

Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas

Cooperative learning experiences in mathematics

Rosario Isabel Herrada⁽¹⁾ y Raúl Baños⁽²⁾

(1) Universidad de Murcia, España

(2) Universidad de Almería, España

RESUMEN: Existe un creciente interés en el estudio de metodologías activas que, como en el caso del aprendizaje cooperativo, permiten a los estudiantes adquirir competencias para su desarrollo personal, social y profesional. El doble objetivo del presente estudio es, por un lado, destacar el potencial del aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las Matemáticas, y por otro, dar a conocer diferentes experiencias en las que se ha implementado dicha metodología en estas materias. Para ello se revisa un amplio número de artículos redactados en castellano y publicados en revistas periódicas que describen investigaciones y experiencias llevadas a cabo en diferentes etapas educativas. En nuestro conocimiento, esta es la primera revisión completa que se hace sobre artículos redactados en castellano que analizan innovaciones didácticas basadas en el uso del aprendizaje cooperativo para la enseñanza de Matemáticas. A tenor de dichas investigaciones, se concluye que el aprendizaje cooperativo es una metodología adecuada para la enseñanza de las Matemáticas, ya que favorece la adquisición de competencias y mejora el rendimiento académico de los estudiantes, independientemente de la etapa educativa y de la materia en cuestión.

Palabras clave: pedagogía; metodologías activas; aprendizaje cooperativo; didáctica de las matemáticas.

ABSTRACT: This study had two main goals: the first was (a) to analyze the impact of an ultimate's Sport Education There is an increasing interest in the study of active methodologies, such as cooperative learning, that encourage students to acquire useful competencies for their personal, social and professional lives. The dual purpose of this article is, on the one hand, to highlight the potential of cooperative learning in the teaching of Mathematics and, secondly, to describe some experiences in which this methodology has been implemented by teachers in these matters. With this aim, a large number of journal articles written in Spanish describing research and educational experiences in different educational stages have been revised. To our knowledge, this is the first comprehensive review of articles written in Spanish that analyse the use of cooperative learning in Mathematics. In light of these investigations, it is concluded that cooperative learning is appropriate for teaching Mathematics because it promotes the acquisition of competencies and improves academic performance of students, regardless of the educational level and subject matter.

Key words: pedagogy; active methodologies; cooperative learning; didactics of mathematics.

Herrada, R. I. y Baños, R. (2018). Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas. *Espiral. Cuadernos del Profesorado*, 11(23), 99-108.

Fecha de recepción: 29/08/2017
Fecha de aceptación: 01/11/2017

Correspondencia: rherrada@um.es
(R. Herrada)

Durante las últimas décadas, la práctica totalidad de países han introducido cambios en sus sistemas educativos, tanto en las etapas educativas obligatorias como no obligatorias. Dichos cambios se han traducido en la elaboración de nuevos planes y programas de estudio, en el reforzamiento de nuevas líneas pedagógicas, o en el desarrollo de nuevas formas de comunicación entre los agentes participantes en el proceso educativo. En lo que a cambios metodológicos se refiere, junto al esquema tradicional de enseñanza, en el que los estudiantes son meros receptores de la información transmitida por el docente, está cobrando fuerza un nuevo marco en el que el alumnado se convierte en el eje sobre el que gira el proceso educativo. De hecho, diversos autores señalan que la implantación del currículo basado en competencias precisa dejar en segundo plano las metodologías tradicionales para dar paso a metodologías activas, ya que estas últimas constituyen una manera innovadora de enseñar y un reto para aprender (Vázquez-Romero, 2012). Con ello se pretende que los alumnos adquieran competencias que les permitan abordar con éxito diversas situaciones que tendrán que afrontar en el futuro a nivel personal, social y profesional. Así pues, en un nuevo contexto en el que la educación permanente (lifelong learning) resulta imprescindible, algunos autores enfatizan el denominado “enfoque centrado en el alumno” (Ontoria-Peña, 2004), que requiere un currículo integrado y un enfoque cooperativo en la práctica del aula (Guarro-Pallás, 2008). Frente a las metodologías tradicionales, basadas en que los alumnos memoricen contenidos que luego serán evaluados en exámenes centrados en determinar el nivel de conocimientos sobre la materia, las metodologías activas promueven que los alumnos desarrollen destrezas y habilidades en base a determinadas competencias.

