TRABAJO DE FIN DE GRADO

Juego, estrategia y cooperación empresarial

Game, strategy and business cooperation

Autor: Dª. Ana María Sánchez-Del Águila Samper

Tutor: D. Andrei Martínez Finkelshtein

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Curso Académico: 2013 / 2014

Almería, Septiembre de 2014

INDICE

RESUMEN Y ABSTRACT 2

METODOLOGÍA 3

INTRODUCCIÓN 4

I. MARCO TEÓRICO I: LA TEORÍA DE LOS JUEGOS 5

1. Juego 5

Definición de juego 5

Componentes del juego 7

Formas de representación 9

Tipos de juegos 11

2. Equilibrio 12

Equilibrio de Nash 12

Pareto 14

3. Estrategias 15

Estrategias puras y mixtas 15

Estrategias dominadas y dominantes 18

4. Paradoja: El Dilema Del Prisionero 21

II. MARCO TEÓRICO II: LA COOPERACIÓN EMPRESARIAL 25

III. APLICACIÓN PRÁCTICA: PROCESO DE DECISIÓN DE DOS EMPRESAS PARA FORMAR UNA RED DE COOPERACIÓN EMPRESARIAL 29

1. Resolución matemática 32

Modelo 1 32

Modelo 2 34

CONCLUSIONES 40

BIBLIOGRAFÍA 42

RESUMEN Y ABSTRACT

Desde hace años la teoría de los juegos ha estudiado las conductas de las personas que buscan sus propios beneficios, en diferentes circunstancias, considerando que actúan de manera “racional”.

En el presente trabajo se van a explicar, por un lado, los diferentes conceptos de la teoría de los juegos, y por otro, se va a hacer una pequeña introducción en la cooperación empresarial para, de este modo, culminar con un ejemplo práctico de cómo dos pequeñas empresas reales de la provincia de Almería podrían, a través de una red de colaboración empresarial, unirse para adquirir más poder. Se va a plantear cómo a través de la utilidad (asignando valor numérico a cada posible resultado del juego) cualquier situación de toma de decisiones se puede estudiar y analizar a través de valores numéricos que faciliten el proceso y dejen más clara la solución. Además, a partir de una serie de ejemplos se van a mostrar algunos de los componentes básicos de los que consta la teoría matemática de los juegos y cómo afectan éstos a casos de la vida real.

For many years the game's theory has studied the conducts of people searching their own benefit, in different circumstances, taking into consideration that hey act in a “rational” way.

In this study we are going to find, on the one hand, different concepts of this game's theory, and on the other hand, a little introduction into business cooperation with the intention of finishing with an practical example of how two little companies in Almeria could, by means of the creation of a business colaboration net, join their strenghts in order to be more powerful. It is going to be presented through terms of utility (giving a numerical value to each possible result of the game) any taking decisions situation could be studied and analised through numerical values that make the process easier and lead to a clear solution. Besides, taking a serial of examples as point of departure we are going to show some of the basic components of this mathematical theory and how they affects to real cases.

METODOLOGÍA

Para llevar a cabo este trabajo de investigación se han utilizado por un lado, para las dos partes teóricas, multitud de fuentes científicas para abordar tesis, artículos de revistas y libros especializados tanto en economía como más particularmente en la teoría de los juegos

Por otro lado, el caso práctico que da título al tercer capítulo de este trabajo es un caso real de dos empresas almerienses. Cada empresa está llevada de forma independiente, y se plantea y se estudia la posibilidad de cooperación entre ellas. Para conocer el caso en detalle se ha realizado una entrevista en profundidad a uno de los gerentes, que tiene relación directa con los gerentes de la otra empresa, para conocer los datos sobre las decisiones que toman, los ingresos y los costes, entre otras cosas. A través de estos datos, se ha creado una situación simulada, de lo que podría pasar si cooperasen y de todas las opciones que se podrían plantear para que esto pasara.

Los motivos que se han planteado para que estas dos empresas cooperen se deben a dos razones: razones estratégicas (incremento del poder en el mercado mediante el aumento de la cuota de mercado en la provincia de Almería) y razones operativas (reducción de costes e incremento de beneficios).

INTRODUCCIÓN

El objetivo principal que se persigue con este trabajo es el entendimiento de los conceptos fundamentales de la teoría de los juegos, pues se trata de una herramienta a la que se debería dar más importancia en todos los ámbitos porque a través de ella se pueden entender diversas situaciones en la vida real, tanto relacionadas con el mundo empresarial como no. Se trata de una breve introducción en este concepto, pues nos encontramos ante una materia muy extensa y aplicable a muchos campos, con la que se pueden aprender muchas formas de sobrellevar decisiones importantes.

Además se pretende introducir al lector, en el concepto de cooperación empresarial que actualmente ocupa cada vez un puesto más importante a la hora de tomar decisiones estratégicas y sobre todo para la PYMEs, se trata de una materia con mucha importancia.

Este trabajo está dividido en 3 capítulos en los que se explican los conceptos básicos para entender la teoría de los juegos, algunas definiciones de cooperación empresarial y un caso práctico en el que se aplican los conceptos que anteriormente se han planteado.

El primer capítulo se centra en la explicación de conceptos teóricos de la teoría de los juegos, se habla de la definición de juego, las formas de representarlo, los equilibrios que más predominan (Nash y Pareto), las estrategias que pueden llevar a cabo de forma general los jugadores, algunos ejemplos que ayudan a la mejor comprensión de las mismas y por último se explica y ejemplifica la paradoja más conocida de esta teoría llamada "El Dilema del Prisionero".

El segundo capítulo está reservado a la definición de cooperación empresarial y las redes de cooperación, se habla sobre cómo éstas afectan en la actualidad, del impacto que tienen en las pequeñas empresas y de su relación con la teoría de los juegos.

El tercer y último capítulo es un ejemplo real de dos empresas almerienses que actúan de forma independiente, aunque los vínculos entre los gerentes son de familia directa y a través de algunas simulaciones se pretende explicar cómo con de la teoría de los juegos, estas dos empresas pueden valorar el impacto que tendría si decidiesen llevar a cabo un proceso de integración a una red de cooperación empresarial.

I. MARCO TEÓRICO I: LA TEORÍA DE LOS JUEGOS

1. Juego

Definición de juego

“Un juego es una situación conflictiva en la que se debe tomar una decisión, sabiendo que los demás también toman decisiones. De este modo, el resultado del juego se determina a partir de todas las decisiones realizadas. Algunos juegos son sencillos; otros, sin embargo, llevan al estudio de las segundas intenciones, en ocasiones, difíciles de analizar. Además, siempre cabe preguntarse si hay una forma racional de jugar, sobre todo, en aquellos casos en los que hay engaño segundas intenciones” (Neuman & Morgenstern, 1944)

Se puede definir juego como una descripción formal de una situación de interacción estratégica (Auman, 2012), es decir, una situación de toma de decisiones en la que dos o más jugadores van a seguir una o varias estrategias determinadas para conseguir un resultado beneficioso.

Se supone que, en un juego, todos los jugadores son racionales, inteligentes y están bien informados y que además conocen todas las estrategias existentes, para cada uno y para sus rivales, y el resultado de cada combinación posible de estrategias (Aguado, 2007).

La teoría de los juegos es una teoría matemática y una rama de la economía que estudia y describe el comportamiento de individuos o jugadores que a través de expectativas sobre el comportamiento de sus contrincantes toman unas determinadas decisiones (Villajos, 2006).

Los jugadores no deben preguntarse qué hacer ellos mismos, sino que deben pensar qué hacer teniendo en cuenta lo que piensan que van a hacer los demás jugadores y esos jugadores igualmente tomarán sus decisiones teniendo en cuenta lo que piensan que van a hacer ellos. El ejemplo 1 cuenta un juego muy conocido “El Dilema del Prisionero” de dos formas diferentes (clásico y real), del que posteriormente se hablará más profundamente.

Ejemplo 1.

Dilema del Prisionero clásico

Imaginemos que, dos amigos José y Fernando que se encuentran en condiciones de absoluta pobreza deciden atracar un banco para de esta forma poder llevar una vida cómoda. Tras muchos días planeando el plan, los amigos deciden llevarlo a cabo una noche con éxito, con la mala suerte que de camino a un lugar seguro les para la policía y encuentran el dinero que tenían escondido en el coche.

Los dos amigos se declaran inocentes por no saber de dónde proviene ese dinero, pero aún así José y Fernando son arrestados como sospechosos de un robo, pasan la noche en calabozos separados y al día siguiente van a ser interrogados de forma separada, sin tener antes contacto el uno con el otro.

Como no ha habido testigos en el suceso la policía no tiene pruebas suficientes como para arrestarlos como culpables y solo pueden aplicarle una pena de un año en el caso de que los dos decidan no confesar. Sin embargo, en el caso de que José decida confesar por el robo (en detrimento del amigo) y Fernando no lo haga, José será libre y sobre Fernando caerán 10 años de prisión e igualmente pasará en el caso de que Fernando confiese y José no lo haga. En el caso de que ambos amigos confiesen por el robo cada uno sufrirá una condena de 5 años.

Dilema del Prisionero real

En mercados en los que dos marcas dominan toda la cuota de mercado, como es el caso de Coca-cola y Pepsi (refrescos) o R.J. Reynols Tobacco Company y Phillip Morris (tabaco) el gran dilema al que se enfrentan esas compañías es la publicidad, es decir, tomar la decisión sobre si invertir más en ella o no.

En este caso las decisiones que pueden tomar las empresas son:

- Invertir y de esta forma aumentar los gastos de la empresa y de alguna forma quitar clientes a la competencia.
- No invertir y así mantener unos gastos no elevados, sabiendo que cada empresa tiene sus clientes fijos y ninguna le hace sombra a la otra.

Lo lógico es pensar que ninguna de las dos debería invertir porque realmente no hace falta que lo hagan ya que mantendrían sus beneficios y sus clientes fijos.

El problema es que si una decide invertir, la otra sale mal parada y en el futuro decidirá hacerlo. Y esto es lo que pasa en la realidad, las empresas aumentan cada vez más la inversión en publicidad y realmente lo que consiguen es gastar mucho dinero en publicidad sin aumentar de ningún modo ni beneficios ni clientes.

Para facilitar la comprensión del ejemplo, se asigna valor numérico a cada decisión, de tal forma que posteriormente se pueda estudiar este ejemplo a la vez del dilema clásico.

Se plantea el juego con Coca Cola y Pepsi, de tal forma que:

- Si tanto Coca Cola como Pepsi deciden invertir en publicidad, ambos perderían 10 millones de euros al año.
- Si Coca Cola decide invertir pero Pepsi se niega, entonces Coca Cola ganará 10 millones de euros al año, mientras que Pepsi sólo perdería 10 millones de euros al año, lo mismo pasa de forma inversa, es decir si Coca Cola no invierte y Pepsi sí que lo hace entonces Coca Cola perdería 10 millones y Pepsi ganaría 10.
- Si ambas compañías deciden no invertir entonces cada una va a tener una ganancia de 0 millones de euros al año.

