



CINVESTAV-IPN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
EDUCATIVA



DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE GRANADA



COMISION EUROPEA

Experimentaciones en Educación Matemática en los Niveles Medio Superior y Universitario

Editores
Fernando Hitt
Arturo Hernández

Programa ALFA
Proyecto FIEMAL
COMISIÓN EUROPEA

Experimentación en Educación Matemática en los Niveles Medio Superior y Universitario

Editores: Fernando Hitt Espinosa y Arturo Hernández Ramírez

Publicado por:
Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN

Diseño y Diagramación
Sara Daza Maya

Reproducción
Allan M. Cortez Ortega

Serigrafía
Juventino Ibáñez

D.R. © Los Autores
Impreso en México

ISBN: 968-5226-02-4

La reproducción de esta obra fue realizada en el Taller del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, ubicado en Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, Col. San Pedro Zacatenco, C. P. 07360 México, D. F.

Índice

Introducción	i
Reforma curricular y desempeño de los estudiantes del nivel medio superior en el proceso de resolución de problemas no rutinarios	1
<i>Magdalena Alvarado Soriano y Manuel Santos Trigo</i>	
El papel de la tecnología en la resolución de problemas para futuros profesores de matemáticas	33
<i>Antonio Codina Sánchez</i>	
El concepto de función en secundaria: Conocer el grado de visualización de función lineal en el alumno	43
<i>Adrián de la Rosa Nolasco</i>	
Conversión entre representación gráfica y algebraica del concepto de recta	55
<i>Dolores García García</i>	
Algunos aspectos sobre las habilidades matemáticas de los estudiantes graduados de ingeniería	67
<i>Arturo Hernández Ramírez</i>	

Desarrollo de habilidades matemáticas y construcción de conceptos versus pérdida de habilidades matemáticas	79
<i>Fernando Hitt Espinosa</i>	
Demostración en matemáticas y su relación con el uso de contraejemplos	95
<i>Fernando Hitt Espinosa y Antonio Codina Sánchez</i>	
Concepciones de profesores en formación acerca de la validación del conocimiento matemático con el uso de tecnología	113
<i>Jose Luis Lupiáñez Gómez</i>	
¿Es difícil determinar el dominio de una función?	129
<i>Rosa Ma. Meneses Hernández</i>	
Tendencia de los estudiantes a unir valores discretos en una gráfica con un trazo continuo	141
<i>Isaias Miranda Viramontes</i>	
El uso espontáneo de representaciones y la importancia de las estrategias metacognitivas para el entendimiento y solución de problemas	151
<i>David Benítez Mojica y Manuel Santos Trigo</i>	
Estudio de las concepciones de los estudiantes, de primer semestre de ingeniería, sobre la diferencial de una función en un punto, usando diferentes registros de representación	167
<i>Karina Viveros Vela</i>	
Probabilidad condicional e independencia: Conocimiento y coordinación entre registros semióticos	177
<i>Gabriel Yáñez Canal</i>	

Introducción

La investigación educativa ha proporcionado valiosos resultados sobre problemas concretos de aprendizaje. Sin embargo, datos sobre fenómenos ligados al aprendizaje en general y sobre el aprendizaje de las matemáticas en lo particular son poco divulgados en los países de habla hispana. Por ejemplo, en lo que respecta al sistema educativo mexicano se sabe muy poco, y de lo poco que se sabe, las estadísticas son aterradoras; por mencionar algunos datos, tenemos por ejemplo que la Comisión Internacional para la Instrucción Matemática (ICMI, 1986, p. 19) compara al sistema educativo mexicano con el sistema educativo japonés: «*De hecho, cerca del 60% de los niños mexicanos continúan en la escuela primaria después del primer año. Aproximadamente el 10% inicia la secundaria [básica y media superior] y cerca del 3% finaliza estudios superiores. En contraste, prácticamente todos los niños japoneses completan la educación básica, y cerca del 95% permanecen a tiempo completo estudiando hasta la edad de 18 años.*» Ibargüengoitia publicó (Periódico Excélsior, 19/julio/71) que de cada 22 millones de mexicanos en edad escolar, exclusivamente 10 millones asistían a la escuela. O este otro comentario de Carlos Fuentes (1997, p. 70) «*En México, la tasa de escolaridad es de seis años y medio. En Argentina es de nueve y en Canadá de doce. En la secundaria y preparatoria, sólo 28 de cada 100 jóvenes entre los 16 y los 18 años reciben instrucción en México; y en las universidades, sólo el 14% de los jóvenes entre 19 y 24 años alcanza ese nivel educativo. Y en el posgrado, sólo el 2% de los egresados de las universidades hace maestrías y un 0.1% doctorados.*»