Entre estas metodologías activas, el aprendizaje cooperativo (AC) ocupa un lugar destacado dada su utilidad para el desarrollo de competencias básicas y específicas, así como por su efectividad a la hora de romper con tabúes vinculados a las relaciones interpersonales entre los estudiantes (León-del Barco et al., 2004), favoreciendo la educación inclusiva. Dicha metodología propicia el desarrollo de las inteligencias múltiples, y entre ellas, de la inteligencia espacial ya que, al trabajar en grupos, los alumnos representan ideas y perciben detalles visuales; la inteligencia física-cinestésica, derivada de la necesidad de ejercer su propia motricidad para expresarse durante las actividades; o la inteligencia interpersonal, puesto que los alumnos establecen relaciones entre sí más allá del ámbito puramente académico (García-Rincón de Castro, 2010). El uso de esta metodología, en combinación con otras tales como el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje basado en proyectos, el estudio de casos o la clase invertida, así como el desarrollo de acciones complementarias tales como el diseño de materiales o las tutorías entre iguales, favorecen una mayor participación, comunicación, implicación y responsabilidad por parte de los alumnos, lo que repercute, a su vez, en la mejora de los resultados académicos de los mismos. De hecho, la construcción del conocimiento haciendo uso de estrategias cooperativas permite que dicho conocimiento se libere de determinadas restricciones habituales al aplicar otras metodologías tradicionales (Rascón-Gómez y Cabello Fernández-Delgado, 2013), a la vez que favorece la colaboración entre alumnos de diferentes disciplinas (Baena-Graciá, Angulo-Zevallos, Gualoto Padilla-Valencia y Sanz-Blasco, 2012).

Si bien el AC es una metodología bastante estudiada en el campo de la Pedagogía, su uso no ha llegado a generalizarse en determinados ámbitos, pese a que existen numerosas experiencias que avalan su efectividad. Este es el caso de la enseñanza de las Matemáticas, donde el uso de estas metodologías puede resultar interesante de cara a reducir los elevados índices de fracaso escolar existentes. Algunos autores han investigado el rendimiento académico de estudiantes de Matemáticas (Vázquez-Alonso y Manassero-Más, 1993), llegando a conclusiones tan interesantes como que las calificaciones académicas no son una buena medida del nivel de aprendizaje o que la persistencia de los modelos previos precientíficos en la mente del alumno puede llegar a ser una causa del fracaso en el proceso de aprendizaje. El nivel educativo de los alumnos, así como las tasas de fracaso escolar vienen siendo objeto de estudio sistemático por parte de organismos nacionales e internacionales. Tal y como señalan Méndez-Coca y Méndez-Coca (2013), el informe TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), o el informe PISA (Programme for International Student Assessment), entre otros estudios, ponen de manifiesto la necesidad de que los estudiantes adquieran competencias. Según estos autores, es necesario que el profesorado de Matemáticas adopte nuevos

métodos didácticos que, como es caso del AC, tengan efectos positivos en la motivación y en el aprendizaje del alumnado.

Metodologías activas de enseñanza-aprendizaje: Aprendizaje cooperativo

Las metodologías activas tienen entre sus objetivos lograr que el alumno se convierta en el protagonista de su propio proceso de aprendizaje, que desarrolle habilidades de búsqueda, selección, análisis y evaluación de la información, asumiendo un papel más activo en la construcción del conocimiento, a la vez que se favorece su participación en actividades que le permitan intercambiar experiencias y opiniones con sus compañeros. Estas metodologías propician que los estudiantes se involucren en procesos de reflexión sobre lo que hacen, cómo lo hacen y qué resultados logran, proponiendo acciones concretas de mejora. A su vez, las metodologías activas les permiten tomar contacto con su entorno para intervenir social y profesionalmente en él mediante trabajos cooperativos, participación en proyectos, o estudios de casos (Benito y Cruz, 2005). Algunos autores afirman, incluso, que el AC no sólo es una metodología de enseñanza-aprendizaje eficaz, sino que debería ser un contenido más que los alumnos tendrían que aprender a lo largo de su escolaridad y, que debería ser aplicado de forma sistemática (Pujolàs-Maset, 2008).

Entre estas metodologías activas destaca, por su uso en diferentes contextos educativos, el aprendizaje cooperativo, que consigue optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje incluso en materias de gran complejidad, como las Matemáticas. La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes, de forma que los individuos procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo. Desde este punto de vista, el AC se basa en el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. Este método contrasta con el aprendizaje individualista y competitivo, en los que los estudiantes trabajan por su cuenta para lograr metas de aprendizaje desvinculadas de las de los demás alumnos (Johnson, Johnson y Holubec, 1999; Pujolàs-Maset, 2005). De hecho, Johnson y Johnson (1989) señalan que la capacidad de todos los alumnos de aprender a trabajar cooperativamente con los demás es básica para construir y mantener relaciones interpersonales, por lo que recomiendan prestar atención al desarrollo de estas habilidades en las relaciones cooperativas con los demás. Así, Camilli-Trujillo et al. (2012) han analizado las ventajas del AC en comparación con el uso de estrategias individualistas y competitivas.

