

TRABAJO FIN DE MÁSTER

# LA ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

MASTER EN PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA  
OBLIGATORIA Y BACHILLERATO, FORMACIÓN PROFESIONAL  
Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICAS



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Autora: Estíbaliz Dorronsoro Baldó

Tutora: Dra. Eva María Artés Rodríguez

Convocatoria: Junio de 2013

## Índice

1. Introducción.....	1
2. Objetivos y justificación teórica.....	2
2.1. Concepto de diversidad.....	2
2.2. Propuestas de actuación.....	9
3. Contextualización de la investigación.....	17
3.1. Dimensión emocional en la educación matemática.....	17
3.1.1. El dominio afectivo.....	18
3.1.2. La alfabetización emocional.....	23
3.2. Resolución de problemas.....	28
3.2.1. Proceso de resolución de problemas.....	28
3.2.2. La dimensión emocional en la resolución de problemas.....	32
3.3. Desarrollo del pensamiento crítico.....	34
3.4. El uso de materiales manipulables.....	36
3.5. Aprender jugando.....	39
3.6. Otra forma de evaluar: el portafolio.....	41
4. Metodología y desarrollo.....	42
4.1. Cómo integrar los distintos enfoques.....	42
4.2. Características de una propuesta que atienda a la diversidad.....	45
5. Conclusiones y reflexiones.....	47
6. Referencias bibliográficas.....	49

## 1. Introducción

Desde los años ochenta del siglo pasado, se ha producido un aumento del interés por la atención a la diversidad en las aulas, intensificándose el número de investigaciones al respecto. En muchos casos se ha tratado como un problema nuevo, fruto de nuevos condicionantes existentes en la sociedad actual, y se ha buscado una solución desde diferentes enfoques, cognitivo, sociológico o emocional.

En nuestro país, la legislación que regula las enseñanzas mínimas en la educación secundaria obligatoria contempla el tratamiento de la diversidad. El Real Decreto 1631/2006, en su artículo 12 establece:

*“La Educación secundaria se organiza de acuerdo con los principios de educación común y de atención a la diversidad del alumnado. Las medidas de atención a la diversidad en esta etapa estarán orientadas a responder a las necesidades educativas concretas del alumnado y a la consecución de las competencias básicas y los objetivos de la Educación secundaria obligatoria y no podrán, en ningún caso, suponer una discriminación que les impida alcanzar dichos objetivos y la titulación correspondiente.”*

Por su parte, en el marco de la legislación autonómica andaluza, el Decreto 231/2007 recoge en su artículo 18:

*“Con objeto de hacer efectivos los principios de educación común y atención a la diversidad del alumnado sobre los que se organiza el currículo de la educación secundaria obligatoria, los centros docentes dispondrán las medidas de atención a la diversidad, tanto organizativas como curriculares, que les permitan, en el ejercicio de su autonomía, una organización flexible de las enseñanzas y una atención personalizada al alumnado en función de sus necesidades.”*

Por tanto, se pretende construir una escuela inclusiva que sea accesible para todos, pero no parece estar claro cómo podemos conseguirlo. Un primer paso sería plantearse qué ideas tenemos sobre la diversidad y lo que significa, así como qué consideramos que debe reunir una educación de calidad y que

integre a todos los alumnos, sean cuales sean sus características y necesidades.

Con este trabajo pretendo obtener información sobre las investigaciones llevadas a cabo para atender la diversidad desde el aula de matemáticas, sobre las diferentes estrategias propuestas y sus fundamentos teóricos, así como la obtención de una visión práctica sobre su tratamiento en el día a día del aula. Teniendo en cuenta los distintos enfoques desde los que se puede abordar este asunto, mi objetivo es integrar esas distintas perspectivas en una propuesta común.

Si pretendemos una sociedad formada por personas autónomas, críticas y solidarias, tendría sentido profundizar en una visión de la diversidad como una característica humana y una fuente de riqueza, no como un problema a solucionar. Se trata de dar respuesta a la realidad existente y aprovechar todo lo bueno que nos ofrece, y no tratar de moldear la realidad (o hacerla invisible) según nuestras creencias y expectativas. Además, si el conocimiento de nosotros mismos y del mundo que nos rodea, así como la adquisición de habilidades sociales, forman parte de lo que consideramos una educación rica y completa, deberíamos prestarle más atención a estos aspectos en la educación que ofrecemos, incluida la que se imparte desde el aula de matemáticas.

He elaborado este trabajo en el convencimiento de que estos principios son los propios de una educación de calidad y con el objetivo de conocer las respuestas que algunos investigadores han dado a los interrogantes que se plantean sobre cómo atender estos aspectos en el aula de matemáticas.

## **2. Objetivos y justificación teórica**

### ***2.1. Concepto de diversidad***

Una de las primeras cuestiones que surgen al abordar este tema es qué se entiende por diversidad, qué comprende y cuál es el alcance de este término. Vilella Miró, X. (2006) sostiene que en el aula conviven culturas

diversas, más allá de las inmigradas. Por tanto, existiría también una diferencia invisible que proviene de otras fuentes como las experiencias vividas o los intereses. En esa línea, Alsina, Á. y Planas, N. (2008) hablan de una primera multiculturalidad visible de inmediato y proveniente de la inmigración, así como de la existencia de otra multiculturalidad, sólo accesible al conversar y conocer a los alumnos y que siempre ha existido. Se trata de la diversidad de intereses, conocimientos y experiencias inherentes a cualquier grupo humano.

Por tanto, el concepto de diversidad es mucho más amplio que el de diversidad cultural, comprende también los distintos ritmos y estilos de aprendizaje, las preferencias, las vivencias de los alumnos... En este sentido, la diversidad constituiría la "normalidad". Alsina, Á. y Planas, N. (2008) sostienen que:

*"Cuando se contraponen la diversidad a la normalidad, se da poder al grupo mayoritario y se pide a los otros que se ajusten a las normas reconocidas en el contexto donde se los valora."*

Respecto de esta idea de normalidad, en Planas, N. (2003) encontramos:

*"Cuesta darse cuenta de que la idea de normalidad supone un concepto poco útil en cuestiones de educación, es especial cuando pretende usarse para explicar el rendimiento matemático de los diferentes grupos de alumnos. Estar pendiente de una cierta idea de normalidad impide construir un ambiente escolar favorable a la interculturalidad, es decir, al intercambio de reglas de juego distintas a las propuestas por la cultura mayoritaria en el aula. Significa, en el peor de los casos, crear un ambiente donde las reglas de juego de las culturas minoritarias no son reconocidas ni aceptadas."*

Mientras que Rafael Feito (citado por Alsina, Á. y Planas, N., 2008) habla de individualizar la diversidad para no verla como un fenómeno social, sino como una propiedad de cada persona. Esta idea resulta muy interesante porque suele ocurrir que cuando se atribuyen características a grupos de personas, se incurre en el uso de estereotipos. Vilella Miró, X. (2006) ofrece algunos ejemplos de situaciones en el aula que desmitifican algunas ideas muy extendidas en la sociedad. Se suele decir que la comunicación en matemáticas

es más fácil porque sus símbolos son universales pero, por ejemplo, para una alumna paquistaní el guarismo que usa la maestra en clase para designar al número ocho es el mismo grafo que representa el cuatro en su cultura. Se trata de un caso de diversidad en cuanto a la representación matemática. También encontramos el ejemplo de un alumno marroquí al que, al llegar a una escuela, se le hace pasar la prueba de nivel matemático y tras los resultados, se le asigna a un aula de educación especial porque se concluye que no sabe ni sumar ni restar. En el curso siguiente, al ir a otra escuela, la maestra observa cómo trabaja y se da cuenta de que sabe realizar las operaciones correctamente, sólo que usa un procedimiento diferente (Vilella Miró, X., 2006; Alsina, Á. y Planas, N., 2008).

Ocurre con frecuencia que se asocian este tipo de situaciones en las que es preciso atender la diversidad a un cierto tipo de emigración, mientras que no se suele asociar esta etiqueta de diverso a alumnos que provienen de países ricos o que proceden de otro país europeo. En este punto resulta interesante un ejemplo que encontramos en Alsina, Á. y Planas, N. (2008), en el que una alumna de Finlandia usaba un algoritmo para la suma diferente al empleado en un aula española, al sumar “de izquierda a derecha”. Vemos que también existe una diversidad en cuanto a procedimientos algorítmicos. Pero si seguimos estrechando el círculo, también encontramos ejemplos de diferencias en cuanto a la resolución de problemas en alumnos no inmigrados. En Vilella Miró, X. (2006) se muestra el siguiente caso ocurrido en un aula de 1º de ESO:

*“Profesor: ¿Cuál es la distancia más corta entre dos puntos, por ejemplo Barcelona y Nueva York?”*

*Alumno 1: La línea recta.*

*Alumno 2: No, no es la recta, depende, no siempre se puede...*

*Profesor: ¿Depende? ¿De qué depende?*

*Alumno 2: De las calles.*

*Profesor: ¿De las calles?*

*Alumno 2: Si son rectas o torcidas.*

*Profesor: ¿Si son rectas o torcidas las calles?*

*Alumno 2: Si las calles son rectas, has de ir haciendo cuatros...*

Este alumno es el hijo de un taxista de Barcelona. Así que alguien a quien incluiríamos en nuestra misma cultura, según la idea que tenemos de ella, es capaz de expresar una visión totalmente diferente del problema debido a la importancia que tienen también las experiencias vividas y el contexto. Este tipo de diversidad es invisible pero siempre ha existido y sólo se muestra si el profesor se interesa en escuchar lo que sus alumnos tienen que decir.

Como afirma el pedagogo Ronald Barnett (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008), los estereotipos son una solución fácil a preguntas complicadas. En Alsina, Á. y Planas, N. (2008) se sugiere la necesidad de sensibilizar sobre la dimensión cultural de la educación matemática, algo imprescindible para conseguir una actitud inclusiva.

Ahondando en este tema de los estereotipos, otro aspecto en el que tienen especial incidencia la permanencia de estas ideas poco fundamentadas es en las causas del fracaso escolar en alumnos minoritarios. Planas, N. (2003) asegura que:

*“Las creencias y expectativas respecto a unos determinados grupos de alumnos y el convencimiento generalizado de que éstos acumulan importantes déficits deben ser consideradas causas de primer orden ligadas al fracaso.”*

En nuestra sociedad se ha extendido mucho la idea de la diversidad como un problema al que hay que hacer frente, cuando el verdadero problema lo constituye el tratar de establecer una educación matemática homogénea dentro de un contexto que no lo es. Como indica Planas, N. (2003):

*“Si aceptamos que las aulas no son homogéneas, deberemos aceptar que las tareas y metodologías planteadas tampoco deben ser homogéneas.”*

Por otra parte, en Planas, N. (2003) también encontramos que:

*“A menudo se olvida que todo aprendizaje es por contraste, y que el contraste sólo es posible si hay diferencias y si, además, éstas se explicitan.”*

Por tanto, un clima en el aula que fomente la participación de los alumnos, que les inste a expresar con libertad sus puntos de vista, hace visible esta diversidad y ofrece alternativas. *“Cuando se habla de alumnos minoritarios, es especialmente importante pensar tanto en su rendimiento como en sus posibilidades de participación (Planas, N., 2001, citado en Planas, N.,*

2003). Es necesario fomentar un clima en el que puedan participar en igualdad de condiciones.

Por otra parte, también es cierto que el abrir el aula a la participación de todos los alumnos puede crear situaciones de inseguridad en el docente, como apuntan Civil, Planas y Fonseca (citado en Planas, N., 2003), pero el profesor debe constituir el principal agente de cambio en esta situación y para ello, ha de asumir el riesgo de investigar y de compartir su experiencia con otros profesores, ya que se aprende de la realidad de un aula cuando se contrasta con la realidad de otras aulas (Planas, N., 2003).

Si sólo aceptamos como cierta la cultura matemática del profesor, no dejamos espacio a la creatividad, el pensamiento divergente o el conocimiento de otros valores u otras prácticas matemáticas igualmente válidas.

