



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Diseño, puesta en práctica y evaluación de una secuencia didáctica sobre Geometría plana para 5º de Primaria a través del Análisis Didáctico

Design, implementation and evaluation of a didactic sequence on Plane Geometry for 5th grade of Primary School through Didactic Analysis

Pedro Diego de Haro Ortigosa

Grado en Educación Primaria

Convocatoria de mayo de 2022

Directora: María del Mar García López

Codirectora: Isabel María Romero Albaladejo

Resumen: A raíz de la lectura de investigaciones sobre la enseñanza-aprendizaje de la geometría y de mis propias experiencias, he tomado conciencia de muchos de los problemas asociados a la adquisición de contenidos geométricos en estudiantes de Educación Primaria. En este trabajo se pretende, a través de la Investigación-Acción y del Análisis Didáctico, diseñar actividades de geometría plana para una clase de 5° de primaria que resulten interesantes para los estudiantes y mejoren su proceso de aprendizaje de estos contenidos. Tanto la Investigación-Acción como el Análisis Didáctico, son herramientas que han permitido analizar las capacidades que se pretende que los estudiantes desarrollen al estudiar los contenidos sobre el tema elegido; compararlas con los estándares de aprendizaje contenidos en el currículum; seleccionar unas actividades del libro de texto usado en el grupo objeto de esta investigación, y mejorarlas. Una vez que las actividades han sido adaptadas al nivel de clase y sus necesidades, se han llevado a la práctica para comprobar su eficacia y eficiencia para fomentar las capacidades que se querían alcanzar. Al analizar los resultados, se ha comprobado que hemos obtenido una respuesta positiva por parte de los estudiantes en cuanto a la adquisición de conocimientos, pero han surgido algunos errores que no estaban previstos. Tras unas conclusiones y reflexiones personales sobre los resultados, se han recalcado los puntos más importantes de este trabajo y aquellos susceptibles de mejora, de cara a una nueva implementación de la secuencia didáctica diseñada, como parte del proceso cíclico característico de este tipo de investigaciones.

Palabras clave: Análisis didáctico, Investigación-Acción, geometría, secuencia didáctica

Abstract: As a result of reading some research on the teaching-learning of geometry and my own experience, I am aware of many of the problems associated with the acquisition of geometric content in primary school students. The aim of this paper is, through Action-Research and Didactic Analysis, to design plane geometry activities for a 5th grade primary school class that are interesting for students and improve their learning process of these contents. Both, Action-Research and Didactic Analysis, are tools that have made it possible to analyse the capacities that students are expected to develop when studying the contents of the chosen topic; to compare them with the learning standards contained in the curriculum; to select activities from the textbook used in the group under research and to improve them. Once the activities have been adapted to the level of the class and

its needs, they have been put into practice in order to check their effectiveness and efficiency in fostering the capacities we wanted to achieve. Analysing the results, it was found that we have obtained a positive response from the students in terms of knowledge acquisition, but some unforeseen errors have arisen. After some conclusions and personal reflections on the results, we have highlighted the most important points of this work and those that could be improved for a new implementation of the designed didactic sequence, as part of the cyclical process that characterises this type of research.

Keywords: Didactic analysis, Action-Research, geometry, didactic sequence

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Justificación.....	1
1.2 Estructura del trabajo.....	2
2. OBJETIVOS.....	3
3. MARCO TEÓRICO.....	3
3.1. Investigación-Acción.....	3
3.2 Análisis didáctico.....	5
3.3 Revisión de antecedentes.....	8
4. MÉTODO.....	9
4.1 Análisis de contenido.....	9
4.2 Análisis cognitivo.....	13
4.3 Análisis de instrucción.....	16
4.4 Intervención en el aula.....	19
4.4.1 Contexto de centro y de aula.....	19
4.4.2 Temporalización, materiales y recursos.....	20
5.RECOGIDA, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS.....	21
5.1 Métodos de recogida de datos.....	21
5.2 Análisis de actuación durante la acción.....	22
5.3 Análisis de actuación después de la acción.....	23
6.CONCLUSIONES.....	26
7.REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	28
8.ANEXOS.....	31
Anexo I: Desarrollo de las sesiones.....	31
Anexo II: Imágenes de actividades resueltas por los estudiantes.....	36
Anexo III: Detección de errores en actividades.....	38

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Mapa conceptual de los contenidos de figuras planas y espaciales.....	10
Figura 2. Sistemas de representación gráficos.....	11
Figura 3. Ejemplos de materiales manipulativos.....	12
Figura 4. Ejemplos de polígonos en la vida real.....	13
Figura 5. Imágenes de actividades del libro de texto.....	16
Figura 6. Imágenes de actividades del libro de texto.....	16
Figura 7. Imagen de actividad del libro de texto.....	17
Figura 8. Imágenes de actividad del libro de texto.....	17
Figura 9. Ejemplo de demostración del valor de la suma de los ángulos de un triángulo	19

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Capacidades y errores asociados a las actividades seleccionadas.....	17
Tabla 2. Estándares de aprendizaje asociados a las actividades seleccionadas.....	18
Tabla 3. Materiales y recursos necesarios para llevar a cabo las actividades planificadas.....	20
Tabla 4. Capacidades desarrolladas por cada estudiante al realizar las 4 actividades.....	24
Tabla 5. Capacidades desarrolladas y errores en los que incurrieron los estudiantes en cada actividad.....	24
Tabla 6. Resultados grupales de opiniones del alumnado por sesión	25

1. INTRODUCCIÓN

Este apartado incluye la justificación de la temática elegida para este trabajo fin de grado y después, informa de su estructura, describiendo los distintos apartados que lo componen.

1.1 Justificación

El siguiente trabajo es fruto de una serie de cuestiones referentes a la forma de enseñar los contenidos de geometría en educación primaria. Tanto durante mi paso por primaria como durante los períodos de prácticas que he cursado durante mi formación en el grado de Educación Primaria, he percibido que los contenidos pueden tener una serie de mejoras en lo que a métodos de enseñanza se refiere. Autores como Flores y Rico (2015) afirman que los errores en geometría, relativos a la asociación de los conceptos o definiciones con sus representaciones, son consecuencia del método usado para la enseñanza y aprendizaje de esos conocimientos. Esto se debe a que, en muchas ocasiones, a la hora de introducir estos contenidos solo se hace uso del libro de texto. Gardenia (2009) destaca la ventaja de la utilización de los materiales didácticos, refiriéndose a estos como objetos naturales o artificiales que producen un aprendizaje significativo en el alumnado. Es decir, como vehículo en el aprendizaje en general y, en particular, de las matemáticas.

Además, el motivo de mi interés por este tema ha surgido de mi paso por la asignatura de geometría impartida en el Grado de Educación Primaria, ya que me permitió recordar, ampliar y profundizar en su contenido y en las posibles formas de enseñarlas para superar los errores señalados anteriormente.

Es por estas razones que el siguiente trabajo hace uso de un método de Investigación-Acción, para permitirme la aproximación a la realidad del aula, poder analizar los errores y problemas que puedan aparecer en clase e intentar proponer una solución para favorecer la adquisición de estos conocimientos. Para llevar a cabo este proceso, hago uso del Análisis Didáctico, siendo una herramienta complementaria a la Investigación-Acción que permite analizar el contenido; seleccionar unas capacidades e identificar errores; planificar, adaptar y llevar a la práctica actividades con el objetivo de comprobar si son adecuadas o se pueden mejorar con el fin de lograr un aprendizaje más significativo de los contenidos estudiados por parte de los estudiantes.

Tanto la Investigación-Acción como el Análisis Didáctico son procesos cíclicos, este trabajo al ser el primer ciclo nos ha permitido diseñar, poner en práctica y evaluar la secuencia didáctica de modo que hemos analizado los errores e identificado posibles mejoras que serán útiles para un nuevo ciclo de implementación de la secuencia, mejorando así el proceso de enseñanza-aprendizaje de estos contenidos.

1.2 Estructura del trabajo

En el siguiente apartado comienzo exponiendo los objetivos del trabajo. A continuación, atiendo al marco teórico que lo sustenta, es decir, explico los fundamentos de la metodología de Investigación-Acción y del modelo del análisis didáctico, así como los antecedentes que se han considerado de interés, para el diseño de una secuencia de actividades para trabajar los contenidos de 5º de primaria sobre figuras planas de una forma interesante para el alumnado.

En el siguiente apartado incluyo la parte del Análisis Didáctico realizado para el diseño de mi secuencia didáctica, que se compone de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción. El análisis de contenido, primera parte del análisis didáctico, me ha permitido analizar los contenidos que pretendía enseñar en clase, la forma de representarlos y de relacionarlos con la vida cotidiana. El análisis cognitivo y de instrucción me han brindado la posibilidad de acercarme a la realidad como docente, analizando las capacidades que pretendo que los estudiantes desarrollen, seleccionando actividades y mejorándolas para que desarrollen dichas capacidades y previendo las posibles dificultades y errores asociadas a su puesta en práctica en el aula.

El apartado siguiente recoge el análisis de actuación, así como información del contexto, temporalización, instrumentos para la recogida de datos, procedimientos de análisis, etc. He llevado a cabo el análisis de actuación en dos fases, una durante la implementación de la secuencia didáctica diseñada y otra a su término. En la primera fase, he ido describiendo las modificaciones que he tenido que realizar a algunas actividades para adaptarlas al ritmo de aprendizaje de los alumnos. En la segunda fase, he llevado a cabo un análisis más exhaustivo de los resultados obtenidos que me ha permitido comprobar si las actividades propuestas en este trabajo han sido adecuadas y en qué medida se han logrado los objetivos planteados.

Finalmente, en el apartado de conclusiones menciono algunos puntos importantes a tener en cuenta, de cara a una nueva la implementación de la secuencia de actividades propuesta en este trabajo y de los efectos de realizar este trabajo en mi formación docente.

2. OBJETIVOS

Los principales objetivos de este trabajo son:

- Diseñar una secuencia de aprendizaje de contenidos de geometría plana de 5º de Educación Primaria que contenga actividades interesantes para el alumnado, cuya puesta en práctica promueva la comprensión de tales conocimientos.
- Evaluar la secuencia de aprendizaje diseñada tras su puesta en práctica, así como mi propia actuación docente y proponer posibles mejoras para una futura implementación de esta secuencia.

3. MARCO TEÓRICO

Este trabajo se enmarca dentro de la Investigación-Acción educativa. Para llevar a cabo mi investigación he recurrido al análisis didáctico como herramienta eficaz de planificación, puesta en práctica y evaluación de secuencias didácticas.