Existen diferentes modelos de referencia a la hora de diseñar tareas cooperativas en distintos contextos (Mondéjar-Jiménez et al., 2007; Trujillo-Sáez y Ariza-Pérez, 2010), incluyendo la técnica del puzzle o rompecabezas (Jigsaw), el aprendizaje por equipos de estudiantes (Student team learning), la técnica de aprender juntos (Learning together), y la investigación en grupo (Group investigation). Independientemente de ello, para que los grupos de AC sean realmente eficaces deben incorporar cinco elementos básicos: la interdependencia positiva, la responsabilidad individual, la interacción cara a cara, las habilidades interpersonales, y la supervisión grupal (Del Pozo-Roselló y Horch, 2008). Distintos estudios señalan que la complejidad del mundo real, tal y como es representado mediante las Matemáticas, puede abordarse de forma eficaz haciendo uso de dicha metodología activa, ya que puede ayudar a percibir mejor la realidad (Llopis-Pla, 2011). Según Vilches y Gil-Pérez (2011), el AC es una herramienta imprescindible para el estudio de las Matemáticas, ya que favorece el aprendizaje significativo y la cultura científica, mejorando el clima en el aula al implicar a docentes y discentes en una tarea común. Otros autores han destacado el papel que juegan las estrategias metacognitivas utilizadas por los estudiantes para mejorar de forma significativa el aprendizaje siguiendo estrategias cooperativas (Mato-Vázquez, Espiñera, y López-Chao, 2017).

Material y Método

La metodología utilizada en el presente estudio se basa en un modelo habitualmente utilizado en la elaboración de revisiones bibliográficas (Gómez-Luna, Fernando-Navas, Aponte-Mayor, y Betancourt-Buitrago, 2014), que consta de cuatro fases: definición del problema; búsqueda de la información; organización de la información; y análisis de la información. Así, el problema que abordamos es llevar a cabo una revisión bibliográfica sobre trabajos de investigación recientes que

hayan abordado el estudio del aprendizaje cooperativo en el contexto de la enseñanza de las Matemáticas.

En cuanto a la búsqueda de información necesaria para llevar a cabo el estudio, se ha hecho uso de Dialnet, que es un portal bibliográfico que incluye más de cinco millones de documentos, y cuenta con más de un millón y medio de usuarios registrados (Mateo, 2015). Dialnet ocupa el primer puesto de los repositorios de países de habla hispana, según el *Ranking Web of World Repositories* (2017). En concreto, la búsqueda realizada en esta base de datos se ha centrado en artículos publicados en revistas periódicas españolas y de otros países iberoamericanos que contienen el término “aprendizaje cooperativo” / “AC” en el Título, en el Resumen, o en las Palabras Clave. Como resultado de dicha búsqueda se han encontrado unas 700 publicaciones en revistas periódicas. Sobre estas publicaciones, se realizó un segundo filtrado para seleccionar aquellos trabajos que versaran sobre “Matemáticas”. En lo que respecta a la fase de organización de la información, indicar que los documentos recopilados han sido agrupados siguiendo un criterio temático, clasificando los documentos encontrados dentro de las siguientes categorías: (i) *enseñanzas no universitarias*, que incluye las etapas de Educación Primaria, Secundaria, Bachillerato, y Formación Profesional; y (ii) *enseñanzas universitarias*, que incluye Grados y Másteres. Esta categorización por etapas educativas, utilizada en investigaciones previas (Trujillo-Sáez y Ariza-Pérez, 2006), ha sido utilizada para presentar las experiencias más destacadas. Por último, la fase de análisis de la información ya organizada se ha centrado en identificar las aportaciones de las publicaciones recopiladas, tal y como se expone a continuación.

Aprendizaje Cooperativo en Matemáticas

El estudio de las Matemáticas conlleva que los estudiantes deben adquirir unos conocimientos avanzados sobre procesos y procedimientos complejos que explican numerosas situaciones del mundo real. Es precisamente la complejidad de dichas materias lo que hace que el uso de metodologías activas resulte especialmente adecuado para que los estudiantes adquieran competencias que les permitirían afrontar retos personales, sociales y profesionales.

Gran parte de las investigaciones aquí analizadas tratan de determinar si el uso del AC supone una mejora en la adquisición de competencias, en el grado de motivación y en los resultados académicos. Por ello, resulta habitual que los docentes administren cuestionarios u otros instrumentos a los estudiantes para evaluar sus conocimientos e impresiones antes de la implementación del AC (pretest) y, posteriormente, que administren un segundo cuestionario u otro instrumento de recogida de información (postest), de forma que se pueda comparar el funcionamiento de dicha metodología con otros métodos de enseñanza tradicionales.

Enseñanzas no Universitarias

En el presente apartado analizamos los artículos científicos que analizan el uso de AC en enseñanzas no universitarias, donde incluimos las etapas de Educación Primaria, Secundaria, Bachillerato, y Formación Profesional.

Comenzamos indicando que no hemos encontrado experiencias educativas en la etapa de Educación Infantil que hagan uso del AC para abordar conceptos relacionados con las Matemáticas. Cabe pensar que el motivo de no aplicar este tipo de metodologías activas en Educación Infantil se deba a que los docentes son conscientes de la dificultad que supone desarrollar el trabajo grupal en esas edades en las que aparecen los principales hitos evolutivos del alumnado (Herrera-Torres et al., 2010).

