

TRABAJO FIN DE MÁSTER

*Máster Universitario de Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato*

LA TÉCNICA DEL PUZZLE PARA ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES



Autor: JOSÉ FRANCISCO LÓPEZ MELLADO
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS
Tutor UAL: JOSÉ CARMONA TAPIA
Curso: 2011 / 2012



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

LA TÉCNICA DEL PUZZLE PARA ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

Memoria de TRABAJO FIN DE MÁSTER realizada bajo la tutela del Doctor José Carmona Tapia del Departamento de Álgebra y Análisis Matemático de la Universidad de Almería que presenta José Francisco López Mellado, dentro del Máster Universitario de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Fdo.: José Francisco López Mellado

VºBº del Tutor

Fdo.: José Carmona Tapia

ÍNDICE

1. Presentación	4
2. Unidad didáctica	4
2.1. Identificación de la unidad	4
2.2. Contextualización y justificación de la unidad	5
2.2.1. Justificación	5
2.2.2. Ubicación de la unidad	5
2.2.3. Características del centro y alumnado	6
2.2.4. Conocimientos previos	7
2.3. Objetivos didácticos	7
2.4. Competencias básicas	8
2.5. Contenidos	9
2.5.1. Conceptos	9
2.5.2. Procedimientos	10
2.5.3. Actitudes, valores y normas	10
2.6. Interdisciplinariedad	10
2.7. Atención a la diversidad	12
2.8. Metodología	12
2.9. Temporalización	17
2.10. Materiales y recursos	17
2.11. Secuenciación de las sesiones	18
2.12. Evaluación	46
2.12.1. Criterios de evaluación	46
2.12.2. Instrumentos de evaluación	48
2.12.3. Criterios de calificación	49
3. Conclusiones	49
4. Referencias	50

1. PRESENTACIÓN

En este Trabajo Fin de Máster se presenta una propuesta de Unidad Didáctica acerca de las Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones dirigida a alumnos de 3º de ESO. Se debe de tener siempre presente en el aula la importancia de las Matemáticas como elemento de la cultura, buscando aplicaciones de las ecuaciones en la vida cotidiana así como materiales y formas de enseñanza novedosas que capten la atención de los alumnos.

Expondremos la unidad haciendo referencia a cada uno de los elementos que la componen: contenidos, objetivos, temporalización, competencias básicas, metodología, recursos, atención a la diversidad, evaluación, etc. Además incluimos una secuenciación completa de las diferentes sesiones que compone esta unidad didáctica destacando los aspectos más importantes de cada una de ellas.

En esta propuesta, la metodología usada será la técnica del puzzle de Aronson. Las virtudes del puzzle de Aronson no son pocas. Entre ellas destacan las siguientes:

- Implica al alumno en el proceso de aprendizaje de forma activa y dinámica.
- Le proporciona autonomía y responsabilidad en el aprendizaje propio.
- Le involucra de manera responsable en el aprendizaje del compañero.

Y para finalizar, encontramos las conclusiones y las referencias bibliográficas donde aparecen recogidos todos los documentos consultados para la realización de este trabajo.

2. UNIDAD DIDÁCTICA

2.1. IDENTIFICACIÓN DE LA UNIDAD

Como se puso de manifiesto en la presentación, nos vamos a centrar en las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones dirigidas al curso de 3º de ESO.

Título de la Unidad: Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.

Materia: Matemáticas.

Nivel educativo: 3º de ESO.

Trimestre: Tercero.

2.2. CONTEXTUALIZACIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD

2.2.1. JUSTIFICACIÓN

Esta Unidad Didáctica, referida a la materia de matemáticas de 3º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO), lleva por título *Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones*. Con ella se pretende que el alumno desarrolle su aprendizaje a través de la técnica del puzzle de Aronson. Es una técnica de aprendizaje cooperativo con tres décadas de éxito en reducir conflicto racial y aumentar resultados educativos. Como en un rompecabezas, cada pedazo--cada estudiante--es esencial para la terminación y la comprensión completa del producto final. Si la pieza que aporta cada estudiante es esencial, entonces cada estudiante es esencial; y eso es lo que hace esta estrategia tan eficaz [1]

El objetivo principal es que los alumnos sean capaces de resolver, analizar, representar y sacar conclusiones a partir de las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones. La ciencia utiliza ecuaciones para enunciar de forma precisa leyes, como por ejemplo una de las teorías más famosas de Einstein viene dada por la ecuación $E = mc^2$; estas ecuaciones expresan relaciones entre variables. El campo de aplicación de las ecuaciones es inmenso, y por ello hay una gran cantidad de investigadores dedicados a su estudio.

2.2.2. UBICACIÓN DE LA UNIDAD

Teniendo en cuenta la *LOE 2/2006, de 3 de mayo, RD 1631/2006, de 29 de diciembre*, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la ESO y la *Orden de 10 de agosto del 2007*, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la ESO en Andalucía, nuestra Unidad Didáctica la podemos ubicar en el Bloque 3: Álgebra.

A continuación mostramos una posible distribución de unidades a lo largo del curso:

Bloque de Contenidos	Unidades Didácticas
Bloque 1: Contenidos comunes	Integrado en las 16 unidades didácticas
Bloque 2: Números	U1. Números reales.
	U2. Potencias y raíces.
	U3. Proporcionalidad directa e inversa.
	U4. Sucesiones. Progresiones.
Bloque 3: Álgebra	U5. Polinomios.
	U6. División de polinomios. Raíces.
	U7. Expresiones fraccionarias. Radicales.
	U8. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.
Bloque 4: Funciones y gráficas	U9. Funciones
	U10. Funciones lineales y cuadráticas.

Bloque 5: Geometría	U11. Geometría del plano.
	U12. Traslaciones, giros y simetrías en el plano.
	U13. Figuras y cuerpos geométricos.
Bloque 6: Estadística y Probabilidad	U14. Tablas y gráficos estadísticos.
	U15. Parámetros estadísticos.
	U16. Sucesos aleatorios. Probabilidad.

Está ubicada entre la unidad 7, *Expresiones fraccionarias y radicales* del mismo Bloque 3: Álgebra y la unidad 9, *Funciones*, correspondiente al Bloque 4: Funciones y gráficas [9]

2.2.3. CARACTERÍSTICAS DEL CENTRO Y ALUMNADO

Esta Unidad Didáctica va destinada a alumnado de 3º ESO, cuyo centro se ubica en el núcleo urbano del municipio, situado éste, en la zona del levante almeriense a 115 Km. de la capital de provincia. En cuanto al entorno socioeconómico del centro, se puede comentar que es de un carácter muy heterogéneo.

La actividad económica predominante en el municipio es la derivada del sector servicios, que representa un 73,56% del total, seguida por el sector de la construcción con un 16,84%. En el ámbito cultural, existen en el municipio dos espacios escénicos públicos, uno de ellos funcionando como teatro y sala de exposiciones y el otro, dedicado a representaciones teatrales y exhibición de películas regularmente. La localidad cuenta también con una Biblioteca Pública Municipal y un Centro de Nuevas Tecnologías [10]

Entre los 14 y 16 años, los chicos y chicas pasan de una estructura centrada en la familia a una mayor integración en un sistema de iguales. Es el momento también en el que empiezan a sentirse miembros de una cultura propia con unos hábitos, unas modas y unas inquietudes que suelen ser distintas a las de la propia familia. En este periodo, los jóvenes conceden gran importancia a la estética personal y a la comparación con los demás. Los cambios en la imagen personal pueden llegar a originar conflictos relacionados con la aceptación del propio cuerpo.

El grupo clase está formado por 18 alumnos. Se caracterizan por tener una capacidad de aprendizaje adecuada para trabajar la asignatura de Matemáticas, aunque algunos tienen más dificultades que otros para adquirir contenidos matemáticos. Se trata de un número heterogéneo, con mayor número de niñas que de niños y con una cantidad importante de alumnos procedentes de otros países (Inglaterra, Rumanía, Lituania, Pakistán, etc.), pero esto no es un impedimento en su proceso de aprendizaje, al menos, en la asignatura de Matemáticas.

2.2.4. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Casi la totalidad de los contenidos que se van a desarrollar a lo largo de la unidad didáctica no son nuevos para el alumnado. En 2º ESO vieron la mayoría de los conceptos con un menor grado de profundidad.

La mayoría del grupo clase también conoce la metodología que se va a desarrollar a lo largo de toda la unidad didáctica, la técnica del puzzle de Aronson. No obstante, en la primera sesión se les recordará en qué consiste dicha técnica. [2]

Para la buena marcha de las sesiones será necesario que el alumno domine parcialmente los siguientes contenidos:

- Monomios: grado.
- Polinomios: grado y valor numérico.
- Operaciones con monomios y polinomios.
- Igualdades notables.
- Igualdad, identidad y ecuación.
- Ecuaciones de primer grado.
- Ecuaciones equivalentes.
- Métodos de resolución de ecuaciones de primer grado.
- Ecuaciones de segundo grado.
- Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- Resolución de sistemas con ayuda de tablas.
- Métodos de sustitución, igualación y reducción.