El pedagogo Paolo Freire (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008) afirmaba que no se puede construir conocimiento con una única cultura de referencia y de forma aislada. Otro pedagogo, John Dewey (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008), ofrece argumentos en esta línea para valorar la diversidad como un recurso, al sostener que el aprendizaje surge al reconstruir nuestra propia experiencia a raíz del intercambio con otras experiencias, por lo que el mejor recurso educativo que puede presentar una escuela es la asistencia de alumnos diversos en un ambiente de intercambio y diálogo, en el que todos son considerados interlocutores válidos.

Dentro de este concepto que denominamos diversidad se incluye también al alumnado que presenta necesidades educativas especiales. Según Giménez, J. (2006) se considera que una necesidad educativa surge de la interacción entre las características personales y los entornos en los que se forma la persona, por lo que estas condiciones no son estáticas ni predeterminadas. Dentro de una escuela inclusiva, en la que se pretende una educación accesible para todos, este autor considera tres tipos de necesidades: las comunes, compartidas por todos los estudiantes y que se refieren a los aprendizajes básicos, el desarrollo personal y la socialización; las individuales, referidas a las diversas capacidades, intereses, niveles, ritmos y estilos de aprendizaje, entre otros; y las necesidades educativas especiales

(NEE), que son individuales y requieren ajustes, recursos o medidas pedagógicas especiales o de carácter extraordinario.

Giménez, J. (2006) señala que estas NEE se suelen definir en función del apoyo requerido en cuanto a tiempos e intensidades y también con relación al currículo, incluyéndose las necesidades que provienen de elementos cognitivos, a las que se pueden añadir las dificultades como el déficit de atención, la hiperactividad, la epilepsia o los problemas de comportamiento, y las necesidades que provienen de dificultades sensoriales, como la invidencia o la sordera y que suelen clasificarse según el grado de pérdida que presentan.

En un sentido más amplio, Mercado, A. (2007) habla de alumnos y alumnas que necesitan una atención especial y cuyas necesidades pueden provenir de graves problemas de aprendizaje, situaciones familiares desfavorables, dificultad de integración del alumnado inmigrado, problemas de conducta, o incluso falta de hábitos y bajo nivel de conocimientos. Afirma que:

*“Un gran número de alumnos y alumnas con ese perfil presenta graves dificultades en matemáticas: desfase curricular, graves problemas de comprensión lectora que impide entender qué se les pide, errores habituales en rutinas matemáticas básicas, desorden generalizado del cuaderno, baja capacidad de abstracción...”*

Sin embargo, Planas, N. (2003) no considera oportuna la inclusión de alumnos procedentes de otros países dentro de la etiqueta de alumnos con necesidades educativas especiales porque considera que ha contribuido a empeorar el rendimiento escolar de estos jóvenes pertenecientes a minorías étnicas. Es indudable que necesitan apoyo, pero de la misma forma que todos los alumnos pueden presentar una necesidades educativas especiales en ciertas situaciones o momentos. Intervendría aquí un elemento de transitoriedad que no es igual para alumnos que presenten discapacidad física o psíquica. En un párrafo lo explica de esta manera:

*“Todos los alumnos tienen necesidades educativas específicas o especiales más o menos transitorias. Naturalmente, cuando la administración educativa habla de alumnos del tipo n.e.e. se refiere a problemáticas de una cierta*

*gravedad y persistencia. Pero precisamente por eso no tiene sentido asociar el término directamente a los grupos minoritarios.”*

En términos generales, aunque no parece oportuno incluir a los alumnos pertenecientes a grupos minoritarios por motivos étnicos o inmigratorios dentro de la etiqueta de alumnos con necesidades educativas especiales, sí que forman parte del concepto de diversidad que estamos elaborando. Partimos de la base de que todos los alumnos presentan una necesidades educativas individuales a las que hay que dar respuesta en el aula, éstas serán más o menos transitorias y de mayor o menor gravedad o intensidad. Se pretende una visión amplia de muchas de las circunstancias que componen esa diversidad y tratar de desarrollar unas propuestas o ideas que den un tratamiento individual a esas necesidades, se trata de individualizar la diversidad para no confundir igualdad con homogeneizar.

En este punto cabe preguntarse también por otro tipo de necesidades educativas especiales no mencionadas hasta ahora, qué ocurre con los alumnos que presenten unas capacidades matemáticas superiores a las consideradas como habituales. Sobre la detección y estímulo del talento precoz en matemáticas (Guzmán, M., Sánchez, M., Hernández, J., Gaspar, M., García, J., Castrillón, M. y Soler, J., 1999):

*“Son talentos que pasarán más o menos inadvertidos y casi siempre desatendidos por la imposibilidad de que sus profesores les dediquen la atención personal que precisan. Estas personas, en un principio ilusionadas con la escuela, no encuentran en ella el aliciente que sus capacidades reclaman, y acaban aburridos, apáticos y frustrados tras un período escolar tal vez de gran sufrimiento.”*

Por tanto, tomando en consideración que las llamadas necesidades educativas especiales realmente son necesidades educativas individuales que presentan los alumnos fruto de sus características personales, sus vivencias y su entorno, y que requieren una especial atención por parte del profesorado, parece confirmarse la idea de que la diversidad es la normalidad dentro de cualquier grupo formado por personas y que todos los alumnos presentan necesidades educativas individuales a las que hay que prestar una atención

especial, sea cual sea su origen. Esta diversidad sólo ahonda en una mayor riqueza educativa para todos y la verdadera pregunta es cómo podemos atender esas necesidades en la práctica de manera que consigamos crear el clima adecuado en el aula para un mejor proceso de enseñanza y aprendizaje, y el uso de una metodología adecuada que incorpore a todos.

## **2.2. Propuestas de actuación**

Frente a la antigua visión de que las matemáticas escolares eran imperturbables y permanecían ajenas a las influencias de la diversidad social y cultural, las crecientes investigaciones que asocian la multiculturalidad y las matemáticas han dado lugar a una corriente denominada etnomatemáticas, que pretende dar cabida dentro del aula a otras formas de hacer matemáticas y con ello, integrar a otros alumnos en la educación matemática. Como afirma Nuria Planas:

*“Con esta nueva aproximación, no ponemos en duda la universalidad de las matemáticas. Somos conscientes que una vez decidido el sistema axiomático, las matemáticas son universales, neutras y libres de cualquier matiz cultural. Pero no debemos confundir las características de la ciencia matemática occidental con las características de la educación matemática.”*

Por tanto, teniendo en cuenta la perspectiva de las etnomatemáticas, es necesario situar la matemática escolar en un contexto, ya que los alumnos elaboran el conocimiento matemático dentro de una cultura y con un sistema de creencias, hay que incorporar a la enseñanza de las matemáticas una dimensión social y cultural. A este respecto, Nuria Planas sostiene que:

*“El problema de la interculturalidad en educación matemática no es tanto un problema de contenidos como un problema de metodología. Las etnomatemáticas responden a una metodología, una manera de actuar y dinamizar el aula. A pesar de ello, existe una determinada estructuración de los contenidos que puede favorecer una metodología etnomatemática.”*

En consecuencia, propone una metodología participativa, en la que las aportaciones de los alumnos saquen a relucir los diferentes significados que atribuyen a los conceptos y que a partir de ese conflicto, la figura del profesor

sea la de construir un nuevo significado conjunto. Considera que el clima adecuado para poner en práctica esta metodología participativa es un la creación de un ambiente de resolución de problemas, en los que deberían trabajarse las actividades matemáticas que según Alan J. Bishop (1988) están presentes en todas las culturas: contar, orientarse, medir, diseñar, jugar y explicar.

Este enfoque de las etnomatemáticas puede parecer muy específico y dirigido sólo a una parte de la diversidad que hemos planteado en el apartado anterior, pero la propia autora Nuria Planas hace extensiva su propuesta en el texto que se reproduce a continuación:

*“Creemos que toda aula de matemáticas es diversa y que un planteamiento etnomatemático es adecuado para cualquier aula en general. No existen aulas homogéneas aunque todos sus alumnos hayan nacido en el mismo barrio o hablen una misma lengua, tan sólo existen actitudes uniformadoras.”*

Con esta idea de que la multiculturalidad está presente en cualquier grupo humano, Olivé (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008) sostiene que *“el enfoque intercultural ha de partir de una noción de cultura más global no asociada exclusivamente a etnias y grupos lingüísticos.”* Ante este planteamiento, los distintos autores que investigan este tema proponen enfoques pedagógicos que inciden en algunos puntos clave en cuanto a la metodología y el currículo.

Vilella Miró, X. (2006) propone que las actividades de clase deben ser ricas, colaborativas y contextualizadas, y que el currículum debe partir de los conocimientos previos de los alumnos, buscar relaciones dentro de las distintas áreas de la matemática y considerar la historia de las matemáticas y de cómo surgieron los nuevos conocimientos como un recurso para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Además considera clave la participación de los alumnos, fomentando el debate y el trabajo cooperativo.

Por otra parte, Alsina, Á. y Planas, N. (2008) basan su propuesta de una matemática inclusiva en cuatro pilares fundamentales: el pensamiento crítico, la manipulación, el juego y la atención a la diversidad. Se trata de una educación matemática práctica, que requiera el uso de la reflexión y la creatividad, en la

que las actividades rutinarias y repetitivas y la metodología centrada en la memorización pasan a un segundo plano. El pensamiento crítico se encuadra dentro de un modelo de resolución de problemas, pero como un caso particular en el que el alumno contribuye a identificar el problema que va a tratar de resolver, así afirman que *“tiene sentido hablar de pensamiento crítico como aquél que estimula la formulación de buenas preguntas y la búsqueda de respuestas complejas.”*

Respecto de la manipulación como instrumento para hacer más accesible y eficaz el aprendizaje, Alsina, Á y Planas, N. (2008) destacan el hecho de que se produce un conocimiento matemático al establecer unas relaciones que son fruto de un proceso de abstracción, lo importante para que se produzca ese aprendizaje es la acción que el alumno ejerce sobre el objeto de manera autónoma y que no tendría lugar con la mera observación.

Otra actividad que Alsina, Á. y Planas, N. (2008) consideran necesaria en el aula de matemáticas para conseguir un desarrollo integral del alumno es el juego, cuyo mayor logro es que permite resolver problemas de forma simbólica, para lo que se desarrollan diferentes procesos mentales y se consigue despertar un mayor interés y motivación. Estos autores sostienen que:

*“Las funciones principales del juego son favorecer el desarrollo intelectual, social y emocional de manera divertida, estimulante y motivadora. En cuanto al desarrollo social y emocional, el juego estimula la comunicación, el trabajo en equipo y la aceptación de normas, entre otras habilidades imprescindibles para el desarrollo intelectual.”*

Alsina, Á. y Planas, N. (2008) consideran que esos mencionados cuatro pilares en los que se fundamenta su propuesta para una matemática inclusiva (pensamiento crítico, manipulación, juego y atención a la diversidad) son complementarios y destacan la necesidad de un enfoque integrado, en el que además de conocimientos matemáticos, se pongan en juego conocimientos del alumno sobre sí mismo, sus conocimientos sobre el mundo, para lo que es necesaria una debida contextualización de las tareas y actividades de clase;

así como conocimientos sobre otras materias, lo que denominan globalización. Aseguran que:

*“A partir de la interrelación de estos tipos, se deduce qué temas y acciones son relevantes en el desarrollo de una práctica matemática, cuáles son secundarios y cuáles ni siquiera deberían considerarse.”*

Por su parte, Mercado, A. (2007) considera que la forma de materializar esa conexión entre los conocimientos asociados a las matemáticas y otras áreas, y que constituye una herramienta eficaz para atender la diversidad, son las unidades didácticas integradas. Cree que en este tipo de trabajo mediante proyectos es más importante atender a la calidad de los contenidos frente a su cantidad, y que además es imprescindible que el alumno descubra la utilidad de esos conocimientos en su vida cotidiana a la vez que consigue esos logros matemáticos. Por tanto, se trataría de que la asignatura resulte lo más atractiva posible, explorando las relaciones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento y mediante el uso de materiales didácticos variados y relacionados con actividades cotidianas.

