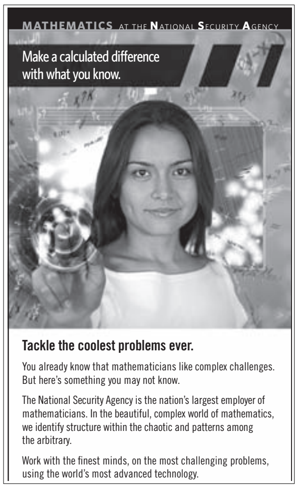
Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen V. Número 2 — 30 de enero de 2012



Anuncio de la NSA

Las matemáticas del espionaje

La *National Security Agency (NSA)* es la agencia encargada de impedir el acceso a información clasificada del gobierno estadounidense, garantizar la seguridad en sus comunicaciones y obtener, analizar y procesar información para fines de inteligencia o contrainteligencia.

En este número, el profesor Juan Antonio López Ramos nos explica el papel clave que jugaron los matemáticos en el desciframiento de los códigos secretos alemanes y japoneses en la II Guerra Mundial y aporta varios datos sobre la NSA que nos muestran cómo los matemáticos siguen desempeñando este importante papel actualmente.

(Artículo completo en la página 15)

Concurso de problemas

El ganador del concurso

Entre las numerosas soluciones recibidas en esta edición, la ganadora ha sido la enviada por Miguel Ángel Andrés Mañas, alumno de 2.º de Bachillerato del *IES «El Argar»* de la capital almeriense. Como premio, recibirá un lote de material matemático y un *iPod shuffle*.

Los problemas planteados en este concurso están especialmente pensados para el alumnado de Bachillerato, al que animamos a seguir participando en el mismo.

En la página 8 de este número del Boletín podrás encontrar el desafío propuesto esta vez. Un interesante premio está esperando al ganador o ganadora.

Editorial

En el artículo que presentamos en esta portada podemos ver un anuncio de la NSA de oferta laboral para matemáticos en el que se lee: *«Trabaja con las mejores mentes, en los problemas más desafiantes, utilizando la tecnología más avanzada del mundo»*. Sin duda llama la atención. También se dice: *«La NSA es el mayor empleador de matemáticos del país»*. ¿Por qué tiene tanto interés en los matemáticos esta agencia de inteligencia norteamericana?

Porque las matemáticas son fundamentales para el tratamiento, control y transmisión de la información. Siempre lo fueron, pero en un mundo tecnológico y globalizado como el actual, con tanta información circulando, ahora lo son más que nunca. La demanda laboral de matemáticos ya no se reduce a la enseñanza, como antaño, sino que hoy los matemáticos trabajan en multitud de actividades: como banca y finanzas, consultoría y asesoría, administración de empresas, administración pública, informática y telecomunicaciones, investigación y desarrollo y... hasta en agencias de inteligencia.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan Cuadra Díaz
jcdiaz@ual.es

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

Entrega del premio al ganador del concurso de problemas

El ganador con sus profesores

El 10 de enero tuvo lugar la entrega del premio al ganador del concurso de problemas del boletín en el *IES «Aguadulce»*. En esta ocasión el premio ha recaído en Facundo Urbinati, alumno de 2.º de Bachillerato de dicho centro.

El premio fue entregado por dos de los editores del Boletín, Juan José Moreno Balcázar y Fernando Reche Lorite, y el ganador estuvo acompañado por sus compañeros y profesores.

XII Conferencia de Decanos y Directores de Matemáticas

Foto de la Conferencia

Durante los días 27, 28 y 29 de octubre de 2011 se celebró la *XII Conferencia de Decanos y Directores de Matemáticas* en la Universidad de Almería. El objetivo general fue estudiar y debatir sobre los temas de interés relacionados con la situación actual de las matemáticas universitarias.

Rafael Crespo y Enrique de Amo, presidentes saliente y entrante de la Conferencia

Las ponencias y los debates se centraron en el proceso de implantación de los grados en Matemáticas, que actualmente se encuentran en el segundo o tercer curso, y en el análisis del futuro de los estudios de doctorado.

En la sesión final fue nombrado presidente de la Conferencia el Decano de nuestra facultad, Enrique de Amo Artero.

Semana de la Ciencia

Del 7 al 11 de noviembre se celebró en la Universidad de Almería la *Semana de la Ciencia 2011*, en la que estuvieron representadas las diferentes titulaciones de la Facultad de Ciencias Experimentales.

Material utilizado en el taller Juegos Topológicos

La titulación de Matemáticas organizó distintas actividades: un taller sobre *Juegos Topológicos*, impartido por el profesor José Luis Rodríguez Blancas, en el que el alumnado pudo manipular diferentes objetos geométricos observando y descubriendo algunas de sus propiedades [1], y varias charlas divulgativas sobre *Las Matemáticas en «Los Simpsons»*, impartidas por parte de los profesores Juan José Moreno Balcázar y Fernando Reche Lorite, a la que asistieron alumnado de diferentes centros de Bachillerato de la provincia de Almería, que participó activamente en las mismas.

Alumnado asistente a las charlas

Asimismo, en el hall del CITE III se instaló la exposición titulada *Con A de Astrónomas*.

Imagen de la exposición

[1] Más información en el blog Juegos Topológicos *topologia.wordpress.com*.

ISSN 1988-5318

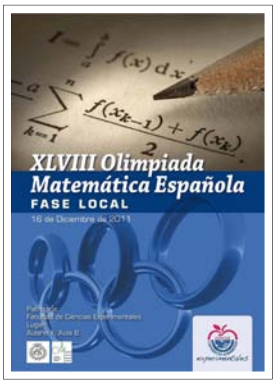
La exposición, que puede *descargarse en formato pdf*, consta de 13 paneles sobre la evolución de la astronomía y la importancia de las mujeres en su desarrollo. Relacionada con esta exposición cabe mencionar la guía didáctica sobre *Mujeres en ciencia* elaborada por Marta Macho, profesora de la Universidad del País Vasco, en colaboración con otros compañeros, que puede verse *on line* y que, además, está disponible en *formato pdf.*

XLVIII Olimpiada Matemática Española

El 16 de diciembre de 2011 se celebró en la Universidad de Almería la Fase Local de la *XLVIII Olimpiada Matemática Española* organizada por la Real Sociedad Matemática Española (RSME) y patrocinada por la Subdirección General de Alumnos, Participación e Igualdad del Ministerio de Educación y por la Facultad de Ciencias Experimentales de la Universidad de Almería. Los alumnos ganadores fueron: Miguel Ángel Berbel López, del *«SEK Alborán»* (primer clasificado), Carlos Guirado Sánchez, del *Colegio «Agave»* (segundo clasificado) y Antonio Castro Sánchez, del *IES «Abdera»* (tercer clasificado); que recibieron premios de 380, 285 y 220 euros, respectivamente.

Además, la RSME entrega a los premiados un diploma acreditativo y una cuota anual de socio-estudiante, con derecho a recibir la revista *«La Gaceta»*.

Por último, la Facultad de Ciencias Experimentales concede al primer clasificado matrícula gratuita en el primer curso de cualquiera de las titulaciones que se imparten en ella.

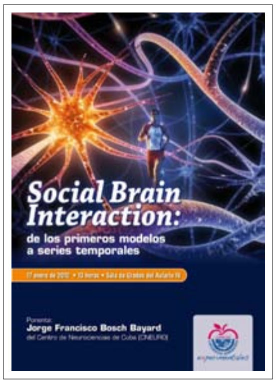


Cartel anunciador

La Fase Nacional de la Olimpiada tendrá lugar en Santander entre los días 22 y 25 de marzo de 2012. Los alumnos que obtengan Medalla de Oro formarán parte del Equipo Olímpico Español que participará en la *LIII Olimpiada Matemática Internacional* que se celebrará en Mar del Plata (Argentina) en julio de 2012.

Conferencia

La Facultad de Ciencias Experimentales organizó el 17 de enero de 2012 la conferencia *«Social Brain Interaction: de los primeros modelos a series temporales»* impartida por Jorge Francisco Bosch Bayard, investigador principal (Senior Researcher) del Centro de Neurociencias de Cuba (CNEURO).



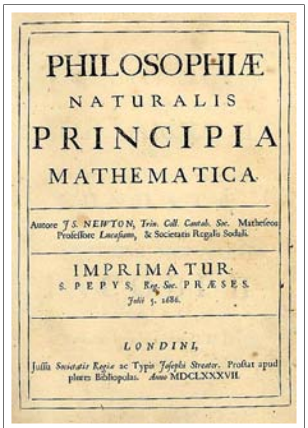
Cartel anunciador

El conferenciante explicó cómo en Neurociencia el estudio de ciertas variables biológicas y aspectos de la conducta ofrecen información relevante para extraer conclusiones acerca del funcionamiento del cerebro. Un reto actual consiste en encontrar las medidas adecuadas que permitan identificar los patrones de interdependencia entre dichas variables biológicas en términos del orden temporal en que se activan y de las relaciones de causalidad que se establecen entre ellas para que el cerebro sea capaz de elaborar una respuesta a un estímulo.

En la resolución se aplican métodos de análisis de series temporales al estudio de diferentes modalidades de información procedentes tanto del cerebro como de variables biológicas relacionadas, como movimientos de ojos, cabeza y otros músculos.

Noticias matemáticas

Manuscritos de Isaac Newton online



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

La biblioteca digital de la Universidad de Cambridge ha puesto a disposición pública en internet gran parte de los manuscritos de Isaac Newton [2] (1642-1727).

Entre ellos cabe destacar *«Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica»* [3], la obra cumbre del genio inglés. Con la frase de Isaac Newton *«Plato is my friend, Aristotle is my friend, but my greatest friend is truth»* la biblioteca da la bienvenida a todos los que quieran acceder al trabajo que el científico británico realizó para establecer las bases de la mecánica clásica.

Fue en 1687 cuando se publicaron por primera vez sus *«Principia»*, que está considerado como uno de los libros científicos más importantes de la historia, pues recoge no sólo las leyes básicas del movimiento, sino también la ley de la gravitación universal.

Actividades SAEM Thales-Almería

La *Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales* en Almería organiza en 2012, entre otras, las siguientes actividades:

[2] *cudl.lib.cam.ac.uk/collections/newton*
[3] *cudl.lib.cam.ac.uk/view/PR-ADV-B-00039-00001*

 ISSN 1988-5318

- *V Concurso de Fotografía Matemática*, dirigido a alumnos de ESO y Bachillerato. Los trabajos pueden entregarse hasta el 24 de febrero.
- *XXVIII Olimpiada Matemática Thales*, en la que puede participar alumnado de 2.º de ESO. Se celebrará el 24 de marzo en el *IES «Mar Serena»* de Pulpí.
- *Desafío Thales 2012*. Dirigido a alumnos de quinto y sexto curso de Educación Primaria. El plazo de inscripción es del 1 de marzo al 1 de abril.
- *V Concurso de Dibujo Matemático*, dirigido al alumnado de Educación Primaria. La entrega de trabajos se puede realizar hasta el 24 de febrero.

Más información en *thales.cica.es/almeria*.

Matemáticos. Cinco cabezas prodigiosas

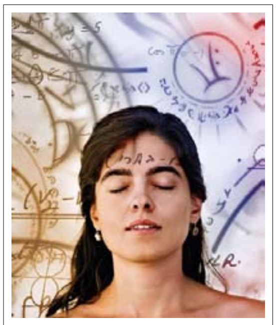


Foto de María Pe Pereira aparecida en el reportaje

Así tituló *El País Semanal*, de 13 de noviembre de 2011, un reportaje sobre los cinco matemáticos españoles más brillantes del momento, que comenzaba de la siguiente forma: *«en un mundo raro y complejo como el que vivimos, las matemáticas ayudan a descifrar algunos de los enigmas más intrigantes. Los algoritmos están detrás de la mayoría de los avances tecnológicos que nos sorprenden. Cinco brillantes jóvenes matemáticos españoles nos ayudan a quererlas y romper tópicos»*.