3.1. Investigación-Acción

Inicialmente propuesta por Lewin (1946), consiste en un tipo de investigación que tiene diferentes enfoques y perspectivas dependiendo del problema a abordar. Permite elaborar una vía de reflexiones sobre la práctica para optimizar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Uno de los principales representantes es Elliott (1993), quien establece que el propósito de la Investigación-Acción es interpretar la situación o el problema visto desde los implicados directamente, siendo estos tanto el alumnado como el docente. A través de esto, se mejora la comprensión del problema por parte del profesorado.

Kemmis y MacTaggart (1988) indican que este tipo de investigación está orientado hacia el cambio educativo y estos autores señalan una serie de características que lo definen:

- Mejora de la práctica desde su transformación a la vez que se intenta comprender.
- Se construye para la práctica y desde esta.

- Es necesaria la participación de los sujetos para inducir a la mejora de sus propias prácticas.
- Exige la implicación de todos los participantes en el proceso.
- Este tipo de investigación conlleva la realización de un análisis crítico de la situación.
- Lo consideran cíclico, es decir, repetir los pasos para promover la continua mejora.

Cohen y Manion (1990) señalan como rasgos más relevantes de este tipo de investigación los siguientes:

a) Es situacional, analizando la situación y el problema existente con el fin de solucionarlo dentro de su propio contexto.

b) Es colaborativa, donde todas las personas que intervienen en el proceso trabajan un mismo proyecto

c) Es participativa, es decir, todos los implicados se convierten en investigadores.

d) Es autoevaluadora. A raíz de los resultados obtenidos, se valoran cambios e innovaciones que puedan dar lugar a una mejora en la práctica.

Una vez que hemos identificado el problema presente en nuestro ámbito de trabajo, objeto de nuestra investigación, procederemos a realizar el proceso de Investigación-Acción siguiendo las fases propuestas por los autores Lewin (1946), Carr y Kemmis (1988), Kemmis y Mactaggart (1988) y Colás y Buendía (1994), que, en síntesis, son *planificación, acción, observación y reflexión*.

- Primera fase: Planificación. Una vez analizado el problema, elaboramos la estrategia que se va a llevar a cabo. Este plan no va a ser cerrado y delimitado, puesto que este tipo de investigación es flexible, admite modificaciones en función de la evolución.
- Segunda fase: Acción. Consiste en poner en práctica nuestro plan de acción, elaborado en los pasos anteriores y teniendo en cuenta la presencia del problema que queremos abordar. El plan de acción debe ser lo suficientemente flexible

como para incluir durante el desarrollo de la investigación posibilidades que no estén previstas adaptándolas a las planificadas.

- Tercera fase: Observación. Una vez realizada la fase de acción, recogemos los datos y hacemos un resumen de los resultados obtenidos.
- Cuarta fase: Reflexión. En este paso, una vez obtenidas los resultados de la fase anterior, procedemos a analizarlos y a obtener las conclusiones de nuestro trabajo en función de las cuales se toman las decisiones que nos lleven a la consecución de nuestro objetivo, es decir, a realizar adaptaciones o modificaciones en caso necesario de nuestro plan en acción en clase.

A través de esta metodología, se brinda al docente la capacidad de modificar las secuencias didácticas a raíz de los resultados obtenidos o previsiones de los inconvenientes que aparecerán en clase. Gracias a esta herramienta, el docente puede adaptar su método de enseñanza a las necesidades del alumnado y la realidad actual, propiciando una mejora en la calidad de enseñanza. Al adoptar este tipo de investigación en mi práctica docente, puedo conseguir una mejora en la enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos, en concreto, de las figuras planas, basándome en los resultados obtenidos.

3.2 Análisis didáctico

Según Lupiáñez (2013), el análisis didáctico es un procedimiento cíclico mediante el cual, el profesor analiza los contenidos, diseña una metodología, la lleva a la práctica y evalúa su eficacia sobre un tema en concreto dentro de los contenidos del currículum. Este tipo de análisis permite abordar las cuatro fases de la Investigación-Acción.

Este análisis didáctico se estructura en cuatro partes:

- Análisis de contenido
- Análisis cognitivo
- Análisis de instrucción
- Análisis de actuación.

El primer análisis es el *análisis de contenido*. En él se clasifican los contenidos a abordar que son el objeto de la enseñanza y aprendizaje, permitiendo al profesor marcar unos

contenidos a enseñar y estructurar la información. Después, se identifican los focos de contenido, que serán el punto de partida para elaborar nuestros objetivos en el siguiente análisis. Se acompaña de una pequeña introducción histórica sobre el contenido que se plantea. De este modo, este análisis está dividido en tres partes:

- Estructura conceptual, en la cual se reúnen todos los contenidos del tema y se organizan en un mapa conceptual.
- Sistemas de representación, donde se consideran las diferentes formas de representar el contenido (simbólico, gráfico, verbal, etc.), además de hacer un listado de materiales (manipulativos, tecnológicos, etc.) que se pueden utilizar.
- Fenomenología, que incluye la introducción histórica y ejemplos de situaciones reales en las que esos contenidos cobran relevancia.

El segundo análisis es el *análisis cognitivo*, que se centra en el aprendizaje y su problemática respecto de un tema de matemáticas concreto por parte del alumnado. A través de este análisis, el profesor establece las competencias o capacidades que pueden aprender y desarrollar los alumnos, los problemas que pueden presentarse en ese aprendizaje y si el aprendizaje se realiza de forma efectiva. Se puede organizar en tres partes:

- Las expectativas de aprendizaje, que según Rico y Lupiáñez (2008), son aquellas capacidades, competencias, conocimientos, habilidades, aptitudes que se espera que adquieran, desarrollen y usen los escolares.
- El análisis de limitaciones de aprendizaje, se centra en la posibilidad de que surjan errores o dificultades en el proceso de aprendizaje.
- Las oportunidades de aprendizaje, que el sistema educativo pone a disposición de los alumnos, planteando demandas cognitivas específicas a la vez que les proporcionan medios para profundizar sobre conocimientos concretos que el profesor gestiona y elige. Según Lupiáñez (2009) las tareas matemáticas son consideradas una forma de proporcionar a los alumnos oportunidades de aprendizaje. Según Caraballo et al. (2013) las tareas son un reto para el alumno y permiten al profesor valorar el grado de aprendizaje.

El tercero es el *análisis de instrucción*. Consiste en el diseño, selección, mejora y ordenación de las actividades elegidas. En este análisis, se detalla la modificación que se va a llevar a cabo de las actividades, adaptándolas al aula en la que se vayan a desarrollar, los materiales que van a necesitar y las expectativas que se quieren conseguir. Según Flores (2018) se centra, no sólo en buscar tareas matemáticas, sino en analizarlas y diseñar secuencias, prever instrumentos, criterios y formas de evaluarlas, para obtener logros en forma de competencias, dando la oportunidad al docente de cerrar el proceso educativo de manera coherente.

El cuarto es el *análisis de actuación*, que valora en qué medida se han logrado los objetivos perseguidos y a qué responden los logros y las carencias de la unidad didáctica diseñada y llevada a la práctica. Se hace una evaluación de los resultados. Según Gómez (2007), este análisis utiliza la información conseguida a través de las actividades trabajadas en clase que permite determinar la comprensión del alumnado, los contenidos que se han trabajado en clase y los objetivos de aprendizaje que se deberán buscar para el nuevo ciclo.

Una vez vistas las definiciones y características del análisis didáctico, podemos determinar que es una herramienta útil para conseguir lograr el objetivo de este trabajo, es decir, abordar los conocimientos de geometría a través de actividades de forma amena y razonada. Mediante el proceso de Investigación-Acción, podemos acercar la teoría a la práctica, visualizando a través del análisis didáctico los problemas que pueden surgir a la hora de llevar a cabo la práctica y proponer una solución o una alternativa para poder mejorar la actuación docente.

La combinación de la Investigación-Acción con el análisis didáctico es posible, porque sus fases están relacionadas. La fase de planificación del proceso de Investigación-Acción se corresponde con el análisis de contenido, cognitivo y de instrucción. A través de ellos podemos visibilizar todo el contenido que queremos llevar a la práctica, sus formas de representación y la relación que guardan con nuestro entorno. Podemos seleccionar unas actividades que tomaremos como referencia para comprobar los errores y dificultades que se puedan presentar durante la práctica docente. Por último, mejoramos las actividades, planteamos modificaciones y estructuramos el orden y forma a seguir para poder alcanzar nuestros objetivos. Las fases de acción y observación de la Investigación-Acción forman parte de la primera parte del análisis de actuación, en las que llevamos nuestra

planificación al aula para obtener unos resultados y analizar el proceso que se ha llevado a cabo, qué problemas han surgido y cuál ha sido la reacción del alumnado. En la fase de reflexión de la Investigación-Acción, que coincide con la segunda parte del análisis de actuación, analizamos los resultados obtenidos, problemas detectados y su origen y obtenemos conclusiones sobre la verdadera utilidad de nuestra propuesta didáctica a la luz de los resultados.

Al ser un proceso cíclico, una vez hecha la reflexión de los resultados obtenidos, nos permite comenzar un nuevo ciclo, modificando la propuesta didáctica para intentar solventar los nuevos problemas que han surgido, en caso de haber nuevos, o corregir deficiencias que podamos haber detectado en el primer ciclo.

3.3 Revisión de antecedentes

En la mayoría de las aulas se imparte una enseñanza tradicional basándose en una exposición de las definiciones y de imágenes prototípicas. Este hecho se debe, según Barrantes y Blanco (2004), a la formación y experiencia del personal docente en su época de estudio. Las dificultades presentadas por los alumnos suelen ser la identificación de conceptos, es decir, el alumno no consigue identificarlos con sus variadas representaciones. Es por esto que elijo alejarme de métodos tradicionales, buscando otras alternativas que puedan funcionar.

Algunos estudios recogen el uso de materiales manipulativos, como el ábaco, tijeras, pegamento, lápices, figuras geométricas, etc. El trabajo de Zaragoza (2016) se basa en la implementación de una unidad didáctica mediante el uso de materiales manipulativos. En este trabajo el autor describe de forma detallada la forma de llevar a cabo dicha implementación en una clase de Segundo Ciclo de Primaria. Los resultados son excelentes en cuanto a la adquisición de los conocimientos planteados previamente a la implementación y los alumnos demostraron interés por las actividades propuestas. El único problema que resalta es un ligero descontrol al trabajar en grupos numerosos de alumnos.

Otros trabajos, como el de Segade y Naya (2019), hacen uso de las tecnologías para poder mejorar el aprendizaje de los triángulos y sus características en alumnos de 5º de Primaria. Para ello, hicieron uso del software GeoGebra. El uso de este recurso permitió al alumnado trabajar contenidos de los triángulos sin problema, proponiendo cualquier

triángulo que pudieran imaginar a partir de sus características. El resultado fue exitoso, valorando positivamente el uso del software para enriquecer la imagen del triángulo y posibilitar la exploración de propiedades geométricas. Los autores señalaron que el programa debe usarse para la introducción de los triángulos y sus clasificaciones, dando posibilidad a los alumnos de explorar de forma más adecuada y no recurrir constantemente a las figuras prototipo que puedan conocer.