En general se considera que el trabajo por proyectos es una buena manera de hacer operativo un enfoque integrado (Jiménez y otros, 2004; Grupo Vilatzara, 2006; Grupo EMAC, 2008; citados en Alsina, Á. y Planas, N. 2008). Se basan en que a menudo se trata el mismo tema desde distintas perspectivas según la disciplina de la que se trate, o incluso en distintas partes dentro de la misma disciplina. Tendría mucho más sentido de cara a dotar de contexto a los contenidos y las actividades del aula, así como para conseguir llenar de sentido y utilidad todos esos conocimientos troceados y separados por disciplinas, el hecho de trabajarlos integrados dentro de un proyecto. Ésta es su principal finalidad, pero Alsina, Á. y Planas, N. (2008) consideran que, desde este tipo de metodología, también se pueden trabajar la manipulación y el juego, además de que es prioritario prestarle una especial atención a conseguir el desarrollo del pensamiento crítico, como principio que engloba a los demás. Así, estos autores consideran que:

*“Trabajar el pensamiento crítico, la manipulación, el juego o la atención a la diversidad por medio de proyectos favorece el acceso al conocimiento en base a un aprendizaje significativo.”*

Otro aspecto muy destacable de esta metodología en cuanto a la atención a la diversidad en el aula, es el hecho de que no sólo se integran los contenidos, sino que los alumnos trabajan de forma cooperativa y se comprometen con el proyecto. Por tanto, se crea un escenario de participación, debate e intercambio que contribuye a que se produzca una construcción conjunta del conocimiento. Los alumnos se responsabilizan de su propio aprendizaje y del de sus compañeros, se trata de un proceso social en el que son bienvenidas las aportaciones de todos los interlocutores, sus opiniones, conocimientos y valores. De esta forma se consigue que participen alumnos que no suelen hacerlo y también que los alumnos más integrados tengan la oportunidad de conocer otras perspectivas y maneras de hacer matemáticas.

Pero, teniendo en cuenta esta nueva forma de plantear el aula de matemáticas, con actividades colaborativas y trabajo por proyectos, y dando prioridad a actividades en las que se desarrolle el pensamiento crítico y se fomente el uso de la manipulación y el juego para construir aprendizajes más significativos y que sean accesibles para todos, sería necesaria también una nueva forma de evaluar estos procesos. Según Serradó, A. y Azcárate, P. (2006), tradicionalmente la evaluación de la competencia curricular de alumnos que presentaban necesidades educativas especiales se hacía mediante pruebas escritas o test estandarizados. Señalan que mediante estas pruebas realmente no se consigue la importante información que supone conocer cómo se desarrollan las capacidades y la evaluación del progreso del alumno. Para ello es necesario utilizar otros instrumentos de evaluación y proponen el uso de portafolios. Serradó, A. y Azcárate, P. (2006) consideran que:

*“Evaluar es un proceso que necesita de una información continua acerca de cómo se está desarrollando en el aula el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático, con la finalidad de ayudar al alumno, adaptarse a sus características y necesidades y comprobar la adecuación de la acción didáctica del docente.”*

Con el uso del portafolio como instrumento de evaluación, se pretende que los alumnos puedan ir reflejando su trabajo y sus reflexiones, quedando con ello evidenciado el proceso seguido a través del tiempo. Otorga mucha más información al profesor para conocer los progresos, las áreas de mayor dificultad y para poder reconducir el proceso de enseñanza y aprendizaje cuando sea necesario. Además: *“Como estrategia metodológica, los portafolios estimulan una mayor discusión entre el profesor y el alumno acerca de sus productos y procesos y, también, sobre los aspectos a planificar para mejorar”* (Azcárate, 2005, citado en Serradó, A. y Azcárate, P., 2006).

Propiciar el debate y la discusión en clase, tanto entre profesor y alumno como señala la autora, como entre alumnos, deja espacio para el pensamiento alternativo y la creatividad, todos los argumentos pueden ser válidos y los que presenten errores, sirven para ahondar en ellos y despejar posibles obstáculos. Pero cabe preguntarse qué tipo de actividades son susceptibles de generar ese debate de ideas. No todas las actividades favorecen el pensamiento crítico y estimulan por igual el interés del alumno. No es lo mismo un ejercicio que un problema. Guzmán, M. (1993) considera que: *“El núcleo fundamental de la actividad matemática es sin duda la resolución de problemas”*, y a este respecto, Callejo, M. (1994) se pregunta por qué en la práctica escolar este no es un punto fundamental del quehacer matemático. Plantea como una propuesta didáctica muy adecuada para atender la diversidad, la resolución de lo que llama *“verdaderos problemas”*, es decir, aquéllos que necesitan *“una combinación original de saberes y métodos, mucha creatividad y la utilización de razonamientos plausibles.”*

Podría pensarse que la resolución de problemas no está al alcance de todo el mundo pero no es cierto: los problemas pueden ser más complejos o más sencillos; lo verdaderamente interesante de este planteamiento en el aula es lo que implica el proceso de resolver un verdadero problema y no un mero ejercicio rutinario. Por tanto contribuye a poner en juego capacidades de razonamiento y creatividad, que estarán en función de las necesidades de cada uno. Así, Barrón Duque, I. (1999) explica cómo, en la experiencia de enseñar a un alumno con síndrome de Down y siendo conscientes de que puede

desarrollar capacidades matemáticas aunque el grado de consecución sea diferente al de otros alumnos, el grupo de profesores comienza eligiendo actividades que son de tipo manipulativo y gráfico y contextualizadas de forma muy próxima a los intereses del niño. Tras un curso en el que consiguen logros en aprendizajes básicos, se plantean objetivos más ambiciosos con la resolución de problemas, creando situaciones más complejas que las anteriores.

Por otra parte, la resolución de problemas está también muy indicada para la detección y estímulo de las altas capacidades en matemáticas. Como se señala en Guzmán, M. et al. (1999):

*“En matemáticas ocurre que la enseñanza inicial se basa incorrectamente en algoritmos aritméticos rutinarios, de modo que no hay lugar para identificar las aptitudes adecuadas para la auténtica matemática”.*

Carole Grennes, 1981 (citado en Guzmán, M. et al., 1999) enumera algunas características que se asocian a un talento especial en matemáticas, destacando entre ellas: las características especiales para resolver problemas, la formulación espontánea de problemas, la flexibilidad en el uso de datos y la habilidad para organizarlos, la riqueza de ideas, la originalidad de interpretación, la habilidad para transferir ideas y la capacidad de generalizar.

Vemos como muchas de estas características sólo podrían detectarse si se crea un ambiente en el aula propicio para debatir y compartir ideas en el que se propongan actividades que impliquen poner en juego la creatividad y el pensamiento crítico, siendo también adecuado el trabajo en resolución de problemas, una vez detectadas esas capacidades, para su desarrollo y estímulo.

Respecto de la resolución de problemas, Callejo, M. (1994) analiza una idea muy interesante: un problema exige investigar, relacionar y también implica afectos y emociones. Así, los procesos que rigen la resolución de problemas no son sólo cognitivos, sino también afectivos. El comportamiento de los alumnos ante la resolución de problemas está condicionado por el contexto y por las ideas que ellos tienen acerca de la actividad matemática.

Estas ideas o creencias de los alumnos, pueden manifestarse en ciertas actitudes y en las emociones que experimentan en el proceso de resolución.

Y si las emociones complementan, o incluso pueden llegar a optimizar, los aspectos cognitivos, la pregunta que surge es la de por qué no se le presta la suficiente atención a este tipo de aprendizaje emocional en el aula. Callejo, M. (1994) resalta, entre otros, tres aspectos de la afectividad que intervienen en la resolución de problemas: las emociones, las creencias y las actitudes. Esta autora considera respecto de las emociones que:

*“Estos sentimientos pueden hacer de motor que impulse para buscar una solución o, por el contrario, bloquear dicho proceso debido al peso de las emociones negativas.”*

En cuanto a las creencias, éstas también condicionan el comportamiento del alumno a la hora de afrontar los problemas, ya que si están acostumbrados a ejercicios rutinarios y repetitivos, sus ideas acerca de cómo se desarrolla la actividad matemática no les ayudarán en el proceso. Por otra parte, según Serrano, 1989 (citado en Callejo, M., 1994):

*“Las actitudes tienen una componente cognitiva que se manifiesta en las creencias subyacentes a dicha actitud, una componente afectiva que se manifiesta en los sentimientos de aceptación o de rechazo de la tarea o de la materia y una componente intencional o de tendencia a un cierto tipo de comportamiento.”*

En este sentido, Gómez Chacón, I. (2000) plantea que, frente a un aprendizaje que se ha centrado en los aspectos cognitivos, se hace imprescindible reconocer que la dimensión afectiva del alumno determina la calidad del aprendizaje y que por tanto, es urgente plantear propuestas prácticas para el aula que integren esta dimensión. En su libro “Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático”, el prólogo corre a cargo de Miguel de Guzmán y de él extraigo el siguiente texto:

*“¿De qué depende el hecho de que un niño que entra en una escuela llegue a encontrar fascinante el quehacer propio de las matemáticas y otro en cambio se convierta en profundo aborrecedor de ellas para toda su vida?”*

*¿Existen emociones en la matemática? Las actitudes señaladas anteriormente parecen apuntar que, al menos, existe un enorme caudal de afectividad en torno al quehacer matemático y que la toma de posición inicial respecto de la matemática, es capaz de generar actitudes que perduran toda la vida.”*

Por tanto, no estaría completa una propuesta didáctica de atención a la diversidad desde el aula de matemáticas que no incluyese el aprendizaje social y emocional. Éste parece fundamental para lograr un desarrollo integral de la persona y además favorece los aspectos cognitivos. Para lograr un planteamiento que resulte integrador y accesible para todos, es necesario profundizar en los aspectos destacados hasta ahora, el desarrollo del pensamiento crítico y la resolución de problemas, el debate, la cooperación, la contextualización e interrelación entre contenidos y abordar la dimensión emocional de la educación matemática.

### **3. Contextualización de la investigación**

A continuación se abordan con más profundidad algunas de las propuestas de actuación indicadas en el apartado anterior.

#### **3.1. Dimensión emocional en la educación matemática**

Como indica Gómez Chacón, I. (1999), la mayoría de las respuestas que se han dado para atender la diversidad se centran en la diversidad que los individuos muestran en función de sus diferentes capacidades (cognitivas, sensoriales, motrices), motivaciones, estilos de aprendizajes, intereses, etc., centrándose sobre todo en las llamadas necesidades educativas especiales, pero son más escasas las dirigidas a diferencias de grupo (étnicas, género, socioculturales) y a las distintas condiciones del contexto escolar y el contexto sociofamiliar.

En el amplio concepto de diversidad que hemos adoptado inicialmente, estarían incluidas todas estas diferencias y habríamos dado un paso más, al considerar que esas necesidades educativas deben atenderse en el aula de forma individual porque existe diversidad incluso dentro de lo que podríamos

catalogar como grupos en apariencia homogéneos. Y precisamente este concepto de diversidad está más en sintonía aún con la afirmación de Gómez Chacón, I. (1999) de que es necesario elaborar una diversificación de la propuesta educativa para adaptarla a las condiciones de las personas y los grupos sociales destinatarios. En el propósito de encontrar modelos que faciliten un aprendizaje significativo y que permitan al docente detectar las dificultades de aprendizaje, Gómez Chacón, I. (1999) considera que una propuesta didáctica de actuación que debería usarse como referencia es la que se centra en la dimensión emocional de los sujetos.

### **3.1.1. El dominio afectivo**

Un primer paso para elaborar una propuesta que incorpore los aspectos emocionales en la educación matemática consiste en conocer el marco teórico existente para caracterizar esa dimensión emocional. Así que antes de plantearnos qué elementos curriculares o ambiente en el aula favorecen que el alumno aproveche sus afectos para el aprendizaje de las matemáticas, cabe preguntarse qué se entiende por dominio afectivo. Según Krathwohl, Bloom y Masia (1973, citado en Gómez Chacón, I., 2000), el dominio afectivo incluye actitudes, creencias, apreciaciones, gustos y preferencias, emociones, sentimientos y valores.