A lo largo de este capítulo se utilizará este ejemplo para tratar de explicar de mejor forma algunos conceptos teóricos.

Componentes del juego

El componente principal de un juego es el conflicto ya que es el detonante de éste y se debe a situaciones en las que dos o más personas con intereses diferentes se ven involucradas y tienen la posibilidad de llevar a cabo diversas acciones para lograr sus objetivos (Pérez Navarro, Jimeno, & Cerdá, 2004). Los componentes de este conflicto son principalmente las partes interesadas, las decisiones posibles y los intereses de las partes. De estos tres factores, se puede extraer el siguiente listado que se corresponde con todos los componentes de un juego (Bernanke & Frank, 2007):

- **Los jugadores o agentes del juego**: Que se presupone, toman sus decisiones lo más razonablemente posible. Según el número de jugadores que exista podemos distinguir entre: juegos de un jugador (no se consideran en la teoría de los juegos), juegos de dos jugadores o juegos n-personales.

- **La función de utilidad u objetivo**: Es el equivalente a la función objetivo en la teoría de optimización. Su finalidad es medir la satisfacción o utilidad obtenida por un consumidor cuando disfruta del consumo de cierta cantidad de bienes, es decir, que es capaz de asignar un valor numérico a cosas que no se pueden medir. Este es un concepto fundamental en cualquier teoría de la decisión, y en particular, en la teoría de juegos. Como se ha dicho anteriormente, los objetivos de cualquier agente o jugador participante en un conflicto no siempre tienen un carácter a priori cuantitativo (como la cantidad de dinero obtenida, las horas de trabajo ahorradas, etc.), sino que pueden ser profundamente cualitativos e imponderables, tales como la felicidad, la satisfacción con el trabajo, el orgullo o la vanidad, etc. Sin embargo, para escoger una estrategia óptima debemos aprender a cuantificar los beneficios producto de nuestras actuaciones. Una ponderación cuantitativa de cada beneficio se conoce con el nombre de función de utilidad.

Una función de utilidad tiene la forma

$$f_U: \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (Q_1, \dots, Q_n) \longmapsto U$$

Donde:

- Q_j es la cantidad disponible del bien j
- U es la utilidad total de la combinación de bienes o estrategias

Para que sea consistente, esta función necesita cumplir una serie de propiedades; entre ellas, la más obvia es la monotonía (a mayor disposición de bienes, mayor es la utilidad o satisfacción). También debe basarse en las preferencias del consumidor.

Esto es posible únicamente si estas preferencias satisfacen una serie de supuestos lógicos. Si para expresar que "el vector de bienes q_1 es preferido antes del vector de bienes q_2" usamos la notación $q_1 \leq q_2$, entonces los requisitos de las preferencias de consumidores que permiten definir correctamente una función de utilidad son (Varian, 1992):

- Completitud. Para cualquier vector de bienes q_1 y q_2 el consumidor tiene preferencia definida, es decir, o bien $q_1 \leq q_2$ (prefiere q_2 a q_1) o bien $q_2 \leq q_1$ (prefiere q_1 a q_2).
- Reflexividad. Para todo q se cumple que $q \leq q$.
- Transitividad. Cual quiera q_1, q_2 y q_3 tal que $q_1 \leq q_2 \leq q_3$, cumplira que $q_1 \leq q_3$.
- Continuidad. Esta condición se puede expresar de muchas formas, una matemáticamente conveniente es decir que los conjuntos $\{q|q \leq q_0\}$ y $\{q|q_0 \leq q\}$ son conjuntos cerrados.
- No Saturación. Dado un plan de consumo siempre habrá otro plan de consumo mejor y preferido al anterior.

Puede probarse el siguiente **Teorema:** *dado un consumidor cuyas preferencias sean completas, reflexivas, transitivas y monótonas en sentido fuerte, existe una función de utilidad continua* $f_U: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ *que representa esas preferencias.*

Desde un punto de vista práctico podríamos decir que si en una situación real tenemos dificultades en definir una función de utilidad (o sea, de cuantificar de forma coherente nuestras preferencias), debemos revisar si las mismas satisfacen todas y cada una de las condiciones mencionadas. Éste es uno de los orígenes de las numerosas dificultades que suelen tener las personas a la hora de tomar una decisión racional.

- **Las reglas:** Todo juego tiene unas reglas y obviamente una aceptación por parte de todos los componentes de este.
- **La información:** Juega un papel muy importante en el momento de tomar una decisión. En la medida en la que los jugadores sean conscientes de la existencia de los otros jugadores, esta información puede referirse tanto a las ganancias como al comportamiento de las funciones de utilidad de los otros. Con respecto a la información existen dos tipos de juegos: por un lado tenemos los juegos de información completa en los que toda la información tanto sobre ganancias como sobre las decisiones de los jugadores es de conocimiento común, por otro lado, los juegos de información incompleta son aquellos en los que los jugadores no intentan saber los unos de los otros.
- **Las estrategias de cada jugador:** Son los planes de acción, las decisiones que van a tomar los jugadores sabiendo lo que harán sus oponentes y en el caso de no saberlo imaginando qué decisiones van a tomar éstos para poder encontrar la forma más beneficiosa de actuar.
- **El resultado o resultados finales:** Puede ser beneficioso para ambos jugadores o para uno de ellos según cada combinación posible de estrategias.

Formas de representación

Los juegos se pueden representar de muchas formas, pero las más importantes son (Davis, 1997):

- Mediante una matriz de resultado, llamada forma normal.
- De forma extensiva: Consiste en representar los juegos como árboles. Cada vértice o nodo representa un punto donde el jugador toma decisiones. El jugador

es un número o nombre situado junto al vértice. Las líneas que parten del vértice representan acciones posibles para el jugador. Y las recompensas o beneficios del juego son las hojas del árbol.

Las tablas 1.1 y 1.2 muestran el ejemplo 1 de las dos formas que antes se han mostrado de forma normal, mediante una matriz y la figura 1.1 representa el ejemplo 1 de forma extensiva.

Tabla 1.1 Representación Normal de "El Dilema del Prisionero" clásico

		FERNANDO	
		Confesar	No Confesar
JOSE	Confesar	5,5	0,10
	No Confesar	10,0	1,1

Elaboración propia

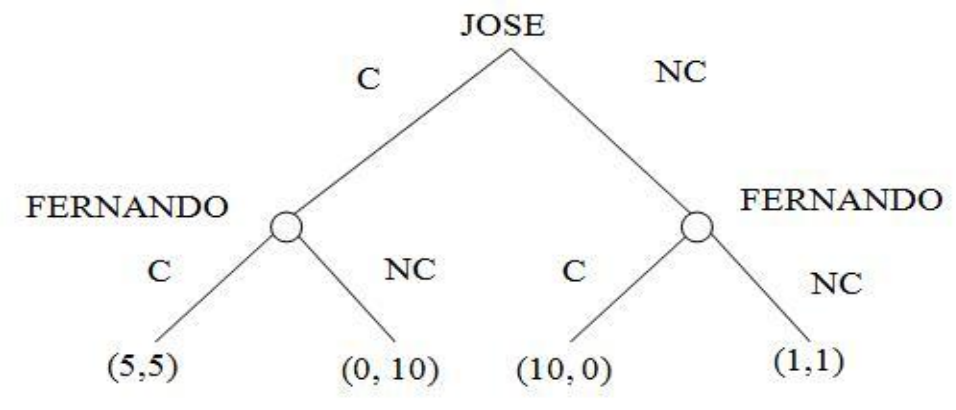
Y esta sería la matriz de resultados del problema que hemos planteado sobre Coca Cola y Pepsi:

Tabla 1. 2 Representación Normal de “El Dilema del Prisionero” real

		PEPSI	
		Invertir	No invertir
JOSE	Invertir	-10,-10	10,-10
	No invertir	-10,10	0,0

Elaboración propia

Figura 1. 1 Representación extensiva de "El Dilema del Prisionero"



Elaboración propia

Tipos de juegos

Juegos cooperativos y juegos no cooperativos

- Juegos cooperativos

En los juegos cooperativos aparecen situaciones en las que los jugadores pueden negociar antes de comenzar a jugar. Se supone que estas negociaciones pueden acabar con la firma de un acuerdo o contrato que les fija una obligación. En esta situación entendemos que lo menos importante son las estrategias como tal, pues lo que más importa sería la estructura de preferencias de ese juego, ya que es lo que al final determinará si los acuerdos o contratos son o no factibles y lo que dará lugar a poder planear estrategias conjuntas. Una cuestión que siempre tiene que resolverse en los juegos cooperativos (o con transferencia de utilidad, como también se les conoce) es el reparto justo de los beneficios como resultado de la estrategia seguida.

- Juegos no cooperativos

Los juegos no cooperativos son fundamentales para entender bien la propia naturaleza de un juego. Estos juegos requieren de una descripción completa de las reglas del mismo, de tal forma que las estrategias de cada jugador son o pueden ser estudiadas con detalle. El objetivo principal de estas situaciones es encontrar un par adecuado de estrategias de equilibrio, a las que vamos a llamar Solución del Juego.

Una ventaja de estos juegos es que no dejan nada sin explicar, es decir, cuando conoces la verdadera solución puedes estar seguro de que el problema ha sido resuelto de forma correcta. El inconveniente es que los resultados de un juego sólo sirven para ese juego, dicho de otra forma, si cambia cualquier regla, aunque sea de forma ligera, entonces la conclusión o solución del juego no tiene por qué ser válidas.

Juegos de suma cero o de suma no cero

En estos juegos los dos jugadores tienen objetivos totalmente opuestos, de modo que al final del juego uno gana exactamente lo mismo que el otro pierde, es decir, la suma de las ganancias y las perdidas es siempre cero. Por el contrario, en los juegos de suma no cero, los beneficios o pérdidas de un jugador no ocasionan una pérdida o beneficio de la misma cantidad al otro jugador (Binmore, La teoría de las juegos: Una breve introducción, 2011).

Juegos repetidos

Los juegos repetidos son aquellos en los que las decisiones estratégicas tienen que ser tomadas una y otra vez (Guerrien, 2011). Normalmente son los más comunes, las empresas toman decisiones respecto a sus precios, promociones, campañas… una y otra vez.

Cada vez que se repite el juego los jugadores pueden o no cambiar su estrategia y estudiar la conducta de los otros jugadores. Si un juego se repite muchas veces puede hacer que se fomente la actitud de cooperación.

