

# **LA METACOGNICIÓN EN UN AMBIENTE DE REALIDAD VIRTUAL. GEOMETRÍA CON NEOTRIE VR**

Carmen Santos Morales Rodríguez

Máster en Investigación y Evaluación Didáctica en el Aula para el Desarrollo

Profesional Docente

Director: Antonio Codina Sánchez

Universidad de Almería, junio de 2019



## Índice

1. INTRODUCCIÓN	4
2. MARCO TEÓRICO	5
2.1. El Pensamiento metacognitivo	5
2.1.1. Metacognición y resolución de problemas matemáticos	8
2.2. Tecnología y Educación Matemática	11
2.2.1. Relación entre tecnología y educación matemática	11
2.2.2. Geometría Dinámica y Educación Matemática	13
2.2.3. Realidad Virtual y Educación Matemática	15
2.3. Cognición y metacognición en ambientes tecnológicos y RV en Educación Matemática	18
2.4. Planteamiento del problema y objetivos de investigación	21
3. MÉTODO	22
3.1. Diseño	24
3.1.1. Contenidos	25
3.1.2. Indicadores	26
3.1.3. Organización	26
3.1.4. Recursos	28
3.1.5. Características de NeoTrie VR	30
3.2. Contexto de estudio	33
3.3. Instrumentos para la recogida de información	35
3.4. Instrumentos de recogida y análisis de la información	41
3.5. Negociación	42
3.6. Fiabilidad y validez de la investigación	42

4. ANÁLISIS DE DATOS	44
5. CONCLUSIONES	58
5.1. Limitaciones del estudio	60
5.2. Líneas abiertas	60
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61
7. ANEXOS	68
Anexo I. Secuencia de sesiones y temporalización	68
Anexo II. Cuaderno de actividades	69
Anexo III. Diario de reflexión del alumno/a	88
Anexo IV. Registro de observación de categorías-indicadores cognitivos y metacognitivos	89

# 1. INTRODUCCIÓN

Las nuevas generaciones están creciendo en una sociedad inmersa en un ambiente tecnológicamente cambiante. Ello obliga a las autoridades reguladoras, docentes e investigadores a una continua actualización con el objeto de acercar a los estudiantes nuevas formas, métodos y técnicas de aprendizaje acordes con la sociedad en la que ellos y ellas se desenvuelven.

Los investigadores y docentes deben ser conscientes de cómo se actúa cuando resolvemos problemas matemáticos, y entre la variedad de aspectos que se deben tener en cuenta, el desarrollo y conocimiento de las acciones metacognitivas involucradas en las actividades formativas de los estudiantes escolares es principal para lo cual es necesario conocer, partir y/o realizar investigaciones que profundicen en el análisis e identificación tanto del pensamiento cognitivo como metacognitivo de los estudiantes.

El presente trabajo pretende abordar esta problemática desde la óptica del análisis de las estrategias metacognitivas puestas en juego por estudiantes de cuarto de primaria durante una secuencia de aprendizaje de geometría utilizando un ambiente tecnológico concreto, la realidad virtual a través del software de geometría 3D dinámica llamado NeoTrie VR.

El presente trabajo está estructurado en cuatro capítulos. En el primero presento el marco teórico de referencia del estudio donde conecto la revisión de la literatura científica en relación a la metacognición, el empleo de tecnología y su relación en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con el objeto de investigación de este trabajo. Finalizo el capítulo enunciado el objetivo de investigación. El segundo capítulo describe el marco metodológico de la investigación, ubicando y describiendo la orientación metodológica escogida, los sujetos objeto de estudio, los instrumentos de investigación utilizados, el ambiente donde se desarrolla, etcétera. Por su parte, en el cuarto capítulo presento el análisis y discusión de la investigación en el que describo con detalle el análisis de los comportamientos de los estudiantes. En el quinto capítulo presento las reflexiones derivadas de este estudio junto con las líneas abiertas generadas y las limitaciones del mismo. Finalmente presento las referencias bibliográficas utilizadas para la elaboración de esta investigación.

## **2. MARCO TEÓRICO**

La resolución de problemas como campo de investigación en Educación Matemática es un tópico que no ha perdido actualidad, máxime cuando se incorporan tecnologías en los procesos de resolución de problemas (Codina, 2015). En este sentido, Castro (2008) agrupa las investigaciones en Educación Matemática sobre las resolución de problemas de matemáticas en dos grandes líneas: a) enseñar a resolver problemas; b) estudios sobre cómo pensamos cuando resolvemos problemas. El presente trabajo se ubica en la segunda de estas líneas, y concretamente, sobre el trabajo metacognitivo de los resolutores.

### **2.1. EL PENSAMIENTO METACOGNITIVO**

Revisando la literatura referida a los estudios sobre cómo pensamos cuando resolvemos problemas se detecta que ha sido abordado desde diversas ópticas (psicología educativa, psicología cognitiva, educación matemática, etc.). Entre ellos encontramos trabajos que estudian la identificación de la naturaleza y el nivel de los procesos cognitivos y metacognitivos que subyacen en la resolución de problemas de grupos pequeños e individuales (Artzt y Armor-Thomas, 1992; Codina, 2015; Garofalo y Lester, 1985; Schoenfeld, 1987; Silver, 1987; Goos, 2002; Kuzle, 2016; Mevarech y Baker, 2018). Surge pues la necesidad de aclarar el término metacognición, es decir, ¿qué entenderé por metacognición en este trabajo?

Desde una perspectiva general, Flavell (1976) puede considerarse como uno de los precursores de los estudios acerca de la metacognición. Este autor la define como “el conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos, por ejemplo, las propiedades de la información relevantes para el aprendizaje” y como “la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos, en relación con los objetos o datos cognitivos sobre los que actúan, normalmente en aras de alguna meta u objetivo concreto” (p. 232). Ahora bien, parece lógico que el estudio de la metacognición tiene que estar ligada a los de la cognición en el sentido descrito por Ginsburg (1981) quien señala que deben atenderse tres fines básicos: el descubrimiento de los procesos cognitivos, la identificación de los procesos cognitivos y la evaluación de la competencia. Es lo que Mayer (1986) posteriormente identificó al considerar el pensamiento con la resolución de problemas y la cognición.

Posteriormente, Carretero (2001) define la metacognición como el conocimiento que las personas construyen respecto del propio funcionamiento cognitivo, asimilando la metacognición a operaciones cognitivas relacionadas con los procesos de supervisión y de regulación que las personas ejercen sobre su propia actividad cognitiva cuando se enfrentan a una tarea. Es decir, Carretero (2001) identifica la metacognición con el conjunto de acciones orientadas a conocer las propias operaciones y procesos mentales (qué), saber utilizarlas (cómo) y saber re-adaptarlas y/o cambiarlas cuando así lo requieran las metas propuestas. Por su parte, Veenman, Van y Afflerbach (2006, p. 4) indican que “La metacognición se refiere al conocimiento descriptivo y al control regulador sobre el propio sistema cognitivo”.

Ahora bien, atendiendo a lo expresado hasta ahora, la metacognición involucra diversas componentes. En este sentido, Osses y Jaramillo (2008) diferencian dos de ellas: el conocimiento metacognitivo, de naturaleza declarativa sobre el “saber hacer” que incluye el conocimiento sobre las propias limitaciones del estudiante, sobre la tarea en sí y sobre el abanico de estrategias alternativas; y el control metacognitivo, entendido como el conocimiento procedimental del “saber cómo” o aprendizaje autorregulado. Estas componentes es lo que Osses (2007) previamente identificó como estrategias metacognitivas de aprendizaje y que dan lugar a diversas estrategias metacognitivas en los sujetos. En esta línea, Peronard (2009) sostiene que dichas estrategias son conscientes y de carácter intencional, y por tanto, están sujetos a la autorreflexión y autocontrol por parte de los sujetos. Así pues, la metacognición puede entenderse como “...un atributo del pensamiento humano que se relaciona con la habilidad que tienen las personas para: conocer lo que se conoce, planificar estrategias para conocer, poseer conciencia de los propios pensamientos durante el acto del conocimiento y, reflexionar y evaluar la productividad de su propio deseo de conocimiento” (Aguirre, 2016, p. 184).

Lo expresado hasta ahora indica que la metacognición está asociada a los sujetos, sin atender a la componente social que ésta pudiera tener. Pero si nos ubicamos en una perspectiva social, la metacognición debe estar mediada por una componente externa social (personas que interactúan e influyen en el sujeto) e instrumental (elementos culturales tales como el lenguaje, notación, instrumentos, etc.). La interacción e influencia externa provoca la existencia de una regulación

externa al sujeto, la cual es en algún grado “internalizada” por el que la recibe, convirtiéndose en parte de la propia “autorregulación” del sujeto (Werst, 1988). Esta regulación externa y la autorregulación deben entonces entenderse desde esta perspectiva como procesos dinámicos que ocurren a diferentes grados de explicitación y que se articulan de forma diferente según la tarea y el contexto en la que se presenta (Martí, 1995). Es decir, en palabra de Irwin (2017), la metacognición en los sujetos es la capacidad de éstos para reconocer su propio conocimiento y emociones, al igual que el conocimiento y las emociones de otros. Irwin (2017) además concreta que la capacidad de comprender la interacción potencial o real de los pensamientos y emociones (internos y externos) así como su impacto en el comportamiento, junto con la capacidad para identificar estos fenómenos como representaciones subjetivas que son distintas de la realidad, dan potencialidad a la metacognición.

Desde otra perspectiva, la metacognición, entendida como la actividad y los mecanismos de regulación (encargados de guiar el pensamiento y la conducta con el objetivo de alcanzar una meta a través de actividades de planificación, conocimiento de la comprensión y desempeño de tareas, y evaluación de la eficacia de los procesos y del uso de las estrategias de control (Shea et al., 2014; Thomas y Barksdale-Ladd, 2000; Veenman, 2016), se desarrollan otros mecanismos de control antes, durante y después de la acción. Estos mecanismos se tratan de juicios metacognitivos entendidos como valoraciones sobre aciertos y desaciertos en la búsqueda de la consecución de un objetivo (Valenzuela, 2019).

Entre ellos podemos distinguir: Los juicios de dificultad, es decir, los juicios como estrategia de supervisión de la comprensión que juzga la dificultad que se siente a medida que se desarrolla la acción o resolución (Ozuru, Kurby y McNamara, 2012); Los juicios de aprendizaje, que se corresponden a un tipo de vigilancia prospectiva cuyo fin es predecir lo fácil que será aprender (Mihalca, Mengelkamp y Schnotz, 2017; Van Loon et al., 2015); Las sensaciones de saber, es decir, juicios sobre las estimaciones de lo que está bien o mal aprendido de acuerdo a un objetivo de aprendizaje deseado. Estas sensaciones son subjetivas y pueden ser positivas o negativas en relación al rendimiento que se produce (Binbasaran y Greene, 2015); Los juicios retrospectivos de confianza, o lo que es lo mismo, el control realizado a posteriori cuando se solicita a los sujetos (o

se autosolicitan) que evalúen su confianza sobre el éxito de su aprendizaje.

Las investigaciones sobre los juicios metacognitivos son variadas (Metcalf, 2009; Mueller y Dunlosky, 2017; Negretti, 2015; Pieger, Mengelkamp y Bannert, 2016), permitiendo operativizar la idea de metacognición. En este sentido, Schunk (2008) propone que los juicios metacognitivos se usen para medir el control cognitivo. De esta forma, la evaluación de la precisión de estos juicios se convierte en un punto clave para la toma de decisiones en consideración a las tareas y el rendimiento en ellas. Ello a su vez permite que a partir de las claves conductuales, se pueda establecer declaraciones no solo correlacionales sino también de causalidad (Maniscalco y Lau, 2012).

Aunque pareciera que el marco es operativo, otros trabajos cuestionan la operatividad de los juicios, especialmente por su relación subjetiva con el afecto y el efecto Dunning-Kruger, es decir, el efecto que se corresponde a la incongruencia en las predicciones del desempeño subjetivo cuando los sujetos presentan bajos niveles de competencia, especialmente cuando no son conscientes de su propia debilidad competente (Dunning et al., 2003).

#### 2.1.1. METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

Si parto de la distinción generalizada de que la cognición está implicada en la acción, y la metacognición está implicada en la elección y planificación de lo que se debe hacer y en la supervisión y regulación de lo que se está haciendo, entonces el monitoreo o control, y la autorregulación son comportamientos metacognitivos claves para la resolución exitosa de problemas en matemáticas.

En este sentido y desde una perspectiva general, los primeros trabajos sobre la metacognición en resolución de problemas los encontramos en la obra de Pólya (1945) y de Newell y Simon (1972). Pólya (1945), a raíz de su experiencia como docente, diseña un modelo en cuatro estadios del proceso de resolución de problemas donde las actividades de control son elementos fundamentales para poder avanzar entre ellos, máxime cuando declara que la resolución de un problema no termina hasta que el sujeto “verifica” la solución. Por su parte Newell y Simon (1972), en su teoría del procesamiento de la información afirman la existencia de dos procesos mentales básicos implicados

en el proceso de resolución problemas: la construcción de una representación del problema (comprensión del enunciado) y el uso de una estrategia para guiar la búsqueda de solución (solución del problema). Sobre el primer proceso, Hiebert y Carpenter (1992) sostienen que la comprensión va íntimamente unida a la creación de una representación interna que forma parte de una red mental de representaciones, y para conseguir más comprensión se necesitan conexiones fuertes y numerosas en dicha red de representaciones. Es aquí donde la metacognición juega un papel predominante al ser ésta la que ofrece consistencia a dichas conexiones. Surge entonces las nociones de estrategia cognitiva y metacognitivas, donde las primeras se refieren a las habilidades necesarias para realizar una tarea, mientras que las segundas, se refieren a aquellas que se necesitan para entender cómo se realiza dicha tarea (Escorcía et al., 2017).

Esta autorregulación en ambientes escolares es aquella que, según Allal y Saada-Robert (1992), es ejercida por los estudiantes en situaciones de aprendizaje y que difiere en el grado de conciencia y accesibilidad de los propios sujetos sobre ella. Los autores distinguen tres tipos: a) la automática que se aplica de forma inmediata y que está presente en los casos en que el estudiante domina determinados elementos de la tarea, b) la compensatoria, es decir aquellas en las que el estudiante rectifica una acción después de darse cuenta de su inadecuación y c) la activa, en la que el estudiante busca de forma consciente y deliberada una mejor manera de abordar la tarea.

Por otro lado, centrados en la resolución de problemas matemáticos, Schoenfeld (1985) identificó diversas etapas o fases involucrados en los procesos de resolución que denominó episodios, entendidos como un periodo de tiempo durante el cual una o varias personas se involucran en la resolución de un problema (Schoenfeld, 1985). Estos episodios son lectura, comprensión, exploración, análisis, planificación, implementación y verificación. Más tarde, y en relación con el trabajo en grupo, Artzt y Armour-Thomas (1992) añadieron a los episodios descritos por Schoenfeld el episodio de observación y escucha. Además, estas autoras diseccionan los episodios en sus componentes cognitivas y metacognitivas, identificando las acciones o estrategias que empleaban los resolutores en dichas componentes. Así Artzt y Armour-Thomas (1992) establecen qué episodios y comportamientos consideran predominantemente cognitivos y/o metacognitivos: metacognitivo solo (comprensión, análisis, planificación); cognitivo solo (lectura); metacognitivo

y/o cognitivo (explorar, implementar, verificar); sin nivel cognitivo asignado (ver y escuchar). Más adelante, Codina (2015) describió como el episodio de ver y escuchar influía en el comportamiento metacognitivo no solo de quién ve y escucha, sino también en la pareja o compañero de resolución, por lo que dicho episodio también puede catalogarse dentro de los comportamientos metacognitivos.

No cabe duda que el trabajo de Artzt y Armour-Thomas supuso un avance en la comprensión del proceso de resolución de problemas matemáticos, pero todo trabajo tiene limitaciones como la detectada por Codina (2015) o las señaladas por Goos (2002) quién identificó las limitaciones del modelo en relación a los tipos de actividades de monitoreo y regulación que podían ser esperados en cada episodio y propuso un conjunto de actividades esperadas.

Por otro lado, diversos autores también han señalado cómo las creencias, emociones y actitudes de los estudiantes respecto a sí mismos como solucionadores de problemas matemáticos dentro de un grupo afectan la calidad de las conductas e interacciones individuales que ocurren cuando trabajan dentro de un entorno de grupos pequeños (Schoenfeld, 1985; Artz y Armour-Thomas, 1997; y Goos, 2002). Estas percepciones fortalecen o debilitan la capacidad de resolver problemas al interrelacionar la capacidad de presentar conductas metacognitivas con la capacidad de resolver problemas. Cuando los miembros del grupo con mayor capacidad creen que pueden beneficiarse de los aportes de sus compañeros, lo más probable es que alienten y faciliten los comportamientos metacognitivos de quienes los rodean. En cambio, si creen que no tienen nada que ganar al interactuar con sus compañeros, crean un estado de ánimo que desalienta las contribuciones metacognitivas de sus compañeros de grupo (Artzt y Armour-Thomas, 1997).

En cuanto al conocimiento previo a la hora de abordar la resolución de problemas, Brown et al. (1982), Flavell (1979), Gutiérrez et al. (2016) y Veenman, Van y Afflerbach (2006) mostraron la existencia de una relación proporcional directa entre nivel de conocimiento y regulación metacognitiva al detectar que los sujetos que presentan niveles más altos de conocimiento y regulación metacognitiva tienen predisposición a desarrollar un aprendizaje más exitoso, y por ende, a tener mayor éxito en la resolución de problemas. Además, el desarrollo metacognitivo actúa

como variable predictora del rendimiento en situaciones de aprendizaje tanto como dominio específico y como de dominio general, es más, en la resolución de problemas matemáticos una de las principales dificultades que se presentan es la incapacidad de los estudiantes para controlar activamente y, posteriormente, regular sus procesos cognitivos durante la resolución de problemas (Binbasaran y Greene, 2015; National Reading Panel, 2000; Veenman, 2008, 2016; Wang, Haertel y Walberg, 1993). Por último, que la generación de estrategias metacognitivas está mediada tanto por la interacción con iguales, como con los medios en los que se contextualiza la actividad (Codina, 2015).

## **2.2. TECNOLOGÍA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

La Educación Matemática se está enormemente influenciada por el gran crecimiento de las herramientas tecnológicas, y está incorporando en sus propuestas didácticas ambientes tecnológicos virtuales para la representación de objetos matemáticos. Los ambientes tecnológicos virtuales están compuestos por herramientas tecnológicas (software y hardware) permiten interactuar a los usuarios (estudiantes y profesorado) con las representaciones, alejándose de las representaciones estáticas con lápiz y papel y de la exclusiva mecanización de procedimientos. Esta nueva forma de representar no sólo los objetos geométricos, sino las relaciones geométricas y matemáticas en general está favoreciendo procesos matemáticos como la visualización, exploración, construcción, realización de conjeturas, argumentaciones, conceptualizaciones y validaciones (Sandoval y Moreno, 2012; Valencia, Sanabria e Ibáñez; 2012; Mogetta, Olivero y Jones; 1999).

Por otro lado, el avance tan rápido de las tecnologías hace que la investigación educativa vaya un paso por detrás, lo que hace de este campo que esté vivo y de actualidad. A continuación expondré brevemente la relación entre las tecnologías y la educación matemática.

### **2.2.1.RELACIÓN ENTRE TECNOLOGÍA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

La tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la geometría se ha convertido en la corriente principal de los recientes estudios, pero todavía no hay suficiente investigación sobre sus efectos específicos (Sinclair et al 2016). La geometría dinámica cambia los objetos geométricos y el discurso de manera significativa en comparación con el papel y el lápiz que articulaba las actividades de aula, de los libros de texto, materiales físicos, y las evaluaciones (Venturini 2015).

