está escrito en lengua matemática, ese maravilloso invento de la mente humana»*. ■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Malabika Pramanik

Directora de la Banff International Research Station

Andrés Mateo Piñol
Estudiante del Doble Máster en Profesorado de Educación Secundaria y Matemáticas de la UAL

Maribel Ramírez Álvarez
Universidad de Almería

Malabika Pramanik

Normalmente en las clases de Matemáticas se proporcionan conceptos y hechos totalmente elaborados, pero no se estudian las dificultades y los procedimientos de los que han surgido esos conceptos. Conocer la evolución histórica de las Matemáticas, la forma de trabajar de una persona matemática, y las contribuciones y aportaciones de ésta, mejoran sin duda el aprendizaje. Diríamos pues que la Historia se puede usar como un elemento «motivador».

Al revisar la historia de la Ciencia observamos que hay muy pocas mujeres que destaquen entre las grandes figuras de las Matemáticas. A pesar de esa aparente ausencia de mujeres lo cierto es que ha habido muchas —en todas las épocas— que han trabajado y disfrutado haciendo Matemáticas. Un recurso motivador es conocer la biografía de estas Mujeres que trabajan en Matemáticas, y las circunstancias que las llevaron a interesarse por ellas.

Una de esas mujeres es Malabika Pramanik, nacida en la India donde se graduó en Estadística en el *Indian Statistical Institute* en el 1993. En 1995 obtuvo su máster en ese mismo centro, siendo galardonada con la medalla de oro *Prasanta Chandra Mahalanobis*, un premio otorgado en honor al reconocido científico indio que destacó en estadística aplicada, con motivo de una exposición relacionada con las Matemáticas y/o la Estadística.

Tras ello, empieza a trabajar como profesora asociada en la Universidad de Wisconsin durante el curso 1995–96 para entrar luego en la *Universidad de California* en Bekerley, donde cursaría su doctorado y defendería en 2001 su tesis doctoral titulada *Weighted Integrals in* $\mathbb{R}^2$ *and the Maximal Conjugated Calderon–Zygmund Operator.*

En Berkeley desempeñó distintos puestos: trabajó co-

ISSN 1988-5318

mo *Graduate Student Instructor* (es parecido a lo que aquí llamamos FPU, es decir, Formación del Profesorado Universitario), instructora en el Programa de Desarrollo Profesional e instructora a tiempo completo durante los Cursos de Verano de 1998 y 1999.

Durante este tiempo, obtuvo los premios de *Outstanding Graduate Student Instructor Award*, dado por la *Universidad de California* al mejor 5 % de sus *Graduate Student Instructors*, y el de *Nikki Kose Memorial Teaching Prize*, un premio otorgado anualmente por el Departamento de Matemáticas de esa universidad al mejor *Graduate Student Instructor*.

Una vez defendida su tesis, trabajó en la *Universidad de Wisconsin* como profesora invitada de 2001 a 2004, fue profesora asistente en la *Universidad de Rochester* en otoño de 2004, investigadora (Fairchild Senior Research Fellow) en el *Instituto Tecnológico de California* y docente en la *Universidad de Columbia Británica–UBC* (Canadá) desde 2006.

Recientemente ha obtenido varios premios de prestigio. Concretamente, en 2015–2016 ganó el *Ruth I. Michler Memorial Prize*, un premio otorgado anualmente por la *Asociación de Mujeres en Matemáticas* (Association for Women in Mathematics, AWM) a jóvenes mujeres matemáticas que hayan adquirido plaza recientemente y que les concede un semestre en la *Universidad de Cornell*.

Es interesante saber que este premio ha sido creado en memoria de Ruth I. Michler (1967—2000), una gran investigadora matemática que falleció a sus 33 años en un accidente mientras volvía a su despacho a imprimir unos papeles para pedir una beca universitaria el día siguiente a haber impartido un seminario de Álgebra.