2.3. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

Los objetivos se entienden como las intenciones que orientan el diseño y la realización de las actividades necesarias para conseguir las finalidades educativas. Son elementos que guían y ayudan al profesor en la organización de su labor de enseñanza.

Se pretende desarrollar las capacidades expresadas por los siguientes objetivos:

1. Distinguir si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación.
2. Reconocer los elementos y el grado de una ecuación mediante lenguaje algebraico.
3. Determinar si un número es o no solución de una ecuación.
4. Reconocer si dos ecuaciones son o no equivalentes.
5. Hallar ecuaciones equivalentes a una dada aplicando la regla de la suma y el producto.
6. Resolver ecuaciones de primer grado.
7. Plantear y resolver problemas de ecuaciones de primer grado.
8. Resolver ecuaciones completas de segundo grado mediante la fórmula.
9. Resolver ecuaciones incompletas de segundo grado mediante el método más adecuado.
10. Determinar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado utilizando el valor del discriminante.

11. Plantear y resolver problemas de ecuaciones de segundo grado.
12. Determinar si un par de números es solución de un sistema de ecuaciones.
13. Reconocer si dos sistemas de ecuaciones son o no equivalentes.
14. Representar gráficamente un sistema de ecuaciones y obtener su solución.
15. Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante los métodos de sustitución y reducción.
16. Plantear y resolver problemas reales mediante sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

2.4. COMPETENCIAS BÁSICAS

Según el **D231/2007** se entiende por competencias básicas de la educación secundaria obligatoria el conjunto de destrezas, conocimientos y actitudes adecuadas al contexto que todo el alumnado que cursa esta etapa educativa debe alcanzar para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la integración social y el empleo.

El currículo de la educación secundaria obligatoria deberá incluir, de acuerdo con lo recogido en el Anexo I del **RD 1631/2006, de 29 de diciembre**, al menos las siguientes competencias básicas:

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia de razonamiento matemático
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico y natural
- Competencia digital y tratamiento de la información
- Competencia social y ciudadana
- Competencia cultural y artística
- Competencia y actitudes para seguir aprendiendo de forma autónoma a lo largo de la vida
- Competencia para la autonomía e iniciativa personal

En cada sesión se va a contribuir parcialmente al desarrollo de unas competencias. En la siguiente tabla se muestra un resumen de estas:

Competencia	Sesiones											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Comunicación lingüística	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Matemática	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Conocimiento e interacción con el mundo físico			x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Aprender a aprender	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Autonomía e iniciativa personal	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	

En todas las sesiones, salvo en la última, que será la del examen, se va a contribuir parcialmente a la competencia en comunicación lingüística, ya que tendrán que usar tanto la comunicación oral como la escrita a la hora de llevar a cabo la TPA. La competencia matemática la tendremos presente en todas y cada una de las sesiones. La competencia de conocimiento e interacción con el mundo físico se va a desarrollar parcialmente mediante ejemplos, ejercicios y problemas que hagan relacionar las matemáticas con el mundo físico. Aprender a aprender supone disponer de habilidades para iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuar aprendiendo de manera cada vez más eficaz y autónoma de acuerdo a los propios objetivos y necesidades, con el uso de la TPA se desarrolla parcialmente esta competencia, al igual que la de autonomía e iniciativa personal ya que esta metodología le da una mayor libertad al alumno a la hora de tomar decisiones acerca del proceso de enseñanza aprendizaje.

2.5. CONTENIDOS

Los contenidos de esta Unidad Didáctica pertenecen al Bloque3, Álgebra establecido en el RD 1631/200, así como a los Núcleos temáticos transversales: 1, Resolución de problemas; 2, Uso de recursos TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y 3, Dimensión histórica, social y cultural de las matemáticas, establecidos en la Orden de 10 de agosto de 2007 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía.

Se entienden los contenidos como el conjunto de saberes en los cuales se organizan las actividades. Constituyen el elemento que el profesor/a trabaja con el alumnado para conseguir las capacidades expresadas en los objetivos. Los contenidos de esta unidad son:

2.5.1. CONCEPTOS

Contenidos de tipo conceptual que los alumnos deben saber una vez finalizada la Unidad Didáctica:

- Identidad y ecuación.
- Incógnita, coeficientes, miembros, términos y grados.
- Ecuaciones de primer grado.
- Ecuaciones completas e incompletas de segundo grado.
- Discriminante de una ecuación de segundo grado.
- Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- Resolución de un sistema de ecuaciones.
- Método gráfico.
- Método de sustitución.
- Método de reducción.

2.5.2. PROCEDIMIENTOS

Contenidos de tipo procedimental que han de llevarse a cabo en la Unidad Didáctica:

- Obtención de ecuaciones equivalentes a una dada por las reglas de la suma y el producto.
- Resolución de ecuaciones de primer grado.
- Resolución de ecuaciones completas de segundo grado mediante la fórmula general.
- Resolución de ecuaciones incompletas de segundo grado mediante el método más adecuado.
- Utilización de las ecuaciones de primer y segundo grado en el planteamiento y resolución de problemas de la vida real.
- Obtención de la representación gráfica de un sistema, análisis del tipo al que pertenece y determinación de sus soluciones.
- Resolución de sistemas de ecuaciones aplicando los métodos de sustitución, igualación y reducción.
- Aplicación de los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas al planteamiento y resolución de problemas reales.

2.5.3. ACTITUDES VALORES Y NORMAS

Actitudes, valores y normas que deben estar presentes en toda la Unidad Didáctica:

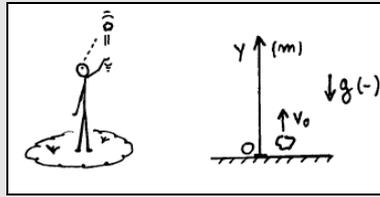
- Valoración del lenguaje algebraico como un lenguaje claro, conciso y útil para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.
- Aprecio de la necesidad de seguir las fases del método de resolución de problemas.
- Valoración de los sistemas de ecuaciones como un mecanismo sencillo y útil para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.
- Gusto por la presentación clara y sistemática de los cálculos realizados.

2.6. INTERDISCIPLINARIEDAD

Esta unidad didáctica está relacionada con el movimiento de los cuerpos que se imparte en la asignatura de física en este curso. En este sentido, los alumnos deben resolver problemas en los que intervienen la velocidad de un cuerpo, el espacio que recorre y el tiempo que tarda en hacerlo, etc.

✚ **Ejemplo:** Un señor tira una piedra para arriba con una velocidad inicial de 40 m / s. ¿Qué tiempo tarda en llegar a la altura máxima?

Resolución:



Las ecuaciones horarias para un tiro vertical son :

$$Y = Y_0 + V_{0Y}t + \frac{1}{2}gt^2$$
$$V_{fY} = V_{0Y} + gt$$

Remplazando los datos nos queda:

$$Y = 0 + 40 \frac{m}{s} t + \frac{1}{2} \left(-10 \frac{m}{s^2} \right) t^2$$

$$V_f = 40 \frac{m}{s} + \left(-10 \frac{m}{s^2} \right) t$$

Cuando el cuerpo llega a la altura máxima su velocidad es cero.
Entonces reemplazo V_f por cero en la ecuación de la velocidad. Queda:

$$0 = 40 \frac{m}{s} + \left(-10 \frac{m}{s^2} \right) t_{max}$$

Despejando $t_{max} = 4 \text{ seg}$

2.7. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

Según la Orden **de 25 de julio de 2008** de atención a la diversidad que recoge lo dispuesto en la **LOE** y **LEA**, se considera alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo aquel con necesidades educativas especiales, el que precise acciones de carácter compensatorio y el que presente altas capacidades intelectuales.

El centro dispone de un protocolo de actuación a la diversidad del alumnado que puede ser consultado en El Proyecto Educativo.

- Actividades de refuerzo: Permitirán que los alumnos con dificultades de aprendizaje alcancen los mismos objetivos que el resto del grupo-clase.
- Actividades de ampliación: Permiten a los alumnos que superen los objetivos con una progresión por encima del resto, profundizar en los conocimientos de la unidad correspondientes.

2.8. METODOLOGÍA

La intención es llevar a cabo clases motivadoras, dinámicas y participativas, creando de esta forma un ambiente distendido en el que el alumno/a se sienta predispuesto a aprender. Para ello se programará una amplia variedad de actividades y se introducirán en las clases diferentes métodos de aprendizaje haciendo que el alumno desarrolle los contenidos de una forma más activa.

La técnica puzzle de Aronson (TPA) es una herramienta fundamental para confrontar diversos puntos de vista, para aplicar una metodología dinámica y funcional y aumentar las competencias del alumnado [2]

Se encuadra dentro del aprendizaje significativo, puesto que considera al alumnado el verdadero protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje [3]

Se trata, por tanto, de atender a la diversidad del alumnado, entendiendo que existen diversas formas de operar, multitud de intereses, valores y capacidades.