Por otro lado, no cabe duda que para mejorar el aprendizaje, la componente afectiva, y en concreto, el aspecto motivacional y el el contexto donde se produce la enseñanza y aprendizaje son aspectos esenciales (Gómez, 2000; Montoro, 2014).

En este sentido y en relación a la resolución de problemas, trabajos como los de Polya (1979), Silver (1985), McLeod y Adams (1989), Golding y Shtegold (2001) han destacado como la actitud y motivación son elementos indispensables en relación a la capacidad para resolver problemas de los sujetos. Ahora bien, aunque la actitud y motivación son intrínsecos a las personas, está influenciada por agentes externos.

Ahora los estudiantes y maestros utilizan herramientas digitales a lo largo del día, y por tanto, es necesario comprender mejor cómo se pueden usar de manera efectiva para la enseñanza y aprendizaje. Es decir, la tecnología es uno de dichos agentes externos que influyen en los estudiantes, en los estudiantes en formación inicial docente y en su posterior desarrollo profesional. En este sentido, Ortiz (2002) resalta las actitudes de rechazo del profesorado en formación en relación con las nuevas tecnologías y la resolución de problemas en actividades de modelización y que éstas pueden afectar negativamente a las actitudes del alumnado hacia el uso de herramientas tecnológicas, las cuales jugarían un rol importante en la mejora de actitudes hacia las matemáticas.

Si nos centramos ahora en el uso de geometría dinámica (GD), Stols y Kriek (2011) sostienen que los predictores más importantes respecto del uso previsto y real del profesorado de GD son las creencias sobre la utilidad percibida y sobre su nivel de competencia tecnológica. Igualmente, Lavicza et al. (2010) señala como un claro factor de éxito la accesibilidad y el intercambio de recursos y tareas entre docentes, en la que además es necesario involucrar a los docentes en la evaluación de la calidad de las tareas con GD al señalar "forma prometedora de estimular el uso de la geometría dinámica en las aulas siempre que los docentes se beneficien del apoyo para que el proceso de calidad sea suyo" (Trgalova et al., 2011, p. 337 ).

Como podemos apreciar, el papel del docente es relevante en cuanto al uso de GD, para lo cual deben estar entrenados, no solo en el manejo de las herramientas tecnológicas, sino en el diseño de tareas que hacen un uso adecuado de los recursos tecnológicos. Para ello, Fahlgren y Brunström

(2014), y Leung (2011) proponen modelos para el diseño de tareas que fomenten en los estudiantes la realización de generalizaciones a través de actividades que enfatizan el modo de arrastre dentro de las GD. Otros autores como Hung, Hwang, Lee y Su (2012) propone acercarse a la “gamificación” en el diseño de tareas pues detectaron que sus estudiantes de primaria mejoran el sentido espacial a través de un marco de actividades basadas en el juego y diseñadas bajo un análisis cognitivo previo.

Jackiw y Sinclair (2009) discuten cómo el concepto de "matemáticas dinámicas" derivadas de la introducción de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas. Dicho de otro modo, las matemáticas dinámicas son una nueva forma de entender las estructuras matemáticas y sus representaciones, ya no sólo visuales, sino también auditivas. Este concepto de dinamismo también lleva aparejado un aspecto importante, el de cambio dinámico o inmediatez de los cambios. Autores como Laborde y Laborde (2014), tratan en profundidad este tema desde tres dimensiones de transformación en las matemáticas y la educación matemática: una dimensión epistemológica, una dimensión cognitiva y una dimensión didáctica. Por otro lado, Jones et al. (2010) centró su trabajo en el diseño de tecnologías digitales para actividades en geometrías euclidianas y no euclidianas, siendo éstas últimas hasta ahora inexistentes en el currículo debido a su complejidad visual.

### 2.2.2. GEOMETRÍA DINÁMICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de los procesos matemáticos utilizando como herramienta software de geometría dinámica (SGD) va en aumento en estos últimos años (Inglis y Foster, 2017). Ello es debido principalmente al aumento del aprovechamiento de las posibilidades de Internet y de las capacidades de los equipos domésticos y de las escuelas. Concretamente, el aumento de velocidad y capacidad de los ordenadores está permitiendo que el software de geometría dinámica esté cada vez más presente en la vida de los estudiantes.

De hecho, actualmente los tradicionales SDG como Cabri Géomètre, Geogebra, CaRmetal, Geometer's Sketchpad, Cinderella, RyC, Geometrix ya no se instalan localmente, sino que se accede a ellos remotamente o bien, a través de internet directamente. Ello ha sido posible gracias a la implementación de las primeras API basadas en Java (primeros applets) que permitieron a los

desarrolladores diseñar SGD completamente operativos vía web como GeogebraWeb. Estos SGD son de código abierto, libres y accesibles para la mayoría de los ciudadanos. Actualmente existen numerosas alternativas de SGD vía Java o web como son la biblioteca JSXGraph (Gerhäuser, Valentin y Wassermann 2010) que impulsa Sketchometry (Ehmann et al. 2013), o el Proyecto CindyJS (2015).

Pero el avance de la tecnología va más allá y se están implementando opciones que permiten una nueva mirada a los tradicionales SGD más usuales en las aulas. Por ejemplo, la incorporación del multitouch que permite que varios usuarios arrastren múltiples objetos simultáneamente sobre la misma superficie táctil, dando lugar a nuevas actividades y acciones de los usuarios cuando trabajan en grupo que a su vez pueden generar nuevas conceptualizaciones matemáticas (Jackiw, 2013; Su, Wang, Cai y Li, 2014). Es más, las nuevas tendencias van hacia la movilidad, entendida esta como herramientas creadas bajo el formato de app que permiten su ejecución en dispositivos móviles. Su et al. (2014) muestra un ejemplo donde los estudiantes pueden arrastrar dinámicamente secuencias que involucran varios puntos. Dichos arrastres se basan en cuatro esquemas de manipulación de controles deslizantes ideados para la verificación de hipótesis.

Dentro de la tecnología táctil, la técnica del arrastre puede considerarse como el mayor logro y la principal característica más importante de los SGD. Así, recientemente Forsythe (2015) mostró la asociación directa entre las estrategias de arrastre con las percepciones de simetría, o Mariotti (2014) quién introduce el arrastre para el aprendizaje de los enunciados condicionales y su relación con los significados personales que surgen en la realización de las actividades. Mariotti (2014) reflejó que dichos significados personales pueden transformarse en significados matemáticos.

La aparición de estos significados personales también han sido abordados por Kaur (2015), Leung (2008a, b; 2012), Ng y Sinclair (2015a, b) quienes a través del trabajo con el cambio dinámico de las formas geométricas en SGD, detectaron como una forma reconocida puede ser vista como heterogénea. Así los estudiantes a medida que se desarrolla el discurso geométrico, la identificación visual continua de la forma inicia un proceso mediado por el discurso en la que sienten la necesidad de nombrar (o renombrar) dicha forma. Esta necesidad conlleva un

procedimiento discursivo hacia una definición formal de la forma heterogénea. Es decir, los estudiantes sienten la necesidad de dotar de significado a dicha forma.

Ahora bien, cuando pasamos a modelos físicos y su relación con SGD, Lee y Chen (2014) compararon el uso de materiales manipulativos virtuales con el uso de material manipulativo físicos. Los autores concluyeron que los estudiantes con mejor conocimiento previo en el uso de materiales manipulativos virtuales tuvieron mayor actitud de disfrute y un mejor desempeño posterior que aquellos que utilizaron manipulativos físicos. Esto puede apoyar la idea de que hay que explorar el mundo virtual 3D en SGD. A este respecto y a pesar de la reciente accesibilidad del SGD, el salto al mundo tridimensional aún está en un estado incipiente aunque ya existían desde hace algo de tiempo software específicos como Cabri 3D.

La manipulación 3D en realidad aumentada y en realidad virtual aún no se han convertido en la corriente principal de investigación. Algunos estudios como Chang et al. (2014) usaron tablets capaces de ejecutar Cabri 3D para crear un entorno de aprendizaje móvil para la geometría espacial y sus resultados indican mejoras en las capacidades de geometría espacial en el grupo experimental. Por su parte, Perry y Steck (2015) encontraron resultados más pesimistas debido al efecto del uso de iPads respecto al compromiso de los estudiantes, los niveles de competencia de los estándares de geometría, la autoeficacia y la autorregulación metacognitiva. Por su parte, Güçler et al. (2013) examinaron a estudiantes de 10 años que usaban dispositivos táctiles en entornos multimodales dinámicos, mostrando que dichos dispositivos proporcionan la oportunidad de explorar objetos 3D a través de múltiples percepciones, apoyando sus acciones mediante discursos significativos al participar en actividades matemáticas tales como explorar, conjeturar, negociar el significado y crear sentidos.

En este trabajo abordamos esta componente aún por explorar, es decir, la manipulación con SGD 3D. A continuación vamos a centrar las siguientes secciones en este aspecto.

### 2.2.3. REALIDAD VIRTUAL Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La realidad virtual (VR), escapando de definiciones más técnicas se puede definir como: “una simulación tridimensional dinámica en la que el usuario se siente introducido en un ambiente artificial que percibe como real en base a estímulos a los órganos sensoriales” (Vera, Ortega, Burgos, 2003, p. 4). Actualmente es una combinación de informática de alta calidad, interfaces entre humanos y ordenadores, gráficos, tecnología de sensores y redes que brinda la posibilidad a los usuarios de experimentar ambientes que en la realidad física sería difícilmente plausible. En el caso de la geometría dinámica, los estudiantes pueden trabajar a través de experiencias como agrandar un poliedro, entrar en él o deformarlo. Además, permite a los docentes sumergir a sus estudiantes en contextos virtuales que simulan la realidad, proporcionando un entorno seguro y de bajo costo en el que practicar y desarrollar nuevas habilidades y conocimientos.

Estos entornos de VR tradicionalmente se han clasificado en dos tipos (Lave y Wenger, 1991): inmersivo: aquellos basados en tecnologías de pantalla inmersiva o de montaje en casco; no inmersivo o VR de escritorio: aquellos que presentan imágenes en un monitor normal y que permite al usuario interactuar con las imágenes generadas en el ordenador. Las actuales tecnologías avanzadas de RV incluyen además interfaces multisensoriales que permiten al usuario explorar e interactuar con los entornos inmersivos. En ambos tipos, la utilización de recursos semióticos (entendidos como formas de comunicación que abarcan los lenguajes hablados y escritos, sistemas de representación matemática, dibujos, gestos y otros similares) son vitales en la RV pues la interacción de los usuarios con el entorno VR es a través de la comunicación de las ideas visuales, dinámicas, verbales y gestuales.

De hecho, Kendon, McNeill, Goldin-Meadow y Kita (2009) avalan que los recursos semióticos proporcionan una forma poderosa para que los maestros e investigadores estudien y aprecien el proceso mediante el cual la actividad con artefactos se puede convertir en signos matemáticos, particularmente a través de una atención cuidadosa a los movimientos de las manos y el cuerpo, dotándolos de significados. La multimodalidad, y en particular la que involucra gestos corporales, ha sido considerada como una fuerza impulsora para la formación de la comprensión geométrica.

No hay duda que los gestos son recursos semióticos que los estudiantes y maestros usan en el aula, como formas de comunicación espontáneas y como signos explícitamente aprendidos. Dado que el trabajo en ambientes VR necesitan de la aplicación de recursos semióticos, entonces se producirán necesariamente la generación de signos. Por ejemplo, Kim, Roth y Thom (2011) identificaron que los gestos de los estudiantes apoyan, emergen, afrontan y exhiben (en forma y resumen) el conocimiento que tienen éstos de la geometría. Además los estudiantes producían nuevos diagramas que apoyaban su razonamiento inventivo, los cuales pueden generar nuevos gestos. Este es el caso de agrandar figuras tridimensionales o introducirse en ellas. Por tanto, tanto el gesto como el diagrama constituyen la base material del experimento del pensamiento matemático y no pueden entenderse sólo como representaciones físicas o virtuales en RV (Freitas y Sinclair, 2012). De hecho, es conocido que los estudiantes comunican ideas visuales y dinámicas a través de gestos incluso antes de que puedan hacerlo verbalmente (Goldin-Meadow, 2003).

En este sentido, Moustakas, Nikola, Tzovaras y Strintzis, (2005) muestran un ejemplo de aplicación de VR háptica (de tacto) denominada CyberTouch en la que los estudiantes pueden experimentar con escenas virtuales de objetos tridimensionales en los que el usuario obtiene retroalimentación háptica del software a través de un guante con sensores. El estudio revela la aceptación de los estudiantes de la nueva forma de aproximarse a la geometría, en la que “sentir” los objetos y modificarlos de manera virtual les genera confianza.

Respecto a estudios relacionados con el aprendizaje con VR, Ai-Lim y Wai (2014) y Jang, Vitale, Jyung y Black (2017) en sus trabajos obtienen que la manipulación directa en VR facilita la incorporación y mantenimiento de las estructuras tridimensionales a nivel cognitivo mientras se produce la interacción con el entorno virtual. Este hecho es más significativo en aquellos estudiantes que presentan una baja capacidad espacial. Los autores también sugieren, a la vista de sus resultados, que la utilización de VR puede ayudar a los educadores a facilitar el aprendizaje más individualizado, especialmente para los estudiantes con baja capacidad al ejercer el entorno VR de compensador de la carga cognitiva que el estudiante tiene que soportar.

Por su parte, Hwang y Hu (2013) analizan los comportamientos de aprendizaje de estudiantes y

muestran que el trabajo en parejas con VR les motiva, facilitando la resolución de problemas geométricos al fomentar el intercambio de ideas entre iguales y la exploración de múltiples representaciones (observan las manipulaciones de los compañeros/as, manipulan objetos 3D, dibujan y anotan en pizarra). Todo ello, según Hwang y Hu (2013) conducen a diferentes tipos de estrategias para la resolución de problemas geométricos según preferencias, tipo de pregunta o nivel de dificultad.

Los trabajos de Moustakas, Nikola, Tzovaras y Strintzis, (2005) y Hwang y Hu (2013) reflejan la importancia de la componente afectiva en el trabajo con VR. Los estudiantes están más predispuestos al aprendizaje cuando utilizan VR. Es por ello que entre las recomendaciones para el diseño de entornos de realidad virtual, a parte de la facilidad de uso y la utilidad, la componente motivacional debe ser un eje principal para los diseñadores (Huang y Liaw, 2018). Además, dado que el contexto es un factor clave en el rendimiento del aprendizaje, los entornos VR pueden erigirse como instrumentos para cerrar la brecha entre el aprendizaje teórico y el contextualizado, proporcionando en las aulas tradicionales una herramienta para contextualizar el aprendizaje (Chang, Lee, Wang y Chen, 2010; Chen, 2011; Chen y Tsai, 2012; Lombardi, 2007).

### **2.3. COGNICIÓN Y METACOGNICIÓN EN AMBIENTES TECNOLÓGICOS Y REALIDAD VIRTUAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Pittalis y Christou (2010) identificaron que el pensamiento geométrico 3D puede describirse mediante cuatro tipos de razonamiento: la representaciones de objetos 3D; la estructuración espacial; la conceptualización de propiedades matemáticas; y la medida. Los autores señalan que dichos tipos de razonamiento deberían de ser considerados como constructos diferentes en relación a la habilidad espacial de los estudiantes. De hecho, señalan que la habilidad espacial, es decir, la visualización y orientación espacial y sus relaciones, son factores predictivos de los cuatro tipos de razonamiento con geometría 3D.

Posteriormente, Sandoval y Moreno (2012) observaron en su análisis de las acciones cognitivas movilizadas en ambientes de geometría dinámica cuando se resuelven problemas de geometría favorecen actividades cognitivas en el individuo relacionadas con la planificación de la resolución.

En este sentido, Valencia, Sanabria e Ibáñez (2012) detectaron la importancia de la elaboración de modelos mentales de los estudiantes, y que éstos facilitan la comprensión y transferencia del aprendizaje de los estudiantes en tareas relacionadas con el desarrollo de competencias cognitivas y metacognitivas.

En otro orden de cosas, como ya señalamos anteriormente, han sido diversos los trabajos que han estudiado la resolución de problemas a través de un marco dividido en fases (Polya, 1945; Schoenfeld, 1985; Artz y Armour-Thomas, 1992; Yerusalmly, 2002, entre otros). En el caso de la resolución de problemas mediado por SGD, Kuzle (2015), realizando una adaptación del modelo de Schoenfeld (1985), examinó los procesos metacognitivos de estudiantes para maestro puestos en juego durante la resolución de problemas geométricos. En su trabajo, detectó que los comportamientos metacognitivos se producían mientras el trabajo con SGD apoyaba sus estrategias y siempre que no fuera posible abordarlas claramente con lápiz y papel. Ello provocó que se cuestionara hasta qué punto el trabajo con SGD para la resolución de problemas geométricos fomentaba la estrategias metacognitivas deseables en el proceso de resolución.

Continuando con su investigación, Codina (2015) y Kuzle (2016) consideraron que la resolución de problemas geométricos mediados por SGD constituyen un sistema conjunto operativo en el que los comportamientos (cognitivos y metacognitivos) se producen en función de lo esperado y lo observado. Es decir, estos autores señalan que el SGD como herramienta cognitiva tiene el potencial de facilitar más o menos directamente el trabajo y la capacidad cognitiva de los estudiantes, y por tanto, su capacidad metacognitiva. Es lo que Salomon y Perkins (2005) señalan al afirmar que los procesos metacognitivos exhibidos por estudiantes en la resolución de problemas no rutinarios estaban relacionados con la capacidad de éstos para decidir cómo, cuándo y si se debe utilizar el SGD.

Salomon y Perkins (2005) detectaron tres diferentes grados de utilización de SGD: GED como un gobernador de la cognición humana donde el usuario es cognitivamente dependiente y subordinado a la tecnología; GED como socio cognitivo y creativo, donde la tecnología se utiliza de manera creativa para mejorar la capacidad cognitiva del usuario; y GED como extensión de la cognición,

donde el usuario integra diferentes recursos en uno para un mejor procesamiento cognitivo propio. En este sentido, detectaron como el SGD permitió y ayudó a algunos sujetos a descubrir nuevos métodos de pensamiento y formas no anticipadas (reacción a las observaciones de las acciones sobre el SGD), pero también inhibió los procesos de resolución de problemas mediante el desarrollo de la dependencia de herramientas por parte de algunos (bloqueo debido a la observación de las reacciones del SGD a las acciones del usuario). De esta forma, la utilización del SGD dependía de la presencia de decisiones de gestión, la capacidad para gestionar diferentes recursos y la experiencia de resolución de problemas. A lo que añadimos que cuando se trabaja en grupos, la interacción con el SGD permite a su vez que se reconozcan y discutan posturas personales que llevan a ampliar el conocimiento metacognitivo y cognitivo personal (Sua, 2017).

Otro aspecto relevante en las investigaciones con SGD está referida a los procesos de prueba geométrica o resolución de problemas de demostración geométrica. Trabajos como los de Sinclair, Bartolini, De Villiers, Jones, Kortenkamp, Leung y otros (2016) señalan que en ambientes SGD, la formación de conjeturas otorga importancia a la apertura de una dimensión cuasi empírica de la naturaleza de la prueba. Es decir, la retroalimentación inmediata y la propia mediación del SGD pueden servir como medios para cruzar los límites entre los contextos empíricos y teóricos en el proceso de prueba. Nótese que la prueba matemática está directamente relacionada con la generación de conjeturas e hipótesis, y en SGD debe tener dimensiones perceptivas y visuales, y por tanto, en estos ambientes tecnológicos la naturaleza de la prueba es un reflejo de lo que se necesita para convencer o explicar a alguien un fenómeno geométrico. Por ejemplo, en SGD, la denominada “prueba del arrastre” nos verifica o confirma que una construcción realizada es correcta, o bien, el estudio y prueba de existencia de lugares geométricos se puede obtener a través de la traza y el arrastre de elementos construidos que soporten previamente la “prueba del arrastre”. Epistemológicamente, el sentido matemático de prueba supera las limitaciones del lápiz y papel.