También ganó el *Krieger–Nelson Prize*, por su excelencia investigadora, es un premio otorgado por la *Sociedad Matemática Canadiense* (CMS) en honor a Cecilia Krieger (1894–1974) y a Evelyn Nelson (1943–1987), ambas importantes matemáticas canadienses.

En el 2017 le otorgaron el *Killam Research Prize* desde la Facultad de Ciencias de la UBC, una beca Wall 2018 para la investigación en matemáticas y una beca Simons 2019, cuyo principal objetivo es avanzar en las fronteras de las matemáticas y las ciencias básicas.

La profesora Pramanik participa activamente en iniciativas que promueven la diversidad y la inclusión en los campos STEM, especialmente a través de su papel como vicepresidenta para la región del Pacífico de la CMS y como coorganizadora de programas como la Escuela de Verano PIMS Diversity in Mathematics.

Analista matemática, sus intereses de investigación abarcan el análisis armónico euclidiano, aspectos teóricos del análisis armónico, obteniendo aplicaciones concretas en estos y otros campos tales como las ecuaciones diferenciales parciales, variable compleja, y la teoría geométrica de la medida.

Actualmente, y desde el 1 de julio de 2020, Malabika Pramanik es directora de la *Estación de Investigación Internacional de Banff* (BIRS) para la innovación y el descubrimiento matemático en América del Norte. Malabika ha asumido la dirección de BIRS en este tiempo difícil que estamos viviendo pero que, al mismo tiempo, está siendo un tiempo interesante y de especial relevancia para las matemáticas y la investigación multidisciplinar. ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Los números de Catalan

Alejandro López Quirantes
Antonio Jesús Martínez Aparicio
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

José Antonio Rodríguez Lallena
Universidad de Almería

Muy probablemente el lector de este artículo se habrá encontrado con muchas sucesiones infinitas de números enteros positivos, como son tantas progresiones aritméticas o geométricas, o la importante sucesión de Fibonacci, $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots\}$. En este artículo se va a tratar de una sucesión no tan popular, pero que ha ido adquiriendo importancia a lo largo de los años. Fue capaz de cautivar a un genio matemático como Leonhard Euler (1707–1783), aunque debe su nombre al matemático, nacido belga y nacionalizado francés, Eugène Charles Catalan (1814–1894).

Los números de Catalan fueron introducidos en 1751 por Leonhard Euler, que comunicó su hallazgo al matemático prusiano Christian Goldbach (1690–1764) —que da nombre a una famosa conjetura aún no resuelta— y al científico húngaro Johann Andreas von Segner (1704–1777). Estos aportaron nuevos resultados sobre dichos números. Para más datos sobre la historia y las aplicaciones de estos números hasta hoy, puede consultarse el capítulo 20 de [1] y, sobre todo, [2] y [3].

La pregunta que se hizo Euler para encontrar estos números fue la siguiente: ¿de cuántas formas puede ser dividido en triángulos un polígono convexo (aquel en el que sus ángulos interiores son menores de 180°) mediante diagonales que no se intersequen? A este tipo de divisiones de un polígono se las llama *triangulaciones*. Observe que, si el número de lados de un polígono convexo es k, entonces el número de diagonales que no se intersecan es $k-3$ y el de triángulos en que se divide el polígono, $k-2$. Este hecho se puede probar válido para todo $k \geq 3$.

Si C_n es el número de triangulaciones distintas de un polígono convexo de $k = n+2$ lados, la respuesta a la pregunta de Euler es evidente para triángulos y cuadriláteros: $C_1 = 1$ y $C_2 = 2$. Pero se va complicando a medida que aumenta el número de lados del polígono. Se sugiere al lector que encuentre los valores C_3 y C_4 antes de mirar la Figura 1.