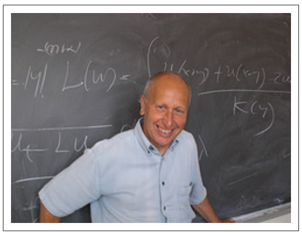
Los cinco matemáticos elegidos para la elaboración del reportaje fueron: Eulalia Nualart, Carlos Beltrán, Álvaro Pelayo, María Pe Pereira y Pablo Mira. Se trata de un extraordinario reportaje sobre el currículum y las «aventuras matemáticas» vividas por estos cinco jóvenes científicos. Realmente merece la pena disfrutar de la lectura de dicho reportaje en la *dirección web* del periódico.

Premio Wolf de Matemáticas

Michael Aschbacher

Los matemáticos Luis Caffarelli (argentino, actualmente en la Universidad de Texas) y Michael Aschbacher (estadounidense, actualmente en Caltech) han sido galardonados con el Premio Wolf de Matemáticas en su edición de 2012.

Caffarelli lo gana por su trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales y Aschbacher por sus importantes aportaciones a la demostración del teorema de clasificación de los grupos finitos simples.



Luis Caffarelli

El Premio Wolf se convoca anualmente desde 1978 por la Fundación Wolf en Israel. Este premio, de reconocido prestigio, será entregado el póximo 13 de mayo en el parlamento israelí y está dotado con 100 000 dólares.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Miguel Piñar González y Joaquín Sánchez Lara, de la Universidad de Granada; Jiwei He, de la Universidad de Shaoxing (China); Akira Masuoka, de la Universidad de Tsukuba (Japón); Nicolás Andruskiewitsch, de la Universidad Nacional de Córdoba (Argentina); Yamilet Quintana, de la Universidad Simón Bolivar (Venezuela); Jorge Francisco Bosch Bayard, del Centro de Neurociencias de Cuba (CNEURO); Cleonice F. Bracciali, de la Universidad Estatal Paulista en Brasil (UNESP) y Udi Meir, del Instituto Max Planck de Matemáticas en Bonn (Alemania).

Preguntas frecuentes

¿Qué son las tutorías académicas?

Los Estatutos de la Universidad de Almería recogen el derecho de los estudiantes a disponer de un sistema eficaz de tutorías por asignaturas, que se denomina «tutoría académica».

El profesorado a tiempo completo incluye en su horario 6 horas de tutorías semanales y los docentes a tiempo parcial el número de horas que estipulen sus contratos.

Antes del comienzo del primer período de docencia de un nuevo curso académico, el profesorado hace público el horario de sus tutorías. Las variaciones que se pudieran producir en el período de docencia del segundo cuatrimestre se hacen igualmente públicas con antelación a la reanudación de las clases, tras el período de exámenes del primer cuatrimestre.

¿Qué es el Proyecto Mentor?

Con motivo del nuevo escenario docente universitario definido por el

ISSN 1988-5318

proyecto del Espacio Europeo de Educación Superior y como una acción importante a desarrollar por el profesorado, se ha impulsado que el tradicional esquema de tutoría vaya evolucionando mediante la incorporación progresiva y generalizada de lo que se denomina «tutoría de orientación».

Básicamente, la misión de esta tutoría consiste en el asesoramiento continuo con objeto de reforzar y complementar la formación integral y crítica del estudiante, de manera que le sirva como preparación para su posterior ejercicio profesional.

Si se pretenden conseguir tales objetivos, lo lógico es empezar desde la base, esto es, desde que el alumno entra en la universidad. Con este propósito y de forma pionera en nuestra universidad, desde el curso 2009-2010, la Facultad de Ciencias Experimentales ha implantado el llamado *«Proyecto Mentor»* que consiste en la tutela del alumnado novel por parte de alumnado de últimos cursos de la titulación. Dicha orientación está coordinada y supervisada por el equipo directivo de la facultad y los profesores tutores que pertenecen a la misma.

Con este sistema se pretende facilitar la adaptación de los estudiantes de nuevo ingreso al entorno universitario desde un punto de vista académico, social y administrativo. Sin duda es un primer paso en lo que se refiere a la adecuación en las nuevas enseñanzas de grado de las universidades.

¿Cómo está estructurado el procedimiento de evaluación de las asignaturas en la universidad?

La guía docente, o en su caso, el programa de la asignatura, constituye el marco de referencia que regula los criterios y procedimientos de evaluación de cada asignatura, obligando tanto al profesorado como al alumnado.

¿Puede salir un estudiante de un examen sin agotar convocatoria?

El estudiante tendrá derecho a revisar el examen durante, al menos, diez minutos sin agotar dicha convocatoria. Transcurrido ese tiempo, si no abandona el aula del examen, se le contará convocatoria.

¿Cómo son el tipo de calificaciones que puede obtener un estudiante al finalizar cada asignatura?

Los resultados obtenidos por el estudiante en la evaluación de su rendimiento se calificarán numéricamente, de 0 a 10, con expresión de un decimal, añadiendo la correspondiente calificación cualitativa según la siguiente escala: entre 0—4,9, suspenso; entre 5,0—6,9, aprobado; entre 7,0—8,9, notable y entre 9,0 — 10, sobresaliente.

En relación a la mención de «Matrícula de Honor» podrá ser otorgada a quienes hayan obtenido una calificación igual o superior a 9,0. Su número no podrá exceder de un 5 % del alumnado matriculado en un grupo en el correspondiente curso académico, salvo que éste sea inferior a 20, en cuyo caso se podrá conceder una sola. En casos excepcionales y debidamente justificados, se podrían conceder hasta un 10 %.

EXPERIENCIA DOCENTE

WIMS en Educación Secundaria

Miguel Gea Linares
IES El Argar (Almería)

WIMS es el acrónimo de *«WWW Interactive Mathematics Server»* y es un servidor interactivo de internet, creado por Xiao Gang, para la educación matemática.

Por un lado, se puede acceder a él a través de internet en la dirección *wims.linex.org*. También lo podemos encontrar en *wims.unice.fr/wims*. Por otro lado, si ocasionalmente no disponemos de conexión a Internet o falla nuestro PC, podemos utilizar el *Live CD «Knoppix+WIMS»*.

Knoppix es un *«Live-CD»* con un sistema de *Knoppix GNU/Linux* más *WIMS*. Primero se inserta en el CD-ROM y después se reinicia el PC. Pocos minutos más tarde, se consigue un servidor del funcionamiento *WIMS*, igual que en *wims.linex.org*. Funciona enteramente en el CD sin el sistema existente en el PC, pero también se puede utilizar los diferentes medios disponibles (disco duro, memoria usb, tarjeta de memoria, etc.) para almacenar datos, de modo que no se pierdan cuando se cierra el PC.

Podemos crear clases virtuales para un grupo de alumnos de forma que dispongan de colecciones de ejercicios para resolver, utilizando las herramientas de *WIMS*. La documentación en español para crear estas clases virtuales puede ser consultada en los artículos de Juan Rafael Fernández [4].

En los siguientes enlaces se puede encontrar información relativa a:

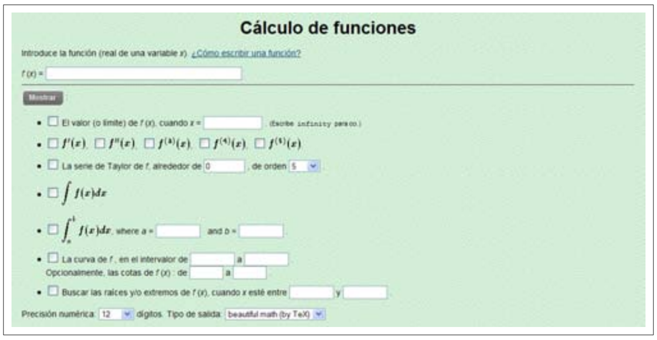
- Uso de WIMS:
  www.linux-magazine.es/issue/01/Educacion.pdf.
- Clases Virtuales:
  www.linux-magazine.es/issue/02/Educacion.pdf.
- Una clase práctica:
  www.linux-magazine.es/issue/03/Educacion.pdf.

Las actividades de WIMS abarcan todos los niveles de Secundaria y Bachillerato. En la imagen podemos ver un

[4] *observatorio.ofset.org/soft_educativo.html*

ISSN 1988-5318

ejemplo relacionado con el cálculo de funciones de una variable real: límites, integrales, raíces...



Un problema que propuse en una *Olimpiada Thales de Matemáticas* para alumnado de 2.º de ESO se denominaba «Números Amigos» y tenía el siguiente enunciado:

> *«El número romano CCXX (que en la actualidad se llama Zipi) tiene un gran amigo que, obviamente, se llama Zape.*
> *Zape es el gran amigo de Zipi porque Zape es igual a la suma de todos los divisores de Zipi (excepto él mismo). Averigua qué número es Zape y cuál es su denominación romana.*
> *Y también Zipi es el gran amigo de Zape porque Zipi es igual a la suma de todos los divisores de Zape (excepto él mismo). Comprueba que en efecto es así».*

Con la actividad *WIMS* llamada *«Factoris»*, haciendo clic en el *«Menú de opciones»* y marcando la casilla para calcular la *«función de Euler»*, obtenemos lo que aparece a continuación:

Evidentemente, como la suma de los divisores de 220 es igual a 504, el número amigo de 220 es $504-220=284$. Seguidamente los alumnos vuelven a usar *«Factoris»* para factorizar 284.

Factorizar y calcular los divisores de un número en el cuaderno resultaba tedioso para la mayoría, pero hacerlo por «necesidad» para poder resolver el problema usando el ordenador fue una gran motivación para el alumnado. Y aprovechando la aparición de *Euler* y *Möbius*, se utilizaron los buscadores de Internet para obtener biografías de ambos personajes ilustres.

Algunas aplicaciones *WIMS* son:

Título	**Descripción**	**Nivel**
Arithmetics tables	Tablas aritméticas que admiten naturales, enteros, decimales, fracciones y expresiones algebraicas.	ESO
Primes	Generador de números primos.	ESO
Magic rectangles	Juego basado en una variación de los cuadrados mágicos	ESO
Bezout	Calcula mcd, mcm y división euclídea de dos enteros o polinomios.	ESO
Additive figures	Actividades de sumas y restas consistentes en colocar números o expresiones algebraicas en figuras.	ESO
Graphic inequalities 2D	Ejercicios de graficas que nos muestran soluciones de inecuaciones en el plano.	ESO Bachillerato
Inequality zone	Actividad que nos da la solución de una inecuación.	ESO Bachillerato
OEF Polynomial	Ejercicios de polinomios con una variable.	ESO
Visual Gauss	Método de eliminación de Gauss para la resolución de sistemas y encontrar la inversa de una matriz dada.	ESO Bachillerato
Parmsys	Analiza un sistema con parámetros utilizando el método de eliminación de Gauss.	Bachillerato
Sistemas lineales 2×2	Actividades de sistemas 2×2 con solución entera única.	ESO
Matrix calculator	Dada una matriz A muestra rango, determinante, A^2, A^3 y A^{-1}.	Bachillerato
Matrix multiplier	Calcula el producto de dos matrices.	Bachillerato
Regla y compás	Simula construcciones con regla y compás. Los niveles de construcción son libre, básico, simple, variado, interesante e imposible.	ESO

■

ISSN 1988-5318

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

A trilingual experience for a mathematics immersion

Rafael Ramírez Uclés
José Ángel Escañuela Morón
CEIP Ángel Frigola (La Mojonera, Almería)

In this article we summarize the programme at the *"CEIP Angel Frígola"* (La Mojonera, Almería) to introduce basic concepts of mathematical language in a class of rather heterogeneous First Year pupils (five Guineans, three Moroccans, ten Spanish and a teacher with the intention of teaching math). In this situation, the main difficulty in teaching the first steps of the universal language of mathematics is that the pupils, being of various nationalities, have different first languages. We have to develop material that allows us to:

- Make the mathematical operations into games.
- Show different representations of each number.
- Use colour codes for different languages.
- Carry out additions and subtractions with numbers from one to twenty.
- Create activities of different levels of difficulty.