Ahora bien, tal y como señala Otten et al. (2014), es raro que el proceso de razonamiento y de prueba en sí sean objetos explícitos de reflexión, y el ambiente SGD procura un entorno donde se naturaliza dicha reflexión, donde el rol del profesor (o del propio estudiante) pasa de instructor a

mediador de la comunicación con el SGD.

Un ejemplo de ello es proporcionado por Abdelfatah (2011), quién con SGD pidió a sus estudiantes que resolvieran situaciones de la vida diaria presentadas en formato de historia. Abdelfatah (2011) detectó que el proceso de formulación de declaraciones geométricas, elaboración de conjeturas y la experimentación de las pruebas fue mayor, permitiendo a sus estudiantes superar dificultades, falsas creencias y actitudes negativas hacia las clases de geometría.

## **2.4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN**

El trabajo que aquí presentamos pretende identificar y analizar las estrategias metacognitivas puestas en juego durante una secuencia de actividades de geometría tridimensional utilizando como recurso tecnológico el software de geometría de realidad virtual NeoTrie. Para ello, nos planteamos el siguiente objetivo de investigación:

*Identificar y analizar el pensamiento metacognitivo de estudiantes de primaria durante la realización de actividades de geometría tridimensional en un ambiente de realidad virtual utilizando como recurso el software NeoTrie.*

Este objetivo de investigación se desglosa en los siguientes objetivos particulares:

- 1- Diseñar una secuencia de actividades para trabajar la geometría tridimensional en NeoTrie.
- 2- Elaborar un sistema de categorías de observación de las estrategias metacognitivas con sus correspondientes indicadores.
- 3- Identificar las estrategias metacognitivas puestas en juego durante la resolución de las actividades de la secuencia.
- 4- Analizar el comportamiento metacognitivo durante la realización de las actividades de la secuencia con NeoTrie.

### **3. MÉTODO**

El presente trabajo es el primer ciclo de una investigación-acción donde el campo de indagación es la experimentación en la enseñanza de la geometría tridimensional en un ambiente de realidad virtual para alumnado de Educación Primaria (Elliot, 1990). Es decir, para cumplir el objetivo de programar una secuencia didáctica, me ha sido necesario tener en cuenta que debe incluir actividades de aprendizaje que me ayuden a investigar sobre el propio proceso de enseñanza-aprendizaje, que partan del currículum vigente y que debán a su vez permitirme evaluar tanto al alumnado como a la propia secuencia didáctica con el fin de ser mejorada ésta y mi práctica docente. Todo ello en un conjunto de procesos y productos simultáneos en unas circunstancias específicas.

La investigación-acción, según Elliot (1990, 2005) considera la práctica como la traducción de los valores que determinan sus fines a formas concretas de acción y su mejora supone un proceso de continua reflexión, donde los fines y los valores se definen y se interpretan en la práctica y no con anterioridad a ésta; y la reflexión sobre los medios va unida a la reflexión sobre los fines. Es decir, consiste en la comprensión de la práctica, reconociendo por completo la realidad a la que me enfrente, utilizando e incluso generando teoría, si fuera el caso, para entender de forma práctica aspectos significativos del caso.

Se pueden utilizar comparaciones con casos anteriores para comprender de forma práctica las características importantes de la situación y se debe hacer un análisis teórico para informar y fundamentar la descripción del caso. Para ello, se comienza con la descripción y análisis de las dimensiones de la estructura de mi propia práctica docente incluyendo la selección, sucesión y organización de los contenidos curriculares, las tareas de aprendizaje propuestas, la organización social del alumnado y del profesorado, y el tiempo y los recursos facilitados y repartidos en las tareas de aprendizaje.

En este trabajo se va a iniciar el primer ciclo de la experimentación (Contreras, 1994), para lo cual partimos del análisis de una situación inicial problemática: el uso de la Geometría Dinámica Interactiva en un aula de Educación Primaria (cuáles les son las características de la GD, qué

dificultades conlleva su uso en el aula, etc.). Para el análisis, se lleva a cabo una revisión de la literatura (se presenta en el capítulo 2-Marco Teórico). Una vez identificado la situación problemática (y explicitado el objetivo general de la investigación), describimos el contexto, los diferentes aspectos de la situación, las distintas perspectivas involucradas (todo ello se encuentra recogido en este mismo capítulo 3-Método); a continuación, obtenemos los datos y llevamos a cabo el análisis de los mismos, centrando el mismo sobre los comportamientos metacognitivos, de modo que sea posible vislumbrar el sentido de la mejora deseable (capítulo 4-Análisis y resultados). Por último, realizamos una visión retrospectiva que nos permitirá reflexionar sobre el proceso y comenzar nuevamente un segundo ciclo de investigación (capítulo 5-conclusiones y líneas abiertas).

Por otro lado, para el estudio del comportamiento de los sujetos, he creído conveniente emplear la metodología observacional pues esta me permite el estudio del comportamiento en contextos naturales y/o habituales desde un enfoque cualitativo (Anguera, 2003; Anguera, Blanco-Villaseñor, Losada, y Portell, 2018).

La elección de este enfoque no es arbitraria pues según Artz y Armour-Thomas (1992, 1997) para estudiar los comportamientos conscientes e inconscientes durante el proceso de resolución de problemas, y valorar la competencia metacognitiva, se deben utilizar múltiples fuentes, tales como pruebas, entrevistas, observaciones en clase y diarios, tal y como sugiere también la metodología observacional pues en estas, se deben tomar una serie de decisiones en torno a los siguientes aspectos (Anguera, 2003; Anguera, Blanco-Villaseñor, Losada, y Portell, 2018):

1. Acotar los comportamientos espontáneos que queremos estudiar.
2. Observación exploratoria previa del contexto de estudio para seleccionar correctamente los comportamientos a estudiar.
3. Selección de los niveles de respuesta (categorías del comportamiento que nos interesa). Esta selección se puede basar en el marco teórico, en evidencia previa o establecerse ex novo a partir de la experiencia acumulada en el ámbito. Los niveles de respuesta se pueden clasificar en unidimensionales (si forman una única modalidad de observables) o multidimensionales (si son heterogéneos).

4. Análisis del comportamiento, segmentando tramos en el espacio y en el tiempo.
5. Temporalidad. Se trata de elegir tramos de observación más ricos para obtener muestras representativas. Puede ser secuencial (con seguimiento) o puntual (con carácter estático).
6. Establecimiento de requisitos para que una sesión de observación sea muestra de estudio.
7. Selección de las unidades de estudio. Se puede estudiar a un sujeto, a una diada o un grupo (unidad idiográfica); o a unidades múltiples de sujetos, diadas o grupos (unidades nomotéticas).

### 3.1. DISEÑO

Partiendo de la problemática expuesta en los objetivos a alcanzar y en el marco teórico, a continuación paso a concretar las diferentes tareas que se han realizado para desarrollar los pasos de la investigación-acción.

En primer lugar se hace un diagnóstico de la situación de partida a través de la evaluación inicial del grupo de alumnos y alumnas a estudiar y del análisis del contexto sociocultural en el que nos encontramos. Al ser mis propios estudiantes los que voy a analizar, conozco su nivel curricular en relación a las competencias básicas más relevantes para este estudio. Es decir, conozco el grado de desarrollo de la competencia lingüística (CCL), matemática y básicas en ciencias y tecnología (CMCT), así como en ciencias sociales y cívicas (CCSyC). Este diagnóstico es realizado teniendo en cuenta el proyecto educativo del centro donde se ubica el estudio, los resultados de las pruebas de evaluación inicial obtenidos a principio de curso, las preferencias del grupo respecto a las estrategias de aprendizaje observadas a lo largo del curso y las dificultades que encontramos al practicar diferentes dinámicas de aula (tabla 1).

**Tabla 1.** Nivel competencial del alumnado

Competencia	Estudiante													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
CCL	I	I	I	I	I	M	I	I	M	I	M	I	I	M
CMCT	I	I	I	M	I	M	M	M	M	I	I	M	M	M
CCSyC	I	M	I	I	M	I	I	M	I	I	A	I	M	A

---

Nota: I= Iniciado  
M= Medio  
A= Avanzado

Una vez hecho el análisis del contexto de estudio se pasa a programar la secuencia didáctica para que se ajuste a las necesidades de formación del alumnado seleccionado teniendo en cuenta la propuesta de contenidos de la Orden de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículum correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía (Junta de Andalucía, 2015).

Se elabora una secuencia didáctica del área de matemáticas, extraída de una unidad didáctica para un nivel de 4º de Educación Primaria, en la que se trabajan los cuerpos geométricos durante 10 sesiones de 45 minutos cada una. Se eligen los contenidos, a continuación expuestos, porque se adaptan mejor a las virtudes que puede aportarnos el software de realidad virtual y a la disponibilidad que tenemos de este recurso.

Los contenidos a trabajar y los indicadores de evaluación, extraídos de la Orden y del proyecto educativo del centro (VV.AA., 2018), son los siguientes:

### 3.1.1. Contenidos

2.4.4. Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.

Cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio y rombo. Lados, vértices y ángulos.

2.4.7. Clasificación de cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.

2.4.10. Cubos, prismas y pirámides. Elementos básicos: vértices, caras y aristas.

2.4.12. Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.

2.4.16. Interés por la elaboración y por la presentación cuidadosa de productos relacionados con formas planas y espaciales.

2.4.17. Colaboración activa y responsable en el trabajo en equipo. Interés por compartir estrategias y resultados.

### 3.1.2. Indicadores de evaluación

MAT.2.11.1. Reconoce en el entorno cercano las figuras planas (cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio y rombo, circunferencia y círculo) y los cuerpos geométricos (el cubo, el prisma, la esfera y el cilindro). (CMCT, CEC).

MAT.2.11.2. Describe en el entorno cercano las figuras planas (cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio y rombo) y los cuerpos geométricos (cubo, prisma, la esfera y cilindro). (CMCT, CCL).

MAT.2.11.3. Clasifica cuerpos geométricos. (CMCT).

Las actividades propuestas se fundamentan en una metodología activa basada en el trabajo manipulativo dónde ponemos especial énfasis en el reconocimiento, manipulación y construcción de cuerpos geométricos básicos para después llegar a la representación gráfica a través de material físico (geomag, figuras de madera, etc.) y de material virtual con el software NeoTrie.

Por otro lado, se elabora un diario de reflexión para el alumnado que es rellenado al día siguiente de haber realizado todos los grupos la primera sesión con SGD. Dicho diario que incluye tres bloques de preguntas: uno dirigido a conocer las percepciones de ellos mismos sobre el uso de SGD en los diferentes momentos del proceso; otro destinado a conocer sus sensaciones al trabajar en grupo; y un último bloque destinado a conocer sus juicios metacognitivos en la actividad 12 con SGD. Una vez terminada toda la secuencia didáctica se vuelve a escribir en su diario de reflexión, esta vez sólo con preguntas encaminadas a conocer sus sensaciones al trabajar en grupo.

### 3.1.3. Organización

a) De los estudiantes: se dividen en 4 grupos que denominaremos G1, G2, G3 y G4. Cada grupo elige por consenso a un representante para que maneje NeoTrie durante todas las sesiones, mientras los otros tres o dos componentes del grupo observan y ayudan al representante en la realización de las tareas (Ver tabla 2, anexo I). Según Artzt y Armour-Thomas (1992), Goos y Galbraith (1996), y Schoenfeld (1985), el trabajo por parejas o grupos pequeños permite superar, al menos parcialmente, ciertas limitaciones en la investigación en resolución de problemas. Entre ellas está la

no completitud de la información, o la presión ejercida por el desarrollo del problema para quien la afronta cuando es un único resolutor. Ahora, se provocan discusiones entre los miembros sobre la validez de las propuestas lo que conlleva a los miembros a reflexionar y monitorear sobre el pensamiento propio y el del compañero, asuntos relacionados a la co-regulación, estimulando la actividad metacognitiva en un nivel social, haciendo ésta más observable.

b) De las sesiones: la secuencia didáctica tiene una duración total de 10 sesiones de 45 minutos cada una. Se desarrollan a lo largo del mes de mayo donde se secuencian los contenidos a trabajar (Ver Tabla 1, Anexo I). En cada sesión, los grupos solo trabajan 2 actividades e irán rotando éstas por grupos. Que cada actividad dure 20 minutos se debe a la limitación de uso recomendado de las gafas de realidad virtual para sujetos de estas edades pues de lo contrario, pueden producir pequeños mareos. Por otro lado, otra razón de la duración de las actividades es atencional ya que ya que realizar actividades de corta duración evita que no se pierda la atención; y por último, por la obligatoriedad y encorsetamiento del cumplimiento del horario del área de matemáticas y del resto de áreas en centro escolar que no permite la flexibilidad del trabajo. Al finalizar la secuencia todos los grupos habrán trabajado todas las actividades.

c) De las actividades: en cada sesión se realizan 4 actividades con una duración cada una de 20 minutos máximo. Hay 3 actividades con materiales físicos (manipulativos) y una con material virtual (Neotrie VR). Todas ellas se recogen en un cuaderno de actividades en el que trabaja cada uno de los estudiantes. En dicho cuaderno (que servirá también como material documental), se incluye un manual de NeoTrie VR adaptado a su nivel. Para la confección del cuaderno de actividades se han elaborado y recopilado actividades que impliquen manipulación y reflexión consensuada entre grupos adaptadas para el desarrollo de sus capacidades espaciales (Ver Documento 1, Anexo II).

d) De los espacios: Las actividades que necesitan del uso de NeoTrie VR se hacen en la aula de Tecnología del centro educativo, ubicada debajo de su clase y a la que acuden con cierta regularidad. Dicha aula está normalmente silenciosa y así permite grabar las sesiones con el menor ruido posible (Ver Figura 2). El resto de actividades se realizan en el aula ordinaria. Todas las

sesiones son dirigidas por la docente-investigadora.

### 3.1.4. Recursos

Los recursos materiales de los que se disponen son (Tabla 2):

**Tabla 2.** Recursos materiales

Aula ordinaria	Aula de Tecnología
Material reciclado y utensilios para actividades plásticas como plastilina, palillos de dientes y cajas de cartón.	Software NeoTrie VR de Virtual Dor
Carteles indicando la ubicación la actividad.	Gafas de realidad virtual Oculus. 
Juegos de madera de figuras planas y figuras geométricas, juego de figuras geométricas de plástico transparente y juego geomag.	Tablet samsung de última generación (grabación en video y audio)
Ordenadores portátiles.	Diario de reflexión personal (del estudiante) y diario de campo (investigador)
Libros y material curricular (libro de texto)	
Cuaderno de actividades del alumno	
Lápices, goma y reglas	
Registro de evaluación (Ver Tabla 3, Anexo II)	
	Sistema de Categorías de Observación

Recursos humanos:

Dos personas, uno de los cuales ejercerá de docente-investigador (la maestra del grupo) y el otro de docente-observador (la maestra de apoyo).

Junto a la elaboración de la secuencia didáctica se confecciona un registro de evaluación (Tabla 3, Anexo II) que utilizan ambas docentes, pero en distintos momentos. La docente-observadora, a través de la observación directa, registra el nivel que alcanzan los/as estudiantes durante la realización del cuaderno del alumno/a y al finalizar cada sesión anota sus impresiones. La

docente-investigadora utiliza el registro de evaluación para anotar tanto los resultados de las actividades realizadas en el cuaderno del alumno durante las sesiones planificadas como para anotar el nivel que muestran los estudiantes al corregir el cuaderno después de esas sesiones (correcciones que se producen después de aclarar dudas sobre los contenidos trabajados).

La fase de grabación, donde los estudiantes trabajan con NeoTrie, se puede denominar observación de Laboratorio con intervención y/o intento de control. Según Riba (1993), este tipo de observación pretende realizarse en un contexto similar al natural, aunque no deja de ser un espacio simulado. Por otro lado, el observador-investigador ofrece una serie de instrucciones directas a los estudiantes, para a continuación situarse fuera del campo de su visión de los observados y así facilitar que éstos olviden tanto su presencia, como la de la cámara de video.

El observador elaborará su diario de campo anotando comportamientos significativos. Para que las sesiones de investigación no se vean interrumpidas por problemas en el manejo del software se utilizan dos sesiones previas (Ver Figura 1 y 2), para cada grupo, en las que se produce la toma de contacto con los recursos de la realidad virtual y que se concretan en el cuaderno del alumno en las actividades 1, 2, 3, 4, y 8 (Ver Documento 1, Anexo II).



*Figura 1.* Grupo 3 aprendiendo a utilizar el software de NeoTrie VR en el aula de tecnología

Por otro lado, el diseño observacional es puntual puesto que se observa durante tres sesiones a cada grupo de estudiantes; idiográfico, al estudiar cada uno de los grupos; y multidimensional, al tener diversas categorías de comportamientos heterogéneas que abarcan el pensamiento metacognitivo.



*Figura 2.* Fotograma de una sesión de resolución de problemas con SGD.

Grupo 1 resolviendo la actividad 12 del cuaderno de actividades en el aula de tecnología.

Por último, se utilizará como recurso un diario de reflexión personal (Ver anexo III) para obtener información sobre las formas en que las percepciones de los estudiantes con distintas capacidades influyen en sus propios comportamientos metacognitivos y en sus compañeros/as de grupo. En dicho diario de reflexión personal los estudiantes deben anotar sus creencias y actitudes acerca de sí mismos y de otros en el trabajo en grupo justo al terminar la sesión con NeoTrie VR. La reflexión escrita se hará en varios momentos de la secuencia didáctica: pasado uno o dos días de la primera sesión con NeoTrie VR, según el grupo de trabajo y tras la tercera sesión, al cual es la última sesión analizada.

### 3.1.5. CARACTERÍSTICAS DE NEOTRIE VR

NeoTrie VR es un nuevo paquete de software de Realidad Virtual que actualmente está desarrollando Virtual Dor y la Universidad de Almería, que permite a los usuarios crear, manipular e interactuar con objetos geométricos 3D y modelos 3D en general, de varios tipos. Virtual Dor es un derivado de la Universidad de Almería, que surge de la investigación llevada a cabo por su equipo promotor en los últimos años sobre aplicaciones de Realidad Virtual, Interacción Natural y Juegos Serios (videojuegos con fines educativos) en el campo de la Educación. y Salud, como han

sido los proyectos tecnológicos relacionados con el aprendizaje de Geometría 3D, Salud Mental, Discapacidad o aprendizaje colaborativo.

Los objetivos del software son examinar aspectos de la geometría plana visibles a través de los ojos de una tercera dimensión; presentar la geometría 3D y el modelado para la impresión 3D; desarrollar artesanías y habilidades visuales 3D; estimular las habilidades de razonamiento deductivo e inductivo; destacar el trabajo cooperativo y la interdependencia positiva; y motivar a los/as estudiantes mediante juegos recreativos, colaborativos y competitivos.

El escenario de NeoTrie VR envuelve completamente al jugador en una experiencia totalmente inmersiva e interactiva (Ver Figuras 3 y 4).



*Figura 3.* Imagen del escenario exterior del juego

Este escenario se ve a través de la gafas virtuales y también lo puede ver el resto de personas a través de la pantalla del ordenador o de una pizarra digital.