La técnica puzzle de Aronson es una técnica de aprendizaje cooperativo que ha sido aplicada en multitud de campos. El uso de esta técnica tiene por objetivos:

- Mejorar el aprendizaje cooperativo.
- Rentabilizar el uso de las tutorías individuales y grupales.
- Fomentar una actitud positiva entre los miembros del grupo.
- Aumentar el rendimiento académico.
- Favorecer el aprendizaje significativo y autodirigido.
- Fomentar el estudio continuado de una materia, de forma que el alumnado no memoriza, sino que madura el conocimiento.
- Desarrollar la solidaridad y el compromiso cívico entre el alumnado.

- Desarrollar habilidades sociales para relacionarse con el grupo y exponer de forma asertiva el propio punto de vista.
- Fomentar la autonomía en el aprendizaje.
- Atender la diversidad de intereses, valores, motivaciones y capacidades del alumnado.

Desarrollo

Para la aplicación de la TPA, proponemos una experiencia educativa con los siguientes pasos:

Paso 1: explicación de la TPA al gran grupo

Se explica al alumnado en qué consiste y se le motiva en la puesta en marcha. Resulta relevante que el docente conozca al alumnado para configurar los grupos posteriormente [4]

También se le puede instruir en habilidades sociales básicas para interactuar en grupo y en técnicas de trabajo intelectual para preparar la información posterior. Bastará con dar unas directrices lógicas [5]

El grupo debe tener su espacio de crecimiento por lo que dirigir totalmente el proceso puede resultar contraproducente para favorecer el ingenio y la creatividad. Se explica la temática que se va a tratar. Al formar los grupos es necesario que sus respectivos miembros desarrollen una serie de normas y criterios sobre los cuales organizar el trabajo futuro.

Paso 2: configuración del grupo base

La TPA consiste básicamente en la fabricación de un grupo compuesto por tres o cuatro miembros. El área objeto de aprendizaje se subdivide en tantas categorías como personas componen el grupo. Es importante dar tiempo para que el grupo se conozca, dialogue e incluso cree unas normas de funcionamiento, tal como se ha descrito. El grupo formado se denomina “grupo base”.

Una vez construido dicho grupo, cada miembro del mismo selecciona un subtema. Es recomendable que no recaiga la misma temática en el mismo sujeto en reiteradas ocasiones. Por tanto, una de las reglas es que no se puede elegir un tema en el cual se hubiera ejercido el rol de tutor o experto con anterioridad.

Vamos a diferenciar tres roles bien diferenciados en cada grupo. Líder, moderador y secretario. El líder será la voz del grupo ante el docente, el encargado de trasladarle al profesor cualquier duda que no se haya podido resolver con la ayuda del grupo. El moderador se encargará de generar buen ambiente de trabajo así como de controlar el tiempo en cada una de las reuniones del grupo. Y por último el secretario será el que guarde y recoja toda la información de las distintas sesiones.

Paso 3: diseño y puesta en marcha del grupo de expertos

Una vez que cada persona ha seleccionado una temática distinta, se reúnen todos los miembros de los diferentes grupos que mantengan en común el mismo capítulo o tema o subtema para elaborar. Este nuevo grupo recibe el nombre de “grupo de expertos”. En este nuevo grupo, los miembros mantienen entre sí una relación temática. Cada uno de ellos debe formarse y exponer el mismo tema, para que cuando regresen de nuevo a su grupo base, manejen el tema con soltura y puedan explicar cada cual su capítulo con destreza al resto de miembros del grupo original.

Una vez hecho esto, se realiza un informe final grupal -entre otros documentos que se consideren pertinentes- que tenga en consideración:

- Resumen de cada parte.
- Ventajas e inconvenientes que han surgido a la hora de explicar las diferentes perspectivas y ponerlas en común.

Paso 4: reencuentro en el grupo base

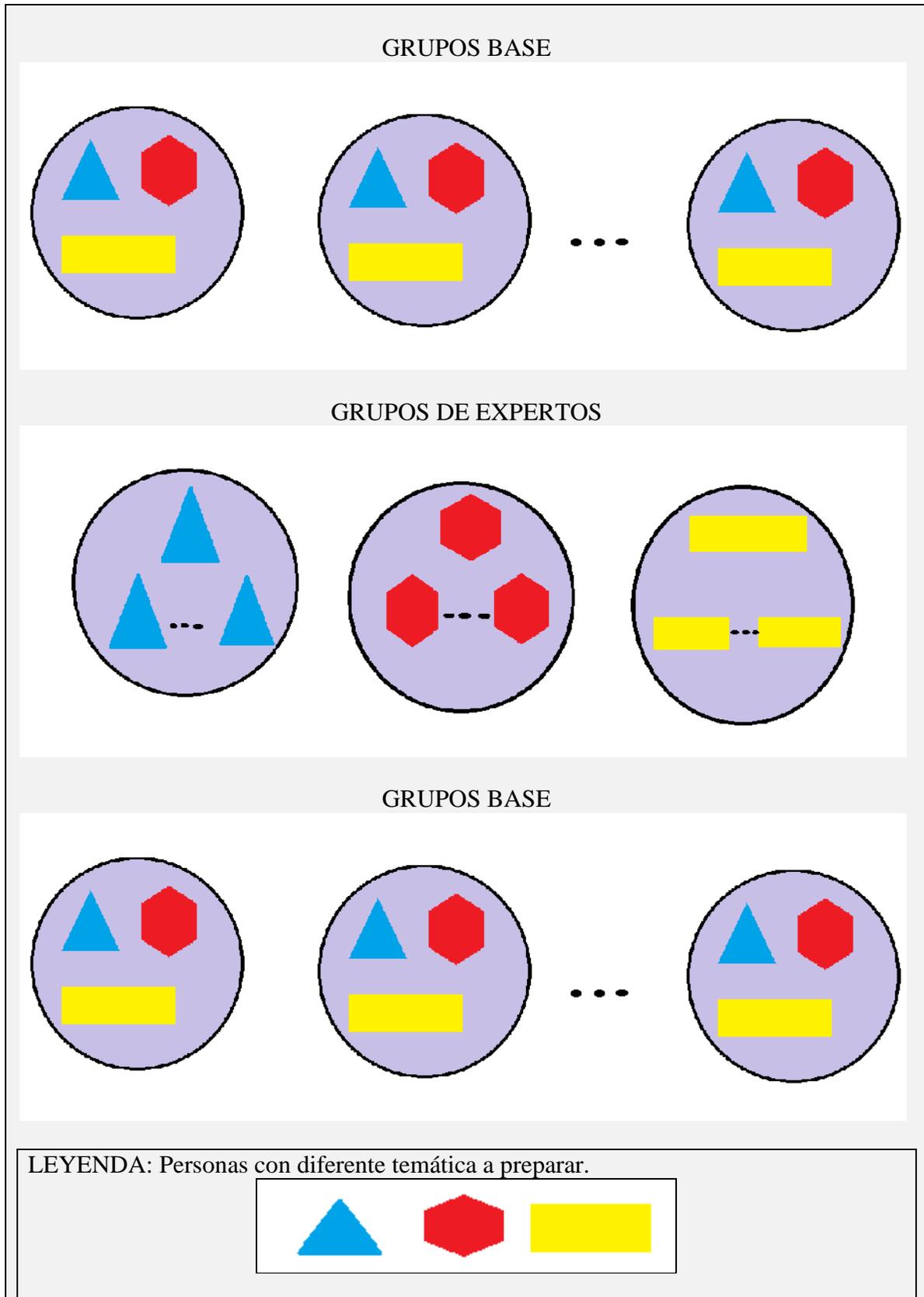
Los expertos vuelven a su grupo original y cada uno de ellos explica al resto lo que ha aprendido. Cada uno de los miembros del grupo base se forma en el resto de temáticas de sus compañeros de forma que, al final, todos los sujetos sean expertos de todas las temáticas.

Pasó 5: evaluación

Al final de la clase es necesario realizar algún tipo de prueba sobre el material (test, cuestionario, etc.) para que los alumnos tengan la impresión de que la actividad que han realizado es importante y no se trata de un juego.

Representación gráfica:

A continuación, se expone el desarrollo gráfico de la TPA para grupos de 4 alumnos, nosotros lo llevaremos a cabo para 3.



El profesor debe ir de grupo en grupo para observar el proceso. En el caso de detectar algún problema en algún grupo (por ejemplo un alumno que domina o molesta), el profesor debe realizar una intervención adecuada.

La TPA de Aronson ha sido utilizada con resultados positivos en grupos de distinto nivel y estilos de aprendizaje. Los resultados son positivos encontrándose aumento del rendimiento académico, aumento en los niveles de autoeficacia, mejora de las relaciones grupales, desarrollo de las habilidades sociales, integración dentro del grupo, entre otros.