El papel de la tecnología en la resolución de problemas para futuros profesores de matemáticas

Antonio Codina Sánchez

Centro de Investigación y Estudios Avanzados¹, México;

Universidad de Granada, España

acodisan@yahoo.es

Resumen

Este reporte pretende indagar las concepciones y creencias que presentan futuros docentes de matemáticas acerca de las nuevas tecnologías, la noción de problema Vs. ejercicio matemático y, sobre la naturaleza de las matemáticas mediante un cuestionario abierto compuesto de tres preguntas aplicado a un total de 43 sujetos pertenecientes al último curso de Licenciatura de Matemáticas en la Universidad de Granada (España). De este modo, exploramos sus tempranas creencias sobre estos tópicos pues éstas posteriormente serán vertidas en su futura labor docente.

Justificación

En los recientes cambios curriculares, la labor del docente es un eje importante, se observa cómo la función docente cambia desde una visión estática y de mero transmisor de los conocimientos matemáticos a una visión de su actividad como dinámica, crítica, reflexiva, etc., por lo que el profesor tiene ahora una mayor responsabilidad dentro de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a este respecto el NCTM (1998, p. 30) señala: *Su confianza y disposición acerca de las matemáticas [de los estudiantes] son conformadas por las matemáticas del docente y por sus decisiones pedagógicas. El Principio de Enseñanza enfatiza la gran responsabilidad del profesor por crear una clase de matemáticas como un lugar para pensar y aprender...* También es notoria la tendencia a considerar como otro eje principal en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas la resolución de

¹ Trabajo apoyado por el proyecto ALFA de la Comunidad Europea dentro de la Red FIEMAL

problemas y el uso de las nuevas tecnologías, el NCTM (1998) recoge en su *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft* un estándar titulado "Resolución de Problemas" y un "Principio de la Tecnología", en los que se establecen los lineamientos para su implantación en el aula. Respecto al uso de las nuevas tecnologías, Santos (1999, p. 139) señala: *El uso de la computadora o la calculadora ha sido identificado como un importante componente en el aprendizaje de las matemáticas. Como una consecuencia es necesario mantener las formas de explorar cómo esta tecnología puede ayudar a los estudiantes...* Estos hechos también se observan en otros cambios curriculares como el recientemente acontecido en España (MEC, 1991).

Por otro lado, Schoenfeld (1985) destaca cuatro componentes principales dentro del estudio que realiza sobre la resolución de problemas, estas son: los recursos, los métodos heurísticos, las estrategias metacognitivas y el sistema de creencias. Este último componente es esencial para determinar el modo en que el docente va a ejercer su labor y, en cierto sentido, de cómo su sistema de creencias acerca de la naturaleza de las matemáticas será transmitido a los estudiantes.

Muestra, tareas, métodos y procedimientos

La muestra del estudio es de 43 alumnos con edades comprendidas entre los 22 y los 24 años del último curso la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada (España), especialidad de Metodología. Al finalizar sus estudios, los alumnos adquieren el título de Matemático. La Licenciatura de Matemáticas en esta Universidad consta de 5 cursos anuales, tres comunes para todas las especialidades y dos para cada especialidad (Fundamental, Estadística e Investigación Operativa y Metodología). Dentro de la especialidad de Metodología (de la que forma parte la muestra seleccionada), los alumnos cursan 3 asignaturas de corte didáctico-pedagógico. En el momento del desarrollo de la investigación, los alumnos habían superado una de ellas y cursaban el primer trimestre de las otras dos. Es importante destacar que la principal salida laboral de estos estudiantes es la función docente.

Debido a que pretendemos investigar acerca del sistema de creencias de los futuros docentes, se diseñó una investigación de corte cualitativo donde, el método de exploración que se realizó fue a través de un cuestionario abierto de tres preguntas. Para su resolución, los alumnos dispusieron de 15 minutos y se realizó al finalizar una sesión lectiva típica, se permitió la comunicación en pequeños grupos (2 o 3 sujetos) si estos lo consideraban necesario debido a la ubicación de las mesas dentro del salón de clase.

Descripción de las preguntas

El cuestionario con las tres preguntas se entregó en una sola hoja con espacio en blanco entre éstas para que los sujetos escribieran sus respuestas. Las preguntas son:

1. Cuando se trabaja con calculadoras, ordenadores u otros instrumentos tecnológicos; ¿Se hacen matemáticas? Explique su respuesta:
2. ¿Cuáles son las 5 características principales que presentan para ti las matemáticas?
3. Señala los principales criterios que establecen diferencias entre problema y ejercicio matemático. Ilústralo con un ejemplo si es necesario.