4. MÉTODO

En esta sección del trabajo explicaré el análisis didáctico llevado a cabo, atendiendo a los cuatro análisis realizados para trabajar en 5° de Primaria parte de los contenidos de geometría plana que aparecen en el currículo de esta etapa.

4.1 Análisis de contenido

Esta parte del análisis corresponde a la primera parte del análisis didáctico realizado para los contenidos geométricos de figuras planas contenidos en el currículo de 5° de Primaria. En ella, se clasifican los contenidos a abordar que son el objeto de la enseñanza y aprendizaje; su estructura conceptual, sus sistemas de representación y su fenomenología. En este caso en concreto, el objeto de nuestro análisis son las figuras planas y espaciales.

- *Focos de contenidos*

- Figuras planas
- Características y clasificación de triángulos
- Características principales de los cuadriláteros y sus clasificaciones.

- *Estructura conceptual*

En la estructura conceptual (Figura 1), he reunido todos los conceptos que aparecen en el tema a tratar. Por cuestiones de tiempo, sólo trataré la parte del esquema que está detallada, es decir, los polígonos y sus características principales.

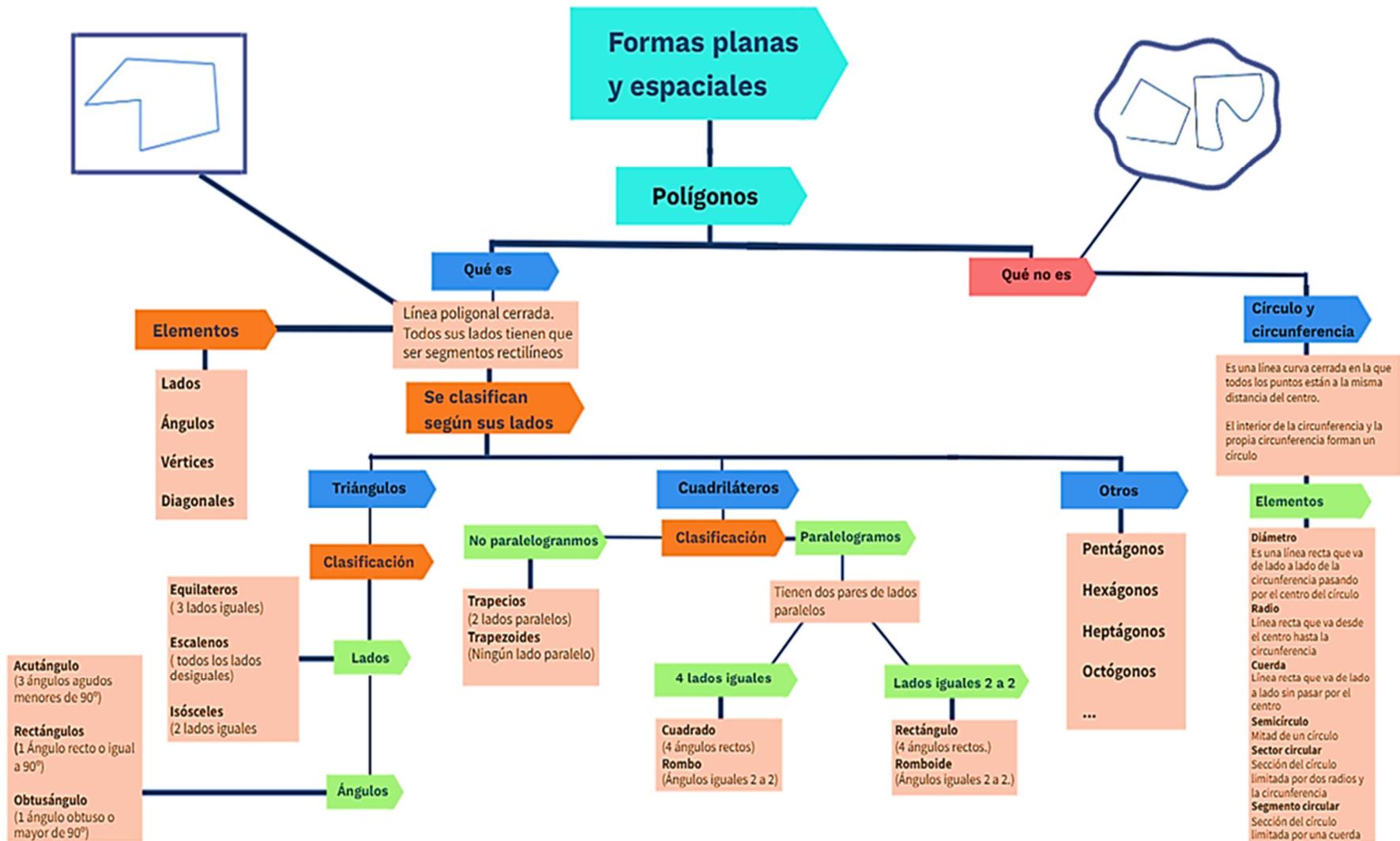


Figura 1. Mapa conceptual de los contenidos de figuras planas y espaciales

- *Sistema de representación*

A continuación, se muestran las distintas maneras de representar el contenido:

- Simbólico:

Rectas: r, s, ...

Segmentos: AB, BC, EF, ...

Lados: a, b, c, ...

Ángulos: \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} , ...

Diagonales: d

Vértices: A, B, C, ...

Centro: O

Radio: r

- Verbal: Triángulo, cuadrilátero, ángulo, lado, recta, vértice, diagonal, pentágono, hexágono, heptágono, octógono, eneágono, decágono, isósceles, equilátero, escaleno, agudo, llano, obtuso, regular, irregular, trapecio, trapezoide, ...

- Gráfico:

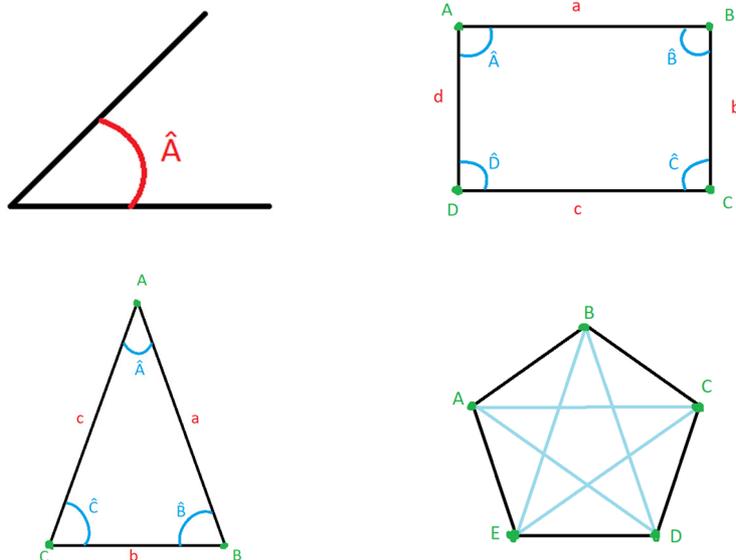


Figura 2. Sistemas de representación gráficos

- Materiales manipulativos: Pizarra digital, recursos de realidad virtual, papel, cartulinas, reglas, transportador de ángulos, compás, pajitas de refresco, polígonos magnéticos, geotiras, ...



Figura 3. Ejemplos de materiales manipulativos

- *Fenomenología (Arias, 2020)*

Si analizamos la palabra “geometría”, podemos separarla en “geo” que proviene del griego y significa tierra y “metría” que significa medir. A través de la necesidad de medir las tierras y objetos surgió esta rama de las Matemáticas. Ya en el antiguo Egipto surgió la geometría observacional. Más tarde, esta geometría inicial fue reelaborada por los griegos.

En el siglo VI a.C. Pitágoras hizo su aporte más significativo a la geometría, el famoso teorema de Pitágoras. Además, propuso una serie de postulados que fueron considerados tanto por Pitágoras como por sus discípulos como verdades evidentes.

En el año 300 a.C. El matemático Euclides elabora un texto llamado “Los elementos”, en el que detalla rigurosamente la geometría demostrativa, que estudiaba y analizaba polígonos, círculos y sus correspondientes figuras tridimensionales. Los griegos llevaron la geometría a la construcción determinando que cierta línea o figura debe construirse con solo el uso de una regla de borde recto y un compás.

La geometría también sirvió a los griegos en el estudio de los astros. A través del estudio del movimiento de astros, se elaboraron planos geométricos cuyo centro era la Tierra y el resto de astros, incluyendo al Sol, giraban a su alrededor. El texto más influyente y completo de esta época fue el Almagesto, escrito por Claudio Ptolomeo en el siglo II d.C.

La geometría también se refleja en el arte, a través de figuras como Brunelleschi (1377-1446), que desarrolló la perspectiva lineal a través de las matemáticas y el trabajo de Leonardo Da Vinci (1452 - 1519), con su dibujo El Hombre de Vitruvio.

Si avanzamos un poco en el tiempo, nos encontramos con el arquitecto Desargues (1591-1661) cuyos trabajos supusieron el inicio de la geometría proyectiva y, gracias a Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1695), tenemos la geometría analítica.

En los siglos XVIII y XIX surgieron estudios que dieron lugar a la geometría no euclidiana.

Los contenidos tratados en este tema de matemáticas pueden ser observados de forma constante en nuestra vida cotidiana como se aprecia en los ejemplos mostrados en la Figura 4:



Figura 4. Ejemplos de polígonos en la vida real

4.2 Análisis cognitivo

Se centra en el aprendizaje y su problemática respecto de un tema de matemáticas concreto por parte del alumnado. Como he mencionado en el marco teórico, a través de este análisis, el profesor establece las competencias o capacidades que pueden aprender y desarrollar los alumnos, los problemas que pueden presentarse en ese aprendizaje y si el aprendizaje se realiza de forma efectiva.

- *Expectativas de aprendizaje*

Los focos conceptuales para los contenidos seleccionados que son los siguientes:

- Características de un polígono
- Características y clasificación de triángulos
- Características principales de los cuadriláteros y sus clasificaciones.

De estos focos se pueden establecer los siguientes objetivos:

- Reconocer qué es un polígono
- Saber las características de los triángulos y clasificarlos
- Saber las características de los cuadriláteros y clasificarlos.