Euler fue capaz de calcular a mano hasta C_8 (sin las modernas calculadoras, ¡qué paciencia y constancia hubo de tener para conseguirlo!), lo que le llevó a conjeturar una fórmula para obtener dichos números, que posteriormente se demostró correcta. Esta fórmula es la siguiente:

$$C_n = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdots (4n-2)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (n+1)}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{1}$$

Su primera prueba completa no se publica hasta 1838, y se debe al matemático francés Gabriel Lamé (1795–1870). Aplicando dicha ecuación, se obtiene

$$C_3 = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 5, \quad C_4 = C_3 \frac{14}{5} = 14, \quad C_5 = C_4 \frac{18}{6} = 42 \ldots$$

Por otra parte, en la Figura 1, se deduce el valor de C_3 y de C_4 mediante la obtención de las distintas triangulaciones de los polígonos convexos de cinco y seis lados:

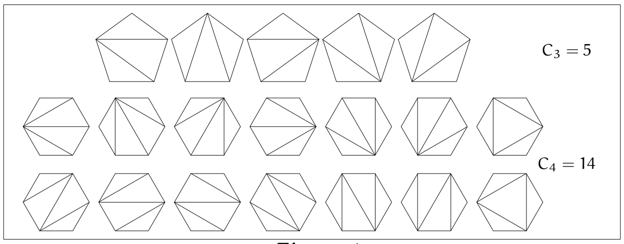


Figura 1

Observe también que, en el caso del pentágono, hay una triangulación distinta por cada vértice. En el hexágono, las seis primeras triangulaciones se han obtenido de modo similar, pero surgen otros dos tipos de triangulaciones que completan el número total hasta catorce.

A partir de la ecuación 1, el lector puede probar fácilmente las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{(n+1)!} \cdot 2^n \\ &= \frac{(2n)!}{n!\,(n+1)!} \\ &= \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \end{aligned} \tag{2}$$

Las dos últimas expresiones son las definiciones de los números de Catalan que se usan hoy habitualmente. Las obtuvo el propio Eugène Charles Catalan a partir del citado trabajo de Lamé. La segunda muestra que cada número de Catalan se puede obtener a partir de elementos centrales de las filas impares del triángulo de Pascal, como muestra la Figura 2.

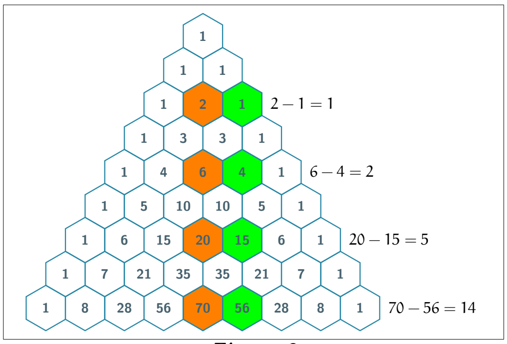


Figura 2

De la ecuación 2 es inmediato obtener que

$$\frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{4n+2}{n+2}.$$

Observe que, si se define $C_0 = 1$, entonces la igualdad anterior es válida para $n = 0$. Por tanto, los números de Catalan pueden obtenerse recursivamente mediante la siguiente ecuación:

$$C_{n+1} = \frac{4n+2}{n+2} \cdot C_n, \quad n \geq 0.$$

En 1758, el antes mencionado J. A. von Segner encontró otro método recursivo para calcular estos números:

$$C_{n+1} = \sum_{i=0}^{n} C_i \cdot C_{n-i};$$

es decir, si se escriben de menor a mayor y viceversa los números C_i, $i = 0, 1, 2, \ldots, n$, se multiplican los números por columnas y se suman los resultados, entonces se obtiene C_{n+1}:

$$\begin{array}{cccccc} C_0 & C_1 & \cdots & C_i & \cdots & C_{n-1} & C_n \\ C_n & C_{n-1} & \cdots & C_{n-i} & \cdots & C_1 & C_0 \end{array}$$

$$C_{n+1} = C_0C_n + C_1C_{n-1} + \cdots + C_iC_{n-i} + \cdots + C_{n-1}C_1 + C_n.$$