En Educación Primaria, encontramos diferentes propuestas. Así, Sivianes-Valdecantos (2009) utiliza las metodologías activas, incluyendo el aprendizaje basado en proyectos y algunas estrategias de cooperación entre los alumnos para abordar aspectos relacionados con las Matemáticas en esta etapa educativa. En concreto, dicha investigadora implementó una serie de actividades en clase con niños de primer curso de Educación Primaria en la que se analizaba la problemática derivada de la escasez de agua. Dichas actividades incluían la realización de cálculos y gráficos relacionados con las

precipitaciones de lluvia registradas en un pluviómetro. A la hora de fomentar los conocimientos matemáticos entre alumnos de Educación Primaria, algunos docentes han hecho uso de juegos. Este es el caso de Rodríguez-Francisco (2014) que, haciendo uso de un personaje fantástico, plantea una serie de enigmas matemáticos, de forma que su resolución se lleva a cabo mediante la cooperación entre diferentes equipos. Los enigmas matemáticos incluyen la realización de cálculos y medidas en el plano y en el espacio, operaciones con números naturales, y cálculo de medidas de longitud. A partir de los resultados obtenidos, se concluye que el proyecto fomenta las competencias lingüísticas, matemáticas, sociales, emocionales, de autonomía e iniciativa personal. En otro estudio reciente, Gómez-Fructuoso, López-Morales y Martínez-Ibáñez (2017) diseñan una actividad en el aula en el que el aprendizaje cooperativo facilita las herramientas para desarrollar actividades basadas en la participación, el consenso y las relaciones interpersonales de los alumnos. Otra investigación de interés es la presentada por Iglesias-Muñiz, López-Miranda, y Fernández-Río (2017), quienes comparan el rendimiento académico de alumnos de educación primaria que desarrollaron actividades cooperativas con otro grupo de alumnos que asisten a clases dirigidas por la metodología tradicional. Los resultados de dicha experiencia permiten a los autores llegar a la conclusión de que, además de alcanzar un rendimiento académico superior, los alumnos del primer grupo reconocían que la dinámica de grupos cooperativos facilitaba el aprendizaje en equipo en un ambiente divertido y relajado.

Una de las principales inquietudes en el ámbito educativo es el elevado fracaso escolar entre los alumnos en Matemáticas. Es por ello que numerosos docentes han propuesto el uso del AC para resolver, o al menos atenuar, dicha situación, especialmente en Educación Secundaria, donde es habitual la coexistencia de alumnos con motivaciones y capacidades heterogéneas (Marín-García, 2002). Dorce-Polo (2016) llevó a cabo una experiencia con alumnos de cuarto curso de educación secundaria obligatoria en el que se plantearon una serie de actividades sobre numeración y cálculo, espacio y forma, medida, estadística, etc. y donde pudieron observar que el AC favorece el razonamiento lógico de los alumnos. Alsina-Pastells y Domingo (2010) llevaron a cabo una experiencia didáctica con alumnos de educación secundaria en la que los alumnos estudian el concepto de poliedro regular, de forma que dichos autores llegaron a la conclusión de que el tipo de discurso, el uso de material manipulable y el trabajo cooperativo favorecen la implementación práctica de dicha experiencia. Ibáñez y Gómez-Alemany (2004) analizan las opiniones de los alumnos sobre una experiencia en la que se desarrollan estrategias encaminadas a mejorar la organización del aula atendiendo a principios de gestión cooperativa. En concreto, se plantean actividades de carácter heterogéneo (grupos de tamaño variable, aplicación puntual de la técnica del puzzle, etc.) sobre temas relacionados con la enseñanza y aprendizaje del álgebra y la trigonometría. A partir de los resultados obtenidos, se observa que los alumnos afirman aprovechar mejor el tiempo que cuando se hace uso de metodologías tradicionales. Por otro lado, también se concluye que la cooperación favorece la participación, integración, el establecimiento de vínculos de amistad, y una mejora en los resultados académicos.

Pons et al. (2008) aplican una metodología mixta cooperativa-individualista en asignaturas de Matemáticas de cuarto curso de ESO. Los contenidos tratados en este periodo corresponden a operaciones numéricas, álgebra, y operaciones formales. A partir de la comparación de resultados pretest y posttest, estos autores observan una mejora en el rendimiento de los alumnos en las actividades basadas en el AC, en especial en aquellos contenidos que son menos conocidos por los alumnos y que tienen mayor complejidad. Chamoso-Sánchez et al. (2010) presentan los resultados de un ambicioso programa de innovación que tenía como objetivo fomentar el aprendizaje por descubrimiento de las Matemáticas a través de la resolución de problemas haciendo uso de grupos cooperativos. En dicho programa participaron un elevado número de estudiantes de seis centros de Educación Secundaria, todo ello bajo la supervisión de una docena de profesores. Como resultado de la experiencia, dichos autores concluyen que esta forma de trabajar mejora la actitud y habilidades de los estudiantes, fomentando competencias y destrezas tales como la creatividad, la participación, el diálogo, así como la eficacia en la búsqueda de soluciones. También observaron que los profesores se mostraban favorables a esta forma de trabajar, aunque algunos manifestaron su preferencia por desarrollar sus clases de manera tradicional para ser coherentes con lo que exigían en los exámenes