A través del análisis de estos focos conceptuales y atendiendo a la normativa curricular correspondiente a 5° de primaria de la Orden del 15 de enero de 2021, seleccionamos los estándares de aprendizaje asociados:

MAT.03.10.07. Resuelve problemas geométricos que impliquen dominio de los contenidos trabajados, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.

MAT.03.11.04. Clasifica triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos, identificando las relaciones entre sus lados y entre ángulos.

MAT.03.11.05. Utiliza instrumentos de dibujo y herramientas tecnológicas para la construcción y exploración de formas geométricas.

MAT.03.11.06. Clasifica cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.

MAT.03.11.09. Identifica y nombra polígonos atendiendo al número de lados.

Una vez vistos los focos conceptuales y los estándares de aprendizaje asociados, podemos establecer las capacidades a desarrollar:

C.1. Identificar qué es un polígono y clasificarlos atendiendo al número de lados.

C.2. Identificar qué es un triángulo y saber distinguir sus elementos.

C.3. Identificar qué es un cuadrilátero y saber distinguir sus elementos.

C.4. Clasificar triángulos atendiendo a sus lados y ángulos

C.5. Clasificar cuadriláteros atendiendo a sus características.

- *Errores y dificultades*

En este apartado analizamos las dificultades generales y errores que pueden encontrarse los alumnos en el momento de trabajar los contenidos de figuras planas en clase.

El primer error radica en confundir el nombre con la figura que representa. Autores como Flores y Rico (2015), se posicionan a favor de que la procedencia de este error viene dada por la forma en la que los conceptos geométricos son introducidos. Vinner (1983) añade que se debe al uso exclusivo de ejemplos prototípicos, que limitan la imagen del concepto y, por tanto, la comprensión de la definición del concepto. Otro error relacionado con este es la confusión a la hora de nombrar o identificar sus elementos, contribuyendo y reforzando el error mencionado anteriormente. Gutiérrez y Jaime (1996), en estudios realizados, muestran que muchos errores en el aprendizaje de los conceptos geométricos se deben a las imágenes conceptuales que tienen los alumnos están basadas en ejemplos prototípicos. Eso puede estar vinculado al uso exclusivo del libro de texto, como única fuente de información o consulta en clase y la no utilización de recursos y materiales manipulativos.

Otro error común, dada la experiencia propia a la hora de la adquisición de estos conocimientos, es el uso incorrecto de herramientas de medición o dibujo, dando lugar a errores a la hora de identificar las figuras y sus elementos. Esto viene dado principalmente por la falta de experiencia con los instrumentos de medida como la regla o el transportador de ángulos.

Lo mencionado en este apartado se puede sintetizar en los siguientes errores:

E.1 Error al identificar o diferenciar los polígonos.

E.2 Error al representar gráficamente las figuras en el cuaderno.

E.3 Error al identificar todos los elementos de las figuras.

E.4 Error al utilizar instrumentos de medida.

E.5 Error al relacionar el nombre con la figura o elemento correspondiente.

4.3 Análisis de instrucción

En este apartado se lleva a cabo la selección de actividades iniciales, análisis de las dificultades y los errores en los que los estudiantes pueden incurrir al realizar cada una de ellas y su formulación final, tras realizar mejoras tanto en las actividades como en la metodología con la que se llevarán a cabo. Es decir, las actividades seleccionadas inicialmente son objeto de mejoras en su diseño, temporalización, materiales y recursos necesarios, agrupamientos del alumnado, etc.. A continuación, presento una serie de actividades que he extraído del libro de Matemáticas que los alumnos tienen en clase de la Editorial Anaya. En este apartado explico un poco lo que busca cada actividad y el error que, a priori, creo que los estudiantes podrían cometer en cada una.

- *Selección inicial de actividades*

Actividad 1

En esta actividad se muestran una serie de polígonos que los alumnos tienen que identificar si son o no polígonos. El objetivo de la actividad es nombrarlos por su número de lados. La segunda parte de la actividad relaciona este contenido con el mundo real, mostrando tres imágenes de señales de tráfico donde se pueden identificar polígonos regulares.

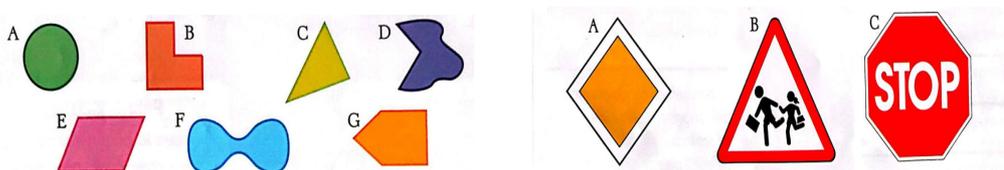


Figura 5. Imágenes de actividades del libro de texto

Actividad 2

Para introducir esta actividad, el libro muestra una serie de polígonos dibujados en un fondo de cuadrícula. Esto permite que los alumnos puedan dibujarlos en su cuaderno. El objetivo es identificar los elementos que presentan los polígonos y nombrarlos.

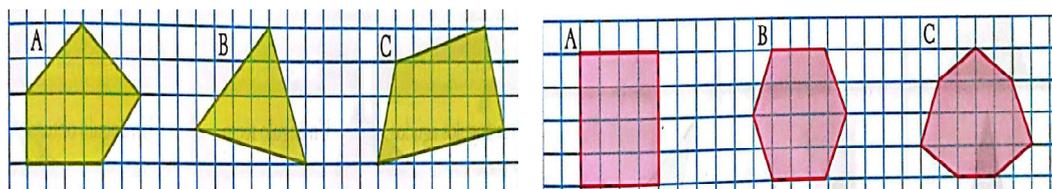


Figura 6. Imágenes de actividades del libro de texto

Actividad 3

El enunciado del ejercicio muestra tres triángulos y el objetivo es clasificarlos según sus lados y ángulos.

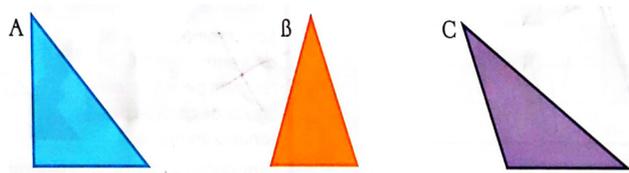


Figura 7. Imagen de actividad del libro de texto

Actividad 4

Este ejercicio muestra una serie de figuras que el alumno debe identificar según sus lados y características que presenta en una tabla. La finalidad es identificar los elementos.

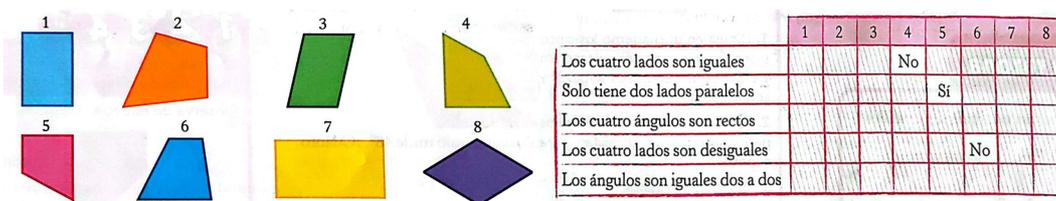


Figura 8. Imágenes de actividad del libro de texto

En la Tabla 1 se relaciona cada actividad con las capacidades que se pretenden desarrollar en los estudiantes y los errores que pueden aparecer en cada actividad. En el Anexo III se incluye una explicación más detallada de los errores asociados a cada actividad.

Tabla 1. Capacidades y errores asociados a las actividades seleccionadas

Actividades	Capacidades	Errores
A.1	C.1.	E.1
A.2	C.2.	E.2 y E.3
A.3	C.2. y C.4.	E.1, E.4 y E.5
A.4	C.3. y C.5.	E.4

A continuación, en la Tabla 2, relaciono cada actividad con el estándar de aprendizaje que desarrolla dentro del currículum.

Tabla 2. Estándares de aprendizaje asociados a las actividades seleccionadas

	MAT.03.10.07	MAT.03.11.04	MAT.03.11.05	MAT.03.11.06	MAT.03.11.09
A.1					x
A.2			x		x
A.3		x			
A.4	x			x	

- *Mejora de actividades seleccionadas inicialmente*

Una vez relacionadas las actividades con los estándares de aprendizaje, capacidades y errores, procedo a proponer una mejora para cada actividad con el fin de poder alcanzar esos estándares y mis expectativas de aprendizaje desarrolladas en el análisis cognitivo.

Actividad 1

A partir de pajitas de plástico e hilo creamos nuestro propio material manipulativo. Cortando y uniendo las pajitas, podemos obtener un polígono (línea poligonal cerrada) flexible, capaz de adaptarse a las necesidades del alumno/a. Una vez creado, los alumnos tendrán que formar las figuras utilizando el material manipulativo e identificarlas atendiendo a sus características. Para relacionar las figuras con la vida real, podemos mostrar imágenes para que los alumnos identifiquen las figuras, pedirles que traigan objetos de sus casas o identificar las que puedan encontrar en la clase.

Actividad 2

A partir de los materiales manipulativos utilizados en la actividad 1, representamos los polígonos de la Figura 6 y los alumnos analizan sus características y elementos de cada una, tomando nota en su cuaderno de cada polígono.

Actividad 3

Usaremos GeoGebra, como recurso tecnológico, y materiales como papel y tijeras.

A través de la aplicación web GeoGebra, podemos introducir las características de los triángulos y cómo clasificarlos, dejando que los alumnos investiguen y prueben si es posible construir todos los triángulos que se les ocurran y después los clasifiquen según sus lados y ángulos. Para esta actividad se entrega a los alumnos una ficha donde encuentran una serie de actividades a completar. Para introducir la característica de la suma de ángulos de triángulos, hacemos uso de GeoGebra para calcularlos y, de forma física, a través de un dibujo en papel que pueden recortar y comprobar si es cierta la propiedad como se muestra en la Figura 10.

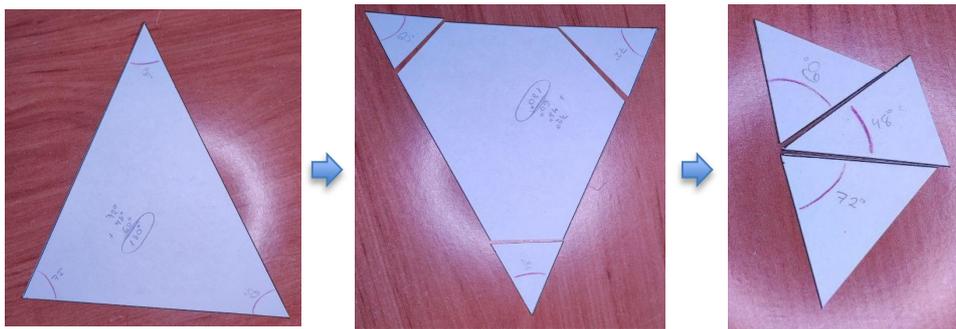


Figura 9. Ejemplo de demostración del valor de la suma de los ángulos de un triángulo

Actividad 4

Se coloca a los alumnos/as en parejas y se entregan dos recortables a cada pareja. Entre los recortables encontramos cuadriláteros y triángulos, que se entregarán de forma aleatoria. De esta manera, la pareja compara las similitudes y diferencias que pueda encontrar entre las dos figuras para, una vez finalizada la comparación, poner en común las características de todos los cuadriláteros y triángulos y sus diferencias.