2. Equilibrio

Equilibrio de Nash

El premio Nobel de 1994 John Forbes Nash, desarrolló una teoría a principios de los años cincuenta que afirma que en un juego normalmente competitivo, de suma no cero, con *n* personas sin cooperación, en el que las alianzas están totalmente prohibidas, existe equilibrio si la estrategia de cada jugador es la mejor que pueda elegir, dadas las estrategias de los demás jugadores, es decir, que ninguno de los dos jugadores tiene ningún incentivo para mejorar su estrategia actual elegida. Es obvio que para que esta teoría se cumpla debe existir con frecuencia una combinación de estrategias dominantes de cada jugador, pero cabe destacar que incluso en situaciones en las que no todos los jugadores han elegido su estrategia dominante, podemos identificar este resultado de equilibrio.

El equilibrio de Nash define que (Nash, 1950):

$$U_1(a_1^N, a_2^N) \geq U_1(a_1, a_2^N)\ \forall a_1$$

$$U_2(a_1^N, a_2^N) \geq U_2(a_1^N, a_2) \ \forall a_2$$

Para entender esta definición se utiliza de nuevo el ejemplo 1. Si se asigna la utilidad de cada jugador según la estrategia que cada uno puede elegir, sabiendo que $U_1 = utilidad\ de\ Jose$ y $U_2 = utilidad\ de\ Fernand$, podemos decir que:

Si los dos jugadores eligen confesar, entonces:

$$U_1(C, C) = 5$$

$$U_2(C, C) = 5$$

Si José decide confesar y Fernando no lo hace o por el contrario lo haga Fernando y no José, entonces:

$$U_1(C, N) = 0$$

$$U_2(C, N) = 10$$

$$U_1(N, C) = 10$$

$$U_2(N, C) = 0$$

En el caso de que ninguno de los dos confiese, entonces:

$$U_1(N, N) = U_2(N, N) = 1$$

Es decir, que en el Dilema del Prisionero el equilibrio de Nash sería el par de estrategias (C, C), en las cuales ambos prisiones deciden confesar. En realidad esta decisión da unos resultados peores a los jugadores que si decidieran no confesar ninguno de los dos, pues deben cumplir una condena mayor, pero el par de estrategias (N, N) es inestable ya que cualquier jugador puede mejorar su resultado abandonando esa estrategia si sabe que su oponente va a mantener la estrategia de no confesar.

Siguiendo con el mismo ejemplo, pero real (Coca Cola y Pepsi) quedaría de la misma forma, y la solución según Nash serían el par de estrategias (Invertir, Invertir) de tal forma que el resultado es mucho peor que no invertir pues van a ganar muy poco y encima los gastos en publicidad van a aumentar cada vez más. Desafortunadamente, esta es la situación real de estas dos empresas, cada año gastan más y más en publicidad sin conseguir ni beneficio, ni quitarle clientes al contrincante, con lo cual lo único que consiguen es aumentar el gasto el publicidad.

Pareto

Vilfredo Pareto fue un economista italiano que puso su nombre al término "óptimo de Pareto", concepto que tiene aplicaciones en muchas ramas y estudios.

Si suponemos que se hace una asignación de bienes entre un conjunto de individuos, para que se produzca una mejora en el sentido de Pareto debe producirse un cambio hacia una nueva asignación que al menos mejore la situación de un individuo sin empeorar la situación de los demás. Cuando no pueden lograrse nuevas mejoras entonces decimos que nos encontramos ante una situación "Pareto-eficiente" o "Pareto-optima".

Este equilibrio no da necesariamente los resultados deseables socialmente de los recursos.

En el caso de Pareto (a_1^P, a_2^P), la definición matemática (Miller & Meiners, 1989), que vamos a utilizar para el mismo ejemplo anterior, es la siguiente:

$$No\ existe\ otra\ (a_1, a_2)\ tal\ que:$$

$$U_1(a_1, a_2) \geq U_1(a_1^P, a_2^P)$$

$$U_2(a_1, a_2) \geq U_2(a_1^P, a_2^P)$$

$$Con\ al\ menos\ un\ \geq estricto\ (>)$$

Siguiendo esta definición, se puede afirmar que en el ejemplo 1 el equilibrio, esta vez, según Pareto, es el par de estrategias (N, N), pues no existe ninguna otra solución que mejore los resultados de algún jugador sin empeorar los del resto.

De tal forma que:

$$Nash: (C, C)$$

$$Pareto: (N, N)$$

En el caso de Coca Cola y Pepsi, el par de estrategias eficientes según Pareto sería (No Invertir, No invertir). Lo lógico (Pareto eficiente) sería que estas dos empresas siguieran esta estrategia en la vida real, pues es la forma en la que más ganan ambas y sin entrar en guerras publicitarias que son muy costosas en cuanto a gastos. Pero como ya hemos mencionado antes, esta no es la situación actual de estas dos compañías.

Como ya hemos visto, los pares de estrategias elegidas según el equilibrio que se utilice son:

$$Nash: (I, I)$$

$$Pareto: (N, N)$$

3. Estrategias

Estrategias puras y mixtas

Estrategias puras

No contienen elementos al azar pues cada jugador elige una opción o emprende una acción específica, es decir, cada jugador tiene en su poder un conjunto de estrategias, y elige sus acciones con probabilidad 1. La utilidad obtenida como resultado de una estrategia pura coincide con los valores de beneficio que aparecen en la tabla que representa el juego (Vega, 1999).

El juego Piedra papel o tijera es un buen ejemplo para explicar porqué las estrategias puras no son infalibles y si dos jugadores juegan varias veces a este juego con gran facilidad uno que lleve estrategias mixtas va a ganar siempre a otro que lleve una estrategia pura, es decir, si nos ponemos en situación, dos amigos juegan a este juego y uno de ellos sin avisar al otro decide que va a utilizar una estrategia pura a “piedra”, las primeras dos veces que jueguen es posible que gane porque el otro estará utilizando estrategias mixtas al azar y a elegido uno cada vez, pero las siguientes veces es seguro que va a ganar, siempre y cuando el otro no cambie su estrategia pura, porque entonces va a utilizar siempre “papel”, hasta que el jugador de la estrategia pura “piedra” decida cambiar de estrategia. En resumen, si un jugador siempre elije una estrategia pura y el juego se repite, el otro jugador, cuando contraataque, siempre va a conseguir ganar.

Estrategias mixtas

Se trata de una combinación de estrategias elegidas al azar, una cada vez, según determinadas probabilidades, es decir, los jugadores eligen aleatoriamente entre dos o más acciones posibles y se basan en un conjunto de probabilidades elegidas (Pinduck & Rubinfeld, 2009).

Es una generalización de estrategias puras usado para describir la selección aleatoria de entre varias posibles estrategias. Se dice que una estrategia es totalmente mixta cuando el jugador asigna una probabilidad positiva a cada estrategia pura. En este caso, la utilidad obtenida como resultado de una estrategia mixta se calcula ponderando adecuadamente los valores de beneficio que aparecen en la tabla que representa el juego.

En el ejemplo 2 se muestra el juego de "lanzamiento de moneda", para ver, de forma pragmática cómo se llevan a cabo estrategias mixtas.

Ejemplo 2

Se lanza una moneda y se enseña el resultado al Jugador 1, este puede pasar o apostar. Si pasa de 1 al Jugador 2, si sigue en Jugador 2 puede pasar o apostar. Si pasa y había salido cara ha de pagar 2 al Jugador 1, pero si había salido cruz es el Jugador 1 quien paga 2 al Jugador 2.

Si los dos jugadores siguen jugando el Jugador 2 paga 1 al Jugador 1.

Las estrategias del Jugador 1 son las siguientes:

- Pasar siempre (P)
- Apostar siempre (A)
- Pasar si sale cara y apostar en el caso de que salga cruz (AP)
- Apostar si sale cara y pasar si sale cruz (AP)

En cambio el Jugador 2 solo tiene dos decisiones posibles:

- Pasar (P)
- Apostar (A)

Existen 4 consecuencias para la ganancia del Jugador 1:

- Gana 1 si los dos apuestan
- Gana -1 si pasa
- Gana 2 si apuesta, el Jugador 2 pasa y sale cara
- Gana -2 si apuesta, el Jugador 2 pasa y sale cruz

Teniendo en cuenta que la probabilidad de obtener cara y cruz es de ½ respectivamente, la tabla de ganancias del Jugador 1 sería la representada por la tabla 1.3.

Tabla 1. 3. Matriz de ganancias 1

		JUGADOR 2	
		P	A
JUGADOR 1	**P**	$\mathbf{-1}$	$\mathbf{-1}$
	PA	$\mathbf{(-1)\frac{1}{2}+(-2)\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}}$	$\mathbf{(-1)\frac{1}{2}+(1)\frac{1}{2}=0}$
	AP	$(2)\frac{1}{2}+(-1)\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{2}}$	$(1)\frac{1}{2}+(-1)\frac{1}{2}=\mathbf{0}$
	A	$(2)\frac{1}{2}+(-2)\frac{1}{2}=\mathbf{0}$	$\mathbf{1}$

Elaboración propia

Podemos observar que las estrategias P y PA producen peores resultados para el Jugador 1 que las estrategias AP y A, independientemente de lo que haga el Jugador 2, es decir, que P y PA son estrategias dominadas por AP y A, por lo que se pueden eliminar, ya que nunca van a ser elegidas por el Jugador 1, de este modo la matriz de resultados quedaría de la forma que muestra la tabla 1.4.

Tabla 1. 4. Matriz de ganancias 2

		JUGADOR 2	
		P	A
JUGADOR 1	AP	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	**0**
	A	**0**	**1**

Elaboración propia

En este caso podemos observar en la tabla 4 que la mejor estrategia para el Jugador 1 sería apostar siempre y cuando el Jugador 2 decida hacerlo también.

Relación entre estrategias puras y mixtas

Intuitivamente una estrategia mixta consiste en asignarle cierta probabilidad a cada una de las estrategias puras. Estas probabilidades no tienen por qué ser estrictamente mayores que cero, de manera que si a una de las estrategias le asignamos la probabilidad 1 y probabilidad 0 a todas las demás, entonces el resultado es una estrategia pura. De este modo las estrategias puras resultan ser un caso particular de las estrategias mixtas.

Pero como ya se ha dicho con anterioridad, si nos fijamos en el ejemplo de el juego "piedra, papel y tijera", las estrategias puras rara vez producen resultados satisfactorios, porque si al repetirse un juego siempre estoy tomando la misma decisión, es muy fácil que mi contrincante se dé cuenta y juegue en función de eso, y por eso siempre ganará.

Estrategias dominadas y dominantes

Elegir bien una estrategia es lo que nos hace ganar o perder un juego, una estrategia puede tener mucho éxito si los competidores eligen determinadas opciones pero puede fracasar si eligen otras (Dixit, 1991). En cambio hay estrategias que tienen éxito independientemente de lo que hagan los competidores. Para entender esto debemos explicar la diferencia entre estrategias dominantes y estrategias dominadas.

Estrategias dominadas

Una estrategia está dominada si existe otra estrategia que es mejor para el jugador, independientemente de lo que hagan los demás (Binmore, Teoría de Juegos, 1993).
Es razonable pensar que nunca un jugador usará una estrategia estrictamente dominada.