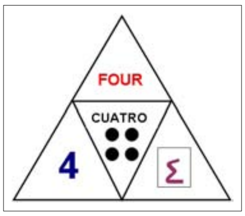


Figure 1

Material

The numerical pieces: in these each number is written in three languages (Arabic, English and Castilian), together with a graphical representation of the amount that they represent and their mathematical symbol. Moreover, each language will be in a different colour (Figure 1).

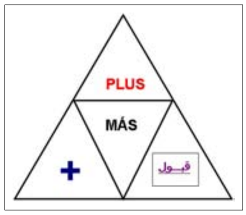


Figure 2

Operations Sheets: On these the symbols $+, -, =$ are also written in the three previously mentioned languages (Figure 2).

The main points of the activity sheets are:

1. Complete the set of chips.
2. Read the following operations.
3. Verify that the chips are correctly placed.
4. Fill in the missing part of the operations.
5. Problems in the students textbooks: We translated and adapted some of the common exercises that appeared in the textbooks to our triangle tokens.

Figure 3: Example of a board with multiple operations

We think it is important that the child be able to transfer the basic operations into different languages and recognise the numbers in these languages. This provides the students with a fun way to reinforce their mastery of these operations and shows them how to use them to solve simple problems.

References:

[1] Ramírez, R. y Escañuela, J. (2009). *Triángulos de cálculo trilingüe: un primer paso para la inmersión matemática*. Epsilon. Revista de la S.A.E.M Thales. Vol. 26 (3) pp. 47-52.

■

Problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad

Problema propuesto en el número anterior

Un comerciante quiere dar salida a 400 kg de avellanas, 300 kg de nueces y 400 kg de almendras. Para ello hace dos tipos de lotes: los de tipo A contienen 2 kg de avellanas, 2 kg de nueces y 1 kg de almendras; y los de tipo B contienen 3 kg de avellanas, 1 kg de nueces y 4 kg de almendras. El precio de venta de cada lote es de 20 euros para los del tipo A y de 40 euros para los del tipo B. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe vender para obtener el máximo ingreso y a cuánto asciende éste?

A continuación presentamos la solución al problema propuesto en el número anterior.

Solución del problema:

Denotemos por x al número de lotes de tipo A y por y al número de lotes de tipo B que se deberían vender.

El ingreso obtenido por su venta vendrá dado por la función:

$$F(x, y) = 20x + 40y.$$

El enunciado del problema nos dice que hay una serie de restricciones sobre la disponibilidad de los componentes

ISSN 1988-5318

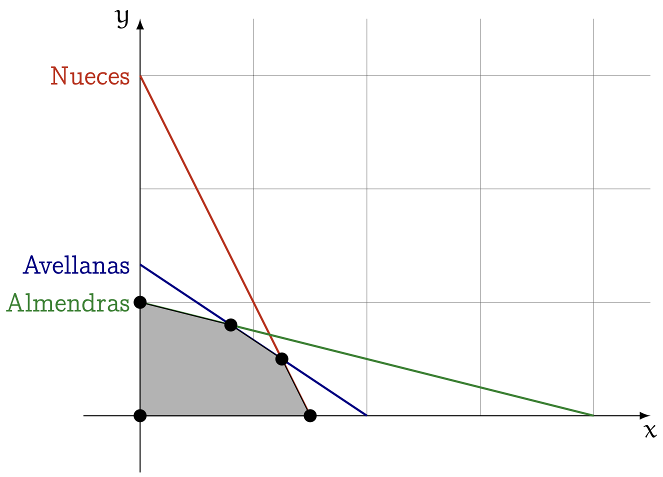
de cada lote. Para formar los lotes se necesitan:

$$\text{Avellanas}: 2x + 3y,$$
$$\text{Nueces}: 2x + y,$$
$$\text{Almendras}: x + 4y.$$

Por lo tanto tenemos que buscar el máximo de la función $F(x, y)$ y en qué puntos se alcanza dicho máximo cuando se tienen las siguiente restricciones establecidas por la disponibilidad de los distimtos componentes de los lotes:

$$2x + 3y \leq 400,$$
$$2x + y \leq 300,$$
$$x + 4y \leq 400,$$
$$x, y \geq 0.$$

Para ayudar a la resolución del problema, representemos gráficamente la región del plano delimitada por este sistema de inecuaciones.



Los 5 vértices de la región sombreada, resaltados con un punto, son los candidatos a maximizar la función $F(x, y)$, por lo tanto vamos a calcular sus coordenadas.

- El origen de coordenadas: $(0, 0)$.
- La intersección de la recta $2x + y = 300$ «restricción de las nueces» (en rojo) con el eje de abcisas: $(150, 0)$.
- La intersección de la recta $x + 4y = 400$ «restricción de las almendras» (en verde) con el eje de ordenadas: $(0, 100)$.
- Para calcular las coordenadas de la intersección entre la «restricción de las almendras» y la «restricción de las avellanas» hemos de resolver el sistema de ecuaciones:

$$x + 4y = 400,$$
$$2x + 3y = 400,$$

cuya solución es $x = 80$ e $y = 80$.

- Para calcular las coordenadas de la «restricción de las nueces» con la «restricción de las avellanas» hemos de resolver el sistema de ecuaciones:

$$2x + y = 300,$$
$$2x + 3y = 400,$$

cuya solución es $x = 125$ e $y = 50$.

Ahora pasemos a evaluar la función $F(x, y) = 20x+40y$ en los vértices de la región que hemos calculado anteriormente:

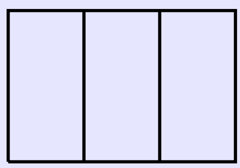
$$F(150, 0) = 3000, \qquad F(0, 100) = 4000,$$
$$F(80, 80) = 4800, \qquad F(125, 50) = 4500,$$
$$F(0, 0) = 0.$$

Como se puede observar, el máximo 4800 se alcanza en el punto $(80, 80)$, por lo que, respondiendo a la cuestión planteada, hemos de vender 80 lotes de cada uno de los tipos, venta que nos supondrá unos ingresos de 4800 euros.

■

Nuevo problema de las pruebas de acceso

De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12 800 m^2 dividido en tres parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Si se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas), determina las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.



Os animamos a participar en esta sección. Para ello, no tienes más que enviarnos tu solución a la dirección del correo del Boletín: bmatema@ual.es.

Recordamos que en esta sección aparecen ejercicios que han sido propuestos para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad en el distrito universitario andaluz.

ISSN 1988-5318

Concurso de problemas

Problema propuesto

Dada la ecuación $(\lambda-3)x^2-3(\lambda+2)x+5\lambda=0$, ¿para qué valores del parámetro real λ una de las raíces de dicha ecuación es superior a 4 y la otra inferior a 3?

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un ***iPod shuffle*** y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico `bmatema@ual.es` ***antes del 12 de abril***. Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

El ganador de la pasada edición del concurso de problemas es el alumno de 2.º de Bachillerato, del *IES «El Argar»* (Almería), **Miguel Ángel Andrés Mañas**.

Problema propuesto en el número anterior

¿Cuánto deben valer a y b para que la ecuación

$$x^3-24x-72=0 \tag{1}$$

pueda expresarse de la forma

$$\left(\frac{x-a}{x-b}\right)^3=\frac{a}{b}? \tag{2}$$

Reproducimos a continuación la solución enviada por el ganador.

Solución del problema:

Consideremos $a, b, x \in \mathbb{R}$. El procedimiento para hallar a y b será el siguiente:

1. Desarrollar, aplicando el *binomio de Newton*, la ecuación (2), simplificar e igualar los coeficientes de la ecuación obtenida y de la ecuación (1).
2. Agrupar y transformar las ecuaciones halladas.
3. Resolver el sistema formado.
4. Comprobar las soluciones.

Comencemos:

Paso 1:

$$\begin{aligned}\left(\frac{x-a}{x-b}\right)^3&=\frac{a}{b}\Rightarrow\\ \frac{(x-a)^3}{(x-b)^3}&=\frac{a}{b}\Rightarrow\\ b(x-a)^3&=a(x-b)^3.\end{aligned} \tag{3}$$

Aplicando el binomio de Newton, de formula general

$$(y+z)^n=\binom{n}{0}y^n+\binom{n}{1}y^{n-1}z+\cdots+\binom{n}{n-1}yz^{n-1}+\binom{n}{n}z^n,$$

siendo $y, z\in\mathbb{R}$ y $n\in\mathbb{N}$, se obtiene:

$$\begin{aligned}(x-a)^3&=(x+(-a))^3\\ &=\binom{3}{0}x^3+\binom{3}{1}x^{3-1}(-a)+\binom{3}{2}x^{3-2}(-a)^2+\binom{3}{3}(-a)^3\\ &=\frac{3!}{0!(3-0)!}x^3-\frac{3!}{1!(3-1)!}x^2a+\frac{3!}{2!(3-2)!}xa^2-\frac{3!}{3!(3-3)!}a^3\\ &=x^3-3ax^2+3a^2x-a^3.\end{aligned}$$

Por la misma razón:

$$(x-b)^3=x^3-3bx^2+3b^2x-b^3.$$

A partir de esto, la ecuación (3) adquiere la forma:

$$\begin{gathered}b(x^3-3ax^2+3a^2x-a^3)=a(x^3-3bx^2+3b^2x-b^3)\Rightarrow\\ bx^3-3abx^2+3a^2bx-a^3b=ax^3-3abx^2+3ab^2x-ab^3,\end{gathered}$$

por lo que

$$(b-a)x^3+(3a^2b-3ab^2)x+(ab^3-a^3b)=0.$$

Igualamos los coeficientes de esta última ecuación con los de la ecuación (1) del enunciado, $x^3-24x-72=0$,

ISSN 1988-5318

quedando así el sistema de 3 ecuaciones y 2 incógnitas:

$$b - a = 1 \tag{4}$$
$$3a^2b - 3ab^2 = -24 \tag{5}$$
$$ab^3 - a^3b = -72 \tag{6}$$

Paso 2:

Las ecuaciones (5) y (6) pueden simplificarse, obteniéndose así otro sistema:

- Ecuación (5):

$$\begin{aligned} 3a^2b - 3ab^2 &= -24 \Rightarrow \\ -3ab(a-b) &= 24 \Rightarrow \\ ab(b-a) &= 8. \end{aligned}$$

Como $b - a = 1$, según la expresión obtenida anteriormente (ecuación (4)), entonces $ab = 8$.

- Ecuación (6)

$$\begin{aligned} ab^3 - a^3b &= -72 \Rightarrow \\ ab(b^2 - a^2) &= -72 \Rightarrow \\ ab(b-a)(b+a) &= -72. \end{aligned}$$

Como $ab = 8$ y $b - a = 1$, lo podemos sustituir en la expresión anterior, resultando que $b + a = -9$.

Paso 3:

De esta forma, se ha obtenido un nuevo sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} ab &= 8, \\ b + a &= -9. \end{aligned}$$

A partir de la segunda expresión se deduce que $a = -9 - b$, pudiéndose sustituir en la otra igualdad:

$$(-9-b)b = 8 \Longrightarrow b^2 + 9b + 8 = 0.$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado se obtienen los valores de b:

$$b_1 = \frac{-9 + \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = -1,$$
$$b_2 = \frac{-9 - \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = -8.$$

A partir de estos, se hallarán los valores de a:

- Si $b = -1$, como $a = -9 - b$, entonces $a = -8$.
- Si $b = -8$, entonces $a = -1$.

Paso 4:

Por último, se verificarán que los resultados obtenidos son correctos. Para ello, se sustituirán los valores de a y b en la ecuación del enunciado que presenta estas incógnitas y se transformará hasta llegar a la ecuación de partida del mismo.