(Chamoso-Sánchez et al., 2010), pues seguían el formato de evaluación tradicional. Aquí se observa un hecho importante, y es que el cambio en la metodología de enseñanza-aprendizaje debería venir acompañada por un cambio en el sistema de evaluación. La actitud de los profesores de Matemáticas al implementar el AC en esta disciplina es objeto de estudio de Meza-Cascante et al. (2015), quienes llevaron a cabo un taller en el que se pretendía conocer la opinión que, sobre esta metodología, tenía un grupo de treinta y nueve docentes pertenecientes a diferentes centros educativos. A partir de la información recopilada en entrevistas y a través de observación no participante, se observó que, en general, los docentes mostraban una actitud positiva hacia la integración del trabajo cooperativo como estrategia didáctica para promover aprendizajes de Matemáticas. En este sentido, los docentes destacaron la importancia de haber contado con el apoyo de los directores de sus centros de cara a favorecer la introducción de innovaciones educativas. No obstante, se identificaron algunos aspectos a mejorar como, por ejemplo, la necesidad de dar respuesta a las necesidades formativas de los docentes para que estos implementen de forma efectiva las metodologías activas. Gavilán-Bouzas (2011) analizó las ventajas que el AC ofrece para que los estudiantes superen las dificultades observadas al adquirir conocimientos matemáticos relacionados con álgebra. Este autor destaca que el paso del estudio de la aritmética al estudio del álgebra supone un cambio cualitativo en la forma de pensar del estudiante, aspecto que debe ser tratado con atención por el docente. Es por ello que, con la idea de propiciar metodologías que faciliten este proceso de cambio, dicho autor, basándose en su propia experiencia, concluye que el AC promueve esquemas mentales más sólidos entre los estudiantes para abordar el cambio derivado del paso de la aritmética al álgebra. Fornons-Jou y Palau-Martín (2016) presentan un estudio en el que comparan la aceptación y rendimiento de dos grupos de alumnos del mismo curso de educación secundaria que cursan una asignatura de Matemáticas, cuando en uno de ellos se aplica clase magistral mientras que el otro hace uso del aprendizaje cooperativo junto con la metodología conocida como clase o aula invertida (*flipped classroom*). Según estos autores, el rendimiento académico, así como la actitud de los alumnos y el clima en el aula es significativamente mejor en el grupo en el que se han aplicado estas metodologías activas.

Tras finalizar la etapa de Educación Secundaria, los estudiantes entran en otra etapa decisiva, debiendo elegir entre cursar Bachillerato o Formación Profesional. Aunque las investigaciones sobre el uso de metodologías activas en estas etapas educativas no son tan habituales como en educación secundaria, podemos comentar estudios como el de Merchán-Rubira y Rodríguez-García (2016), quienes analizan la influencia del AC con los procesos de creatividad en el estudio de las matemáticas a nivel de educación secundaria y bachillerato, concluyendo que aquellos que hacen uso del AC adquieren mayores niveles de competencia.

Enseñanzas Universitarias

El AC también ha sido ampliamente utilizado en enseñanzas universitarias, donde incluimos Grados y Másteres. En dichas enseñanzas la puesta en práctica de dichas metodologías activas en clase adquiere una gran importancia, pues las competencias adquiridas deberán ser puestas en práctica en su futuro desempeño profesional. En este sentido, la implantación del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) ha supuesto un auténtico revulsivo para la implementación de metodologías activas de enseñanza-aprendizaje. Mediante el desarrollo de competencias se pretenden armonizar los estudios superiores y, con ello, facilitar una movilidad que redunde en la mejora de los niveles de empleo y competitividad (Ontoria-Peña et al., 2004). Para ello es necesario el desarrollo de competencias básicas, y también de competencias específicas, como puede ser la capacidad para trabajar en grupos multidisciplinares. A este respecto, Bermejo (2008) analiza los cuatro elementos que, según él, forman parte del proceso educativo, esto es, alumnado, docente, contenidos curriculares y dinámica del aula, haciendo especial hincapié en el carácter constructivista de los estudiantes de Matemáticas. Según este autor, resulta preciso que el proceso de enseñanza-aprendizaje gire en torno al alumnado, lo que requiere que los docentes dejen de lado los recursos didácticos basados en la repetición y refuercen el AC en el aula. Por su parte, Mondéjar-Jiménez et al. (2007) tratan de mejorar la docencia y el aprendizaje de alumnos de Estadística, para lo que plantean actividades de AC haciendo uso de entornos virtuales. Además de la superación de barreras espacio-temporales gracias a las tecnologías

de la información y de la comunicación, esta metodología, y en particular las actividades basadas en la técnica del puzzle o Jigsaw, favorecen un aprendizaje significativo por parte del alumnado, además de fomentar la adquisición de competencias y habilidades transversales y específicas, fundamentales en el ámbito laboral. Vidal et al. (2016) presentan un estudio en el que introducen conceptos matemáticos a través del desarrollo de modelos con estudiantes universitarios de diferentes titulaciones, y donde se presenta una propuesta metodológica basada en hacer uso de aprendizaje cooperativo y aprendizaje basado en proyectos. Según las conclusiones obtenidas por estos autores, estas estrategias mejoran la motivación y rendimiento de los alumnos a la hora de tratar las Matemáticas. En esta línea, otros autores destacan como el trabajo en grupos cooperativos en el contexto de la enseñanza universitaria de las Matemáticas favorecen los niveles de motivación la socialización del conocimiento (Pantoja-Rangel y Ortega-Árcega, 2016).