Análisis de los resultados

Inicialmente las preguntas fueron estudiadas individualmente, posteriormente, se realizó un estudio entre las respuestas dadas a la segunda pregunta respecto de la primera. En la primera pregunta se realizó un análisis en dos niveles, primero se constató el número de repuestas afirmativas (SI) y negativas (NO) y en segundo lugar se realizó un análisis individual de cada uno de estos grupos.

Dentro del primer nivel de análisis (ver Tabla 1) se obtuvo que casi 2/3 de los sujetos respondieron que "SI" se hacen matemáticas cuando se trabaja con los nuevos instrumentos tecnológicos. Por otro lado, en algunas ocasiones, los sujetos utilizaron la misma argumentación para responder "SI", como para responder "NO", cabe destacar por ejemplo que la argumentación "*se buscan resultados y para realizar cálculos*" fue utilizada en 14 ocasiones (casi un tercio de las respuestas) distribuidas en 8 ocasiones para argumentar que "SI" y en seis para argumentar que "NO". Señalamos también que la categoría de ambas aparece de modo natural en la clasificación, debido a la imposibilidad de determinar la postura adoptada por el sujeto respecto a esta pregunta. Un ejemplo de este tipo de respuestas es el siguiente: "*Creo que depende del programa con el que se esté trabajando. Con determinados programas, como el Mathematica, con el que en mi opinión, si se hacen matemáticas, o, al menos ayuda*".

	Respuestas
Si	28
No	10
Ambas	5
Total	43

Tabla 1. Respuestas a la pregunta 1

En el segundo nivel de análisis de la primera pregunta, respecto a las respuestas "SI", estas se categorizaron dentro de cuatro grupos principales:

Porque...

1. con los instrumentos tecnológicos se explora, se conjetura...
2. ayudan a realizar cálculos...
3. se tratan temas matemáticos, nos presentan objetos matemáticos, se practican conceptos y se interpretan resultados...
4. varios.

Del análisis de estas respuestas (ver Tabla 2) se desprende que los sujetos presentan la creencia de que los instrumentos tecnológicos sirven para hacer matemáticas y su utilidad, es principalmente la capacidad para representar objetos matemáticos dentro de los distintos sistemas semióticos, de realizar cálculos y de ayudar a explorar y conjeturar.

Categorías	Respuestas
1)	7
2)	8
3)	7
4)	6
Total	28

Tabla 2. Respuestas "SI" de la pregunta 1.

Respecto a las respuestas "NO", éstas se categorizaron en dos grupos principales:

Porque...

1. sólo sirven como motivación, no llegan a ser matemáticas.
2. se buscan resultados y se utilizan para realizar cálculos facilitando la tarea.

Del análisis de estas respuestas (ver Tabla 3) se desprenden que los sujetos presentan la creencia de que los instrumentos tecnológicos sirven para motivar y ayudar a realizar cálculos.

Categorías	Respuestas
1)	4
2)	6
Total	10

Tabla 3. Respuestas "NO" a la pregunta 1.

Respecto de la segunda pregunta, de los 43 cuestionarios se obtuvieron 162 respuestas que fueron clasificadas dentro de 12 categorías principales (ver tabla 4), por lo que los sujetos señalaron una media de 4 características de las matemáticas por respuesta, del análisis de éstas se destacan principalmente seis que son: 1º) prácticas, aplicables, útiles, necesarias para la vida [38], 2º) rigor y exactitud [19], 3º) razonamiento [18], 4º) abstractas [18], 5º) Bellas, creativas, emocionantes, entretenidas [13], 6º) deductivas [11]. Así, los alumnos evocan el término "Matemáticas" con adjetivos que describen el carácter lógico-formal y aplicable de las matemáticas, en cierto sentido están incluidos dentro de la visión Platonista de las matemáticas, es interesante destacar que casi no aparece una componente «didáctica» de las matemáticas a pesar de que están recibiendo una instrucción «didáctica-pedagógica». Por otro lado, aparece también una categoría "estética", es decir, consideran las matemáticas como un "arte".