- Si $a = -8$ y $b = -1$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x-(-8)}{x-(-1)}\right)^3 &= \frac{-8}{-1} \Rightarrow \\ \frac{x^3 + 24x^2 + 192x + 512}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} &= 8 \Rightarrow \\ x^3 + 24x^2 + 192x + 512 &= 8x^3 + 24x^2 + 24x + 8 \Rightarrow \\ 7x^3 - 168x - 504 &= 0 \Rightarrow \\ x^3 - 24x - 72 &= 0, \end{aligned}$$

y la solución es correcta.

- Si $a = -1$ y $b = -8$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x-(-1)}{x-(-8)}\right)^3 &= \frac{-1}{-8} \Rightarrow \\ \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 + 24x^2 + 192x + 512} &= \frac{-1}{-8} \Rightarrow \\ 8x^3 + 24x^2 + 24x + 8 &= x^3 + 24x^2 + 192x + 512 \Rightarrow \\ 7x^3 - 168x - 504 &= 0 \Rightarrow \\ x^3 - 24x - 72 &= 0, \end{aligned}$$

y la solución es correcta.

Nota de los editores:

¿Por qué habiéndo planteado el problema para que diese la ecuación $x^3 - 24x - 72 = 0$ en la comprobación sale la ecuación $7x^3 - 168x - 504 = 0$?

Obsérverse que en la resolución del sistema formado por las ecuaciones (4), (5) y (6) se obtienen las soluciones $(a, b) = (-8, -1)$ y $(a, b) = (-1, -8)$, pero ninguna de esas dos soluciones satisface la ecuación (4) $b - a = 1$. Así que el problema, tal y como está planteado, no tiene solución. Sin embargo, la ecuación $x^3 - 24x - 72 = 0$ tiene las mismas soluciones que $\lambda x^3 - 24\lambda x - 72\lambda = 0$ para $0 \neq \lambda \in \mathbb{R}$.

Igualando coeficientes con esta nueva ecuación llegamos al sistema de 3 *ecuaciones con* 3 *incógnitas*:

$$\begin{aligned} b - a &= \lambda, \\ 3a^2b - 3ab^2 &= -24\lambda, \\ ab^3 - a^3b &= -72\lambda. \end{aligned}$$

Este sistema se puede resolver razonando como antes, obteniendo que las soluciones son $(a, b, \lambda) = (-8, -1, 7)$ y $(a, b, \lambda) = (-1, -8, -7)$.

 ISSN 1988-5318

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Las descubridoras

Mujeres científicas que cambiaron el mundo

María José Casado Ruiz de Lóizaga
Escritora y periodista

Hoy la bióloga estadounidense *Susan Hockfield* preside el famoso MIT (*Instituto Tecnológico de Massachussetts*), fábrica de nóbeles y una de las instituciones universitarias más emblemáticas. Susan es el exponente de lo que las mujeres están haciendo en la ciencia y el protagonismo que algunas han alcanzado. Sin embargo, aún pensamos que en el pasado las mujeres tuvieron poco que ver con los logros científicos de la humanidad; con excepción de la física *Marie Curie* (1867-1934), premio Nobel y descubridora del radio, el polonio y la radiactividad.

Más de 3 000 años invisibles

En mi trabajo de periodista de divulgación científica descubrí que se había producido una «amnesia histórica» que las había hecho invisibles, pues ha habido mujeres científicas desde la antigüedad. La alquimista *Tapputi-Belatekallim*, que fabricaba los ungüentos y cosméticos del Palacio Real de Babilonia, es la primera científica que por su importancia quedó registrada en los documentos históricos en el 1200 a. de C.

Baño María

En el siglo IV a. de C. la joven griega *Agnodice* estudió medicina en Alejandría con Herófilo, el primer anatomista que practicaba disecciones. Convertida en una gran ginecóloga, fue descubierta, condenada por el Aerópago, el Tribunal de Justicia, y rescatada de la muerte por las mujeres atenienses.

También muy reconocida en su tiempo fue *María la Judía*, la alquimista que en el siglo II creó el Negro María –sulfuro de plomo y cobre– y el popular *Baño María* que forma parte de nuestro patrimonio culinario.

Hipatia (¿370?-415), popularizada no hace mucho por el cine, fue la matemática, astrónoma y filósofa de Alejandría. Bella de cuerpo y de mente, esta sabia se convirtió en un auténtico «crack» entre la gente culta y tuvo tal popularidad que sus discípulos venían de otros países para asistir a sus clases. Gracias a su labor nos llegó el saber de la antigüedad, que recopiló y comentó, entre ellos la obra de Tolomeo y de Euclides. Hipatia pagó este protagonismo con su propia vida.

Las ginecólogas del Medievo

En la Edad Media, las abadías, algunas dirigidas por mujeres cultas y poderosas, fueron un oasis del saber. La abadesa *Hildegarda de Bingen*, además de una mujer de gran peso en la vida pública, escribió los libros de medicina más copiados en Occidente gracias a su propia investigación y al ejercicio profesional. Algo parecido hizo *Trótula de Salerno*, brillante médica medieval autora del «Trotula Major» y el «Trotula Minor». La Escuela de Salerno –en el empeine de la bota italiana–, fue en este tiempo el gran centro mundial de la medicina que concentró el saber de los principales expertos en lengua latina, griega, árabe y hebrea, sin importar lengua ni religión.

Trótula dio un paso decisivo en la medicina femenina, pues los hombres no hacían reconocimientos ginecológicos y se tenían que basar en lo que les decían las matronas, menos preparadas. Trótula fue la máxima autoridad de Europa en su especialidad y sus libros se tradujeron a la mayor parte de los idiomas europeos.

Pero también hubo en el medievo grandes astrónomas, matemáticas y expertas en otras ramas menos comunes, como *Ana Comneno*, hija del emperador bizantino Alejo I, erudita y gran conocedora de la tecnología y la estrategia militar.

Con el tiempo las ciencias se fueron separando y especializando. Estas fueron sólo algunas de las muchas que destacaron en sus diferentes campos.

Medalla de Laura Bassi

Las herederas de Hipatia

Tras Hipatia, vinieron muchas otras matemáticas y astrónomas. *Laura Bassi*, nacida en Bolonia en 1711, sorprendió con una inteligencia prodigiosa desde niña y tuvo la suerte de que su ciudad natal no era misógina sino que se sentía orgullosa de educar a las mujeres brillantes.

Laura se integró en la élite científica e impartió clases en la universidad y sus investigaciones la hicieron famosa en toda Europa, donde era considerada una autoridad en matemáticas. Modernizó, también, las instituciones científicas italianas, y todas estas actividades no le impidieron tener una rica vida privada: casada con su colega de la universidad, Giovanni Verrati, educó a sus seis hijos.

Muy interesada en la revolución de la física de Newton, que muchos chauvinistas franceses ignoraban por mantenerse junto a Descartes, fue la marquesa *Émilie de Châtelet* (1706-1749). Esta matemática de la corte de Versalles, amante de Voltaire, tradujo al francés y comentó los *«Principia Mathematica»* de Newton con la teoría de la gravitación universal.

En Inglaterra, la hija del poeta lord Byron, *Ada Byron* (1815-1852), fue pionera de los ordenadores, al trabajar en la máquina analítica de Babage, y en Rusia, *Sonia Kovalevskaya*, nacida en 1850, fue la primera mujer que

ISSN 1988-5318

se doctoró en una universidad, bajo la dirección de Karl Weierstrass. De vida aventurera, se casó con un estudiante nihilista para poder estudiar en Alemania y estuvo en la Comuna de París, ciudad que le otorgó años después el prestigioso premio Bordin. Sonia rectificó los cálculos de Laplace sobre los anillos de Saturno y formuló el teorema que lleva su nombre, de Cauchy-Kovalevskya.

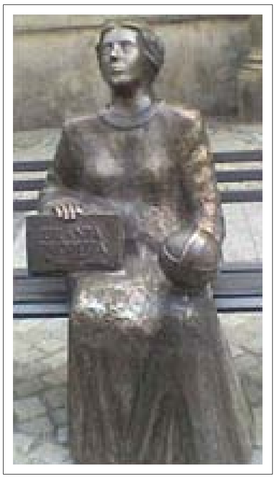
Ya a principios del siglo XX, tuvieron gran protagonismo la alemana *Emmy Amalie Noether*, con su contribución al álgebra abstracta, y la geómetra irlandesa *Alicia Boole Stott*, con su investigación de la cuarta dimensión.

Cazadoras en el firmamento

La astronomía debe mucho a las mujeres, pero su trabajo quedó con frecuencia solapado por alguna figura masculina, que se llevó el reconocimiento.

Dijo un día el físico Celsius que detrás de los grandes astrónomos solía haber una gran hermana. Así ocurrió, por ejemplo, con *Sofia Brahé* (1556-1643) y *Caroline Herschell* (1759-1848), las dos notables aunque poco conocidas astrónomas que trabajaron como ayudantes a la sombra de sus famosos hermanos, respectivamente Tycho Brahé y Williams Herschell. Si la primera trabajó en la investigación de los cometas, Caroline ayudó a descubrir nebulosas, cometas y el planeta Urano.

Y no pocas veces ocurría también que detrás de un famoso astrónomo había una importante esposa astrónoma. Así ocurrió con *Elisabeth Hevelius*, que trabajó con su marido Johannes en el catálogo astronómico realizado a ojo desnudo en el siglo XVII; o con *Margareth Flamsteed*, esposa del astrónomo real sucesor de Newton, John Flamsteed.



Estatua de María Cunitz (Swidnica, Polonia)

No ocurrió lo mismo a *María Cunitz* (1610-1664), de Silesia, que se ganó por sí sola el sobrenombre de «la segunda Hipatia», trabajando en la observación de los planetas y publicando sus precisos y preciados resultados bajo el seudónimo de Urania Propicia. María recalculó las difundidas tablas de Kepler.

Sin embargo, en el Nuevo Mundo, una joven astrónoma cuáquera llamada *Mary Mitchell* era ampliamente celebrada cuando en 1847 descubrió un nuevo cometa. Mary se convirtió en una astrónoma influyente y reconocida. Primera mujer en acceder a la Academia Americana de las Ciencias, aunque sólo fuera a título honorífico. Mary aprovechó su poder no sólo para ejercer como astrónoma y profesora sino para abrir el camino de esta especialidad a muchas otras.

Poco después, otra estadounidense, *Dorothea Klumpke*, obtuvo el primer doctorado de astronomía en Francia en 1893 y fue directora del Observatorio de París. Desde este cargo dirigió los trabajos para realizar un catálogo fotográfico de estrellas.

La física que rompió el molde

La única científica que logró romper la invisibilidad histórica fue la emblemática *Marie Curie*. Su esposo, Pierre, se negó a recibir él solo el premio Nobel por la tesis doctoral de Marie, en la que ambos habían trabajado, y compartió con ella la fama; muerto él arrollado por un carro, la labor de la joven viuda en Francia y EE.UU. fue formidable. La radiactividad y ella misma se pusieron de moda, circunstancia que aprovechó para dignificar la profesión de científico por todo el mundo y conseguir de EE.UU. dos gramos de radio para Francia y Polonia. Además de dirigir el Instituto del Radio, llevó un novedoso equipo de rayos X al frente para ayudar a los soldados en la I Guerra Mundial.

Hay otras físicas, además de Curie, que han dejado una huella en la ciencia. Ese fue el caso de *Rosalind Franklin*, la joven británica que logró la primera fotografía del ADN con su técnica de difracción de Rayos X; o de la física austriaca *Lise Meitner*, descubridora de la fisión del átomo, hallazgo por el que su colega Otto Hahn obtuvo el Nobel sin querer siquiera compartirlo con ella. Lise fue todo un personaje en EE.UU., donde quisieron llevar su vida a Hollywood, a lo que se negó.