Por último, cabe resaltar que un alto porcentaje de egresados universitarios de las titulaciones de Matemáticas ejercerán su labor profesional como docentes, razón por la que resulta conveniente que reciban una formación didáctica que favorezca el AC entre los estudiantes. De hecho, diversos autores llaman la atención sobre la importancia de formar al profesorado en este ámbito, en tanto que debe existir coherencia entre la formación recibida y lo que se pretende que se haga después en el aula (Vilches y Gil-Pérez, 2011). Al objeto de identificar las bases sobre las que se asientan los programas de formación inicial del profesorado de Matemáticas, Guisasaola-Aranzábal et al. (2013) analizan cómo los futuros docentes, dentro de un Master de Formación del Profesorado de Educación Secundaria, y construyen sus esquemas a partir de un enfoque de aprendizaje centrado en el estudiante con apoyo de técnicas de AC. A partir de los resultados obtenidos en dicha experiencia, así como de la información plasmada en los Trabajos Fin de Master de algunos de estos alumnos, los autores concluyen que, si bien estos estudiantes asimilaban diferentes conceptos relacionados con el AC y desarrollaron competencias pedagógicas básicas, el grado de adopción de las mismas depende, en gran medida, de otras experiencias significativas de aprendizaje, incluyendo la integración de las prácticas dentro de las actividades a desarrollar en el Máster.

Discusión

La clase magistral ha sido el recurso didáctico tradicionalmente utilizado por los docentes de diferentes etapas educativas. Sin embargo, diferentes estudios publicados han puesto en entredicho la eficacia de dicha metodología a la hora de fomentar entre los estudiantes la adquisición de habilidades y destrezas en materias complejas, entre las que se encontrarían las Matemáticas.

Las Matemáticas constituyen un conjunto de herramientas creadas para formalizar diferentes fenómenos que se dan en la naturaleza, estando presentes en todo lo que nos rodea. Pero es, precisamente, la complejidad de dichos fenómenos lo que hace que las Matemáticas resulten difíciles y poco atractivas para la mayor parte de los estudiantes, como lo demuestran los resultados obtenidos por nuestro país en pruebas como PISA o TIMSS. Es por ello que los agentes educativos vienen prestando una mayor atención al aprendizaje de las Matemáticas por parte de los alumnos de diferentes niveles educativos. No hay que perder de vista que las asignaturas de Matemáticas favorecen el desarrollo intelectual, pues ayudan a los estudiantes a razonar de forma lógica y a preparar su mente para la crítica, así como para situaciones abstractas.

Teniendo en cuenta la complejidad de las Matemáticas, consideramos imprescindible que los docentes pongan en marcha nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje que permitan aumentar los niveles de implicación de su alumnado, y con ello obtener no sólo mejoras en el rendimiento académico, sino también favorecer la adquisición de competencias generales y específicas. En este sentido, el aprendizaje cooperativo es una metodología activa de gran utilidad para que aquellos alumnos con mayores dificultades de aprendizaje se apoyen en aquellos otros que tengan mayores capacidades y conocimientos en la materia. Además, la eficacia del aprendizaje cooperativo en este contexto puede ser aun mayor en el caso de que se aplique de forma coordinada con otras metodologías activas, tales como el aprendizaje basado en problemas, ya que resolución de problemas asociados a situaciones del mundo real siempre resultan más atractivos para los grupos cooperativos que el estudio teórico, fomentando con ello un mayor interés, participación y tasa de éxito por parte de

los estudiantes. Además, la incorporación de las TIC no sólo favorece la comunicación y el acceso a la información por parte de profesores y alumnos, sino que también puede ayudar a organizar el tiempo de forma óptima. Esto es lo que ocurre con la clase invertida, cuya popularidad que ha alcanzado en los últimos años se debe a que, a través del uso de materiales y contenidos digitales, los alumnos puedan estudiar la materia fuera del aula, y dedicar las sesiones presenciales en clase para resolver dudas y resolver ejercicios junto al profesor. Por todo ello, y en base a la revisión bibliográfica aquí presentada, podemos afirmar que el desarrollo en el aula de experiencias didácticas basadas en metodologías activas de enseñanza-aprendizaje (aprendizaje cooperativo en este caso) favorece de forma significativa que los estudiantes superen sus reticencias hacia el estudio de las Matemáticas, y sean plenamente conscientes de la importancia de dicha materia para su desarrollo laboral y personal futuro.

Conclusiones

El presente estudio analiza un amplio número de experiencias docentes desarrolladas en diferentes etapas educativas en las que se hace uso del aprendizaje cooperativo para fomentar el aprendizaje de las Matemáticas en diferentes niveles educativos. Este trabajo trata de dar visibilidad a las oportunidades que dicha metodología tiene en diferentes contextos educativos, lo cual puede ser de utilidad para docentes e investigadores interesados en implementar el AC en el aula. En nuestro conocimiento, esta es la primera revisión completa que se hace sobre artículos redactados en castellano que analizan innovaciones didácticas basadas en esta metodología para la enseñanza de Matemáticas.

