TRABAJO FIN DE MÁSTER

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

Propuesta didáctica de matemáticas durante la pandemia del COVID-19

Didactic proposal of mathematics during COVID-19 pandemic

Presentado por:

Lucía Cabezas Rosa

Tutor:

Miguel Ángel Sánchez Granero

Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas

Especialidad: Matemáticas

Junio, 2020

Resumen

Este Trabajo Fin de Máster da forma a una propuesta de iniciación, desarrollo y evaluación durante la pandemia del COVID-19 en la didáctica de las matemáticas, basada en el uso de software matemático, concretamente a través de GeoGebra. Esta propuesta va dirigida al alumnado de 4ºESO de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, que dispone de dispositivo electrónico con acceso a internet.

Para ello, en primer lugar, se adentra en los efectos del COVID-19 en la educación, justificando así su puesta en práctica. De igual forma, se indaga en el uso de las TIC, así como en la motivación del estudiante. Además, se explican las características del software GeoGebra.

Tras esta fase teórica, se procede a la descripción de la propuesta didáctica. Siguiendo el marco curricular planteado, se detallan los objetivos, competencias, contenidos, estrategias metodológicas, evaluación y los tres materiales didácticos elaborados con GeoGebra.

Finalmente, se exponen una serie de conclusiones sobre la elaboración de este trabajo.

Palabras clave: matemáticas, COVID-19, TIC, GeoGebra, 4º ESO.

Abstract

This Final Masters Project gives shape to initiation, development and assessment during COVID-19 pandemic in the didactics of mathematics, based on the use of mathematical software, in particular through GeoGebra. This proposal is oriented to 4th grade of high school students learning mathematics aimed towards Upper Secondary Education, who have an internet-enabled device.

This implies, in the first place, to present the impact of COVID-19 on education, thus justifying its implementation. Similarly, to do research on ICT usage, as well as on motivation of student. In addition, features of the software GeoGebra are explained.

After this theoretical phase, the didactic proposal is developed. Following the prescribed curricular framework, objectives, competencies, contents, methodological strategies, assessment and the three teaching aids are detailed.

Finally, a series of conclusions about the elaboration on this Project is exposed.

Key words: mathematics, COVID-19, ICT, GeoGebra, 4th grade of high school

ÍNDICE

1. Introducción

La pandemia por el COVID-19 ha generado un gran impacto en el sistema educativo español dejando a la luz las grandes carencias de este. Los docentes y el alumnado se han adaptado a un proceso de enseñanza-aprendizaje telemático, cambiando el aula por dispositivos electrónicos. Este cambio tan repentino ha llevado a los docentes a una improvisación e incertidumbre a la hora de llevar a cabo su labor, provocando grandes secuelas en los estudiantes e incluso el abandono de algunos.

El siguiente Trabajo Fin de Máster da forma a una propuesta didáctica para la materia de matemáticas adaptada a la situación actual, cuyo fin es paliar los efectos de esta crisis. Haciendo uso del software GeoGebra se desarrollará una propuesta de iniciación, desarrollo y evaluación sobre los contenidos planteados, con objeto de incrementar la implicación del alumnado, consiguiendo así una mayor motivación de este.

La propuesta irá dirigida al alumnado de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, 4º de Educación Secundaria Obligatoria, que dispone de dispositivo móvil y acceso a internet.

2. Objetivos y justificación

2.1. Objetivos

Los objetivos que se pretenden alcanzar en el presente TFM son los siguientes:

- Profundizar en las consecuencias del COVID-19 en la educación, buscar una solución haciendo uso de las tecnologías e indagar en la influencia de la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Adentrar en el conocimiento de GeoGebra como recurso educativo.
- Plasmar las utilidades de este recurso tanto para la iniciación, el desarrollo y la evaluación de un contenido concreto.
- Diseñar materiales para incrementar las emociones positivas hacia el aprendizaje de las matemáticas.
- Despertar el interés y la motivación del alumnado, así como alcanzar los conocimientos correspondientes a dicho nivel y las competencias establecidas.

2.2. Justificación

Durante mi primer periodo de prácticas, viví en primera persona el cierre de los centros educativos y la incertidumbre que presentaban los docentes y el alumnado por no saber qué pasaría con el curso escolar.

A día de hoy, los centros educativos siguen cerrados. Estamos viviendo en una situación excepcional, que obliga a los docentes a realizar su labor de manera totalmente tecnológica, haciendo uso de todos los recursos y materiales que están a su alcance.

Entre las dificultades que se plasman por esta educación online, se encuentra la motivación del alumnado. Gómez-Chacón (2005) señala que el proceso de aprendizaje es subjetivo, es decir, es indispensable que el estudiante quiera instruirse y que tenga motivación para hacerlo. Asimismo, menciona que esta motivación viene dada por aspectos como el entorno socio-cultural del alumnado, las preferencias o inquietudes de este, los métodos de aprendizaje y la imagen que tiene de sí mismo.

La educación a distancia requiere un mayor esfuerzo del docente para que el alumnado esté realmente motivado.

Es por todo ello, por lo que mi propuesta didáctica se basa en la iniciación, desarrollo y evaluación de un contenido, haciendo uso, principalmente, del software GeoGebra.

3. Marco teórico

A continuación, profundizaremos en los aspectos que componen el marco teórico de este trabajo.

3.1. COVID-19 y educación

Narro, Martuscelli, & Barzana (2012) señalan que “La educación es uno de los factores que más influye en el avance y progreso de personas y sociedades. Además de proveer conocimientos, la educación enriquece la cultura, el espíritu, los valores y todo aquello que nos caracteriza como seres humanos.” Asimismo, mencionan la necesidad de esta educación en distintos aspectos, tanto para mejorar el bienestar social y obtener un crecimiento económico, como la oportunidad de poder acceder a mejores niveles de empleo y el hecho de incrementar el nivel cultural de la población, entre otras.

En la actualidad estamos atravesando una situación complicada a consecuencia de una pandemia mundial por el virus COVID-19, que afecta de forma importante a la sociedad tanto a nivel económico, sanitario como educativo.

La práctica docente se ha visto forzada a adaptarse a contrarreloj a la situación. En España desde los días 11 y 13 de marzo de 2020 los centros educativos están cerrados, con el fin de retardar la propagación de este. Lo que ha conllevado una educación a distancia, provocando que los docentes, como muchos de los trabajadores de otros sectores, se vieran en la necesidad de trabajar de forma online, haciendo uso de las nuevas tecnologías.

García-Valcárcel, Basilotta, & López (2014) expresan que una demanda de la educación actual es el crecimiento de capacidades metacognitivas, creativas y comunicacionales. Estas habilidades deben comprender el proceso de aprendizaje como una forma de adquirir y construir el conocimiento acompañados de un fuerte factor experiencial y social. Por lo que, el alumnado debe desarrollar un pensamiento distinto al convencional. (García-Valcárcel, Basilotta, & López, 2014).

La migración de una educación presencial a una educación online ha mostrado que nuestro sistema educativo no está preparado para abordar en tiempo récord una enseñanza online que cumpla todo lo nombrado antes. Fernández Enguita (2020), afirma que este repentino cambio en la educación manifiesta tres brechas digitales:

- Primera brecha: el acceso a conexión a internet y dispositivos electrónicos. Existe una minoría social que no tiene acceso a la red.
- Segunda brecha: hace referencia al tiempo de uso y calidad del mismo. Pues como veremos más adelante el uso de las tecnologías tiene sus desventajas.
- Tercera brecha: las grandes diferencias del proceso de enseñanza llevado a cabo en los diferentes centros educativos. Lo que nos muestra la diferencia entre los docentes y los centros, donde se plasma la experiencia digital y la actitud innovadora.

Zubillaga & Gortazar (2020) señalan que el alumnado de un nivel socioeconómico medio y alto, pierde un 20% de aprendizaje al realizar este proceso desde casa, mientras que el alumnado con rentas más bajas, desaprenderá.

Por lo que, el uso de las herramientas tecnológicas parece la mejor forma de minimizar las pérdidas de aprendizaje, pero a su vez, fomentan la desigualdad en el aprendizaje del alumnado.

3.2. Tecnologías de la información y comunicación en la educación

A continuación plasmaremos el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en la educación, respondiendo a preguntas como: ¿Qué permiten las TIC? ¿Es fácil el uso de las TIC para los docentes? ¿Cómo afectan estas tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje?

"En la actualidad, asistimos a una auténtica revolución tecnológica y debemos tener presente que, para vivir y aprender a trabajar con éxito en esta sociedad que cada vez es más rica en información y se basa en el conocimiento, los estudiantes y los docentes tendrán que emplear estas tecnologías de una forma eficaz” (Fernández & Bosco, 2017, p. 19).

Antes de esta pandemia, ya estaban presentes en la mayoría de los centros educativos de secundaria el uso de las TIC. García-Valcárcel, Basilotta, & López (2014) apuntan que las TIC han llegado a los centros educativos españoles mediante distintos programas, siendo uno de los más relevantes y actuales el Programa Escuela 2.0, propiciando la existencia de ordenadores y pizarras digitales interactivas en la mayoría de aulas de Secundaria. Hernandez (2017) declara que utilizar las TIC en la educación se ha convertido en una herramienta esencial en el contexto educativo. Este asalto ha provocado distintas maneras de comprender y dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje (Córdoba, 2014). Así mismo, como refiere Aguilar (citado por Hernandez, 2017) los cambios que han sufrido las TIC, ha hecho que se conviertan en herramientas educativas con la capacidad de revolucionar la manera en la que se adquiere, se manipula y se interpreta la información, provocando así una mejora en la calidad educativa. Por otro lado, Lim (como se citó en Córdoba, 2014) garantiza que la integración de estas herramientas en la educación favorece en el alumnado su pensamiento constructivo y la transcendencia de sus limitaciones cognitivas, que por otros recursos tal vez no hubieran conseguido. Además de ser una herramienta motivadora para este.

Podemos observar que el papel del docente es fundamental en esta experiencia. La utilización de estas herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, requiere que el docente plasme una metodología capaz de sacar el mayor partido de estas (Hernandez, 2017). De manera que el docente debe asumir su compromiso ante los avances de las tecnologías y así poder aplicar los beneficios en el aula (Gómez, 2014). Así mismo, Granados (citado por Hernandez, 2017) menciona que frente a esta revolución tecnológica, los docentes tienen que lograr las destrezasas necesarias para la nueva sociedad, teniendo la obligación de formarse y actualizar sus métodos en función de los requirimientos actuales, dejando a un lado los medios tradicionales.

Belloch (como citó Gómez, 2014) refiere que el uso de las tecnologías no es sencillo, pues hay que tener en cuenta el nivel educativo en el que se trabaja, así como las características del alumnado y las competencias que se buscan alcanzar. Gómez (2014) añade que tener en cuenta la edad y los intereses del alumnado ayudará al docente a considerar la estrategia más adecuada de utilización de las TIC. Además, Córdoba (2014) en las conclusiones de su investigación alude que el alumnado lleva consigo unas creencias acerca de la asignatura, las cuales pueden provocar que el uso de las TIC sea una pérdida de tiempo. Por lo que, propone que antes, el docente, indague sobre estas creencias, incidiendo en ellas de manera que el uso de las herramientas tecnológicas sea eficaz.

Por otro lado, Gómez (2014) concibe que hay que considerar que en la actualidad los niños, adolescentes y post adolescentes viven en una sociedad basada en la tecnología. La mayoría están sumergidos en los dispositivos electrónicos, así como videojuegos y redes sociales. Por lo que, el mal uso de estas herramientas puede provocar distracciones, pérdida de tiempo, aprendizajes incompletos…Además, en su investigación obtiene como conclusión que los resultados del aprendizaje no serán significativos si el uso que se le da a las TIC no es el correcto.

A continuación, se presentan una recopilación de ventajas y desventajas que presentan el uso de las TIC en el aula (Rodríguez, 2011):

VENTAJAS

- ✓ Aportación de una gran cantidad de recursos educativos y marcos de aprendizaje. Consiguiendo que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea más rápido.
- ✓ El proceso de enseñanza-aprendizaje es mucho más personalizado y a su vez se obtiene un alto grado de interdisciplinariedad.
- ✓ El alumnado y el docente pueden interectuar sin la necesidad de encontrarse en el mismo entorno arquitectónico.
- ✓ El alumnado tendrá una mayor motivación e interés, implicando que se incremente su implicación y atención, potenciando así la toma de iniciativas y decisiones.
- ✓ Propicia la capacidades mentales, permitiendo nuevas maneras de pensar.
- ✓ Se consigue una alfabetización digital y audiovisual.
- ✓ Permite dar una educación a aquellos colectivos que poseen dificultades para acceder a las aulas convencionales. Así como, proporciona herramientas utiles para la Educación Especial.

- ✓ Mejora la efectividad educativa, administrativa y la gestión y proyección de los Centros Educativos.

DESVENTAJAS

- ✓ Entretenimiento del alumnado por la mala navegación en Internet.
- ✓ El alumnado puede llegar a creer que estos instrumentos solucionarán todos nuestros problemas, provocando una dependencia a ello, y haciendo que se aisle.
- ✓ Provoque de frustración cuando estas herramientas no funcionan adecuadamente.
- ✓ Desaprovechamiento del tiempo en la búsqueda de información, por el exceso de esta o por la múltiple información que no es fiable.
- ✓ Uso de recursos educativos poco intructivos o con el contenido sin actualizar, es decir, con poca capacidad didáctica.
- ✓ El coste de la adquisición de los equipos y programas, así como su mantenimiento e inversiones en renovación de estos.
- ✓ Problemas técnicos, como son la incompatibilidad de ordenadores y sistemas operativos, la lentitud de los procesadores.

3.3. Motivación en el ámbito educativo

Uno de los factores que interviene en el desarrollo del aprendizaje, es la motivación del alumnado.

Siguiendo a Trechera (2005) el término motivación deriva del latín, de la palabra *motus*, relacionada con lo que mueve a una persona para realizar una actividad. Trechera entiende por el hecho de que una persona está motivada, cuando ésta realiza algo con ilusión, esforzándose para obtener su objetivo. Por lo que, definimos la palabra motivación como el proceso psicológico que plantea un individuo con el fin de alcanzar sus metas.

En el Diccionario de la Real Academia Española, el concepto motivación viene recogido como: "Conjunto de factores internos o externos que determinan en parte las acciones de una persona" (Real Academia Española, 2001, definición 3)

Siguiendo a Gómez-Chacón (2005) la motivación se puede clasificar en motivación interna, consiste en la motivación que surge por una necesidad espontánea, y motivación externa, nace por una necesidad inducida de forma externa. Por lo que, se plantea la siguiente clasificación:

- Motivación Intrínseca: esta motivación viene dada cuando la persona realiza una actividad por placer y satisfacción a la hora de explorar o aprender. La persona presenta interés, mostrando siempre esfuerzo y superación para conseguir sus metas.
- Motivación Extrínseca: esta motivación viene dada por conductas que son caminos para llegar a un fin y no son el fin en sí mismas. Es decir, la persona trata de aprender, pero no por el hecho de satisfacción o placer, si no por las ventajas que esto ofrece.

Centrándonos en el ámbito académico, Alves señala: "Motivar es despertar el interés y la atención de los alumnos por los valores contenidos en la materia, excitando en ellos el interés de aprenderla, el gusto de estudiarla y la satisfacción de cumplir las tareas que exige" (como se citó en Farias & Pérez, 2010, p. 36). Podemos hacer una clasificación más profunda de los distintos tipos de motivación en la educación. Siguiendo a Alsina & Domingo (2007) planteamos la siguiente distinción.

- Motivación de competencia: el alumnado busca aumentar sus conocimientos, incrementando así su propia competencia.
- Motivación de control: el alumnado busca autonomía, sin que nadie le obligue.
- Motivación intrínseca: el alumnado se experimenta por la naturaleza de la tarea.
- Motivación de logro: el alumnado experimenta el placer que conlleva el éxito.
- Motivación por miedo al fracaso: el alumnado quiere evitar las humillaciones o la experiencia de vergüenza.
- Motivación para el premio: el alumnado consigue un premio.

Muñoz (2004) refiere que es necesario tener entendimiento sobre el uso de los distintos tipos de motivación, sabiendo su preferencia dependiendo del contexto. La motivación extrínseca concurre a optimizar la realización de tareas rutinarias, mientras que la motivación intrínseca será más eficiente a la hora de realizar actividades más originales y más novedosas. Además, recalca que este uso de la motivación evoluciona según va evolucionando el alumno, respondiendo a las necesidades de cada momento.

También, como hemos nombrado al principio, la motivación está relacionada con el alcance de unas metas que el alumnado se propone. Estas metas influyen en la forma de realizar una tarea escolar. Dweck y Elliot (como se citó en Tapia, 1992) han distinguido entre dos tipos de metas según la manera en la que el alumanado afronta la tarea, *metas de aprendizaje* y *metas de ejecución*. Las metas de aprendizaje, se basan en el querer incrementar la propia competencia, mientras que las metas de ejecución solo buscan quedar bien frente a otros, tener éxito y por supuesto, no fracasar. Profundizando un poco más en estas dos metas, disinguimos entre las cinco categorías siguientes, obtenidas de Tapia (1992):

- Metas relacionadas con la tarea.

  Por un lado, destacamos el hecho de querer aprender y así, incrementar la propia competencia. Por otro lado, el disfrutar de la naturaleza de la tarea, propicia que el alumno no se sumerja en el aburrimiento y la ansiedad.
- Metas relacionas con la posibilidad de elegir:

  El alumnado busca ser autónomo, no quiere ser obligado. Darle la posibilidad de elegir la tarea que desea hacer, produce satisfacción y genera una mayor implicación a la hora de realizarla.
- Metas relacionadas con la autoestima.

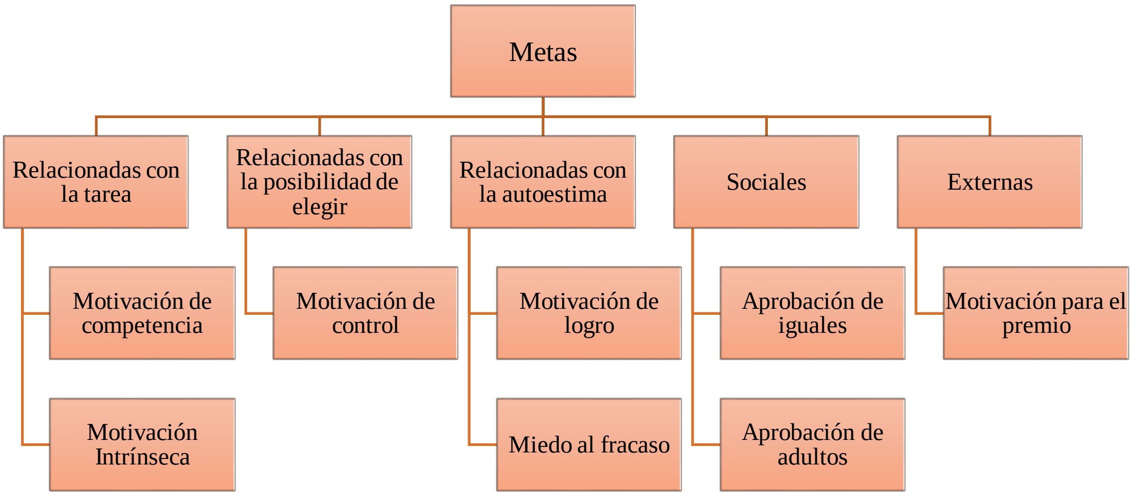
  Experimentar la satisfacción del éxito, permite que el alumno experimente que es mejor que los demás, o al menos, que no es peor que el resto. Por otro lado, evitar la humillación o vergüenza que conlleva fracasar, permite que el alumno no experimente que es peor que sus compañeros.
- Metas sociales.

  Experimentar la aprobación de los adultos importantes para el alumno que se encuentran en su entorno, como son los padres, los profesores… Así como, recibir la aceptación de sus compañeros, evitando así el rechazo.
- Metas externas.

  Conseguir premios como recompensa por hacer alguna tarea.

Por lo que, siguiendo a Farias & Pérez (2010), tendríamos la siguiente esquematización:

Figura 3-1: Relación entre metas y tipos de motivación



Fuente: Elaboración propia sobre Farias & Pérez (2010)

Font (1994) señala que la actitud del alumno frente al proceso de enseñanza-aprendizaje dependerá del sentido que encuentre el alumno a este. En esta actitud intervienen la organización, los contenidos, la metodología, etc. Además, añade que este proceso también está determinado por la personalidad del alumno. Siguiendo a Muñoz (2004), el alumno es el resultado de unas capacidades personales unidas a la influencia social-familiar y las experiencias académicas. Estos elementos nos definen su autoconcepto. Dweck y Bempechat (como se citó en Tapia, 1992), señalan que según la meta que el alumno persiga, así será su manera de pensar y actuar, especialmente ante una situación de fracaso. De manera que ante esta situación, el alumno que intenta aprender se plantea preguntas, buscando información y posibles soluciones. Mientras que el alumno que solo busca quedar bien, suele abandonar la tarea. Font (1994) concibe que la forma en la que el alumnado interpreta sus éxitos y fracasos, influyen en su actitud frente al proceso de enseñanza-aprendizaje. Siguiendo a Font (1994) estas causas pueden ser:

- Internas: habilidad, esfuerzo, cansancio, etc.
- Externas: suerte, tiempo, profesor, etc.

- Estables: habilidad, etc.
- Variables: esfuerzo, cansancio, etc.
- Controlables: esfuerzo, etc
- Incontrolables: suerte, profesor, etc.

Font (1994) señala que las peores causas asignadas son cuando se les asigna a los éxitos causas externas, variables e incontrolables, por el contrario, a los fracasos se les asigna causas internas, estables e incontrolables. Señala, que este modelo lo encontramos habitualmente en el área de matemáticas.

Estas asignaciones influyen en el autoconcepto del alumno. "A mayor autoconcepto, mayor nivel de motivación positiva" (Muñoz, 2004, p. 97).