Estrategias dominantes

Un jugador posee esta estrategia si una de estas es su elegida a cualquier otra independientemente de la que escoja su oponente (Binmore, Teoría de Juegos, 1993). Es posible que cada jugador tenga una estrategia dominante.

Cabe destacar que existen juegos de tantos participantes que es casi imposible saber a primera vista si existe un equilibrio de Nash y gracias a las estrategias dominantes podemos saber muy rápido donde se encuentra, en el ejemplo 3 se habla sobre un juego de este tipo, que cuenta con 2 jugadores y a su vez, cada uno cuenta con 3 estrategias posibles.

Ejemplo 3: Estrategia dominante y eliminación iterativa:

Tabla 1. 5. Juego inventado

		JUGADOR 2		
		L	C	R
JUGADOR 1	U	3,0	2,1	0,0
	M	1,1	1,1	5,0
	D	0,1	4,2	0,1

Elaboración propia

La tabla 1.5 muestra la matriz de resultados de un juego de invención propia. Para comenzar el jugador 2 va a elegir la columna que menos le interesa, es decir, va a eliminar los resultados o estrategia que no le benefician, como muestra la tala 1.6.

Tabla1. 6. Primera ronda. Turno del jugador 2.

		JUGADOR 2		
		L	C	R
JUGADOR 1	U	3,0	2,1	0,0
	M	1,1	1,1	5,0
	D	0,1	4,2	0,1

Elaboración propia

En la segunda ronda (que corresponde a la tabla 1.7) el jugador 1 va a hacer la misma acción con los resultados que quedan.

Tabla 1. 7. Segunda ronda. Turno del Jugador 1.

		JUGADOR 2		
		L	C	R
JUGADOR 1	U	3,0	2,1	0,0
	M	1,1	1,1	5,0
	D	0,1	4,2	0,1

Elaboración propia

Ahora le toca al jugador 2, esta jugada está representada por la tabla 1.8.

Tabla 1. 8. Tercera ronda. Turno del jugador 2.

		JUGADOR 2		
		L	C	R
JUGADOR 1	U	3,0	2,1	0,0
	M	1,1	1,1	5,0
	D	0,1	4,2	0,1

Elaboración propia

EN la última ronda, es el jugador 1 el que debe eliminar la fila que menos le convenga (tabla 1.9)

Tabla 1. 9.Última ronda. Turno del Jugador 1.

		JUGADOR 2		
		L	C	R
JUGADOR 1	U	3,0	2,1	0,0
	M	1,1	1,1	5,0
	D	0,1	4,2	0,1

Elaboración propia

El juego se puede resumir de la siguiente forma:

$$1) R < C$$

$$2) M < U$$

$$3) L < C$$

$$4) U < D$$

Cuya solución es $\Rightarrow (D, C) \longrightarrow NASH$

4. Paradoja: El Dilema Del Prisionero

El ejemplo del dilema del prisionero se ha abordado anteriormente como ejemplo para explicar algunos componentes de la teoría de los juegos, pero cabe destacar, de forma más teórica, que en este juego cada jugador tiene una estrategia dominante y cuando cada uno la elige, los resultados son peores que si cada uno eligiera una estrategia dominada, es decir, que el resultado no es atractivo para el conjunto de jugadores. Este dilema lo desarrolló Albert W.Tucker en 1950 para explicar de forma simple lo que sucede en muchas situaciones en las que se produce una confrontación entre dos fuerzas, que pueden optar por enfrentarse o por cooperar (Deulofeu, 2010).

En esta sección se va a resolver el Dilema del Prisionero, que hemos ido arrastrando por todo el trabajo y de esta forma entender el porqué de elegir la opción que parece menos ventajosa.

Los jugadores pueden controlar sus acciones pero no el mundo que les rodea, en el caso de los prisioneros no pueden controlar las acciones del otro, en todo caso cada prisionero puede predecir las decisiones del otro lo mejor posible (Deulofeu, 2010).

Vamos a suponer que para José la utilidad de pasar N años en la cárcel es de –N, por lo tanto:

- La probabilidad de que Fernando confiese es de P, y por lo tanto, la probabilidad de que no confiese es (1-P).
- La utilidad esperada de que José confiese (Uc) es -5 si Fernando confiesa y 0 si decide no hacerlo, por lo tanto esto da lugar a:

$$U_c = -5P + 0(1 - P) = -5P$$

- La utilidad esperada de no confesar (Un) para José es -10 si Fernando confiesa y -1 si no lo hace, es decir:

$$U_n = -10P - 1(1 - P) = -9P - 1$$

Resulta que la utilidad de que José confiese es mayor que la de no hacerlo pues -5P>-1-5P, para todo P. Por lo tanto, José siempre ganará confesando, independientemente de cuál sea la probabilidad de que Fernando confiese.

En el caso de que Fernando piense igual que José y elija confesar en contra de José, ambos pasarán 5 años en la cárcel, y quizás todo sería mejor si los dos decidieran olvidar esta teoría y eligieran no confesar pues sólo pasarían un año en la cárcel

En cambio existe otra moraleja en esta historia y se trata del propio juicio egoísta de cada uno acerca de la utilidad. Supongamos ahora, que José se preocupa tato por él como por Fernando de la misma forma, es decir, la utilidad de que José pase N años en la cárcel y Fernando M años es –(N+M), entonces:

- La utilidad esperada que José confiese (Uc) es -10 si Fernando confiesa y -10 si no lo hace, por lo tanto:

$$U_c = -10P - 10(1 - P) = -10$$

- La utilidad esperada de que José no confiese (Un) es -10 si Fernando confiesa y -2 si no lo hace, entonces:

$$U_c = -10P - 2(1 - P) = -8P - 2$$

Ahora, la utilidad de su confesión es menor o igual que la de no confesar, puesto que -10≤ -8P-2, para cualquier valor de P. En este caso, José no debería confesar, independientemente del valor que se asigne a la probabilidad de P de que Fernando confiese.

Además si Fernando decidiese ser igual de generoso que José, entonces va a decidir de la misma forma que éste, no confesará y de esta forma ambos pasarán solo un año en la cárcel.

Cabe destacar que parece un poco ingenuo pensar que José se va a preocupar de Fernando de la misma forma que de él mismo y viceversa, por eso es mejor suponer que José quiere a Fernando la mitad de que se quiere a él mismo, es decir que la utilidad de que José pase N años en la cárcel y Fernando M años es –(N+1/2M), con lo cual:

- La utilidad esperada de que José confiese (Uc) es -7’5 si Fernando confiesa y -5 si no lo hace, de esta forma:

$$\mathrm{U_c} = -7'5\mathrm{P} - 5(1 - \mathrm{P}) = -2'5\mathrm{P} - 5$$

- La utilidad esperada de que José no confiese (Un) es -10 si Fernando confiesa y -1’5 si no lo hace, por lo tanto:

$$\mathrm{U_c} = -10\mathrm{P} - 1'5(1 - \mathrm{P}) = -8'5\mathrm{P} - 1'5$$

En este caso, cuando P=0’5, entonces -2’5P-5=-8’5P-1’5, esto quiere decir que bajo este supuesto José no deberá confesar si cree que la probabilidad P de que Fernando confiese es menor que 0’5, pero en caso de que crea que la probabilidad de que Fernando confiese sea mayor que 0’5, entonces José deberá confesar.

En la práctica estos cálculos son imposibles de conseguir, pero en la vida real lo que intentamos es convertir estas decisiones en reglas de conducta a través de metas y creencias, en este caso serían las siguientes:

Metas:

Si me ofrecen un trato y:

- el trato me beneficia,
- el trato daña a alguien más de lo que me beneficia,
- la persona es mi amigo, entonces:
    - Rechazo el trato.

En cambio, si me ofrecen un trato y:

- el trato me beneficia
- el trato daña a alguien más
- la persona NO es mi amigo, entonces
    - Acepto el trato.

Estas reglas solo son un ejemplo, obviamente pueden ser redefinidas y amoldadas a otros casos y a otras características más específicas o más generales del trato, según lo que se necesite.

Como conclusión de este apartado cabe destacar que vale la pena cooperar con otros jugadores y tratar de optimizar sus intereses propios pero se debe saber hasta qué punto los beneficios de la cooperación pueden obtenerse simplemente al considerar el bienestar de otros en la función de utilidad (Gibbons, 1997).

II. MARCO TEÓRICO II: LA COOPERACIÓN EMPRESARIAL

"La cooperación empresarial es establecer voluntaria y recíprocamente compartir algún recurso y/o conocimiento con el objetivo de desarrollar una estrategia que redunda en ventajas competitivas para los cooperadores" (Sáez & Cabanelas, 1997)

A lo largo de los años, la cooperación ha ido evolucionando, hasta el punto de que actualmente ocupa un sitio central a la hora de que una empresa tome decisiones sobre qué estrategias va a seguir (Tovar, 1996). La cooperación busca sinergias, es dinámica ya que las empresas que cooperan (y las que no lo hacen) pueden agruparse y reagruparse de diferentes maneras, para hacer frente a condiciones competitivas cambiantes y complejas.

La cooperación facilita a las empresas la solución de determinados problemas ya que permite que éstas se valgan de terceras empresas para llevar a cabo acciones que por sí mismas le serían muy difíciles, pero esto no quiere decir que la cooperación sea la solución de todos los problemas de las empresas y que gracias a ella se eliminen todos los obstáculos con los que se encuentran cada día.

Las empresas están cada vez más motivadas a cooperar con aquellas empresas cuyas oportunidades y fortalezas complementen sus debilidades y amenazas. Esto quiere decir que lo que buscan las empresas con la cooperación es disminuir las amenazas y debilidades y a la vez aumentar las fortalezas y oportunidades.

Para que dos o más empresas cooperen, debe haber un período de negociación, en el cual cada empresa ofrezca sus condiciones y a la vez evalúe las que ofrecen las demás (González Alvarado, 2007). El fin de una cooperación es que todas las empresas consigan los mejores resultados, mejorando, claramente, su situación anterior a la cooperación, es decir, cuando actuaban competitivamente.

La cooperación implica no sólo la propia decisión estratégica de su puesta en práctica sino la decisión de la forma organizativa que tomará para llevarse a efecto. En este sentido, las distintas formas organizativas resultantes, varían dependiendo del grado de compromiso de la cooperación y del nivel de implicación entre las partes. Así, de la cooperación pueden surgir, desde una empresa conjunta o joint-venture, un consorcio de empresas, la subcontratación de determinadas actividades, una red de empresas, etc.

Porter y Fuller (1988) consideraban la cooperación como un medio para alcanzar y mantener la ventaja competitiva. La competencia ya no se dará entre empresas individuales, sino entre nuevas y complejas agrupaciones corporativas. La posición competitiva de una empresa no depende sólo de su capacidad interna, sino también del tipo de relaciones que haya sido capaz de establecer con otras empresas y del alcance de estas relaciones.