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} C_6 &= 2C_0C_5 + 2C_1C_4 + 2C_2C_3 = 84 + 28 + 20 = 132, \\ C_7 &= 2C_0C_6 + 2C_1C_5 + 2C_2C_4 + C_3^2 = \\ &= 264 + 84 + 56 + 25 = 429, \end{aligned}$$

Con esta fórmula, Segner calculó los primeros 18 números, pero se equivocó en el decimotercero y, por tanto, en los siguientes. Sin embargo, Euler pudo calcular correctamente los 23 primeros números de esta sucesión, una tarea un tanto tediosa. El último de estos números es $C_{23} = 343\,059\,613\,650$.

El problema que llevó a Catalan a interesarse por los números que luego llevarían su nombre puede enunciarse como sigue. Se tiene una sucesión de $n+1$ letras o caracteres y hay que colocar n pares de paréntesis entre las letras del modo habitual —«(» a la izquierda y «)» a la derecha—; y esto debe hacerse de manera que en el interior de cada par de paréntesis «( )» haya dos términos,

ISSN 1988-5318

que pueden ser una letra o bien otro grupo de términos situado entre paréntesis, como en los ejemplos que se muestran más abajo. En definitiva, los paréntesis se colocan aplicando la asociatividad de un supuesto producto entre las letras. Entonces, ¿de cuántas formas podrían colocarse esos n pares de paréntesis?

Por ejemplo, dada la sucesión de letras formada por las primeras $n+1$ letras del abecedario,

- si $n=1$, entonces el único par de paréntesis se puede colocar de una sola forma, (ab);
- si $n=2$, los dos pares de paréntesis tienen dos opciones, $((ab)c)$ y $(a(bc))$;
- si $n = 3$, se tienen cinco formas, $(((ab)c)d)$, $((ab)(cd))$, $(a(b(cd)))$, $((a(bc))d)$ y $(a((bc)d))$.

Observe que están obteniendo otra vez los números de Catalan $C_1, C_2, C_3, \ldots$ De hecho, Catalan probó que el número de formas de colocar n paréntesis es C_n, para todo $n \geq 1$.

En 1961, el matemático neozelandés Henry George Forder (1889–1981) encontró una relación entre las triangulaciones de polígonos y la colocación de paréntesis. Para ilustrar cómo lo hizo, como no hay espacio para más, se muestra un único ejemplo: un heptágono con una triangulación dada.

Se denominan seis de los lados del heptágono (se exceptúa la base) con las letras a, b, c, d, e y f. Cada diagonal tendida entre lados adyacentes (sin incluir la base) se denomina escribiendo entre paréntesis las letras correspondientes a dichos lados. A cada una de las diagonales restantes se le da nombre de modo similar, poniendo entre paréntesis los nombres de los otros dos lados ya nombrados con los que forma un triángulo. La base es el último lado o diagonal al que se pone nombre, y está totalmente determinado por la triangulación del polígono (véase la Figura 3).

En este caso tiene cinco pares de paréntesis (siempre dos menos que el número de lados del polígono). Forder demuestra que hay una relación biunívoca entre las triangulaciones del heptágono (o de cualquier polígono convexo) y las colocaciones de paréntesis entre las letras.

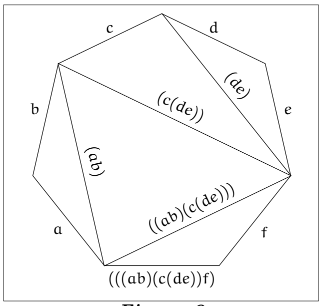


Figura 3

Se sugiere al lector que, para $n=3$, obtenga la relación biunívoca existente entre las cinco colocaciones de paréntesis y las cinco triangulaciones del pentágono (recuerde la Figura 1).

Los números de Catalan tienen muchas aplicaciones, por ejemplo, en Combinatoria y en Teoría de grafos. Una lista de ellas aparece en [4], y algunas pueden encontrarse en [1], [2] y [3].