Hasta ahora hemos hablado de qué es la motivación, los distintos tipos que podemos encontrar de ésta y las diferentes metas que el alumno se plantea. Pero… ¿cómo podemos motivar al alumnado?

Muñoz (2004) señala que el papel del docente debe y puede ser primordial para conseguir que el alumnado esté motivado. Como docentes, influimos en el alumno. Algunas de las ideas que presenta Muñoz (2014) ante la motivación son: crear un clima de compañerismo; reconocer el éxito y ver lo bueno de este, evitando las comparaciones y esquivando así la competitividad entre compañeros; esperar más de cada alumno, haciendo uso del Efecto Pigmalión positivo; y conseguir que el alumno conozca la verdadera causa de los éxitos y de los fracasos.

Centrándonos en la asignatura de matemáticas, Zemelman (como se citó en Farias & Pérez, 2010) señala que el fin del proceso de enseñanza de esta asignatura es lograr que el alumnado desarrolle la capacidad matemática, es decir, los alumnos deben interpretar los conceptos y procedimientos matemáticos. Además, tienen que ser consciente de que las matemáticas son útiles para ellos.

Algunos autores (Alsina & Domingo, 2007; Font, 1994) sostienen que la motivación intrínseca es el tipo de motivación que beneficia el aprendizaje significativo de esta área, pues cuando un estudiante solo se interesa por obtener buena nota a la hora de realizar una tarea, lo más probable es que adopte una actitud defensiva. En cambio, si presenta una motivación intrínseca, mejorará su trabajo y tal vez, explorará la situación en profundidad, relacionando el contenido nuevo con el que ya sabe, consiguiendo así una comprensión más profunda.

Gómez-Chacón (2005) proponen algunas técnicas para favorecer el desarrollo de la motivación intrínseca en matemáticas, entre ellas:

- Ayudar al alumnado a experimentar la satisfacción del éxito en el aprendizaje matemático:
    1. Ayudar a construir el conocimiento matemático, lo que implica hacer deducciones y uso de ideas, así como la autogeneración de pensamientos, sentimientos y acciones.
    2. Enseñanza de habilidades para la interpretación de ideas y resolución de problemas.
    3. Hacer hincapié en la importancia de las matemáticas y mostrar al alumnado el papel que lleva a cabo en la sociedad.
    4. Realizar cuestiones que ayuden a reflexionar sobre el propio pensamiento.
- Ayudar al alumnado a generar autonomía y responsabilidad:

  Tener en cuenta los sentimientos y las emociones en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, cooperar en el desarrolla de la alfabetización emocional del alumnado, permite ayudar a este a ser consciente de su propio proceso de aprendizaje, aumentando así su competencia emocional, permitiendo que el alumno controle sus emociones, así como los impulsos y fobias hacia cierta área de conocimiento.

Angulo (citado en Farias & Pérez, 2010) señala que las matemáticas han ido evoluacionando con el tiempo, adaptándose a los cambios que han ido ocurriendo. Las matemáticas nos permiten mejorar nuestra supervivencia. Además, menciona que vivimos en una sociedad tecnológica, por lo que los docentes deben adapatarse a ella. Farias & Pérez (2010) añaden, que es por ello por lo que para elaborar actividades donde el alumnado se sienta cómodo y pueda hacer uso de sus conocimientos de una forma adecuada es necesario utilizar estos medios.

4. GeoGebra

GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas que se puede usar en cualquier nivel educativo y fue elaborado por Markus Hohenwarter y un equipo internacional. Con esta herramienta podemos tratar contenidos como geometría, álgebra, estadística, cálculo mediante análisis y gráficas.

Principalmente destacamos que se trata de un software de libre acceso. Se puede trabajar mediante la página web (GeoGebra Clásico), o se puede descargar el software tanto para Ios, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux (Descagar GeoGebra). Por lo que, en cualquier aula con una pizarra digital u ordenador y proyector, se podría usar. Además, el alumno podría trabajar en casa desde cualquier dispositivo, como es el móvil.

Aparte de su fácil acceso, las posibilidades que nos proporciona este recurso, hacen que se convierta en un instrumento casi imprescindible para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Posee una interfaz intuitiva y ágil, y además, podemos encontrar en la web mucho material de ayuda para aprender a usarlo, como es el manuel de GeoGebra, y los foros de usuarios.

GeoGebra, también, nos permite programar a través de lenguajes como JavaScript o GGBScript, para obtener resultados más evolucionados y a su vez, más personalizados.

En los últimos años, GeoGebra ha tenido una mayor propagación entre el profesorado. En la actualidad, podemos encontrar en España, siete Institutos GeoGebra (La Associació Catalana de GeoGebra (ACG), los Institutos de GeoGebra de Cantabría (IGC), Andalucía (IGA), Madrid (IGM), Galicia (IGG), Valencia (IGV) y Castilla La Mancha (IGCLM)) que forman parte de la red del Internacional GeoGebra Institute (IGI), y su objetivo es la divulgación e instrucción de esta herramienta. Además, este software nos permite extender el conocimiento mediante la creación de applets que nos posibilitan el acceso a materiales mediante una página web. Aparte de acceder a ellos, nos da la opción de descargarlos y modificarlos. En el repositorio GeoGebraTube podemos encontrar una multitud de materiales elaborados por otros usuarios, además de permitirnos compartir los nuestros.

Antes de mostrar las actividades realizadas con GeoGebra, justificaremos su uso en el ámbito educativo dando varias razones, incluyendo algunas de las ya nombradas anteriormente:

- ✓ Software libre.
- ✓ Se puede instalar en diversas plataformas, a la vez que se puede usar online.
- ✓ Siguiendo la línea del Real Decreto 1105/2014 en el que se establecen las competencias, podemos observar como GeoGebra nos permite que el alumno adquiera una de ellas, la competencia digital.
- ✓ Se pueden incorporar actividades de GeoGebra en cualquier curso Moodle, guardando el seguimiento que ha realizado el alumno a la hora de hacer la actividad, es decir, guarda la duración, la construcción, la fecha y la puntuación.
- ✓ Ayuda al alumnado a visualizar los contenidos matemáticos más complejos.

5. Propuesta didáctica

5.1. Descripción de la propuesta didáctica.

Con esta propuesta didáctica se pretende diseñar una serie de materiales elaborados con GeoGebra con el objeto de cubrir las secuelas de la pandemia por el COVID-19.

Esta propuesta va dirigida al alumnado de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, 4º de Educación Secundaria Obligatoria, que dispone de dispositivo móvil y acceso a internet.

5.2. Normativa curricular

Para la siguiente propuesta didáctica se ha tenido en cuenta el siguiente marco legal:

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía.
- Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

La información que se ha requerido para el desarrollo de la propuesta se encuentra dentro de la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas 4º ESO, principalmente en el bloque de Geometría.

5.3. Conocimientos previos

Con esta propuesta se repasarán conceptos ya trabajados en el curso anterior, como es el concepto de vector y de sus distintas características. Es preciso que el alumnado se encuentre familiarizado con estos conceptos y con sus notaciones, para así conseguir un mayor afianzamiento de estos y poder asimilar de manera correcta los nuevos.

5.4. Competencias clave

Las compentencias clave a las que contribuye nuestra propuesta didáctica son algunas de las recogidas en el BOJA (2016). Dichas competencias son las siguientes:

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (**CMCT**). La asignatura concurre especialmente en el desarrollo de esta competencia. Su fin es que el alumnado adquiera una formación intelectual, fomentando su razonamiento.
- Competencia en comunicación lingüística (**CCL**). Se pretende que el alumnado traduzca de manera correcta el lenguaje verbal al algebraico.
- Competencia digital (**CD**). Utilización de recursos web como es el uso de GeoGebra.
- Aprender a aprender (**CAA**). La metodología que se llevará a cabo conlleva un papel activo del estudiante, construyendo su propio conocimiento.
- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (**SIEP**). Una propuesta que fomenta el trabajo autónomo del estudiante requiriendo esfuerzo y dedicación por parte de este.

5.5. Objetivos

Los objetivos generales que se pretenden alcanzar en esta propuesta son algunos de los que vienen recogidos en la Orden de 14 de julio de 2016, los cuales se enumeran en el Anexo I.

5.5.1. Objetivos específicos

En base a la normativa curricular (BOJA, 2016) y, siguiendo la línea del objetivo general se enumeran los siguientes objetivos específicos:

- **OE1.** Analizar y reconocer vectores en el plano, conociendo su sentido, su módulo y su dirección (CMCT, CAA).
- **OE2.** Conocer el concepto de vectores equipolentes. Identificar vectores equipolentes en el plano (CMCT, CAA).
- **OE3.** Saber operar con vectores gráficamente y de forma analítica. Relacionar ambas formas (CMCT, CAA, SIEP).
- **OE4**. Reconocer y analizar las distintas ecuaciones de la recta. Relacionar todas las ecuaciones de una recta, sabiendo obtener una a partir de otra (CMCT, CCL, CAA, SIEP)
- **OE5**. Experimentar la motivación intrínseca y la motivación de control (CMCT, CAA, SIEP).

5.6. Contenidos

Los contenidos que se trabajan en esta propuesta didáctica son algunos de los recogidos en los decretos y la orden mencionados anteriormente.

Del primer bloque de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 4º ESO: *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*, el cual debe desarrollarse simultáneamente al resto de bloques, trataremos los siguientes contenidos:

- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (grafico, numérico, algebraico, etc.).
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje.

En esta propuesta, principalmente se trabajarán los siguientes contenidos del bloque de Geometría:

- Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta.

5.7. Estrategias metodológicas

El enfoque metodológico de esta propuesta parte de un aprendizaje individual, donde el alumnado tendrá que trabajar de forma autónoma, tomando un papel activo en la obtención de nuevos conocimientos. Así mismo, se trata de una metodología activa, pues se lleva a cabo un proceso interactivo entre el estudiante y el material didáctico, lo que conlleva a una mayor responsabilidad por parte del alumnado, consiguiendo mayor satisfacción y enriquecimiento del propio estudiante, aumentando el interés y la motivación del mismo.

La actuación docente se basará en mediar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, guiando y orientando al alumnado, consiguiendo así afianzar el conocimiento adquirido e inducir en aquellos conceptos en los que se tenga dificultad.

La técnica metodológica que se utilizará será Flipped Classroom. El alumnado tendrá que trabajar de manera autónoma el material *Iniciación*, ejecutando un rol activo y responsable, fomentando su pensamiento crítico. Posteriormente, mediante la plataforma Zoom, el docente interactuará con los estudiantes, resolviendo sus dudas, detectando los errores conceptuales y ayudando a consolidar el conocimiento aprendido. Para el material *Desarrollo,* se realizará el mismo procedimiento, pero en este caso, el alumnado a la vez que trabaja con el material de forma autónoma, tendrá que desarrollar la resolución de los ejercicios en papel y entregarlo al docente mediante Moodle.

El desarrollo de la propuesta está pensado para tener una duración de dos semanas. Las sesiones mediante la plataforma Zoom tendrán una duración de 40 minutos. Se realizarán mínimo cuatro sesiones durante el proceso, de manera que el número de sesiones llevadas a cabo finalmente dependerá del contexto académico del alumnado con el que se esté trabajando.

Tras el desarrollo de ambos materiales, y haber realizado las sesiones necesarias para que el alumnado tenga claro los conceptos, se realizará la evaluación del contenido. Para ello, el material *Evaluación* será subido a Moodle y el estudiante lo realizará en el tiempo establecido.

5.8. Recursos y materiales didácticos

Los materiales y recursos didácticos que necesitaremos para las actividades de esta propuesta son:

- Dispositivo electrónico con acceso a internet.
- GeoGebra.
- Calculadora
- Zoom
- Moodle
- Papel y lápiz

5.9. Actividades

Para el desarrollo de la propuesta didáctica, se ha elaborado tres applets haciendo uso del software GeoGebra. Estos materiales nos permitirán la iniciación, desarrollo y evaluación del contenido previsto, con el objeto de que el alumnado alcance los objetivos establecidos. Además, el material instructivo elaborado tiene como objeto motivar al alumnado con una presentación interactiva y manipulativa en ocasiones.

Para la elaboración de dicho material se ha seguido (Apuntes Marea Verde).

5.6.1 Material iniciación

En primer lugar, presentamos el material didáctico con el que se comenzará a trabajar el contenido. Con este material el alumnado experimentará, principalmente, la motivacion de control, pues será responsable de la construcción de su conocimiento, trabajando de forma autónoma.

El contenido que se trabajará en el material elaborado para la iniciación de la propuesta y los objetivos específicos que se pretenden alcanzar con este, serán:

- Introducción
- Puntos y vectores (**OE1**, **OE5**)
- Módulo, dirección y sentido (**OE1**, **OE5**)

- Vectores equipolentes (**OE2**, **OE5**)
- Suma de vectores (**OE3**, **OE5)**
- Producto por escalar (**OE3**, **OE5**)
- Ecuación de una recta en el plano (**OE4**, **OE5**)

El alumnado, al abrir el material, se encontrará la siguiente introducción:

INICIACIÓN A LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

La Geometría es una rama de las matemáticas que nos permite establecer vínculos más estrechos con el mundo. Existen diferentes geometrías y, en este tema, trabajaremos la geometría analítica.

Comenzaremos dando un repaso a los vectores y a sus diferentes características. Además, se estudiarán las operaciones con vectores.

Después, se estudiará las distintas rectas del plano, así como su obtención a partir de otras.

Tras cada explicación, encontrarás un ejemplo para afianzar mejor el contenido.

Siguiente

Al pulsar el botón *Siguiente* el alumnado comenzará a presenciar el contenido. En la primera pantalla verá *Puntos y Vectores*.

En la vista gráfica 1 el alumnado encontrará la teoría explicativa sobre lo que se quiera abordar en esa pantalla y un ejemplo sobre ello. Además, se da la opción de cambiar los datos pulsando el botón *CAMBIAR PUNTOS*, y así obtener un nuevo ejemplo. De esta manera, el estudiante podrá visualizar diferentes ejemplos hasta conseguir comprender el contenido.

En la vista gráfica 2, el alumnado podrá ver la representación de los dos puntos y el vector formado por ellos. Los tres elementos vienen representados con el mismo color que se les ha asociado en la redacción del ejemplo, con el fin de que el alumnado no encuentre ninguna dificultad y sea bastante intuitivo.

En las siguientes imágenes se puede ver lo descrito:

PUNTOS Y VECTORES

Recordamos que un sistema de referencia cartesiano es el conjunto formado por el origen, los dos ejes de coordenadas y la unidad de medida, y que, las coordenadas de un punto A son un par de números reales (x,y), siendo la coordenada x la abscisa y la y la ordenada.

Al segmento orientado determinado por dos puntos lo llamaremos vector. Es decir, dados dos puntos D(d_1,d_2) y E(e_1, e_2), las componentes del vector origen D y de extremo E, $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$, vienen dadas por $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$=($e_1$ - d_1, e_2 - d_2).

☑ Ejemplo

Las coordenadas de los puntos que tenemos representados son:

A(3, 0), **B(0,4)**

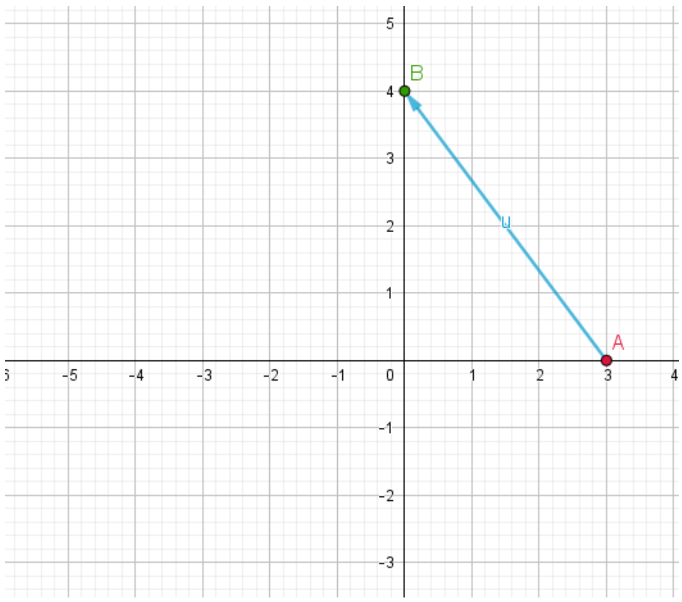
Las coordenadas del vector AB son:

$\overrightarrow{\mathbf{AB}}$**=(0-(3), 4-(0))=(-3,4)**

CAMBIAR PUNTOS

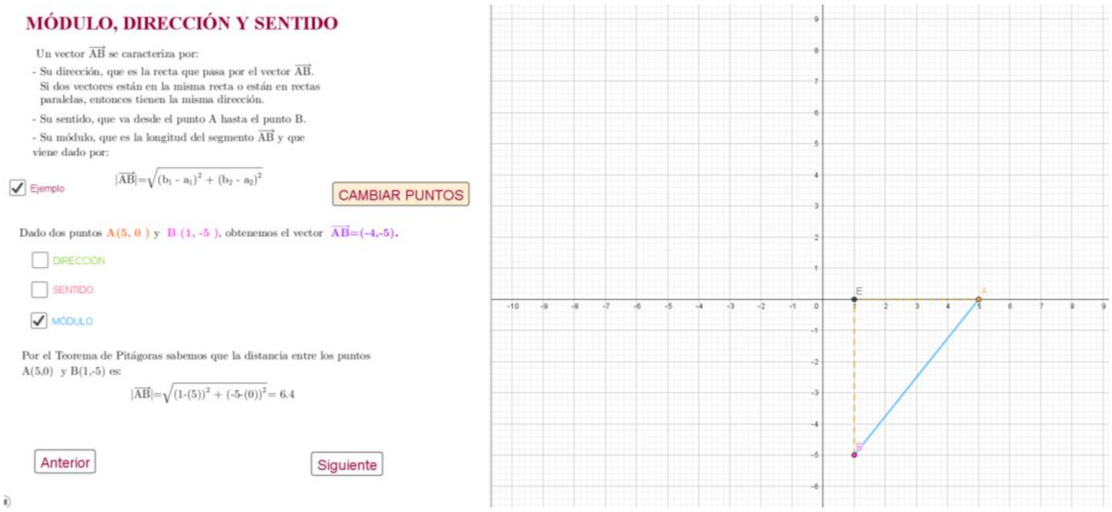
Anterior

Siguiente



En algunas pantallas, estos ejemplos tendrán movimiento con el objeto de que el estudiante visualice mejor la explicación.

El alumnado visualizará a la izquierda la teoría explicativa junto al ejemplo y a la derecha la representación gráfica del ejemplo propuesto. En la siguiente imagen se puede apreciar esta descripción:



A través del siguiente enlace se puede visualizar e interactuar el material de *Iniciación*:

https://www.geogebra.org/m/yepmna9c

Además, en el Anexo II se encontrará un mayor desarrollo de este, con imágenes de todo el contenido.

5.6.2 Material desarrollo

A continuación, se muestra el material didáctico que el alumnado utilizará para desarrollar el contenido. Este material tiene un enfoque astronómico, de manera que, en cada pantalla el alumnado visualizará una constelación distinta y tendrá que resolver distintas cuestiones que estarán relacionadas con dicha constelación. Finalmente, el alumnado creará su propia constelación y trabajará sobre ella, con el objeto de fomentar la creatividad y motivación.

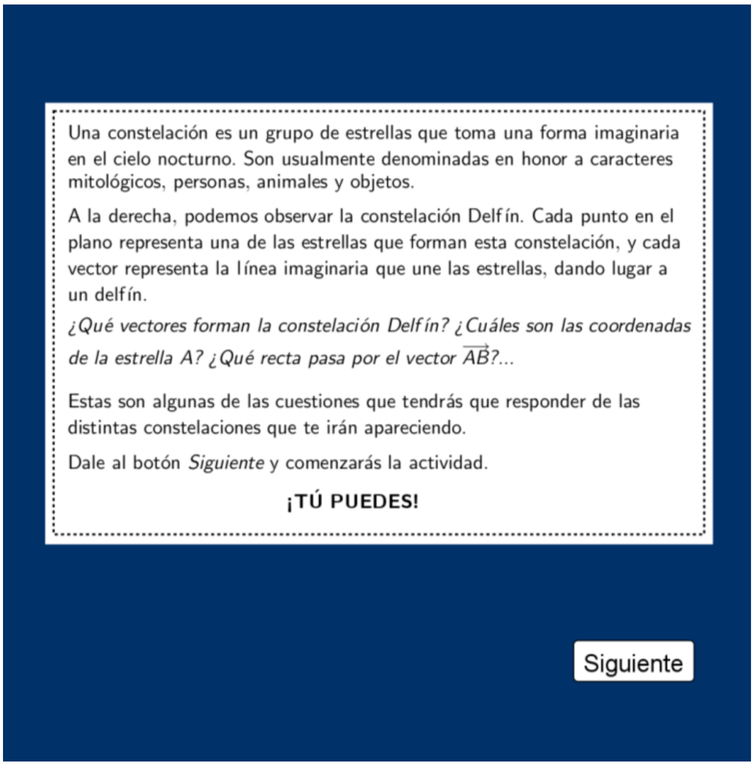
El uso de las constelaciones busca despertar el interés del estudiante, además, se establece un mensaje motivador en el ecuador de las actividades y al final de estas , con el fin de que el alumnado experimente la satisfacción que conlleva el éxito.