4.4 Intervención en el aula

Expongo a continuación el contexto en el que se ha llevado a cabo la implementación de la secuencia didáctica diseñada, así como su temporalización y los materiales y recursos que se han empleado para ello.

4.4.1 Contexto de centro y de aula

El centro en el que se ha llevado a cabo esta intervención es el CEIP Clara Campoamor, situado en Huércal de Almería, un municipio muy próximo a la ciudad de Almería. Las familias cuyos hijos e hijas asisten al centro son de nivel sociocultural medio.

Centrándome en la clase de 5° de Primaria, objeto de este trabajo, está formada por 26 alumnos, distribuidos en cuatro grupos: dos grupos de 5 y cuatro de 4 alumnos. No se ha detectado ningún problema entre los alumnos de clase para adquirir conocimientos, pero sí una diferencia un poco notable entre los conocimientos previos de algunos alumnos respecto a otros. Para realizar las actividades planificadas he contado con la ayuda de la tutora de 5° de Primaria encargada de la clase. La clase cuenta con pizarra digital, pizarra tradicional de tiza, herramientas y material escolar colocado en armarios y cajoneras, un portátil para uso de profesores y alumnos, una pequeña librería y un altavoz portátil con micrófono. Además, el centro dispone de un carrito de ordenadores, que se puede solicitar con un ordenador para cada alumno, y polígonos magnéticos.

La metodología de trabajo es diferente a la de otros centros, por tratarse de un centro que trabaja por proyectos, y casi siempre se trabaja de modo cooperativo en pequeños grupos, permitiendo a los alumnos poner en común sus conocimientos para luego compartirlos con el resto de la clase. Esta metodología es idónea para las actividades planificadas.

4.4.2 Temporalización, materiales y recursos

Dispongo de cuatro sesiones para desarrollar las actividades planificadas, además de una sesión extra inicial, para comprobar el nivel de conocimientos previos de los alumnos y alumnas. En cuanto a la duración de las sesiones, será de una hora de duración. Las sesiones y su orden quedan recogidas en el Anexo I.

Los materiales y recursos que harán falta para las 4 sesiones son los siguientes:

Tabla 3. Materiales y recursos necesarios para llevar a cabo las actividades planificadas

Material	Descripción	Sesión
Pajitas de refresco	Se necesitarán 4-5 por estudiante	2
Hilo	Tanta cantidad como sea necesaria	2
Portátiles con Internet	Carro del centro para usarlos en clase	3
Polígonos de papel	Diferentes figuras recortadas y, a ser posible, plastificadas. Otra opción es usar una ficha que tenga dos figuras distintas.	5

5. RECOGIDA, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS

En este apartado se recoge la información relacionada con los distintos instrumentos para la recogida de datos y el análisis de actuación realizado durante y después de la acción que ha permitido la obtención de los resultados de este trabajo.

5.1 Métodos de recogida de datos

En cada sesión de las planteadas en este trabajo se ha recopilado información de forma diferente. Por consiguiente, ordeno el tipo de recogida de datos por sesiones:

Sesión 1: Al ser una sesión con el único objetivo de recoger información del nivel de los alumnos, se les entregó una ficha por grupo de la que se guarda registro en foto.

Sesión 2: En lugar de recoger información escrita, se tomaron registros observacionales en una rúbrica y fotografías del resultado de las actividades de forma individual para tener registro.

Sesión 3: Además de la observación del trabajo en clase mediante rúbrica, cada alumno entregó un documento a través de Google Drive donde desarrolló la actividad propuesta.

Sesión 4: La información se recogió de forma observacional mediante rúbrica y a través de fotografías de los resultados de la actividad propuesta.

Sesión 5: La información se recogió observacionalmente a través de una rúbrica y mediante fotografías de las fichas rellenas por los estudiantes. Después de terminar la actividad, cada grupo realizó la puesta en común de sus respuestas y se debatieron en gran grupo.

La opinión de los alumnos respecto al grado de interés y satisfacción con la puesta en práctica de mi propuesta didáctica quedó recogida en cada sesión con sus respuestas a las preguntas que incluyo en la Tabla 6.

Una vez realizadas todas las sesiones, toda la información recogida se ha sintetizado en una rúbrica de evaluación individual de las capacidades desarrolladas por cada estudiante durante las sesiones realizadas.

5.2 Análisis de actuación durante la acción

En este apartado voy a analizar el resultado obtenido en cada sesión, remarcando lo más importante de cada una.

En la *sesión 1* no tuve problema para presentar la actividad para evaluar sus conocimientos previos y después llevar cabo la introducción a la materia a través de los contenidos que los alumnos habían puesto en común en grupo. La gran mayoría tenía el post-it que les proporcioné para pegar en la ficha vacío o estaba relleno de nombres sin conocer su verdadero significado. Al poner en común toda la información y dar un par de pistas en la pizarra, los alumnos fueron capaces de reconocer las partes de una figura sin problema, dando a entender que era un error de memoria más que un error de comprensión.

En la *sesión 2* tuve problemas con el tiempo. Debido a que esta sesión tuvo lugar en una semana dedicada a talleres y exposiciones relacionados con el proyecto que se estaba desarrollando en el centro, sólo disponía de la mitad de tiempo, por lo que tuve que adaptar la actividad para abarcar todo el contenido. Es por esto que las actividades 1 y 2 no pudieron llevarse a cabo como estaban planificadas. La clase, al ser más corta, consistió en una breve puesta en común sobre los elementos de un polígono y su definición. Los alumnos fueron capaces de identificar los elementos y distinguir entre los diferentes ejemplos con un poco de ayuda. Una vez acabado esto, realizaron unas actividades del libro para las cuales no tuvieron mayor problema. Algunos errores al copiar las figuras en el cuaderno o fallos al identificar figuras eran esperables.

En la *sesión 3* pude disponer de portátiles en clase, dando lugar a realizar la actividad 3 tal y como está descrita en la sesión. No hubo problemas a la hora de trabajar con la página web de GeoGebra, hacer capturas de pantalla y pegar los triángulos en un documento de Docs. Para identificar triángulos, fueron los alumnos los que razonaron las posibles diferencias entre los triángulos y buscaron ellos mismos la forma de nombrarlos.

En la *sesión 4* tuve bastantes problemas inesperados. Tras el resultado de la clase anterior con GeoGebra y la facilidad con la que los alumnos nombraban triángulos en clase, supuse que no habría problemas en continuar con la actividad 3 como estaba previsto, pero no fue así. El primer problema fue a la hora de dibujar el triángulo. Al pedir a los alumnos que identificasen el triángulo que habían dibujado, muchos tuvieron problemas

para nombrarlo correctamente, teniendo que volver a recordar lo trabajado en la sesión anterior sobre clasificación de triángulos. Este problema era esperable, de hecho, tenía intención de reforzar ese contenido en esta sesión. A la hora de medir los ángulos, la gran mayoría de la clase no sabía cómo usar un transportador de ángulos, pero tras una breve explicación, no hubo problema. Pude apreciar errores a la hora de nombrar los ángulos, utilizando centímetros en lugar de grados para indicar su medida. La sesión se ajustó a la hora prevista, trabajando todas las actividades sin problema.

En la *sesión 5*, en la que realizaron la actividad 4, no hubo problemas que no fueran los esperados. Esta sesión se ajustó al tiempo previsto y los alumnos trabajaron correctamente desarrollando las capacidades esperadas. La participación fue muy buena durante toda la sesión.

5.3 Análisis de actuación después de la acción

En esta sección presento los resultados obtenidos después de analizar los datos recogidos durante las sesiones planificadas e implementadas para obtener información más detallada acerca de las capacidades, dificultades y errores de los estudiantes a la hora de trabajar los contenidos seleccionados en los análisis de contenido y cognitivo.

Empezando con un análisis de los resultados individuales de las capacidades alcanzadas por cada estudiante al realizar las 4 actividades planificadas, podemos ver en la Tabla 4 que los resultados han sido bastante satisfactorios. Respecto a la adquisición de capacidades, podemos comprobar que se han conseguido las capacidades C.1, C.2 y C.3 en todos los alumnos que componen la clase, siendo capaces de identificar qué es un polígono, un triángulo y un cuadrilátero. Sin embargo, podemos ver que el índice de alumnos capaces de clasificar los triángulos según sus características, C.4, es relativamente bajo. Si observamos los resultados de la siguiente capacidad, C.5, clasificar cuadriláteros, podemos ver que un mayor número de alumnos ha alcanzado esta capacidad. Si comparamos el porcentaje de alumnos que han conseguido las capacidades, obtenemos que un 65% ha conseguido la capacidad C.4 frente a un 88% que ha logrado alcanzar la capacidad C.5. Esto puede deberse a la forma de afrontar la actividad 3 en clase, intentando introducir las características de los triángulos a través de un ejercicio de práctica en lugar de uno de reflexión y también al hecho de que la actividad 4 que trabaja la capacidad C.5 fue realizada por los estudiantes de forma colaborativa. Creo que estos

resultados podrían mejorarse cambiando la forma de realizar la actividad 3 y, de este modo, más estudiantes lograrían alcanzar C4.

Tabla 4. Capacidades desarrolladas por cada estudiante al realizar las 4 actividades

Alumno/a	C.1	C.2	C.3	C.4	C.5	Alumno/a	C.1	C.2	C.3	C.4	C.5
1.	x	x	x	x		14.	x	x	x	x	x
2.	x	x	x	x	x	15.	x	x	x	x	x
3.	x	x	x			16.	x	x	x	x	x
4.	x	x	x	x	x	17.	x	x	x	x	x
5.	x	x	x	x	x	18.	x	x	x	x	x
6.	x	x	x		x	19.	x	x	x	x	x
7.	x	x	x		x	20.	x	x	x		x
8.	x	x	x	x	x	21.	x	x	x	x	x
9.	x	x	x	x		22.	x	x	x	x	x
10.	x	x	x		x	23.	x	x	x		x
11.	x	x	x	x	x	24.	x	x	x		x
12.	x	x	x	x	x	25.	x	x	x		x
13.	x	x	x		x	26.	x	x	x	x	x

Presento ahora en la Tabla 5 los resultados globales de los 26 estudiantes, atendiendo a las capacidades que desarrollaron y a los errores en los que algunos incurrieron:

Tabla 5. Capacidades desarrolladas y errores en los que incurrieron los estudiantes en cada actividad

Actividades	C.1	C.2	C.3	C.4	C.5	Errores detectados	Errores imprevistos
A.1	x					E.1	
A.2	x					E.1 y E.5	
A.3		x		x		E.1 y E.4	E.6
A.4			x		x	E.1 y E.4	

Como se puede apreciar en la Tabla 5, el análisis cognitivo realizado ha resultado muy acertado puesto que las actividades han contribuido a desarrollar las capacidades esperadas en cada una. Los errores que se han presentado durante su realización han sido los previstos, pero ha aparecido un nuevo error que no había contemplado a priori y que es el siguiente:

E.6 Error al seleccionar las unidades de medida.