En la década de los noventa del siglo pasado, se produce una reconceptualización del dominio afectivo con dos intenciones principales: el intento de consolidación de un marco teórico y la apertura a tener en cuenta el contexto social del aprendizaje (Gómez Chacón, I., 1997). En el ámbito matemático, destacan las investigaciones de McLeod. En adelante tendremos en cuenta la definición de McLeod (1989, citado en Gómez Chacón, 2000), que usa el término dominio afectivo para referirse a un *“extenso rango de sentimientos y humores (estados de ánimo) que son generalmente considerados como algo diferente a la pura cognición e incluye como descriptores específicos de este dominio las actitudes, creencias y emociones”*.

Otra visión interesante de este término la aportan Lafortune y Saint-Pierre (1994, citado en Gómez Chacón, 2000) que definen como dominio

afectivo *“una categoría general donde sus componentes sirven para comprender y definir el dominio. Las componentes son las actitudes y los valores; el comportamiento moral y ético; el desarrollo personal; las emociones (entre las cuales sitúan la ansiedad) y los sentimientos; el desarrollo social; la motivación y finalmente la atribución”*.

Considerando la definición aportada por McLeod (1989), los descriptores básicos del dominio afectivo son las creencias, las actitudes y las emociones.

Las **creencias** son definidas, según Gilbert (1991), como concepciones o ideas, formadas a partir de la experiencia, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y sobre sí mismo en relación con la disciplina (citado en Caballero, A. y Blanco, L. J., 2007). Según McLeod (1992), se definen en términos de experiencias y conocimientos subjetivos del estudiante y del profesor (citado en Gómez Chacón, I., 2000).

Las creencias del estudiante se categorizan en términos del objeto de creencia: creencias acerca de la matemática (el objeto), acerca de uno mismo, acerca de la enseñanza de la matemática, y creencias acerca del contexto en el cual la educación matemática acontece (contexto social). Este autor señala dos categorías de las creencias que principalmente parecen tener influencia en los aprendices de matemáticas (McLeod, 1992, citado en Gómez Chacón, I., 1997, 2000):

*“Creencias acerca de las matemáticas como disciplina que los estudiantes desarrollan. Estas creencias generalmente involucran poca componente afectiva, pero constituyen una parte importante del contexto en el que el afecto se desarrolla.*

*Una segunda categoría se refiere a las creencias del estudiante (y del profesor) acerca de sí mismo y su relación con la matemática; tiene una fuerte componente afectiva, e incluye creencias relativas a la confianza, al autoconcepto, y a la atribución causal del éxito y fracaso escolar. Son creencias estrechamente relacionadas con la noción de metacognición y autoconciencia (McLeod, 1989).”*

Por tanto, según McLeod se consideran principalmente dos tipos de creencias que influyen en profesores y alumnos: las creencias acerca de las

matemáticas y las creencias acerca de sí mismos. Para poder afrontar con éxito un enfoque de las matemáticas que conecte con las diversas culturas presentes en el aula, se hace imprescindible conocer y analizar esos tipos de creencias en el alumnado y el profesorado.

Según Hart (1989), la **actitud** es una predisposición evaluativa (positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento (citado en Gómez Chacón, I., 2000; Caballero, A. y Blanco, L. J., 2007). Por tanto, una actitud consta de tres componentes: la cognitiva (las creencias subyacentes a dicha actitud), la componente afectiva (sentimientos de aceptación o de rechazo de la tarea o de la materia), y la componente comportamental (las intenciones o tendencias a un cierto tipo de comportamiento).

Esta definición dada por Hart es general y por tanto, válida para cualquier actividad; pero si el objeto es la matemática, se pueden distinguir dos grandes categorías: actitudes hacia la Matemática y actitudes matemáticas (NCTM, 1989, Callejo, 1994, citado en Gómez Chacón, I., 2000). Así, mientras que las actitudes hacia la Matemática están relacionadas con la valoración y el aprecio de esta disciplina y el interés por esta materia y por su aprendizaje, por lo que tiene más peso la componente afectiva que la cognitiva; las actitudes matemáticas se relacionan con cómo se usan las capacidades generales, y tienen un carácter principalmente cognitivo. Lo que realmente distingue las actitudes de las capacidades cognitivas es su dimensión afectiva, esto es, hay que distinguir entre lo que el sujeto es capaz de hacer (capacidad) y lo que prefiere hacer (actitud).

Según McLeod, que tienen como referencia la visión cognitiva de Mandler, se denomina **emoción** o respuesta emocional a la clase de afecto más visceral, una respuesta intensa pero relativamente corta. Gómez Chacón, I. (2000) considera la que las emociones no sólo implican lo psicológico, sino también lo fisiológico, cognitivo, motivacional y el sistema experiencial. Afirma que las emociones:

*“Surgen en respuesta a un suceso, interno o externo, que tiene una carga de significado positiva o negativa para el individuo. La clase de valoraciones*

*relacionadas con el acto emocional sigue al acontecimiento de alguna percepción o discrepancia cognitiva en la que las expectativas del sujeto se infringen. Tales expectativas son expresiones de las creencias de los estudiantes acerca de la naturaleza de la actividad matemática, de sí mismos, y acerca de su rol como estudiantes en la interacción en la clase. Las creencias de los estudiantes, que parecen ser un aspecto crucial en la estructuración de la realidad social del aula, hacen derivar el significado de los actos emocionales.”* (Gómez Chacón, I., 1997, 2000).

De esta forma, vemos cómo las creencias son cruciales para las respuestas emocionales. La teoría de la discrepancia de Mandler, en la que las reacciones emocionales surgen de las discrepancias entre las expectativas y lo que sucede realmente, explica la forma en que las creencias de los estudiantes y su integración en situaciones de resolución de problemas conducen a respuestas afectivas (Caballero, A. y Blanco, L. J., 2007).

De este análisis de los afectos (emociones, actitudes y creencias) se deduce que juegan un papel fundamental en la comprensión del comportamiento de los estudiantes ante las matemáticas y de los resultados que obtienen, por lo que su estudio constituye una gran fuente de información para poder desarrollar propuestas didácticas en el aula con vocación inclusiva. Esta importancia que acabamos de resaltar, queda reflejada en las consecuencias de los afectos que explica Gómez Chacón, I. (2000). Según esta autora, tienen un impacto en cómo aprenden los alumnos y en el uso que hacen de las matemáticas, influyen en su autoconcepto como aprendiz de matemáticas, se produce una interacción muy importante entre afectos y sistema cognitivo, también influyen en la realidad social del aula y en muchas ocasiones son un obstáculo para un aprendizaje eficaz.

En referencia a la mencionada interacción entre afectos y sistema cognitivo, según Gómez Chacón, I. (1997) cada vez está más extendida la idea de que es contraproducente separar cognición y afecto. McLeod (1989) explica esta interacción: las actitudes que conducen a una respuesta emocional repetidamente, se consolidan en creencias y éstas, a su vez, condicionan las emociones y son causa de respuestas emocionales. De ahí que Gómez

Chacón, I. (2000) señale la naturaleza cíclica de la relación que se establece entre afectos (emociones, actitudes y creencias).

Por tanto, parece clara la influencia que tienen los afectos en el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que tienen una gran influencia en los aspectos cognitivos, el siguiente paso sería conocer qué función desempeñan los afectos en ese proceso. Gómez Chacón, I. (2000) establece las siguientes funciones:

- Como un sistema regulador: las creencias que tiene el alumno acerca de la matemática y de sí mismo afectan a su aprendizaje, y a la vez las creencias y expectativas de su entorno también alteran las creencias del aprendiz, se comportan como una red. El conocimiento y toma de control por parte del alumno de esa actividad emocional le sirve para autorregular su aprendizaje.
- Como un indicador: las creencias que transmite el alumno y su perspectiva matemática constituyen una gran fuente de información sobre sus experiencias de aprendizaje pasadas, el tipo de enseñanza recibida y el contexto social en el que se desarrolla.
- Como fuerzas de inercia: los afectos pueden actuar impulsando la actividad matemática o, en muchas ocasiones, como fuerzas que se resisten al cambio.
- Como vehículos del conocimiento: se trata de conocer y comprender las dificultades que aparecen en el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas, ya que pueden tener su origen en actitudes o creencias de los alumnos; por tanto, el conocimiento afectivo posibilita la puesta en práctica en el aula de estrategias más eficaces.

En vista de lo anterior, para mejorar la enseñanza y aprendizaje de la matemática parece muy conveniente tener en cuenta los factores afectivos de alumnos y profesores, ya que las emociones, actitudes y creencias de éstos actúan como fuerzas impulsoras de la actividad matemática, o en muchos de los casos, como fuerzas de resistencia al cambio. Como afirman Lerman (1983), Ernest (1991) y Carrillo (19996): *“Diferentes filosofías de la enseñanza*

*matemática (sistema de creencias) permiten distintas prácticas de enseñanza en el aula”* (citado en Gómez Chacón, I., 2000).

Por otra parte, Hart y Alleksaht-Snider (1996) consideran que en este tema no se ha prestado la suficiente atención al contexto socio cultural del aprendizaje y opinan que las investigaciones en educación afectiva deberían analizarse unidas al aprendizaje en el aula y la organización social de la escuela (citado en Gómez Chacón, I., 2000).

En general, según Gómez Chacón, I. (1997), los datos de estudios empíricos nos muestran la considerable mejora que supone para la competencia emocional el abordar en el currículum los siguientes aspectos: los factores afectivos y las creencias acerca de la naturaleza de la matemática, las matemáticas y la cultura (las matemáticas como conocimiento cultural), la influencia de la historia personal en las actitudes y apreciaciones, la interacción entre cognición y afecto, y el autoconcepto del alumno como aprendiz de matemáticas. Como indica esta autora:

*“Un desarrollo óptimo de la dimensión afectiva en el aula de matemáticas requiere aportar modelos de situaciones que permitan descubrir y liberar creencias limitativas del alumnado, incorporar la experiencia vital y estimar la emoción y el afecto como vehículos del conocimiento matemático.”*

### **3.1.2. La alfabetización emocional**

En Gómez Chacón, I. (1997), encontramos que el movimiento por la alfabetización emocional se dedica a educar el afecto, se trata de una educación afectiva, un paso más allá del estudio de los afectos. De esta manera se introduce el concepto de inteligencia emocional y su repercusión en la educación matemática, ya que la calidad emocional de las interacciones en el aula influyen de manera decisiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Según Goleman (1996):

*“La persona alfabetizada emocionalmente en matemáticas es aquella que ha desarrollado su inteligencia emocional en este contexto y que ha logrado una forma de interactuar con este ámbito, que tiene muy en cuenta los sentimientos y emociones. La alfabetización emocional engloba habilidades tales como el*

*control de los impulsos y fobias en relación a la asignatura, que permite desarrollar la necesaria atención para que se logre el aprendizaje, la autoconciencia, la motivación, el entusiasmo, la perseverancia, la empatía, la agilidad mental, etc.”* (Citado en Gómez Chacón, I., 1997).

Existen varias corrientes en la investigación entre educación matemática y afecto. Desde una perspectiva cognitiva, encontramos a Mandler y Weiner.

La teoría de Mandler hace hincapié en la relación que existe entre creencias, actitudes y emociones, enfatizando el aspecto psicológico de la emoción. Su teoría se basa en la existencia de una interacción compleja entre el sistema cognitivo y el sistema biológico; así, las emociones derivan de una activación que se produce en el sistema nervioso autónomo (SNA), produciéndose una evaluación cognitiva que determina la cualidad de la emoción. Gómez Chacón, I. (1997) destaca tres aspectos de la teoría de Mandler:

- Según Mandler, los aprendices hacen planes en un contexto particular y la tensión surge cuando estos planes operan fuera de las formas en que ellos quieren o esperan.
- El resultado de estas tensiones es una activación fisiológica y esta activación se expresa a menudo mediante reacciones emocionales positivas o negativas.
- Si estas tensiones se repiten en el mismo contexto y vuelven a producirse las mismas reacciones emocionales, la activación puede automatizarse y estas emociones se “solidifican” en actitudes, que a su vez influyen en las creencias del alumno.