Referencias

[1] Martin Gardner (2010), *Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas*, RBA.

[2] Ralph P. Grimaldi (2012), *Fibonacci and Catalan numbers: an introduction*, Wiley.

[3] Igor Pak (2014), *History of Catalan numbers*, *arXiv:1408.5711v2* [math.HO]

[4] OEIS (On-line Encyclopedia of integer sequences) A000108, *Catalan numbers*.

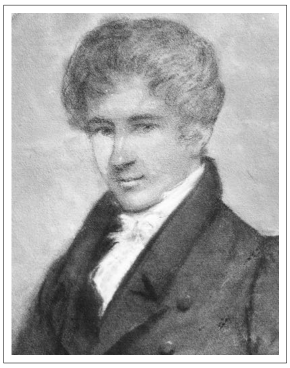
■

Citas Matemáticas

«En la ciencia debemos interesarnos por las cosas que explican y no por las personas que las descubren.»

Marie Curie (1776–1831), física y química polaca, nacionalizada francesa. Premio Nobel de Física en 1903 y de Química en 1911.

«Si uno quiere progresar en matemáticas, debe estudiar a los maestros y no a los discípulos.»



Niels Henrik Abel (1802–1829), matemático noruego.

ISSN 1988-5318

Acertijos

Sucesión de letras

Encuentra, de un modo convincente, la letra que debe figurar tras las siguientes:

U T C S N O T Q

(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

En un bombo (como el de la lotería) se habían introducido bolas blancas, negras, rojas y azules (15 de cada color). Se consideraban ganadoras las parejas constituidas por una bola blanca y una bola negra, o bien, las formadas por una bola roja y una bola azul.

Teníamos que averiguar el número de bolas que deben extraerse del bombo, como mínimo, para tener la certeza de conseguir, al menos, una pareja ganadora.

En la siguiente tabla se han organizado las bolas del bombo de acuerdo con sus colores, situando en las filas más cercanas las que forman parejas ganadoras:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Si el número n de bolas extraídas del bombo es menor o igual que 30, no hay garantía de que aparezcan más de dos colores (pues dos filas de la tabla son suficientes para alcanzar dicho número). Nada impide, por otra parte, que dichos colores sean BR, BA, NR o NA. Por tanto, si $n \leq 30$, no puede asegurarse la presencia de una pareja ganadora.

En cambio, si $n = 31$, aparecerán como mínimo tres colores (pues dos filas completas suman 30 bolas), que pueden ser:

BNR, BNA, BRA y NRA.

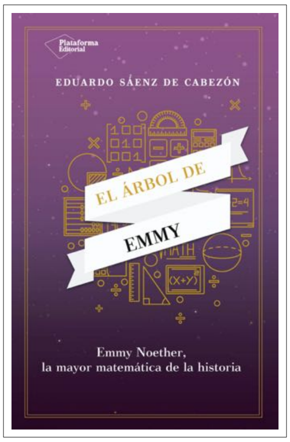
Todas las alternativas contienen parejas ganadoras (señaladas en rojo).

Así pues, como mínimo, deben extraerse 31 bolas del bombo para tener la certeza absoluta de la obtención de, al menos, una pareja ganadora.

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

El árbol de Emmy.

Eduardo Sáenz de Cabezón.



Ficha Técnica
Editorial: Plataforma editorial.
168 páginas.
ISBN: 978-84-17886-19-6.
Año: 2019.

Este libro está escrito por el matemático y divulgador Eduardo Sáenz de Cabezón. En él se cuenta la trayectoria vital y científica de una de las mejores matemáticas de la historia, Emmy Noether, quien también hizo grandes aportaciones a la física teórica. Todos sus grandes logros fueron obtenidos a pesar de todos los obstáculos que tenían que salvar las mujeres en el mundo universitario, aun en el siglo XX.