El contenido irá de menor a mayor dificultad, comenzando con preguntas sobre que vectores se están visualizando, hasta llegar a trabajar con las distintas ecuaciones de la recta. De manera que las actividades que se visualizarán y los objetivos específicos que se pretenden alcanzar serán:

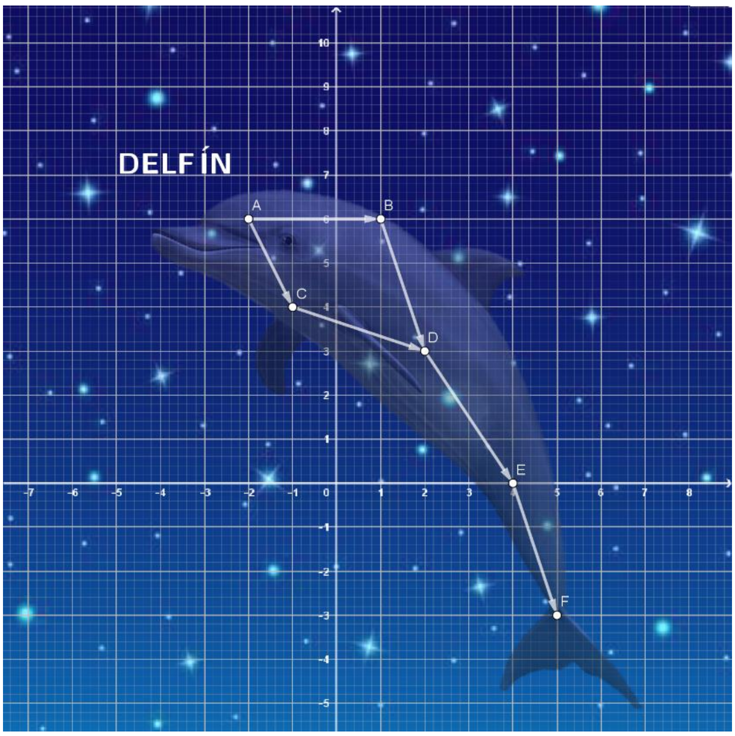
- Introducción
- Casiopea (**OE1**, **OE5**)
- Osa Menor (**OE1**, **OE2**, **OE3**, **OE5**)
- Aries (**OE1**, **OE4**, **OE5**)
- Jirafa (**OE1**, **OE4**, **OE5**)
- Cáncer (**OE1**, **OE4**, **OE5**)
- Estrella Polar (**OE1**, **OE4**, **OE5**)
- Cinturón de Orión (**OE1**, **OE4**, **OE5**)
- Crea tu propia constelación (**OE1**, **OE4**, **OE5**)

Cada una de las actividades anteriores se visualizará en una pantalla distinta. El alumnado no podrá pasar a otra pantalla sin haber contestado de manera correcta a todas las preguntas que constituyen la actividad que esté realizando. Es por ello que, cada actividad tendrá unas casillas de control llamadas *AYUDA*, donde el alumnado obtendrá una pequeña explicación de lo que tiene que realizar, para que pueda avanzar sin problema.

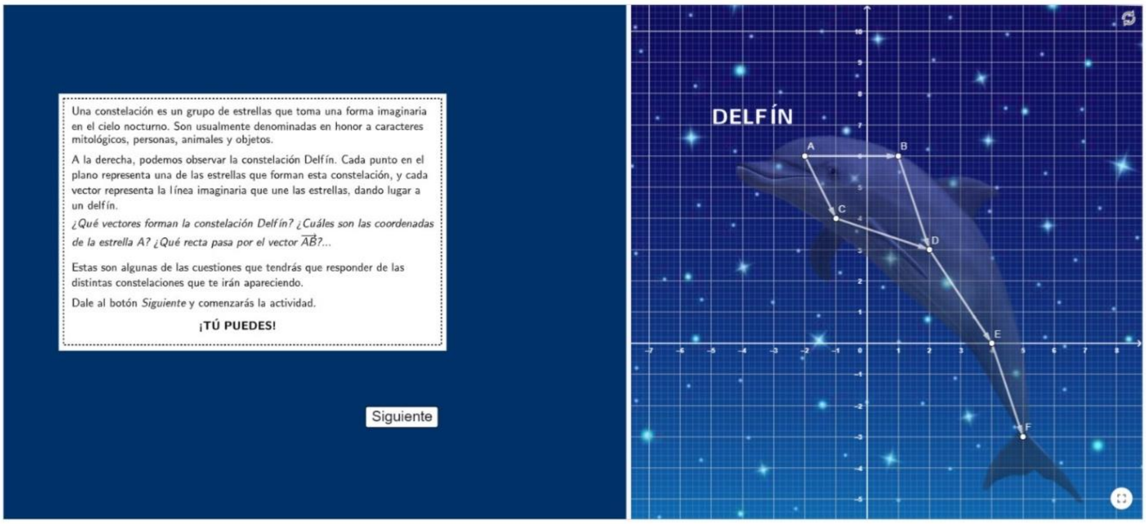
Al abrir el applets el estudiante se encontrará una introducción de todo lo que irá apareciendo en las siguientes pantallas. Además, se le pone en contexto de que se trabajará con las constelaciones y se les explica que cada punto establecido representa una de las estrellas que forma la constelación abordada y que los vectores representarán las líneas imaginarias que unen las estrellas, para ello en la vista gráfica 2 se mostrará la constelación Delfín.



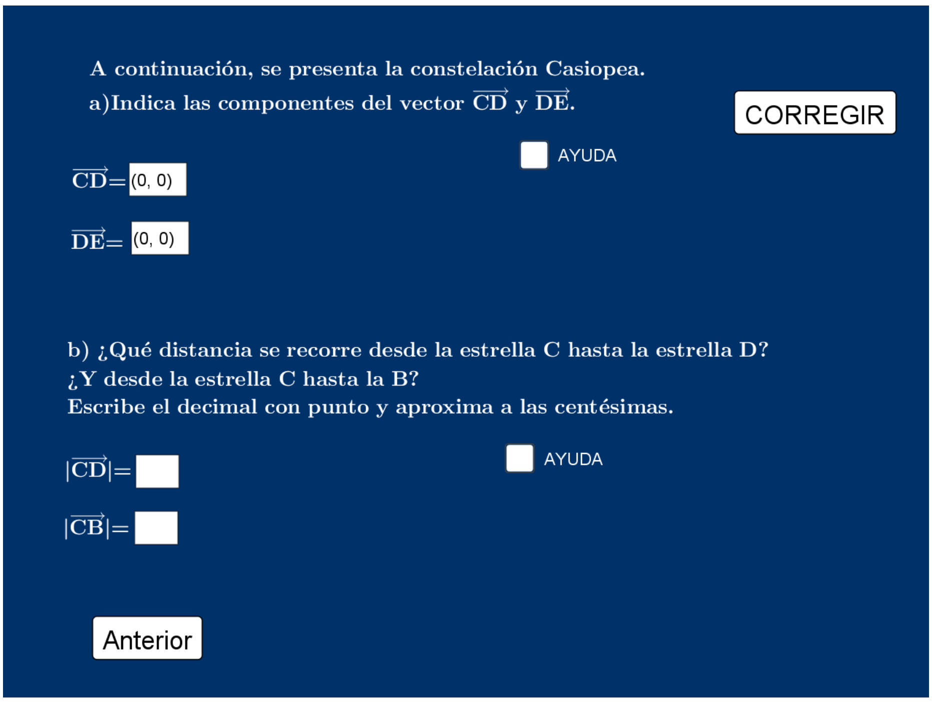
En la vista gráfica 2 se visualizará la constelación Delfín:



El estudiante visualizará el texto a la izquierda y la constelación a la derecha. La siguiente imagen plasma lo descrito:

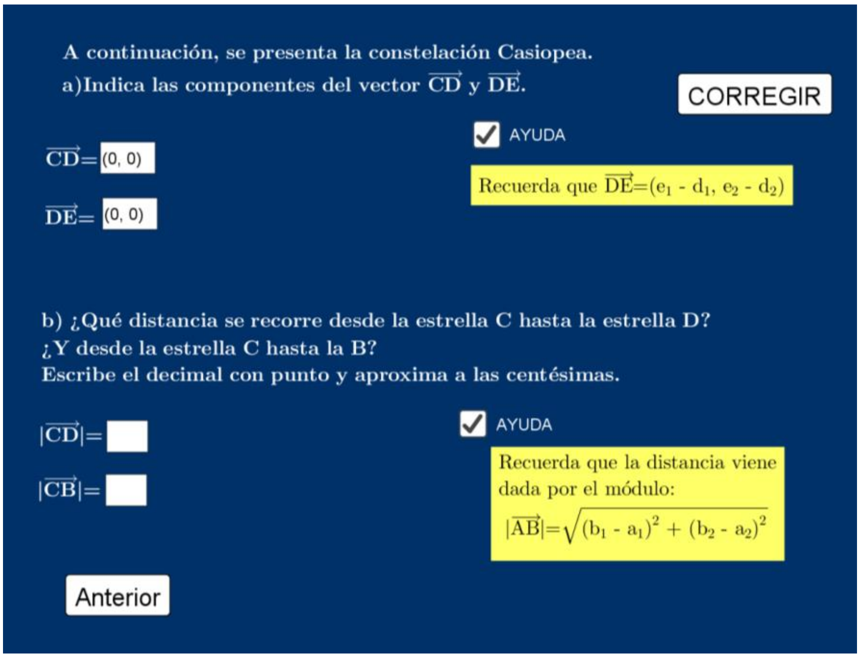


Al pulsar el botón *Siguiente* el alumnado comenzará a trabajar con la primera constelación que será *Casiopea*.

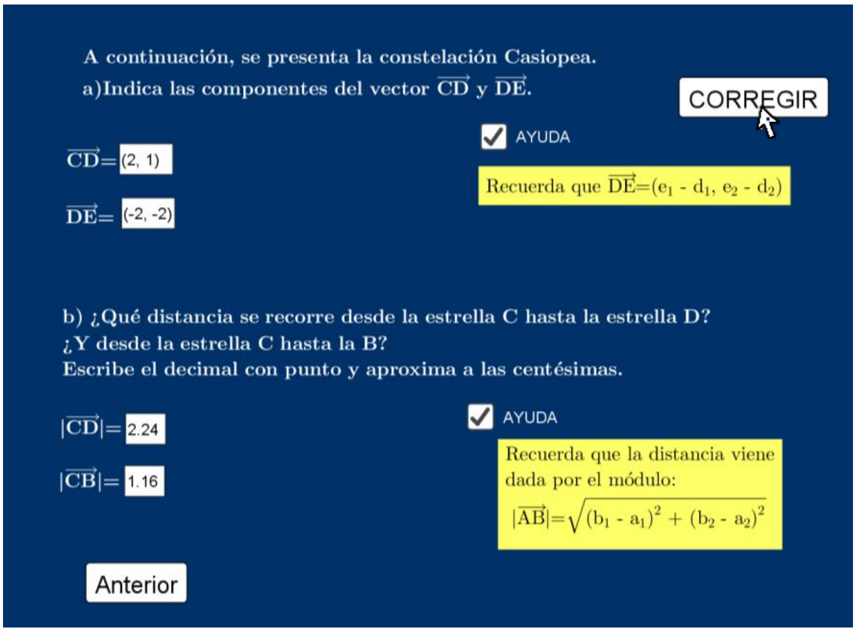


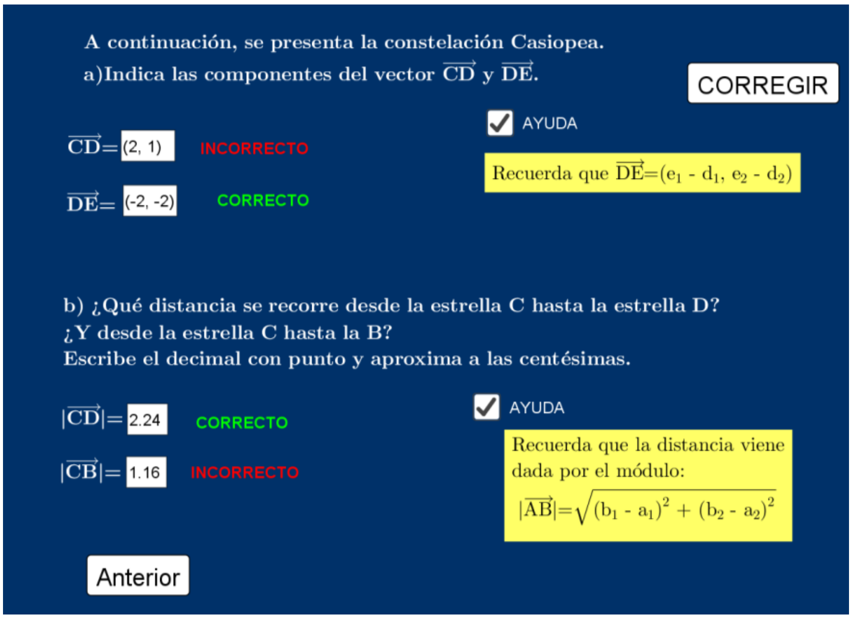
Como podemos ver, en esta pantalla se trabajará el concepto de vector, así como el de módulo.

Como se ha nombrado antes, el alumnado podrá pinchar en la casilla de AYUDA, para obtener una pequeña explicación de lo que debe hacer para resolver de manera correcta el ejercicio.



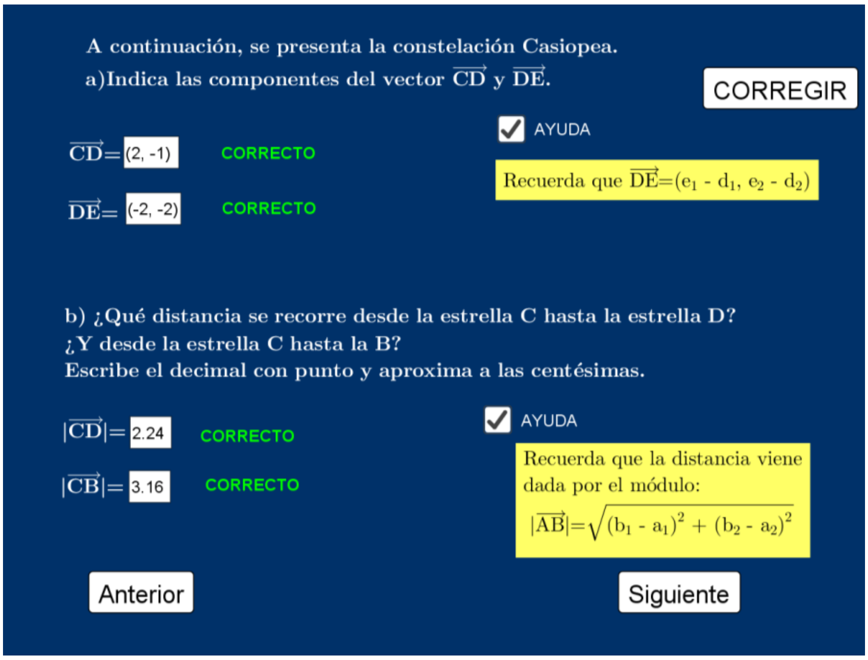
El estudiante tendrá que contestar los dos apartados de la actividad y después pulsar el botón CORREGIR.





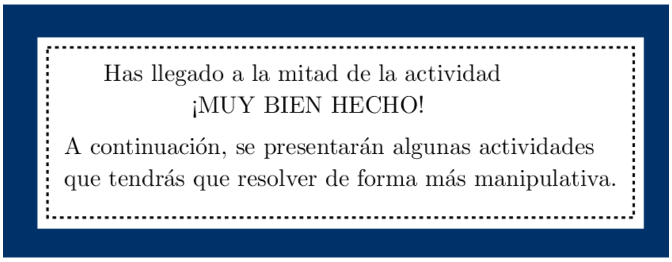
Como podemos observar se le indica cuales están mal y cuales están bien, de esta manera podrá intentar de nuevo las incorrectas, reflexionando sobre ellas y buscando el error, hasta conseguir contestarlas de manera correcta.

Finalmente, al responder de manera correcta aparecerá el botón *Siguiente*, que le permitirá pasar a la siguiente actividad.



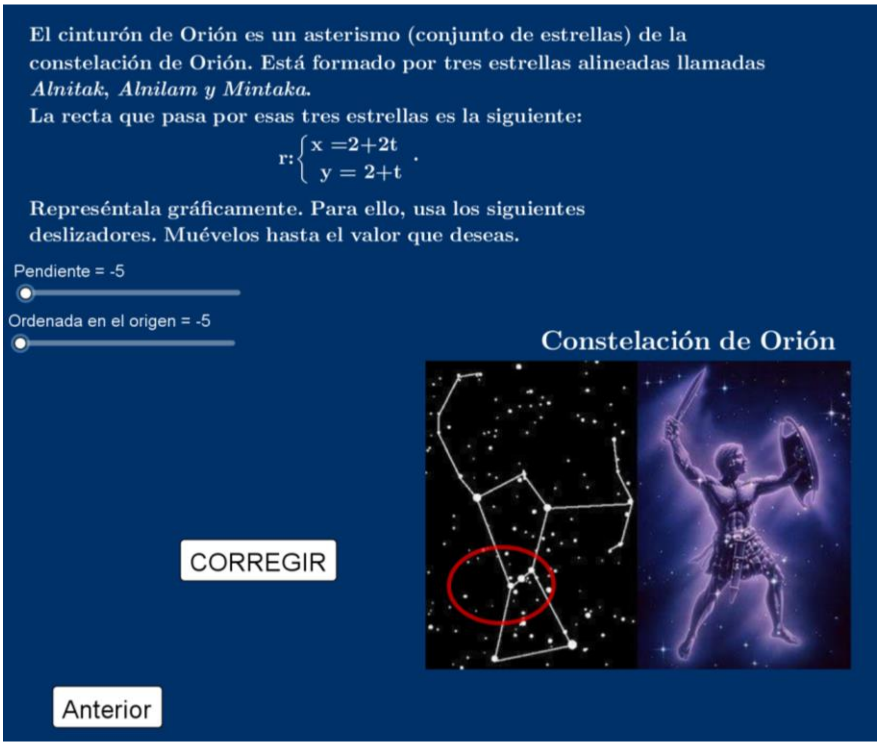
Posteriormente el alumnado trabajará de forma análoga con las constelaciones, Osa menor, Aries, Jirafa y Cáncer.

Llegados al ecuador de la actividad, el alumnado presenciará el siguiente mensaje:



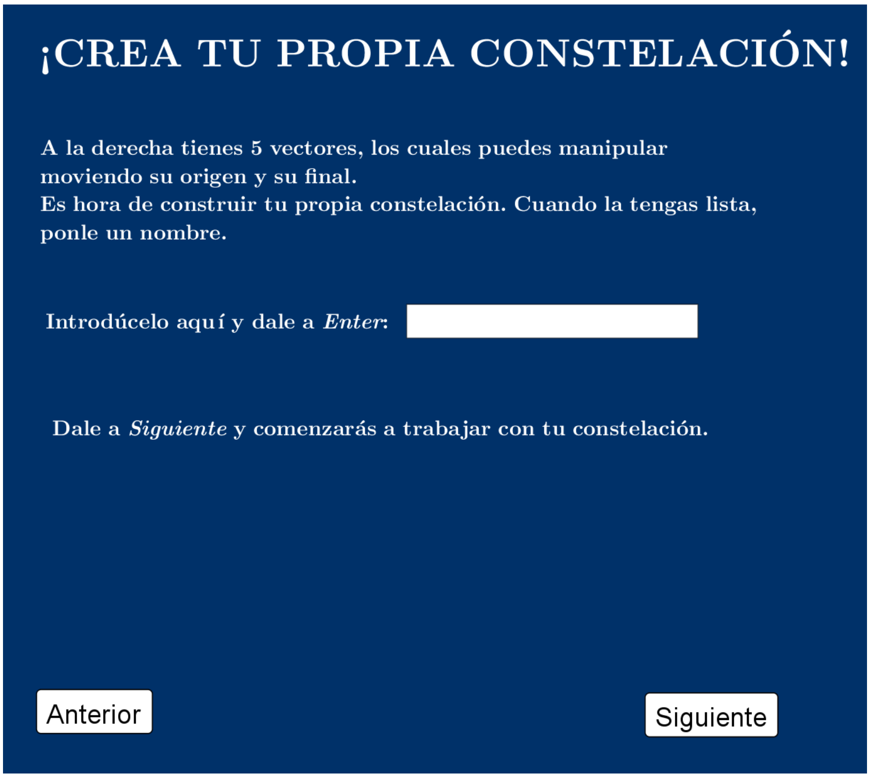
De manera que, a continuación, se encontrarán dos actividades más manipulativas, como es la *Estrella Polar* y el *Cinturón de Orión*.