En Gómez Chacón, I. (2000) se destaca como, en el ámbito de la educación matemática, Mandler señala la función del valor en relación al cambio emocional:

*“El papel de los valores es una cuestión central ante un cambio del clima emocional en resolución de problemas matemáticos... Los padres, los profesores, los iguales, son los principales transmisores de valores culturales, de las valoraciones positivas o negativas que el estudiante impone a su mundo. Necesitamos estar atentos a la transmisión cultural de los valores...”*

Mandler pone el foco de atención en que los profesores de matemáticas sean conscientes de que la comunicación y las interacciones que se producen en clase, así como el contexto cultural en el que se producen, son determinantes en las reacciones emocionales que experimentan los alumnos. Además, los errores tienen unas consecuencias afectivas en el aprendiz y su detección y conocimiento pueden ser muy provechosos para mejorar el aprendizaje.

Por su parte, Weiner (1986) desarrolla la teoría de la atribución. Según ésta, el proceso de cognición-emoción se basa en que la conducta social de las personas queda afectada por las atribuciones de causalidad que éstas realizan; así, tras el resultado de un acontecimiento, hay una reacción general positiva o negativa, basada en el éxito o fracaso percibido sobre el resultado. Estas emociones se consideran dependientes del resultado e independientes de la atribución. Sin embargo, tras la valoración del resultado y la inmediata reacción afectiva, se buscará una adscripción causal en función de la atribución o atribuciones elegidas y se generará una serie de emociones diferentes (citado en Gómez Chacón, I., 2000).

Esta teoría considera que esta atribución que se realiza en cuanto a la causa tiene consecuencias psicológicas, llevando a una serie de expectativas, motivaciones y afectos. Por tanto, se interpretan las emociones como unas consecuencias postcognitivas que se producen al atribuir causas a los resultados de una acción.

Por otro lado, también existe una perspectiva constructivista de la educación emocional en la matemática. Desde esta perspectiva, se presta especial atención a la estructura social y cultural en la determinación del estado afectivo. Gómez Chacón, I. (1997) explica que los educadores constructivistas sostienen igualmente que la percepción de los estudiantes acerca del éxito y fracaso escolar influye en su motivación hacia el aprendizaje de la matemática (Nicolls, y otros, 1990). Existen una serie de autores que defienden un “constructivismo social”, que se centran en el origen y función social de las emociones. Según Gómez Chacón, I. (2000):

*“Para los constructivistas sociales las emociones se construyen socialmente (se constituyen socioculturalmente) a partir del lenguaje, de las normas culturales de interpretación, expresión y de sentimiento de las emociones, así como de los recursos sociales de los sujetos. Las emociones están constituidas de tal forma que sostienen y vertebran el sistema de creencias y valores.”*

Cobb, Yackel y Word (1989, citados en Gómez Chacón, I., 2000) subscriben las dos aproximaciones, la cognitiva y la constructivista, al tema de las emociones, al abordarlas tanto desde una perspectiva psicológica y como desde una perspectiva sociológica, ya que interactúan entre ellas. Diferencian dos aspectos de la emoción: como estado o como acto:

*“La emoción como estado es relativa al aspecto fenomenológico de la experiencia emocional, emociones como sentimientos interiores. La emoción como acto reconoce los aspectos de representación de la emoción, que expresan juicios relativos a algún criterio o valor.”*

Estos autores se centran en los **actos emocionales**, que tienen una componente racional y a la vez se dotan de significado dentro de un contexto social, de la realidad del aula. Por tanto: *“Las normas que estructuran la realidad social local del aula hacen derivar el significado de los actos emocionales.”* (Gómez Chacón, I., 2000). De esta forma, los actos emocionales adecuados en un contexto, no lo serían en otro diferente, y el aprendizaje de la conveniencia de sus emociones por parte de los sujetos ayuda a regular los comportamientos no deseados.

Gómez Chacón, I. (1997) recoge que Cobb y otros (1989) consideran que para que se produzca un cambio significativo en los afectos de los alumnos, es decisivo alterar las normas que prevalecen en clase. Para ello, los educadores deberían fomentar un tipo de ambiente *“en donde las interpretaciones que justifican las emociones negativas, como la frustración, simplemente no se hacen mientras se resuelven problemas”* (Cobb, Yackel y Wood, 1989; citado en Gómez Chacón, I., 2000).

Hasta aquí, las teorías que recogen aspectos cognitivos y sociales de la emoción parecen indicar que la interacción entre afecto y cognición es muy importante y además, la influencia del contexto social y cultural del aula en la

que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje es decisiva. Se trata, no sólo de enseñar a conocer y gestionar las emociones, sino de evitar que las emociones negativas aparezcan en situaciones en las que interfieren de forma muy importante en el aprendizaje. Cabe plantearse qué ambiente sería el adecuado para evitar este tipo de emociones, y algunas investigaciones desarrolladas por estos autores apuntan a un ambiente enfocado a la resolución de problemas en el que los alumnos se sientan libres y con confianza para participar, investigar, preguntar y cometer errores.

En este sentido, un aspecto a desarrollar en las aulas es la **inteligencia emocional**. Salovey y Mayer (1990) definen la inteligencia emocional como: *“La faceta de la inteligencia social que involucra la habilidad para manejar nuestros propios sentimientos y los sentimientos de otros, discriminando entre ellos y usando esta información como guía de nuestro pensamiento y acciones”* (citado en Gómez Chacón, I., 2000).

Como apunta Gómez Chacón, I. (2000), el concepto de inteligencia emocional que crean estos autores engloba los procesos mentales involucrados en la información emocional, es decir, la valoración, expresión, regulación y utilización de las emociones. Por tanto, para conseguir una alfabetización emocional, es necesario observar el contexto social y cultural del aula y cómo se producen las interacciones en ella, conocer los procesos mentales que intervienen en nuestras emociones, y elaborar propuestas didácticas en las que las actividades y la metodología favorezcan un uso positivo de las emociones en el aprendizaje.

A raíz de todas estas aportaciones de la psicología cognitiva y del socioconstructivismo, se configura un nuevo marco teórico para la dimensión emocional en la educación matemática, que abre la puerta a la influencia del contexto social en el aprendizaje. Según Gómez Chacón, I. (2000), este nuevo marco teórico debe tener en cuenta dos ideas principales: la interacción entre cognición y afecto, han de realizarse estudios conjuntos para poder tener en cuenta sus interacciones; y también prestar atención al contexto social de aprendizaje en los estudios que se lleven a cabo, no limitándose a situaciones de laboratorio.

Otro aspecto que destaca esta autora es el autoconcepto del alumno como aprendiz de matemáticas. En Gómez Chacón, I. (1997), se dice que el autoconcepto consiste en los conocimientos subjetivos, las emociones y las intenciones de acción acerca de uno mismo relativas a la matemática y a la educación. Estas creencias y emociones están referidas a los intereses, la motivación, la eficiencia en matemáticas, la atribución causal del éxito o el fracaso, y la valoración como miembro de un grupo social. En Gómez Chacón, I. (2000) se afirma que:

*“La estructura del autoconcepto como aprendiz de matemáticas está relacionada con sus actitudes, la perspectiva del mundo matemático y con su identidad social. El autoconcepto tiene una fuerte influencia en su visión de la matemática y en su reacción hacia ella.”*

Por tanto, los educadores deberían actuar con el fin de conseguir que los alumnos posean un autoconcepto positivo que les permita desarrollar mejores aprendizajes, y para ello es necesario, no sólo cuidar los contenidos, sino también cómo se transmiten y el tipo de trabajo que se lleva a cabo en el aula.

## **3.2. Resolución de problemas**

### **3.2.1. Proceso de resolución de problemas**

La resolución de problemas pone en juego el pensamiento crítico, la creatividad y las emociones del aprendiz. Durante el proceso, intervienen las expectativas y las creencias que posee el alumno acerca de la actividad matemática y de sí mismo, y también influye su contexto social y cultural. Para Callejo, M. (1994) el término “problema” designa:

*“Una situación que plantea una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al sujeto que intenta responderla porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o los datos y la conclusión, y debe, por tanto, buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, etc., para hacer frente a una situación nueva. Es pues un concepto relativo al sujeto que intenta resolverlo y al contexto en que se plantea la cuestión.”*

En este proceso, podemos distinguir unas **etapas**, siendo aplicables las cuatro etapas del acto creativo descritas por G. Wallas (1926): familiarización, incubación, inspiración y verificación.

Callejo, M. (1994) describe la *familiarización* como un trabajo consciente de preparación que conduce a la comprensión de la situación planteada, se trata de buscar estrategias para resolverlo. Pueden servir de guía las estrategias heurísticas descritas por G. Polya (1972): buscar semejanzas con otros problemas, imaginar un problema más sencillo e intentar resolverlo, experimentar con casos particulares, hacer representaciones gráficas, elegir una buena notación, pensar cómo se relacionaría la situación de partida con la final,...

La siguiente etapa es la *incubación*, según Callejo, M. (1994) este periodo puede ser inconsciente o semiconsciente y se trabajan las ideas de la fase anterior. A continuación, llega la *inspiración*, a veces tras abordarlo varias veces y ésta no tiene por qué ser total, también puede darse una inspiración parcial. En este punto, se elabora una estrategia para resolverlo que suele constar de la formalización de la situación en un contexto matemático, el empleo de un razonamiento, su representación gráfica y la aplicación de una o varias heurísticas. Por último, llega la etapa de la *verificación*, por medio de un razonamiento demostrativo, que unas veces confirma la inspiración y otras no, lo que pone en juego emociones intensas.

Esta descripción en etapas es similar al proceso de resolución de problemas descrito por G. Polya (1972):

- “1. *Comprender el problema.*
2. *Concebir un plan.*
3. *Ejecutar el plan.*
4. *Examinar la solución obtenida.*” (Citado en Callejo, M., 1994).

A pesar de esta aparente sencillez, el proceso de resolución de problemas es realmente más complejo. Las etapas no tienen por qué darse en ese orden y el mismo G. Polya planteó unos principios generales para ayudar en la decisión de elegir un procedimiento: el principio de economía y su complementario, el principio de ausencia de fronteras; el principio de

perseverancia y su complementario, el de variedad; y el principio de preferencia. Además, como señala Callejo, M. (1994), existen distintas formas de aproximarse a un problema, y autores como H. Poincaré, J. Hadamard y V. A. Krutetskii han definido distintos tipos de espíritus matemáticos, según las preferencias y las características a la hora de aproximarse a la resolución.

Por otra parte, en el proceso, no sólo interviene la cognición, sino también los afectos (emociones, creencias y actitudes) y el contexto; por lo que cabe plantearse si es posible enseñar a resolver problemas. Callejo, M. (1994) elabora una **propuesta metodológica** para enseñar a resolverlos. Esta autora propone:

*“plantear problemas a los estudiantes con la intención de describir las estrategias heurísticas en la medida en que los sujetos las hubiesen ensayado y aplicado a estos problemas, pasando así de un uso implícito a una descripción explícita de las mismas.”*

Un punto muy importante de la propuesta didáctica de Callejo, M. (1994) lo constituye la comunicación del pensamiento matemático. Considera que esta comunicación es muy importante para el aprendizaje porque se facilita *“un clima de libertad para animar a los alumnos a expresar sus ideas”*, porque compartir las ideas y experiencias con otras personas ayuda a ver otras formas de aproximarse a los problemas y a percibir que los bloqueos y errores son comunes; y porque al tratar de convencer a otros, nos vemos obligados a demostrar nuestros argumentos.

Además, Callejo, M. (1994) destaca la necesidad de primar el proceso frente al resultado. Éste es otro de los aspectos que hacen de la resolución de problemas en el aula y de esta propuesta metodológica, una apuesta muy interesante por atender la diversidad. Según la autora, estamos ante una tarea compleja que exige un gran trabajo en todas las etapas del proceso y que no siempre conduce a la solución. El alumno puede llegar a superar la etapa de la familiarización, comprendiendo el problema, e incluso plantear estrategias acertadas; por lo que para poder realizar una buena evaluación de este tipo de trabajo, esta autora considera necesario dejar constancia verbal o escrita del proceso seguido. En este sentido, propone elaborar protocolos de resolución

que permitan ser conscientes de los procesos de pensamiento, con el objeto de poder exponerlos al grupo y al docente. La elaboración de un documento que plasma el razonamiento seguido invita a una reflexión posterior sobre el proceso de resolución.