Por otro lado, cabe destacar que las actividades se han ajustado al tiempo previsto, salvo aquellas que se vieron afectadas por alguna situación imprevista, ya comentada anteriormente.

En lo que respecta a mi actuación docente, estoy satisfecho de la planificación realizada y también de su puesta en práctica porque, en general, los estudiantes me han transmitido su gusto e interés por las actividades realizadas y, además, los resultados anteriores ponen de relieve que la mayoría de ellos han aprendido satisfactoriamente los contenidos trabajados. Estaba preocupado por las actitudes de mis estudiantes hacia las actividades matemáticas presentadas y fui recogiendo información de ello durante las sesiones mediante una rúbrica de satisfacción, cuyos resultados muestro en la Tabla 6. Para ello en cada sesión les fui preguntando y anotando sus respuestas, para poder después decir qué porcentaje de estudiantes manifestaba dicha opinión:

Tabla 6. Resultados grupales de opiniones del alumnado por sesión (*evaluación conocimientos previos)

Sesión	¿Te ha gustado la sesión?	¿Te ha parecido interesante?	¿Qué mejorarías?
Sesión 1*	Sí (96.15%)	No (84.61%)	-
Sesión 2	Sí (76.92%)	Sí (84.61%)	Ha sido algo lenta
Sesión 3	Sí (100%)	Sí (100%)	-
Sesión 4	Sí (65.38%)	Sí (65.38%)	Cambiar el orden de explicación. Primero en físico con el papel, luego suma de ángulos.
Sesión 5	Sí (92.3%)	Sí (92.3%)	-

Las opiniones del alumnado fueron positivas en lo que a mi intervención docente se refiere, aunque he podido apreciar algunos puntos débiles que debo mejorar relacionados con la forma de presentar las actividades para alcanzar los objetivos pretendidos con la realización de las mismas. La forma de presentar algunas actividades llevó a cierta confusión a una parte del alumnado y fue necesaria una segunda explicación de la actividad por mi parte. Una propuesta de mejora podría ser estructurar las sesiones de otra forma, comenzando por tratar actividades que tengan relación con la teoría para introducir seguidamente ejercicios de relación de conceptos con sus nombres correspondientes. Otro aspecto a recalcar sobre mi actuación es el control de clase. A pesar de haber sido relativamente acertado, he podido apreciar que, por la naturaleza de las actividades planteadas en las sesiones, los alumnos pueden perder la concentración al acabar las actividades y esperar a la corrección de las siguientes. Algunas recomendaciones para la siguiente práctica sería la preparación de actividades extra para reforzar los conocimientos en clase. Otra alternativa es modificar la actividad para que, una vez terminen los alumnos de realizar los ejercicios, ayuden a los compañeros que tengan cercanos a su sitio a comprender las actividades y, si es necesario, dar pistas sobre el proceso para obtener la solución.

6. CONCLUSIONES

Este trabajo ha sido llevado a cabo utilizando una metodología de Investigación-Acción, haciendo uso del análisis didáctico para diseñar, planificar y poner en práctica una secuencia didáctica sobre contenidos de geometría plana para 5º de Primaria. Es la primera vez que realizo una investigación de este tipo y he tenido una experiencia positiva llevándola a cabo porque, como sostenían Kemmis y MacTaggart (1988), ha permitido mejorar, transformar y comprender mejor mi práctica docente. Este procedimiento dota al profesor de las herramientas necesarias para poder realizar las prácticas docentes de la forma que, desde mi punto de vista, es correcta, permitiendo hacer modificaciones a las actividades en todo momento y adaptarlas al nivel que puedan tener los alumnos en clase. Coincido con Lupiáñez (2013) en que, al planificar las secuencias didácticas de este modo, las actividades ofrecen al alumnado oportunidades reales de aprendizaje. A través del análisis de contenido, he reforzado y ampliado los conocimientos sobre los contenidos del tema y sobre los errores más frecuentes que suelen aparecer cuando se trabajan en Primaria. Mediante el análisis cognitivo he seleccionado los focos conceptuales que iba

a trabajar y las capacidades que pretendía desarrollar, prestando especial atención a las dificultades y errores que suelen tener asociados. Durante el análisis de instrucción, he conseguido crear unas tareas ricas que permitieran cumplir mis expectativas de aprendizaje y también que resultaran motivadoras y atractivas para mis estudiantes. Así, partiendo de tareas más simples extraídas del libro de texto, he conseguido enriquecerlas antes de ponerlas en práctica. El análisis de actuación me ha permitido ir haciendo un análisis de resultados durante la acción y hacer las modificaciones pertinentes a la secuencia diseñada mientras que, gracias al análisis de actuación después de la acción, he obtenido los resultados presentados, tanto a nivel de aprendizaje de los estudiantes como de valoración de mi propia actuación docente.

Los resultados mostrados en el apartado anterior ponen de relieve que las actividades planificadas se han ajustado a las necesidades del alumnado, permitiendo trabajar todos los contenidos programados, a pesar de los contratiempos. Y, aunque con excepciones, un alto porcentaje de estudiantes las ha completado con éxito. La forma de llevarlas a la práctica durante las sesiones ha sido idónea, teniendo en cuenta los materiales de los que se disponía en clase, permitiendo realizar todas las actividades a excepción de una de ellas, por motivos de tiempo. De esto, podemos extraer la necesidad de tener en cuenta la programación del centro en el que se encuentre el docente a la hora de programar las sesiones, para coordinar las actividades planificadas con los eventos propuestos de modo que no haya imprevistos.

Analizando el grado de satisfacción del alumnado, podemos comprobar que las actividades propuestas en este trabajo han conseguido su objetivo en cuanto a mejorar la motivación del alumno por las actividades matemáticas. La opinión de los estudiantes respecto a ellas ha sido favorable, captando su interés en clase por el contenido que se mostraba o trabajaba en cada actividad y proporcionando los conocimientos y habilidades necesarias que se esperaba desarrollar con cada sesión, cumpliendo así mis objetivos de investigación.

Por otro lado, entre las limitaciones de este trabajo destaco la falta de tiempo para implementar la secuencia diseñada, dado que solo he tenido 5 sesiones para ello. Ello me ha impedido evaluar la adecuación de las tareas 1 y 2, puesto que se no se realizaron como estaban programadas por no disponer del tiempo inicialmente previsto. Otra limitación ha podido ser mi falta de experiencia en el diseño de actividades que ha hecho que no

todas las actividades hayan sido perfectas para favorecer el aprendizaje de todos los alumnos de clase, siendo un ejemplo de ello la actividad 3. Aunque la primera parte de la actividad 3 fue realizada con GeoGebra y considero que fue un acierto por los buenos resultados obtenidos, cuando los estudiantes trabajaron la segunda parte, muchos de ellos demostraron no haber desarrollado correctamente la capacidad C4. Quizás con una planificación diferente de esa parte de la actividad, los estudiantes habrían incurrido en menos errores. Este resultado me lleva a la conclusión de que las clasificaciones de triángulos se deben trabajar de otra manera en clase o es necesario dedicar más tiempo a estas. Quiero añadir que los errores mostrados en este trabajo, en relación con la adquisición de las capacidades previstas, no son aspectos a tratar como aspectos negativos o fallos, sino un punto a mejorar y a tener en cuenta en el siguiente ciclo de implementación de la secuencia didáctica diseñada.

En otro orden de cosas, deseo destacar el apoyo de la profesora-tutora del grupo-clase, que se encontraba en clase en casi todo momento, y me ha apoyado en las decisiones que he tomado durante este trabajo, aportando su punto de vista desde la experiencia y el trabajo previo realizado con esta clase. Esto ha permitido adaptar las actividades de una forma más acertada a la originalmente prevista, alcanzando las capacidades a pesar de los contratiempos y errores que han aparecido.

Por último, este trabajo de fin de grado me ha proporcionado el conocimiento de una herramienta para poder adaptar mis clases en el futuro, teniendo en cuenta las necesidades del alumnado, visualizando los posibles errores y las formas que tengo de llevar a cabo las diferentes actividades. En lo que respecta a mi actuación docente, he mejorado la capacidad de seleccionar actividades y adaptarlas, permitiéndome llevar mis ideas respecto a la exposición de la materia en clase, de forma razonada y con una base de investigación, a un aula.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arias, Emilhy. (8 de mayo de 2020). *Historia de la geometría: antecedentes y desarrollo desde su origen*. Lifeder. <https://www.lifeder.com/historia-geometria/>
- Barrantes, M., y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestros sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 240-250.

- Caraballo, R.M., Rico, L., y Lupiáñez, J.L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas. *Profesorado*, 17(2), 225-241. <http://hdl.handle.net/10481/30017>
- Carr, W., y Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La Investigación-Acción en la formación del profesorado*. Martínez Roca
- Cohen L., y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. La muralla
- Colás, P., y Buendía, L. (1994). *Investigación Educativa*. Alfar
- Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la Investigación-Acción*. Morata.
- Flores, P. (2018). ¿Por qué multiplicar en cruz? Formación inicial de profesores de primaria en el área de Matemáticas. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación matemática*, 53, 9-29. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/17195/>
- Flores, P., y Rico, L. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Pirámide.
- Gardenia, A. (2009). Materiales y recursos en las enseñanzas matemáticas. *Revista Digital de innovación y experiencias educativas*, 24, 1-8.
- Gómez, P. (2007). Análisis didáctico. Una conceptualización de la enseñanza de las matemáticas. En P. Gómez (Ed.), *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*, (pp. 31-116). Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (1996). Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. En J. Giménez y A. Jaime (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, (pp. 143-170). Comares.
- Kemmis, S., y MacTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la Investigación-Acción*. Laertes
- Lewin, K. (1946) Action research and minority problems. *Journal for Social Issues*, 2(4), 34-46.
- Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada.