El análisis de dichas experiencias permite concluir que la dificultad asociada a los contenidos de las Matemáticas provoca que las metodologías tradicionales, basadas principalmente en la clase expositiva magistral y en que los alumnos memoricen los contenidos, resulten poco eficaces a la hora de dotar a los estudiantes de las habilidades y destrezas requeridas. En cambio, el aprendizaje cooperativo es una metodología adecuada para la enseñanza de las Matemáticas, ya que favorece la adquisición de competencias y mejora el rendimiento académico de los estudiantes, independientemente de la etapa educativa y de la materia en cuestión. Además, en casi la totalidad de las experiencias analizadas se confirma que el AC contribuye a la mejora del clima de trabajo en el aula, promueve de forma efectiva la adquisición de competencias, incrementa el interés del alumnado sobre las materias objeto de estudio, y ayuda a mejorar los resultados académicos.

No obstante, pese a estas ventajas, diferentes autores sugieren llevar a cabo mejoras en diferentes líneas de actuación encaminadas a mejorar la eficacia de esta metodología en asignaturas de Matemáticas. Así, algunos de los autores observan ciertas deficiencias derivadas de la forma de evaluar, por lo que resulta conveniente hacer uso de métodos de evaluación específicos que se adapten a esta metodología. También existe la posibilidad de mejorar el rendimiento del AC mediante la incorporación de otras metodologías activas, tales como el aprendizaje basado en problemas, aprendizaje basado en proyectos, estudio de casos, clase invertida, etc. Sin duda, otro aspecto de gran relevancia será analizar el papel que están adquiriendo las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la implementación del AC, ya que gracias al uso de determinadas herramientas de comunicación virtual se eliminan ciertas barreras espacio-temporales, posibilitando la implementación de esta u otras metodologías activas. Por último, y no por ello menos importante, destacar que algunos autores hacen especial hincapié en demandar una mayor formación de los docentes para posibilitar la implementación de esta metodología en el aula.

Referencias

- Alsina-Pastells, A. y Domingo, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(1), 7-32.
- Baena-Graciá, V., Angulo-Zevallos, J., Gualoto, D., Padilla-Valencia, V., y Sanz-Blasco, J. (2012). El aprendizaje colaborativo como herramienta para lograr en la universidad el acercamiento al mundo profesional. *Espiral. Cuadernos del Profesorado*, 5(9), 47-54.

- Benito, A. y Cruz, A. (2005). *Nuevas claves para la docencia universitaria en el Espacio Europeo de Educación Superior*. Madrid: Narcea.
- Bermejo, V. (2008). Un modelo de intervención psicoeducativa para matemáticas (PEIM). *Cultura y Educación: Revista de Teoría, Investigación y Práctica*, 20(4), 407-421.
- Camilli-Trujillo, C., López-Gómez, E. y Barceló-Cerdá, M.L. (2012). Eficacia del aprendizaje cooperativo en comparación con situaciones competitivas o individuales. Su aplicación en la tecnología una revisión sistemática. *Enseñanza & Teaching*, 30(2), 81-103.
- Chamoso-Sánchez, J.M., Hernández-Encinas, L. y Orrantia-Rodríguez, J. (2010). Análisis de una experiencia de resolución de problemas de matemáticas en secundaria. *Revista de Educación*, 351, 557-570.
- Del Pozo-Roselló, M. y Horch, M. (2008). Estructuras de aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de Pedagogía*, 376, 69-71.
- Dorce-Polo, C. (2016). Geometría en el aula a partir de un tratado español de fortificación del siglo XVI. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 187-207.
- Fornons-Jou, V. y Palau-Martín, R.F. (2016). Flipped classroom en la asignatura de matemáticas de 3º de Educación Secundaria Obligatoria. *Edutec-e. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 55, 1-17.
- García-Rincón de Castro, C. (2010). Chica de "inteligencias múltiples" busca chico de "aprendizajes cooperativos" cómo hacer de la escuela un proyecto de inteligencias compartidas. *Padres y Maestros*, 331, 5-8.
- Gavilán-Bouzas, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? *Investigación en la Escuela*, 73, 95-108.
- Gómez-Fructuoso, A., López-Morales, M. y Martínez-Ibáñez, A. (2017). Trabajo por proyectos, AC y actividades de matemáticas. *Aula de Innovación Educativa*, 263-264, 56-59.
- Gómez-Luna, Fernando-Navas, Aponte-Mayor y Betancourt-Buitrago (2014). Metodología para la revisión bibliográfica y la gestión de información de temas científicos, a través de su estructuración y sistematización. *Dyna*, 81(184), 158-163.
- Guarro-Pallás, A. (2008). Competencias básicas currículum integrado y aprendizaje cooperativo. *Investigación en la Escuela*, 66, 29-42.
- Guisasola-Aranzábal, J., Barragués-Fuentes, J. I., y Garmendia, M. (2013). El Máster de Formación Inicial del Profesorado de Secundaria y el conocimiento práctico profesional del futuro profesorado de Ciencias Experimentales, Matemáticas y Tecnología. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 10(número extraordinario), 568-581.
- Herrera-Torres, L., Mesa-Franco, M.C., Ortiz-Gómez, M. M., Rojas-Ruiz, G., Seijo-Martínez, D. y Alemany-Arrebola, I. (2010). Una aproximación al desarrollo evolutivo infantil: nivel de conocimiento y demanda de información sobre el mismo. *Revista de Educación*, 352, 219-244.
- Ibáñez, V. E. y Gómez-Alemany, I. (2004). ¿Qué pasa cuando cooperamos? Hablan los alumnos. *Investigación en la Escuela*, 54, 69-79.
- Iglesias-Muñiz, J.C., López-Miranda, T. y Fernández-Río, J. (2017). La enseñanza de las Matemáticas a través del aprendizaje cooperativo en 2º Curso de Educación Primaria.. *Contextos Educativos: Revista de Educación*, Extra 2, 47-64.
- Johnson, D. W. y Johnson, R. T. (1989). *Cooperation and competitions. Theory and research*. Edina, MN. Interaction Book Company.
- Johnson, D.W., Johnson, R.T. y Holubec, E.J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Paidós.
- León-Del Barco, B., Gozalo-Delgado, M., y Castro-Vicente, F. (2004). Factores interpersonales que condicionan la eficacia del aprendizaje cooperativo. El papel de las habilidades sociales. *Ciencia Psicológica*, 9, 79-92.
- Llopis-Pla, C. (2011). Aprendizaje cooperativo. *Crítica*, 972, 37-41.
- Marín-García, S. (2002). Matemáticas y Aprendizaje Cooperativo: el aprendizaje de las Matemáticas en equipos cooperativos. *Campo abierto: Revista de educación*, 22, 15-36.
- Mato-Vázquez, D., Espinera, E. y López-Chao, V.A. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las Matemáticas. *Perfiles Educativos*, XXXIX (158), 91-111.
- Mateo, F. (2015). Producción científica en español en humanidades y ciencias sociales. Algunas propuestas desde Dialnet. *El Profesional de la Información*, 24(5), 509-515.