Por otra parte, otra de las estrategias que Callejo, M. (1994) considera adecuadas para avanzar en la resolución de problemas, es el trabajo en grupo, con la figura de un moderador que ayude a seguir la metodología de trabajo propuesta. Algunos aspectos clave de la propuesta que realiza esta autora se refieren a la comunicación de ideas:

- *suscitando la participación de todos los componentes del grupo, animando, animando a los más pasivos y evitando que alguien monopolice la palabra*
- *impidiendo que se juzguen las ideas expuestas: en caso de que alguien no considere una conjetura pertinente, una idea plausible o una demostración verdadera, sólo se le permite pedir explicaciones*
- *evitando que se desechen ideas porque no hayan resultado útiles; por el contrario se trata de favorecer que se profundice en ellas para ver si se pueden explotar*
- *propiciando el análisis de los bloqueos que se presentan en el transcurso de la resolución*
- *pidiendo que se generalicen los datos del problema o el resultado obtenido.*

Tras este análisis de las fases y las estrategias más acertadas para proceder al aprendizaje de la resolución de problemas, quedan en evidencia los motivos por los cuales es un tipo de trabajo muy indicado para atender la diversidad en el aula; se fomenta la participación, la comunicación, la creatividad, el razonamiento, se comparten los bloqueos y los miedos (lo que contribuye a restarles importancia) y se puede llevar a cabo una metodología de trabajo en equipo en la que el alumno es el protagonista de su aprendizaje.

### 3.2.2. La dimensión emocional en la resolución de problemas

En un apartado anterior, se ha tratado el tema de la dimensión emocional en la educación matemática, pero dentro de ésta, la resolución de problemas presenta algunos aspectos particulares y en ellos nos centraremos a continuación.

Según Callejo, M. (1994), las emociones que se experimentan en las distintas fases de resolución de un problema son variadas. En la familiarización, se suele sentir una tensión que puede llegar a ser interés o ansiedad; mientras que en el momento de la inspiración, los sentimientos son positivos, pero serán más o menos intensos según las expectativas, y la verificación conducirá a emociones relacionadas con el placer o el fracaso.

Hemos visto que se produce una interacción entre lo afectivo y lo cognitivo, y según Gómez Chacón, I. (1997), esas reacciones afectivas influirán sobre todo en los procesos metacognitivos y los procesos directivos, y ofrece algunos ejemplos de ello:

*“Por ejemplo, la decisión de perseverar en el camino de una posible solución puede estar influenciada por la confianza o la ansiedad. Los procesos de almacenaje y recuperación de la información pueden estar menos afectados por las emociones. No obstante, se señala que cuando la magnitud de la respuesta de una emoción negativa es larga, puede alcanzar el nivel de pánico; como se muestra en el estudio de Buxton (1981) los estudiantes de la investigación indican que todo su procesamiento queda detenido y toda su capacidad de procesamiento permanece limitada pues parece estar empeñada en evaluar su estado emocional.”*

En cuanto a las creencias y cómo afectan a la resolución de problemas, Callejo, M. (1992,1994) explica que si los alumnos están habituados a ejercicios rutinarios, las creencias que desarrollan acerca de en qué consiste la actividad matemática no van a ayudarles en la resolución de problemas. Así, sus expectativas en cuanto al tiempo que se tarda, pueden provocarles desánimo, o no invertirán el tiempo suficiente en reflexionar sobre él.

Otro ejemplo sobre cómo afectan determinadas creencias lo expresa Gómez Chacón, I. (1997). Explica como la creencia que indica Schoenfeld

(1987) acerca de que la matemática asociada a tener muchos conocimientos, una gran habilidad y dar respuestas correctas, puede perjudicar la habilidad de los estudiantes para resolver problemas no rutinarios y complejos, ya que pueden actuar como filtros en la búsqueda de sentido en el contexto del aula e influyen en su motivación.

Gómez Chacón, I. (1997) considera que la atribución causal de éxito o fracaso también influye significativamente, pues un estudiante que atribuye su éxito a la ayuda del profesor, no se sentirá capaz de buscar respuestas alternativas o tomar decisiones sobre qué camino elegir.

Un tratamiento más amplio de las dimensiones del estado emocional del resolutor de problemas se encuentra en Gómez Chacón, I. (2000). Afirma que las reacciones emocionales más comunes e intensas en este caso son la frustración y la satisfacción. Lo que ocurre es que, a pesar de ser especialmente intensas en la resolución de problemas, también son relativamente cortas en duración. Se observa además que cuando las reacciones son intensas y negativas los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas, ya que tienden a abandonar para intentar reducir la magnitud de la emoción.

Según Gómez Chacón, I. (2000), otro aspecto que caracteriza las emociones de los estudiantes que resuelven problemas es que no son conscientes de ellas, pero si el resolutor de problemas fuese consciente de sus reacciones emocionales podría tomar medidas e introducir cambios y con ello, mejorar el control de sus respuestas automáticas, logrando un mayor éxito en la resolución. Por ejemplo, si un alumno comprende que es algo normal en el proceso sufrir bloqueos, cuando sienta frustración la percibirá como algo natural y no tenderá a abandonar la resolución por este motivo. De todo esto se deduce la conveniencia de instruir a los estudiantes en el reconocimiento de sus emociones y en las formas en las que pueden controlar las reacciones emocionales que interfieren en sus habilidades cognitivas.

Por otra parte, Gómez Chacón, I. (2000) sostiene que además de conocer las reacciones emocionales, que son estados de cambio y las llama *afecto local*, es imprescindible contextualizar estas reacciones emocionales en

la realidad social que las produce, ya que esos valores e ideas permiten construir estructuras generales del concepto de uno mismo y acerca de la matemática, que constituyen lo que denomina el *afecto global*.

Por tanto, vuelve a manifestarse la importancia del contexto social y cultural del individuo en la formación de sus ideas y creencias, que afectan directamente a sus emociones y con ello, a su habilidad en la resolución de problemas. Educar en este conocimiento forma parte de una enseñanza más eficaz y accesible a todos.

### **3.3. Desarrollo del pensamiento crítico**

En la vida podemos encontrar muchas situaciones que encierran problemas matemáticos susceptibles de identificar, plantear y resolver. El pensamiento crítico supone un paso más en la resolución de problemas, ya que como afirman Alsina, Á y Planas, N. (2008), en el modelo de pensamiento crítico, coinciden en la misma figura el ciudadano que identifica el problema y el que se esfuerza por entenderlo y resolverlo. El desarrollo de este tipo de pensamiento está especialmente indicado para la diversidad del aula de matemáticas, ya que consiste en el desarrollo de una capacidad que nos une a todos. Independientemente de que se posean más o menos conocimientos de partida, o estos sean diferentes a los de otros, lo que se trabaja es una manera de razonar, de pensar, y todos los alumnos pueden avanzar en ese entrenamiento. Por otra parte, constituye una habilidad para la vida, para ser ciudadanos autónomos y críticos.

Alsina, Á y Planas, N. (2008) define el pensamiento crítico como:

*“aquél que estimula la formulación de buenas preguntas y la búsqueda de respuestas complejas. Pensamos críticamente cuando cuestionamos la información que se nos proporciona, tomamos la iniciativa de buscar más información y desarrollamos un interés por ser precisos en el contraste de puntos de vista.”*

Según recoge Alsina, Á. y Planas, N. (2008), en los años ochenta, a raíz de un estudio encargado a John Goodlad, se impulsó la necesidad de diseñar entornos de resolución de problemas en las escuelas de EEUU. En este

estudio, John Goodlad (1984) recogió datos de más de 1000 escuelas de primaria y secundaria y concluyó que la mayoría de los enunciados que se planteaban en las aulas eran opiniones y sólo menos del 1% eran razonamientos. Para hacer frente a esta situación, el National Council of Teachers of Mathematics (1989) menciona la necesidad de introducir el pensamiento crítico en las aulas. En esos años, también en Europa se encarga por parte del Ministerio de Educación británico otro informe a Sylvia Downs, que luego la UNESCO terminará asumiendo. En este informe, Sylvia Downs (1987) señala que, por medio de la resolución crítica de problemas el aprendizaje debe:

- *“Responsabilizarse de su aprendizaje y adoptar un papel activo.*
- *Saber distinguir entre lo que tiene que memorizar y lo que tiene que comprender.*
- *Tomar decisiones y hacer preguntas para asegurarse de que comprende.*
- *Sentirse seguro con el fin de aprovechar nuevas oportunidades de aprendizaje.*
- *Darse cuenta de las dificultades que se le presentan y de las múltiples causas de estas dificultades.”*

Una definición muy esclarecedora de pensamiento crítico la dio Ole Skovsmose, 1994 (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008), al decir que es una *“experiencia transformadora que nos facilita una mejor comprensión de nuestro papel en el mundo”*. La pregunta es por qué resulta transformadora. Para resolver un problema hay que interesarse, investigar e implicarse, y adoptar este papel comprometido nos cambia. En el aula, la mayoría de las prácticas matemáticas que se llevan a cabo no podrían considerarse transformadoras, ya que tienen una gran componente rutinaria. Como afirma Alsina, Á. y Planas, N. (2008): *“Las prácticas matemáticas transformadoras son aquéllas que no admiten ser convertidas en rutinas o ser entendidas como una aplicación recurrente de rutinas.”* Una práctica matemática transformadora debe tener significado para el alumno, estar dotada de contexto, despertar su curiosidad,

necesita dosis de creatividad y el planteamiento de alternativas, e implica emociones en el proceso.

Según Makarenko, 1955 (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008) una educación basada en el aprendizaje de rutinas crea ciudadanos alienados y sin compromiso con el razonamiento y el entorno. Es necesario proporcionar una educación que construya ciudadanos críticos. Este pedagogo opina que el pensamiento crítico es un proceso natural que dejamos de practicar cuando perdemos el interés por indagar y preguntarnos el porqué de las cosas, pero que es posible recuperar si se estimula en un entorno social favorable.

Un entorno social es favorable al pensamiento crítico cuando se produce intercambio de ideas y favorece que se produzcan conexiones entre ellas, superando las barreras artificiales establecidas por la cultura o por la separación entre disciplinas dentro del entorno escolar.

Hemos hablado anteriormente de las situaciones de resolución de problemas, como espacios para la participación en el que los implicados se sienten libres de expresar sus ideas y de equivocarse. Pues esas situaciones constituyen una semilla para el desarrollo del pensamiento crítico, ya que se éste está vinculado a la participación en “comunidades de pensamiento crítico”, que Ramón Flecha y Lúdia Puigvert, 2002 (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008) definen como:

*“una comunidad es un espacio de interacción con prácticas compartidas que vienen facilitadas por normas sociales de respeto al pensamiento de los demás.”*

Por tanto, para propiciar el desarrollo del pensamiento crítico, es imprescindible procurar un espacio en el que exista ese respeto a las ideas de los demás y se considere a todos los miembros interlocutores válidos, lo que implica alejarse de la visión del profesor instructor, que posee el conocimiento y limita la aparición del pensamiento alternativo.

### **3.4. El uso de materiales manipulables**

Claudi Alsina, en el año 2000, realizaba una revisión del célebre decálogo de Puig Adam (1955) y, acerca del primer punto: *“No adoptar una*

*matemática rígida, sino adaptada en cada caso al alumno, observándolo constantemente*”, opina que corresponde a lo que hoy denominamos “atención a la diversidad”. En un oportuno acercamiento a este decálogo, se pueden ver reflejados muchos de los principios y de las propuestas que se han ido aportando en este trabajo como formas de lograr una educación accesible para todos. Teniendo en cuenta sus consejos sobre relacionar las matemáticas con la vida natural y social, enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno, o despertar un interés directo y funcional hacia el objeto de conocimiento, podemos ver la idoneidad del uso de la manipulación como recurso didáctico para lograr estos objetivos.