Pero no todo es maravilloso cuando se utiliza aprendizaje cooperativo mediante la técnica del Puzzle. A continuación se exponen algunos de los problemas que pueden surgir cuando se trabaja en el aula con la metodología del Puzzle:

- **El estudiante dominante:** Para paliar este problema haremos que los roles de los alumnos vayan cambiando, dándole mayor importancia al grupo. Los alumnos rápidamente perciben que es mucho más eficaz el funcionamiento del grupo si todos pueden participar y exponer sus contribuciones, comentarios y preguntas.
- **El estudiante lento:** Combatiremos este problema utilizando el grupo de expertos. El estudiante escuchará a los compañeros que han preparado la misma temática y esto le ayudara a entender mejor dicha parte antes de presentarlo a su grupo base.
- **Los estudiantes brillantes que se aburren:** El aburrimiento en la clase puede ser un problema con independencia del método de aprendizaje que se utilice. Se ha demostrado que el grado de aburrimiento cuando se utilizan esta técnica es inferior que con las metodologías tradicionales. Para estos alumnos, está el rol de “profesor”, transformando una experiencia de aprendizaje aburrida en otra estimulante intelectualmente. Se trata de un reto para el alumno brillante el explica la temática de la que no es experto.
- **Los estudiantes entrenados para competir:** Los hábitos de aprendizaje competitivos adquiridos a lo largo de todas las etapas de nuestra formación no son fáciles de romper. A pesar de esto la experiencia ha demostrado que después de un periodo de entrenamiento los alumnos muestran una buena predisposición para el aprendizaje cooperativo incluso cuando no se introduce en las primeras etapas de la escolarización. Para ello, como vimos anteriormente, le daremos más importancia a lo grupal que a lo individual.

2.9. TEMPORALIZACIÓN

Nuestra UD consta de 12 sesiones de 60 minutos cada una. La temporalización de las sesiones se muestra en el siguiente cuadro.

SESIONES	TIPO	
Sesión 1	Teoría	<ul style="list-style-type: none">• Ecuación-Solución de una ecuación.• Identidad-Ecuaciones equivalentes.• Reglas de la suma y del producto.
Sesión 2	Práctica	
Sesión 3	Teoría	<ul style="list-style-type: none">• Ecuación de primer grado.• Ecuación de primer grado con paréntesis.• Ecuación de primer grado con denominadores.
Sesión 4	Práctica	
Sesión 5	Teoría	<ul style="list-style-type: none">• Ecuación de segundo grado.• Ecuación incompleta de segundo grado.• Ecuación completa de segundo grado.
Sesión 6	Práctica	
Sesión 7	Teoría	<ul style="list-style-type: none">• Sistema de ecuaciones lineales.• Solución de un sistema de ecuaciones lineales.• Sistemas equivalentes.
Sesión 8	Práctica	
Sesión 9	Teoría	<ul style="list-style-type: none">• Método de sustitución.• Método de reducción.• Método gráfico.
Sesión 10	Práctica	
Sesión 11	Práctica	1. Problemas
Sesión 12	Teoría/Práctica	2. Examen final.

2.10. MATERIALES Y RECURSOS

Recursos espaciales: El lugar habitual de trabajo del alumnado será el aula. Los alumnos se dividirán en grupos de 3 integrantes y para trabajar mejor las mesas se dispondrán de cuatro en cuatro enfrentadas dos a dos. Esta forma de trabajo se llevará a cabo en las sesiones 1 a 11. En la última sesión los alumnos trabajarán de manera individual.

Recursos temporales: Cada una de las sesiones consta de 60 minutos de duración. En estas sesiones los alumnos llevarán a cabo la TPA tanto en la teoría como en la práctica.

Agrupamientos: El profesor formará grupos de 3 integrantes según las características del alumnado. Se pretende que los grupos sean lo más heterogéneos posibles para favorecer la cooperación entre alumnos y el enriquecimiento personal de cada uno. El grupo clase está formado por 18 alumnos por lo que se formarán 6 grupos base. Las reuniones de expertos la formarán 6 alumnos, compuesto por cada uno de los alumnos del grupo base que tengan la misma temática a preparar.

Materiales: Para desarrollar la actividad los alumnos dispondrán del siguiente material:

- Libro de texto.
- Apuntes del profesor.

2.11. SECUENCIA DEL TRABAJO

SESIÓN 1

CONTENIDOS BÁSICOS: Identidad, ecuación, incógnita, coeficientes, miembros, términos y grados.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Distinguir si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación.
- Reconocer los elementos y el grado de una ecuación mediante lenguaje algebraico.
- Determinar si un número es o no solución de una ecuación.
- Reconocer si dos ecuaciones son o no equivalentes.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

Esta es la primera sesión por lo que nos servirá de introducción al tema. El alumno conoce la mayor parte de los contenidos que se van a dar en ella de cursos anteriores. Realmente, se puede decir que se trata de un repaso.

El comienzo de la sesión tiene que ser motivador. El profesor deberá de relacionar el tema con la vida cotidiana. Explicará el método de evaluación que se va a llevar a cabo en la unidad didáctica así como la metodología que se va a llevar a cabo durante toda la unidad.

SECUENCIACIÓN



Paso 1: Explicación de la Técnica del Puzzle de Aronson al gran grupo (5 min)

Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Se van a formar grupos de tres alumnos, que serán los mismos durante toda la unidad didáctica. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo, parte del total de toda la teoría que se va a ver en esta sesión. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Ecuación. Solución de una ecuación.
2. Identidad. Ecuaciones equivalentes.
3. Reglas de suma y producto.

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo encargados de preparar la misma parte teórica. Habrá un grupo de expertos dedicado a las ecuaciones y sus soluciones, un segundo grupo de expertos donde se tratarán los conceptos de identidad y ecuación equivalente y un tercero donde trabajaran las reglas de la suma y el producto. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y/o ampliar la información de que disponían hasta ese momento. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (20 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros la parte de información que le había correspondido, ayudándose del material previamente preparado. El objetivo es tener los conceptos de identidad, ecuación equivalente, soluciones de una ecuación y las reglas de la suma y el producto claros para poder llevar a cabo la siguiente sesión, ya que en ella se realizarán ejercicios que requieran de estos conocimientos.

Autoevaluación de la sesión (5 min)

Plantilla de autoevaluación: Para cada una de las categorías de evaluación que se muestran a continuación coloca 0, 1 o 2 en la casilla que más se aproxime a las

características y actuaciones del grupo. Usa la siguiente clave 0= En desacuerdo; 1= De acuerdo; 2= Totalmente de acuerdo.

AUTOEVALUACIÓN	
Nombre y Apellido del alumno: Sesión nº:	
Puntuación (0,1,2)	Categorías de evaluación
	Acepto las críticas y no impongo mi punto de vista.
	Al repartir las tareas, acepto la que me ha tocado y lo realizo lo mejor que puedo.
	Termino todos los trabajos asignados al grupo a tiempo.
	Escucho atentamente a los otros miembros del equipo.
	Contribuyo a las discusiones en grupo.
	Aporto información nueva y relevante en las discusiones que realiza el grupo.
	Al debatir en el grupo, espero mi turno para hablar.
	Escucho atentamente a las dudas y exposiciones de los otros equipos y tomo nota de otras formas de resolver los ejercicios/problemas.

SESIÓN 2

CONTENIDOS BÁSICOS: Identidad, ecuación, incógnita, coeficientes, miembros, términos y grados.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Distinguir si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación.
- Reconocer los elementos y el grado de una ecuación mediante lenguaje algebraico.
- Determinar si un numero es o no solución de una ecuación.
- Reconocer si dos ecuaciones son o no equivalentes.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

Nos encontramos en la segunda sesión. Los alumnos ya tienen cierta soltura en los conocimientos básicos. Esta sesión se dedicará a la realización de ejercicios relacionados con los conceptos teóricos vistos en la primera sesión.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión del grupo base. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo un ejercicio. Se reparte de forma que cada componente debe convertirse en experto en:

1. Ejercicio 1 (Ecuación. Solución de una ecuación)
2. Ejercicio 2 (Ecuaciones equivalentes)
3. Ejercicio 3 (Reglas de suma y producto)

❖ Ejercicio 1

Relaciona cada ecuación con su número de soluciones:

$$5x = 15$$

$$x^2 + 7 = 0$$

$$x^2 + 9 + 6x = (x + 3)^2$$

$$x^2 - 25 = 0$$

Infinitas soluciones

2 soluciones

1 solución

0 soluciones

❖ Ejercicio 2

Escribe dos ecuaciones equivalentes a la siguiente ecuación:

$$3x - 25 = x + 15$$

❖ Ejercicio 3

Resuelve la siguiente ecuación usando las reglas de la suma y el producto:

$$6x + 4x - 4 = 60 + 2x$$

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo base encargados de preparar el mismo ejercicio. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y corregir el ejercicio asignado sobre ecuaciones. Los ejercicios versan sobre los contenidos teóricos que se desarrollaron en la sesión anterior. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros el ejercicio que le ha tocado, ayudándose del material previamente preparado. Por lo que al final, todo el grupo podrá encontrar soluciones a las ecuaciones sencillas de primer grado y saber cuando dos ecuaciones son equivalentes.