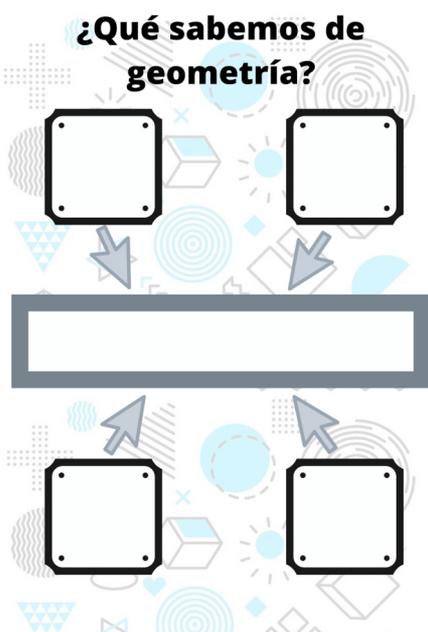
- Lupiáñez, J. L. (2013). Artículos académicos para análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.). *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*, (pp. 81-101). Comares.
- Orden del 15 de enero de 2021, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre distintas etapas educativas. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 18 de enero de 2021, Extraordinario 7, pp. 2-223. <https://www.juntadeandalucia.es/boja/2021/507/1>
- Rico, L., y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Alianza.
- Segade, M. E., Naya, M. C. (2018). Secuencia didáctica para el estudio de los triángulos en educación primaria con GeoGebra y un primer análisis. *Números*, 98, 163-177. <http://funes.uniandes.edu.co/12893/>
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.
- Zaragoza, A. (2016). *Figuras planas: una nueva enseñanza es posible* [Trabajo Fin de Grado]. Universidad de Murcia. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10201/47751>

ANEXOS

Anexo I: Desarrollo de las sesiones

Sesión 1

En esta sesión el objetivo es comprobar el nivel de conocimientos del que partimos para establecer el nivel de dificultad del resto de sesiones además de los conocimientos que podemos llegar a abarcar. Para esta actividad, voy a hacer uso de un folio en formato A3



en el que he impreso un cartel para los alumnos. En dicho cartel, los alumnos van a colocar de forma individual los conocimientos que sepan o que creen que están relacionados con la palabra geometría. Una vez puestos sus conocimientos en el hueco, los pondrán en común con el resto del grupo en el que se encuentren y posteriormente con el resto de la clase.

Para realizar esta actividad, sólo se necesita un bolígrafo por persona, post-its para poder dar a cada alumno uno y además tener algunos extras por si se equivocan o quieren cambiar lo que han puesto, los carteles que serán uno por cada grupo y una pizarra (ya sea digital o tradicional de tiza) para poder anotar las aportaciones de los alumnos y hacer una lista.

La forma de agrupar la clase para llevar a cabo esta actividad será en grupos pequeños de 4 o 5 alumnos. Debido a la distribución de las mesas y grupos en clase, obtendremos dos grupos de 5 alumnos y cuatro grupos de 4 alumnos.

A la hora de poner en común la actividad, se realizará por orden. Primero se pondrá en común los conocimientos que saben dentro del grupo, anotando las aportaciones que no sean repetidas en el centro del cartel que se ha proporcionado a cada grupo. Luego se pondrá en común con el resto de la clase y de forma ordenada.

La forma de evaluar esta actividad será por grupos, haciendo una foto a cada cartel con los nombres de los alumnos para valorar la participación.

Sesión 2

Una vez establecida la dificultad que deben tener las actividades y conocimientos que abarcamos en cada una de ellas, procedemos a introducir las actividades que se van a llevar a cabo en este trabajo.

Previo a esta clase debemos pedir a los alumnos que traigan objetos que crean que contienen figuras geométricas como las vistas en la sesión anterior tras comentar en clase. De esta forma podemos relacionar los objetos del día a día de los alumnos con los polígonos que veremos en clase en las próximas sesiones. Una vez que hemos compartido los objetos, comentando las características y las figuras que podemos observar, pasamos a explicar qué es un polígono, nombrando los elementos y asegurándonos de poner ejemplos utilizando los traídos por los alumnos. En esta sesión realizaremos la Actividad 1 y 2.

Una vez puesto en común lo traído de casa y explicado los elementos del polígono y cómo clasificar por sus lados, procedemos a crear nuestro propio material manipulativo que podremos usar en las siguientes sesiones como un recurso para visualizar las figuras. Para esto, usaremos pajitas de refresco de plástico y un trozo de hilo que introduciremos por dentro.

Para terminar la actividad, mostraremos en la pizarra digital una serie de fotos donde se encuentren polígonos para que los alumnos los puedan localizar e indicar sus elementos. Se dispone de un máximo de 1 hora, trabajando en todo momento por grupos de cuatro o cinco alumnos durante toda la clase. Se necesitarán pajitas de plástico e hilo.

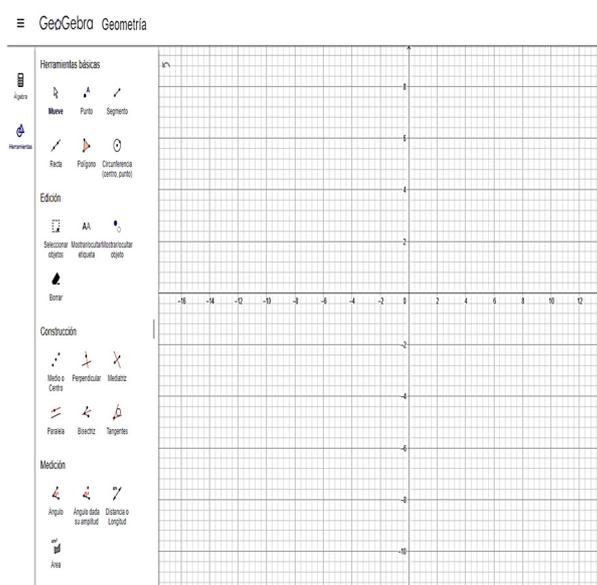
Sesión 3



Comenzamos la sesión continuando donde lo dejamos en la anterior, es decir, clasificando polígonos por sus lados. Esto servirá para repasar los elementos y características de los polígonos en clase. Utilizaremos tanto los materiales que hemos elaborado en clase (las pajitas de plástico y el hilo) y las figuras que formaron los alumnos, ya sea con los objetos traídos de casa o las que formamos en clase a través de experimentar o las fotos que mostramos. El objetivo de esta parte de

la sesión es remarcar los elementos que contienen los polígonos y cómo clasificarlos antes de pasar a la siguiente actividad.

Una vez terminado esto, procedemos a introducir los triángulos para realizar la *Actividad 3*. Para ello, comenzamos la clase explicando qué es GeoGebra y cómo se usa. GeoGebra es una plataforma que se accede a través de la web. Puede usarse para matemáticas, geometría (bidimensional y tridimensional), probabilidad, ... El enlace para acceder a la web es el siguiente: <https://www.geogebra.org/>



Una vez en la web, hacemos clic en “Iniciar calculadora” y deberíamos poder cambiar la calculadora de modo “calculadora gráfica” a “geometría”. Esto nos permite dibujar segmentos, polígonos, calcular ángulos, medir, entre otros. Para poder colocar tanto el eje de coordenadas como el fondo cuadriculado, podemos hacerlo desde la tuerca que se encuentra arriba a la derecha.

Usando esta herramienta, mostrándola en la pizarra digital para los alumnos y cada alumno en su portátil, podemos crear cualquier triángulo que quieran los alumnos para poder analizar sus características. De esta manera, podemos introducir los diferentes tipos de triángulos y cómo clasificarlos según sus lados y ángulos. Una vez creados, los alumnos tendrán que sacar una captura de pantalla de lo que han hecho y describir cuáles son las características de los triángulos. El documento se puede crear en Drive y compartirlo con el docente para poder evaluar el avance del alumnado. El reto de la actividad será crear un triángulo de cada tipo y ver si son capaces de analizar las características y determinar si son posibles o no de crear.

Para llevar a cabo la actividad, organizaremos la clase en grupos de dos o tres alumnos y compartirán el documento con el nombre de cada alumno que forme el grupo. Esto les permitirá trabajar en grupo para resolver la actividad y proponer diferentes triángulos.

Esta sesión puede llevar entre 1 hora o 1 hora y media dependiendo de la rapidez de comprensión del programa o de las dudas que surjan en clase.

Sesión 4

El objetivo de esta sesión será ampliar lo adquirido en la sesión previa, continuando con la *Actividad 3*.

Para comenzar la clase, repasamos levemente los contenidos que llevamos vistos hasta ahora en el tema. Para ello, dibujamos en la pizarra un polígono y que sean los alumnos los que nos digan las características de dicha figura. Una vez repasado, introduciremos otra característica del triángulo, siendo esta que la suma de sus ángulos es igual a 180° . Lo realizaremos a través de la siguiente actividad: Indicaremos a los alumnos que dibujen un triángulo, el que quieran, en un folio. El tamaño tiene que ser medianamente grande para que puedan hacer uso del transportador de ángulos para medir sus ángulos e indicarlos. De esta forma, podemos enseñar cómo utilizar correctamente el transportador de ángulos. Una vez dibujados y marcados los ángulos, recortamos el triángulo y lo mostramos a los compañeros, clasificándolos según sus lados y ángulos. Para mostrar que la suma de los ángulos es igual a 180° se puede demostrar de dos formas diferentes. Una puede ser sumando los ángulos que han medido haciendo uso de las herramientas y otra es recortando los ángulos del triángulo y juntándolos de forma que compartan el mismo vértice, siendo consecutivos. Con esto conseguiremos, si han dibujado y recortado correctamente, que los ángulos formen un ángulo de 180° o llano.

Esta actividad se puede llevar a cabo de forma individual, dejando que sean los alumnos que terminen los que ayuden a sus compañeros a medir y cortar si hiciera falta. El tiempo estimado para esta sesión es de 45 minutos aproximadamente.



Sesión 5

El objetivo de esta sesión será, que, a través del razonamiento, los alumnos identifiquen los diferentes cuadriláteros que existen, tanto paralelogramos como no paralelogramos. Para ello, preparamos una ficha que harán de forma individual y en la que compararán las diferentes características de dos figuras que se les muestran. Los alumnos se colocarán por parejas. Cada pareja de alumnos tendrá figuras aleatorias, de forma que, una vez

COMPARA Y CONTRASTA

En qué se parecen?

En qué se diferencian?

En cuanto a...

¿Qué nos dice sobre estas cosas?

terminada la observación, se pueda compartir con el resto de la clase y así hacer una lista de características que han obtenido entre todos.

Primero explicaremos la actividad, mostrando la ficha que hemos preparado para que los alumnos puedan rellenarla. Indicaremos en la sección de diferencias qué queremos que comparen, respecto a sus lados, ángulos, vértices, diagonales, ... dejando un espacio libre para que los alumnos puedan añadir una diferencia extra si quieren.