Según la naturaleza del acuerdo, la cooperación puede ser (Fernández Sánchez, 1991):

Vertical: Relación comprador-vendedor

Competitiva horizontal: Realizada por empresas que compiten en el mercado

Complementaria horizontal: Realizada por empresas que comercializan productos complementarios

En definitiva, la cooperación es la suma de un conjunto de acuerdos que están íntimamente relacionados con la estrategia competitiva de una empresa. Es una actividad compartida, que busca el logro de unos beneficios mutuos para los participantes, y por ello, debe ser considerada como otra forma de competir en el mercado.

Según Jesús Sebastián (2000) "Las redes de cooperación son asociaciones de intereses que tienen como objetivo la consecución de resultados acordados conjuntamente a través de la participación y la colaboración mutua." Son una forma de cooperación entre organizaciones en la que se implican en la realización de un proyecto empresarial, a través del establecimiento de unos lazos relacionales (Fernández De Arroyabe & Arranz Peña, Las redes de cooperación empresarial: ¿una organización para el próximo milenio?, 1999). Los principales motivos que llevan a la creación de una red de cooperación son dos: la búsqueda de efectos de crecimiento o de poder de mercado y la búsqueda de sinergias o complementariedades

Las redes implican la existencia de asociados, empresas u organizaciones, que son los actores o nodos, implican también la existencia de acuerdos, que son los eslabones o lazos que unen a los participantes de la red. Las redes pueden asociarse a una especie de incubadoras de cooperación, ya que las interacciones, colaboraciones y transferencias entre los asociados contribuyen a generar multitud de productos y resultados, tanto tangibles como intangibles.

El concepto de red de cooperación así definido, puede aplicarse de una manera amplia a una gran diversidad de organizaciones, existiendo unas fronteras difusas. Quizá la acotación que puede realizarse con relación al concepto de redes de cooperación se refiere a la existencia de objetivos comunes bien definidos y a la existencia de un plan de acción que comprometa a cada uno de los asociados de una manera activa. Estas condiciones pueden diferenciar las redes de cooperación de otras modalidades organizativas, donde la generalidad de los objetivos y la vinculación más o menos laxa de los asociados no implica un compromiso activo en un proyecto.

Según dice Jesús Sebastián en su artículo “las redes de cooperación como modelo organizativo y funcional para la I+D” (2000), el análisis de las redes de cooperación muestra la existencia de una serie de factores que determina la buena marcha de las mismas y su rendimiento, algunos de estos factores son los siguientes: concentración en la definición de los objetivos de la red, selección apropiada de los participantes, coparticipación y consenso en el diseño de la red, coordinación eficiente de la red complementada con una cogestión efectiva, actitud proactiva y cumplimiento de los compromisos, sentimiento de compartir beneficios, etc.

Centrándonos en las PYMEs, la cooperación entre éstas supone una serie de beneficios según Casanueva (2002) para las empresas: mantiene la flexibilidad que poseen estas empresas debido a su dimensión, les permite obtener economías de escala y de alcance, les abre el camino a nuevos mercados, se comparten riesgos de inversión que les ayuda a emprender proyectos futuros conjuntos que una sola empresa no podría llevar a cabo, pueden compartir los costes que supone el desarrollo de nuevas tecnologías y además les permite establecer sinergias. De esta forma, se puede afirmar que las redes empresariales permiten sobrevivir y crecer a pequeñas empresas para competir con la gran empresa sin tener que perder la pequeña dimensión (Ojeda López, 2009).

El desarrollo tecnológico, la apertura de los mercados, los cambios drásticos de las estructuras organizacionales y la globalización de los mercados están haciendo necesario que las PYMEs deban concentrarse en diferentes redes empresariales con o sin vinculación del patrimonio (Benito Hernández, 2010).

Las características de las redes de cooperación son (García Canal, 2005): a) racionalización de las líneas de negocio, b) creación de alianzas estratégicas y c) adelgazamiento organizativo y gestión horizontal.

Y los motivos por los que una PYME decide entrar a formar parte de una red empresarial son (Navas López & Guerras Martín, 2011): a) eficiencia de los participantes a través de la especialización de cada empresa en las actividades que le aporten una ventaja competitiva,

b) logro de más flexibilidad en la organización empresarial, c) la red sirve como herramienta competitiva frente a la competencia y d) adquisición de sinergias que le permiten ahorros en costes y aumento de los activos.

Para terminar, cabe destacar que con la teoría de los juegos se han ido desarrollando modelos para proporcionar elementos de análisis útiles para explicar las causas del surgimiento y de la estabilidad de la cooperación en determinadas situaciones.

Para construir unos principios de cooperación, Fernández y Arranz (1999) establecen dos supuestos de comportamiento de los agentes:

Que los individuos actúen buscando el interés propio, denominada “utilidad individual”

Que los individuos busquen maximizar su utilidad o, lo que es igual, su eficiencia económica, lo que da nombre al “óptimo de Pareto” (nombrado anteriormente)

De esta forma, Fernández y Arranz (1999) afirman que la cooperación va a tener lugar cuando el juego tiene de resultado el Óptimo de Pareto. Por ello la teoría de los juegos cooperativos se centra fundamentalmente en la búsqueda de soluciones óptimas, siempre desde el punto de vista de Pareto, para que exista cooperación. Pero los juegos suelen tener bastantes óptimos, lo que ha llevado a la existencia de muchos conceptos de solución.

Finalmente, cabe destacar, que para que exista cooperación, no sólo hace falta buscar eficiencia económica conjunta, sino que se necesita que las soluciones sean equitativas, aquellas en las que los agentes del juego pretendan crear valor y compartirlo.

III. APLICACIÓN PRÁCTICA: PROCESO DE DECISIÓN DE DOS EMPRESAS PARA FORMAR UNA RED DE COOPERACIÓN EMPRESARIAL

Los datos del presente caso práctico han sido obtenidos de una entrevista realizada a uno de los gerentes de una de las empresas. Se trata de un juego de suma no nula con dos participantes, dos pequeñas empresas, que deben decidir si quieren cooperar o no entre ellas. Para la resolución del caso práctico se van a utilizar las aportaciones de Nash para los juegos de suma no cero y de dos participantes que intentarán hacer máximos sus intereses.

El método utilizado es el de equilibrio de Nash en sub-juegos y mediante la inducción hacia atrás se ha llegado a la solución del juego, que es, como ya se ha dicho, un equilibrio de Nash. Se hacen además comparaciones con lo que podría ser un equilibrio según Pareto.

Las empresas son respectivamente, Insmoel y Electromontajes Almería, se trata de dos pequeñas empresas almerienses que actúan por separado (la tabla 3.1 muestra las características de cada una) y en este ejemplo se va a plantear la posibilidad de que se unan a una red de cooperación para mejorar sus resultados.

Tabla 3.10 Características de las empresas

Concepto:	Número de trabajadores	Forma jurídica	Local de trabajo	Actividad	Número de propietarios
INSMOEL (E1)	13	SA	Si	Montajes eléctricos de alta y baja tensión	3
ELECTROMONTAJES ALMERÍA (E2)	2	SL	No	Montajes eléctricos y energías renovables	2

Elaboración propia

Se van a utilizar dos modelos posibles cuyas características se muestran en la tabla 3.2. Para entender los criterios que se han utilizado se enumera a continuación la clasificación de los mismos (Friedman, 2001):

- Según el número de participantes: 1, 2,3…n jugadores.
- Según si la toma de decisiones es simultánea o no, se plantean juegos estáticos o dinámicos.
- Según sea la ganancia total obtenida por el conjunto de todos los participantes, pueden ser juegos de suma cero o suma nula o juegos de suma no cero.
- Según sea la información de la que disponen los participantes en el momento de jugar. Pueden ser juegos de información completa, cuando las funciones de ganancia son conocidas por todos. O pueden ser de información incompleta, cuando las funciones de ganancia no son conocidas por todos.

- Según si la información es perfecta, es decir, que los participantes conocen en cada momento del juego toda la historia completa de todas las decisiones, o la información es incompleta, lo que quiere decir que los jugadores no conocen toda la información completa en cada momento del juego, por lo que aparece el factor incertidumbre.
- Según los elementos que intervengan en el proceso de decisión, se puede distinguir entre juegos de estrategia pura o juegos de estrategia mixta.

Tabla 3. 11 Características de cada modelo

Clasificación según:	Número de participantes	Toma de decisiones	Ganancia	Información	Elementos que intervienen
MODELO 1	2	Decisiones secuenciales (Dinámico)	Suma no cero	Información completa y perfecta	Estrategia pura
MODELO 2	2	Decisiones simultáneas y secuenciales (Dinámico)	Suma no cero	Información completa y perfecta	Estrategia pura

Elaboración propia

Ahora, una a una, se van a explicar las características de cada modelo:

- El número de participantes es dos, Insmoel (E1) y Electromontajes Almería (E2).
- Toma de decisiones: en este caso se plantean dos modelos: en el modelo 2 se han escogido decisiones secuenciales y simultáneas, por lo que se mezcla en el juego la forma estática y la forma dinámica, y en el modelo 1 las decisiones que se toman son secuenciales, por lo que se trata de un juego dinámico.
- Ganancia que van a obtener los jugadores: podemos decir que nos encontramos ante un juego de suma no cero, tanto en el modelo 1 como en el modelo 2.
- Información: Como en los dos modelos se conocen las funciones de ganancia y además los participantes conocen en todo momento las decisiones que toman ellos y sus oponentes, se puede afirmar que lo dos modelos contienen información completa y perfecta.
- Elementos que intervienen: en este ejemplo, en los dos modelos se van a utilizar estrategias puras ya que sólo interviene la actuación racional de los jugadores.

A continuación se va a proceder a describir los acuerdos, la empresa E1 (Insmoel) va a proponer los acuerdos que se presentan en la tabla 3.3, estos acuerdos, como ya se ha mencionado antes son de dos tipos, bien estratégicos o bien operativos.

Tabla 3. 12 Descripción de los acuerdos para la cooperación

Tipo de acuerdo	Clasificación	Naturaleza del acuerdo
Estratégico	a1	Utilización del mismo nombre comercial: Insmoel, para fortalecer la marca y fortalecer el conocimiento de la misma.
Estratégico	a2	Se va a llevar a cabo una segmentación del mercado, para que de esa forma cada empresa se especialice.
Operativo	a3	Utilización de E2 de las mismas instalaciones, tanto como almacén como para oficinas de E1.
Operativo	a4	E1 ofrece todos sus vehículos a E2 para que los utilice, ya que E1 tiene excedente.

Elaboración propia

Se supone, que es E1 la empresa que propone inicialmente cooperar por razones estratégicas, cooperativas o ambas a E2 que a su vez puede elegir si coopera por una de las dos razones, por ambas o por ninguna de estas, es decir, no coopera. Para que se produzca la cooperación ambas empresas deben aceptar todos los acuerdos que forman parte de las razones (ya sean operativas o estratégicas), por las que se hayan decidido cooperar. Si las empresas no se ponen de acuerdo en la forma de cooperación no hay acuerdo y, por tanto, no se cooperará y las empresas no variarán sus resultados.