Emmy nació en 1882 en la ciudad alemana de Erlangen, hija del matemático Max Noether. Su tesis versó sobre invariantes y fue defendida en 1907. Invitada por Hilbert en 1916, se trasladó a Göttingen, donde formó parte del equipo que se encargó de la necesaria formulación matemática de la teoría de la relatividad que Albert Einstein estaba formulando por esa época.

En 1933 tuvo que emigrar a Estados Unidos tras el ascenso de Hitler al poder. Tristemente, a pesar de ser considerada la precursora del álgebra abstracta y de hacer grandes aportaciones a la teoría de la relatividad, se le negó durante toda su vida un puesto de trabajo acorde con su valía por la única razón de ser mujer. Ni siquiera el apoyo de matemáticos de la talla de Hilbert y Klein consiguió que se le abrieran las puertas de la universidad y que pudiera desarrollar su carrera profesional en igualdad de condiciones que sus colegas masculinos.

Otro aliciente para la lectura de este libro es la inclusión de la vida y obra de otras ilustres pioneras matemáticas que desde Hipatia de Alejandría hasta hoy en día han realizado grandes aportaciones a las ciencias o han abierto el camino a otras mujeres al mundo de la investigación y a la docencia universitaria. Cada capítulo finaliza con unos de hilos Twitter que han sido escritos por otros divulgadores de la matemática y que ayudan a completar la información contenida en cada uno ellos.

Antonio Morales Campoy
Universidad de Almería

La diosa de las pequeñas victorias.

Yannick Grannec.

Ficha Técnica
Editorial: Alfaguara.
454 páginas.
ISBN: 978-84-204-1821-6.
Año: 2015.

«Wir müssen wissen, wir werden wissen» (Debemos saber, sabremos). Esta frase, pronunciada por el gran matemático David Hilbert —y que se puede leer en el epitafio de su tumba—, es una de las más famosas de la historia de las matemática y, a la vez, una de las más desafortunadas.

Unos días antes de que Hilbert hiciera tal afirmación, base fundamental de su concepción de las matemáticas, un joven matemático austríaco, Kurt Gödel, demostraba rigurosamente todo lo contrario: hay resultados en matemáticas que no podemos saber si son ciertos o no.

Esta novela, aunque tiene muchas referencias matemáticas, no es en sí misma una novela sobre matemáticas sino sobre personas que hacen matemáticas. En la contraportada del libro aparece una descripción perfecta sobre lo que nos podemos encontrar:

«Universidad de Princeton, 1980. La joven documentalista Anna Roth emprende una ambiciosa tarea: recuperar los archivos de Kurt Gödel, el matemático más fascinante y hermético del siglo XX. *Su misión consiste en ganarse la confianza de la viuda de Gödel, Adele, una anciana muy peculiar, reacia a entregar esos documentos de gran valor científico.»*

A partir de este inicio, la apasionante narración de Yannick Grannec nos sumerge en el contexto histórico en el que Gödel y su mujer se desenvolvieron —con muchas penalidades, por cierto— y nos describe la personalidad, tanto de Gödel como de los personajes que lo acompañaron en Princeton. Así podemos ver su estrecha relación con Einstein, Morgenstein o Oppenheimer, entre otros.

Según la nota final de la autora, se trata de una obra de ficción pero *«por respeto a Adele y Kurt Gödel he puesto especial empeño en ceñirme fielmente a los acontecimientos biográficos, históricos y científicos que tenía a mi alcance»*.