Según Alsina, Á. y Planas, N. (2008), al manipular objetos, no conseguimos solamente un conocimiento físico, sino también un conocimiento matemático, ya que establecemos unas relaciones que son fruto de un proceso de abstracción. Estas abstracciones no provienen directamente de los objetos, sino de la acción que nosotros hacemos con ellos y el conocimiento matemático permite hacer estas relaciones. Una mayor información sobre el uso de materiales en la escuela puede encontrarse en la página web de GAMAR (Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola).

Como afirma Alsina, Á. y Planas, N. (2008):

*“La manipulación de materiales es en ella misma una manera de aprender que ha de hacer más eficaz el proceso de aprendizaje sin hacerlo necesariamente más rápido. Por otra parte, el uso de materiales es una manera de promover la autonomía del aprendiz ya que se limita la participación de los otros, principalmente del adulto, en momentos cruciales del proceso de aprendizaje.”*

Este uso de materiales manipulables para favorecer el aprendizaje ha sido objeto de muchas investigaciones a lo largo de la historia. Así, según se recoge en Alsina, Á. y Planas, N. (2008), Estalella (1918) usó con frecuencia objetos cotidianos para divulgar el conocimiento matemático; también Maria Montessori (1964) fue pionera en la utilización de estos materiales, haciendo famosa la frase *“el niño tiene la inteligencia en la mano*; el pedagogo Decroly, (1965) indica que hay que partir de los intereses escogidos por los aprendices y hacer uso de la observación de la naturaleza y la manipulación; el fundador de

la corriente realista Hans Freudenthal (1967), opina que las matemáticas tienen que servir para resolver problemas de la vida cotidiana y por tanto, la matematización de objetos de la realidad permite una aproximación matemática a estas situaciones; por su parte, Freinet (1968) considera que las personas aprendemos a partir de las propias experiencias, por lo que partiendo de la diversificación de los lugares de aprendizaje, defiende el uso de materiales con el fin de resolver problemas prácticos; por último, mencionar a otro pedagogo que ha apoyado el uso de materiales manipulables para el aprendizaje, Mialaret (1984) sostiene que es necesario en un primer paso manipular, para poder después presentar acciones ( y verbalizar esas acciones) para resolver problemas.

Pero conviene aclarar que el uso de materiales y la manipulación, no tienen por qué ser eficaces desde un punto de vista didáctico por sí mismo, sino que es necesario plantear estas actividades cumpliendo unos requisitos de calidad. Según apunta Alsina, Á. y Planas, N. (2008), hay que plantearlas con sentido común y no es bueno invertir la secuencia de trabajo, lo recomendable es pasar de lo concreto a lo abstracto.

Otro punto a tener en cuenta en cuanto a los materiales, es que también pueden formar parte de estas actividades con materiales manipulables, el uso de nuevas tecnologías y recursos digitales en el proceso de enseñanza y aprendizaje, siempre que se cumplan los requisitos de calidad señalados y se atiende a la experimentación, el descubrimiento y la construcción del propio conocimiento. Según sugiere Jubany, i Vila, J. (2010) se pueden usar el dibujo o la fotografía digitales, diferentes programas informáticos o incluso programas lúdicos con un fin educativo, con el alumno como protagonista de su aprendizaje.

Por otra parte, podría pensarse que este tipo de actividad que hace uso de la manipulación como recurso didáctico sólo es conveniente a edades tempranas. Piaget e Inhelder (1975, citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008) establecieron hasta qué momento resulta conveniente utilizar material para desarrollar la inteligencia en general, y el conocimiento matemático en particular. Piaget delimitó estadios de desarrollo de la inteligencia, pero no

todas las personas cuando llegan a una determinada edad superan un estadio, ya que intervienen otros muchos factores como la experiencia del contexto. Respecto a este tema, sabemos que conseguir una educación eficaz y accesible depende en gran medida de que esa persona se sienta satisfecha y feliz, y esto es aplicable a cualquier edad. Como indica Alsina, Á. y Planas, N. (2008), el uso de materiales ha de beneficiar esta satisfacción, aunque edades diferentes requerirán usos diferentes de materiales.

### **3.5. Aprender jugando**

El objetivo principal de una buena educación es el desarrollo integral de las personas, y desde este punto de vista, jugar es una actividad necesaria. Las personas también aprendemos a través del juego y además, con este tipo de aprendizaje, se satisfacen las condiciones de interés, motivación, creatividad, aparición de emociones positivas, y a menudo también la manipulación. Como señalan Alsina, Á. y Planas, N. (2008), desde el punto de vista matemático, *“su mayor relevancia radica en el hecho de permitir resolver simbólicamente problemas y poner en práctica diferentes procesos mentales.”*

Las funciones principales del juego son favorecer el desarrollo intelectual, social y emocional de manera divertida, estimulante y motivadora. En cuanto al desarrollo social y emocional, el juego estimula la comunicación, el trabajo en equipo y la aceptación de normas. Pero como afirma Alsina, Á. y Planas, N. (2008):

*“El juego sin una rigurosa planificación puede ser ineficaz desde la perspectiva del aprendizaje matemático. Por otro lado, la calidad de la planificación ha de ir acompañada de un proceso previo de exploración de las posibilidades del juego.”*

Históricamente, gran cantidad de pedagogos e investigadores han profundizado en los beneficios del juego en el aprendizaje. Así, Fröbel (1826) lo considera un recurso válido para aprender matemáticas; Piaget (1982) considera el juego como una actividad a través de la cual el niño realiza un proceso de adaptación de la realidad, el juego se interpreta como una actividad muy formativa, ya que adquiere mucha importancia el proceso de asimilación;

según Bruner (1988), el juego presenta elementos de descubrimiento y comporta una tarea creativa y deductiva, por lo que se produce necesariamente un aprendizaje de calidad; por otra parte, Miguel de Guzmán (1989) ve similitudes entre la manera de actuar en el juego y en matemáticas, lo considera una actividad heurística y de descubrimiento, necesitándose en ambos casos una primera fase de comprensión, seguida de una búsqueda de estrategias, habiendo de aplicarse además unas normas en los juegos similares a, por ejemplo, las operaciones aritméticas en la resolución de problemas (Alsina, Á y Planas, N., 2008).

Resulta de mucha utilidad para entender la utilidad del juego en una buena educación matemática y que atienda a la diversidad, el decálogo del juego en clase de matemáticas elaborado por Alsina, Á., 2006 (citado en Alsina, Á. y Planas, N., 2008):

- “1. El juego es la parte de la vida más real de los niños. En tanto que recurso metodológico, traslada la realidad del niño a la escuela y muestra la necesidad y utilidad de aprender matemáticas.*
- 2. Las actividades lúdicas son enormemente motivadoras. Los aprendices se implican mucho en ellas y las asumen con seriedad.*
- 3. Trata diferentes tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia las matemáticas.*
- 4. Los aprendices pueden afrontar contenidos matemáticos nuevos sin miedo al fracaso inicial.*
- 5. Permite aprender a partir del propio error y del error de los otros.*
- 6. Respeta la diversidad. Todos quieren jugar y todos pueden hacerlo según sus capacidades.*
- 7. Admite el desarrollo de capacidades psicológicas necesarias para el aprendizaje matemático, como la atención, la concentración, la percepción, la memoria, la búsqueda de estrategias, etc.*
- 8. Facilita el proceso de socialización y, a su vez, la autonomía personal.*
- 9. El currículo actual recomienda muy especialmente el aspecto lúdico de las matemáticas y la aproximación a la realidad de los niños.*
- 10. Persigue y consigue en muchas ocasiones el aprendizaje significativo.”*

Finalmente, destacar que existen una gran variedad de juegos que pueden usarse en clase de matemáticas, algunos creados con una finalidad pedagógica y otros, cuya intención pedagógica está asociada a la investigación y planificación por parte del profesor, siendo muy interesante la introducción de actividades heurísticas con juegos en el aula de matemáticas. Otra utilidad añadida que conviene destacar es que se pueden usar tanto materiales sencillos como complejos, o incluso como señala Jubany i Vila, J. (2010), programas lúdicos:

*“Son atractivos, interactivos, graduales y fáciles de usar. El foco de atención se centra en la experiencia del jugador y a menudo permiten compartir, tener ayudas, guardar... Gestionan una gran cantidad de datos simultáneos, fomentan la generación y evaluación de hipótesis, la anticipación, la toma de decisiones propias y la resolución de problemas. El trabajo de estrategias creativas resulta muy interesante.”*

### **3.6. Otra forma de evaluar: el portafolio**

Al poner en práctica en el aula de matemáticas un proceso de enseñanza-aprendizaje que atienda a las necesidades individuales de los alumnos, lo que implica un alto grado de participación y cooperación en clase, un ambiente de resolución de problemas, la introducción de actividades manipulativas y juegos, así como la realización de proyectos integrados y el uso habitual del trabajo cooperativo, se hace imprescindible una nueva forma de evaluar que incida más en el proceso que en el resultado. Es necesario obtener información de los avances y los progresos de cada alumno, y en este sentido, una propuesta muy útil es el uso del portafolio como instrumento de evaluación.

Una de sus ventajas más notables respecto de la atención a la diversidad es que constituye una herramienta totalmente personalizada, es un instrumento de evaluación a la medida de cada alumno. Serradó, A. y Azcárate, P. (2006) relata su uso con alumnos que presentan necesidades educativas especiales, en este caso, con un déficit intelectual grave y moderado. Según estas autoras, *“en cualquier caso, el desarrollo de un*

*conocimiento, destreza o creencia metacognitiva necesita de la reflexión”, y para que se produzca esta reflexión, es necesario regresar a la experiencia, atender a los sentimientos y reevaluar la experiencia. De ahí que el portafolio resulte muy útil para esta reflexión que “debe favorecer la transferencia del conocimiento a situaciones reales, escolares o no, facilitando el desarrollo de competencias matemáticas.”*

Por tanto, el portafolio permite analizar y regular el proceso de enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta que este debe ser dinámico y continuo, además de la interacción entre lo cognitivo y lo afectivo. En este sentido Azcárate, 2005 (citado en Serradó, y A. Azcárate, P., 2006) señala que: *“Como estrategia metodológica, los portafolios estimulan una mayor discusión entre el profesor y el alumno acerca de sus productos y procesos y, también, sobre los aspectos a planificar para mejorar.”*

## **4. Metodología y desarrollo**

### **4.1. Cómo integrar los distintos enfoques**

Explorado el concepto de diversidad y tras conocer muchas de las teorías y propuestas que se han desarrollado en los últimos años con el objetivo de atender esta realidad desde el aula de matemáticas, el siguiente paso que me he planteado es intentar dar una respuesta que, desde mi punto de vista, integre estas diversas propuestas.

Alsina, Á. y Planas, N. (2008) ya proponían un enfoque integrado para aunar el pensamiento crítico, la manipulación, el juego y la atención a la diversidad, bajo los principios de contextualización, globalización y personalización, como ejes vertebradores de su propuesta didáctica:

*“Una educación matemática inclusiva, basada en el pensamiento crítico, la manipulación, el juego y la atención a la diversidad, tiene que destacar los contextos donde se piensan las prácticas, los grupos de conocimientos implicados y la especificidad de las personas en la reformulación de contenidos matemáticos.”*

Por otra parte, se ha hablado del trabajo por proyectos como una manera integrada de trabajar en el aula. Con esta metodología, se consiguen reunir el contacto necesario entre la práctica matemática en el aula y la vida cotidiana, los distintos contenidos fragmentados en varias disciplinas (e incluso en bloques dentro de la propia matemática escolar), el interés y la motivación, así como el enfoque cooperativo.

También se ha señalado la necesidad de desarrollar el pensamiento crítico para conseguir una educación de calidad y la idoneidad de la resolución de problemas en un ambiente favorable para conseguir este objetivo; así como la importancia de los afectos (emociones, creencias y actitudes) en el proceso de enseñanza-aprendizaje, al producirse una clara interacción entre éstos y el sistema cognitivo.