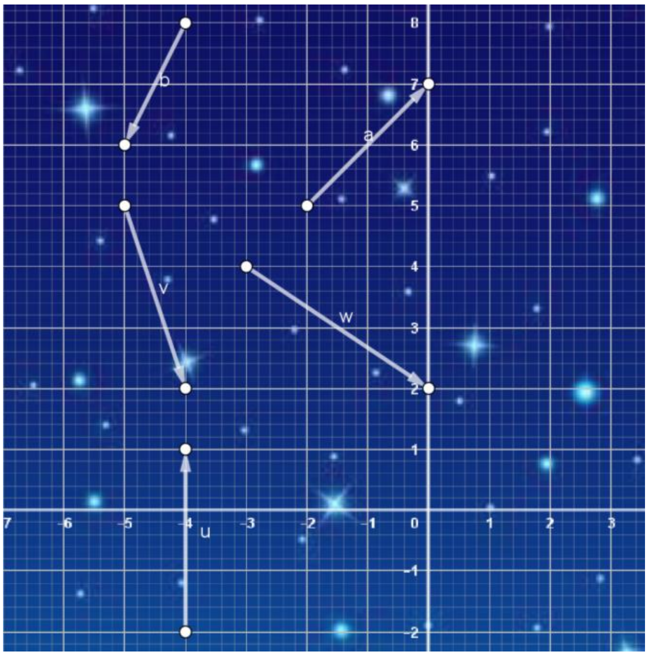
Veamos el cinturón de Orión:



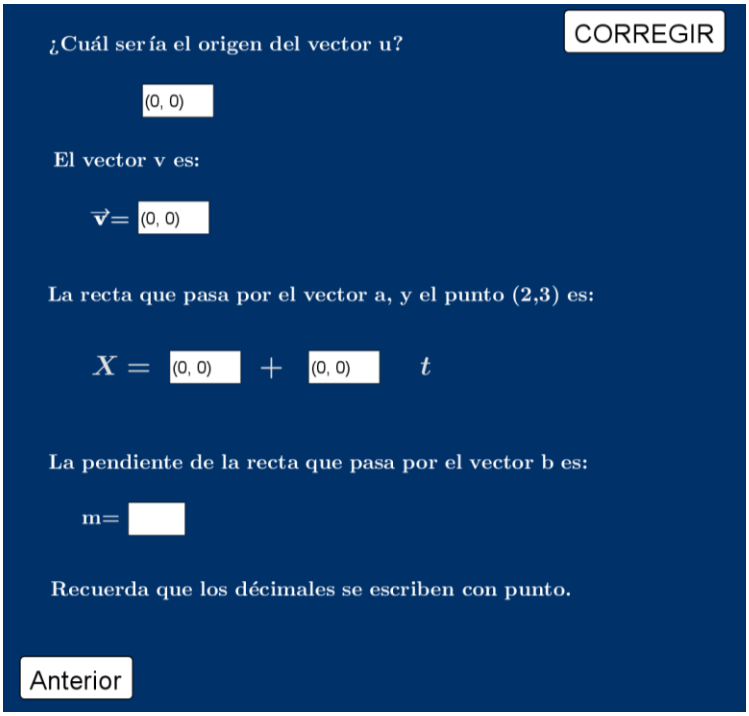
Como podemos observar, en esta actividad se le explica al alumnado que el cinturón de Orión está formado por tres estrellas alineadas y se le da la ecuación paramétrica de la recta que pasa por ellas. El alumnado tendrá que pasar de la ecuación paramétrica a la ecuación explícita, consiguiendo así la pendiente y la ordenada en el origen de la recta. Posteriormente, tendrá que usar los deslizadores para introducir dichos valores.

A continuación, como se ha nombrado al principio, el alumnado construirá su propia constelación. Primero presenciará una pantalla dónde se le explica la actividad y se le pedirá que introduzca un nombre para la constelación.

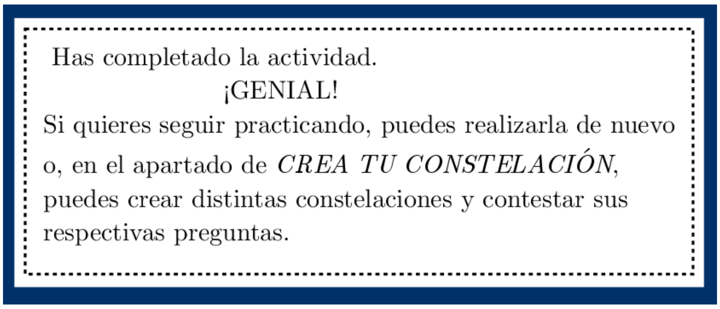




Después, responderá las siguientes preguntas:



Finalmente, se le mostrará el siguiente mensaje:



A través del siguiente enlace se puede profundizar y realizar este material:

https://www.geogebra.org/m/mexzpf79

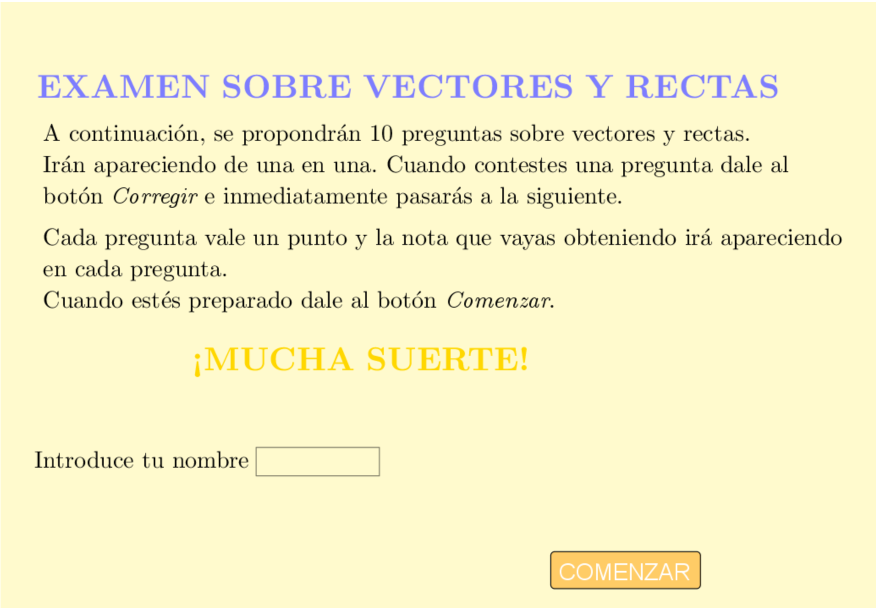
Además, en el Anexo II se encontrará un desarrollo completo de la actividad.

5.6.3 Material evaluación

Finalmente, se elaborará una evaluación del contenido con la realización de una actividad evaluable en GeoGebra, la cual se subirá a Moodle y permitirá al docente obtener la calificación de cada alumno y el tiempo de duración en la realización de la prueba.

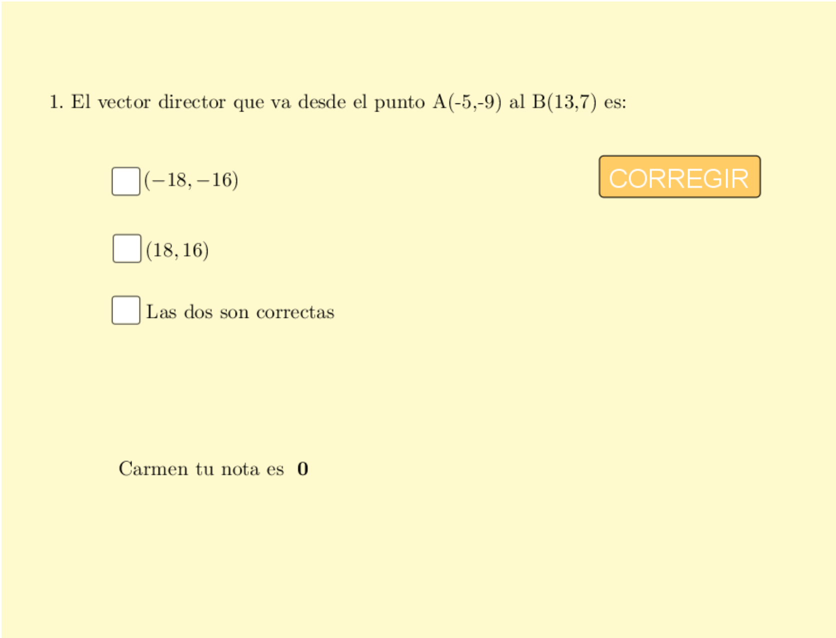
Este material consta de diez preguntas que abordarán todo lo visto, de manera que ocho de ellas serán tipo test, mientras que en las restantes el alumnado tendrá que introducir la solución mediante una casilla de entrada. La mayoría de estas preguntas poseen aleatoriedad, con el objeto de que a cada estudiante le salgan unos datos distintos y evitar que se copien entre ellos.

De forma análoga a los otros dos materiales, lo primero que visualizará el estudiante será una pequeña introducción, donde, además, se le pide que introduzca su nombre.

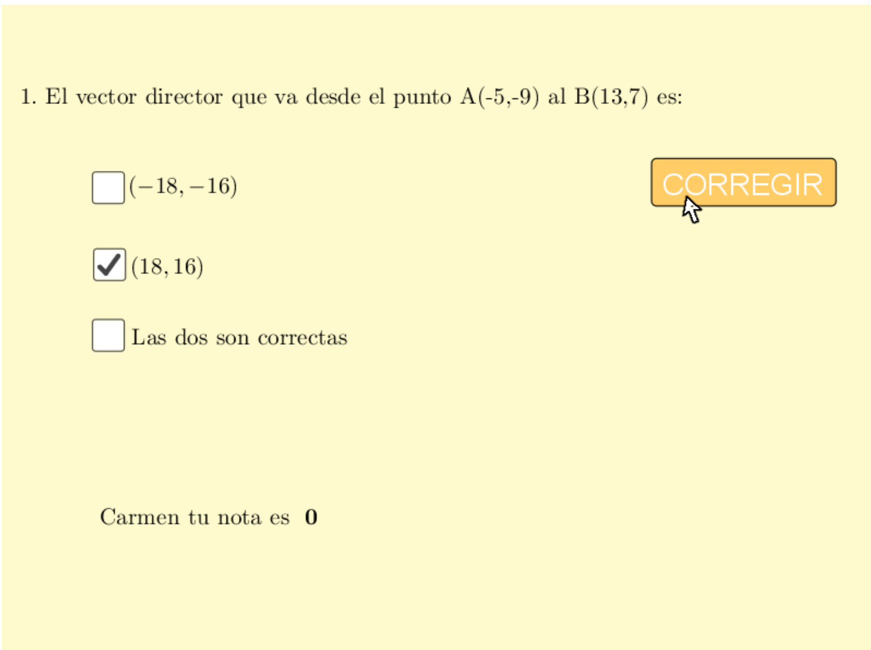


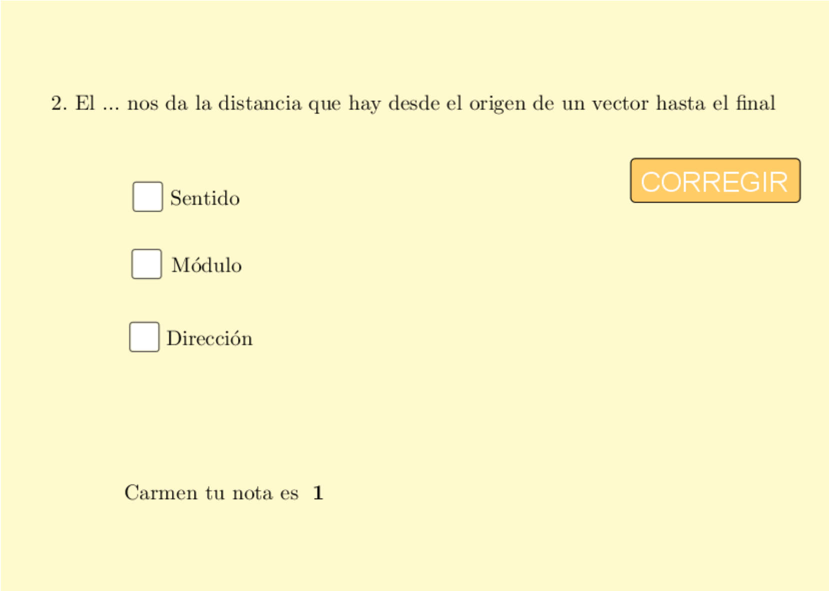
Al pulsar el botón *COMENZAR*, el alumnado comenzará a realizar la evaluación. Para visualizar mejor el material, introducimos el nombre “Carmen”.

En la siguiente imagen se plasma lo que el alumnado verá al comenzar la evaluación:



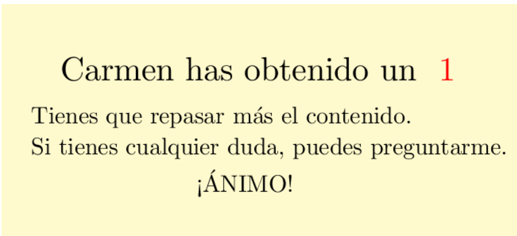
Podemos ver como la nota de Carmen es un 0 al inicio de la actividad. Después de pulsar la respuesta que vea conveniente, pulsará el botón *CORREGIR*, lo que le dará paso a la siguiente pregunta de forma inmediata. En el caso de que se haya respondido correctamente, se le sumará un punto a su nota, por el contrario, su nota seguirá siendo la misma.



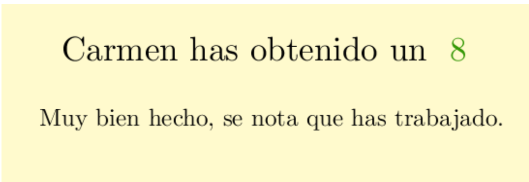


Como podemos ver, Carmen ha respondido de manera correcta, lo que ha hecho que su nota incremente un punto.

Al finalizar la prueba, se verá la calificación total obtenida y un mensaje, que dependerá de esta. Si el alumnado obtiene una calificación inferior a 5, se visualizará lo siguiente:



Si consigue una calificación superior o igual a 5 e inferior a 9, se verá lo siguiente:



Si obtiene una calificación superior o igual a 9:

> Carmen has obtenido un 10
>
> ¡ENHORABUENA!
> Sigue trabajando así de bien y llegarás lejos.

Para la realización de la evaluación pinchen en el siguiente enlace:

https://www.geogebra.org/m/h8wyh3bp

Además, de forma análoga al resto de materiales, en el Anexo II se encontrará un desarrollo más profundo de este material didáctico.

5.10. Evaluación

El docente evaluará todos los elementos que hayan constituido en el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera que se ponen en práctica los siguientes criterios de evaluación:

- **Participación en las sesiones de Zoom (25 %).** Con objeto de que el alumnado plasme durante las sesiones lo que ha trabajado con el material didáctico, mostrando su implicación en la asignatura.
- **Actividad (35 %).** El alumnado entregará mediante Moodle la resolución del segundo material, con objeto de valorar el trabajo realizado.
- **Material de evaluación (40 %).** Con objeto de saber si el alumnado ha alcanzado los conocimientos necesarios.

Para evaluar la actividad se hará uso de la rúbrica que encontramos en el Anexo I.

6. Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha tratado de plantear una propuesta didáctica acorde a la situación que estamos viviendo por el COVID-19, es decir, una enseñanza de manera telemática.

El cambio tan repentino que han sufrido los docentes y el alumnado al tener que adaptarse a este tipo de enseñanza de un día para otro, puede provocar en este un mayor desinterés hacia las matemáticas, provocando su ausentismo. Es por ello que la propuesta didáctica tiene por protagonismo el otorgar al alumnado un papel activo en el proceso, alcanzando así su implicación y provocando un mayor interés en este.

El uso de applets de GeoGebra permite que el alumnado manipule con el material didáctico, fomentando su motivación íntriseca, consiguiendo así que disfrute de la naturaleza de la actividad.

De manera colateral, esta propuesta, favorecerá el desarrollo de la responsabilidad y compromiso del alumnado. Esto sucede debido a que, la metodología llevada a cabo, Flipped Classroom, nos permite crear un proceso de enseñanza-aprendizaje más autónomo, permitiendo que el alumnado adquiera el conocimiento sin la presencia del docente. En este sentido, es por ello que el material es instructivo y apropiado a los conocimientos previos del estudiante.

El hecho de no saber si las prácticas se iban a realizar hasta el mismo día que empezaba dicho periodo, hizo que me decantará por una propuesta didáctica enfocada a un nivel educativo distinto al que he intervenido de forma intensiva en la segunda fase de prácticas. Por lo que la propuesta didáctica no se ha llevado a cabo, algo que me hubiera gustado, pues es interesante saber si realmente la propuesta funciona y si tiene repercusión en el alumnado.

Durante mi intervención en las prácticas, he podido mejorar varios aspectos como es la planificación de la docencia, las explicaciones teóricas, la preparación de material para el desarrollo del proceso de eneñanza-aprendizaje, pero sobre todo como poder incrementar la motivación del alumnado, captando su atención y consiguiendo por parte de este un mayor interés por la materia. Todo ello me ha ayudado de forma indirecta a la realización de esta propuesta.

Para finalizar, concluyo que haciendo un buen uso de los recursos que tenemos a nuestro alcance, podemos conseguir una enseñanza fructífera donde el alumnado se involucre y principalmente, adquiera los contenidos establecidos.

7. Referencias

Alsina, Á., & Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Suma, 56*, 23-31.

Apuntes Marea Verde. (s.f.). Recuperado el 29 de marzo de 2020, de http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/4B/CuartoB.pdf

Constelaciones. (s.f.). Recuperado el 3 de abril de 2020, de https://www.constelaciones.info/

Córdoba, F. (2014). Las Tic en el aprendizaje de las matemáticas: ¿Qué creen los estudiantes? *Revista del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*.

Decreto 110/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, BOJA núm. 122 (2016).

Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, BOJA núm. 122 (2016).

Espeso, P. (22 de abril de 2016). Geogebra, una práctica herramienta para aprender matemáticas. Recuperado el 25 de abril de 2020, de https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/herramienta-aprender-matematicas/

Farias, D., & Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación universitaria, 3*(6), 33-40.

Fernández Enguita, M. (31 de marzo de 2020). Una pandemia imprevisible ha traído la brecha previsible. Obtenido de https://blog.enguita.info/2020/03/una-pandemia-imprevisible-ha-traido-la.html

Fernández, J. P., & Bosco, A. (2017). *Las tecnologías de la educación y comunicación como recurso didáctico para la adquisición y desarrollo de la competencia digital en alumnos de educación secundaria. Estudio de casos*. Barcelona, España: Bellatera.

García-Valcárcel, A., Basilotta, V., & López, C. (2014). Las TIC en el aprendizaje colaborativo en el aula de Primaria y Secundaria. *21*(42), 65-74.

Gómez, D. (2014). Ventajas y desventajas de las tic en la enseñanza. *Revista científica y tecnológica UPSE, 2*(2).

Gómez-Chacón, I. M. (2005). Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas. En *Matemáticas: PISA en la práctica. Curso de formación de profesores*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Gortazar, L., & Moreno, J. (8 de Abril de 2020). Schools' readiness for digital learning in the eyes of principals. An analysis from PISA 2018 and its implications for the COVID19 (Coronavirus) crisis response. Obtenido de https://blogs.worldbank.org/education/schools-readiness-digital-learning-eyes-principals-analysis-pisa-2018-and-its

Graells, P. M. (2005). Nuevos entornos, nuevos modelos didácticos. *Cuadernos de pedagogía,* (363), 80-89.

Hernandez, R. M. (2017). Impacto de las TIC en la educación Retos y Perspectivas. *Propósitos y Representaciones, 5*(1), 325-347.

Institutos GeoGebra. (s.f.). Recuperado el 25 de abril de 2020, de http://institutosgeogebra.es/

Muñoz, L. L. (2004). La motivación en el aula. *Pulso: revista de educación*, (27), 95-110.

Narro, J., Martuscelli, J., & Barzana, E. (2012). *Plan de diez años para desarrollar el Sistema Educativo Nacional.* Recuperado el 16 de Marzo de 2020, de http://www.planeducativonacional.unam.mx

Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* . (22.ª ed.) Obtenido de https://dle.rae.es/motivaci%C3%B3n?m=form

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. BOE núm. 3§37 (2015).

Rodríguez, E. (2011). *Las TIC: influencia y perspectiva para la educación en el siglo XXI.* Recuperado el 21 de Marzo de 2020, de www.monografías.com

Tapia, J. A. (1992). *Motivar en la Adolescencia: Teoría, Evaluación e Intervención.* Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid.

Trechera, J. L. (2005). *Saber motivar: ¿El palo o la zanahoria?* Recuperado el 26 de Marzo de 2020, de https://www.monografias.com/trabajos28/saber-motivar/saber-motivar.shtml

Zubillaga, A., & Gortazar, L. (20 de abril de 2020). *COVID-19 Y EDUCACIÓN: problemas, respuestas y escenarios.* Obtenido de https://www.educastur.es/documents/10531/5364405/2020-04+COTEC-COVID19-EDUCACION.pdf/f8026d6e-c01a-4cec-b960-227de721b6dc

8. Anexo I

8.1. Objetivos generales

OG1. Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana (CMCT, CCL, CSC).

OG2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados (CMCT, CCL, CAA).

OG3. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno; analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que genera, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación (CMCT, CD, CAA).

OG4. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.) tanto para realizar cálculos como buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje (CMCT, CD, CAA).

OG5. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de sus carácter exacto o aproximado (CMCT, CD, CAA, CSC).

OG6. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas (CMCT, CAA, CSC).

OG7. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica (CMCT, CAA, CSC).

8.2. Contenidos, criterios de evaluación, competencias clave y estándares de aprendizaje

BLOQUE 3. GEOMETRÍA			
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	CC
Iniciación a la geometría analítica en el plano: Coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta.	3. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.	3.1. Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores. 3.2. Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector. 3.3. Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla. 3.4. Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos. 3.6. Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.	CCL CMCT CD CAA CSC

8.3 Rúbrica

	EVALUACIÓN				
	MEJORABLE (1-4)	**REGULAR (5-6)**	**BIEN (7-8)**	**EXCELENTE (9-10)**	**%**
ELABORACIÓN DE LA ACTIVIDAD					
Apartados incluidos	La actividad no incluye todos los apartados pedidos	La actividad incluye todos los apartados pedidos	La actividad incluye todos los apartados pedidos y están bien detallados	La actividad está muy completa, incluye todos los apartados y los trata con profundidad	20
Diseño de la actividad	La actividad no es presentable, está incompleta o no está ordenada	La actividad está presentable aunque existe desorden	La actividad está completa y bien estructurada	La actividad está completa, bien organizada, limpia y detallada	20
CONTENIDO					
Resolución	No ha resuelto los ejercicios de manera correcta.	Ha resuelto algunos ejercicios de manera correcta.	Ha resuelto la mayor parte de los ejercicios de manera correcta.	Ha resuelto todos los ejercicios de manera correcta.	60

9. Anexo II: Actividades

9.1. Material iniciación

- **Primera pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

INICIACIÓN A LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

La Geometría es una rama de las matemáticas que nos permite establecer vínculos más estrechos con el mundo. Existen diferentes geometrías y, en este tema, trabajaremos la geometría analítica.

Comenzaremos dando un repaso a los vectores y a sus diferentes características. Además, se estudiarán las operaciones con vectores.

Después, se estudiará las distintas rectas del plano, así como su obtención a partir a partir de otras.

Tras cada explicación, encontrarás un ejemplo para afianzar mejor el contenido.