Una obra recomendable para conocer un poco más a uno de los personajes fundamentales de la matemática del siglo XX y el contexto histórico en el que vivió.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

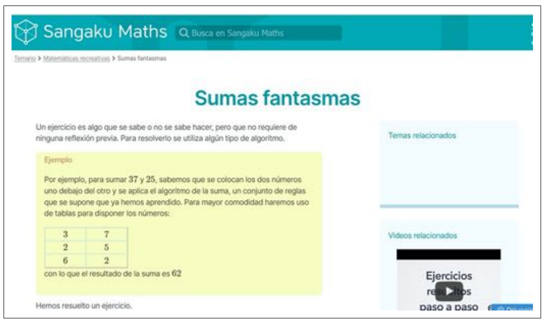
Páginas web de interés

Sangaku Maths

https://www.sangakoo.com/

En la dirección *www.sangakoo.com* aparece una página web que es una especie de red social para aprender Matemáticas. Puedes encontrar cuestiones teóricas y prácticas para enseñanza secundaria e incluso para los primeros cursos universitarios. Los contenidos están divididos en distintas partes de las Ciencias Exactas, teniendo un lugar destacado las Matemáticas Recreativas y la Teoría de Números. Desde la página web puedes bajar una aplicación a tu móvil.

El desarrollo teórico de los temas es original y están adornados de gran cantidad de ejercicios y problemas que no son solo los típicos que se pueden encontrar en cualquier libro y que aparecen calificados según el grado de dificultad. Además, cada tema cuenta con aplicaciones a otras disciplinas y a la vida real. Otra cuestión interesante es la disponibilidad en inglés de todos los contenidos teóricos.



La palabra *Sangaku*, de origen japonés, representa a un tipo de dibujo geométrico que supone un reto para el que lo puede observar y, como era de esperar, aparecen desafíos en cualquier rama de las Matemáticas y para todos los niveles anteriormente mencionados.

Por todo ello, nos parece una herramienta apropiada para que los jóvenes integren las Matemáticas entre sus puntos de vista favoritos para enfocar la resolución de problemas de todo tipo.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

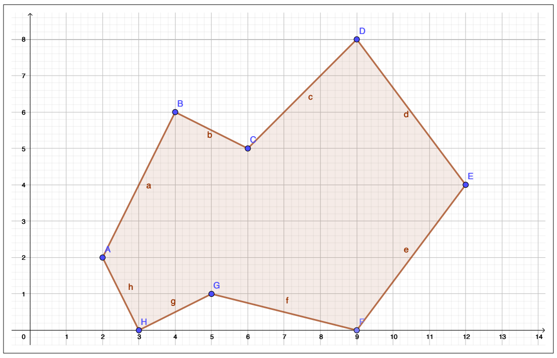
TERRITORIO ESTUDIANTE

Cómo calcular un área contando

Miguel Martínez Teruel
Antonio Jesús Martinez Aparicio
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

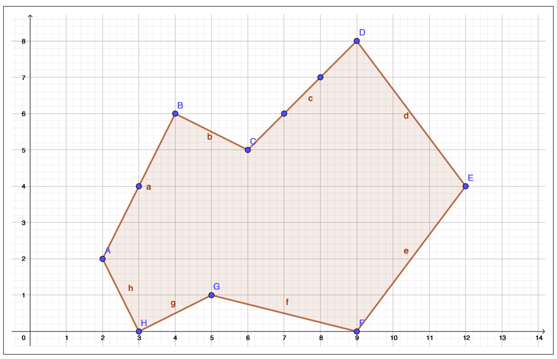
¿Qué pensaría usted si le digo que un niño o una niña pueden calcular ciertas áreas más rápido que un estudiante de matemáticas? Seguramente no me creería, pero le voy a mostrar un método que hace esto posible.

Supongamos que tenemos la siguiente figura. Cabe destacar que para que funcione el método es importante que los vértices del polígono se encuentren en coordenadas enteras.

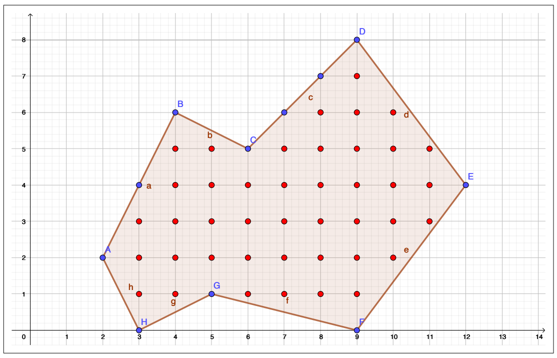


Si le pedimos a un estudiante que calcule el área de esta figura, seguramente empezaría a triangularla para calcular el área de cada triángulo y sumar todas las áreas para así obtener el área total. Sin embargo, vamos a proponer un método alternativo, más rápido y sobre todo: ¡mucho más simple! Hasta los más pequeños de la casa podrían seguir este método.