Primeros pasos humanos

Ya nacida a principios del siglo XX, la antropóloga *Mary Leakey*, formada como ayudante de su marido, Louis Leakey, dirigió ya después de enviudar las excavaciones que sacaron a la luz en África las «pisadas de Laetoli». Este magnífico documento aportó la evidencia de que nuestros antepasados ya caminaban erguidos hace 3,5 millones de años; eran las huellas de tres homínidos, posiblemente un hombre, una mujer y un niño, sobre una ceniza volcánica, atravesadas por las huellas de un hiparión, un caballo prehistórico. El bipedismo era un paso gigante en la evolución, pues permitía hacer la pinza digital, entre otras ventajas.

Más recientemente *Jane Goodal* fue la pionera de una importante investigación con primates, en concreto sobre el uso de herramientas en los chimpancés.

Jane Goodal

Las pioneras españolas

Calle de María Andrea Casamayor en Zaragoza

En cuanto a las investigadoras españolas del pasado, destaca la astrónoma del califato de Córdoba, *Fátima de Madrid*, hija de un famoso astrónomo y autora de *«Correcciones de Fátima»*. También tuvo un papel relevante la matemática aragonesa *Andrea Casama-*

ISSN 1988-5318

yor (-1780) quien escribió *«El tirocinio aritmético»*, con el que pretendía enseñar las cuatro reglas básicas para ayudar a los comerciantes, a los sastres y a la gente corriente. Esta obra tuvo que firmarla con un nombre masculino por las exigencias de la época. Y el anagrama que usó fue el de Casandro Mames de la Marca y Arioa, como aparece en el título de los dos libros que publicó. ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Unos dados muy curiosos

Francisco García Soto
Alumno del Grado en Matemáticas
(Universidad de Almería)

La *teoría de la probabilidad* es la parte de las Matemáticas que estudia los experimentos aleatorios, como son el lanzamiento de una moneda o de un dado. Cuando, como en estos casos, los resultados posibles del experimento son finitos y equiprobables, la probabilidad de un suceso se define mediante la *Regla de Laplace*:

$$P = \frac{RF}{RP},$$

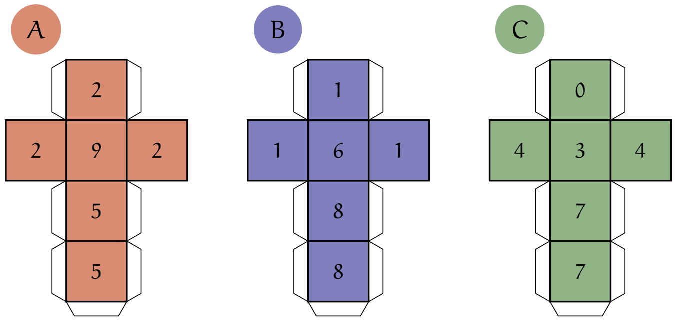
donde RF y RP son el número de resultados favorables y de resultados posibles, respectivamente.

Por ejemplo, la probabilidad de obtener 5 en un lanzamiento de un dado es $1/6$; y la de sumar 5 en un lanzamiento de dos dados es $4/36 = 1/9$. En este último caso, los resultados favorables son $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$ y $(4, 1)$, donde cada par indica el resultado del primer y del segundo dado, respectivamente. El dado considerado en este ejemplo es el usual (de forma cúbica y sus caras representadas por los valores 1, 2, 3, 4, 5 y 6).

Dicho esto, ¿quién no ha jugado alguna vez con dados? En este artículo propongo unos sencillos juegos de dados. Todos consisten en que los jugadores lanzan uno o varios dados cúbicos diferentes a los habituales y gana el que obtiene un valor mayor (si son dos o más dados, se suman los valores de todos los dados). Cada jugador tendrá dados diferentes a los de los otros jugadores, pero todos tendrán el mismo número de dados.

Sean X e Y dos dados distintos. Diremos que X gana a Y, y entonces escribiremos $X \succ Y$, si al lanzar ambos dados la probabilidad de que X obtenga un valor mayor que Y es mayor que la probabilidad de que Y obtenga un valor mayor que X. La definición puede extenderse a conjuntos de dados.

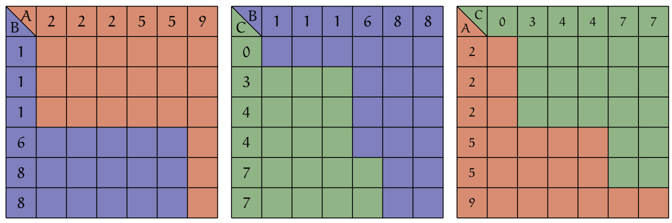
Para empezar, os propongo el siguiente juego para dos jugadores. **Consiste en que el primer jugador escoja uno de los tres dados representados y el segundo otro entre los dos dados que quedan**:



Si tú eres el primer jugador y yo el segundo, ¿qué dado escogerías para tener más probabilidad de ganar que yo?

El juego podría considerarse *justo* en el sentido de que las caras de los tres dados suman la misma cantidad: 25.

Para dar respuesta a la pregunta, estudiaremos la relación ganar ($\succ$) entre esos dados. Hay tres pares posibles de dados a escoger entre los dados A, B y C: A y B, B y C, y C y A. En las siguientes tablas se representan todos los resultados posibles al lanzar una vez cada par de estos dados, coloreando de distinta forma los resultados según el dado que gana en cada caso:



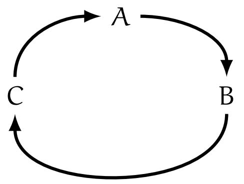
En la primera tabla se observa que de los 36 resultados posibles, el dado A obtiene un valor mayor que B en 21 casos, y un valor menor que B en los otros 15 casos (no hay empates ya que A y B no tienen valores comunes). Luego $A \succ B$, y la probabilidad de que A obtenga un valor mayor que B en un lanzamiento es de $21/36 = 7/12$.

En la segunda tabla se observa que el dado B obtiene un valor mayor que C en 19 casos, y un valor menor que C en los otros 17 casos. Luego $B \succ C$, y la probabilidad de que B obtenga un valor mayor que C en un lanzamiento es de $19/36$.

Finalmente, en la tercera tabla se observa que el dado C obtiene un valor mayor que A en 19 casos, y un valor menor que A en los otros 17 casos. Luego $C \succ A$, y la probabilidad de que C obtenga un valor mayor que A en un lanzamiento es de $19/36$.

Si representamos los tres resultados anteriores de modo que el símbolo $\succ$ lo sustituimos por una flecha curvada, obtenemos:

 ISSN 1988-5318



Por tanto la respuesta a la cuestión planteada es sorprendente: escojas el dado que escojas, yo siempre podré escoger un dado con el que tendré más probabilidad de ganarte (sobre todo, si lanzamos muchas veces cada dado): si escoges el A yo tomaré el C; si escoges el B, elegiré el A; y si escoges el C, elegiré el B. Y es que los tres dados anteriores no son transitivos respecto a la relación $\succ$:

$$A \succ B \text{ y } B \succ C \not\Rightarrow A \succ C.$$

En general, siempre que un conjunto de $k \geq 3$ dados cumpla que $X_1 \succ X_2 \succ \cdots \succ X_k \succ X_1$, entonces diremos que $X_1, X_2, \ldots, X_k$ son un **Conjunto de Dados No Transitivos**.

Os propongo ahora el mismo juego pero con los siguientes dados:

$$A = \{2,2,2,5,5,5\}$$
$$B = \{1,4,4,4,4,4\}$$
$$C = \{3,3,3,3,3,6\}$$

El lector puede probar que de nuevo se tiene que $A \succ B \succ C \succ A$. Modifiquemos el juego, de manera que cada jugador lance dos dados iguales y gane el jugador que obtenga una suma mayor. ¿Seguirá cumpliéndose que $A \succ B \succ C \succ A$ en este juego modificado?

Para responder a esta cuestión, las siguientes tablas representan el doble lanzamiento de cada par de dados con sus posibles sumas. Téngase en cuenta que al lanzar 4 dados en cada juego, los resultados posibles son $6^4 = 1296$. Y que, por ejemplo, en la primera tabla se indica que en 450 de esos 1296 resultados posibles los dados A suman 7 y los dados C suman 6 (los dados A obtienen 7 en $2 \times 3 \times 3 = 18$ casos, y los dados C obtienen 6 en $5 \times 5 = 25$ casos, $18 \times 25 = 450$).

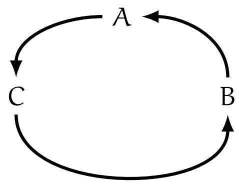
C \ A	4	7	10
6	225	450	225
9	90	180	90
12	9	18	9

B \ C	6	9	12
2	25	10	15
5	250	100	10
8	625	250	25

A \ B	2	5	8
4	9	90	225
7	18	180	450
10	9	90	225

La primera tabla muestra que, en un lanzamiento, los dos dados A tienen una probabilidad de ganar a los dos dados C de $765/1296$: en este juego $A \succ C$. En la segunda tabla se observa que los dados C tienen una probabilidad de ganar a los dados B de $671/1296$: $C \succ B$. Y de la tercera tabla se deduce que los dados B tienen una probabilidad de ganar a los dados A de $765/1296$: $B \succ A$. En resumen, $A \succ C \succ B \succ A$.

Luego la respuesta de nuevo es sorprendente, ya que la relación ganar en tiradas dobles de esos dados se invierte respecto de la de tiradas simples:



Esta curiosa propiedad no se verifica en todos los conjuntos de dados no transitivos. Comprueba lo que pasa con los dados del primer juego.

En los ejemplos anteriores no podían producirse empates. Un ejemplo en el que aparecen empates es el de los **Dados de Miwin**, introducidos en 1975 por el físico Michael Winkelmann. Son seis dados cuyas caras tienen seis números distintos, tomados del 1 al 9, de manera que las sumas de las caras opuestas de cada dado son 9, 10 y 11. Winkelmann dividió sus dados en dos grupos:

- III, IV y V
  - $III = \{1,2,5,6,7,9\}$
  - $IV = \{1,3,4,5,8,9\}$
  - $V = \{2,3,4,6,7,8\}$
- IX, X y XI
  - $IX = \{1,3,5,6,7,8\}$
  - $X = \{1,2,4,6,8,9\}$
  - $XI = \{2,3,4,5,7,9\}$

En cada grupo, la probabilidad de que un dado obtenga mayor puntuación que otro es siempre menor que $1/2$. ¿Cómo es esto posible? Porque hay una probabilidad de empatar, que en todos los casos es de $3/36 = 1/12$. También en todos los casos, las probabilidades de que un dado gane a otro y viceversa son $17/36$ y $16/36$. Luego, en este ejemplo, siempre hay un dado que gana a otro. De hecho, ambos grupos de dados son no transitivos, como puedes comprobar.

En cuanto a conjuntos de dados no transitivos formados por más de 3 dados, uno de los ejemplos más conocidos es el de los **Dados de Efron**. Son conjuntos de 4 dados no transitivos introducidos por el matemático Bradley Efron para dar a conocer paradojas probabilísticas. Por ejemplo, dos de ellos son:

$A = \{0,0,4,4,4,4\}$ $\quad$ $A' = \{2,3,3,9,10,11\}$
$B = \{3,3,3,3,3,3\}$ $\quad$ $B' = \{0,1,7,8,8,8\}$
$C = \{2,2,2,2,6,6\}$ $\quad$ $C' = \{5,5,6,6,6,6\}$
$D = \{1,1,1,5,5,5\}$ $\quad$ $D' = \{4,4,4,4,12,12\}$

Puedes comprobar que $A \succ B \succ C \succ D \succ A$ y $A' \succ B \succ C' \succ D' \succ A'$. Observa que estos grupos de dados ya *no son justos* (las sumas de todas sus caras son diferentes). ¿Serías capaz de formar conjuntos de dados no transitivos con mayor número de dados? ■

ISSN 1988-5318

MATEMÁTICAS Y CULTURA

Las Matemáticas en la Sociedad de la Información

Juan Antonio López Ramos
Universidad de Almería

El desarrollo de las Matemáticas no obedece siempre a causas nobles. Todos sabemos del mal uso de conceptos físicos o químicos que se ha hecho y más que un beneficio, ha causado un gravísimo daño a la humanidad.