#### *Figura 4. Imagen del escenario en el interior del tiempo*

La persona que juega elige un avatar y las características físicas de éste. En esta imagen se ve al avatar en modo vuelo haciéndose un selfie para que se vea la panorámica de todo el espacio interior del templo, lugar donde se trabaja y hay recursos.

Permite implementar actividades para diferentes edades y niveles relacionadas con:

- Geometría 2D (dentro del espacio 3D): paralelos y perpendiculares, medidas de longitudes y ángulos, etc.
- Proyecciones utilizando bombillas interactivas.
- Las teselaciones de planos se basan en el espacio (regular, semirregular, etc.)
- Construcción de poliedros (platónicos, pirámides, prismas, antiprismas, Arquímedes, Johnson, Kepler, etc.).
- Operaciones básicas de los poliedros: dualidad, truncamiento, rectificación, extensión, ....
- Cuerpos curvos (esfera, cono, cilindro, toro, etc.) por movimientos en el espacio.
- Curvas y superficies parametrizadas.
- Cálculos métricos en figuras 3D: ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, características de Euler, etc.
- Simetrías espaciales figuras en 3D.
- Homotecias, traducciones, rotaciones, etc.
- Fractales geométricos en 3D, como el tetraedro de Sierpinski o la esponja Menger.
- Generación de redes cristalinas a partir de células fundamentales.
- Gráficos 3D de Euler (Siete problemas de puentes de Königsberg).
- Gráficos hamiltonianos en 3D (problema del vendedor).
- Dibujos de gráficos en 3D (basados en el teorema de los cuatro colores, pero con más colores).

Herramientas destacadas:

- Galerías de cientos de figuras geométricas pre-diseñadas.
- Sistema de reconocimiento de voz para insertar figuras en el escenario.

- Sistema de archivos para cargar y guardar escenas creadas por los usuarios.
- Herramienta multijugador que permite a los usuarios crear, jugar y aprender juntos en la misma escena (versión beta).
- Cámara fotográfica y grabación de video dentro de la escena VR.
- Sistema de grabación de lecciones con fines educativos (versión alfa).
- Exportación-importación desde otros programas conocidos de geometría 3D (versión alfa).
- Impresión 3D desde archivos STL realizados por NeoTrie (versión alpha).
- Multiplataforma: Disponible para auriculares VR HTC Vive, Oculus Rift, Windows Mixed Reality.

### **3.2. CONTEXTO DE ESTUDIO**

La muestra está compuesta por 14 estudiantes de 4º de Educación Primaria de un colegio público, situado en una pequeña población de la costa del Poniente Almeriense. Dichos estudiantes son agrupados en 4 grupos de 3 a 4 estudiantes voluntarios de 4º de Educación Primaria. Las edades de los estudiantes que participan en el estudio están comprendidas entre los 9 y 11 años, incluyendo una estudiante que está siendo evaluada por la orientadora del centro debido a sus dificultades de aprendizaje (es repetidora de este curso) y otros tres estudiantes repetidores en el curso pasado. Por otro lado, cuatro estudiantes son de ascendencia marroquí, tres de países del este y una de etnia gitana.

En cuanto al nivel competencial (Ver Tabla 1), extraído de la evaluación inicial realizada a principio de curso y de la evaluación continua durante todo el curso, en el área de matemáticas el 40% de los estudiantes participantes del estudio tienen un nivel iniciado en la competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología y un nivel medio el 60% del grupo. La evaluación inicial en geometría, incluyendo ítems sobre orientación espacial y de cuerpos geométricos, indicaba que la media en esta competencia se encuentra en un 50% con nivel inicial y medio. Sobre las otras competencias que pueden afectar a la resolución de problemas geométricos en pequeño grupo como la competencia lingüística y las competencias sociales y cívicas se ha extraído la información de la evaluación continua que se ha practicado a lo largo del curso a través del registro de indicadores de evaluación. Esta información, centrada en la capacidad de expresar

pensamientos y conocimientos de forma escrita y oral, señala que en la competencia lingüística el 73% del grupo se encuentra en un nivel inicial y el 27% en un nivel medio. En cuanto a la competencia social y ciudadana se han tenido en cuenta las estrategias de aprendizaje de cada estudiantes observadas a lo largo del curso y las dificultades que encontramos al practicar diferentes dinámicas de aula. Los datos muestran que el 53,3% del grupo se encuentra en un nivel iniciado, el 33,3% en el nivel medio y el 13,3% en el avanzado.

La formación de grupos de trabajo, siguiendo las recomendaciones de Artzt y Armour-Thomas (1992), se ha hecho a través del consenso entre estudiantes, los cuales se han agrupado libremente siguiendo el criterio de afinidad. Teniendo en cuenta los datos expuestos, las características generales de cada grupo formado son las siguientes (Tabla 3):

**Tabla 3.** Nivel competencial por grupos de trabajo reorganizando los datos de la tabla 1

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Nº cada estudiante	6,11,13,14	1,7,9	2,4,10,12	3,5,8
CLL	M	I	I	I
CMCT	M	M	I-M	I
CCSyC	M-A	I	I	M
Media competencial	M	I	I	I

Grupo 1. Está compuesto por cuatro estudiantes. Las medias de los niveles competenciales del grupo son las siguientes: en competencia lingüística el nivel es medio (M), pero se caracteriza por ser un grupo heterogéneo con un miembro en nivel avanzado, otro en nivel iniciado y dos en nivel medio-alto; en la competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología tienen un nivel medio (M), con tres miembros en nivel medio y el cuarto con nivel iniciado (pero con nivel lingüístico medio); en competencia social despuntan, puesto que dos de los cuatro tienen nivel avanzado y los otros dos nivel medio (M-A). La media de las tres competencias es nivel medio.

Grupo 2. Está compuesto por tres estudiantes. Las medias de los niveles competenciales del grupo son las siguientes: en competencia lingüística el nivel es iniciado (I), con sólo un miembro en nivel

medio; en la competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología tienen un nivel medio, con un miembro en nivel iniciado, siendo ésta su fortaleza; en competencia social destacan negativamente, puesto que los tres están en nivel iniciado. La media de las tres competencias es iniciado.

Grupo 3. Está compuesto por cuatro estudiantes. Las medias de los niveles competenciales del grupo son las siguientes: en competencia lingüística el nivel es iniciado con todos los miembros en este nivel, convirtiéndose en su punto más débil; en la competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología tienen un nivel iniciado-medio puesto que dos están en un nivel y los otros dos en el otro; en competencia social también tienen un nivel iniciado, con solo un miembro con nivel medio. Este grupo tiene una media de nivel iniciado, con una de ellas en nivel iniciado-medio.

Grupo 4. Está compuesto por tres miembros. Las medias de los niveles competenciales del grupo son las siguientes: en competencia lingüística el nivel es iniciado, con todos sus miembros en este nivel; en la competencia matemática y competencias básicas en ciencias y tecnología tienen un nivel iniciado, con un miembro en nivel medio; en competencia social tienen un nivel medio, siendo ésta su punto fuerte. La media es de iniciado.

Por otro lado, las características sociodemográficas del entorno del centro son: poca oferta cultural y pocos servicios en la zona; nivel económico medio, con nivel de estudios de los padres y madres bajo; con una población inmigrante diversa.

### **3.3. INSTRUMENTOS PARA LA RECOGIDA DE INFORMACIÓN**

Para la recogida de información se han planificado tres momentos generales a lo largo de este trabajo asociados a la confección de los instrumentos y las técnicas más apropiadas para alcanzar su validez y los objetivos propuestos:

1. Antes de la puesta en práctica de la secuencia didáctica. Se hace una recopilación del nivel competencial del alumnado sobre la materia a estudiar, geometría, y sobre otras competencias que pueden afectar a la resolución de problemas geométricos en pequeño grupo como la competencia lingüística y las competencias sociales y cívicas. También se

elabora un registro de evaluación continua que incluye los indicadores de evaluación que se van a trabajar (Tabla 3, Anexo II). Se rellenará por parte del docente-observador durante las sesiones de trabajo a través de la observación directa del alumnado para reflejar su nivel curricular. El docente-investigador también lo utiliza para anotar la valoración de los resultados de las actividades realizadas en el cuaderno de actividades y para anotar el nivel que muestran los estudiantes al corregir el cuaderno. Para validar su utilidad se hace una concordancia consensuada entre investigadores. En esta fase también se confecciona el listado de comportamientos espontáneos que se espera observar en forma de indicadores distinguiendo entre cognitivos y metacognitivos. Posteriormente, las categorías observables se extraen del marco teórico y de evidencias previas y se elabora el registro de observación de categorías (Anexo IV). Para su validación se utilizan varias técnicas: la triangulación de investigadores y la concordancia consensuada.

2. Durante la puesta en práctica de la secuencia didáctica. El investigador-docente encargado/a de impartir las actividades sin NeoTrie VR escribe un diario de clase con sus reflexiones sobre sus impresiones respecto a la dinámica de trabajo de cada grupo y posibles causas. El alumnado elabora un diario de reflexión contestando a una serie de preguntas (anexo III) en dos momentos distintos (pasado uno o dos días de la primera sesión con NeoTrie VR, según el grupo de trabajo y tras la tercera sesión, que es la última sesión analizada) con el fin de extraer sus percepciones, creencias, emociones y actitudes. El investigador-docente se encarga de grabar las sesiones con NeoTrie VR a la vez que escribe su diario de campo a través de la observación directa y una vez terminada la actividad entrevista al grupo para que expresen sus emociones, reflexiones sobre el proceso y aclaren dudas del investigador sobre su comportamiento. En cada sesión se les entrega al alumnado su cuaderno de actividades (Anexo II), en el cual incluye las instrucciones para su uso, un manual de NeoTrie VR adaptado a su nivel y las actividades a realizar a lo largo de la secuencia didáctica con huecos para que escriban todo lo que necesiten en este cuaderno. Deben leer los enunciados individualmente con atención y luego decidir en grupo cómo resolverlos, anotando las ideas más importantes del grupo y posteriormente escribiendo la respuesta que cada uno crea que

es correcta. Para su realización pueden buscar información en su libro de texto o en el ordenador; en caso de no conseguir resolver la actividad se consulta a la docente-observadora. Este cuaderno de actividades será analizado para extraer los problemas y desajustes experimentados y así poder mejorar la secuencia didáctica.

3. Tras terminar la secuencia didáctica. Se hace un registro de observación compuesto por las categorías y sus indicadores cognitivos y metacognitivos (Anexo IV). Se clasifican los datos obtenidos de las grabaciones y del diario de campo en categorías y se representan en gráficos el análisis de los comportamientos. Para su clasificación se visualiza y analiza cada grabación repetidamente para poder registrar todos los comportamientos posibles. Estos comportamientos se registran indicando el orden de aparición a lo largo de cada minuto para poder elaborar posteriormente un gráfico de líneas que nos muestre la información de forma más visual y así nos ayude a describir mejor los episodios (Figura 5, 6, 7 y 8). En el gráfico de líneas se indica la aparición de cada conducta mediante picos en una línea continua que nos va señalando el paso de un episodio a otro y dentro de los segmentos en los que la conducta se mantiene en el mismo episodio se puede distinguir con los picos cuántas veces se produce la conducta. El gráfico presenta dos líneas, una azul indicando en el tiempo las conductas metacognitivas; y otra línea paralela verde, indicando las conductas cognitivas. La relación entre ambos tipos de conducta están estrechamente relacionadas ya que se ha tenido en cuenta que los picos de ambas líneas aparezcan ordenados según el orden de aparición.

A continuación presento los diferentes episodios que pueden aparecer durante la resolución de un problema de geometría con realidad virtual. Para su elaboración se han adaptado los episodios expuestos por los investigadores mencionados en el marco teórico con evidencias previas tras conocer y analizar el manejo del software NeoTrie VR. La característica común a todos los episodios es que se tratan de periodos de tiempo, continuo o discontinuo, y recurrentes a lo largo de todo el proceso de resolución de un problema. Durante el análisis no se distinguirá si los sujetos actúan o resuelven con éxito o sin éxito, conceptos de Codina y Rivera (2001) que indican que la resolución con éxito implica llegar a una solución correcta y la resolución sin éxito conlleva emitir un resultado incorrecto, si no que se registran todos los comportamientos en los episodios ya sean

los esperados o no. Paso a presentar los episodios que considero oportunos para analizar los comportamientos de los sujetos:

### Episodio 1. LECTURA COMPRENSIVA

Es la primer conjunto de comportamientos que todo matemático, experto o no, realiza para alcanzar la solución. El grupo lee el enunciado, en voz alta o en silencio, y puede llegar a la comprensión de éste. Los indicadores de comportamiento que pueden aparecer son los siguientes:

Cognitivos: lectura del enunciado; identificar las condiciones/información del enunciado del problema; elaborar justificaciones para soportar o rechazar ideas derivadas directamente del enunciado; representar la información ( en forma de tabla, diagramas, dibujo...) mientras lee o justo después.

Metacognitivos: releer el enunciado; hacer pequeñas pausas en la lectura del enunciado; preguntar al docente o compañeros acerca de parte del enunciado; identificar nueva información y reinterpretar el problema.

### Episodio 2. ANÁLISIS

Tras la lectura, este episodio suelen saltárselo los matemáticos expertos y pasar directamente a la implementación. Se da cuando el resolutor no tiene claro el procedimiento para la resolución e intenta comprender el problema, sus condiciones o restricciones y considerar perspectivas útiles para resolverlo. Este episodio conduce directamente al desarrollo de un plan de resolución o a la implementación, si tras la lectura se tiene consciencia de una idea del procedimiento de resolución.

Los indicadores de comportamiento que pueden aparecer son los siguientes:

Cognitivos: seleccionar la perspectiva apropiada y reformular el problema en esos términos; introducir principios y mecanismos apropiados; buscar relaciones entre datos y meta; identificar conocimiento relevante extraído directamente de las acciones de exploración; razonar respuestas a través de errores.

Metacognitivos: recordar un problema similar; cambiar de estrategia (regulación).

### Episodio 3. EXPLORACIÓN

Se trata de intentar comprender el problema, sus condiciones o restricciones y considerar perspectivas útiles para resolverlo. La diferencia entre análisis y exploración está en el menor grado de estructuración de este último episodio, quedando más alejado del problema original ya que puede detectarse nueva información y a partir de ella se valora su utilidad para incorporar en el episodio de análisis para mejorar la comprensión del problema. En este estadio se actúa sin plan previo.

No se señalan indicadores metacognitivos en este episodio porque se recogen en el episodio de control, transversal a los demás, ya que los comportamientos metacognitivos sobre exploración tratan del control del progreso de los pasos y/o cálculos, control de la dirección de resolución y de la toma de decisiones acerca de la dirección.

Los indicadores de comportamiento que pueden aparecer son los siguientes:

Cognitivos: usar la heurística (descubrir e inventar hipótesis); mirar lo que tiene alrededor para buscar objetos; llevar a cabo acciones de implementación sin una planificación previa aparente; producir imágenes o información adicional sin ser el objetivo; cambiar de estrategia porque con la que están no consiguen nada de lo esperado; mover objetos para verlos desde diferentes perspectivas.

### Episodio 4. PLANIFICACIÓN

Lo más importante en este episodio es que se disponga de la idea de plan. Una planificación correcta pasaría por considerar las partes importantes y estructurarlas en pasos y estrategias teniendo en cuenta otros puntos de vista. Es también en este estadio cuando se presta atención a las informaciones nuevas surgidas de las acciones y considerar su alcance dentro del plan general. También se valora la idoneidad de la resolución y se adopta decisiones de cambio de dirección en caso de que lo estime oportuno.

Los indicadores de comportamiento que pueden aparecer son los siguientes: Cognitivos: elaborar o modificar un plan de resolución; identificar pasos de resolución y estrategias para combinarlos.

Metacognitivos: clarificar el objetivo de un plan; elaborar distintas formas de proceder como

posibles caminos a raíz de la exploración (si esas formas de proceder son consideradas como elementos de control futuro de las acciones en caso de resolver sin éxito el problema).

#### Episodio 5. IMPLEMENTACIÓN

En este estadio se ejecutan las ideas, pasos, procedimientos acordados previamente durante los estadios de lectura, análisis, exploración y planificación. Se evidencia sistematización y ejecución intencionada de acciones con fin de transformar los datos en la meta del problema. Además, en este estadio se puede considerar una relocalización de sus recursos con objeto de fortalecerlos en el contexto de la resolución del problema que está efectuando.

Los indicadores de comportamiento que pueden aparecer son los siguientes:

Cognitivos: escoger y/o realizar acciones pertinentes siguiendo un plan previamente definido (en caso contrario es exploración).

Metacognitivos: revisar las acciones de implementación (en el sentido amplio de la palabra); cuando algún componente del grupo “corrige” o “solicita aclaración” de las acciones que se están llevando a cabo.

#### Episodio 6. SÍNTESIS

En este periodo de tiempo se trata de explicar, justificar y convencer a uno mismo y a los demás que el proceso y la resolución del problema elegida es exitosa.

Los indicadores de comportamiento que pueden aparecer son los siguientes:

Cognitivos: establecer conclusiones; generalizar resultados.

Metacognitivos: usar representaciones gráficas/simbólicas para soportar o comunicar ideas (siempre que identifiquen dicho uso para clarificar su respuesta).

#### Episodio transversal a los otros. CONTROL

Se tratan de comportamientos encargados de regular las acciones evaluando, comprobando, cuestionando, anticipando y controlando cálculos, acciones, suposiciones y resoluciones. Los sujetos deben descubrir en este episodio cualquier discrepancia, adoptando decisiones para corregir

y/o ajustar procesos cognitivos y metacognitivos erróneos que le han conducido a una resolución sin éxito del problema. Se pueden distinguir entre comportamientos autorreguladores o reguladores sociales para controlar a los compañeros/as. Pueden aparecer en cualquier episodio y se extraen de ellos para facilitar su análisis. A este episodio también se puede llamar verificación y evaluación. Los indicadores de comportamiento que pueden aparecer son los siguientes:

Cognitivos: evaluar cálculos; comprobar que la solución satisface las condiciones del problema; comprobar el sentido de la resolución; evaluar el proceso de resolución (el diseño y ejecución del plan).

Metacognitivos: cuestionar el conocimiento involucrado o afirmaciones realizadas extraídas directamente del enunciado; anticipar resultados o relaciones geométricas para evitar errores; evaluar la comprensión del problema.; controlar la realización de acciones con base al plan trazado; verificar los resultados y la pertinencia de las respuestas parciales obtenidas; manipular objetos geométricos (físicos y/o virtuales) con el fin de verificar suposiciones; cuestionar las acciones realizadas en la exploración.

### **3.4. INSTRUMENTOS DE RECOGIDA Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN**

En primer lugar, se describe cómo cada uno de los grupos afronta el desarrollo de cada problema propuesto. El análisis es de naturaleza intra-grupal, para reconocer las categorías más recurrentes en sus actuaciones, los comportamientos metacognitivos presentes en cada uno de estos y las implicaciones de la interacción al afrontar el problema.

Posteriormente, se hace un análisis inter-grupal, en el que se realiza un cuadro comparativo entre el trabajo realizado por cada grupo, analizando la presencia e incidencia de la metacognición social en el proceso de resolución.

Para cada problema, se presentará una descripción del proceso de resolución en función de las categorías más recurrentes, aquellas poco visibles, las que demandaron una cantidad de tiempo alta en su desarrollo y las que por el contrario fueron cortas en duración.

Adicionalmente, para cada problema se presenta una descripción del proceso de resolución realizado por cada grupo y una representación gráfica de este proceso. De esta manera se podrá

reconocer patrones de comportamiento, bloques de categorías cíclicos y otros aspectos relevantes de las actuaciones por cada grupo. Al final de cada descripción de los problemas se presentarán los comportamientos metacognitivos observados en cada episodio.