Los últimos 15 min de esta sesión se llevará a cabo una prueba de tipo individual.

1. En mi clase somos 36, y hay el triple de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay?

2. Encuentra las posibles soluciones:

- $5x + 5 = 15$
- $x^2 - 1 = 0$
- $\frac{x+1}{x+1} = 1$
- $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

3. ¿Son equivalentes las siguientes ecuaciones?

$$5x + 22 = 2x + 49$$
$$3x = 27$$

4. Resuelve la ecuación

$$7x + 4x - 25 = 8x - 50$$

✚ Tarea voluntaria para casa:

Los cuadrados mágicos cumplen que la suma de cualquiera de sus filas, columnas o diagonales es siempre la misma.

$x + 2$		
	x	$x - 1$
$x - 3$		$x - 2$

- a) Copia y rellena los huecos que faltan.
- b) Averigua cuánto vale x si la suma de este cuadrado mágico es 33.
- c) Si sumas 1 a todas las casillas del cuadrado, ¿sigue siendo un cuadrado mágico? ¿Por qué? Compruébalo.

SESIÓN 3

CONTENIDOS BÁSICOS: Ecuaciones de primer grado, ecuaciones de primer grado con paréntesis, ecuaciones de primer grado con denominadores.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Plantear y resolver problemas de ecuaciones de primer grado.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

Esta es la tercera sesión. Como pasó en la anteriores sesiones, el alumnado conoce la mayor parte de los contenidos que se van a dar en ella de cursos anteriores. Esta sesión desarrollará las ecuaciones de primer grado en sus distintas modalidades de una forma teórica.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión de los distintos grupos. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo, parte del total de los contenidos que han de aprender y desarrollar. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Ecuaciones de primer grado.
2. Ecuaciones de primer grado con paréntesis.
3. Ecuaciones de primer grado con denominadores.

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (20 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo puzzle encargados de preparar la misma parte. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y/o ampliar la información acerca de las ecuaciones de primer grado, ecuaciones de primer grado con paréntesis o ecuaciones de primer grado con denominadores. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Nos encontramos con una dependencia entre los tres puntos, pero el alumno trabajó en 2º ESO en profundidad el primer punto.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros la parte teórica acerca de las ecuaciones de primer grado que le había correspondido, ayudándose del material previamente preparado. El objetivo es tener el tema suficientemente preparado puesto que al final de la cuarta sesión se realizará una prueba de esta parte.

Autoevaluación de la sesión (5 min)

Plantilla de autoevaluación: Para cada una de las categorías de evaluación que se muestran a continuación coloca 0, 1 o 2 en la casilla que más se aproxime a las características y actuaciones del grupo. Usa la siguiente clave 0= En desacuerdo; 1= De acuerdo; 2= Totalmente de acuerdo.

AUTOEVALUACIÓN	
Nombre y Apellido del alumno: Sesión nº:	
Puntuación (0,1,2)	Categorías de evaluación
	Acepto las críticas y no impongo mi punto de vista.
	Al repartir las tareas, acepto la que me ha tocado y lo realizo lo mejor que puedo.
	Termino todos los trabajos asignados al grupo a tiempo.
	Escucho atentamente a los otros miembros del equipo.
	Contribuyo a las discusiones en grupo.
	Aporto información nueva y relevante en las discusiones que realiza el grupo.
	Al debatir en el grupo, espero mi turno para hablar.
	Sé resolver una ecuación de primer grado sencilla.

	Sé resolver una ecuación de primer grado con paréntesis.
	Sé resolver una ecuación de primer grado con denominadores.

SESIÓN 4

CONTENIDOS BÁSICOS: Ecuaciones de primer grado, ecuaciones de primer grado con paréntesis, ecuaciones de primer grado con denominadores.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Plantear y resolver problemas de ecuaciones de primer grado.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

Nos encontramos ante la cuarta sesión. En la tercera sesión se trataron teóricamente las ecuaciones de primer grado, con paréntesis y denominadores. En esta sesión vamos a realizar ejercicios y problemas usando la técnica del puzzle acerca de dichas nociones.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión de los grupos base. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo un ejercicio. Se reparte de forma que cada componente debe convertirse en experto en:

1. Ejercicio 1 (Ecuaciones de primer grado)
2. Ejercicio 2 (Ecuaciones de primer grado con paréntesis)
3. Ejercicio 3 (Ecuaciones de primer grado con denominadores)

❖ **Ejercicio 1**

Resuelve las siguientes ecuaciones:

- $5x - 100 = x + 20$
- $2x + 2 - 3x + 6 = x + 8$

❖ **Ejercicio 2**

Resuelve estas ecuaciones con paréntesis:

- $4(x + 2) - 7(x - 2) = x + 6$
- $x + 20 = 5(x - 20)$

❖ **Ejercicio 3**

Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores:

- $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 30$
- $x - \frac{4x}{5} + 39 = x + \frac{x}{2}$

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo base encargados de preparar el mismo ejercicio. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y corregir el ejercicio de ecuaciones de primer grado, sencilla, con paréntesis o denominadores. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros el ejercicio que le ha tocado, ayudándose del material previamente preparado. Por lo que al final de dicha sesión cualquier miembro del grupo será capaz de resolver ecuaciones de primer grado tanto con paréntesis como con denominadores.

Los últimos 15 min de esta sesión se llevará a cabo una prueba de tipo individual.

1. Resuelva la siguiente ecuación:

$$5x + 4 = 19 + 2x$$

2. Resuelva la siguiente ecuación con paréntesis:

$$2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6$$

3. Resuelva la siguiente ecuación con denominadores:

$$4x + \frac{6x}{7} = \frac{3x + 2}{2} + 46$$

 Tarea voluntaria para casa:

La tercera, la cuarta, la quinta y la sexta parte de lo que llevo suman 6 euros menos de lo que llevo. ¿Cuánto llevo?

SESIÓN 5

CONTENIDOS BÁSICOS: Ecuaciones completas e incompletas de segundo grado, discriminante de una ecuación de segundo grado.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Resolver ecuaciones completas de segundo grado mediante la fórmula.
- Resolver ecuaciones incompletas de segundo grado mediante el método más adecuado.
- Determinar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado utilizando el valor del discriminante.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

En esta quinta sesión trabajaremos los conceptos de ecuación polinómica de segundo grado en todas sus vertientes y veremos qué es y para qué sirve el discriminante.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión de los grupos base. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo, parte del total de los contenidos que han de aprender y desarrollar. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Ecuación polinómica de segundo grado. Raíces de una ecuación de segundo grado. Discriminante.
2. Ecuación incompleta de segundo grado. Resolución.
3. Ecuación completa de segundo grado. Resolución.

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo encargados de preparar la misma parte. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y/o ampliar la información de que disponían hasta ese momento acerca de las ecuaciones de segundo grado. Un primer grupo de expertos se centrará en el estudio de las raíces y el discriminante, un segundo en las ecuaciones incompletas de segundo grado y un tercero en las ecuaciones completas de segundo grado. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros la parte teórica acerca de las ecuaciones de segundo grado que le haya correspondido, ayudándose del material previamente preparado. Al final de esta sesión, todos los componentes del grupo habrán tratado teóricamente las soluciones de una ecuación de segundo grado, su discriminante y sabrán resolver las ecuaciones de segundo grado tanto completas como incompletas. El objetivo es tener el tema suficientemente preparado puesto que al final de la sexta sesión se realizará una prueba de esta parte.

Autoevaluación de la sesión (5 min)

Plantilla de autoevaluación: Para cada una de las categorías de evaluación que se muestran a continuación coloca 0, 1 o 2 en la casilla que más se aproxime a las características y actuaciones del grupo. Usa la siguiente clave 0= En desacuerdo; 1= De acuerdo; 2= Totalmente de acuerdo.

AUTOEVALUACIÓN	
Nombre y Apellido del alumno: Sesión n°:	
Puntuación (0,1,2)	Categorías de evaluación
	Acepto las críticas y no impongo mi punto de vista.
	Al repartir las tareas, acepto la que me ha tocado y lo realizo lo mejor que puedo.
	Termino todos los trabajos asignados al grupo a tiempo.
	Escucho atentamente a los otros miembros del equipo.
	Contribuyo a las discusiones en grupo.
	Aporto información nueva y relevante en las discusiones que realiza el grupo.
	Al debatir en el grupo, espero mi turno para hablar.
	Sé cuantas soluciones reales tiene una ecuación de segundo grado usando el discriminante.
	Sé resolver una ecuación incompleta de segundo grado.
	Sé resolver una ecuación completa de segundo grado.