Tras el estudio que he realizado de estos temas, en mi opinión, hay dos principios que unen y vertebran todas estas propuestas con el objeto de ofrecer una experiencia matemática en el aula con un enfoque integrado e integrador:

- ✓ Ofrecer una adecuada educación emocional
- ✓ Lograr la participación de todos, tanto pedagógica como matemática

Respecto a la necesidad de ofrecer una **educación emocional**, los afectos son algo que nos une a todos. Todos los alumnos presentes en un aula, y también el profesor, poseen experiencias, expectativas, ideas y un contexto social y cultural que alimenta unas determinadas creencias que, al combinarse con las reacciones emocionales que experimentan, desembocan en unas ciertas actitudes. Este conjunto de afectos que cada persona posee pueden suponer un aliciente o un obstáculo en su educación y en su relación consigo mismos y con los demás.

Si logramos que los alumnos sean capaces de reconocer sus emociones cuando las experimentan, así como discernir cuáles son positivas y cuáles son negativas según el contexto en el que se producen y sus objetivos; si adoptamos estrategias que contribuyan a remover creencias que obstaculizan su progreso y les hacen infelices; y además conseguimos sembrar actitudes positivas en el aula, estaremos fomentando un clima favorable para la

verdadera práctica matemática y logrando optimizar el aprendizaje que se desarrolla en el aula.

Pero más interesante aún, es que la educación emocional no sólo consigue mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sino que dota de habilidades necesarias para una vida plena y un desarrollo integral del alumno.

Por otro lado, en cuanto a lograr la **participación** de todos, éste es un requisito fundamental de un aula de matemáticas inclusiva. En cada aula conviven muchas formas de diversidad: cognitiva, étnica, cultural, lingüística, social, de género, incluso la diversidad que representan los distintos intereses, ideas o emociones; la única manera de conseguir que cada alumno consiga un aprendizaje matemático real es crear un entorno favorable para la participación de todos.

Se pretende que el aula represente un espacio libre para aportar ideas, o equivocarse, y que éstas sean respetadas por todos. De esta forma, se puede trabajar la resolución de problemas, avanzar en el desarrollo de un pensamiento crítico y trabajar en grupo, con los valores añadidos que supone el trabajo cooperativo.

Este escenario de resolución de problemas plantea una participación matemática, que es el fin último, pero antes ha de conseguirse una participación pedagógica. Para que ésta se pueda darse, cabe plantearse dos requisitos fundamentales: considerar a todos como interlocutores válidos y conseguir el reto de despertar la curiosidad y el interés de los alumnos.

En Civil, M., Fonseca, J., y Planas, N. (2000), se indica que la construcción de las actividades debe provenir de ideas, habilidades, conocimientos y necesidades del estudiante. Por tanto, es necesario conocer a los alumnos y la realidad de su entorno; en este sentido, en Civil, M. (1995) se habla de “entrar en los hogares de los estudiantes”, en el sentido de que puede ser de ayuda reunir información sobre los conocimientos y recursos existentes en los hogares y comunidades de los estudiantes para poder diseñar las actividades de aula partiendo de esos conocimientos.

El papel del profesor debe perseguir una mejora continua, atreverse a investigar para dar respuesta a las necesidades que se le plantean y estar dispuesto a cambiar, aplicar los cambios y compartir los conocimientos e inquietudes con los compañeros; y considero que los ejes a través de los cuales se pueden articular el resto de iniciativas de atención a la diversidad son trabajar en una buena educación emocional desde el aula de matemáticas y conseguir crear el ambiente adecuado que posibilite la participación de todos.

#### ***4.2. Características de una propuesta que atienda a la diversidad***

Basándome en los principios que he expuesto en el apartado anterior como ejes principales de la propuesta didáctica, de ellos se irá desgranando el tipo de actividades y las metodologías adecuadas para poder desarrollarlos.

En primer lugar, habría que abordar el tema de la educación emocional de los alumnos. Para ello, es fundamental conocer sus ideas, creencias y emociones. Un buen punto de partida sería realizar entrevistas y pasar cuestionarios a los alumnos que nos proporcionen una información útil. Otra medida interesante es la de debatir en clase las creencias que tienen acerca de las matemáticas y de ellos mismos como aprendices. Para no obviar el tema de la participación, es imprescindible escuchar a todos y no desestimar los argumentos sin aportar ejemplos y contraejemplos, es necesario aportar razones y no sólo opiniones.

Para conseguir un clima adecuado de participación en clase, además de escuchar a todos (evitando prejuicios también por parte del profesor) y no desestimar las opiniones, sino ofrecer razones y ejemplos, sería muy interesante la elaboración de un diario de clase por parte del profesor. Este registro del diálogo con el aula constituye un buen instrumento que aporta información sobre cómo se llevan a cabo las intervenciones de clase y ofrece un espacio para la reflexión, podemos ser conscientes de los propios errores para mejorarlos.

Otro aspecto importante relacionado con la participación es la de conseguir el interés de los alumnos. En este sentido, es muy importante que las

actividades desarrolladas en el aula tengan conexión con la vida diaria y estén relacionadas con todos los demás aspectos del mundo que nos rodea, la división del conocimiento en bloques estancos es artificial. Para lograr esta conexión, es necesario tener en cuenta el contexto social y cultural de los alumnos, por lo que lo aconsejable es conocer a los alumnos y su entorno y partir de esos conocimientos. También pueden ser interesantes para lograr este conocimiento las entrevistas y cuestionarios, pero sobre todo es fundamental el diálogo y el debate en clase.

El interés y la motivación que lleven a una participación pedagógica y matemática de los alumnos en el día a día del aula, teniendo en cuenta sus conocimientos reales y los recursos de su entorno, se puede despertar y fomentar a través del trabajo por proyectos. Otros recursos importantes en este sentido y que han demostrado su poder de aprendizaje son las actividades con materiales manipulables y el uso del juego.

Por otra parte, algo que debe estar presente en toda aula de matemáticas es el uso del pensamiento crítico. Éste está relacionado con la resolución de verdaderos problemas, aquellos en los que es necesario investigar, comprender y crear, no con actividades rutinarias y repetitivas. En la resolución de problemas intervienen muchas emociones que los alumnos pueden aprender a detectar y encauzar para un mejor aprovechamiento de sus capacidades, y también requieren mucho debate y participación, no sólo con el profesor, sino entre ellos. Tanto la resolución de problemas como el trabajo por proyectos, son buenas oportunidades para realizar un verdadero trabajo cooperativo en el que los alumnos se responsabilicen de su propio aprendizaje y del de sus compañeros.

Esta propuesta requiere una evaluación que sea continua y adaptada a las necesidades de cada alumno. Además una buena evaluación debe consistir en un instrumento de mejora de la propia propuesta didáctica. Por tanto, se necesitan instrumentos que den información sobre el proceso y que ayuden a la reflexión. Para evaluar el progreso de los alumnos, es aconsejable el portafolio, que invita a la reflexión de los propios alumnos, por lo que también

pueden realizar una autoevaluación. El diario o cuaderno del profesor constituye un instrumento de mejora para el proceso de enseñanza.

Por tanto, las características principales de una propuesta didáctica que atienda la diversidad se basan en la alfabetización emocional, la participación de todos y el desarrollo de actividades que trabajen el pensamiento crítico. Para ello, se usarán medios para disponer de la información necesaria (entrevistas, cuestionarios, diario del profesor, portafolio...), debates en el aula, actividades manipulativas y juegos, trabajo por proyectos y resolución de problemas, cuidando la creación de un ambiente de clase favorable y el uso del trabajo en equipo de los alumnos.

## **5. Conclusiones y reflexiones**

Al comenzar este trabajo, mi intención era la de conocer más sobre otros modos de educar desde el aula de matemáticas y sobre cómo conseguir que el quehacer matemático sea accesible a todos. Las matemáticas escolares no pueden ser un bloque aislado e inamovible, deben abrirse al entorno e integrarse en el contexto social y cultural en el que se encuentran, porque es la práctica matemática escolar la que debe cambiar. La realidad es diversa y rica, y es la educación que ofrecemos la que debe responder a las necesidades específicas de las personas.

Por la limitada extensión de este trabajo, aunque he tratado de dar una amplia visión de la diversidad y de los caminos a seguir, no he podido tratar algunos temas con toda la profundidad que requieren. Pero sin duda, he aprendido mucho en el camino. He podido comprobar la pasión y la entrega a su trabajo que transmiten los autores de los artículos y libros que he consultado, y han sido una gran fuente de inspiración. Si antes de conocer sus trabajos ya creía que ofrecer una respuesta a las necesidades de cada alumno, y conseguir que todos puedan acceder a una educación que les haga individuos autónomos y críticos, era un tema de primer orden en el que estaba interesada, tras conocer los trabajos de investigación y en el aula que estos

profesionales llevan a cabo, estoy convencida de que quiero seguir profundizando en este tema.

Una de las ideas que he tratado de transmitir con este trabajo es que lo “normal” es la diversidad. Ésta no se limita a la más visible (étnica, cultural, lingüística, cognitiva...), sino que todos somos diferentes en experiencias, intereses, emociones... y todos tenemos derecho a una educación de calidad. Ésta debe proporcionar una mejor autoestima, un desarrollo integral como persona y habilidades para la vida. Desde el aula de matemáticas, además de conocimientos puramente matemáticos, también se puede y se deben atender esos aspectos que integran una educación de calidad. Esto repercutirá en un mejor aprendizaje de las matemáticas, pero lo mejor es que eso no será lo más importante y habremos aprendido a apreciarlo.

## 6. Referencias bibliográficas

Alsina, Á., Planas, N. (2006). Argumentos para los futuros maestros en torno al conocimiento matemático. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 42

Alsina, Á., Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Narcea: Madrid.

Alsina, C. (2000). Carta a don Pedro Puig Adam (1900-1960). *Suma -Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, n. 34, pp. 5-7

Barrón Duque, I. (1999). La enseñanza de las matemáticas en un caso de deficiencia mental (síndrome de Down). *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 21

Caballero, A., Blanco, L. J. (2007). Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los estudiantes para Maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. *Comunicación presentada en el Grupo de Trabajo "Conocimiento y desarrollo profesional del profesor", en el XI SEIEM*. Universidad de La Laguna, 4-7 septiembre 2007

Callejo, M<sup>a</sup> Luz (1994). *Un club matemático para la diversidad*. Narcea: Madrid.

Civil, M. (1995). Entrar en los hogares de los estudiantes. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 3

Civil, M., Planas i Raig, N. (2000). La atención a la diversidad en el aula de matemáticas: hacia una participación pedagógica y matemática. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 23

De Guzmán, M., Sánchez, M., Hernández, J., Gaspar, M., García Gual, J., Castrillón, M., Soler, J. (1999). Detección y estímulo del talento precoz en matemáticas en la Comunidad de Madrid. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 21

Giménez, J. (2006). Matemáticas y necesidades educativas especiales. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n.43

Gómez Chacón, I. (1997). La alfabetización emocional en educación matemática: actitudes, emociones y creencias. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 13, pp. 7-22

Gómez Chacón, I. (1998). Creencias y contexto social en matemáticas. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 17

Gómez Chacón, I. (1999). Toma de conciencia de la actividad emocional en el aprendizaje de la matemática. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 21

Gómez Chacón, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea: Madrid.

Jubany i Vila, J. (2010). La utilización de nuevos recursos digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Suma -Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, n. 65, pp. 43-46

Mercado, A. I. (2007). Atención a la diversidad desde el área de matemáticas: el Proyecto Yeti. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n. 46, pp. 115-122

Planas i Raig, N. (2003). Medidas de apoyo pedagógico, didáctico y organizativo ante el fenómeno del fracaso matemático escolar en alumnos minoritarios. *Suma -Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, n. 42, pp. 23-36

Redes (2013). El aprendizaje social y emocional, las habilidades para la vida. En <http://www.redesparalaciencia.com/8817/redes/redes-157-el-aprendizaje-social-y-emocional-las-habilidades-para-la-vida>, accesado el 28 de mayo de 2013

Serradó Bayés, A., Azcárate Goded, P. (2006). El portafolio: instrumento de evaluación de los alumnos con necesidades educativas especiales. *Uno -Revista de Didáctica de las matemáticas*, n.43

Vilella Miró, X. (2006). Matemáticas y culturas: Una relación pendiente de profundizar. *Suma -Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, n. 52, pp. 51-61

*“El pensamiento no es un vaso que hay que llenar,  
sino un foco que hay que encender”.*

Plutarco