### **3.5. NEGOCIACIÓN**

En primer lugar, se informa al equipo directivo donde imparto docencia de la intención de investigar con mis estudiantes de 4º de matemáticas durante las horas lectivas de la asignatura y les pido colaboración para facilitar el proceso permitiendo que la maestra de apoyo del centro trabaje con el grupo clase durante las sesiones de grabación. Aceptan la investigación y me conceden que colabore la maestra de apoyo siempre que el centro no la necesite para cubrir las ausencias de otros docentes.

En segundo lugar se informa al alumnado y a las familias. Se le entrega al alumnado una circular informativa para las familias sobre la investigación para que sea devuelta con el consentimiento de éstas. Se les garantiza el anonimato en los informes resultantes del proceso de investigación.

Les propongo a mis estudiantes de matemáticas que participen voluntariamente en la investigación.

Deberán formar grupos de iguales con confianza entre ellos, de tres a cuatro participantes y registrarse como voluntarios, en la tabla que se les proporcionará con dicho fin; y acudir al aula que se les indique a la hora señalada acompañando a la investigadora-docente.

Durante la sesión de juego con el software NeoTrie deberán realizar la secuencia de actividades que se les indique. Posteriormente, harán una entrevista con la investigadora para comentar lo que han hecho y las emociones que ésto les ha provocado.

### **3.6 FIABILIDAD Y VALIDEZ DE LA INVESTIGACIÓN**

Para el estudio de la fiabilidad y validez se han puesto en práctica dos técnicas, la triangulación de investigadores a través del índice Kappa de concordancia y la concordancia consensuada.

Respecto a la validez de las categorías de observación y sus indicadores correspondientes, se utilizó la técnica de la concordancia consensuada. Para ello, tras la revisión de la literatura se procede a elaborar un primer listado de categorías junto a sus indicadores. Dichas categorías e indicadores son sometidos a consenso a través de la discusión y re-elaboración de tres investigadores.

Antes de la grabación de las sesiones con NeoTrie se estudia el funcionamiento del programa de realidad virtual y se hace una observación exploratoria previa para poder acotar los posibles comportamientos de los estudiantes con NeoTrie.

También tengo una sesión de una hora de entrenamiento en la observación activa de otros sujetos de investigación con el programa y en el análisis-discusión de las notas de campo recogidas. La acotación de comportamientos espontáneos abarca todo el conjunto de estrategias metacognitivas, desde la dimensión del conocimiento hasta la dimensión reguladora. Posteriormente, las categorías observables se extraen del marco teórico y de evidencias previas y se elabora el registro de observación de categorías que recoge indicadores de comportamientos cognitivos y metacognitivos (Anexo IV).

Respecto a la fiabilidad de las observaciones, se utilizó la triangulación de investigadores a través del índice Kappa. Para ello, tres observadores codificarán en una sala común, pero de forma individual, una de la actividades obteniendo tres registros de observación de dicha actividad. Dichos registros codificados son sometidos al índice Kappa a través del software SPSS obteniendo un grado de acuerdo mediano según la gradación de Landis y Koch (1977). En la Tabla 4 se presentan los valores Kappa obtenidos.

**Tabla 4.** Índices Kappa por observadores

		Índice Kappa	Error Asintótico	T. Aproximada	Significación
Observador 1	Observador 2	0,353	0,079	8,306	0,000
Observador 1	Observador 2	0,238	0,078	5,368	0,000
Observador 2	Observador 3	0,368	0,085	7,745	0,000

A la vista de los resultados, debemos hacer notar los valores obtenidos, aunque me permite afirmar que existe fiabilidad y validez, ésta es moderada. Ello implica la necesaria revisión tanto de las propias categorías e indicadores de observación, como el propio entrenamiento de los observadores para registrar las conductas.

#### 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Dado el volumen de información recogida, para este trabajo sólo presentaré, por economía de tiempo, el análisis en profundidad intra-grupal de la actividad 12, cuyo enunciado es:

*Ponte las gafas de realidad virtual y los mandos.*

*a) Nombra un “cubo con caras” o “hexaedro con caras” en voz alta.*

*b) Colorea las caras.*

*c) Agrandas el cubo y entra en él. Elige el modo “transportar” en ambas manos para agrandarlo.*

*d) Ahora busca y clasifica los cuerpos geométricos que se encuentren en el juego y mételos en la caja adecuada (poliedros y no poliedros). e) Construye un tetraedro.*

En primer lugar, voy a identificar las estrategias metacognitivas puestas en juego, identificando a su vez las categorías más recurrentes, las que demandan mayor o menor tiempo en su desarrollo, y el comportamiento entre las categorías. Con ello abordaré el objetivo particular nº 3. En segundo lugar, he elaborado un gráfico de líneas del comportamiento cognitivo (en verde) y metacognitivo (azul) para cada grupo. A través de dicho gráfico, se analiza el comportamiento metacognitivo durante la realización de la actividad, es decir, el objetivo particular nº 4. Claro está, este análisis metacognitivo está realizado en conexión con la componente cognitiva, de lo contrario, solo estaría obteniendo información de una “cara de la moneda”.

##### **Grupo 1.**

En cuanto a los aspectos generales, el grupo 1 es el que tiene mayor número de estudiantes con un nivel competencial alto, y se esperaba antes de comenzar la experiencia que tuviesen éxito en la resolución de las actividades, pero sólo consiguen resolver con éxito uno de los cinco apartados del problema. Aún así, la interacción al afrontar el problema se caracteriza por el diálogo y aportación de ideas de todos los miembros, y en general, trabajar de forma ordenada y sistemática, aunque como veremos más adelante, sin un control efectivo del progreso.

Por otro lado, el grupo presentó dificultades asociadas a la comprensión del enunciado (episodio de Lectura) pues no interpretan bien el significado (consideran que invocar/llamar a un cuerpo era construirlo). Igualmente, dejan incompletos los apartados, lo que les dificultó la resolución de los

siguientes apartados, por ejemplo, cuando deben conseguir un cubo con caras, sólo invocan a un cubo, apareciendo la estructura en aristas, ello implicaba que debían construir las caras, aumentando la dificultad de la actividad. Una vez analizado el desempeño del grupo 1 de forma general, procedo a identificar los comportamientos metacognitivos observados en cada episodio, destacando (Ver Tabla 6):

**Tabla 6.** Comportamientos metacognitivos observados, Grupo 1

Episodio	Comportamiento	Interpretación
Lectura Comprensiva	<p>1) <i>A11: Maestra, aquí estamos buscando una palabra...una figura que se llama hexaedro y aquí no viene en el libro.</i></p> <p>2) <i>A11: Y un hexaedro es igual que un cubo.</i></p>	<p>1) A11 y A6 no entienden un término que aparece en el enunciado y pregunta al docente.</p> <p>2) A11 aclara al grupo el significado de un término del enunciado.</p>
Planificación	<p>1) <i>A14: ¿Qué tengo que hacer en la actividad 12?</i></p> <p>2) <i>A11: Llévatelo a la mesa...dale al botón de teletransportar, pero coge el cubo.</i></p> <p>3) <i>A11: Tenemos que colorear las caras.</i></p>	<p>1) A14 pregunta a los compañeros que hay que hacer en la actividad, antes de que se la lean.</p> <p>2) Indica los pasos previos a realizar para poder empezar la actividad.</p> <p>3) A11 recuerda al grupo cuál es el objetivo de la actividad.</p>
Implementación	<p>1) <i>A14: Hexaedro.</i></p>	<p>1) A14 dice la palabra hexaedro para que aparezca el cubo.</p>
Control	<p>1) <i>A14: ¿Digo un hexaedro con caras?</i></p> <p>2) <i>A13: Sigue intentándolo.</i></p> <p>A 13: Otra vez.</p> <p>3) <i>A14: ¿Lo cojo?</i></p> <p>4) <i>A6: La siguiente.</i></p> <p>5) <i>A14: ¿Qué tengo que hacer?</i></p> <p>6) <i>A6: A la mesa. A13: Estás mirando pal' suelo, mira pa'riba.</i></p> <p>7) <i>A14: ¿La caras serían las rayitas?. A6: Eso son los lados. Las caras son lo que está dentro.</i></p> <p>8) <i>A6: Es que no veo. Muévete a</i></p>	<p>1) A14 muestra inseguridad pues los compañeros le acaban de leer el enunciado y él pregunta si hace lo que ha entendido que debe de hacer.</p> <p>2) A13 pide al compañero que repita la acción con NeoTrie pues considera A14 que no han conseguido lo que se pretendía, pero no da mayores explicaciones ni A14 se las pide.</p> <p>3) A14 pregunta al grupo si coge una figura.</p> <p>4) A6 indica al compañero que pasan al siguiente apartado.</p> <p>5) A13 pide ayuda porque se le ha olvidado lo que tiene que hacer.</p>

*un lado.*

9) *A14: Tengo que decir poliedros y entonces meternos ¿en esa caja?*

10) *A14: Decidme un poliedro.*

6) A6 y A13 indican al compañero dónde se tiene que colocar, o mirar, dentro del espacio virtual.

7) Corrigen el concepto incorrecto que acaba de expresar el compañero tras escuchar el enunciado.

8) A6 le dice a A14 que no ve lo que hace éste porque quiere controlarlo.

9) Pregunta al grupo si es en el lugar virtual que indica dónde tiene que colocar las figuras que le indican en el enunciado.



10) A14 pregunta para él clasificarlo como le indica el enunciado.

---

En la tabla 6 se puede apreciar cómo preguntan y explican para llegar a una lectura comprensiva; en la planificación observamos cómo hablan de las partes importantes, estructurándolas en pasos para clarificar el objetivo; estos pasos se rectifican en la implementación; y se produce el episodio de control para aclarar dudas y pedir ayuda.

Por otro lado, el análisis del comportamiento cognitivo (Ver Figura 5), refleja un proceso inicial directo a acciones de exploración e implementación, sin transitar por los episodios de lectura, análisis y planificación. Ello sugiere que el grupo actuó de manera, en cierto modo, impulsiva, es decir, sin pararse a comprender o ser conscientes de lo que le solicita realizar el enunciado. Nótese que no es hasta el minuto 5 (es decir, transcurridos tres minutos desde el comienzo de la actividad) que el grupo no realiza acciones de análisis. Pero es más, tras este, nuevamente implementan alguna idea (sin detenerse en la pertinencia de la misma o transitar por planificación). A continuación aparecen periodos de análisis, exploración, planificación y control (vaivenes) sugiriendo una cierta toma de conciencia del proceso de resolución, o al menos, de intento de control del mismo, más acentuado en los últimos minutos de la actividad, donde el Grupo 1 recurre

a los vaivenes típicos con ejes principales de análisis y control. Estas ideas también se reflejan por el hecho de que la frecuencia de observación de lectura es dos, de análisis siete, de exploración seis y diez de implementación, mientras que no hay ninguna observación del episodio de planificación.

En cuanto al análisis de comportamientos metacognitivos, el episodio más recurrente es el de control, seguido de planificación, no detectando acciones asociadas a los episodios de análisis y de síntesis. La mayor frecuencia de ocurrencia de control y planificación desde la óptica metacognitiva, junto a la carencia de frecuencia en análisis y síntesis denotan un intento del grupo para controlar el proceso de resolución, es decir, los estudiantes sentían la necesidad de monitorizar sus acciones, aunque no de monitorizar propiamente un plan de resolución el cual no se hace explícito (nótese que la frecuencia del episodio de planificación es cero en la componente cognitiva). Ahora bien, al no tener un análisis adecuado del problema, dicho control no producía los efectos deseados en cuanto a otorgar información que les permitiera avanzar en la resolución. Es por ello que aprecia cierta conducta recurrente (marcado en negrita) en cuanto al tránsito entre episodios:

**lectura-planificación-control-implementación-control-planificación-control-implementación-control-planificación-control-planificación-control-lectura-planificación-control-lectura-control-lectura-planificación-control-implementación-control-implementación-control.**

Por otro lado, el análisis conjunto de los comportamientos cognitivos y metacognitivos complementa la información hasta ahora obtenida. De esta forma, detectamos cierta rigidez del grupo 1 en intentar tener un control de su proceso de resolución. Nótese que no se mantienen durante un tiempo “razonable” en ningún episodio en ambos comportamientos [salvo el intervalo 10’->12’->13’ para el comportamiento metacognitivo y el 6’->8’ de cognitivo]. Ello sugiere que los estudiantes, a parte de no tener un control real de su desempeño, tampoco disponían de un plan de resolución claramente definido o éste era incorrecto. Esta hipótesis es corroborada por el hecho de que la dupla Análisis (Cognitivo)-Planificación(Metacognitiva) solo aparece una vez, tras la cual, se

sucedan vaivenes entre lectura, implementación, etc. Además, la no ocurrencia del episodio de síntesis revela ciertamente la carencia de una solución o propuesta de resolución adecuada.

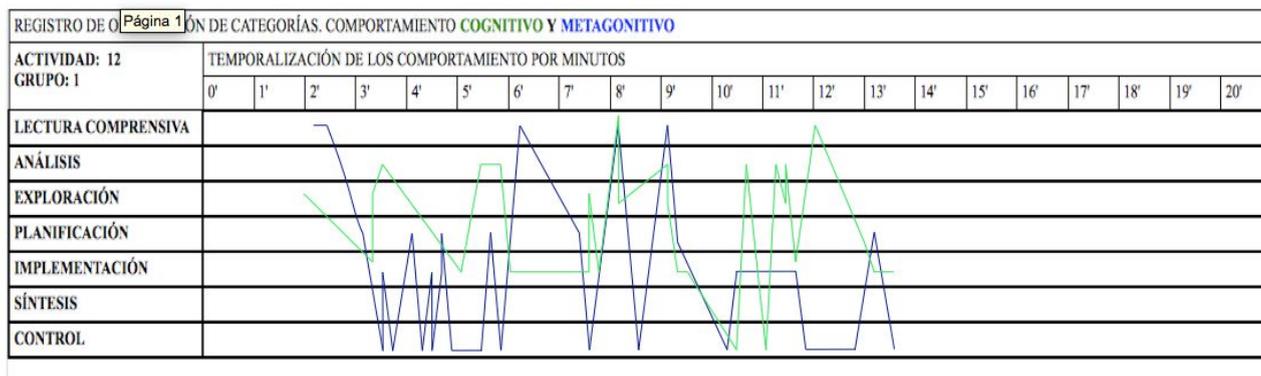


Figura 5. Gráfico secuencial del comportamiento cognitivo y metacognitivo, Grupo 1

## Grupo 2.

En el grupo 2, que está compuesto por tres miembros heterogéneos en cuanto a nivel competencial, se tienen altas expectativas en cuanto a la resolución exitosa de problemas, pero no a nivel social o metacognitivo por ser estudiantes que suelen tener dificultad en la convivencia y en el autocontrol. De hecho, la interacción social al afrontar el problema está influenciada por el estudiante más hábil, el cual muestra complicidad y apoyo con uno de sus compañeros y el otro miembro a veces es ignorado o cortado en sus intervenciones; y este primer estudiante también hace un juicio metacognitivo de dificultad al finalizar la actividad. En cuanto a sus diarios de reflexión los tres miembros muestran conformidad en su grupo. De los cinco apartados consiguen resolver con éxito el cuarto, el de clasificación; y dan por concluido el último apartado sin haber cumplido con lo que se les pide. De los comportamientos metacognitivos observados en cada episodio destaco los siguientes (Ver Tabla 7):

**Tabla 7.** Comportamientos metacognitivos observados, Grupo 2

Episodio	Comportamiento	Interpretación
Lectura Comprensiva	<p>1) A7: <i>¿Qué es el hexaedro?</i></p> <p>2) A9: <i>Nombra un cubo con caras...o hexaedro con caras en voz alta.</i></p>	<p>1) A7 pregunta qué es el hexaedro, tras escuchar el enunciado.</p> <p>2) Hacen pausas al leer el enunciado.</p>
Planificación	<p>1) A9: <i>Dí cubo con caras o hexaedro con caras.</i></p>	<p>1) A9 recuerda qué es lo que tienen que hacer, tras un parón en la actividad por problemas técnicos.</p>
Implementación	<p>1) A9: <i>¿Qué estás haciendo?</i></p>	<p>2) Pide que le explique qué está haciendo.</p>
Control	<p>1) A7: <i>Habla fuerte.</i>“</p> <p>2) A9: <i>No, los puntitos son los vértices y las rayas las aristas.</i></p> <p>3) A1: <i>No te pegues tanto.</i></p> <p>4) </p> <p>5) A7: <i>Has borrado las raya...has hecho la cara con forma de equis...</i></p> <p>6) A9: <i>No, el vértice no.</i></p>	<p>1) A1 indica a A7, el compañero con los mandos, que hable fuerte para que aparezca la figura que están invocando.</p> <p>2) A9 corrige el concepto de cara, que lo acaban de confundir con el de vértice.</p> <p>3) A1 indica a A7 que no se acerque tanto a una figura para poder trabajar mejor.</p> <p>4) A7 manipula un objeto virtual para comprobar que es un poliedro.</p> <p>5) A7 cuestiona lo que hace A9.</p> <p>6) A9 corrige la acción que está haciendo A7. Éste debe seleccionar la arista pero selecciona el vértice.</p> <p></p>

Los comportamientos de la Tabla 7 muestran cómo los estudiantes buscan la comprensión preguntando y leyendo pausadamente; recuerdan las partes importantes del problema en la planificación; controlan y corrigen sus acciones en la implementación; regulan las acciones propias comprobando sus ideas a través de la manipulación, y las de los demás indicando cómo hacerlo, cuestionando acciones y corrigiendo errores.

De los comportamientos cognitivos registrados (Ver Figura 6) aparecen en lectura 3, en análisis 4, en exploración 15, en planificación 4 y en implementación 9. Destacan como categorías recurrente la exploración acompañada posteriormente de implementación; y como categorías poco frecuentes las de análisis y planificación, fundamentales para la consecución del objetivo al ser estudiantes con poco dominio del conocimiento.

En cuanto a metacognición consiguen diecisiete conductas de control; cuatro de planificación; tres de implementación; y ninguna de análisis y síntesis. El patrón más recurrente es lectura-control-planificación-control; con algunos episodios, en medio del problema, que van de la implementación al control con previa planificación.

En el análisis conjunto de metacognición y cognición podemos observar como los episodios cognitivos son más ricos. Los episodios de exploración e implementación (cognitivos) suelen ir acompañados de comportamientos de planificación, control e implementación (metacognitivos).