SESIÓN 6

CONTENIDOS BÁSICOS: Ecuaciones completas e incompletas de segundo grado, discriminante de una ecuación de segundo grado.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Resolver ecuaciones completas de segundo grado mediante la fórmula.
- Resolver ecuaciones incompletas de segundo grado mediante el método más adecuado.
- Determinar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado utilizando el valor del discriminante.
- Plantear y resolver problemas de ecuaciones de segundo grado.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

En esta sexta sesión llevaremos a la práctica los conocimientos adquiridos en la sesión anterior acerca de las ecuaciones polinómicas de segundo grado y los discriminantes.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Se van a formar grupos de tres alumnos. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo un ejercicio. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Ejercicio 1 (Raíces de una ecuación de segundo grado)
2. Ejercicio 2 (Resolución de ecuaciones incompletas de segundo grado)
3. Ejercicio 3 (Resolución de ecuaciones completas de segundo grado y discriminante)

❖ Ejercicio 1

- Escribe una ecuación de segundo grado que tenga por soluciones 8 y 10.
- ¿Qué ecuaciones tienen por soluciones 3 y 4?
 - a) $x^2 + 7x - 12 = 0$
 - b) $3x^2 + 3x - 28 = 1 + 3x^2$
 - c) $2 - x^2 - x^3 = 3x^2 - 2x^3 + x^3$

❖ Ejercicio 2

Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $5x^2 - 20 = 0$
- b) $3x^2 - 12x = 0$
- c) $-7x^2 = 0$

❖ Ejercicio 3

- Resuelve la siguiente ecuación:

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

- Sin revolverlas, averigua el número de soluciones de estas ecuaciones:

- a) $2x^2 + x + 2 = 0$
- b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo base encargados de preparar el mismo ejercicio sobre ecuaciones de segundo grado. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y corregir el ejercicio. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros el ejercicio acerca de las ecuaciones de segundo grado que le ha tocado, ayudándose del material previamente preparado. Al final de la sesión todos los alumnos deberán ser capaces de resolver ecuaciones de segundo grado completas e incompletas y saber sin necesidad de resolverlas cuantas soluciones tiene.

Los últimos 15 min de esta sesión se llevará a cabo una prueba de tipo individual.

ACTIVIDAD 1

Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}5x^2 - 180 &= 0 \\3x^2 + 27x &= 0 \\x^2 &= 0\end{aligned}$$

ACTIVIDAD 2

Resuelva la siguiente ecuación aplicando la expresión:

$$-x^2 + 5x - 6 = 0$$

ACTIVIDAD 3

Sin resolverla, averigua el número de soluciones de esta ecuación:

$$3x^2 - 5x - 8 = 0$$

✚ Tarea voluntaria para casa:

- Escriba las ecuaciones de segundo grado que tengan estas soluciones.
 - 2 y 1
 - -4 y 5
 - 3 y -3
- ¿Verdadero o falso? Toda ecuación de segundo grado tiene dos soluciones reales.

SESIÓN 7

CONTENIDOS BÁSICOS: Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Determinar si un par de números es solución de un sistema de ecuaciones.
- Reconocer si dos sistemas de ecuaciones son o no equivalentes.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

En esta séptima sesión nos adentraremos en los sistemas de ecuaciones lineales viendo la teoría acerca de las ecuaciones lineales con dos incógnitas, los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, cuáles son sus soluciones y qué son los sistemas equivalentes.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión de los grupos base. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo, parte del total de los contenidos que han de aprender y desarrollar. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
2. Solución de un sistema de ecuaciones lineales.
3. Sistemas equivalentes.

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo base encargados de preparar la misma parte. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, donde un primer grupo tratará los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, un segundo grupo las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales y un tercero los sistemas equivalentes, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y/o ampliar la información de que disponían hasta ese momento. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros la parte de información que le había correspondido, ayudándose del material previamente preparado. Al final de la sesión todos los alumnos habrán desarrollado los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, solución de un sistema y los sistemas equivalentes. El objetivo es tener el tema suficientemente preparado puesto que al final de la octava sesión se realizará una prueba de esta parte por lo que todos los miembros tendrá que tener claras las tres partes.

Autoevaluación individual (5 min)

Plantilla de autoevaluación: Para cada una de las categorías de evaluación que se muestran a continuación coloca 0, 1 o 2 en la casilla que más se aproxime a las características y actuaciones del grupo. Usa la siguiente clave 0= En desacuerdo; 1= De acuerdo; 2= Totalmente de acuerdo.

AUTOEVALUACIÓN	
Nombre y Apellido del alumno: Sesión n°:	
Puntuación (0,1,2)	Categorías de evaluación
	Acepto las críticas y no impongo mi punto de vista.
	Al repartir las tareas, acepto la que me ha tocado y lo realizo lo mejor que puedo.
	Termino todos los trabajos asignados al grupo a tiempo.
	Escucho atentamente a los otros miembros del equipo.
	Contribuyo a las discusiones en grupo.
	Aporto información nueva y relevante en las discusiones que realiza el grupo.
	Al debatir en el grupo, espero mi turno para hablar.
	Sé lo que es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	Sé averiguar si un par de números es la solución de un sistema de ecuaciones lineales.
	Sé cuando dos sistemas son equivalentes.

SESIÓN 8

CONTENIDOS BÁSICOS: Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Determinar si un par de números es solución de un sistema de ecuaciones.
- Reconocer si dos sistemas de ecuaciones son o no equivalentes.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

En esta sesión realizaremos algunos ejercicios y plantearemos algunos problemas acerca de los sistemas de ecuaciones lineales.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión grupos base. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo un ejercicio. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Ejercicio 1 (Planteamiento de un problema mediante sistemas de ecuaciones)
2. Ejercicio 2 (Solución de un sistema de ecuaciones)
3. Ejercicio 3 (Sistemas equivalentes)

❖ Ejercicio 1

Plantea el sistema de ecuaciones lineales para averiguar las edades:

- La suma de las edades de dos alumnos es 30 años, y su diferencia es de 4 años.

❖ Ejercicio 2

Comprueba si los valores $x = 2$ e $y = 7$ son soluciones del siguiente sistema:

$$\begin{cases} 4x - y = 1 \\ x + 2y = 15 \end{cases}$$

❖ Ejercicio 3

Utiliza la regla de la suma de ecuaciones para resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x - 3y = 15 \end{cases}$$

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo puzzle encargados de preparar el mismo ejercicio. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y corregir el ejercicio. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan. Al ser la primera sesión práctica de sistemas de ecuaciones lineales, estos son muy simples.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros el ejercicio que le ha tocado, ayudándose del material previamente preparado. Por lo que al final de esta sesión, todos los alumnos sabrán si un par de números es solución de un sistema y habrán trabajado las reglas de equivalencia de los sistemas.

Los últimos 15 min de esta sesión se llevará a cabo una prueba de tipo individual.

ACTIVIDAD 1

¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $x + y = 2$?

ACTIVIDAD 2

Calcula m y n para que $x = 4$ e $y = 3$ sea solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 4x + 5y = m \\ 2x + ny = 14 \end{cases}$$

ACTIVIDAD 3

Utiliza la regla de la suma de ecuaciones para resolver el siguiente sistema.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

 Tarea voluntaria para casa:

El perímetro de un rectángulo es de 30 metros y la base es el doble de la altura.

- Plantea el sistema de ecuaciones lineales para averiguar los datos.
- Resuelve el sistema mediante una tabla dando valores a la altura.
- ¿Cuál es el área del rectángulo?

SESIÓN 9

CONTENIDOS BÁSICOS: Resolución de un sistema de ecuaciones. Método gráfico. Método de sustitución. Método de reducción.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico y gráfico.

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Representar gráficamente un sistema de ecuaciones y obtener su solución.
- Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante los métodos de sustitución y reducción.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

En esta novena sesión nos encontramos en el último apartado teórico de la unidad didáctica. Esta sesión teórica se centrará en dar a conocer los distintos métodos de resolución de sistemas.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Se van a formar grupos de tres alumnos. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo, parte del total de los contenidos que han de aprender y desarrollar. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Resolución de sistemas. Método de sustitución.
2. Resolución de sistemas. Método de reducción.
3. Resolución de sistemas. Método gráfico.

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo base encargados de preparar la misma parte. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir,

completar y/o ampliar la información de que disponían hasta ese momento para que en cada grupo de expertos quede claro como se resuelven los sistemas de ecuaciones con el método que les haya correspondido. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” en uno de los distintos métodos relata y explica al resto de compañeros como se lleva a cabo la resolución de un sistema de ecuaciones con el método en el cual él es experto, ayudándose del material previamente elaborado. El objetivo es que todos los alumnos conozcan los distintos métodos de resolución de un sistema para poder aplicarlo en la siguiente sesión práctica.

Autoevaluación de la sesión (5 min)

Plantilla de autoevaluación: Para cada una de las categorías de evaluación que se muestran a continuación coloca 0, 1 o 2 en la casilla que más se aproxime a las características y actuaciones del grupo. Usa la siguiente clave 0= En desacuerdo; 1= De acuerdo; 2= Totalmente de acuerdo.