Para entender crecimiento de los resultados que pueden obtener cada empresa con la cooperación, la tabla 3.4 muestra el beneficio que aporta cada alternativa descrita y el crecimiento que supone ésta con respecto a la primera decisión de no cooperar, es decir, seguir actuando cada empresa individualmente.

Tabla 3. 13 Crecimiento de los resultados de cada empresa

ALTERNATIVAS	Acuerdos	Resultado en Euros de E1 (2013)	Resultado en Euros de E2 (2013)	Crecimiento de los beneficios de E1	Crecimiento de los beneficios de E2
A1: No cooperar	Sin acuerdo	12.565	3.300	-	-
A2: Cooperar por razones estratégicas	a1	11.936’75	5.016	-5%	52%
	a2				
A3: Cooperar por razones operativas	a3	15.769	3.795	25’5%	15%
	a4				
	a5				
A4: Cooperar por ambas razones	a1, a2, a3, a4 y a5	14.826’7	4.801’5	18%	45´5%

Elaboración propia

Mostrados y explicados todos los datos necesarios para elaborar el ejemplo, se va a proceder a su resolución matemática.

Tanto el modelo 1 como el modelo 2 tratan de juegos dinámicos con información completa ya que las funciones de ganancias de los dos jugadores son información perfecta de dominio público, lo que supone que en cada momento los jugadores conocen todas las decisiones tomadas hasta el momento, como se ha explicado antes (tabla 3.2). En el ejemplo presente, E1 va a decidir primero, después E2 va a observar la decisión de E2 y tomará su decisión.

Los resultados y la resolución van a variar en cada modelo debido a las variaciones en la toma de decisiones. En el modelo 1 todas las decisiones van a ser secuenciales y en cambio, en el modelo 2 se van a mezclar decisiones secuenciales y simultáneas.

1. Resolución matemática

Modelo 1

1º. E1 elige una alternativa del conjunto de alternativas posibles A= (A1, A2, A3, A4)

Siendo:

A1: No cooperar

A2: Cooperar por razones estratégicas

A3: Cooperar por razones operativas

A4: Cooperar por ambas razones

2º. E2 observa la decisión de E1 y elige una de sus alternativas A’= (A1’, A2’)

Siendo:

A1’: No cooperar

A2’: Cooperar

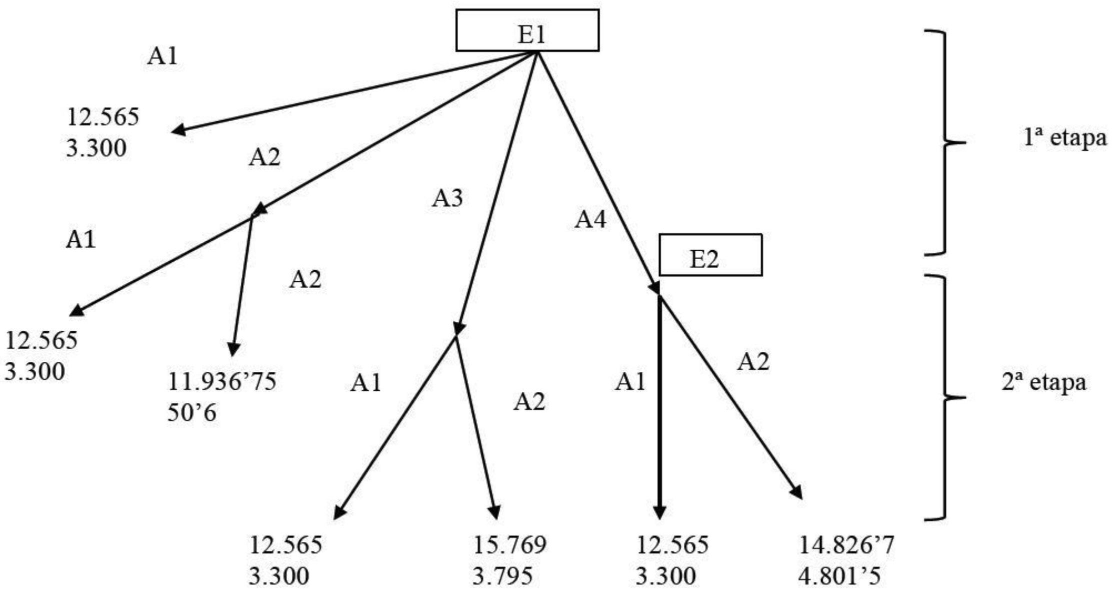
3º. Los resultados que se muestran en la tabla 3.5 (alternativas para cada jugador) son los obtenidos por las empresas según las alternativas que escojan y además la figura 3.1 muestra cómo sería el árbol de decisión de este juego.

Tabla 3. 14 Alternativas para cada jugador

		E2	
		A1’	A2’
E1	A1	(12.565, 3.300)	(12.565, 3.300)
	A2	(12.565, 3.300)	(11.936’75, 5.016)
	A3	(12.565, 3.300)	(15.769, 3.795)
	A4	(12.565, 3.300)	(14.826’7, 4.801’5)

Elaboración propia

Figura 3. 2 Árbol de decisión de las alternativas propuestas



Elaboración propia

El juego se va a resolver por inducción hacia atrás, lo que quiere decir, que se comienza por solucionar el problema de decisión en la segunda etapa pasando, posteriormente, a solucionar la primera. De la siguiente forma: a E2 le va a corresponder primero tomar la decisión en la segunda etapa del juego, se enfrenta a un problema, pues si se da la acción A1 por parte de E1, el juego acabará, ya que E2 aunque quisiera cooperar no podría. Pero si por el contrario se diera la acción A2, A3 o A4 previamente adoptada por E1, entonces E2 (que, suponemos, quiere cooperar) tendría que elegir racionalmente el máximo entre los resultados que se obtendrían en ese caso, mostrados en la tabla 3.6.

Tabla 3. 15 Resultados de la segunda etapa

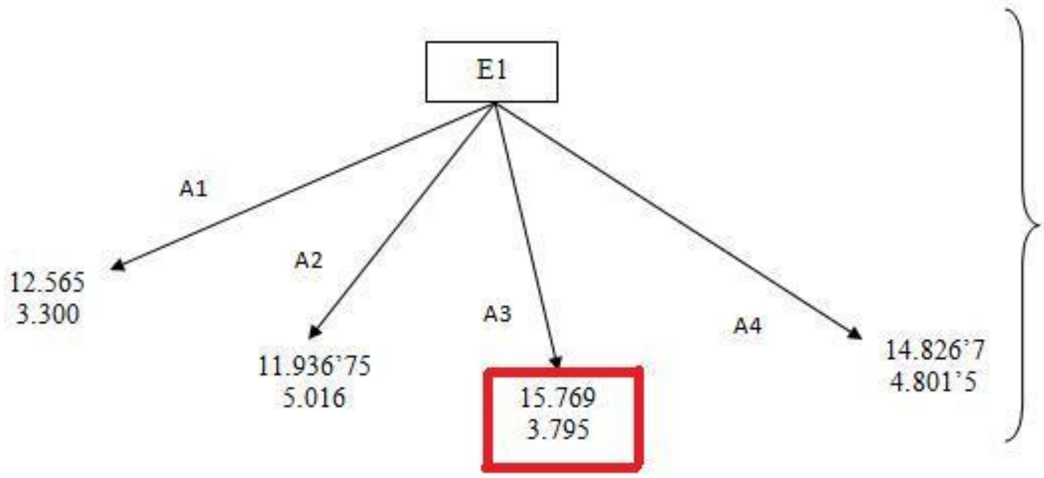
		E2
		A2'
E1	A2	(11.936'75, 5.016)
	A3	(15.769, 3.795)
	A4	(14.826'7, 4.801'5)

Elaboración propia

El resultado escogido por E2 tiene 3 soluciones, cada una correspondiente a los tres diferentes sub-juegos, que se corresponden con los mayores beneficios que podría obtener E2 en cada sub-juego de la segunda etapa si E1 eligiera A2, A3 o A4.

Ahora, en la primera etapa, es E1 el que debe decidir. Se puede observar (figura 3.2) que el problema de optimización de E1 tiene una sola solución, que es la que refleja el máximo beneficio que puede obtener E1 dadas todas las alternativas posibles.

Figura 3. 3 Alternativas de E1



Elaboración propia

El resultado del juego, remarcado en la figura 3.2 se corresponde con el equilibrio de Nash, ya que es el asociado con el resultado obtenido por inducción hacia atrás. Algunos juegos, tienen múltiples equilibrios de Nash pero tienen n equilibrio que destaca como solución más llamativa del juego y que es a su vez, aceptada por los dos jugadores, como es este caso.

El resultado de este juego seria entonces según Nash:

(A3, A2'), es decir que ambos jugadores deberían cooperar por razones operativas, ganando respectivamente E1=15.769 y E2=3.795.

Modelo 2

La resolución de este modelo se va a realizar de forma similar al modelo explicado anteriormente, con la diferencia y la dificultad de que, en este caso, el jugador E1 va a decidir dos veces estrategia y en la tercera etapa los jugadores van a tomar sus decisiones de forma simultánea.

En este modelo la primera decisión que toman los jugadores es si jugar o no jugar y en la siguiente etapa es el momento en el que eligen de qué forma cooperar (por razones estratégicas, por razones operativas o por ambas razones).

1º. E1 elige una estrategia del conjunto de estrategias posibles A= (A1, A2)

Siendo:

A1: No cooperar

A2: Cooperar

2º. Ahora, E2 observa qué estrategia ha elegido E1 y escoge otra alternativa dentro del conjunto factible A’= (A1’, A2’)

Siendo:

A1’: No cooperar

A2’: Cooperar

3º. E1 y E2, que ya han elegido si cooperar o no (deben cooperar porque sino el juego acabaría), deben decidir simultáneamente la forma en que van a cooperar. Las diferentes formas de cooperación son las siguientes:

- Para E1: A2= (A21, A22, A23), siendo:

A21: Por razones estratégicas

A22: Por razones operativas

A23: Por ambas razones

- Para E2: A2’= (A21’, A22’, A23’), siendo:

A21’: Por razones estratégicas

A22’: Por razones operativas

A23’: Por ambas razones

4º. Los resultados que se muestran en la tabla 3.7 (alternativas para cada jugador) son los obtenidos por las empresas según las alternativas que escojan y además la figura 3.3 muestra cómo sería el árbol de decisión de este juego.