Marian Rejewski

Con las Matemáticas ocurre un tanto de lo mismo y un ejemplo son aquellas usadas en el desarrollo de la Física Nuclear de la que tan mal uso se ha realizado. Sin embargo, el ejemplo que a continuación les propongo ha supuesto también beneficios, aunque sólo conocemos una parte de la historia: la que escribieron los vencedores y, evidentemente quisieron hacer pública.

Corrían las postrimerías de los años 30 y un grupo de jóvenes matemáticos polacos, encabezados por Marian Rejewski, informa a los servicios secretos británicos y franceses sobre sus avances en la ruptura de los códigos de comunicación alemanes, ante el peligro de una invasión de Polonia.

Dada la importancia del hecho, dichos matemáticos pasaron a Francia, donde siguieron desarrollando su trabajo hasta la invasión de ese país, momento en el cual viajan, a través de España, a Inglaterra.

Enigma, la máquina con la que los nazis cifraban los mensajes en la II Guerra Mundial

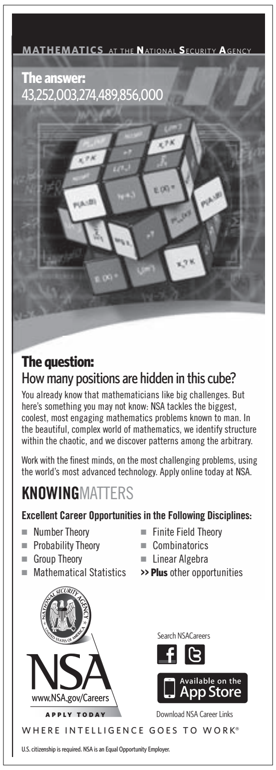
Allí, en colaboración con el matemático Alan Turing, trabajan con un amplísimo equipo en el desarrollo del primer ordenador que, usando las teorías desarrolladas por Rejewski y las investigaciones del grupo encabezado por Turing, consiguió una gran capacidad para leer los mensajes cifrados alemanes, lo que permitió cambiar el curso de la II Guerra Mundial en Europa.

Dichos descubrimientos fueron ocultados, incluso a los propios aliados americanos, hasta finalizada la guerra. Del mismo modo, un grupo de matemáticos estadounidenses descifró los códigos secretos japoneses, hecho éste que les permite descifrar un mensaje clave que llevó al ejército americano a ganar la batalla de Midway, lo que supuso el principio del fin de la igualdad naval en el Pacífico.

Este hecho no fue tampoco revelado a los aliados europeos. Si lo miramos de otro modo, hubo una guerra entre matemáticos de un bando y de otro y que, al final se decantó del lado que todos conocemos, desembocando en un orden mundial que se creó a partir de entonces. En la actualidad esta «guerra secreta» de códigos se sigue desarrollando y los logros de cada cual son ocultados como auténticos tesoros.

Emblema de la NSA

¿Alguno se imagina cuál es la institución donde trabaja un mayor número de doctores en matemáticas? Podríamos pensar que seguramente una universidad, quizás americana. Pues nos equivocamos en la institución, pero no en el país. Dicha institución es la *«National Security Agency»* (NSA), lugar en el que trabajan más de 500 de dichos doctores, todos dedicados al diseño y análisis de protocolos que aseguran la enorme cantidad de información que fluye en nuestra llamada *«Sociedad de la Información»*. Esta agencia se encarga de marcar las directrices sobre la seguridad en las comunicaciones a nivel mundial y, cuando desde la misma se envía una recomendación, los gobiernos de todo el mundo se aprestan a seguirla.



Anuncio de oferta laboral de la NSA para matemáticos

La más conocida últimamente ha sido la de cambiar el sistema criptográfico RSA, cuya seguridad se basa en la factorización de números enteros, por otro basado en la aritmética sobre curvas elípticas. ¿Será como dicen ellos simplemente porque debido a los avances tecnológicos, cada vez somos capaces de realizar operaciones más complejas y hay que aumentar progresivamente el tamaño de las claves utilizadas?, o ¿quizá habrá algún descubrimiento científico, no hecho público todavía, que permita romper estos protocolos y la información que fluye usando éstos ya no es segura? Como podrán observar, la información es poder y las Matemáticas contribuyen de forma inequívoca a la protección o al descubrimiento de dicha información. ■

ISSN 1988-5318

LA HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Sophus Lie

El matemático audaz

Antonio Rosales Góngora
IES Bahía de Almería (Almería)

Sophus Lie

Durante mucho tiempo, para comprender el universo se partía de un conjunto de hechos experimentales, observables, y, por ensayo y error, se buscaban leyes generales de la naturaleza.

Los físicos modernos empiezan justo al revés. Se parte de los principios matemáticos de simetría, exigen que las leyes de la naturaleza sigan determinados patrones y a partir de ahí deducen las leyes generales. ¿Cómo sabe la naturaleza que debe obedecer estas leyes abstractas? ¿Hay algún modo eficaz de caracterizar todas las simetrías de las leyes de la naturaleza? La respuesta está en los grupos, dondequiera que aparezcan los grupos se afianza la simplicidad.

Al intentar clasificar las distintas partículas que surgieron con la llegada de los aceleradores en los años 50, los físicos se encontraron el camino allanado por el asombroso trabajo de *Marius Sophus Lie* (1842-1899).

Este matemático noruego estudió Ciencias y Matemáticas en Christiana (Oslo) aunque nunca demostró una capacidad ni pasión fuera de lo normal por las matemáticas hasta el punto de que Ludvig Sylow (1832-1918), profesor suyo, confesó que nunca habría sospechado que llegase a ser una de las mentes más preclaras del siglo.

El matemático oculto que llevaba en su interior lo descubrió, tras años de indecisión y tendencias suicidas, con las lecturas sobre la nueva geometría de Poncelet y Plücker.

Lie entabló amistad en París con Klein, Darboux y Jordan, convenciéndole este último del papel crucial que iba a desempeñar la teoría de grupos en el estudio de la geometría. La caracterización de la geometría a partir de la teoría de grupos que aborda *El Programa de Erlangen* nace de los esfuerzos combinados de Lie y Klein.

Felix Klein

La colaboración entre ambos se rompe con la guerra franco–prusiana, mientras que Klein se trasladó a Berlin, Lie es detenido en Fontainebleau, donde sus escritos matemáticos fueron confundidos por mensajes codificados de un espía alemán. Afortunadamente el matemático Gaston Darboux le liberó de la prisión.

La amistad entre Klein y Lie se rompió en 1892 con una agria disputa en parte motivada porque Lie pensaba que no se le había reconocido adecuadamente su papel en el *Programa de Erlangen*. En 1893 Lie publicó: *«no soy discípulo de Klein, ni es el caso inverso, aunque esto podría acercarse mas a la verdad»*, a lo que Klein contestó aludiendo a los problemas mentales de Lie.

Gaston Darboux

Entre 1888 y 1893 Lie publicó un catálogo detallado de los grupos de transformaciones continuas (traslaciones y rotaciones en el espacio) que culminaría en los grupos de Lie. Son estos los grupos utilizados por los físicos para caracterizar el zoo de partículas aludido anteriormente. Como sabemos, cuando un grupo carece de subgrupos normales se denomina grupo simple; estos son los bloques de construcción básicos de la teoría de grupos en el mismo sentido que los números primos en la aritmética, es decir, todos los grupos se pueden construir a partir de grupos simples y estos no se pueden descomponer.

La famosa simetría de la «senda óctuple», usada para clasificar los hadrones, la cual es nombrada por Murray Gell-Mann y que alude a los ocho principios del camino budista para el desarrollo personal que conduce al final del sufrimiento, es la clave para comprender las propiedades de las partículas subatómicas.

El matemático alemán Wilhelm Killing (1847-1923) clasificó los grupos de Lie simples en cuatro familias pero había cinco grupos simples excepcionales o esporádicos que no encajaban en ninguna. Lo que se pensaba que era un error ha resultado ser más interesante que las cuatro familias infinitas. Tienen una unidad que los relaciona con los cuaterniones de Hamilton y una generalización curiosa, los octoniones.

Wilhelm Killing

El propio Lie menospreció el trabajo de Killing por una enemistad por razones desconocidas, quizás porque este teorema le habría gustado demostrarlo a él mismo.

En cualquier caso, uno de estos grupos simples esporádicos, el grupo especial unitario de grado 3, SU_3, es el adecuado para la «senda óctuple», la estructura

 ISSN 1988-5318

de familia que tenían que obedecer las partículas. Finalmente, la partícula predicha por la teoría y que faltaba, fue descubierta y llamada menos omega.

Parece ser que el camino hacia la unificación final de las fuerzas de la naturaleza tiene que pasar por el descubrimiento del grupo de Lie más adecuado que contenga el producto de los tres grupos de Lie $U_1 \times SU_2 \times SU_3$.

En una carta de Lie al futuro premio Nobel de Literatura Bjørnstjerne Bjørnson dice que sin imaginación es imposible convertirse en matemático y que lo que le ha dado un lugar entre los matemáticos de su tiempo, a pesar de su falta de conocimiento y estilo, ha sido la audacia de su pensamiento.

Convencido de la bondad de su descubrimiento afirmó: *«Estoy seguro, absolutamente seguro de que estas teorías serán reconocidas como fundamentales en algún momento del futuro».*

El propio Albert Einstein llegó a afirmar que sin sus descubrimientos (los de Lie) no habría sido posible el nacimiento de la Teoría de la Relatividad.

En 1897, la Sociedad físico-matemática de Kazan otorgó por primera vez el premio Lobatchevski, que fue creado en honor del primer matemático ruso que hizo una exposición sistemática de la geometría no euclidiana basada en la negación del postulado de Euclides. Este galardón tenía gran importancia y debía concederse cada cinco años al mejor libro publicado sobre geometría, en particular sobre geometría no euclidiana. Sobre la base de un informe de Felix Klein, muy interesante en sí mismo, el premio fue otorgado a Sophus Lie. ■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Evolución de la Reflexión Cognitiva en la Universidad

Jorge López Puga
Universidad de Almería

Una de las grandes preguntas que desde hace siglos se viene haciendo la humanidad es si somos capaces de responder *racionalmente* ante las situaciones que se nos presentan en nuestra vida diaria.

En los albores de los años sesenta del siglo pasado la idea de la racionalidad humana fue desafiada [1] y respaldada dos décadas más tarde al demostrarse que las personas tendemos a cometer sesgos sistemáticos que se apartan del formalismo matemático cuando, por ejemplo, se nos pide que estimemos probabilidades en tareas de la vida diaria.

Es más, recientes estudios surgidos en el campo de la neurociencia cognitiva sugieren que nuestro cerebro toma las decisiones hasta siete segundos antes de que seamos conscientes de ellas, relegando el rol del raciocinio humano a un segundo plano y atribuyendo la responsabilidad de nuestras decisiones al complejo funcionamiento de una densa red de estructuras neurales que forman parte de nuestro sistema nervioso. En cualquier caso, sorteando discusiones filosóficas en torno a los conceptos de racionalidad y libre albedrío, me gustaría presentar resultados preliminares de un estudio relativo al efecto que produce la formación universitaria sobre la reflexión cognitiva en el alumnado.

Para evaluar el grado en que evoluciona la reflexión cognitiva en la universidad he utilizado una adaptación al castellano del *Cognitive Reflection Test* [3] o Test de Reflexión Cognitiva (TRC).

Aunque existe una adaptación al castellano de este test [4], la terminología usada parece haberse basado en una traducción demasiado literal y circunscrita al ámbito cultural donde fue desarrollado.