Categorías	Respuestas
Abstractas	18
Deductivas	11
Rigor y exactitud	19
Bellas, creativas, emocionantes, entretenidas	13
Razonamiento	18
Prácticas, útiles, aplicables, necesarias para la vida	38
Jerarquizadas, difíciles, complejas, organizadas	8
Educativas, dan cultura	6
Lenguaje propio	5
Relacionado con capacidad cognitiva	6
Objetivas	4
Varios	14
Sin respuesta	2
TOTAL	162

Tabla 4. Respuestas a la segunda pregunta

Observemos ahora el estudio cruzado entre la primera pregunta y la segunda. Nosotros nos vamos a centrar en los sujetos que contestaron "NO" a la primera pregunta. Del análisis de sus respuestas a la segunda pregunta (se obtuvo un total de 46 respuestas) se desprende que destacan el carácter "estético y bello" de las Matemáticas, ya que esta categoría obtuvo ocho respuestas de 13 emitidas entre el total de las 162 de esta pregunta, por otro lado, el carácter práctico y lógico-formal es un fuerte componente dentro de las respuestas. A continuación se muestra las principales categorías señaladas en la segunda pregunta por los sujetos que respondieron "NO" a la primera pregunta (ver Tabla 5):

	Entre las respuestas "NO" a la primera pregunta	Respuestas de las categorías en la segunda pregunta
Prácticas, aplicables, útiles	9	38
Bellas, creativas, emocionantes	8	13
Razonamiento	6	18
Abstractas	5	18
Rigor y exactitud	5	19

Tabla 5. Respuestas dadas a la segunda pregunta de los que respondieron "NO" a la primera.

Respecto de la tercera pregunta, de los 43 cuestionarios se realizó un análisis de las respuestas con base en las características que describían en sus respuestas los sujetos acerca de los términos "problema" y "ejercicio" matemático, así se obtuvieron 63 respuestas referentes al término "problema matemático" y 56 referentes al término "ejercicio matemático". Por otro lado, prácticamente ningún sujeto expuso ejemplos para aclarar la diferencia entre problema y ejercicio.

Del análisis de las respuestas referentes al término "problema" (ver Tabla 6), se obtuvo siete categorías principales, de las que se deduce que los alumnos caracterizan el término "problema" como aquello de lo que se desconoce una técnica o forma de resolverlo, que es complejo y que requiere de un mayor esfuerzo (cabe señalar que estas categorías describen casi un 80% de las respuestas).

Categorías	Respuestas
Sin pauta, no se conoce la técnica de resolución	10
No se conoce la forma de resolución, algo sin resolver	15
Complejo y que requiere mayor esfuerzo mental	13
Los conceptos involucrados deben estar adquiridos, requiere un mayor conocimiento	9
Abierto, impreciso de resolver	10
Varios	4
Sin respuesta	2
TOTAL	63

Tabla 6. Respuestas a la tercera pregunta; referente a "problema"

Del análisis de las respuestas referentes al término "ejercicio" (ver Tabla 7), se obtuvieron siete categorías principales, de las que se deduce que los alumnos

caracterizan el término "ejercicio" como aquello que es rutinario, que se conoce la técnica de resolución y que sirve para practicar algoritmos o afianzar conceptos (cabe señalar que estas categorías describen casi un 80% de las respuestas).

Categorías	Respuestas
Entrenamiento, práctica rutinaria, repetitivo	14
Practicar conocimiento o aplicar técnicas conocidas o un resultado conocido	18
Tienen solución, fáciles, no hay que razonar, son ejemplos de alguna teoría	9
Afianzar conceptos y adquirir habilidades, comprobación, para mejora de la comprensión	13
Sin respuesta	2
TOTAL	56

Tabla 7. Respuestas a la tercera pregunta; referente a "ejercicio"

Conclusiones

El estudio realizado arroja algunas luces sobre las creencias que futuros profesores poseen sobre la naturaleza de las matemáticas, las nuevas tecnologías y problema matemático Vs. ejercicio matemático.

Del análisis de las respuestas podemos concluir que los futuros profesores creen que se hacen matemáticas cuando se utilizan las nuevas tecnologías, ya que según argumentan, con ellas se puede conjeturar, explorar, realizar cálculos, etc. Acerca de la naturaleza de las matemáticas, los sujetos parecen tener una visión platonista de la misma pues destacan su carácter lógico - formal y rigor de las matemáticas; por otro lado, la aparición de la componente «estética» hace conferir un estatus al matemático de artista y creador, destacamos también que la componente educativa casi no es significativa dentro de las respuestas analizadas. Ya para finalizar, se puede deducir que los futuros profesores distinguen claramente entre problema matemático y ejercicio matemático a pesar de que prácticamente no describen ejemplos en sus respuestas.

Referencias

Ministerio de Educación y Ciencia (1991). 'Real Decreto 1345/1991 por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria', *Boletín Oficial del Estado* No. 220. Madrid.

National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft*. Reston, V.A. Author.

Santos L. M. (1999). The use of technology as a means to explore mathematics qualities in proposed problems. *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting PME-NA*. Vol 1 (ed Hitt F. & Santos M.), Cinvestav-IPN, México D.F. pp. 139-149.

Schoenfeld A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press INC. London.