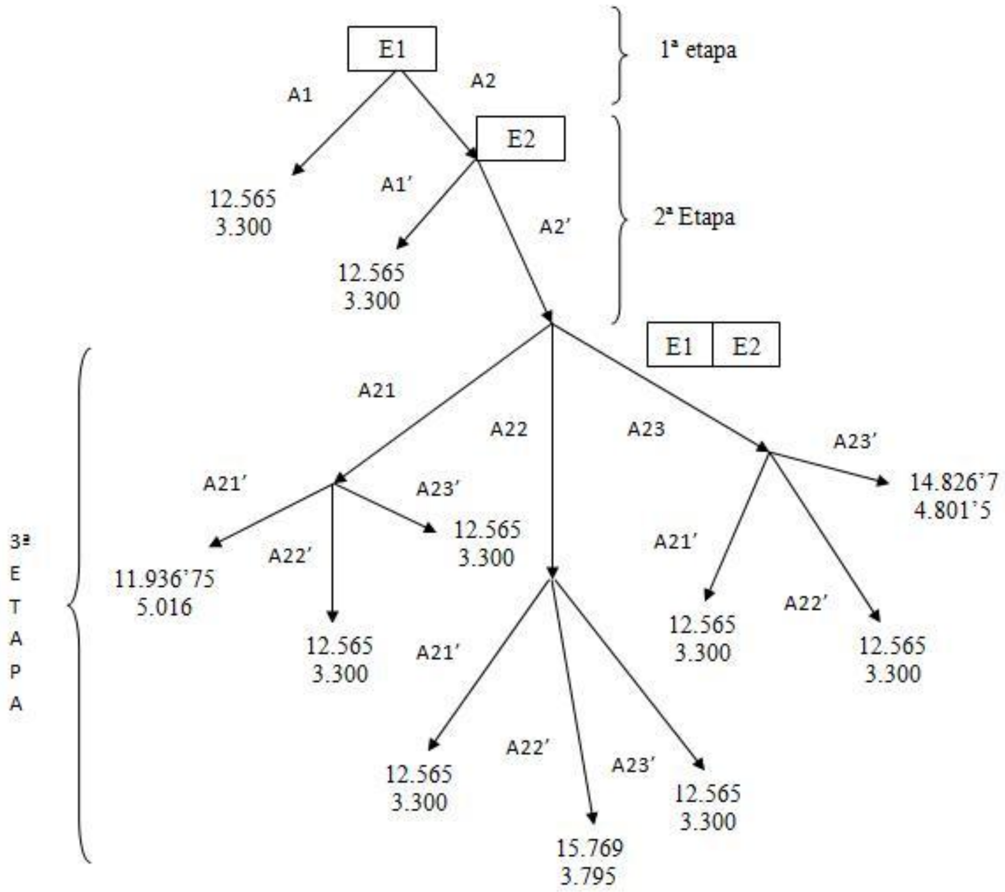
Tabla 3. 16 Alternativas para cada jugador

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="5">E2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>A1’</td><td colspan="4">A2’</td></tr>
<tr><td rowspan="5">E1</td><td>A1</td><td>(12.565, 3.300)</td><td colspan="4">(12.565, 3.300)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">A2</td><td rowspan="4">(12.565, 3.300)</td><td>Motivos de la cooperación</td><td>A21’</td><td>A22’</td><td>A23’</td></tr>
<tr><td>A21</td><td>(11.936’75, 5.016)</td><td>(12.565, 3.300)</td><td>(12.565, 3.300)</td></tr>
<tr><td>A22</td><td>(12.565, 3.300)</td><td>(15.769, 3.795)</td><td>(12.565, 3.300)</td></tr>
<tr><td>A23</td><td>(12.565, 3.300)</td><td>(12.565, 3.300)</td><td>(14.826’7, 4.801’5)</td></tr>
</table>

Elaboración propia

Como se puede observar en la matriz y ya se ha mencionado antes, en el caso de que no haya un acuerdo en el tipo de cooperación, no va a existir la misma.

Figura 3. 4 Árbol de decisión de las alternativas de cada jugador



Elaboración propia

El juego, al igual que se ha hecho en el modelo 1, se va a resolver por inducción hacia atrás, o lo que es lo mismo, comenzando por solucionar el problema de decisión en la tercera etapa, para así posteriormente pasar a la solución de la segunda y la primera etapa.

La tercera etapa es en la que los jugadores van a elegir su estrategia de forma simultánea, van a tener que elegir entre los siguientes resultados (tabla 3.8):

Tabla 3. 17 Tabla de resultados de la tercera etapa

Estrategias	A21'	A22'	A23'
A21	(11.936'75, 5.016)	(12.565, 3.300)	(12.565, 3.300)
A22	(12.565, 3.300)	(15.769, 3.795)	(12.565, 3.300)
A23	(12.565, 3.300)	(12.565, 3.300)	(14.826'7, 4.801'5)

Elaboración propia

En este caso, al resolverse el juego de forma simultánea no se va a elegir una solución para cada sub-juego sino que para determinar el resultado se va a tener en cuenta que:

- Si algún jugador tiene una estrategia dominante, se debe elegir.
- Si un jugador no tiene una estrategia dominante pero el otro jugador sí que la tiene, se debe asumir que la va a utilizar y se tiene que actuar en consecuencia.
- Si ninguno de los dos jugadores tiene una estrategia dominante, entonces hay que simplificar el juego eliminando las estrategias dominadas.
- Si no hay ni estrategias dominadas ni dominantes, hay que buscar el equilibrio.

Cada jugador va a elegir una estrategia sin saber lo que va a elegir el otro jugador, entonces cada jugador elegirá el resultado que más le beneficie a sí mismo.

Al no encontrar estrategias dominantes en este juego, se deben eliminar las estrategias dominadas. En este juego, las estrategias dominadas son muy fáciles de eliminar puesto que si no se llega a un acuerdo, no se va a cooperar. La tabla 3.9 muestra las estrategias que se han eliminado (tachadas) y las que están sombreadas son las elegidas, a través de las cuales se va a buscar el equilibrio.

Tabla 3. 18 Eliminación de estrategias dominadas

Estrategias	A21’	A22’	A23’
A21	**(11.936’75, 5.016)**	~~(12.565, 3.300)~~	~~(12.565, 3.300)~~
A22	~~(12.565, 3.300)~~	**(15.769, 3.795)**	~~(12.565, 3.300)~~
A23	~~(12.565, 3.300)~~	~~(12.565, 3.300)~~	**(14.826’7, 4.801’5)**

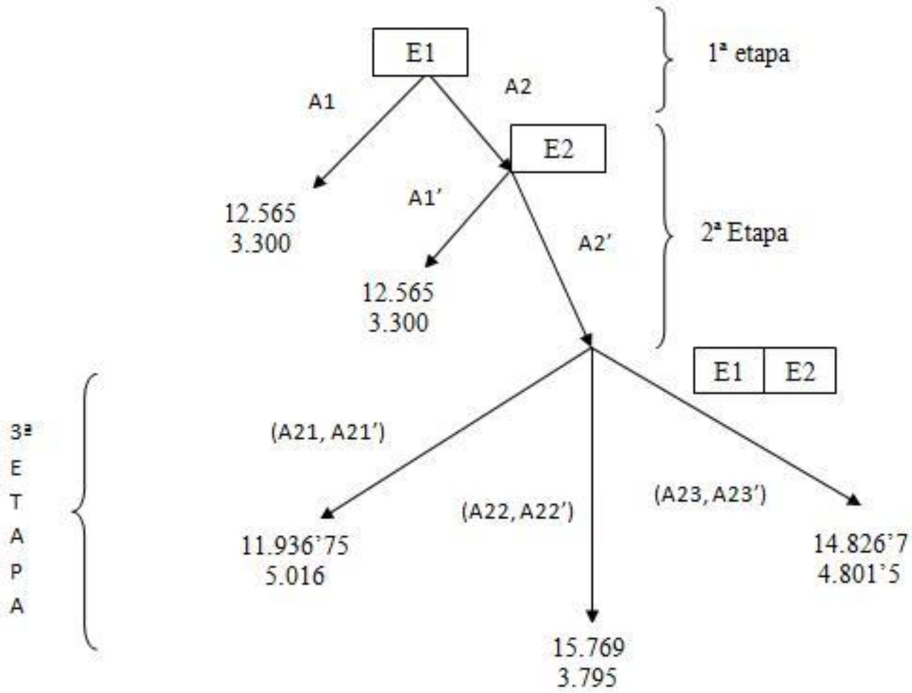
Elaboración propia

Para E1 la mejor estrategia posible es A22, en la que obtiene un beneficio de 15.769, pero como no sabe qué estrategia va a elegir E2, debe pensar en ella antes de elegir la suya. E1 sabe que E2 nunca elegirá su estrategia A22’, ya que es la que menos ganancia le aporta. Entonces E1 optará por elegir A23, ya que con esta estrategia sigue obteniendo buenos ingresos (aunque menores que en la otra alternativa) y además para E2 es también una buena alternativa.

Por otro lado, E2 debería elegir A21’ pues es la estrategia que más le conviene, pero como no sabe la estrategia que ha elegido E1 debe pensar en cuál sería la que elegiría y sabe que E1 nunca iba a elegir la opción A21 pues se trata de la estrategia que menos beneficios le aporta, por eso E2 optará por elegir la estrategia a23’, pues con ella obtiene buenos resultados (aunque no los mejores).

El resultado de esta etapa sería (A23, A23’), es decir, que las dos empresas cooperarían por ambas razones, el juego quedaría como muestra la figura 3.4, que es la misma que la figura 3.3 pero suprimiendo las estrategias que no sirven por ser dominadas:

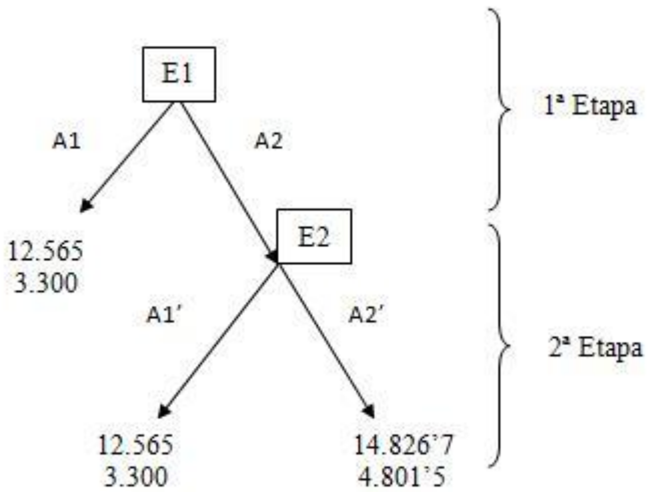
Figura 3. 5 Alternativas, una vez suprimidas las estrategias dominadas



Elaboración propia

Posteriormente, en la etapa 2 es E2 el que debe decidir, para E2 la mejor estrategia sería (A2, A2'), que numéricamente sería (14.826'7, 4.801'5), quedando el juego como se representa en la figura 3.5.