Siguiente

- **Segunda pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

PUNTOS Y VECTORES

Recordamos que un sistema de referencia cartesiano es el conjunto formado por el origen, los dos ejes de coordenadas y la unidad de medida, y que, las coordenadas de un punto A son un par de números reales (x,y), siendo la coordenada x la abscisa y la y la ordenada.

Al segmento orientado determinado por dos puntos lo llamaremos vector. Es decir, dados dos puntos $D(d_1,d_2)$ y $E(e_1, e_2)$, las componentes del vector origen D y de extremo E, $\overrightarrow{DE}$, vienen dadas por $\overrightarrow{DE}=(e_1 - d_1, e_2 - d_2)$.

☑ Ejemplo

Las coordenadas de los puntos que tenemos representados son:

A(3, 0), **B(0,4)**

Las coordenadas del vector AB son:

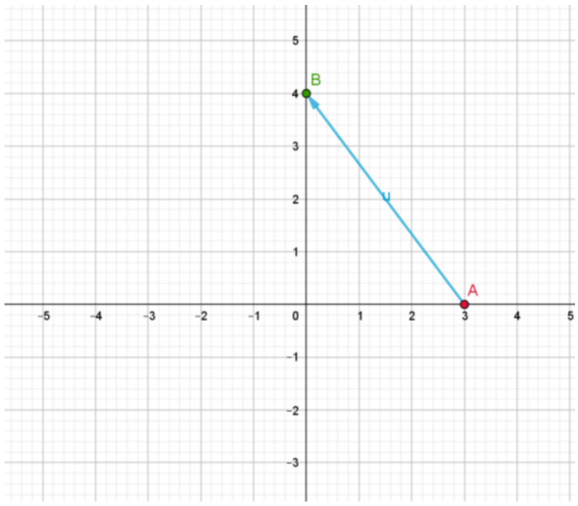
$\overrightarrow{AB}$**=(0-(3), 4-(0))=(-3,4)**

CAMBIAR PUNTOS

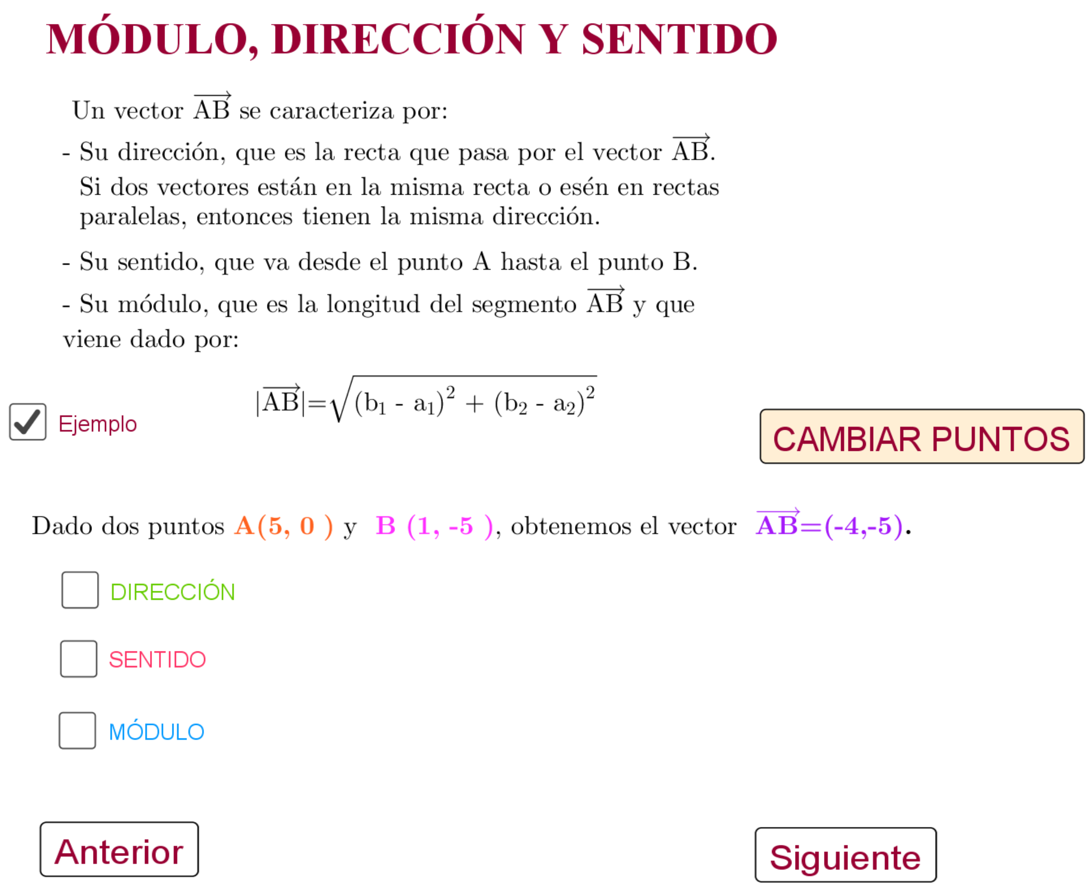
Anterior

Siguiente

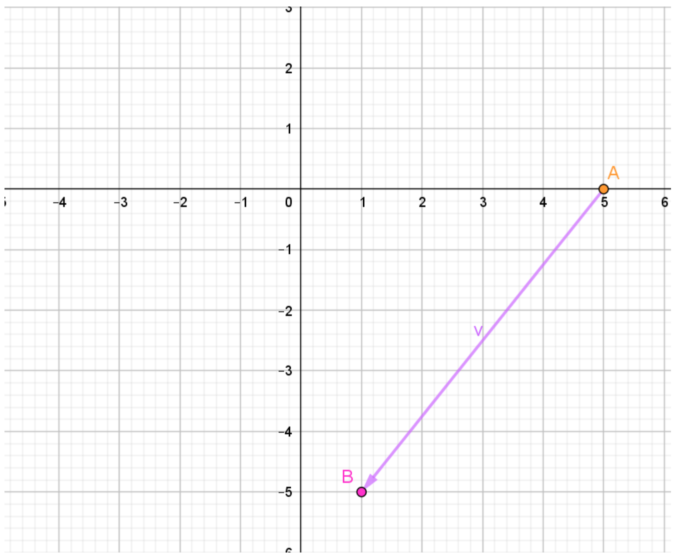
- **Vista gráfica 2**



- **Tercera pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

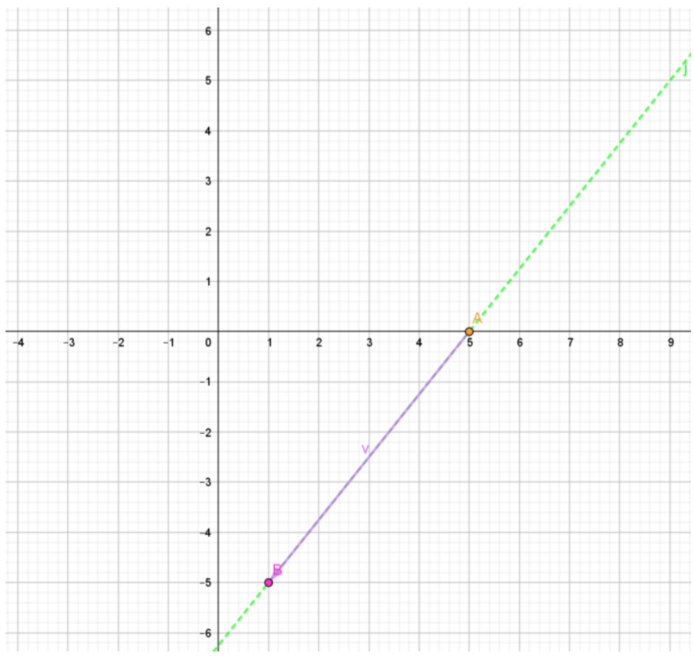


- **Vista gráfica 2**



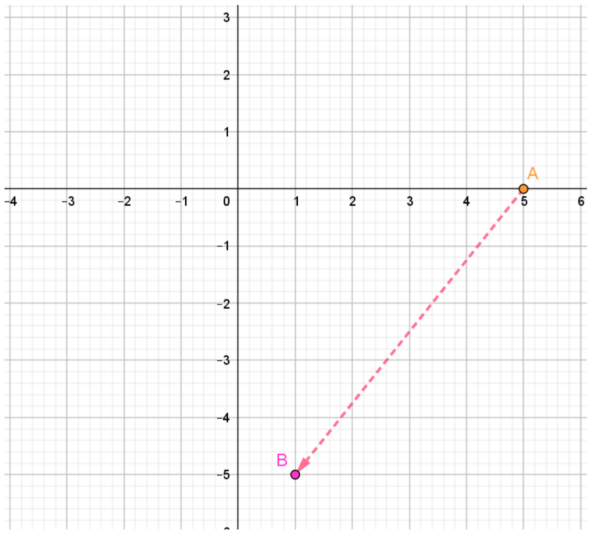
- **Dirección**

☑ DIRECCIÓN



- **Sentido**

☑ SENTIDO

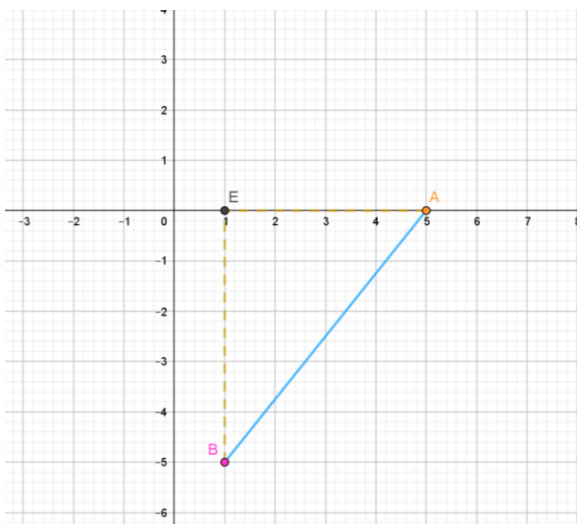


- **Módulo**

☑ MÓDULO

Por el Teorema de Pitágoras sabemos que la distancia entre los puntos A(5,0) y B(1,-5) es:

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(1-(5))^2 + (-5-(0))^2}= 6.4$$



- **Cuarta pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

VECTORES EQUIPOLENTES

Dos vectores fijos son equipolentes cuando tienen igual módulo, dirección y sentido, y por lo tanto, tienen las mismas coordenadas.

☑ Ejemplo

Dados los vectores **v** y **w**, tenemos:

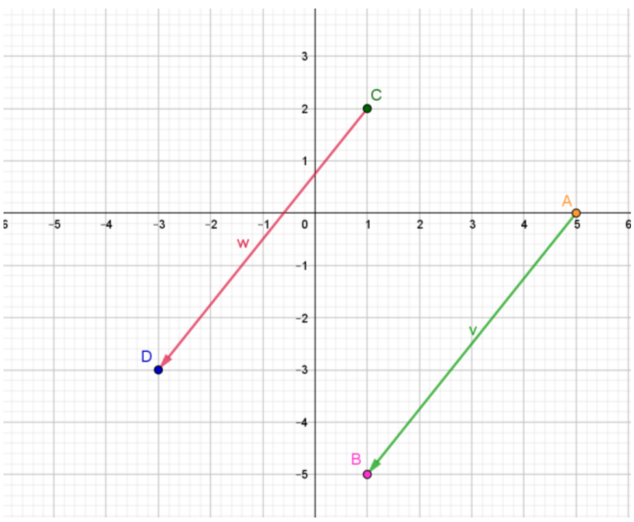
CAMBIAR PUNTOS

	v	**w**
Origen	$A(5,0)$	$C(1,2)$
Final	$B(1,-5)$	$D(-3,-3)$
Vector	$(-4,-5)$	$(-4,-5)$
Módulo	6.4	6.4

Anterior

Siguiente

  - **Vista gráfica 2**



- **Quinta pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

SUMA DE VECTORES

Para sumar dos vectores, sumaremos sus componentes:

(a,b)+(c,d)=(a+c, b+d)

A continuación, en el ejemplo, se podrá ver gráficamente la manera de obtener la suma.

☑ Ejemplo

☐ Misma dirección y mismo sentido

☐ Misma dirección y sentidos opuestos

☐ Distinta dirección

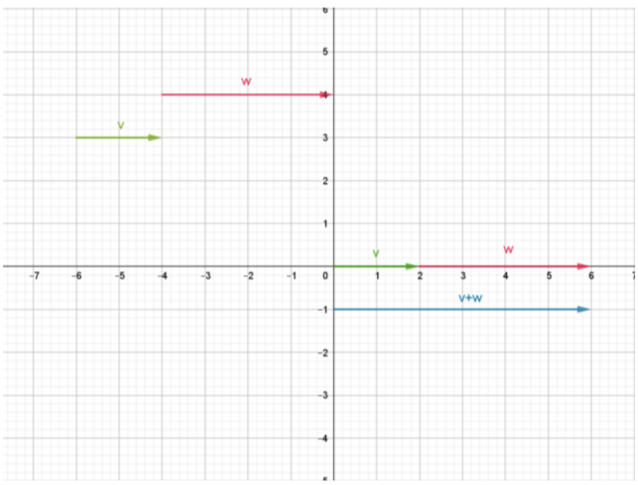
Anterior

Siguiente

- **Misma dirección y mismo sentido**

☑ Misma dirección y mismo sentido

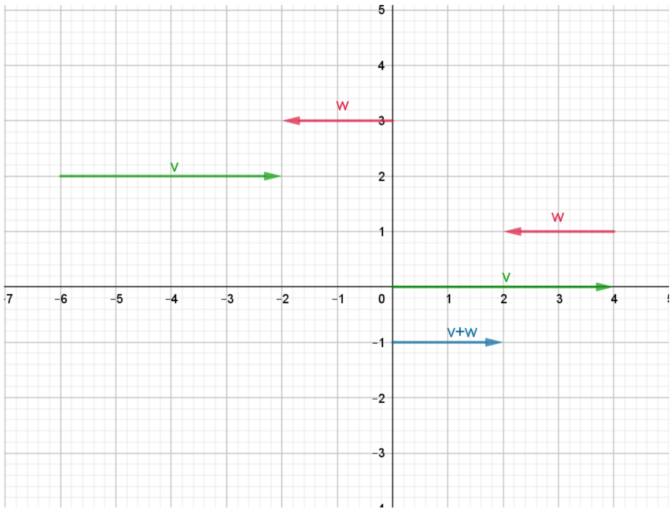
$$v + w = (2, 0) + (4, 0) = (2 + 4, 0 + 0) = (6, 0)$$



- **Misma dirección y sentidos opuestos**

☑ Misma dirección y sentidos opuestos

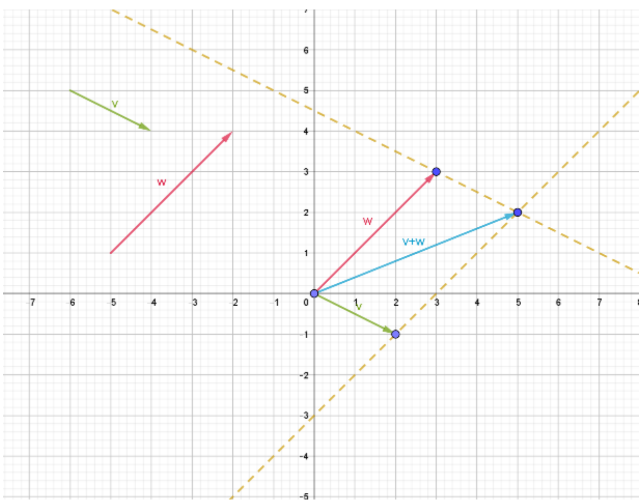
$$\color{green}{v} + \color{red}{w} = \color{green}{(4,0)} + \color{red}{(-2,0)} = (4+(-2), 0+0) = \color{blue}{(2,0)}$$



- **Distinta dirección**

☑ Distinta dirección

$$\color{green}{v} + \color{red}{w} = \color{green}{(2,-1)} + \color{red}{(3,3)} = (2+3, -1+3) = \color{blue}{(5,2)}$$



- **Sexta pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

PRODUCTO POR ESCALAR

Para multiplicar un vector por un escalar, multiplicamos el escalar por sus componentes:

$$r\cdot(a,b)=(r\cdot a,\ r\cdot b)$$

☑ Ejemplo

Dado el vector (3,2), y dado el escalar r=-2, la multiplicación nos daría:

$$-2 \cdot (3,2)=(-6,-4)$$

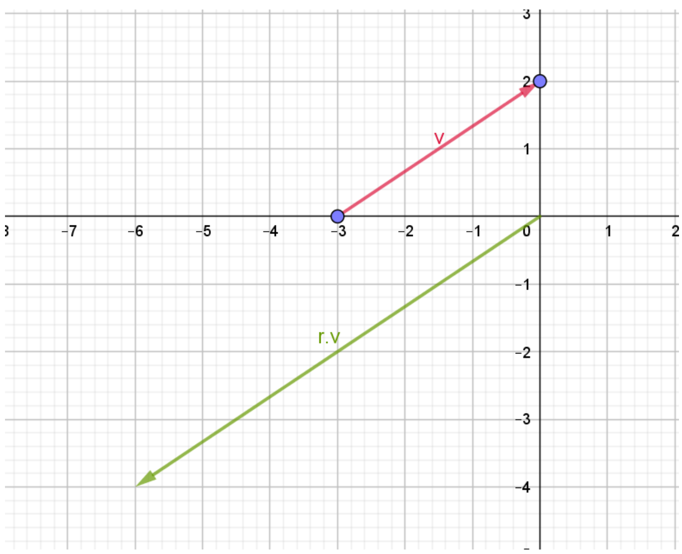
Con el siguiente deslizador puedes variar el valor del escalar r.

r = -2

Anterior

Siguiente

  - **Vista gráfica 2**



- **Séptima pantalla**
    - **Vista gráfica 1**

ECUACIÓN DE UNA RECTA EN EL PLANO

Recordamos que la ecuación de una recta afín en el plano es y=mx +n.
A esta ecuación la denominamos **ecuación explícita** de la recta.

Si pasamos todo al primer miembro de la ecuación, obtendríamos la **ecuación implícita**: ax+by+c=0.

☑ Ejemplo

Ecuación explícita:

$$y = 5\,x - 1,$$

donde m= 5 y n=-1.

Ecuación implicita:

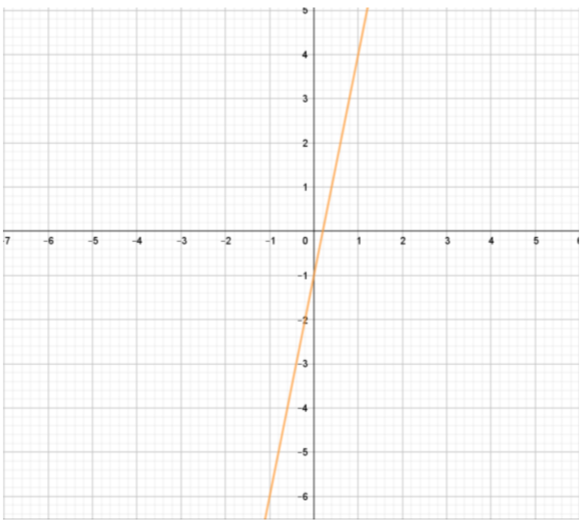
$$-5x+y+(1)=0.$$

CAMBIAR RECTA

Anterior

Siguiente

- **Vista gráfica 2**



- **Octava pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

ECUACIÓN DE UNA RECTA EN EL PLANO

Conociendo un punto A(a_1, a_2) y un vector de dirección $\vec{v}$=(v_1,v_2), podemos observar en la gráfica cómo el vector $\overrightarrow{OX}$ puede escrbirse como suma del vector $\overrightarrow{OA}$ y de un vector de la misma dirección que v, tv (que iría desde el punto A al punto X), donde t es un parámetro. Es decir:

$$\overrightarrow{OX}= \overrightarrow{OA}+tv,$$

A la ecuación anterior la llamaremos **ecuación vectorial** de la recta.

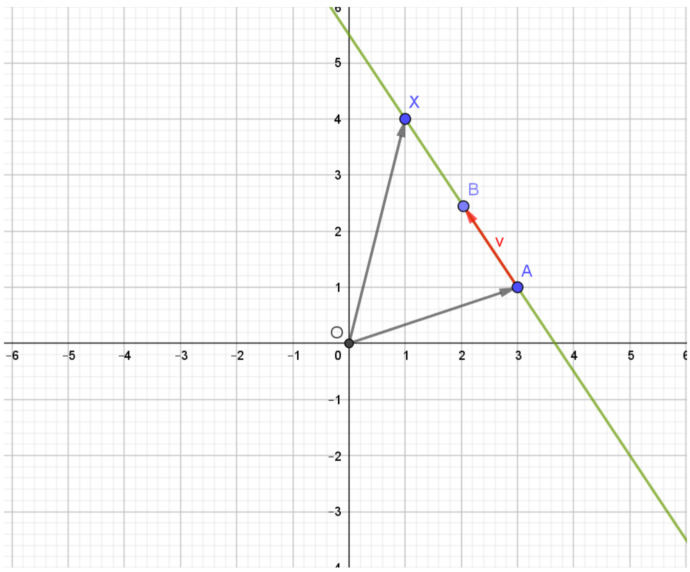
Con coordenadas quedaría:

$$\begin{cases} x = a_1+tv_1 \\ y = a_2+tv_2 \end{cases}.$$

A la que llamaremos **ecuación paramétrica** de la recta.