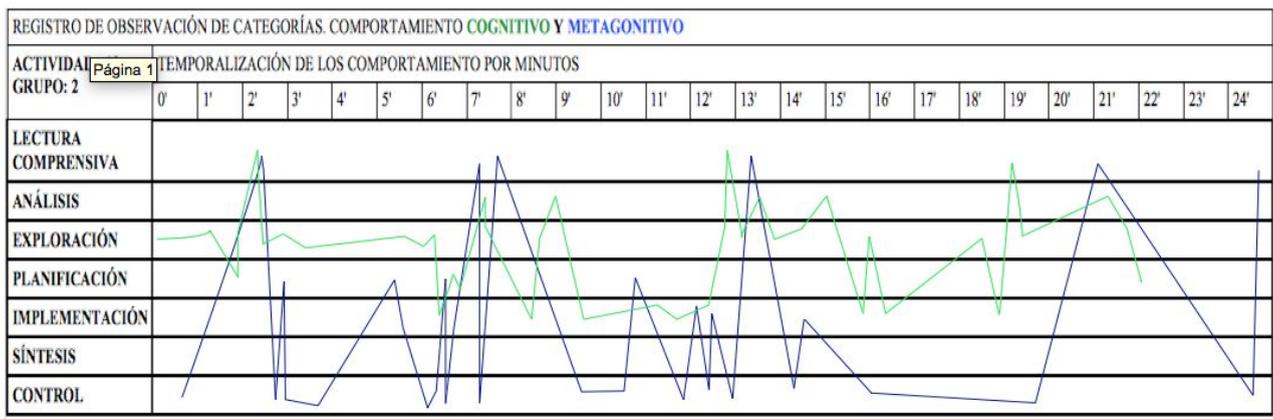


Figura 6. Gráfico secuencial del comportamiento cognitivo y metacognitivo, Grupo 2

### Grupo 3.

En el grupo 3, compuesto por cuatro miembros con un nivel competencial bajo, se tienen expectativas bajas de que resuelvan con éxito el problema. De hecho, el objetivo de la actividad se pierde ya que el estudiante que maneja los mandos de SGD tiene mucha dificultad en utilizar el software (hay cinco interrupciones en el proceso de resolución del problema por no dominar el

funcionamiento del software) y este es uno de los motivos que hace que no logren terminar los apartados aunque sí conozcan el resultado final. Otro motivo se debe a la dificultad en la interacción al afrontar el problema, que ha generado conflicto social no resuelto y ha conllevado la incapacidad de resolverlo por no mostrar habilidades de escucha y diálogo, y predisposición a trabajar en equipo.

De los comportamientos metacognitivos observados en cada episodio destaco los siguientes por ser momentos representativos de los episodios. (Ver Tabla 8):

**Tabla 8.** Comportamientos metacognitivos observados, Grupo 3

Episodio	Comportamiento	Interpretación
Lectura Comprensiva	1) <i>A4: nombra un hexágono con caras, un hexaedro con caras, un hexaedro con caras.</i>	1) A4 relee el enunciado.
Planificación	1) <i>A12: Di hexaedro con caras. Ve a la mesa. Coge el pincel.</i> 2) <i>A12: Fijate en el tetraedro y construyelo.</i>	1) A12 aclara en varios momentos que es lo que tiene que hacer A10. 2) A12 propone construir el tetraedro después de que A10 lo intente pero no lo consiga.
Implementación	1) 	1) A10 construye un tetraedro.
Síntesis	1) <i>A4: No ha coloreado las caras.</i> <i>A12: Sí las ha coloreado. ¿Ves?</i>	1) Aclara que ya está resuelto el apartado señalando la figura virtual. 
Control	1) <i>A10: ¿Tengo que clasificarlos?</i> 2) <i>A12: Mira recto.</i> 3) <i>A10: ¿Qué tengo que hacer?</i> 4) <i>A4: No, ahí no. Al lado de ese tienes que construir otro igual.</i>	1) A10 pregunta para reafirmar lo que cree que hay que hacer. 2) Le mueven la cara a la compañera para que vea lo que le dicen.



3) A10 no escucha las instrucciones y pregunta qué hacer.

4) A4 corrige las acciones que está haciendo A6 y ésta le responde que pare, que ya lo está haciendo.

---

En la Tabla 8, el episodio de lectura comprensiva se caracteriza por releer el enunciado; en el episodio de planificación aclaran dudas y eligen otra forma de proceder; las correcciones sobre las acciones se dan en la implementación; en el episodio de síntesis se trata de explicar, justificar y convencer a los demás que el proceso y la resolución del problema elegida es exitosa; en el de control buscan reafirmarse ante las inseguridades y controlar la realización de las acciones para conseguir el objetivo propuesto.

De los comportamientos cognitivos registrados (Ver Figura 7), aparecen como los más recurrentes la implementación (10), la exploración (8), la planificación (7), el análisis (6), lectura y control (1) y síntesis (0). Saltan de la exploración a la **implementación, de ésta a la exploración**, al análisis, luego a la implementación, **análisis, implementación, exploración**, implementación, análisis, control, análisis, **implementación, exploración**, lectura, planificación, **implementación, planificación**, exploración, **implementación, análisis, implementación, planificación**, implementación. El ciclo más recurrente que se aprecia es la implementación acompañada de exploración, análisis o planificación.

La categoría metacognitiva más recurrente es la de control con diecisiete conductas; la implementación aparece cuatro veces; la lectura tres; la planificación dos; la síntesis una vez; y el análisis no se da. El patrón de comportamiento es:

planificación-control-lectura-control-planificación-control-síntesis-implementación-control-implementación-lectura-control-implementación-control. Se puede observar como cíclicamente saltan del

control a la implementación, con previa planificación y lectura.

La relación entre comportamientos cognitivos y metacognitivos, se producen bastantes de control social (metacognitivos) mientras se implementa o explora (cognitivos).

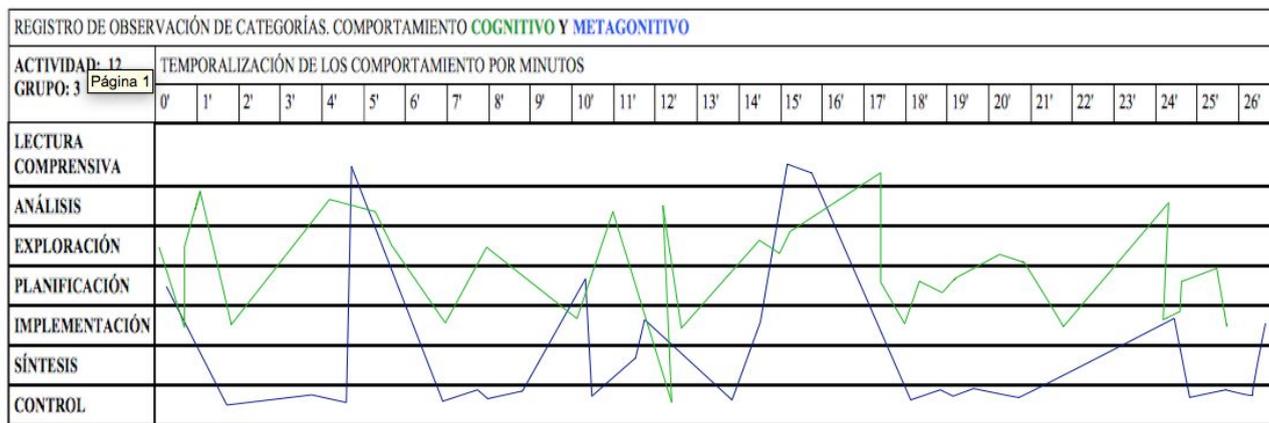


Figura 7. Gráfico secuencial del comportamiento cognitivo y metacognitivo, Grupo 3

#### Grupo 4.

En el grupo 4, con dos de los tres miembros con un nivel medio competencial bajo, se espera de ellos que tengan bastantes dificultades en el proceso de resolución del problema; pero consiguen resolver casi todos los apartados del problema. Tras visualizar la grabación se puede observar cómo les perjudica su capacidad de lectura, al principio del problema, puesto que al leer se inventan una palabra clave; no siguen las instrucciones del enunciado y se pierden buscando figuras en vez de invocarlas, que es lo que se les pide. Otro aspecto a destacar en el proceso de resolución es la falta de planificación en consenso, puesto que no se comunican para probar diferentes estrategias y se crean dos grupos con estrategias diferentes; y al final el miembro que tiene la estrategia correcta la abandona y se une a los otros ya que no consigue la respuesta esperada. La interacción al afrontar el problema está caracterizada por la falta de comunicación entre los ayudantes del miembro que tiene las gafas, estudiantes con un nivel competencial lingüístico y social bajo. También hay que resaltar que encuentran bastantes dificultades en el manejo del SGD.

Algunos de los comportamientos metacognitivos observados en cada episodio son los siguientes

(Ver Tabla 8):

**Tabla 8.** Comportamientos metacognitivos observados, Grupo 4

Episodio	Comportamiento	Interpretación
Lectura Comprensiva	1)A5: Nombra un cubo con cartas...con caras. Nombra un cubo con caras.	1)Relee el enunciado
Planificación	1) A3: <i>Tienes que agrandar el cubo y meterte en el.</i>	1) A3 indica a A8 que es lo que hay que hacer (aclara que hay que hacer).
Implementación	1) A5: <i>¿Has cogido el primero?</i> 2) A3: <i>Sí, es ese de abajo”.</i>	1) A5 solicita aclaración de las acciones que está llevando a cabo A8. 2) A3 le indica a A8 que la figura que buscan está ahí.
Control	1) A3: <i>¿Se la leo?</i> 2) A3: <i>Pero mira hacia el otro lao’.</i> 3) A8: <i>¿Éste?</i> 4) A8: <i>¡Ah, ahí!</i> 5) A8: <i>No puedo.</i> 6) A5: <i>Pinta las caras.</i> 7) A8: <i>¡Ah! Que lo agrande más, ¿no?</i> 8) A8: <i>Yo solo veo rojo.</i> 9) A8: <i>¿Qué hago con el cubo?</i>	1)A3 le pregunta a la maestra investigadora. Aunque acaba de escuchar las instrucciones de la rutina de funcionamiento, pregunta para reafirmar lo que cree que tiene que hacer. Es una estrategia de autorregulación. 2) A3 le dice dónde debe mirar a A8, el que lleva las gafas, para controlar la posición y poder observar el espacio virtual que les rodea. 3)A8 pregunta a A3 si es esa (una figura que encuentra) la figura que están buscando. 4)A8 encuentran el objeto que se les pide en el problema. 5) A3 le dice a A8 que haga una acción pero no sabe hacerla. 6) A5 le repite varias veces a A8 lo que tiene que hacer hasta que ve que lo empieza a hacer. 7) A8 pregunta a sus compañeros lo que tiene que hacer después de escuchar la lectura del problema, para comprobar que lo ha entendido. Pregunta para reafirmar lo que cree que tiene que hacer. Es una estrategia de autorregulación. 8) A8 expresa que tiene un problema y no sabe avanzar en el proceso. 9)A8 duda de lo que tiene que hacer y pide

En la tabla 8, se ve como releen el enunciado para comprenderlo; aclaran el plan en la planificación; revisan las acciones que hay que hacer en la implementación; y preguntan y aclaran qué hacer en el episodio de control.

El número de comportamientos cognitivos que aparecen (Ver Figura 8) clasificados en categorías son: lectura comprensiva (4), análisis (2), exploración (7), planificación (7) e implementación (6).

Pasan por las siguientes categorías:

lectura-exploración-lectura-exploración-implementación-**planificación-exploración-planificación-implementación-exploración-análisis-planificación-exploración-planificación-implementación-análisis-planificación-implementación-planificación-lectura-implementación-planificación-exploración**. Los ciclos más recurrentes son la planificación acompañada de exploración; y la planificación acompañada de implementación.

Las categorías metacognitivas más recurrentes durante el proceso son el control, con diecisiete conductas, la lectura y la implementación con once, la exploración con dos, la planificación con una y el análisis y la síntesis con cero conductas. El patrón de comportamiento es **lectura-control-lectura-control-implementación-lectura-control-lectura-planificación-lectura-control-lectura-control-lectura-control-implementación-control-implementación-control-implementación-control-implementación-control-exploración**.

Existen varios tipos de recurrencias cíclicas: en la primera parte del problema saltan de la lectura al control; en la segunda parte del problema de implementación a control.

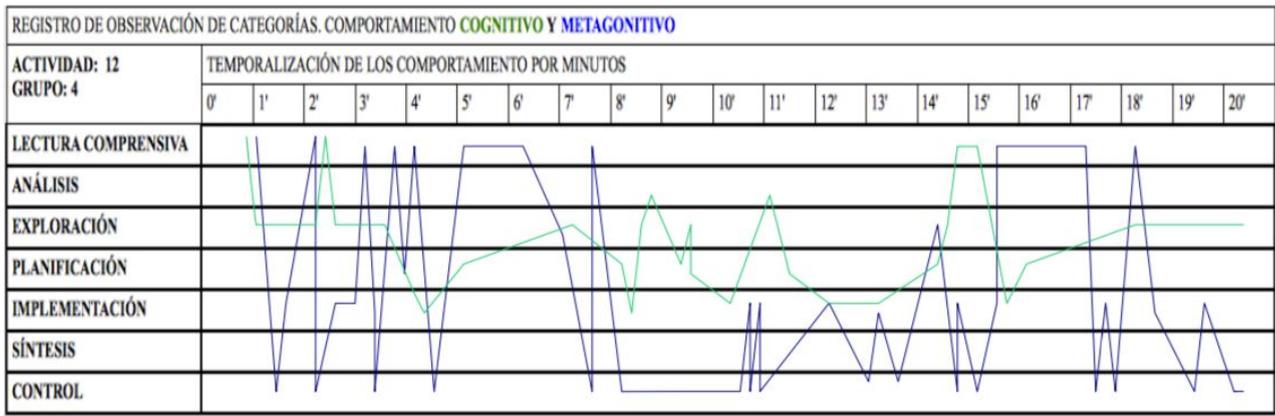


Figura 8. Gráfico secuencial del comportamiento cognitivo y metacognitivo, Grupo 4

Tras la descripción de cada uno de los grupos, se puede reconocer como bloques de episodios cíclicos los siguientes: lectura, planificación, control, implementación; lectura, control, planificación, control; planificación, implementación, control; control, implementación. La falta de control más rico y recurrente al terminar cada apartado para verificar si la tarea está bien hecha es un motivo de la resolución sin éxito de los grupos.

Posteriormente, se ha hecho un análisis inter-grupal, en el que se realiza un cuadro comparativo entre el trabajo realizado por cada grupo, analizando la presencia e incidencia de la metacognición en el proceso de resolución.

Tabla 5. Comparación inter-grupal

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Nº de resoluciones exitosas en actividad 12	1/5	1/5	1/5	4/5
Duración de la actividad (minutos)	14	24	26	20
Nº de conductas metacognitivas	27	29	27	40
Autopercepción del proceso	++++	+++	+++-	--+
Actitud ante el trabajo en grupo durante el proceso	++++	+++	---+	+++
Actitud ante el trabajo en grupo al finalizar el proceso	++++	+++	--+	+++

Nota: + = percepción/actitud positiva; - = percepción/actitud negativa

En la tabla 5 se aprecia en la primera fila el número de apartados resueltos exitosamente en la actividad 12 con realidad virtual, que es la que se ha analizado en profundidad. En la segunda fila se muestra el tiempo empleado en resolver el problema completo y nos va a orientar en el análisis de la intensidad de conductas metacognitivas en este periodo. En la tercera fila se recoge el número total de conductas metacognitivas registradas a lo largo de la actividad. En las restantes filas se plasma la interpretación de los datos recogidos en los diarios de reflexión de los estudiantes; los símbolos representan las percepciones y actitudes en forma de positivas (+) o negativas (-); a cada estudiante se le ha asignado un símbolo.

En los resultados obtenidos por los diferentes grupos de sujetos se tiene en cuenta su nivel de instrucción sobre la materia, en este estudio cuerpos geométricos, previo a las sesiones de grabación. Al trabajar el contenido por rincones rotatorios, el grupo 4, que era siempre el primer grupo que era analizado usando NeoTrie VR no tenía ningún entrenamiento previo en la resolución de problemas geométricos ya que no había trabajado anteriormente los contenidos en los rincones de trabajo grupal planificados, donde tenían la posibilidad de consultar al docente observador en caso de no encontrar la solución tras interactuar en grupo y consultar sus libros de texto. Este hándicap era paliado progresivamente al resto de grupos analizados, que iban teniendo mayor experiencia al entrenar previamente sobre la resolución de problemas geométricos en las actividades rotatorias antes de enfrentarse al problema planteado en la actividad con NeoTrie VR. La duda inicial era si el diferente nivel de instrucción a nivel de conocimiento matemático de los grupos iba a afectar en la aparición de comportamientos cognitivos y metacognitivos. Según Phillips, Inall y Laurer (1985), que estudiaron la eficacia de diferentes tipos de entrenamiento de enseñanza del dibujo de un cubo, comprobaron que los grupos que reciben mayor instrucción muestran un cambio más notable en sus producciones que los grupos que apenas o nada han sido instruidos. Los autores creen que el desarrollo intelectual debe dirigirse hacia una mayor habilidad para escoger entre representaciones alternativas de la experiencia inmediata y así permitir emerger un más amplio rango de regularidades, y de ese modo contribuir a un modo de vida más creativo e individualizado que es característico de la evolución humana. Pero en este caso, el grupo 4 despunta al ser el grupo

con mejor resultados y menor instrucción en geometría; que tenga mayor número de comportamientos metacognitivos se debe a que fue el único grupo que completó el último apartado. La variante que puede haber influido en el éxito del grupo 4 es la percepción negativa que tenían de ellos mismos, la mayoría del grupo, (a diferencia del resto de grupos) actitud que puede haber provocado en los estudiantes estar más centrados en la actividad y tomarse muy en serio el trabajo. El grupo 3 casi completa dicho apartado, pero se queda muy por detrás en cuanto a riqueza de conductas metacognitivas y su proporción minutos-nº de conductas es el más bajo de todos los grupos. Los otros dos grupos dan por terminado el problema sin haber realizado lo exigido en el problema porque malinterpretan el enunciado.

De este hecho, se entiende que el cuaderno de actividades debe mejorarse para que no haya confusiones entre invocar y construir figuras. Aunque debo destacar la capacidad de atención a la diversidad competencial de dicho cuaderno ya que presenta las actividades variadas y graduadas según su dificultad, lo que permite que el alumnado con un ritmo más rápido tenga variedad de ejercicios que hacer y el alumnado con más dificultad resuelva los primeros ejercicios de cada actividad sin necesidad de realizar todos.

## **5. CONCLUSIONES**

Retomando el objetivo principal “Identificar y analizar el pensamiento metacognitivo de estudiantes de primaria durante la realización de actividades de geometría tridimensional en un ambiente de realidad virtual utilizando como recurso el software NeoTrie” se puede afirmar que se ha alcanzado casi en su totalidad. Este objetivo se desglosaba en los siguientes:

El primer objetivo consistía en diseñar una secuencia de actividades para trabajar la geometría tridimensional en NeoTrie. Este diseño se ha elaborado (Anexo II) resultando ser muy motivador para el alumnado y teniendo la característica de ser versátil para atender a la diversidad de necesidades del alumnado.

El siguiente objetivo trataba de elaborar un sistema de categorías de observación de las estrategias metacognitivas con sus correspondientes indicadores. La elaboración de categorías se ha sustentado en el marco teórico expuesto en el capítulo 2, pero la explicitación de indicadores es el logro más

débil de la investigación como se explica en el siguiente apartado de limitaciones del estudio por falta de tiempo y experiencia para concretar dichos indicadores.

El último objetivo consistía en identificar las estrategias metacognitivas puestas en juego durante la resolución de las actividades de la secuencia. Tras el análisis de conductas podemos observar bloques de episodios cíclicos como: lectura, planificación, control, implementación; lectura, control, planificación, control; planificación, implementación, control; control, implementación.

La metacognición se convierte en un aspecto que puede llevar a un grupo de sujetos que trabajan colaborativamente, con un conocimiento matemático reducido, a obtener mejores resultados que un grupo que cuenta con un mayor conocimiento de la disciplina, como podemos observar en el análisis intergrupar con el equipo 4, idea que también defendieron Artzt y Armor-Thomas (1997).

Otro aspecto a destacar es la dificultad del grupo 3 en el manejo del SGD, en comparación con el resto de grupos, que les impide avanzar en la resolución del problema, pero esa dificultad puede ser la causa de la aparición de conductas catalogadas dentro de los episodios de análisis y síntesis (episodios que el resto de grupos no han tenido) y como señalan Codina (2015) y Kuzle (2016) el SGD como herramienta cognitiva tiene el potencial de facilitar más o menos directamente el trabajo y la capacidad cognitiva de los estudiantes, y por tanto, su capacidad metacognitiva.