El TRC contiene tres problemas matemáticos diseñados para provocar una respuesta automática y rápida, pero errónea, que podría evitarse reflexionando cuidadosamente sobre el enunciado que se presenta. De este modo, a cada respuesta correcta se da un punto y a las respuestas incorrectas no se les da ninguno, luego la puntuación admisible del test puede oscilar entre cero (bajo nivel de reflexión cognitiva) y tres (alto nivel de reflexión cognitiva). Los ítems del TRC son los siguientes:

1. Una raqueta y una pelota cuestan 1,10€ en total. La raqueta cuesta 1,00€ más que la pelota. ¿Cuánto cuesta la pelota?

2. Si 5 máquinas tardan 5 minutos en fabricar 5 piezas, ¿cuánto tardarán 100 máquinas en fabricar 100 piezas?

3. En un lago hay una zona cubierta de nenúfares. El área de nenúfares se hace el doble de grande cada día. Si el área de nenúfares tarda 48 días en cubrir el lago entero, ¿cuántos días tardarán los nenúfares en cubrir la mitad del lago?

Aunque estos tres problemas se caracterizan por un contenido explícitamente matemático que podrían resol-

ISSN 1988-5318

verse exitosamente con un adecuado planteamiento, la mayor parte de las personas tienden a responder automática y erróneamente. Por ejemplo, para responder a la primera de las preguntas se podría plantear el siguiente sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

$$x + y = 1{,}10,$$
$$y = x + 1,$$

donde x se refiere al precio de la raqueta e y al de la pelota. Sin embargo, pese a que la respuesta correcta es que la pelota vale 5 céntimos, más de la mitad de los estudiantes universitarios indican que su precio es 10 céntimos [3].

La explicación que se ha dado para legitimar este comportamiento postula la existencia de dos sistemas cognitivos diferenciados que nos permiten razonar adaptativamente. Por un lado, disponemos de un sistema de razonamiento que responde muy rápido, que compromete muy poco a la consciencia y que genera soluciones aproximadamente correctas o *heurísticas*; mientras que, por otro lado, tenemos el sistema de raciocinio más lento y reflexivo que produce soluciones formalmente más correctas o *algorítmicas* [3].

He aplicado el TRC a 40 estudiantes (9 hombres y 31 mujeres) de psicología de la Universidad de Almería de los cuales 29 están en el primer ciclo de esta titulación y los 11 restantes en el segundo.

El TRC se aplicó individualmente en una habitación aislada de ruido y distracciones. Los estudiantes anotaron sus respuestas en una hoja que contenía los tres ítems del TRC.

Los resultados muestran que, aunque la ejecución en el TRC aumenta en función del ciclo de estudios, no existen diferencias estadísticamente significativas en la puntuación del TRC entre los alumnos de primer ciclo (media $\bar{x} = 0,38$ y desviación típica $S_x = 0,68$) y los del segundo ($\bar{x} = 0,64$, $S_x = 0,81$).

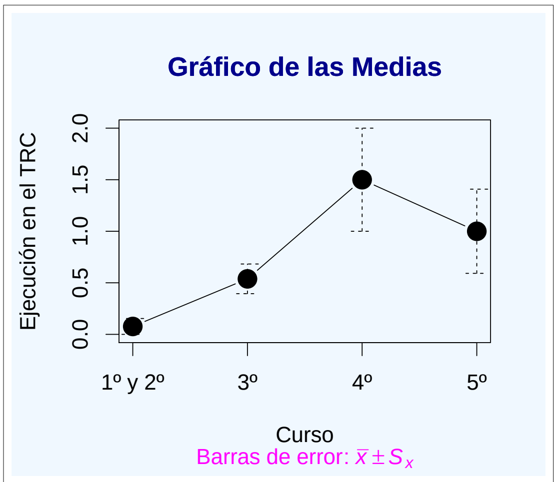


Gráfico de medias del experimento

No obstante, se observó una correlación positiva y estadísticamente significativa entre la ejecución en el TRC y el curso en que se encontraba matriculado el estudiante ($r_s = 0,36$, $p < 0,05$, unilateral). Estos resultados sugieren, aunque de manera exploratoria, que los estudiantes universitarios tienden a ser más reflexivos a medida que avanzan de curso. Este es un resultado deseable en la medida en que la formación universitaria se supone que debería de fomentar un espíritu crítico y racional en los educandos.

No cabe duda de que estos resultados son exploratorios y que han sido observados con un tipo particular de alumnos pero, en cualquier caso, sería interesante evaluar si este patrón es diferente en otras carreras universitarias o si, por el contrario, se produce de manera sistemática en todo tipo de estudiantes universitarios.

Para terminar, me gustaría resaltar la relevancia práctica que tendría estudiar si existe relación entre la puntuación que genera el TRC y la tendencia a crear empresas de base tecnológica.

Dado que recientemente se ha reportado que los emprendedores potenciales tecnológicos son personas optimistas y no-realistas, sería interesante evaluar el grado en que ese optimismo es fruto de un proceso reflexivo o si, por contra, sería el resultado de un esquema de pensamiento racionalmente injustificado. En caso de que el optimismo que muestran estos emprendedores tecnológicos estuviese relacionado con los procesos de reflexión cognitiva se podrían poner en marcha programas de formación específicos que optimizasen la toma de decisiones en el proceso de creación de empresas tecnológicas para evitar así los efectos deletéreos de un optimismo irrealista.

Referencias

[1] Simon, H. A. (1955). A behavioral model of rational choice. *The Quaterly Journal of Economics, 69*, 99-118.

[2] Smith, K. (2011, Septiembre 1). Taking aim at free will. *Nature, 477*, 23-25.

[3] Frederick, S. (2005). Cognitive reflection and decision making. *The Journal of Economic Perspectives, 19*, 25-42.

[4] González, E. (2011). Análisis de factores implicados en la toma de decisiones en pilotos de aviación general en situaciones de riesgo por meteorología adversa. *Revista del Ilustre Colegio Oficial de Psicólogos de Andalucía Oriental, 28*, 5-21.

■

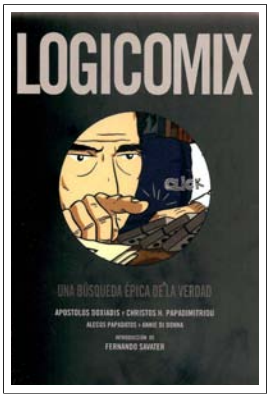
ISSN 1988-5318

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Logicomix.

Una búsqueda épica de la verdad

Apostolos Dioxadis y Christos H. Papadimitriou



Ficha Técnica
Editorial: Ediciones Sins Entido
349 páginas
ISBN: 978-89-96722-74-3
Año 2011

El autor de *El tío Petros y la conjetura de Golbadch*, Apostolos Doxiadis, nos presenta, junto a Christos H. Papadimitriou, *Logicomix*. Lo novedoso de este texto es que se trata de un cómic, demostrando con ello que las matemáticas y la filosofía se pueden adaptar con rigor a este formato.

Logicomix se estructura en tres niveles. En un primer nivel aparece el relato autobiográfico de los autores, Apostolos, Christos, Annie y Alecos, que comentan el desarrollo de su propio proyecto. En un segundo nivel de ficción, Bertrand Russell es invitado a impartir una charla en la universidad, sobre *«el papel de la lógica en los asuntos humanos»* en septiembre de 1939, justamente cuando Hitler invade Polonia. Por último, el tercer nivel de ficción histórica abarca lo narrado por Russell.

El cómic nos cuenta cómo Bertrand Russell comprende que sólo la ciencia puede darnos un conocimiento fiable del mundo y que las Ciencias Físicas se fundamentan en las Matemáticas. Estudia Matemáticas y Filosofía en su pasión obsesiva por encontrar la verdad. Parafraseándole, quería conocer un método para obtener certezas, lo que le llevará al estudio de la Lógica y, por ende, al conocimiento de George Boole. Curiosamente, en el cómic aparecen el *Laberinto de Hampton*, que se considera ideal para explicar la lógica booleana, junto con algunas secuencias de *Alicia en el país de las maravillas*, ya que Lewis Carroll es considerado un experto en Boole. Russel piensa que las matemáticas se apoyaban en esa época en pilares frágiles y, por ello, establece contacto con Alfred Whitehead, matemático y filósofo inglés; viaja a Alemania para conocer a Gottlob Frere, autor de *Fundamentos de Aritmética*; también conoce a Georg Cantor, creador de la teoría de conjuntos; asiste al Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en París en 1900, donde Hilbert planteó los 23 problemas del milenio a toda la comunidad matemática.

En la búsqueda de un nuevo lenguaje lógico que fundamente sólidamente las matemáticas, Russell, plantea la famosa paradoja que lleva su nombre: *«¿Se contiene a sí mismo el conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos?»* Con ello, cuestiona la Lógica y la Teoría de Conjuntos, lo que le lleva a escribir *Principia Mathematica*, junto con A. Whitehead. Conoce a su alumno Ludwig Wittgenstein, autor de *Tractatus Lógico-Philosophicus*, quien pretende resolver todos los problemas de la Filosofía y, en este empeño, llega a cuestionar las premisas más básicas y tácticas sobre la naturaleza de la verdad. Imparte charlas en el círculo de Viena, donde conoce a Kurt Gödel, que presenta su *Teorema de incompletitud*: *«Siempre habrá preguntas sin respuesta»*. Esto supuso un duro golpe al problema de la consistencia de la Aritmética, esto es, que la Aritmética y, por tanto, cualquier sistema basado en ella es, por necesidad, incompleto. Será Turing, creador de la máquina homónima, precursora de los ordenadores actuales, quién resuelva el problema afirmando que no existe un algoritmo para decidir si una proposición es demostrable dentro de un sistema u otro.

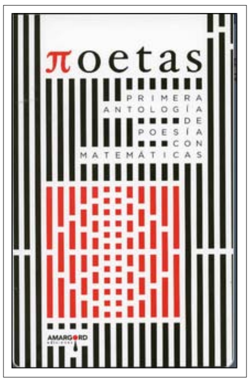
En un momento de su vida, quizás cansado de la búsqueda constante de la verdad, da un cambio radical y comienza a interesarse, entre otras cosas, por los acontecimientos que estaban ocurriendo en Europa: la Primera Guerra Mundial. Así, escribe panfletos, artículos, etc. donde, utilizando siempre la lógica y la razón, pide una solución pacífica al conflicto. Con su actividad, ha sido considerado un pacifista militante.

Concluyendo, se trata de un libro que, de forma amena y divertida, nos presenta la evolución, en Occidente, de los sistemas lógicos-matemáticos y, hasta cierto punto, filosóficos durante la primera mitad del siglo XX.

Reseña de Ángeles Moreno Frías
Universidad de Cádiz

πoetas.

Primera antología de poesía matemática.



Ficha Técnica
Editorial: Amargord
240 páginas
ISBN: 978-84-15398-02-8
Año 2011

En πoetas el matemático y poeta *Jesús Malia* selecciona poesías de diez escritores vivos en lengua castellana: los poetas son *Rodolfo Hinostroza* (Lima, Perú, 1941), *Enrique Verástegui* (Cañete, Perú, 1950), *José Florencio Martínez* (Trespaderme, Burgos, 1950), *David Jou* (Sitges, Barcelona, 1953), *Ramon Dachs* (Barcelona, 1959),

 ISSN 1988-5318

Daniel Ruiz (Upata, Venezuela, 1964), *Agustín Fernández Mallo* (La Coruña, 1967), *Javier Moreno* (Murcia, 1972), *Julio Reija* (Madrid, 1977) y *Jesús Malia* (Barbate, Cádiz, 1978). Algunos de ellos tienen formación científica, otros no; pero todos son poetas que se inspiran de alguna manera en las matemáticas.