☐ Ejemplo

  - **Vista gráfica 2**



- **Ejemplo**

☑ Ejemplo

CAMBIAR RECTA

Dado los puntos A(0,-1) y B(1,4) que pasan por la recta representada, tenemos el vector $\overrightarrow{AB}$=(1,5). Por lo que tendríamos las siguientes ecuaciones:

Ecuación vectorial:

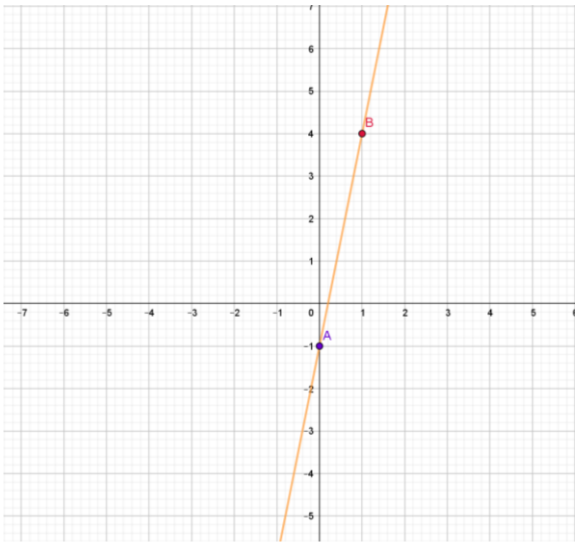
$$(x,y)=(0,-1)+t\cdot\ (1,\ 5)$$

Ecuación paramétrica:

$$\begin{cases} x = 0+t \\ y = -1 + t\cdot(5) \end{cases}.$$

Anterior

Siguiente



- **Novena pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

ECUACIÓN DE UNA RECTA EN EL PLANO

Dada la ecuación paramétrica de una recta, despejamos el parámetro t de cada una de las ecuaciones de la ecuación paramétrica:

$$\begin{cases} x = a_1 + tv_1 \Longrightarrow \frac{x-a_1}{v_1} = t \\ y = a_2 + tv_2 \Longrightarrow \frac{y-a_2}{v_2} = t \end{cases}$$

Igualamos el parámetro t:

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2}$$

A esta ecuación la llamaremos **ecuación continua** de la recta.

☑ Ejemplo

CAMBIAR RECTA

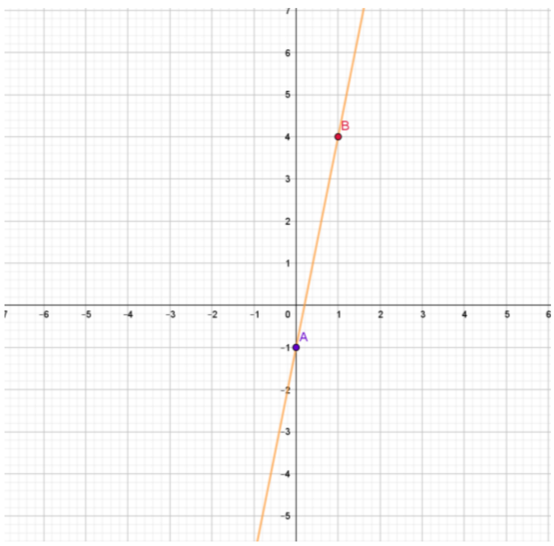
Dado los puntos A(0,-1) y B(1,4) que pasan por la recta representada, tenemos el vector $\overrightarrow{AB}$=(1,5). Por lo que, tendríamos las siguiente **ecuación continua:**

$$\frac{x - 0}{1} = \frac{y - (-1)}{5}$$

Anterior

Siguiente

  - **Vista gráfica 2**



- **Décima pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

ECUACIÓN DE UNA RECTA EN EL PLANO

Dada la ecuación continua de una recta:

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2}$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación continua por v_2, obtendríamos:

$$\frac{v_2}{v_1}(x - a_1)=(y - a_2),$$

donde $\frac{v_2}{v_1}$ representa le pendiente de la recta, m. Por lo que:

$$m(x - a_1)=(y - a_2),$$

A esta ecuación la llamaremos **ecuación punto-pendiente**.

CAMBIAR RECTA

☑ Ejemplo

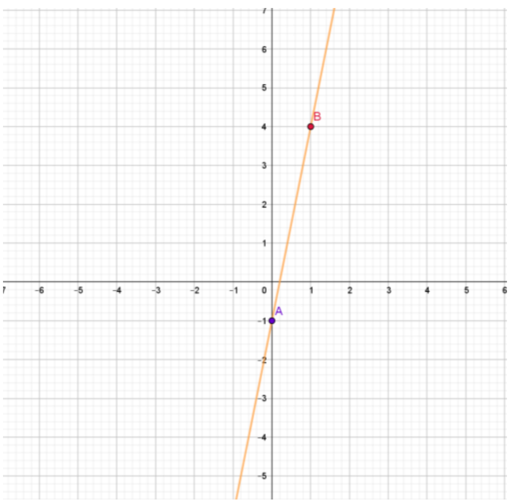
Dado los puntos A(0,-1) y B(1, 4) que pasan por la recta representada, tenemos el vector $\overrightarrow{AB}$=(1, 5). Por lo que, nuestra pendiente sería m=$\frac{5}{1}$, de manera que tendríamos la siguiente **ecuación punto-pendiente:**

$$5(x - 0)=(y-(-1))$$

Anterior

Siguiente

  - **Vista gráfica 2**



- **Undécima pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

ECUACIÓN DE UNA RECTA EN EL PLANO

Es interesante saber cómo obtener una ecuación de la recta a partir de otra. Hemos visto cómo, conociendo el vector director $\vec{w}=(w_1,w_2)$ de la recta, podemos conocer la pendiente m, pues $m=\frac{w_2}{w_1}$.

Estos nos permite que, conociendo la ecuación paramétrica, vectorial o continua, podamos conocer el resto de ecuaciones, sin la necesidad de tener que representarla gráficamente.

☑ Ejemplo

CAMBIAR RECTA

Dada la ecuación paramétrica de la recta:

$$\begin{cases} x = 0+t \\ y = -1 + t\cdot(5) \end{cases}.$$

Tenemos que el vector director de la recta es $\vec{w}=(1, 5)$. Por lo que la pendiente sería $m=\frac{w_1}{w_2}=\frac{5}{1}$, y el punto que pasa por la recta es el $A(0,-1)$.

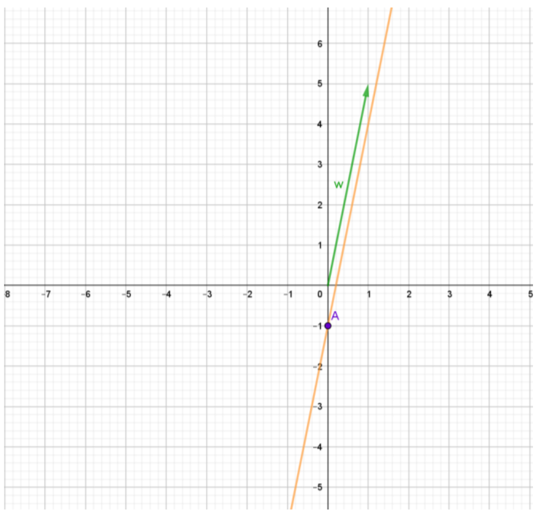
De manera que todas las ecuaciones de la recta serían:

Explícita	Implícita	Vectorial
$y = 5x - 1$	$-5x+y+(1)=0$	$(x,y)=(0,-1)+t\cdot(1,5)$
Paramétrica	**Continua**	**Punto-Pendiente**
$\begin{cases} x = 0+t \\ y = -1+t\cdot(5) \end{cases}.$	$\frac{x-0}{1}=\frac{y-(-1)}{5}$	$5(x-0)=(y-(-1))$

Anterior

Siguiente

  - **Vista gráfica 2**



- **Duodécima pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

ECUACIÓN DE UNA RECTA EN EL PLANO

Hasta ahora, hemos visto cómo a partir del vector director, obtenemos la pendiente. Veamos cómo, a partir de la pendiente, obtenemos el vector director. Por ejemplo, si conocemos la ecuación explicita:

$$y = mx+n,$$

la pendiente, m, nos da un vector director de la recta (1, m), y la ordenada en el origen nos proporciona un punto, (0, n). Por lo que, la ecuación vectorial nos quedaría:

$$(x,y)=(0,n)+t \cdot (1,m),$$

y la ecuación paramétrica:

$$\begin{cases} x = 0+t \\ y = n + t\cdot m \end{cases}.$$

CAMBIAR RECTA

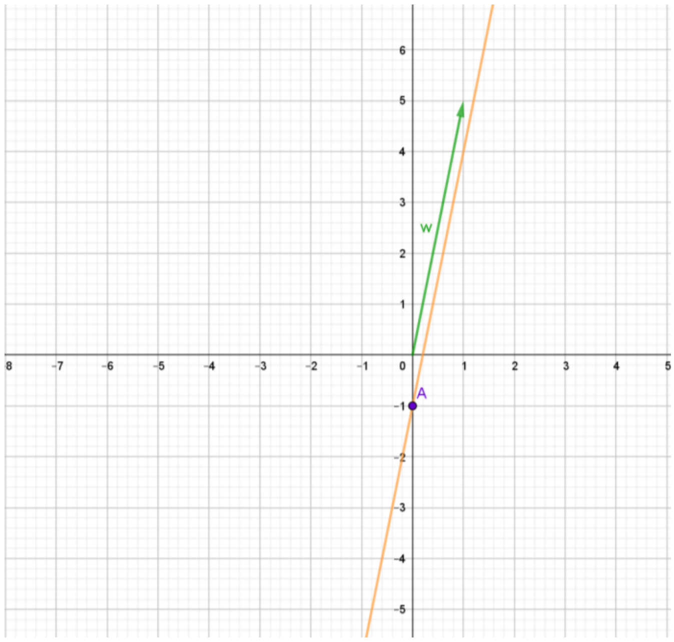
☑ Ejemplo

Dada la ecuación de la recta $y = 5x - 1$, conocemos la pendiente, 5, y la ordenada en el origen, -1. Por lo que, tendríamos el siguiente vector director $\vec{w}=(1,m)=(1, 5)$, y el siguiente punto A(0,n)= A(0, -1). De manera que, las ecuaciones de la recta serían:

Explícita	Implícita	Vectorial
$y = 5x - 1$	$-5x+y+(1)=0$	$(x,y)=(0,-1)+t\cdot(1,5)$
Paramétrica	**Continua**	**Punto-Pendiente**
$\begin{cases} x = 0+t \\ y = -1+t\cdot(5) \end{cases}.$	$\frac{x-0}{1}=\frac{y-(-1)}{5}$	$5(x - 0)=(y-(-1))$

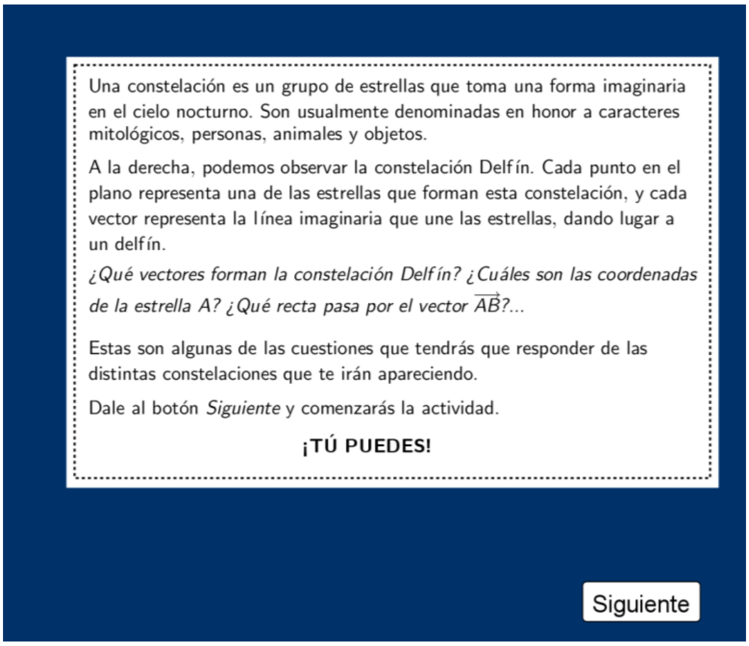
Anterior

  - **Vista gráfica 2**



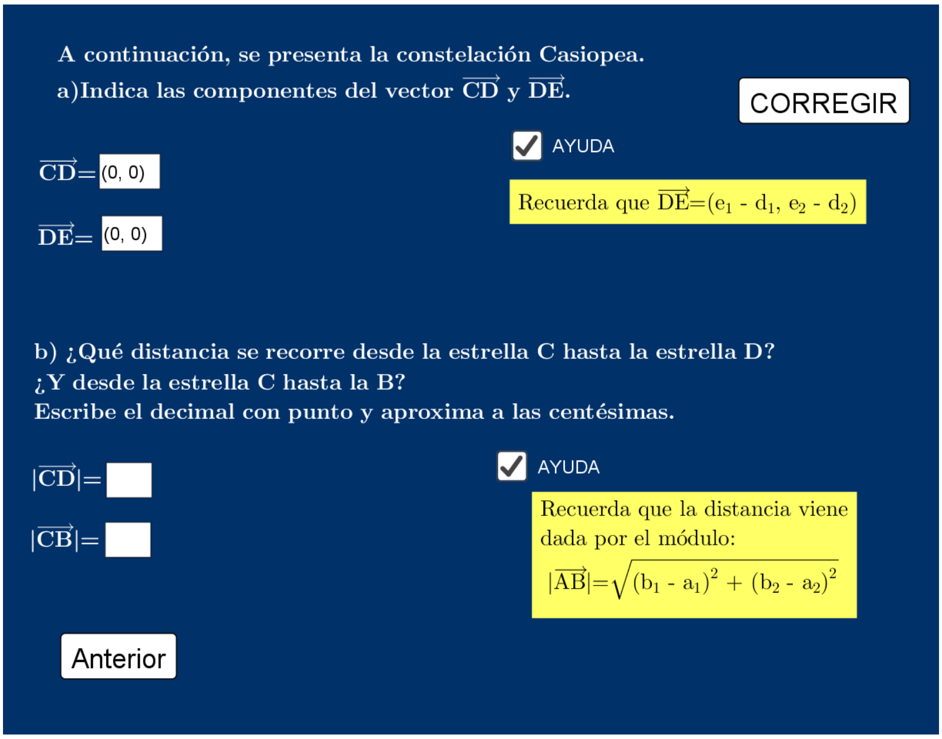
9.2. Material desarrollo

- **Primera pantalla**
    - **Vista gráfica 1**



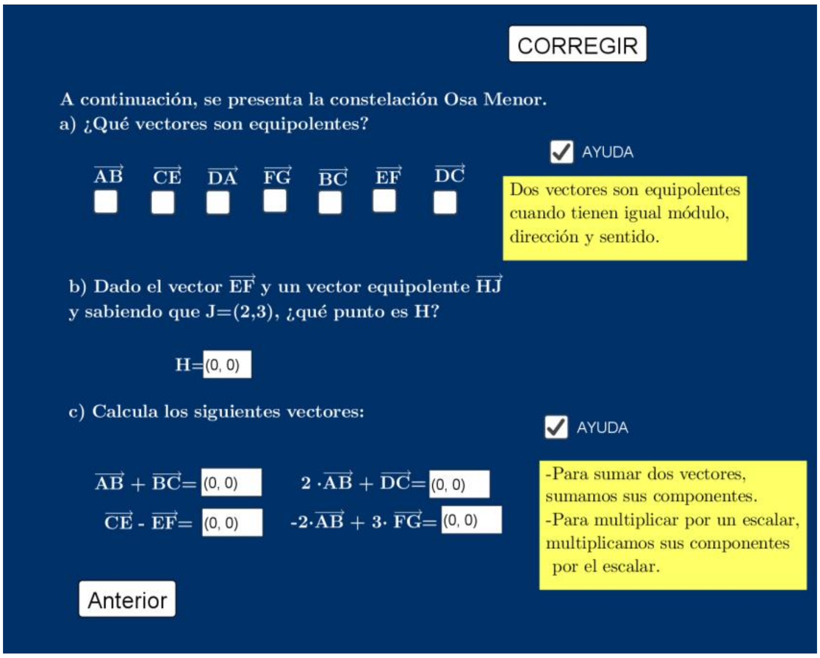
    - **Vista gráfica 2**

- **Segunda pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

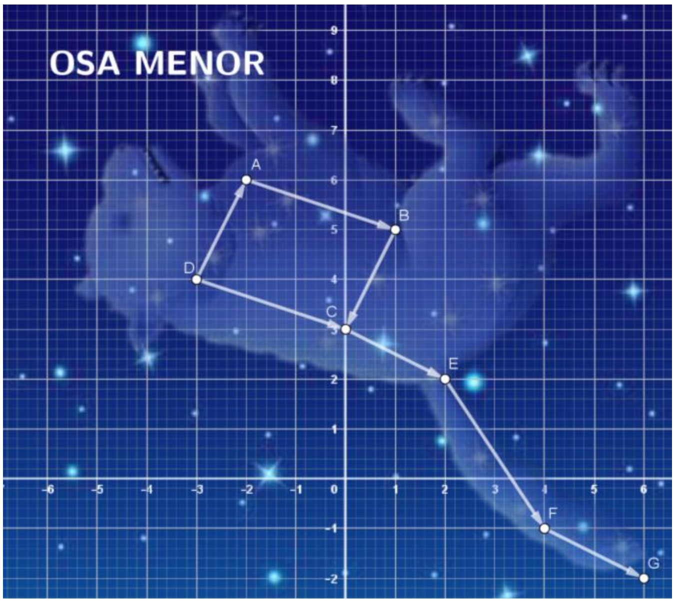


  - **Vista gráfica 2**

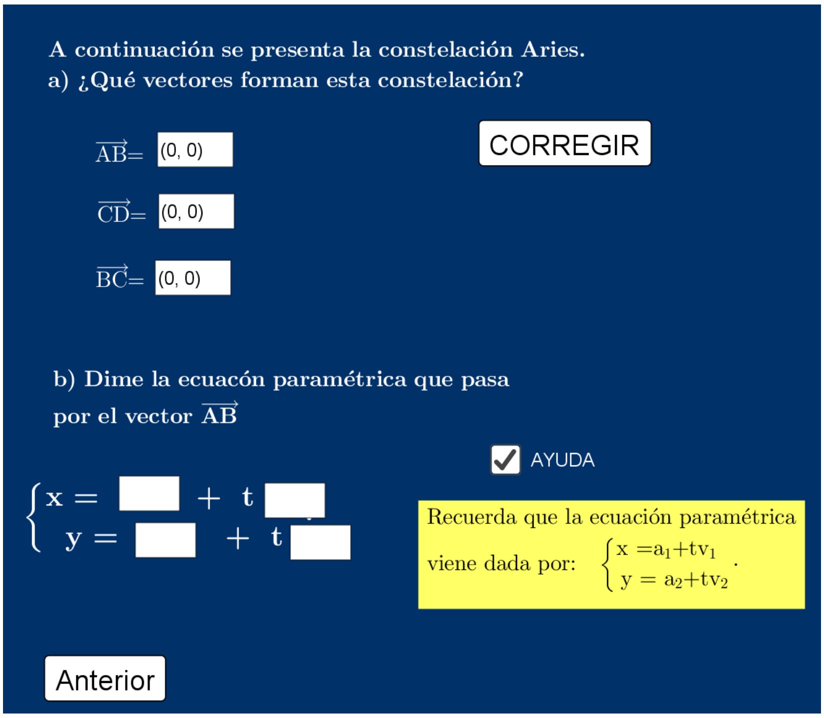
- **Tercera pantalla**
  - **Vista gráfica 1**



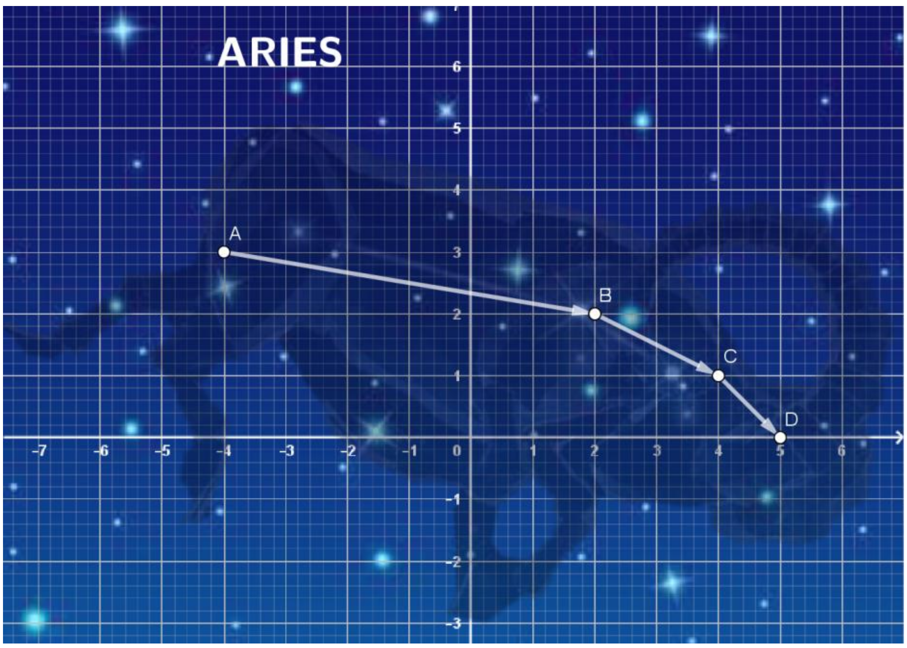
  - **Vista gráfica 2**



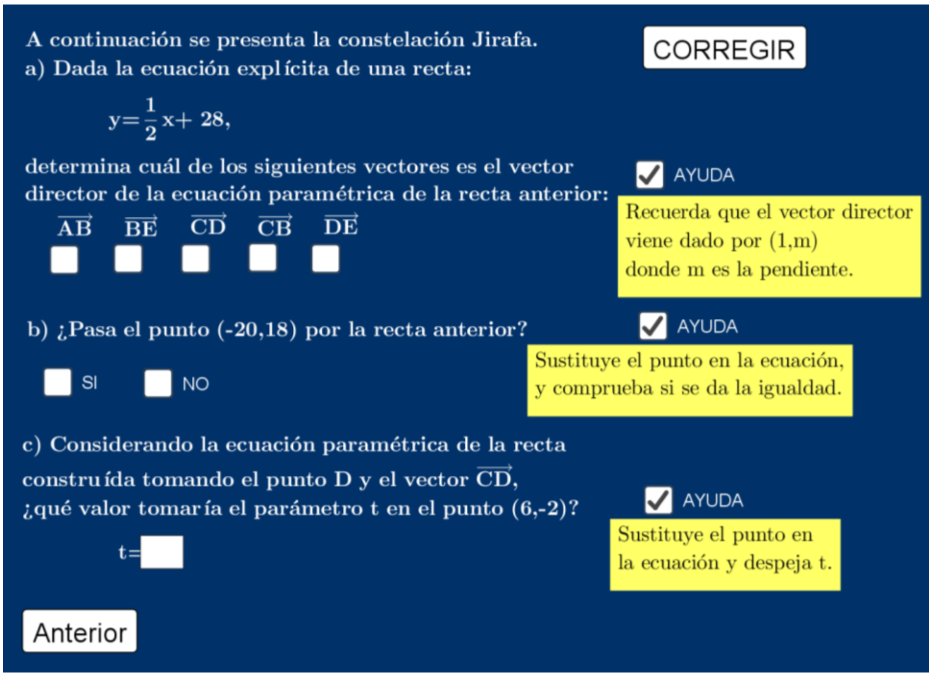
- **Cuarta pantalla**
  - **Vista gráfica 1**