La implementación de recursos de realidad virtual, como el utilizado en esta investigación (NeoTrie), favorece actividades metacognitivas en el individuo como el control, la lectura comprensiva, la implementación y la planificación, episodios más recurrentes durante la resolución del problema analizado en profundidad. La interacción sostenida por los estudiantes permite que se reconozcan y discutan posturas personales que llevan, en la mayoría de los casos, a ampliar el conocimiento metacognitivo personal. Las investigaciones sobre metacognición indican que éstas ayudan a superar la resolución de problemas (Artzt y Armor-Thomas, 1992; Goos y Galbraith, 1996; Goos et al., 2000; Lester, 1994; Pugalee, 2001; Rysz ,2004; Schoenfeld, 1992; Yimer y Ellerton, 2006), pero hasta el momento no se había fundamentado esta afirmación con problemas de SGD con realidad virtual.

## **5.1. LIMITACIONES DEL ESTUDIO**

En esta investigación la dificultad radica en la elaboración de indicadores observables que sean eficaces. Los indicadores recogidos en el registro de observación de categorías son demasiado generales y al analizar los comportamientos surgen dudas de categorización ya que es dificultoso asociar las conductas concretas con los indicadores. Como consecuencia de la triangulación de investigadores se reafirma esta carencia y se vuelven a analizar los vídeos analizados, pero se decide no seguir analizando los restantes porque queda pendiente concretar más los indicadores. Si los concretamos con conductas específicas se facilitará el análisis. Este estudio da un primer paso en la recogida de los comportamientos metacognitivos observados en cada episodio y recogidos en el análisis deben servir para superar estas dificultades. El siguiente paso es revisar las categorías, indicadores y entrenamiento de observadores para alcanzar mayor cuota de fiabilidad de las observaciones y de validez del instrumento de observación.

Otra dificultad que se ha tenido en la preparación de la investigación ha sido la escasa disponibilidad de los recursos de realidad virtual, lo que ha provocado que el aprendizaje sobre el funcionamiento haya sido muy concentrado en el tiempo y más aún la planificación de las actividades con el SGD, con el agravante de la nula existencia de recursos didácticos para el nivel al que ha ido dirigida mi secuencia didáctica y la escasez de formadores que me pudieran orientar en su dominio. Además, el software utilizado está en fase de testeo y su utilización se veía condicionada negativamente por los errores y carencias de funcionamiento.

## **5.2. LÍNEAS ABIERTAS**

Si tras el trabajo propuesto se consiguen alcanzar los objetivos propuestos inicialmente, estudios posteriores podrán abordar el entrenamiento de las categorías metacognitivas, lo que llevará a la disminución de dificultades en la resolución de problemas geométricos.

Para facilitar la mejora del funcionamiento metacognitivo por parte de todos los miembros del grupo se puede proponer a los estudiantes que escriban portafolios con reflexiones personales diarias sobre qué han aprendido en el grupo de trabajo al que pertenece, cómo ayudó a alguien de su grupo, cómo le ayudó alguien del grupo, qué opina de su grupo: si está trabajando bien y cómo se sentiría si se cambiaran los miembros del grupo. Tras la reflexión se pueden plantear discusiones

con los estudiantes a nivel individual o grupal. Para maximizar las posibilidades de que todos los estudiantes dentro de un grupo participen en conductas metacognitivas se debe realizar una evaluación continua utilizando diferentes instrumentos como exámenes, entrevistas y observaciones en clase.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre, L. (2016) Evaluación de una propuesta para el desarrollo de la escritura en estudiantes universitarios a partir de habilidades de metacognición. *Logos (La Serena)*, 26(2), 181-196.
- Ai-Lim, E. y Wai, K. (2014). Learning with desktop virtual reality: Low spatial ability learners are more positively affected. *Computers and Education*, 79, 49-58.
- Anguera, M.T., Blanco-Villaseñor, A., Losada, J.L. y Portell, M. (2018). Pautas para elaborar trabajos que utilizan la metodología observacional. *Anuario de psicología*, 48, 9-17.
- Anguera, M.T. (2003). Observational methods (General). En Fernández-Ballesteros (Ed.), *Encyclopedia of behavioral assessment, Vol. 2* (pp. 632-637). London: Sage.
- Allal, L. y Saada-Robert, M. (1992). La métacognition: Cadre conceptuel pour l'étude des régulations en situation scolaire. *Archives de Psychologie*, 60, 265-296.
- Artzt, A.F. y Armour-Thomas, E. (1992). *Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups*. Department of Secondary Education and Youth Services. Queens College of the City University of New York.
- Binbasaran, B.B y Greene, J.A. (2015). An investigation of the role of contingent metacognitive behavior in self-regulated learning. *Metacognition and Learning*, 10(1), 77-98.
- Brown, A., Bransford, J.D., Ferrara, R.A. y Campione, J.C.(1982). *Learning, remembering and understanding: technical report center for the study of reading*. Technical Report n° 244. Champaign-Illinois: Center for the Study of Reading.
- Carretero, M. (2001). *Metacognición y educación*. Buenos Aires: Aique.
- Castro, E. (2008). *Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. Departamento de la Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Chang, C.W., Lee, J.H., Wang, C.Y., y Chen, G.D. (2010). Improving the authentic learning experience by integrating robots into the mixed-reality environment. *Computers y Education*, 55, 1572–1578.
- Chen, C.M. (2011). An intelligent mobile location –aware book recommendation system that enhances problem-based learning in libraries. *Interactive Learning Environments*, 21(5).
- Chen, C.M., y Tsai, Y.N. (2012). Interactive augmented reality system for enhancing library instruction in elementary schools. *Computers y Education*, 59, 638-652.
- Codina, A. y Rivera, A. (2001). Hacia una instrucción basada en la resolución de problemas: los términos problema, solución y resolución. En Gómez, P., y Rico, L. (Eds.). *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Codina, A. (2015). *Interacción e interactividad con nuevas tecnologías en la resolución de*

- problemas matemáticos* (Tesis inédita doctoral). Granada: Universidad de Granada.
- Contreras, J. (1994). La investigación en la acción: ¿cómo se hace? *Cuadernos de pedagogía*, 220, 14-19.
- Dinsmore, D. et al. (2015). The effects of persuasive and expository text on metacognitive monitoring and control. *Learning and Individual Differences*. Vol. 38 (pp. 54-60).
- Dorfler, W. (1991). Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium. Computer as a cognitive tool and a cognitive medium. En Dörfler, W., Peschek, W., Schneider, E. y Wegenkittl K. (Eds.), *Computer - Mensch - Mathematik* (pp. 51-76). Wien, Stuttgart: Holder-Pichler-Tempsky. B.G.Teubner.
- Elliot, J. (2005). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- Elliot, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. Madrid: Morata.
- Ehmann, M., Gerhäuser, M., Miller, C., y Wassermann, A. (2013). Sketchometry and jsxgraph: dynamic geometry for mobile devices. *South Bohemia Mathematical Letters*, 21(1), 1-7.
- Escorcia, D. et al. (2017). Profiling writers: analysis of writing dynamics among college students. *Metacognition and Learning*, 12 (2), 233-273.
- Fahlgren, M., y Brunström, M. A. (2014). A model for task design with focus on exploration, explanation, and generalization in a dynamic geometry environment. *Technology, Knowledge and Learning*, 19(3), 1-29.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. En L. B. Resnik (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-235). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Forsythe, S. K. (2015). Dragging maintaining symmetry: can it generate the concept of inclusivity as well as a family of shapes? *Research in Mathematics Education*, 17(3), 198-219.
- Gerhäuser, M., Valentin, B., y Wassermann, A. (2010). JSXGraph:dynamic Mathematics with JavaScript. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(4), 211-21.
- Ginsburg, H. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *Learning of Mathematics*, 1(3), 4-11.
- Gómez, I. M<sup>a</sup> (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Goos, M. (2002). Understanding metacognitive failure. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 283-302
- Goos, M. y Galbraith, P. (1996). Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 30(3), 229-260.
- Golding, G. y Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. En A.A. Cuoco y F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in School Mathematics*. Yearbook. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Güçler, B., Hegedus, S., Robidoux, R., y Jackiw, N. (2013). Investigating the mathematical discourse of young learners involved in multimodal mathematical investigations: the case of haptic technologies. En Martinovic, D., Freiman, V. y Karadag, Z. (Eds.), *Visual mathematics and cyberlearning* (pp. 97-118). Berlin: Springer.
- Gutiérrez, A. et al. (2016). A two-process model of metacognitive monitoring: evidence for general accuracy and error factors. *Learning and Instruction*, 44, 1-10.

- Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
- Hoyles, C., y Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? En Bishop, A.J., Clemens, M. A., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Leung, F.K.S. (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 323–349). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Huang, H. y Liaw, S. (2018). An analysis of learners' intentions toward virtual reality learning based on constructivist and technology acceptance approaches. *International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 19(1), 91-115.
- Hung, P. H., Hwang, G. J., Lee, Y. H., y Su, I. (2012). A cognitive component analysis approach for developing game-based spatial learning tools. *Computers y Education*, 59(2), 762–773.
- Hwang, W. y Hu, S. (2013). Analysis of peer learning behaviors using multiple representations in virtual reality and their impacts on geometry problem solving. *Computers and Education*, 62, 308-319.
- Huang, H.M., Rauch, U., y Liaw, S.-S. (2010). Investigating learners' attitudes toward virtual reality learning environments: Based on a constructivist approach. *Computers y Education*, 55(3), 1171-1182.
- Irwin, L. (2017). Metacognition: a concept analysis. *Archives of Psychiatric Nursing*, 31(5), 454-456.
- Jackiw, N., y Sinclair, N. (2009). Sounds and pictures: dynamism and dualism in dynamic geometry. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 41(4), 413–426.
- Jang, S., Vitale, J., Jyung, R., y Black, J. (2017). Direct manipulation is better than passive viewing for learning anatomy in a three-dimensional virtual reality environment. *Computers and Education*, 106, 150-165.
- Jones, K., Mackrell, K., y Stevenson, I. (2010). Designing digital technologies and learning activities for different geometries. En Hoyles, C. y Lagrange, J.B. (Eds.), *Mathematics education and technology: rethinking the terrain. The 17th ICMI study* (pp. 47–60). New York: Springer.
- Junta de Andalucía (2015). *Orden de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía* (pp. 258-355). Sevilla: Junta de Andalucía
- Karmiloff-Smith, A. (1986). From meta-processes to conscious access: Evidence from children's metalinguistic and repair data. *Cognition*, 23, 95-147.
- Karmiloff-Smith, A. (1992a). Auto-organización y cambio cognitivo. *Substratum*, 1, 1, 9-17.
- Karmiloff-Smith, A. (1992b). *Beyond modularity. A developmental perspective on cognitive science*. Cambridge, MA: M. I. T. Press.
- Kaur, H. (2015). Two aspects of young children's thinking about different types of dynamic triangles: prototypicality and inclusion. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 407–420.
- Kuzle, A. (2015). Nature of metacognition in a dynamic geometry environment. *Lumat*, 3(5), 627–646.
- Kuzle, A. (2016). Delving into the Nature of Problem Solving Processes in a Dynamic Geometry

- Environment: Different Technological Effects on Cognitive Processing. *Technology, Knowledge, and Learning*, 22(1), 37-64.
- Laborde, C., y Laborde, J.M. (2014). Dynamic and tangible representations in mathematics education. En Rezat, S., Hattermann, M. y Peter-Koop, A. (Eds.), *Transformation: A Fundamental Idea of Mathematics Education* (pp. 187–202). New York: Springer.
- Lave, L. y Wenger, E. (1991). *Situated Learning. Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.
- Lavicza, Z., Hohenwarter, M., Jones, K., Lu, A., y Dawes, M. (2010). Establishing a professional development network around dynamic mathematics software in England. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(4), 177–182.
- Lee, C.Y. y Chen, M. J. (2014). The impacts of virtual manipulatives and prior knowledge on geometry learning performance in junior high school. *Journal of Educational Computing Research*, 50(2), 179–201.
- Leung, A. (2008a). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 135–157.
- Leung, I. K. C. (2008b). Teaching and learning of inclusive and transitive properties among quadrilaterals by deductive reasoning with the aid of SmartBoard. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 40(6), 1007–1021.
- Leung, A. (2012). Variation and mathematics pedagogy. En Dindyal, J., Cheng, L.P. y Ng, S.F.(Eds.), *Mathematics education: Expanding horizons: Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Vol. 2)*, (pp. 435–442). Singapore: MERGA Inc.
- Lombardi, M.M. (2007). *Authentic learning for the 21st century: An overview* (ELI Report N°1). Boulder, CO: EDUCAUSE Learning Initiative.
- Mariotti, M. A. (2014). Transforming images in a DGS: The semiotic potential of the dragging tool for introducing the notion of conditional statement. En Rezat, S., Hattermann, M. y Peter-Koop, A. (Eds.), *Transformation—A Fundamental Idea of Mathematics Education* (pp. 155–172). New York: Springer.
- Martí, E. (1993). Aprender con ordenadores. *Substatum*, 1(3), 63-80.
- Martí, E. (1995). Metacognición: entre la fascinación y el desencanto. *Infancia y aprendizaje*, 18(72), 9-32.
- Matthew Inglis, M. y Foster, C. (2017). *Five Decades of Mathematics Education Research*. United Kingdom.
- Mayer, R. E. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.
- Montoro, A.B. (2014). *Motivación y matemáticas. Experiencias de flujo en estudiantes de maestro de educación primaria*. (Tesis inédita doctoral). Almería: Universidad de Almería.
- Moustakas, K., NikolaW, G., Tzovaras D. y and Strintzis, M.G. (2005). A Geometry Education Haptic VR Application Based on a New Virtual Hand Representation. *IEEE Virtual Reality*. Germany.
- McLeod, D. B. y Adams, V. M. (Eds.) (1989). *Affect and mathematical problem solving. A new perspective*. New York: Springer-Verlag.
- Mihalca, L., Mengelkamp, C. y Schnotz, W. (2017) Accuracy of metacognitive judgments as a

- moderator of learner control effectiveness in problem-solving tasks. *Metacognition and Learning*. Vol. 12, (pp. 357-379) .New York.
- Mogetta, C., Olivero, F. y Jones K. (1999). *Designing Dynamic Geometry Tasks that Support the Proving Process. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*. Warwick: University of Warwick.
- National Reading Panel (2000). *Teaching children to read: an evidence-based assessment of the scientific research literature on reading and its implications for reading instruction*. Bethesda, MD: NRP.
- Newell, A. y Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Ng, O., y Sinclair, N. (2015a). Young children reasoning about symmetry in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 421–434.
- Ng, O., y Sinclair, N. (2015b). “Area without numbers”: using touch-screen dynamic geometry to reason about shape. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 15(1), 84–101.
- Olive, J., y Makar, K. (2010). Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. En Hoyles, C. y Lagrange, J.B. (Eds.), *Mathematics education and technology. Rethinking the terrain. The 17th ICMI Study* (pp. 133–177). New York, NY: Springer.
- Osses, S. (2007). Hacia un aprendizaje autónomo en el ámbito científico. Inserción de la dimensión metacognitiva en el proceso educativo. *Concurso Nacional Proyectos Fondecyt*.
- Osses, S. y Jaramillo, S. (2008). Metacognición: un camino para aprender a aprender. *Estudios pedagógicos*, 34(1), 187-197.
- Ortíz, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra. Estudio evaluativo de un programa de formación*. (Tesis inédita doctoral). Granada: Universidad de Granada.
- Owens, K. (2014). Diversifying our perspectives on mathematics about space and geometry: an ecocultural approach. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(4), 941–974.
- Ozuru, Y., Kurby, C., y McNamara, D. (2012). The effect of metacomprehension judgment task on comprehension monitoring and metacognitive accuracy. *Metacognition and Learning*, 7(2), 113-131.
- Peronard, M. (2009). Metacognición: mente y cerebro. *Boletín de Filología*, 44(2), 263-275.
- Phillips, W. A.; Inall, M. y Lauder, E. (1985). On the discovery, storage and use of graphic descriptions. En Freeman y Cox (Eds). *Visual order: The nature and development of pictorial representation* (pp. 122-134). Cambridge: Cambridge University Press.
- Pittalis, M. y Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educ Stud Math*, 75, 191–212.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas. [Versión original 1945].
- Riba, C. (1993). Proceso de categorización. En M. T. Anguera (Ed.). *Metodología observacional en la investigación psicológica. Fundamentación, Vol.1* (pp. 115- 168). Barcelona: Promociones y publicaciones universitarias.
- Roggof, B. (1993). Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social.

Barcelona-Buenos Aires-México: Paidós.

- Salomon, G., y Perkins, D. (2005). Do technologies make us smarter? Intellectual amplification with, of, and through technology. En Sternberg, R. J. y Preiss, D. D. (Eds.), *Intelligence and technology: The impact of tools on the nature and development of human abilities* (pp. 71–86). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Sandoval, I. T. y Moreno, L. E. (2012). Tecnología digital y cognición matemática: retos para la educación. *Horizontes Pedagógicos*, 14(1), 21–29.
- Silver, E. A. (Ed.) (1985). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: LEA.
- Gol, S. y Sinclair, N. (2010). Drawing space: Mathematicians' kinetic conceptions of eigenvectors. *Educational Studies in Mathematics*, 74(3), 223-240.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press, Orlando.
- Shea, N. et al. (2014) Supra-personal cognitive control and metacognition. *Trends in Cognitive Sciences*, 18(4), 186-193.
- Sinclair, N., Bartolini, M.G., De Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Allen Leung, A. y Owens, K. (2016). *Investigación reciente sobre educación en geometría: un equipo de encuesta de ICME-13 informe*. FIZ Karlsruhe.
- Stols, G., y Kriek, J. (2011). Why don't all maths teachers use dynamic geometry software in their classrooms? *Australasian Journal of Educational Technology*, 27(1), 137–151.
- Sua, J.C. (2017). *Saber suficiente no es suficiente: un estudio de los comportamientos al resolver problemas de demostración con el apoyo de la geometría dinámica*. (Tesis inédita de maestría). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Thomas, K. y Barksdale-Ladd, M.A. (2000) Metacognitive processes: teaching strategies in literacy education courses. *Reading Psychology*, 21(1), 67-84.
- Valencia, N., Sanabria, L., y Ibáñez, J. (2012). Procesos cognitivos y metacognitivos en la solución problemas de movimiento de figuras en el plano a través de ambientes computacionales. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 31(1), 45–65.
- Valenzuela, A. (2018). ¿Qué hay de nuevo en la metacognición? Revisión del concepto, sus componentes y términos afines. *Educacao and Pesquisa*, 45, 6-9.
- Van, M. et al. (2015) Refutations in science texts lead to hypercorrection of misconceptions held with high confidence. *Contemporary Educational Psychology*, 42, 39-48.
- Veenman, M. (2016) Metacognition. En Afflerbach, P. (Ed.) *Handbook of individual differences in reading, reader, text, and context*. (pp. 26-40). London: Routledge.
- Veenman, M., Van, B. y Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, 1, 3-14.
- Venturini, M. (2015). *How teachers think about the role of digital technologies in student assessment in mathematics*. *Unpublished PhD dissertation*. Simon Fraser University, Canada.
- Vera, G., Ortega, J. A. y Burgos, M. A. (Diciembre, 2003). La realidad virtual y sus posibilidades didácticas. *Etic@net*, 2, 1-17. Accesado el 10 de junio de 2019 desde <https://dialnet.unirioja.es/download/articulo/6871642.pdf>
- VV.AA. (2018). Proyecto educativo de centro (Documento no publicado). Almería: CEIP

Buena Vista.