Lo primero que tenemos que hacer es contar el número de puntos con coordenadas enteras que están en el borde. En muchos casos, además de los vértices, tendremos que añadir algún que otro punto más, como ocurre en este ejemplo. Llamemos a este número B.



Acto seguido, contamos todos los puntos del interior del polígono que se encuentren en coordenadas enteras. Llamemos a este número I.



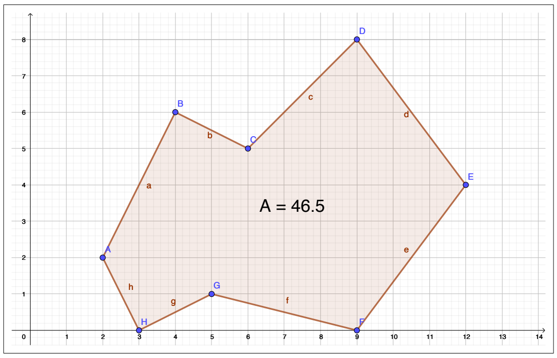
Ahora hacemos la siguiente operación:

$$I + \frac{B}{2} - 1.$$

En el caso de nuestra figura, obtenemos que el área es

$$A = 42 + \frac{11}{2} - 1 = 42 + 5{,}5 - 1 = 46{,}5.$$

Lo crean o no, efectivamente este es el área de la figura.



Este método no nos lo hemos inventado por arte magia. Este proceso ha consistido en aplicar el resultado conocido como el teorema de Pick, demostrado por Georg Alexander Pick en 1899. Pasamos a enunciarlo.

Sea un polígono simple cuyos vértices tienen coordenadas enteras. Si B es el número de puntos enteros en el borde, I el número de puntos enteros en el interior del polígono, entonces el área A del polígono se puede calcular con la fórmula

$$A = I + \frac{B}{2} - 1.$$

Observemos que este método no es tan potente como parece, pues por la forma que tienen estos polígonos, su área será o bien x, o bien $x + 0{,}5$, donde x es un número natural. No obstante, se recomienda al lector que compruebe con *Geogebra* que, efectivamente, esta fórmula es cierta.

Referencias

[1] *Wikipedia: Teorema de Pick*.

■

Responsables de las secciones

➼ Actividad Matemática en la UAL

- *Actividades organizadas*: Helena Martínez Puertas (hmartinez@ual.es) y Sergio Martínez Puertas (spuertas@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Inmaculada López García (milopez@ual.es).

➼ De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria

- *Experiencias docentes*: David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), Nuria Pardo Vidal (penuria@gmail.com) y Aurora Sánchez Gordo (aurosanchezg@gmail.com).
- *Enseñanza bilingüe*: Daniel Prados Torrecillas (plurilinguismo.dpal.ced@juntadeandalucia.es).

➼ Divulgación Matemática

- *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es), Florencio Castaño Iglesias (fci@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
- *Concurso de problemas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es), Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es), Francisco Luzón Martínez (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón Cerdán (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).

➼ Territorio Estudiante: Natalia Expósito Salmerón (naexsal@gmail.com), Antonio Jesús Martínez Aparicio (angema8@gmail.com), Miguel Martínez Teruel (mglmtztrl@gmail.com), Paula Ortega Trigo (ortegatrigo612@gmail.com), Joaquín Porcel Maleno (j.porcelmaleno@gmail.com) y Álvaro Videgain Barranco (alvarovidegain4@gmail.com).

ISSN 1988-5318