AUTOEVALUACIÓN	
Nombre y Apellido del alumno: Sesión n°:	
Puntuación (0,1,2)	Categorías de evaluación
	Acepto las críticas y no impongo mi punto de vista.
	Al repartir las tareas, acepto la que me ha tocado y lo realizo lo mejor que puedo.
	Termino todos los trabajos asignados al grupo a tiempo.
	Escucho atentamente a los otros miembros del equipo.
	Contribuyo a las discusiones en grupo.
	Aporto información nueva y relevante en las discusiones que realiza el grupo.
	Al debatir en el grupo, espero mi turno para hablar.
	Sé resolver un sistema mediante el método de sustitución.
	Sé resolver un sistema mediante el método de reducción.
	Sé resolver un sistema mediante el método gráfico.

SESIÓN 10

CONTENIDOS BÁSICOS: Resolución de un sistema de ecuaciones. Método gráfico. Método de sustitución. Método de reducción.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólica y gráfica.

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:

- Representar gráficamente un sistema de ecuaciones y obtener su solución.
- Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante los métodos de sustitución y reducción.
- Plantear y resolver problemas reales mediante sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

En esta sexta sesión llevaremos a la práctica los conocimientos adquiridos en la sesión anterior acerca de los distintos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión de los grupos base. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo un ejercicio. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Ejercicio 1 (Método de sustitución)
2. Ejercicio 2 (Método de reducción)
3. Ejercicio 3 (Método gráfico)

❖ Ejercicio 1

Resuelve por sustitución el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x - y = 3 \\ y - 3x = 11 \end{cases}$$

❖ Ejercicio 2

Resuelve por reducción el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 24 \\ 5x - 4y = 14 \end{cases}$$

❖ Ejercicio 3

Resuelve por el método gráfico el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo base encargados de preparar el mismo ejercicio. Cada grupo de expertos se especializará en un método de resolución de sistemas. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y corregir el ejercicio. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros el ejercicio que le ha tocado, ayudándose del material previamente preparado. Los sistemas son parecidos, pero cambia el método en los que se ha resuelto. Al final de la sesión los alumnos deben de ser capaces de resolver los sistemas de ecuaciones usando cualquiera de los tres métodos que se han desarrollado.

Los últimos 15 min de esta sesión se llevará a cabo una prueba de tipo individual.

ACTIVIDAD 1

Resuelve por el método de sustitución el siguiente sistema :

$$\begin{cases} 4x - y = 3 \\ y - 3x = 11 \end{cases}$$

ACTIVIDAD 2

Resuelve por reducción el sistema de ecuaciones :

$$\begin{cases} 3x + 5y = 13 \\ 4x - 6y = 7 \end{cases}$$

ACTIVIDAD 3

Resuelve gráficamente el sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

🚩 Tarea voluntaria para casa:

Tu tío tiene 27 años más que su hijo, y dentro de 12 le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno? Resuélvelo por los tres métodos conocidos.

SESIÓN 11

CONTENIDOS BÁSICOS: Ecuaciones de primer grado. Ecuaciones completas e incompletas de segundo grado. Resolución de un sistema de ecuaciones.

SITUACIONES: Educativa.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: Simbólico y gráfico.

EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE:

- Las capacidades a desarrollar en esta sesión son:
- Plantear y resolver problemas de ecuaciones de primer grado.
- Plantear y resolver problemas de ecuaciones de segundo grado.
- Plantear y resolver problemas reales mediante sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

ENMARQUE DE LA SESIÓN

Esta sesión es la anterior al examen fin de unidad por lo tanto haremos un repaso de todos los conceptos teóricos vistos a lo largo del tema pero dándole el tratamiento de problemas.

SECUENCIACIÓN



Paso 2: Configuración del grupo base o grupo nodriza (15 min)

Reunión de los grupos base. La dinámica consiste en entregar a cada miembro del grupo un ejercicio. Se reparte de forma que cada componente debe de convertirse en experto en:

1. Problema 1
2. Problema 2
3. Problema 3

❖ Problema 1

En una clase de 3º de ESO, la cuarta parte repiten curso. El director cambió a tres repetidores del grupo por otros tres de otro grupo que no habían repetido. Ahora solo repiten curso un séptimo del total.

¿Cuántos alumnos hay en la clase?

❖ Problema 2

La distancia s de frenado en kilómetros de un coche que va a una velocidad v km/h y decelera a a km/h² viene dada por $s = \frac{v^2}{2a}$.

¿A qué velocidad iba un coche que, frenando a 500 km/h², recorrió 100 m antes de detenerse por completo?

❖ Problema 3

Halla dos números naturales tales que su suma aumentada en 22 sea igual a dos veces el mayor, y que la diferencia de los dos números menos 1 sea igual al menor.

Paso 3: Diseño y puesta en marcha del grupo de expertos (15 min)

Cada grupo de expertos está formado por los distintos miembros de cada grupo base encargados de preparar el mismo ejercicio. Bajo la supervisión del profesor y constituidos los grupos de expertos, cada uno de ellos aporta su documentación para compartir, completar y corregir el problema. También se resolverán entre ellos mismos las dudas que aparezcan.

Paso 4: Reencuentro en el grupo nodriza (15 min)

Cada “experto” relata y explica al resto de compañeros el problema que le ha tocado, ayudándose del material previamente preparado. Al final de la sesión, todos los alumnos habrán trabajado con problemas referentes a toda la teoría relativa a la unidad didáctica.

Los últimos 15 min se dedicarán resolver los problemas en pizarra por 3 alumnos al azar de distintos grupos. La nota de todo el grupo dependerá de su representante en la pizarra.

SESIÓN 12

Esta corresponde a la última sesión de la unidad didáctica, donde se realizará una prueba para comprobar el grado de adquisición de los objetivos dados.

Durante los 60 minutos que dura esta sesión se va a proceder a evaluar a los alumnos con una prueba escrita y los últimos 5 minutos se dedicará a rellenar la evaluación al tutor por parte del alumno.

EXAMEN

Tema 8: Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones

3º ESO. IES Cura Valera

Apellidos y Nombre		Nota
Grupo		

1. Resuelva las siguientes ecuaciones: **[3puntos]**

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{5(x+4)}{2} - (5x - 10)$

b) $3x + 4(x^2 + 1) = 4(x - 1)^2 + 11$

2. Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado: **[2 puntos]**

a) $5x^2 - 3x = 0$

b) $x^2 + 3x - 4 = 0$

c) $5x^2 - 180 = 0$

d) $9x^2 = 0$

3. Resuelva los siguientes sistemas por el método que se le indica: **[3puntos]**

a) $\begin{cases} -5x + 2y = -1 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$ por el método de sustitución.

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -x + 4y = -6 \end{cases}$ por el método de reducción.

c) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$ por el método gráfico.

4. Pedro colecciona cajas cuya base cumpla que la suma de su largo y su ancho sea igual a dos veces la diferencia entre ellos. José colecciona cajas cuya base cumpla que el largo menos 4 sea igual al ancho. ¿Habrá alguna caja que ambos quieran para su colección? **[2puntos]**

Plantilla de evaluación al tutor: Para cada una de las categorías de evaluación que se muestran a continuación coloca 0, 1 o 2 en la casilla que más se aproxime a las características y actuaciones de tu tutor. Deben llenar una plantilla por cada equipo. Usa la siguiente clave 0= En desacuerdo; 1= De acuerdo; 2= Totalmente de acuerdo.

Evaluación al tutor	
Puntuación (0,1,2)	Categorías de evaluación
	Muestra un interés activo en nuestro grupo, es honesto, amigable y se interesa por participar en los procesos del grupo.
	Crea un ambiente relajado y abierto para iniciar una discusión.
	Escucha y responde adecuadamente a nuestros problemas y preguntas.
	Guía e interviene para mantener a nuestro grupo por el camino correcto.
	Plantea preguntas que estimulan nuestro pensamiento.
	Nos ha informado acerca de la metodología del puzzle.
	Sabemos cuáles son los criterios de calificación.

Por favor usa el espacio final de la forma para responder a las siguientes preguntas.

- Describe la forma en la que el tutor puede brindar ayuda adicional al grupo.
- Comenta alguna actuación que no te haya gustado del tutor.

Pregunta 1	
Pregunta 2	

2.12. EVALUACIÓN

2.12.1. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Los criterios de evaluación, que a continuación se muestran, servirán como indicadores de la evolución de los aprendizajes del alumno/a, como elementos que ayudan a valorar el déficit y las necesidades detectadas y como referentes para estimar la mejora de las estrategias en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Tales criterios son:

- Determina si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación.
- Reconoce y halla ecuaciones equivalentes.
- Resuelve ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores.
- Aplica la fórmula general para resolver ecuaciones completas de segundo grado.
- Distingue y resuelve ecuaciones incompletas de segundo grado aplicando el método más adecuado.
- Determina el número de soluciones de una ecuación de segundo grado a partir de su discriminante.
- Plantea y resuelve problemas mediante ecuaciones de primer y segundo grado.
- Resuelve un sistema utilizando los métodos gráfico, de sustitución y reducción.
- Reconoce y halla sistemas equivalentes.
- Resuelve problemas reales determinando los datos y las incógnitas, planteando un sistema de ecuaciones, resolviéndolo y comprobando que la solución cumple las condiciones del enunciado.