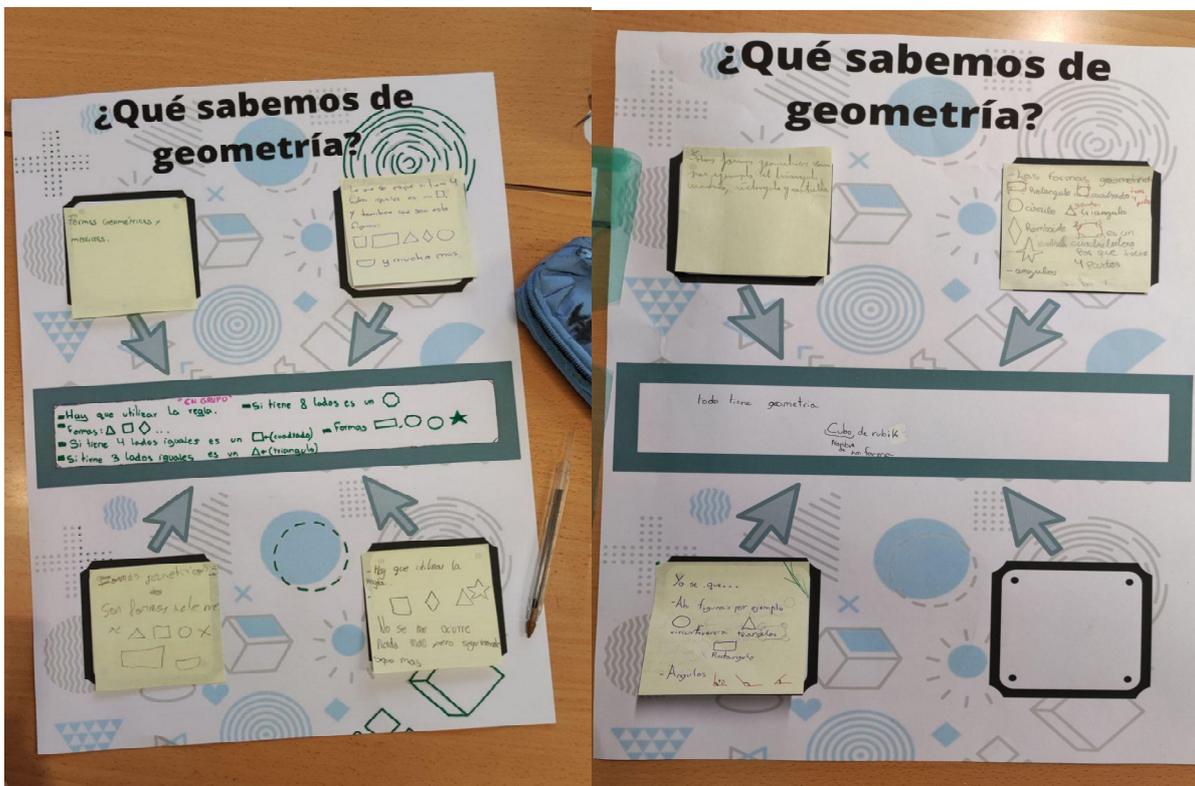
Cada alumno tendrá una ficha en la que colocará su nombre, indicará en nombre de las dos figuras que tiene si las conoce. En caso de no conocerlas, podrá hacer un pequeño dibujo sobre el hueco reservado para el nombre. En el siguiente espacio podrá indicar las características que ve iguales entre las dos figuras. A continuación, serán las diferencias que se puedan apreciar y por último se cierra la ficha indicando cómo se clasificarían las figuras, qué características importantes comparten o cuál es la diferencia más importante entre ellas.

Una vez terminada la ficha, se pondrá en común con el resto de la clase, donde se hará una lista en la pizarra con todas las características que han recogido los alumnos de cada figura a la vez que se comparan entre ellas.

Esta actividad se realiza en parejas, compartiendo opiniones y figuras que analizar, pero la ficha se rellena de forma individual. El tiempo para esta actividad es de una hora. Los materiales necesarios para esta actividad son las figuras recortadas en papel para poder entregarlas a los alumnos y la ficha, tantas como el número de alumnos que haya en clase.

Anexo II: Imágenes de actividades resueltas por los estudiantes

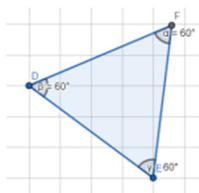
Sesión 1



Sesión 3

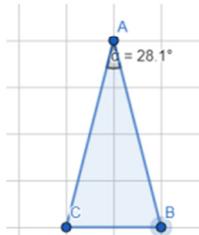
Triángulos

1. Nombra cómo podemos clasificar los triángulos según sus lados.



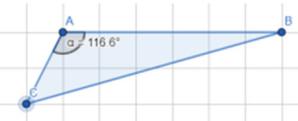
Nombre: Equilátero

Característica: Tiene todos sus lados iguales.



Nombre: Isósceles

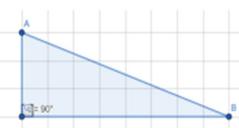
Característica: Dos lados iguales



Nombre: Escaleno

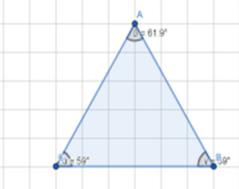
Característica: No tiene ningún lado igual.

2. Nombra cómo podemos clasificar los triángulos según sus ángulos.



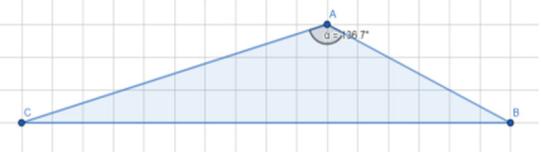
Nombre: Rectángulo

Característica: Tiene un ángulo de 90° (recto)



Nombre: Acutángulo

Característica: Tres ángulos de menos de 90° (agudos)



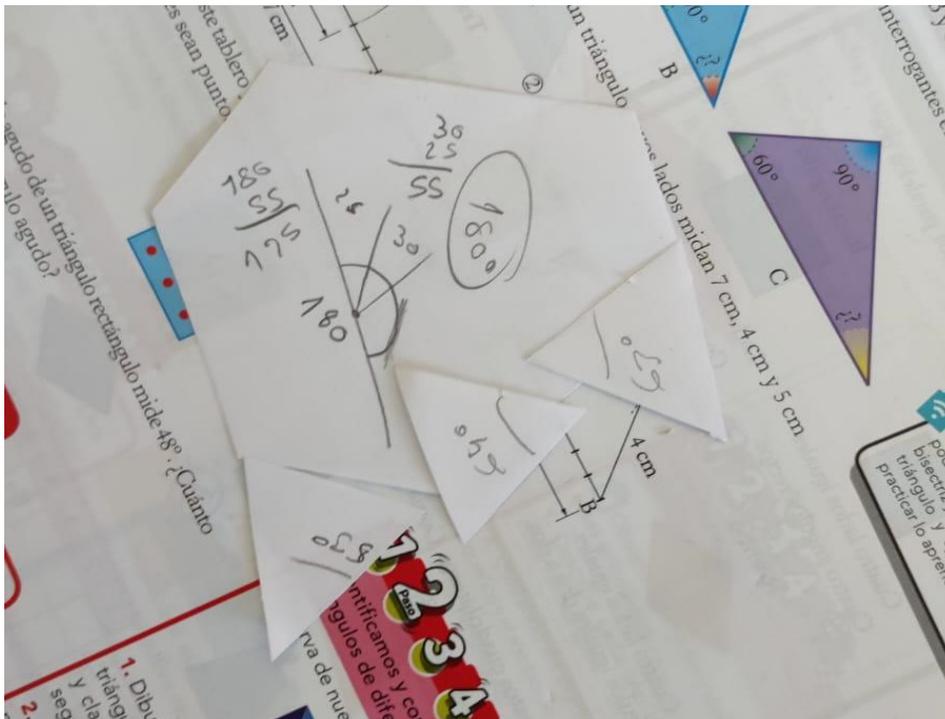
Nombre: obtusángulo

Característica: Tiene un ángulo de más de 90° (obtus)

¿Se pueden crear los siguientes triángulos? Marca con una 'V' los que sí puedas crear y con una 'X' los que no se puede.

Lados	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Ángulos			
Acutángulo	v	v	v
Rectángulo	x	v	v
Obtusángulo	x	v	v

Sesión 4



Anexo III: Detección de errores en actividades

En la *primera actividad* podemos ver diferentes figuras, algunas son polígonos y otras no. En concreto en la figura B pueden llegar a tener algún problema al ser una figura convexa en lugar de cóncava. La figura D también puede suponer un pequeño problema, pero ínfimo, ya que la figura posee lados rectos y curvos pudiendo inducir a error. En la segunda foto de la actividad podemos ver que el ejercicio muestra objetos que encontramos en nuestro día a día, siendo las señales de tráfico. En el caso de las que se muestran, no identificó que pueda haber error a la hora de identificarlas.

En la *segunda actividad* se muestran dos ejercicios que van juntos. Los alumnos tienen que identificar las características de los polígonos que se muestran además de copiarlos en su libreta/hoja para poder realizar el ejercicio. Esto puede revelar varios errores o inconvenientes a la hora de realizarla. En el momento de copiar las figuras, los alumnos pueden tener problemas para dibujar la misma figura en su libreta si no se percatan que están colocadas en un fondo cuadriculado como el de su libreta/hoja, dando lugar a frustración por no poder copiar la misma figura que ven en el ejercicio y por ende no poder dibujar los elementos correctamente. En el ejercicio 5 que se muestra en la foto se pide nombrar a esos polígonos y dibujar sus diagonales. El error más común que veo en este ejercicio es el de dibujar todas las diagonales. El apartado A, siendo un cuadrado, es simple ya que sólo tiene dos. Pero el apartado B y C tienen muchas más y los alumnos pueden confundirse a la hora de intentar trazarlas todas o incluso tener problemas para identificar cuál han dibujado y cuál no.

La *tercera actividad* es identificar triángulos. Un ejercicio simple y con ejemplos sencillos. Sin embargo, los alumnos deberán utilizar instrumentos para medir sus lados a la hora de clasificar según sus lados para evitar errores.

La *cuarta actividad* puede presentar problemas a la hora de identificar los lados paralelos de las figuras. Los alumnos pueden confundir que los lados sean paralelos con que sean iguales, es decir, que midan lo mismo. Esto puede llevar a error a la hora de identificarlos correctamente en la tabla. A la hora de comprobar qué lados son iguales, hará falta hacer mediciones y utilizar instrumentos de medida para estar seguros.