Wang, M., Haertel, G. y Walberg, H. (1993). Toward and knowledge base for school learning. *Review of Educational Research*. Vol. 63(3) (pp. 249-294). Washington, DC.

## 7. ANEXOS

### Anexo I. Secuencia de sesiones y temporalización

Tabla 1. Secuenciación de sesiones

Tabla 1. Secuenciación de sesiones.	
Fecha	Bloques
2 y 3 de abril	Toma de contacto con NeoTrie
6 y 7 de abril	Bloque 0: Polígonos
8 y 9 de abril	Bloque I: Clasificación de poliedros
13 y 14 de abril	Bloque II: Reconocimiento de poliedros
15 y 16 de abril	Bloque III: Construcción de poliedros

Tabla 2. Rotación de grupos por las actividades. Temporalización

Tabla 2. Actividades por Grupos y Bloques					
FECHAS	Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3	Actividad 4	Bloque
2/05	G1 G2	G2 G1	G3 G4	G4 G3	<b>Toma de contacto con NeoTrie</b>
3/05	G3 G4	G4 G3	G1 G2	G2 G1	
	Actividad 5	Actividad 6	Actividad 7	Actividad 8	<b>Bloque 0</b>
6/05	G1 G2	G2 G1	G3 G4	G4 G3	
7/05	G3 G4	G4 G3	G1 G2	G2 G1	
	Actividad 9	Actividad 10	Actividad 11	Actividad 12	<b>Bloque I</b>
8/05	G1 G2	G2 G1	G3 G4	G4 G3	
9/05	G3 G4	G4 G3	G1 G2	G2 G1	
	Actividad 13	Actividad 14	Actividad 15	Actividad 16	<b>Bloque II</b>
13/05	G1 G2	G2 G1	G3 G4	G4 G3	

**Anexo II. Cuaderno de Actividades**

# Cuaderno de Actividades

ALUMNO/A: \_\_\_\_\_

FECHA DE INICIO: \_\_\_\_\_

Nº DE GRUPO: \_\_\_\_\_

## **INSTRUCCIONES:**

Para realizar las siguientes actividades debes **leer** individualmente los enunciados con atención y luego **decidir en grupo** cómo resolverlos. Anotad las ideas más importantes del grupo y después, escribe la respuesta que creas que es correcta.

Si tienes dudas puedes buscar información **en tu libro de texto o en el ordenador**. Si no conseguís resolver la actividad consulta a **tu maestra**.

Para resolverlos escribe todo lo que necesites en este cuaderno.

En la siguientes hojas tienes una **guía de uso del usuario de NeoTrie VR**. Consulta la guía siempre que tengas dudas sobre cómo hacer un ejercicio con las gafas de realidad virtual .

## GUÍA DE USO DEL USUARIO DE NEOTRIE VR

Éste es el mando para jugar con las gafas de realidad virtual y sus botones principales:

Stick (palanca)



Botón B y Botón A (dedo pulgar)



Botón de disparo (dedo índice)



A continuación se explican los pasos para jugar con NeoTrie VR:

1. Elige idioma (español), avatar (personaliza el pelo y los ojos) y su nombre (escríbelo con el teclado que aparece en el juego o en el ordenador).
2. Elige "Iniciar juego" para entrar en el templo.
3. La "lámpara" se puede atrapar con el botón de disparo (dedo índice).
4. Di "dodecaedro" para colocar esta figura delante de tus ojos y luego mueve la lámpara para ver cómo se crean las sombras. Hay una lista de figuras disponibles que puedes llamar:  
  
Polígonos (dí "triángulo", "cuadrado", pentágono, hexágono,...); poliedros (tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro, icosaedro...). Si quieres que aparezca con caras se nombra la figura y a continuación se dice: "con caras". Ejemplo: dí "icosaedro con caras".
5. El botón A te permite teletransportarte; o volar dentro y fuera del templo, si tienes seleccionado el modo volar en el menú de actividades.
6. Cambia de modo básico. Mírate el dorso de la mano para saber qué modo tienes seleccionado. Si quieres seleccionar otro mueve el stick a un lado y te aparece el

menú. Selecciona el modo señalándolo con la mano. Ahora te explicamos los distintos modos:



## MENÚ DE MODO BÁSICO



**Crear:** presione el botón de disparo (dedo índice) para crear un vértice en el puntero de punto rojo en su mano.

Para crear un segmento entre dos vértices:

1. Presiona el botón de disparo en un vértice;
2. Suelta el botón de disparo;
3. Presiona el botón de disparo sobre el segundo vértice.



**Caras:** Toca las aristas manteniendo presionado el botón disparador.



**Editar:** presiona el botón de disparo en un vértice o arista y mantenlo presionado para editar la posición.



**Transportar:** Mueve una figura sujetándola por un vértice. Teniendo este modo en ambas manos, presiona en dos vértices y muévelos para cambiar el tamaño de la figura.



**Dibujo libre:** utiliza este modo para crear dibujos libres. Éstos también los puedes mover y colorearlos.



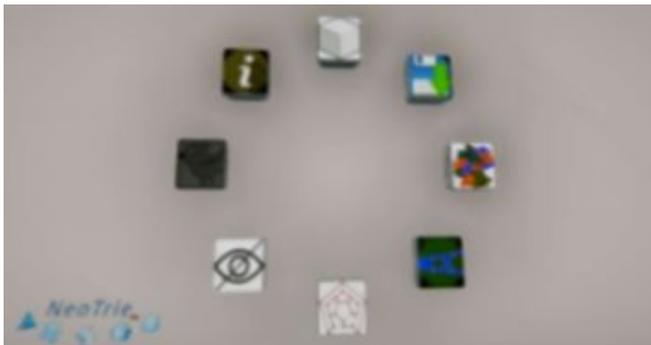
**Borrar:** haz clic con el disparador sobre un vértice, arista, cara o dibujo libre

que quieras eliminar.



Para jugar con el menú de **modo básico** selecciona el icono de la izquierda y la mano la verás abierta. / Para jugar con el menú de actividades señalar el icono de la derecha y tu mano la verás con el índice extendido.

## MENÚ DE ACTIVIDADES



7. Presiona el botón Menú (botón B) y usa tu mano para seleccionar la actividad (cambia a color gris cuando está seleccionada) o anular la selección (el icono deja de estar gris y se pone en color).



Galería: Muestra algunas figuras.



Información de la figura: Esta lista muestra algunas propiedades de la figura:

- Número de vértices.
- Número de aristas.
- Longitud total de los bordes.

- Área total de triángulos.



Modo de vuelo: esta opción permite volar a través de la escena, utilizando los botones de teletransporte (segundo botón redondo del mando, pulsado con el pulgar).



Ocultar: activa esta opción si quieres ocultar los vértices, aristas o caras.

## 8. Coger herramientas de la mesa.



Las herramientas se pueden coger presionando el botón de disparo, y puede soltarlas presionando el stick del mando.



Pincel (marrón) y paleta: usa esta herramienta para pintar bordes, caras, dibujos libres y modelos en 3D.



Copia de sellos: hay dos sellos.

1. Presiona en cualquier vértice de la figura que desees copiar con el pequeño cubo azul.
2. Retira el dedo del botón de disparo.
3. Presiona nuevamente el botón de disparo en la posición en la que desees hacer una copia.



Borrador: haz clic en cualquier vértice de la figura que desees eliminar.



Rotaciones: fija con el botón de disparo (manteniéndolo presionado) dos vértices del eje de rotación. Luego coge un tercer punto de la figura que quieres rotar.



Cinta métrica: utiliza el botón de disparo para medir la distancia entre dos puntos. Si presionas cerca de un vértice, tomará el centro de ese vértice.



Transportador: Esta herramienta produce el ángulo entre dos bordes. Con el pequeño cubo azul del transportador, toca los dos bordes manteniendo presionado el botón.

## **ACTIVIDAD 1**

¿Cómo se usan los mandos de las gafas virtuales Oculus?

Sigue las instrucciones del tutorial "Oculus touch basic" sobre el uso de los mandos de las gafas Oculus.

## **ACTIVIDAD 2**

Practica el uso de los mandos.

Juega con el tutorial "Primer contacto con Oculus".

## **ACTIVIDAD 3**

Observa cómo se juega con NeoTrie VR.

Fíjate qué puedes hacer en este juego observando los videos que te presentan.

## **ACTIVIDAD 4**

Juega con el software NeoTrie VR.

Busca la guía de uso de NeoTrie VR al principio de este cuaderno. Elige con tu grupo un ejercicio que aparezca en la guía. El representante del grupo manejará las gafas y los mandos, y el resto del grupo observará y ayudará al representante en la realización de tareas.

## ACTIVIDAD 5

Construye 4 cuadriláteros diferentes (figuras con 4 lados) con el juego de Geotiras.

¿Eres capaz de decir cómo se llaman los cuadriláteros que has construido? Si tienes dudas busca en el libro de texto la clasificación de los cuadriláteros. Dibuja los cuadriláteros que has construido y escribe junto a ellos qué tipo de cuadriláteros son.

¿Puedes hacer un cuadrilátero no paralelogramo con las siguientes Geotiras? Escribe tu respuesta explicando por qué puedes o no puedes.



## **ACTIVIDAD 6**

Haced en grupo una tabla de clasificación de triángulos y sus características principales.

Busca en el ordenador información sobre los triángulos y su clasificación según su posición.

## ACTIVIDAD 7

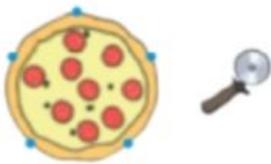
a) Cread polígonos con bolitas de plastilina y palillos. Pega uno de los polígonos a continuación, escribe sus elementos y calcula su perímetro. Busca la información que necesites para hacer este ejercicio.

b) Paula quiere cortar esta pizza haciendo diagonales (uniendo los puntos azules, de dos en dos, con líneas rectas).

¿Cuántas diagonales trazará? \_\_\_\_\_

¿En cuantos trozos quedará dividida la pizza? \_\_\_\_\_

Dibuja las diagonales.



## ACTIVIDAD 8 Ponte las gafas de realidad virtual y los mandos.

a) Haz dos vértices y un segmento que los una. Después bórralos.

b) Construye un triángulo. ¿Puedes conseguir transformarlo en un triángulo equilátero? ¿Cómo sabes que es un equilátero?

c) Mueve la figura cerca de la mesa con el "modo transportar" en una mano. Si estás lejos de la mesa, presiona el botón de teletransporte con la otra mano.

d) Toma la paleta y el lápiz y colorea los vértices.

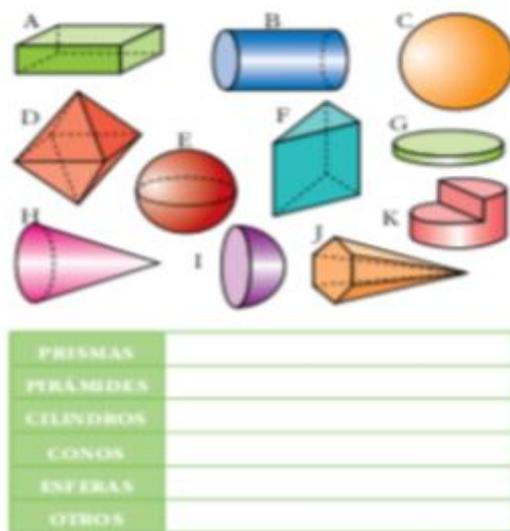
e) Dibuja el nombre de la figura y tu nombre en ella.

f) Hazte un selfie usando la cámara.

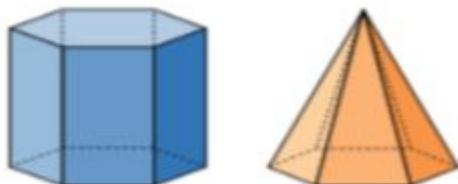
## ACTIVIDAD 9

Clasifica los cuerpos geométricos de madera en las cajas que tienen la etiqueta del tipo de cuerpo que hay que depositar. Puedes consultar la clasificación que aparece en el libro de texto.

Clasifica los siguientes cuerpos geométricos, dibuja uno de ellos y señala sus elementos. Consulta el libro de texto.



¿En qué se parecen o se diferencian estos cuerpos geométricos?



## ACTIVIDAD 10

Pliega y pega los siguientes desarrollos planos que pueden corresponder a prismas, pirámides, conos y/o cilindros.

¿Hay algún desarrollo plano con el que no has podido elaborar un cuerpo geométrico? ¿Qué cuerpo geométrico de los anteriores no has podido elaborar? \_\_\_\_\_

¿Por qué?

Dibuja cómo debería ser su desarrollo plano.

## **ACTIVIDAD 11**

Haz una tabla de clasificación de los poliedros y los no poliedros y sus características principales. Busca información en el ordenador sobre los poliedros y los no poliedros y su clasificación.

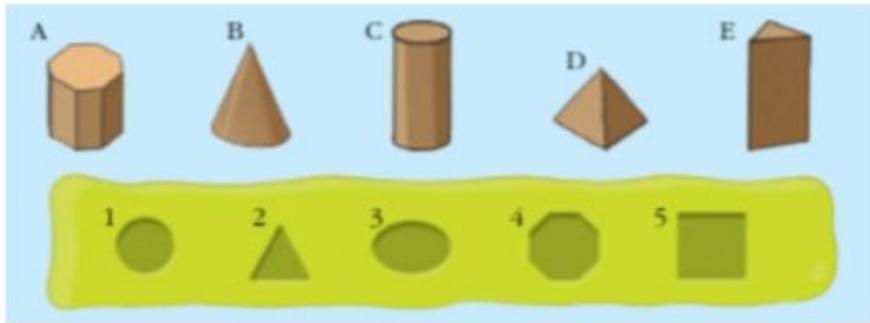
## **ACTIVIDAD 12**

Ponte las gafas de realidad virtual y los mandos.

- a) Nombra un "cubo con caras" o "hexaedro con caras" en voz alta.
- b) Colorea las caras.
- c) Agrandar el cubo y entra en él. Elige el modo "transportar" en ambas manos para agrandarlo.
- d) Ahora busca y clasifica los cuerpos geométricos que se encuentren en el juego y mételos en la caja adecuada (poliedros y no poliedros).
- e) Construye un tetraedro.

## ACTIVIDAD 13

a) ¿Puedes descubrir qué huella ha dejado cada figura? Relaciona la letra de la figura con el número de la huella.



Letra de la figura	Número de la huella

b) Extiende plastilina como en la imagen anterior y crea huellas con sus caras utilizando los cuerpos geométricos de los que dispones. Pregunta a tus compañeros/as de qué figura se trata cada huella que has hecho. Anota su respuesta junto con un dibujo de la huella y del poliedro.

c) Modela con plastilina un cilindro, un cono y una esfera. Haz rodar las figuras sobre la mesa y asocia cada oración con el cuerpo geométrico correspondiente.

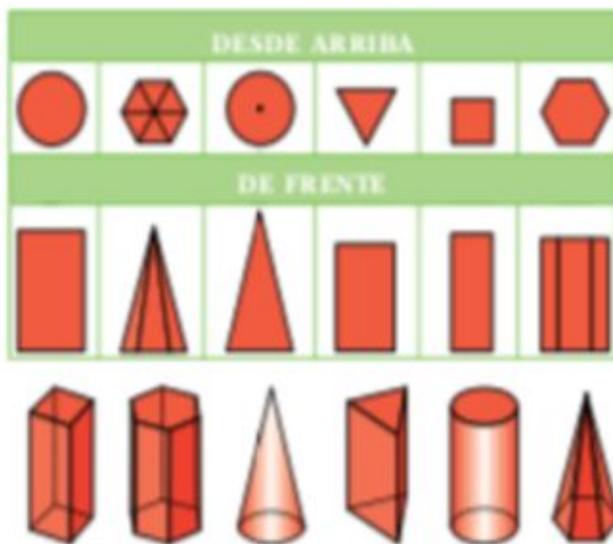
1º Rueda en cualquier dirección. \_\_\_\_\_

2º Rueda en círculo. \_\_\_\_\_

3º Rueda en una sola dirección. \_\_\_\_\_

## ACTIVIDAD 14

a) Observa cómo se ven las figuras desde arriba y de frente, y relacionalas con el cuerpo geométrico que les corresponda. Para relacionarlas escribe números.



b) Dibuja las figuras anteriores y cómo se ven desde arriba y de frente.

## ACTIVIDAD 15

Busca en Internet edificios con forma de poliedros. Escribe en cada columna el nombre de tres edificios que tengan forma de los poliedros indicados en las columnas y haz un dibujo sencillo del edificio al lado de su nombre.

PRISMA	PIRÁMIDE

## ACTIVIDAD 16

Ponte las gafas de realidad virtual y los mandos.

- a) Nombra diferentes poliedros para que aparezcan delante de tí.
- b) Utilizar la linterna para localizar y nombrar la forma poligonal de las caras de los poliedros a través de la sombra creada. (Gira la figura para ver todas sus caras).

## ACTIVIDAD 17

Construye con las piezas de geomag (aristas y vértices de imán) un prisma triangular y una pirámide pentagonal. Después completa.

	Nº de ARISTAS	Nº de VÉRTICES	Nº de BASES	FORMA DE LAS BASES	FORMA DE LAS CARAS LATERALES
PRISMA TRIANGULAR					
PIRÁMIDE PENTAGONAL					
PRISMA HEXAGONAL					
PIRÁMIDE CUADRANGULAR					

## ACTIVIDAD 18

a) Construye con 8 bolas de plastilina y 12 palillos un poliedro de 6 caras iguales. ¿Cómo se llama el poliedro que has construido?

---

b) Construye con un prisma hexagonal con 12 bolas de plastilina y 18 palillos.

## ACTIVIDAD 19

Debate con tu grupo si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas y escribe si es verdadero o falso. Luego escribe por qué son verdaderas o falsas.

- a) Las bases de las pirámides son siempre triángulos.
- b) La esfera no tiene desarrollo plano porque su superficie no se puede extender.
- c) Un cilindro tiene dos bases poligonales.
- d) El cono es un cuerpo redondo que tiene solo una base.

## ACTIVIDAD 20

Ponte las gafas de realidad virtual y los mandos.

- a). Construye un octaedro.
- b). Haz las caras y coloréalas.
- c). Agranda el octaedro y entrar en él. Elige el modo "transportar" en ambas manos para agrandararlo. ¿Cómo se ven los vértices por dentro? ¿Qué opinas?



Escribe lo **que piensas** sobre trabajar en grupo.

1.-¿Cómo te sientes acerca de trabajar en grupo?

2.-¿Qué crees que puedes aportar a un grupo?

3.-¿Qué crees que puedes ganar trabajando en grupo?

**Recuerda lo que hiciste en la actividad 12:** Ponte las gafas de realidad virtual y los mandos. a) Nombra un “cubo con caras” o “hexaedro con caras” en voz alta. b) Colorea las caras. d) Ahora busca y clasifica los cuerpos geométricos que se encuentren en el juego y mételos en la caja adecuada (poliedros y no poliedros).

1.-¿Qué aprendiste?

2.-¿Cómo ayudaste a alguien de tu grupo?

3.-¿Cómo te ayudó alguien en tu grupo?

4.-En su opinión, ¿cómo está trabajando tu grupo?

5.-¿Cómo te sentirías si cambiáramos los miembros del grupo?

### **Diario de reflexión al finalizar la secuencia didáctica.**

Escribe lo **que piensas** sobre trabajar en grupo.

1.-¿Cómo te has sentido al trabajar en grupo?

2.-¿Qué crees que has aportado a tu grupo?

3.-¿Qué crees que has ganado trabajando en grupo?

4.-¿Cómo ha trabajado tu grupo?

## **Anexo IV. Registro de observación de categorías-indicadores cognitivos y metacognitivos**