Estos criterios de evaluación pueden relacionarse con los objetivos de la siguiente forma:

OBJETIVOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
Distinguir si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación.	Determina si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación.
Reconocer los elementos y el grado de una ecuación mediante lenguaje algebraico.	
Determinar si un numero es o no solución de una ecuación.	Reconoce y halla ecuaciones equivalentes.
Reconocer si dos ecuaciones son o no equivalentes.	
Determinar si un numero es o no solución de una ecuación.	
Reconocer si dos ecuaciones son o no equivalentes.	
Hallar ecuaciones equivalentes a una dada	

aplicando la regla de la suma y el producto.	
Resolver ecuaciones de primer grado. Plantear y resolver problemas de ecuaciones de primer grado	Resuelve ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores.
Resolver ecuaciones completas de segundo grado mediante la fórmula.	Aplica la fórmula general para resolver ecuaciones completas de segundo grado.
Resolver ecuaciones incompletas de segundo grado mediante el método más adecuado.	Distingue y resuelve ecuaciones incompletas de segundo grado aplicando el método más adecuado.
Determinar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado utilizando el valor del discriminante.	Determina el número de soluciones de una ecuación de segundo grado a partir de su discriminante.
Plantear y resolver problemas de ecuaciones de primer grado. Plantear y resolver problemas de ecuaciones de segundo grado.	Plantea y resuelve problemas mediante ecuaciones de primer y segundo grado.
Representar gráficamente un sistema de ecuaciones y obtener su solución. Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante los métodos de sustitución y reducción.	Resuelve un sistema utilizando los métodos gráfico, de sustitución y reducción.
Reconocer si dos sistemas de ecuaciones son o no equivalentes.	Reconoce y halla sistemas equivalentes.
Representar gráficamente un sistema de ecuaciones y obtener su solución. Resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante los métodos de sustitución y reducción. Plantear y resolver problemas reales mediante sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.	Resuelve problemas reales determinando los datos y las incógnitas, planteando un sistema de ecuaciones, resolviéndolo y comprobando que la solución cumple las condiciones del enunciado.

2.12.2. INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Para establecer la Evaluación del alumno se tendrá en cuenta todo el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en esta unidad. Es por ello que para recoger los datos que se estimen en dicho proceso de evaluación del alumno/a, se utilizarán instrumentos de evaluación, evitando que ninguno de ellos por sí solo determine la evaluación, sino que esta quede establecida por el conjunto de todos ellos. Además desde un primer momento se le informará al alumnado de la presencia de estos instrumentos, de cómo debe realizar cada actuación para conseguir una puntuación favorable y de cómo afecta cada uno de ellos a la evaluación. Por tanto los instrumentos que se utilizarán para tal evaluación son:

- **Autoevaluación:** Mediante la autoevaluación los alumnos pueden reflexionar y tomar conciencia acerca de sus propios aprendizajes y de los factores que en ellos intervienen. En la autoevaluación se contrasta el nivel de aprendizaje con los logros esperados en los diferentes criterios señalados en el currículo, detectando los avances y dificultades y tomando acciones para corregirlas. Esto genera que el alumno aprenda a valorar su desempeño con responsabilidad. Se llevarán a cabo en las sesiones teóricas.
- **Prueba escrita de contenidos:** Con ella lo que se pretende es recoger la información que se obtiene presentando al alumno/a una serie de tareas o cuestiones que se consideran representativas de la conducta a medir o valorar. Con ellas se pretende que los alumnos/as recuerden contenidos ya trabajados, asocien o establezcan relaciones coherentes entre conceptos próximos, el análisis reflexivo, etc. Estas pruebas se realizarán en las sesiones prácticas y en la última mediante un examen de toda la unidad.
- **Tareas voluntarias para casa:** con estas tareas atendemos a la diversidad y le damos una herramienta a los alumnos para que puedan mejorar su nota final.

Además de lo anterior, también se tendrá una observación sistemática. Debe ser continua.

Evaluación del grupo nº	
Sesión nº:	
Puntuación (0, 1, 2)	Categorías de evaluación
	El grupo muestra interés por la tarea y se esfuerza por realizarla de una manera correcta.
	El grupo sabe organizarse y asigna responsabilidades.
	El grupo entrega los trabajos a tiempo.
	Los miembros del grupo se escuchan mutuamente, respetan las opiniones de los demás y aceptan las críticas.
	Respetan a los demás grupos.

Plantilla de evaluación del profesor a los equipos. Para cada una de las categorías de evaluación que se muestran a continuación puntúa usando la siguiente clave: 0= En desacuerdo; 1=De acuerdo; 2=Totalmente de acuerdo.

2.12.3. CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

La calificación será realizada según los siguientes porcentajes:

- ❖ Autoevaluación: 10%
- ❖ Nota del grupo: 10%
- ❖ Pruebas individuales: 30%
- ❖ Examen final: 40%
- ❖ Tareas voluntarias para casa: 10%

3. CONCLUSIONES

Aunque de por concluida la unidad didáctica, cuando la vuelva a revisar surgirán nuevas ideas. Las unidades didácticas siempre admiten modificaciones o arreglos que las vayan perfeccionando o adecuando al alumnado al cual van dirigidas.

Para el desarrollo de la unidad didáctica he tenido varias complicaciones, una de ellas ha sido a la hora de seleccionar las tareas destinadas a la secuenciación de las clases ya que no he podido llevar a la práctica esta unidad didáctica en mi periodo de prácticas.

A la hora de realizar esta propuesta de unidad didáctica he incorporado autoevaluaciones, pruebas individuales, tareas voluntarias para casa, plantilla de evaluación al tutor y un examen final. Tanto las autoevaluaciones como la plantilla de evaluación al tutor son una herramienta muy útil tanto para el profesor como para el alumnado, todo lo que nos dé información acerca del proceso de enseñanza aprendizaje será bienvenido para poder ir mejorando la unidad didáctica a lo largo del tiempo.

Esta unidad va dirigida a un grupo de alumnos concretos, por eso, no es suficiente con hacer una unidad didáctica de un tema concreto sino que hay que adecuarse a las necesidades del grupo clase. En los tiempos que corren, será muy difícil encontrarnos con un grupo formado por tan solo 18 alumnos. En los casos en los que haya más alumnado la técnica del puzzle se podrá modificar, en este caso haciendo un mayor número de grupos de expertos

El trabajar en grupo me ha supuesto una experiencia enriquecedora a lo largo de todo el máster, y por eso he querido hacer esta unidad didáctica usando trabajo cooperativo, ya que los distintos puntos de vista se complementan gracias a todos los debates y discusiones que van surgiendo.

Para terminar, no es fácil pensar como profesor cuando aún pienso como alumno, la realización de una UD más acorde con la realidad creo que requiere de mucha experiencia docente.

4. REFERENCIAS

Las referencias que he utilizado para realizar el TFM son las siguientes:

1. Aronson, E., & Patnoe, S. (1997). *The jigsaw classroom: Building cooperation in the classroom* (2nd ed.). New York: Addison Wesley Longman.
2. Martínez, J. y Gómez, F. (2010) La técnica puzzle de Aronson: descripción y desarrollo. En Arnaiz, P.; Hurtado, M^a.D. y Soto, F.J. (Coords.) *25 Años de Integración Escolar en España: Tecnología e Inclusión en el ámbito educativo, laboral y comunitario*. Murcia: Consejería de Educación, Formación y Empleo.
3. Bisquerra, R. (2006). *Modelos de Orientación e intervención Psicopedagógica*. Barcelona: Praxis.
4. Martínez, JP. (2009). Aplicación del contrato conductual: un caso práctico. *Revista Funcae Digital*, 1 (5), 1-9.
5. García, P. (2006). *Agresividad y retraimiento social. Programa de habilidades sociales*. Madrid: Albor Equipo consultor de psicología.
6. Ovejero, A. (1990). *Aprendizaje cooperativo: Una alternativa eficaz a la enseñanza tradicional*. Barcelona: PPU.
7. Martínez, JP. (2009). Aplicación del contrato conductual: un caso práctico. *Revista Funcae Digital*, 1 (5), 1-9.
8. Vizmanos, José R.; Anzola, Máximo; Bellóm, Manuel; Hervás, Juan C. (2011); *Matemáticas-Pitágoras para 3ºESO*. Ed. S.M.
9. Programación del Departamento de Matemáticas del IES Cura Valera (2011).
10. Plan de centro IES CURA VALERA
< http://aula.iescuravalera.es/file.php/1/PlanCentro_OCT_2011.pdf>

Documentación oficial:

- ❖ Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de educación – LOE
- ❖ Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre. Enseñanzas mínimas en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO)
- ❖ Decreto 231/2007, de 31 de julio. Ordenación y enseñanzas en la ESO (Andalucía)
- ❖ Orden 10 de agosto de 2007, Desarrollo del currículo en la ESO (Andalucía)