  - **Vista gráfica 2**

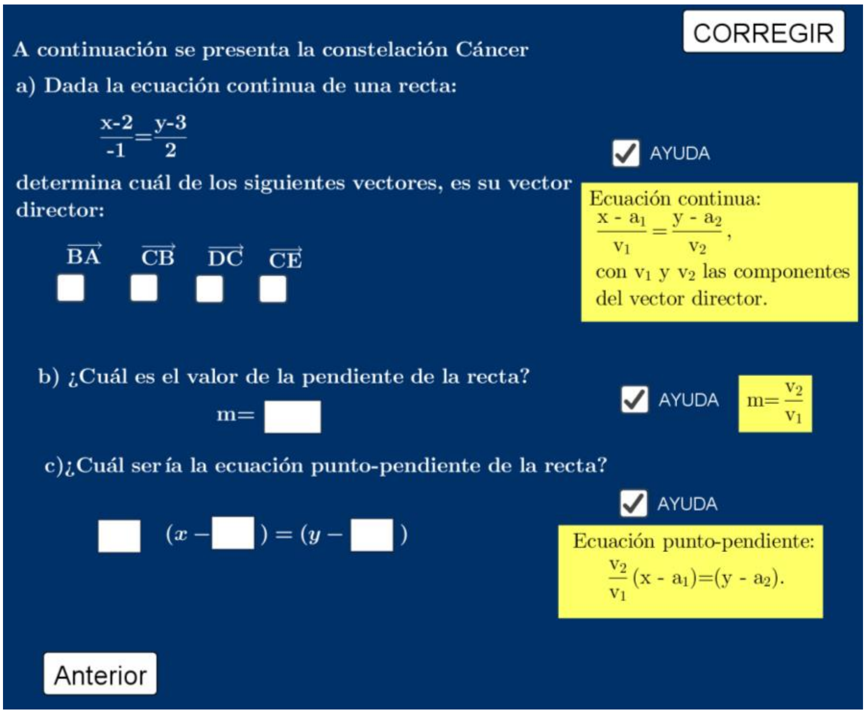


- **Quinta pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

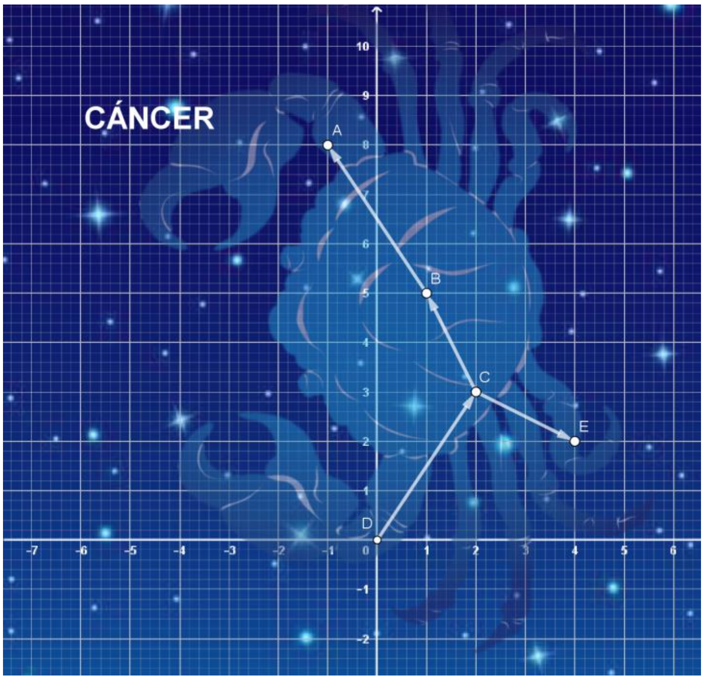


  - **Vista gráfica 2**

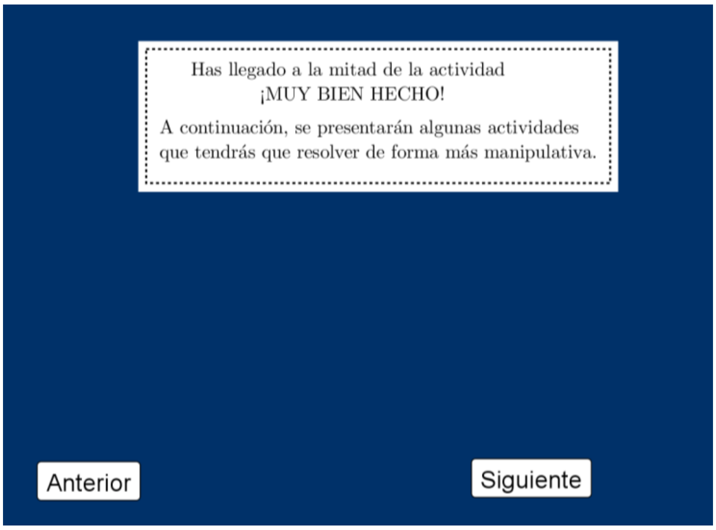
- **Sexta pantalla**
  - **Vista gráfica 1**



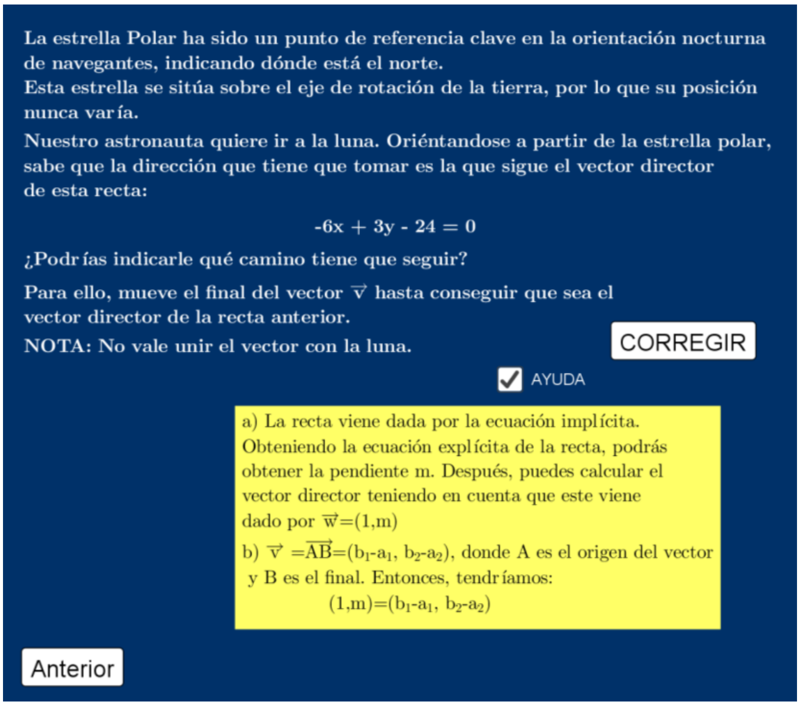
  - **Vista gráfica 2**



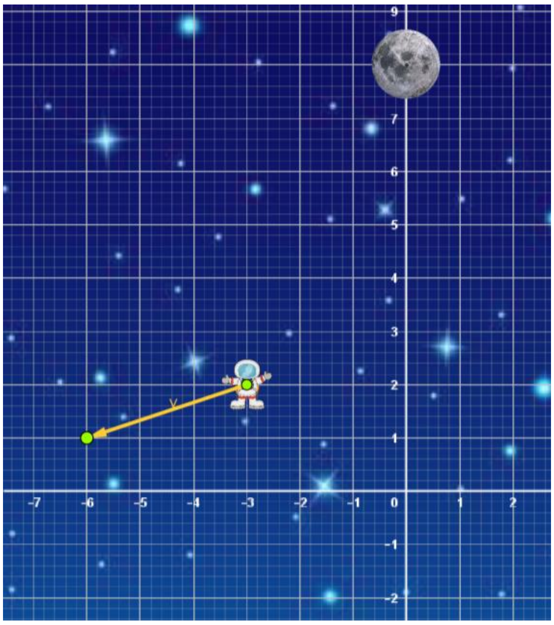
- **Séptima pantalla**
  - **Vista gráfica 1**



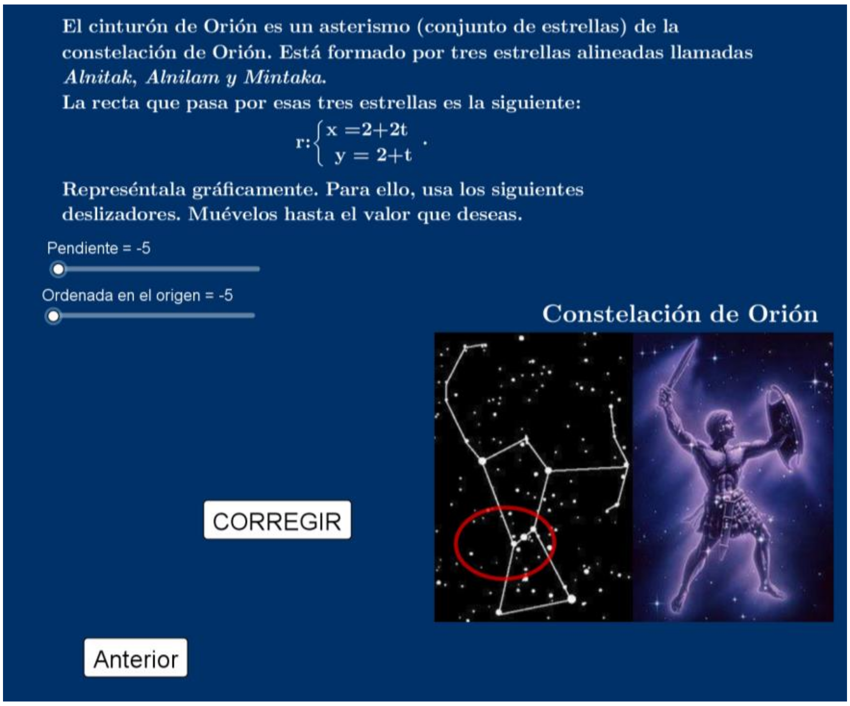
- **Octava pantalla**
  - **Vista gráfica 1**



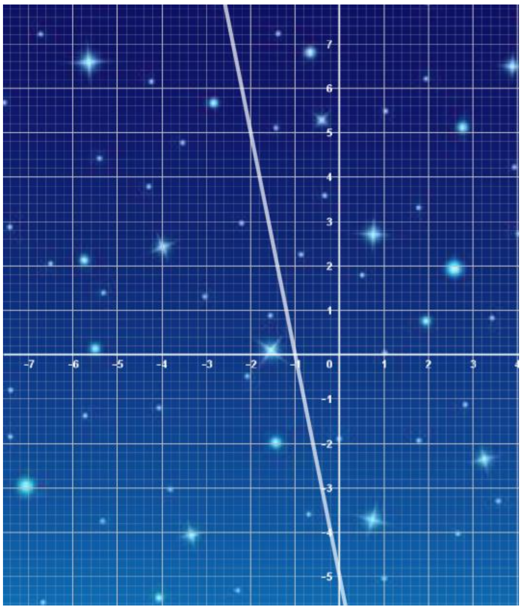
- **Vista gráfica 2**



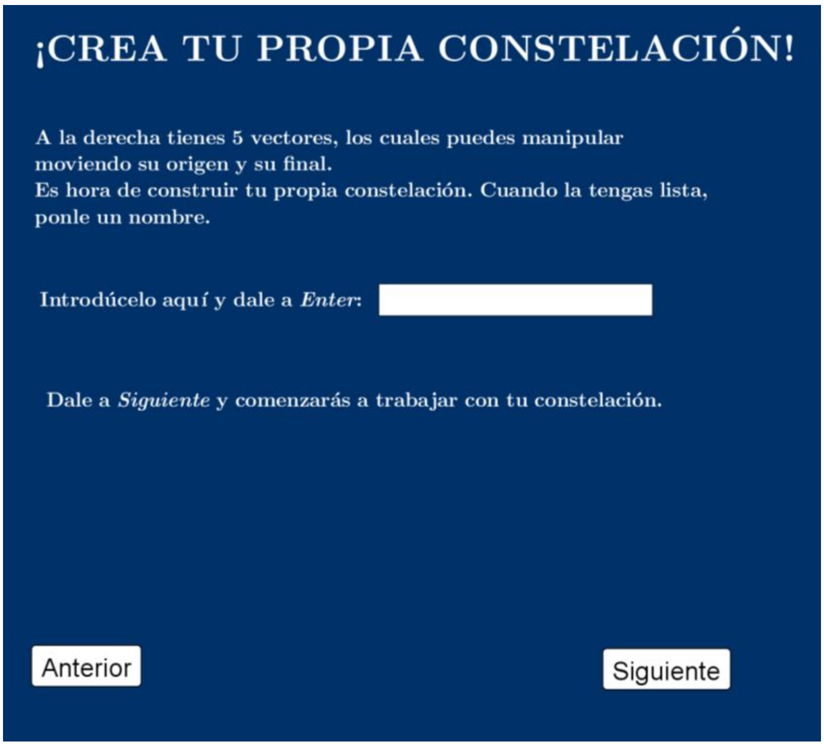
- **Décima pantalla**
    - **Vista gráfica 1**



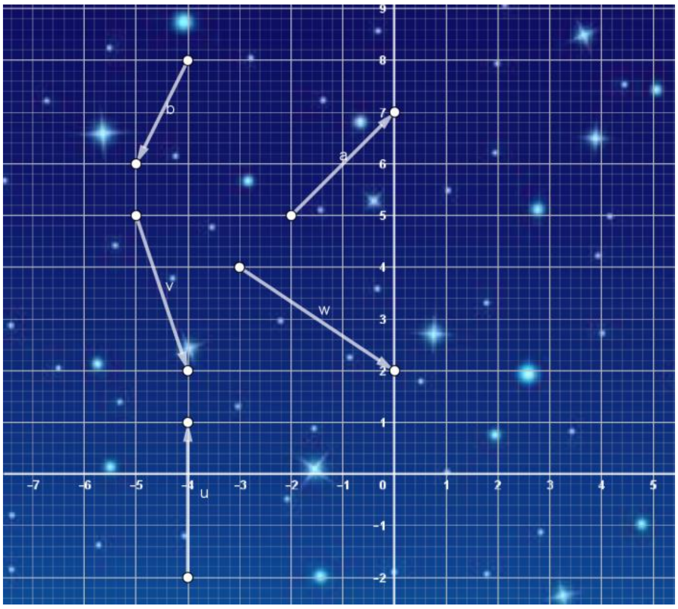
- **Vista gráfica 2**



- **Undécima pantalla**
  - **Vista gráfica 1**

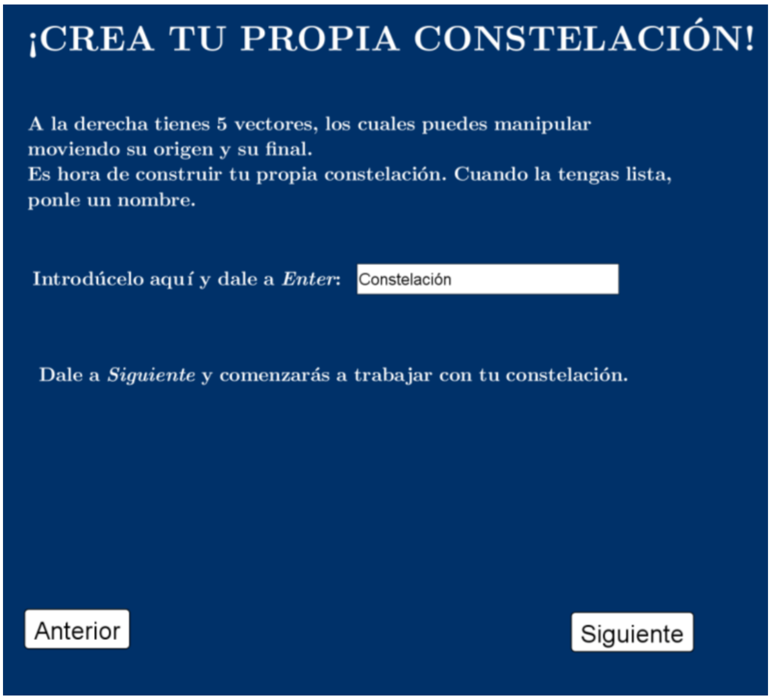


- **Vista gráfica 2**



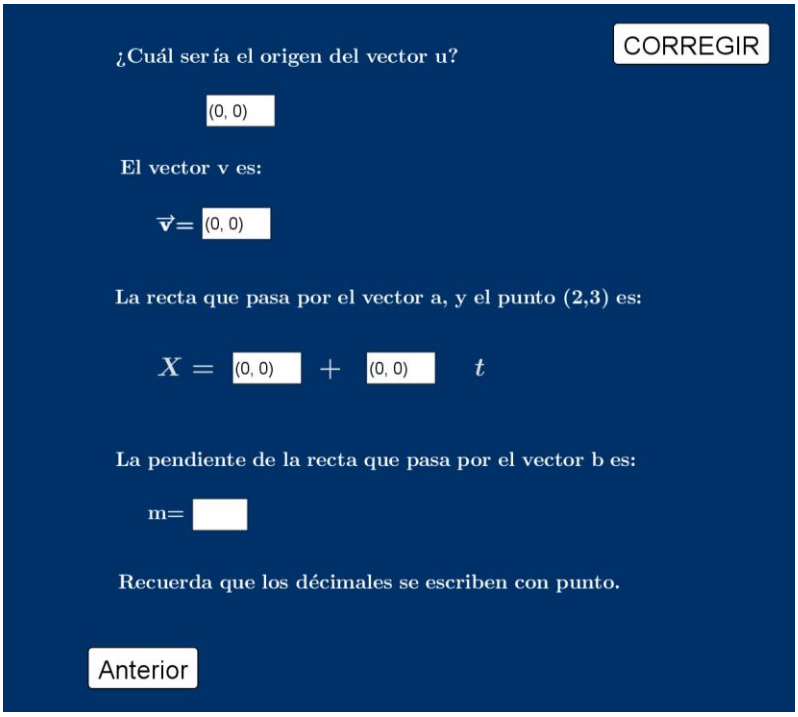
Supongamos que escribimos el nombre de “Constelación”, entonces tendríamos lo siguiente:

- **Vista gráfica 1**

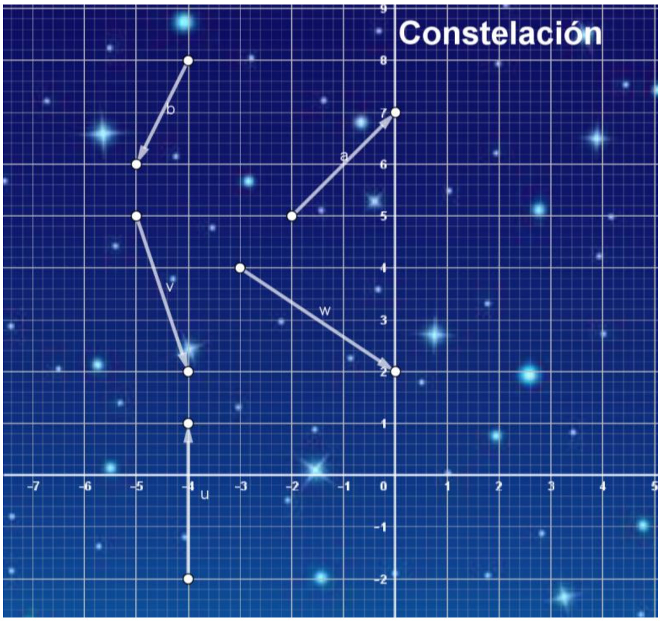


- **Vista gráfica 2**

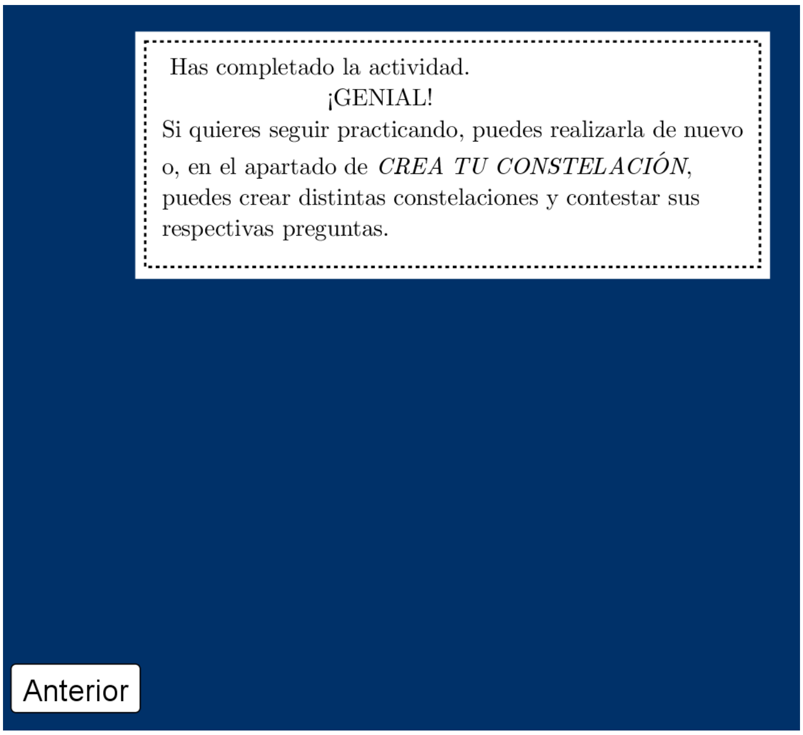
- **Duodécima pantalla**
  - **Vista gráfica 1**