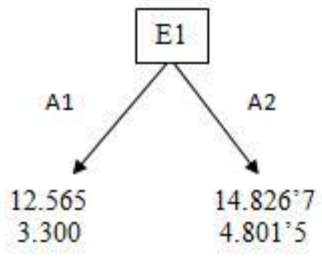
Figura 3. 6 Alternativas posibles de la 2ª etapa del juego



Elaboración propia

Y por último, en la ronda 1, es el jugador E1 el que debe elegir entre las dos estrategias que puede escoger, la que más beneficios le aporte. En la figura 3.6 se puede observar que es la estrategia A2 la que más ganancia le aporta, ya que con ella obtiene 14.826’7.

Figura 3. 7 Alternativas posibles de la 1ª etapa del juego



Elaboración propia

Este modelo se resuelve cuando los dos jugadores deciden cooperar por ambas razones, ganando 14.826’7 E1 y 4.801’5 E2. Se puede afirmar que la solución de este juego es un óptimo de Pareto pues no existe ninguna solución del caso que mejore los resultados de algún jugador sin que eso conlleve que los de otro jugador empeore.

CONCLUSIONES

La teoría de los juegos se puede utilizar en cualquier situación de la vida real, desde en juegos en los que no hay que utilizar mucho la lógica como es el ejemplo de “Piedra, papel o tijera” hasta en situaciones más complicadas en las que no se tiene información perfecta de lo que van a decidir nuestros oponentes, como es el caso de empresas que tienen que decidir si van a invertir en nuevas y más agresivas campañas de publicidad o no. Por ejemplo, el caso de “El dilema del prisionero” al que muchos critican por no tener aplicación real, se repite una y otra vez cotidianamente en ejemplos como la decisión de los países de invertir más o no en políticas medioambientales para combatir el cambio climático o la decisión de los deportistas de si doparse o no para las competiciones.

En el entorno empresarial en el que nos movemos actualmente, la utilización de estos conceptos le puede servir a cualquier empresa para saber qué hacer y cómo hacerlo, facilitando y aminorando los tiempos de respuesta a los problemas que se le planteen.

La teoría de los juegos ayuda a estudiar problemas de decisión multipersonales. Tales problemas se plantean muy frecuentemente en la Ciencia Económica.

Los conflictos pueden verse en el ámbito económico como juegos sujetos a las leyes de la teoría de los juegos: Dos empresas que han de decidir si cooperan o no, dos contratistas que concursan en una subasta para conseguir un proyecto, dos empresas competidoras que deben decidir sus políticas de publicidad para el año próximo, etc.

La teoría de los juegos puede aplicarse, entre otras cosas, a:

- Analizar las negociaciones (entre sindicatos y empresas por ejemplo).
- Situaciones de oligopolio en las que cada empresa debe tener en cuenta lo que harán los demás.
- Modelos de comportamiento de las empresas en los mercados de factores.
- Analizar las licitaciones (conocer los mecanismos que más adecuados según el tipo de licitación y las debilidades que tenga).
- El comportamiento que tienen empresas ante la entrada de competencia (reducciones de precios, aumento de gastos publicitarios, acuerdos de competencia o de cooperación, etc.).
- Los juegos de atrición (evaluar la capacidad de resistencia y situación de defensa de un país).
- Estrategias de comercio internacional (protección del producto y la producción nacional, evaluación del coste que tienen las reacciones de los países extranjeros, etc.).
- Análisis políticos (estudio de las consecuencias que tienen algunas reglas electorales y las plataformas que utilizan).
- La evolución de las especies biológicas

Estas son solo algunas aplicaciones de esta teoría, pero cabe destacar que incluso situaciones tan normales como elegir un trabajo, o decidir si vivir en el extranjero, o si casarte o no casarte pueden ser abordadas desde el punto de vista de la utilidad, facilitando la decisión gracias a la asignación de valores numéricos.

Más del 90 por ciento de las aplicaciones de la teoría de los juegos pretenden establecer las normas del comportamiento humano o predecirlo. Las predicciones de la teoría de los juegos se basan en la asunción de un juego racional pero las predicciones pueden fallar si los jugadores son irracionales.

A continuación, se exponen las conclusiones del caso práctico que se plantea en el trabajo:

Los resultados del juego siguen una misma línea según se aplique un modelo u otro, ya que en los dos el resultado y lo más beneficioso para ambos empresarios es cooperar, pero en cada modelo es por unos motivos diferentes.

Mientras que en el primer modelo deciden cooperar por razones operativas, en el segundo, que es más complejo y mucho más cercano a la realidad, deciden cooperar por ambas razones.

El modelo que se le plantea a la empresa en la vida real es el segundo, en cual cooperan por razones estratégicas y operativas de esta forma quizás no ganen el máximo beneficio cada una de ellas, pero sí consiguen un equilibrio en el cuál, ambos ganan más que en la situación inicial y se aprovechan de las mejoras que van a ir produciéndose una vez firmado el acuerdo.

Las principales limitaciones que suponen estos modelos para llevarlos a cabo son que:

- Los juegos suponen racionalidad de los jugadores y en realidad no siempre se da.
- En ocasiones, debido a la falta de formación y conocimiento del empresario puede que tome decisiones no eficientes y precipitadas, sin haberse realizado con anterioridad un estudio técnico de la situación.
- Faltan variables que perfeccionen el modelo y lo acerquen más a la realidad.

La cooperación operativa favorece a ambas empresas ya que obtienen mayores márgenes en el precio de venta de sus productos, debido a que los costes disminuyen. Sin embargo, depende mucho del tipo de condiciones que se impongan en la red tras el acuerdo de cooperación, ya que, a veces, se pueden ver disminuidos los beneficios obtenidos de alguno de los componentes de la red por las condiciones impuestas ya que puede que una de las empresas piense que tiene más valor que la otra y la subordine sin razón.

Como conclusión final, destacaría la gran relación que tiene la teoría de los juegos con las decisiones de cooperación y que sin ella muchos problemas que se resuelven fácilmente, no podrían solucionarse en mucho tiempo e incluso no se podrían solucionar. De hecho las empresas que se utilizan para llevar a cabo este caso práctico simulado nunca se habían planteado la posibilidad de cooperar entre ellas para darse más a conocer y ahorrar en gastos y costes, y desde que se le ha expuesto la idea están pensando que quizás sería una solución a los problemas que tienen actualmente.

BIBLIOGRAFÍA

Aguado, J. C. (2007). *Teoría de la decisión y de los juegos.* Madrid: Delta publicaciones.

Auman, R. (2012). *La Teoría de los Juegos: Conversación con Sergio Hart.* Salamanca: Ediciones sígueme.

Benito Hernández, S. (2010). Estudio sobre la toma de decisiones de dos microempresas en un proceso de integración a una red de cooperación empresarial. *Cuadernos de estudio empresarial. Escuela de estudios cooperativos, 20*, 55-80.

Bernanke, B., & Frank, R. (2007). *Principios de economía (3ª edición).* Madrid: McGraw-Hill.

Binmore, K. (1993). *Teoría de Juegos.* Madrid: Editorial McGraw-Hill.

Binmore, K. (2011). *La teoría de las juegos: Una breve introducción.* Madrid: Alianza Textos.

Casanueva Rocha, C. (2002). Fundamentos de gestión empresarial. Madrid: Pirámide.

Davis, M. D. (1997). *Introducción a la teoría de juegos.* Madird: Alianza Editorial.

Deulofeu, J. (2010). *Prisioneros con dilemas y estrategias dominantes: teoría de juegos.* Barcelona: RBA.

Dixit, A. K. (1991). *Pensar estratégicamente: Un arma decisiva en los negocios, la política y la vida diaria.* Madrid: McGraw-Hill.

E.S.Ventsel. (1973). *Introduccioón a la Teoría de los Juegos.* CEPE.

Fernández De Arroyabe, J. C., & Arranz Peña, N. (1999). *La cooperación entre empresas: análisis y diseño.* ESIC (escuela superior de gestión comercial y marketing).

Fernández De Arroyabe, J. C., & Arranz Peña, N. (1999). Las redes de cooperación empresarial: ¿una organización para el próximo milenio? *Dirección y Organización (DyO)*(21), 14-17.

Fernández Sánchez, E. (1991). *La cooperación empresarial: Concepto y tipología.* planet.

Friedman, J. W. (2001). *Teoría de juegos con aplicaciones a la economía.* Editorial Alianza Universidad.

García Canal, E. (2005). *Redes de empresas en España. Una perspectiva teórica, histórica y global.* Madrid: LID Editorial Empresarial.

Gardner, R. (1996). *Juegos para empresarios y economistas.* Barcelona: Antoni Bosch Editor.

Gibbons, R. (1997). *Un primer curso de la teoría de los juegos.* Barcelona: Antoni Bosch Editor.

González Alvarado, T. H. (2007). Redes de cooperación empresarial internacionales vs redes locales. *Revista Venezolana de Gerencia, 12*(37), 8-16.

Guerrien, B. (2011). *La microeconomía.* Madrid: Maia Ediciones.

Kreps, D. M. (1994). *Teoría de juegos y modelación económica.* Fondo de Cultura Económica.

Mankiw, N. G. (2012). *Principios de economía.* Madrid: Cengage Learning Editores.

Miller, L. R., & Meiners, R. E. (1989). *Microeconomía.* Madrid: McGraw-Hill.

Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n-person games. (S. Lefschetz, Ed.) *Princeton University Press, 36*(1), 48-49.

Navarro, V. (2002). *El afán de jugar: Teoría y práctica.* Madrid: INDE.

Navas López, J. E., & Guerras Martín, L. Á. (2011). En *La dirección estratégica de la empresa: Teoría y aplicaciones* (págs. 481-518). Navarra: Thomson Civitas.

Neuman, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behaviour.* Londres: Princeton University Press.

Ojeda López, J. (2009). La cooperación empresarial como estrategia de las PYMEs del sector ambiental. *Estudios gerenciales, 25*(110).

Pérez Navarro, J., Jimeno, J. L., & Cerdá, E. (2004). Teoría de juegos. Madrid: Pearson Education.

Pinduck, R. S., & Rubinfeld, D. L. (2009). *Microeconomía.* Madrid: Pearson Education SA.

Sáez, D., & Cabanelas, J. (1997). Cooperar para competir con éxito. Madrid: Ediciones Pirámide.

Sebastán, J. (2000). Las redes de cooperación como modelo organizativo y funcional para la I+D. *Redes (Universidad Nacional de Quilmes), 7*(15), 97-111.

Tovar, E. R. (1996). La cooperación empresarial [manuscrito]: estrategias de las PYMEs españolas para competir en un mercado único. Almería: Proyecto de fin de carrera, Universidad de Almería, Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas.

Varian, H. R. (1992). *Análisis Microeconómico.* Barcelona: Antoni Bosch Editor.

Vega, F. (1999). *Economía y juegos, teoría y aplicaciones.* Barcelona: Antoni Bosch Editor.

Villajos, J. (2006). Historia de las matemáticas (la teoría de los juegos). *curso 2005-2006*.