En las páginas de πoetas podréis ver ecuaciones, operaciones algebraicas, geometría, el concepto de infinito, números, simetrías, conjuntos fractales, probabilidad, lógica, algoritmos, caos, derivadas, integrales... pero sobre todo poesía. Este fragmento de *Los colores del tiempo* de Jesús Malia es una de las muchas contribuciones de πoetas:

Y la tierra rota sobre si periodicamente
Y la tierra rota sobre el sol de forma periodica
Y son periodicos los dias y son periodicos los años
Y el periodo es la ley
Inexorable
Y cada color tiene su periodo en cada medio
Y sin embargo
Es rojo todo amanecer y todo ocaso

Reseña de Marta Macho-Stadler
Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Páginas web de interés

Fotografías matemáticas

http://catedu.es/matematicas_mundo/FOTOGRAFIAS/fotografia.htm

Las figuras y los conceptos matemáticos nos rodean y acompañan en nuestro mundo más de lo que a primera vista puede parecer.

Gracias a las más de 1500 fotos de José María Surando Muzás, podemos comprobarlo. Se muestra cómo la arquitectura, incluidos los monumentos más conocidos como La Alhambra de Granada, La Mezquita de Córdoba, los Jardines del Generalife o los rascacielos de Nueva York ejemplifican curvas y puntos singulares, funciones trigonométricas, polígonos, cónicas, mosaicos.

Las luces y sombras también nos proporcionan combinaciones con significado matemático. Asimismo, se retratan en la vida real ideas como la de infinito, número, fracción o fractal. Se puede apreciar el lado divertido y de entretenimiento que nos provoca esta ciencia.

Foto incluida en la web

La página es dinámica y aparecen regularmente nuevas imágenes. Se pone de manifiesto la influencia de la geometría en la naturaleza y en nuestras calles, ríos y ciudades.

Hay una sección donde alumnos de secundaria y universitarios pueden exponer algunas instantáneas. Por tanto, se anima y se ayuda a tener otra visión, más próxima a las Matemáticas, de la vida en general.

Reseña de José Escoriza López
Universidad de Almería

Acertijos

Una multiplicación incompleta

¿Podrías determinar $\mathtt{a}$, $\mathtt{b}$ y $\mathtt{c}$ con los datos que aparecen en la siguiente multiplicación? (algunos dígitos se han suprimido y se ha escrito un punto en su lugar)
(En el próximo número aparecerá la solución).

$$\begin{array}{cccc} & \mathtt{a} & 2 & \mathtt{b} \\ \times & & \mathtt{c} & 4 \\ \hline & \cdot & 0 & \cdot \\ 3 & \cdot & 1 & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & 8 \end{array}$$

 ISSN 1988-5318

Citas Matemáticas

«Las leyes de la matemática no son meramente invenciones o creaciones humanas. Simplemente "son": existen independientemente del intelecto humano. Lo más que puede hacer un hombre de inteligencia aguda es descubrir que esas leyes están allí y llegar a conocerlas».

M.C. Escher (1898-1972), artista holandés.

«Los matemáticos han intentado en vano hasta hoy descubrir algún orden en la sucesión de los números primos, y tenemos razones para creer que este es un misterio en el que la mente humana nunca penetrará».

Leonhard Euler (1707-1783), matemático y físico suizo.

PROFESIONALES FORMADOS EN LA UAL

Estefanía de la Cruz Ruiz Baños

Entrevista a una antigua alumna

Miguel Ángel Burgos Pérez
Ana María Contreras Aguilar
Macarena Cristina Molina Gallardo
Aurora Sánchez Gordo
Alumnos de Matemáticas de la UAL

Estefanía en el puente de Alcántara

El grado de matemáticas va adquiriendo más alumnos cada año desde que comenzó a impartirse hace dos cursos. La actual crisis económica y la demanda cada vez mayor de los jóvenes almerienses por cursar la carrera hacen necesario, ahora más que nunca, informar a los alumnos (que se encuentren inmersos en la licenciatura, que hayan comenzado el grado o que pretendan hacerlo) de lo que se pueden encontrar en el mercado laboral. Para ello, qué mejor forma que entrevistar a una ex alumna de la Universidad de Almería que hace poco terminó la carrera y empezó a trabajar.

Estefanía tiene 26 años y cursó la ya extinguida doble titulación en Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas y Licenciatura en Matemáticas.

Comenzó sus estudios en 2003 y terminó la primera de sus carreras en 2009 y la segunda en 2010. Actualmente, y desde hace un par de años, trabaja en la oficina de *Metodología de Medición del Riesgo* de *Cajamar*.

¿Por qué elegiste hacer la doble titulación?

Desde que era niña, mi asignatura favorita han sido las matemáticas y he querido dedicarme a la enseñanza. Había decidido estudiar la licenciatura en matemáticas, pero en el último curso del instituto recibimos la visita de unos profesores universitarios que nos hablaron de la doble titulación. Me ilusionó la idea de poder compaginar matemáticas e informática, y desde luego, no me arrepiento de mi elección.

Cuando ya te adentraste en la carrera, ¿qué es lo que más te gustó de ella? ¿Y lo que menos?

De la carrera de matemáticas, lo que más me gustaba era las asignaturas más aplicadas, ¿cómo no?, como por ejemplo, asignaturas de cálculo o métodos numéricos; y de la carrera de informática, las de programación. Además, en las asignaturas de numérico se implementan en el ordenador muchos de los métodos que estudiamos, por lo que al entremezclar las dos materias que más me apasionaban, sin duda este campo era mi favorito.

Pero lo mejor es el trato personalizado de los profesores de matemáticas, debido a que las clases no estaban masificadas, y los compañeros, que poco a poco se han convertido en amigos. No puedo hablar de nada que no me gustase de la carrera porque después de terminar hace dos años, sólo me quedan buenos recuerdos.

¿Qué te ha parecido la carrera en general? ¿Te ha costado mucho esfuerzo finalizarla?

En general la carrera me ha gustado mucho, a pesar

 ISSN 1988-5318

de ser bastante dura. Una prueba de ello es que estoy cursando el Máster de Matemáticas, con el que pretendo continuar formándome y no perder el contacto con la universidad.

¿Cuáles eran tus perspectivas de trabajo cuando estabas estudiando? ¿A qué te querías dedicar?

Como ya he dicho antes, cuando estaba en el instituto quería dedicarme a la enseñanza, pero ya una vez en la universidad, conforme fueron pasando los años, empecé a sentir preferencia por la empresa.

Aunque conocía muchos trabajos que podía desempeñar como informática, en realidad no conocía casi ninguno que pudiese desempeñar como matemática, a excepción de la enseñanza. Esto ha cambiado drásticamente, ya que tengo que dar la razón a mis profesores cuando decían que «un matemático puede trabajar en cualquier ámbito». Esto es gracias a que nuestra capacidad para resolver problemas nos permite solucionar situaciones del día a día en cualquier trabajo.

Cuando terminaste la carrera, ¿qué expectativas de futuro tenías? ¿Tenías claro a lo que te ibas a dedicar? ¿Cómo accediste a tu puesto de trabajo actual? ¿Te costó mucho trabajo encontrar empleo? ¿Tardaste mucho tiempo?

Cuando empecé a sentir que me acercaba al final de la carrera, me planteé seriamente la opción de buscar trabajo fuera de Almería, en Madrid concretamente. Pero entonces algunos profesores nos comentaron que *Cajamar* estaba buscando matemáticos para una beca de prácticas de empresa, y cuando describieron el perfil, me sentí bastante identificada con él. Unas semanas más tarde, tras realizar varias entrevistas, me concedieron la beca para realizar las prácticas en *Cajamar*, y aunque no había terminado aún la carrera de matemáticas, pude compatibilizar bastante bien trabajo y estudios.

¿En qué consiste tu trabajo?

La labor de la oficina de *Metodología de Medición del Riesgo* de *Cajamar* se puede resumir en lo siguiente: construir modelos y desarrollar metodologías que permitan cuantificar el riesgo en que incurre *Cajamar* al conceder operaciones a sus clientes. Principalmente se trata de cumplir los siguientes objetivos:

- Intentar predecir si un cliente cumplirá con sus obligaciones de pago en el futuro (riesgo de crédito).
- Estimar qué importe se espera perder en el conjunto de todas las operaciones de *Cajamar*.
- Estimar un importe para la pérdida máxima, lo suficientemente conservador para proteger a *Cajamar* frente a situaciones de pérdida mayores de lo esperado.
- Comprobar si los modelos construidos y las metodologías desarrolladas se comportan según lo previsto, e implantar los modelos en el sistema informático.

¿Qué es lo que más te ha servido de la carrera en tu vida profesional?

En mi vida profesional, lo que más utilizo son las matemáticas aplicadas: probabilidad y estadística, además de la informática. Y una de las optativas que cursé al final de la carrera, se acerca mucho a mi día a día: «Análisis de Datos Multivariantes y su Tratamiento Informático».

Sin embargo, no puedo olvidarme de que durante la carrera aprendí a trabajar en equipo, algo indispensable actualmente casi para cualquier trabajo.

¿Crees que la carrera te ha servido en tu vida personal? ¿En qué?

Por supuesto que sí. En primer lugar, me siento realizada, ya que veo recompensado todo el esfuerzo que he hecho durante tantos años; y en segundo lugar, diariamente se plantean situaciones a las que me enfrento analizándolas e intentando encontrar la mejor solución, porque eso es lo que me han enseñado.

¿Cuáles son tus planes de futuro? ¿Qué te gustaría hacer o a qué te gustaría dedicarte?

Mis planes a corto y medio plazo son continuar mi formación, no sólo en matemáticas, sino también en idiomas y en el sector bancario en general. En mi opinión, es muy importante no perder el interés por seguir aprendiendo. Y espero que en un futuro, los conocimientos adquiridos junto con la experiencia de los años, me permitan promocionar en mi empresa.

Para finalizar, podrías decirnos cómo ves el mercado laboral para los que estamos acabando ahora la carrera. Y decir si animas o no a la gente a que haga esta titulación.

Actualmente, la situación no es la mejor que se podría desear al finalizar la carrera, y esto puede desanimaros. Sin embargo, también puede hacer que os esforcéis aún más en formaros adecuadamente, ya que dadas las circunstancias, lo mejor que podéis ofrecer es un alto nivel de formación y muchas ganas de trabajar. Además, la mayoría de mis compañeros, incluso de promociones posteriores, han conseguido encontrar trabajo, tanto en la enseñanza como en empresas o investigación. Por tanto, animo a cursar esta titulación a cualquiera que se sienta atraído por las matemáticas.

Si quieres añadir algo más puedes hacerlo con total libertad...

Quería agradeceros que pensáseis en mí para el boletín. Espero que próximamente, seáis vosotros los que podáis servir como ejemplo a otros estudiantes de que la carrera de matemáticas se puede disfrutar mucho y de que es posible, a pesar de la situación actual, encontrar un empleo con el que os sintáis realizados. ■

ISSN 1988-5318

Responsables de las secciones

➭ Actividad Matemática en la UAL

- *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Juan José Moreno (balcazar@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: María Gracia Sánchez-Lirola (mgsanche@ual.es).

➭ De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria:

- *Experiencias docentes*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es), Miguel Gea (miguel.gea.linares@gmail.com) y Miguel Pino (mpinomej@gmail.com).
- *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es) y Cándida Hernández (candihernandez@hotmail.com). Colaboradora: Johanna Walsh (Cardiff, UK).

➭ Divulgación Matemática

- *La Historia y sus personajes*: Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
- *Problemas de interés*: Alicia Juan (ajuan@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y Matemáticas*: José Cáceres (jcaceres@ual.es) y José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Fernando Reche (freche@ual.es) y Antonio Morales (amorales@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).

➭ Territorio Estudiante: Miguel Ángel Burgos (burgos__@hotmail.com), Ana María Contreras (marilo_contreras@hotmail.com), Macarena Cristina Molina (pirista_mmg@hotmail.com) y Aurora Sánchez (aurosanchezg@gmail.com)

ISSN 1988-5318