- **Vista gráfica 2**

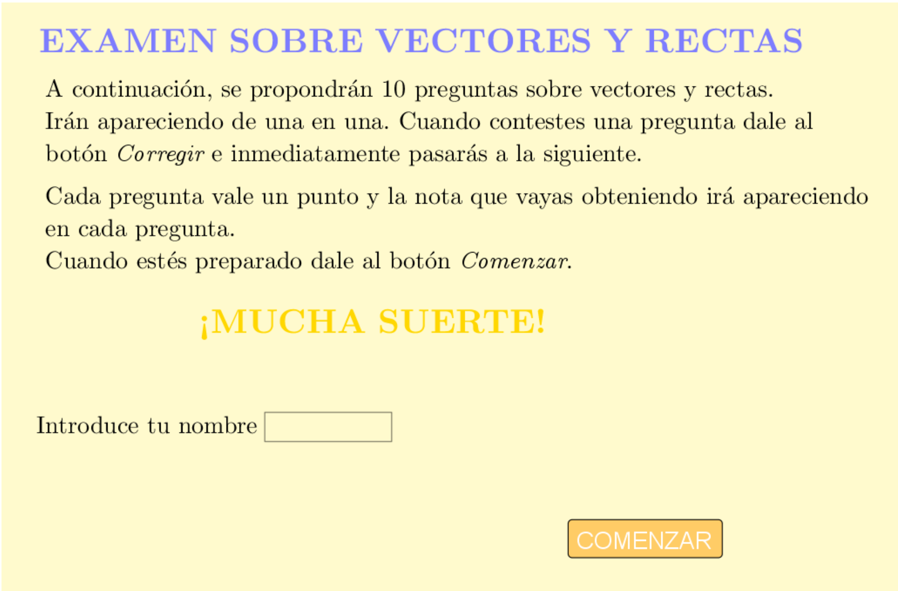


- **Decimotercera pantalla**
    - **Vista gráfica 1**

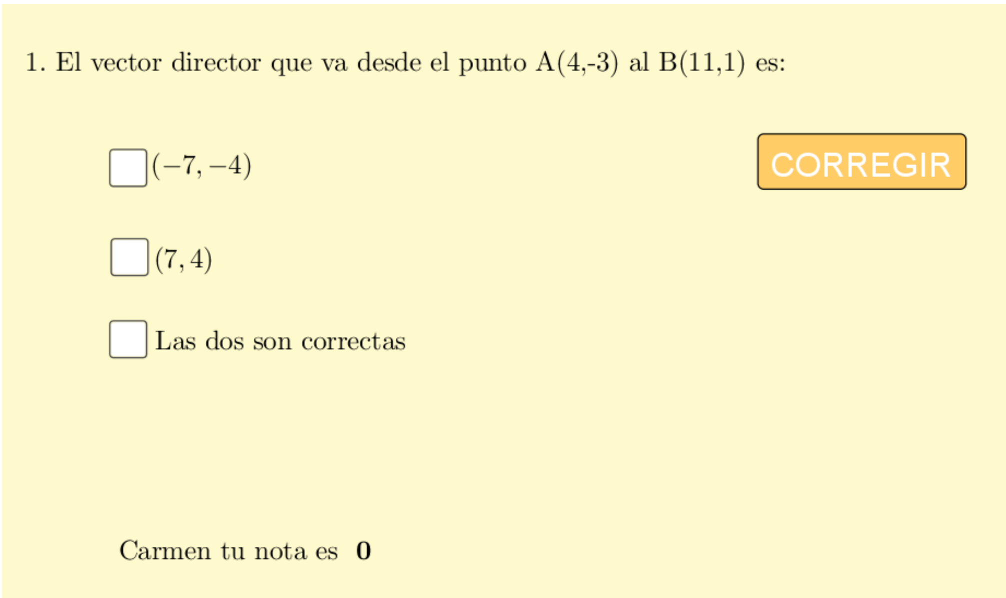


9.3. Material evaluación

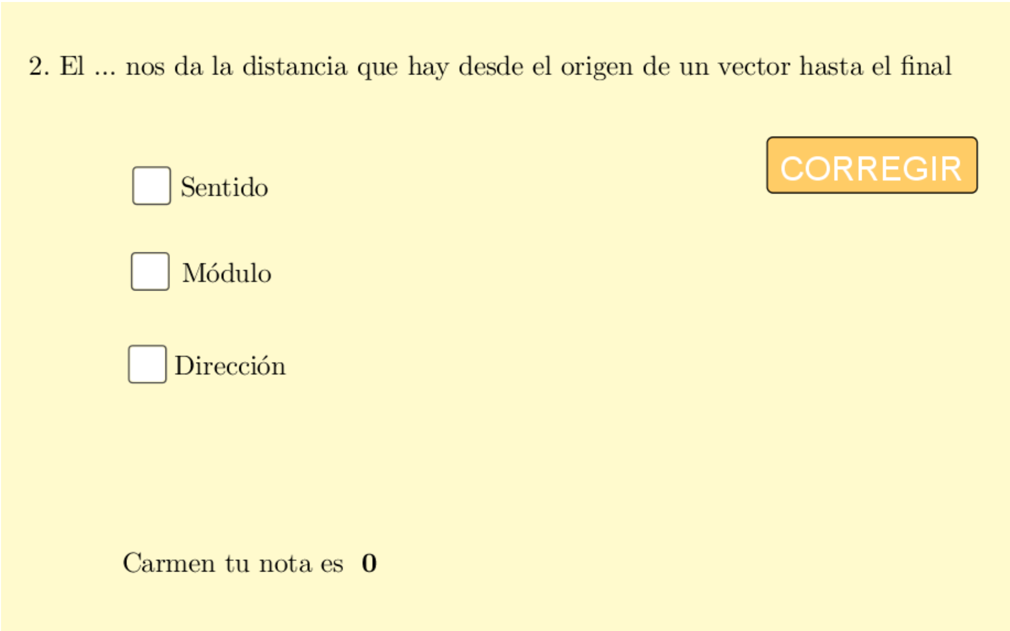
- **Primera pantalla**



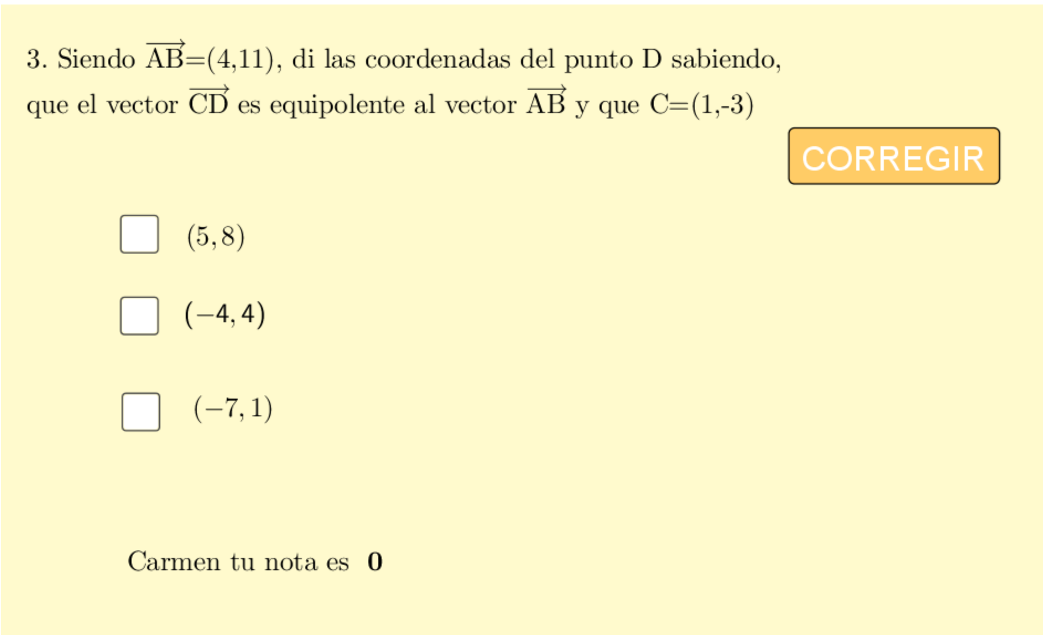
- **Segunda pantalla**



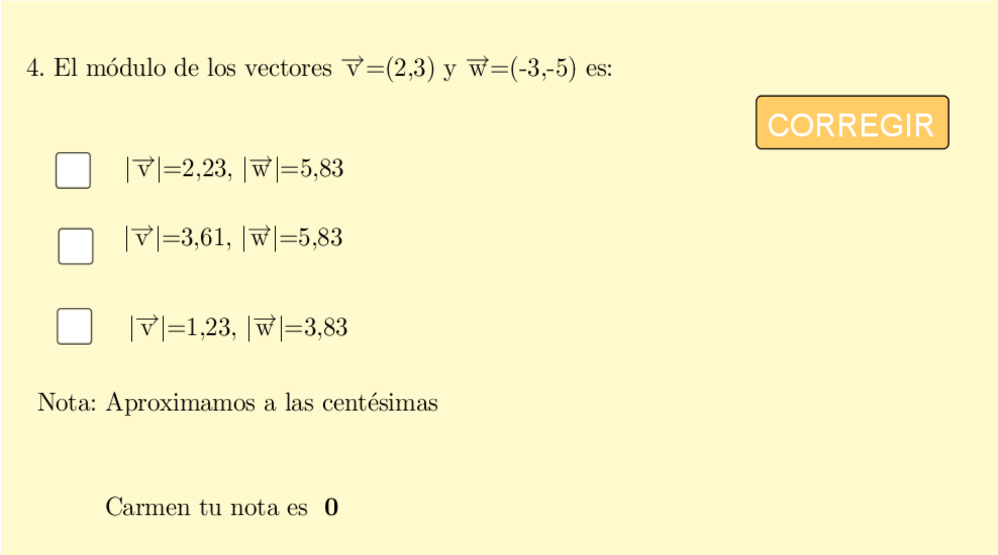
- **Tercera pantalla**



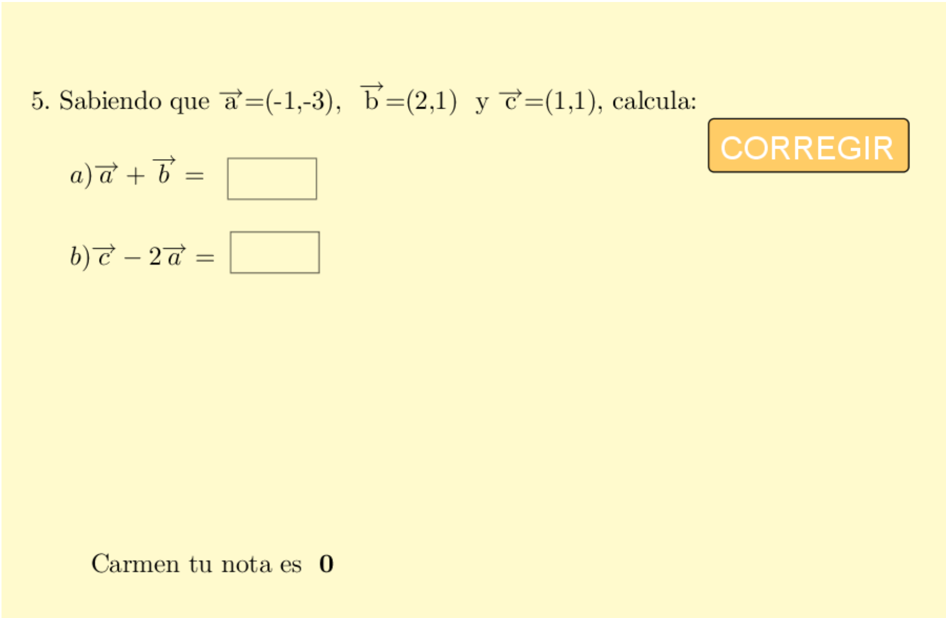
- **Cuarta pantalla**



- **Quinta pantalla**



- **Sexta pantalla**



- **Séptima pantalla**

6. La ecuación continua que pasa por el vector $\overrightarrow{AB}$, siendo A(1,4) y B(6,11), es:

- [ ] $\dfrac{x-(1)}{5} = \dfrac{y-(4)}{7}$
- [ ] $\dfrac{x-(5)}{-7} = \dfrac{y+3}{-5}$
- [ ] $\dfrac{x-(4)}{8} = \dfrac{y-(-2)}{5}$

CORREGIR

Carmen tu nota es **0**

- **Octava pantalla**

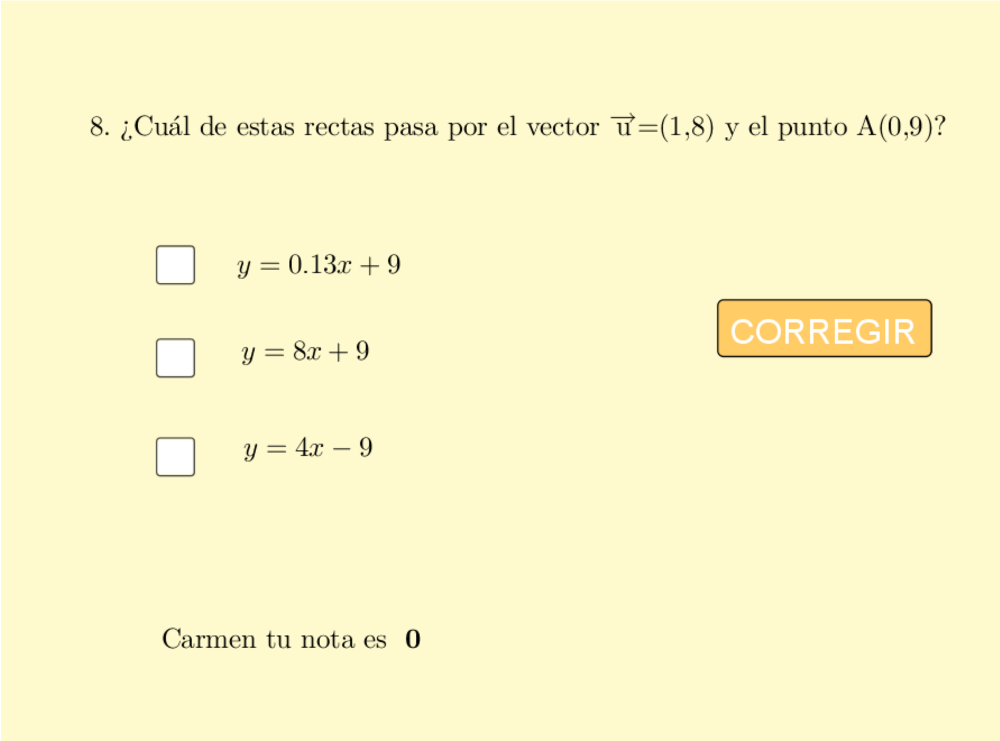
7. Dada la ecuación paramétrica $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$, halla la ecuación explícita.

$y = \square\, x + \square$

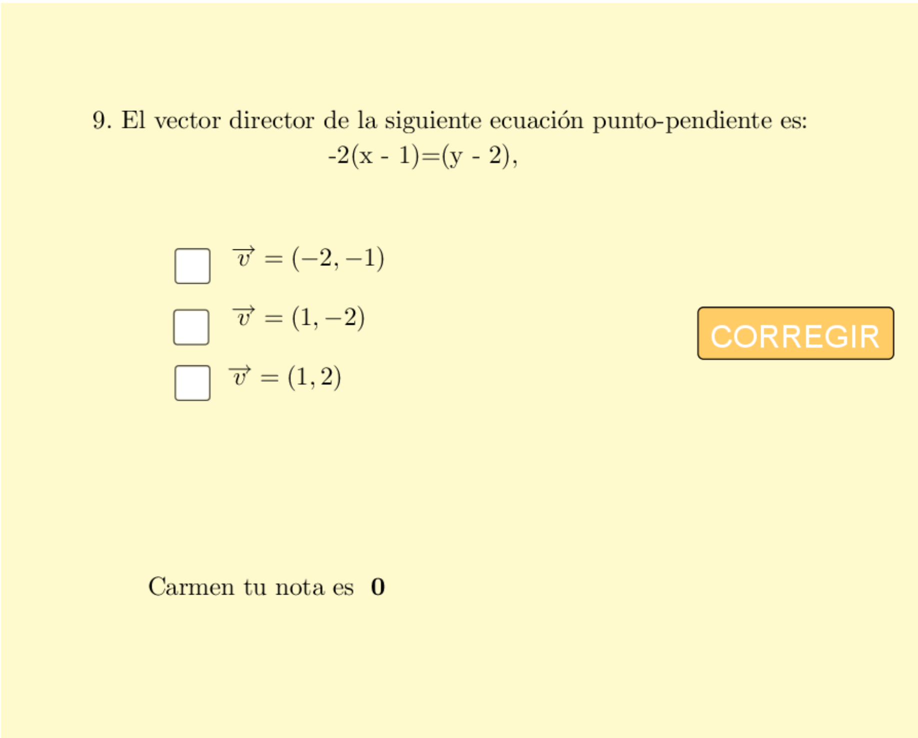
CORREGIR

Carmen tu nota es **0**

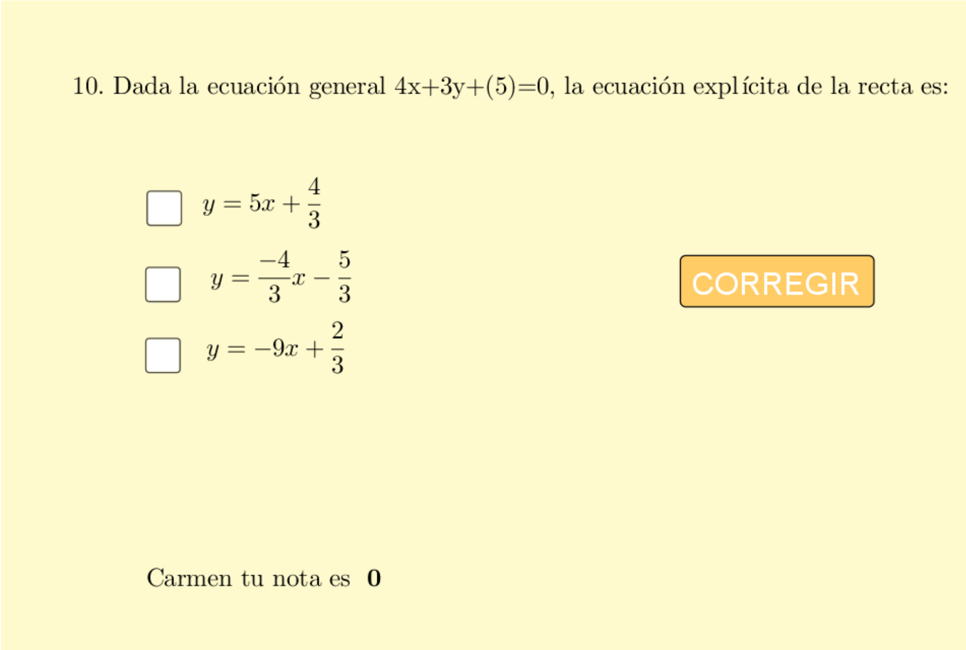
- **Novena pantalla**



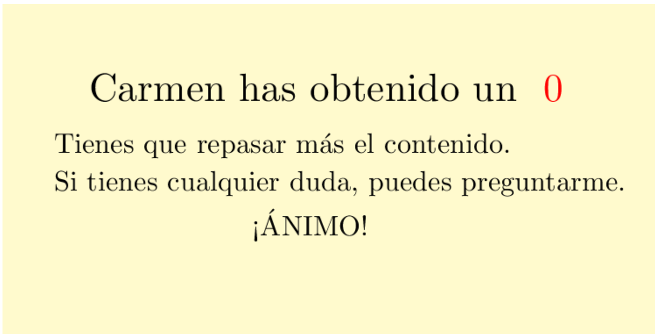
- **Décima pantalla**



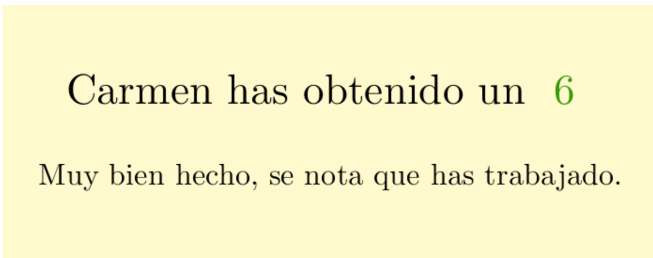
- **Undécima pantalla**



- **Duodécima pantalla**
  - **Si se obtiene una nota inferior a 5**



  - **Si se obtiene una nota superior o igual a 5 e inferior a 9**



- **Si se obtiene una nota superior a 9**

Carmen has obtenido un 10

¡ENHORABUENA!

Sigue trabajando así de bien y llegarás lejos.