- Méndez-Coca, M. y Méndez-Coca, D. (2013). El cambio didáctico y sus consecuencias en el profesorado de matemáticas y ciencias, *Historia y Comunicación Social*, 18(Especial Noviembre), 29-40.
- Merchán-Rubira, S. y Rodríguez-García, J.S. (2016). Creatividad y aprendizaje cooperativo: un pequeño estudio. *Pensamiento Matemático*, 6(2), 63-82.
- Meza-Cascante, L.G., Suárez-Valdés-Ayala, Z. y Schmidt-Quesada, S. (2015). La actitud del personal docente de matemática hacia el aprendizaje cooperativo y los elementos institucionales que favorecen o dificultan el empleo de esa metodología didáctica. *Revista Electrónica Educare*, 19(1), 3-24.
- Mondéjar-Jiménez, J., Vargas-Vargas, M. y Meseguer-Santamaría, M.L. (2007). Aprendizaje Cooperativo en Entornos Virtuales el Método Jigsaw en Asignaturas de Estadística. *Documentos de Trabajo. Seminario Permanente de Ciencias Sociales*, 3, 1-18.
- Ontoria-Peña, A. (2004). Aprendizaje centrado en el alumno (ACA). Nueva mentalidad docente en la convergencia europea. *ED.UCO: Revista de Investigación Educativa*, 1, 38-61.
- Ontoria-Peña, A., De Luque-Sánchez, A. y Molina-Rubio, A. (2004). Estrategias metodológicas para aplicar el modelo de la convergencia europea. *Res Novae Cordubenses: Estudios de Calidad e Innovación de la Universidad de Córdoba*, 2, 69-92.
- Pantoja-Rangel, R., y Ortega-Árcega, M.I. (2016). La entrevista clínica opción para indagar el aprendizaje de límites y continuidad. *Revista CPU-e*, 22, 226-238.
- Pons, R.M., González-Herrero López, M.E. y Serrano, J.M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido. *Anales de Psicología*, 24(2), 253-261.
- Pujolás-Maset, P. (2005). Grupos cooperativos: el cómo, el porqué y el para qué del aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de Pedagogía*, 345, 50-54.
- Pujolás-Maset, P. (2008). El aprendizaje cooperativo como recurso y como contenido. *Aula de Innovación Educativa*, 170, 37-41.
- Ranking Web of World Repositories (2017). Recuperado de http://repositories.webometrics.info/es/top_portales.
- Rascón-Gómez, M. T. y Cabello Fernández-Delgado, F. (2013). Hacia la construcción cooperativa de conocimiento libre. *Dedica. Revista de Educação e Humanidades*, 4, 87-107.
- Rodríguez-Francisco, E. (2014). Los enigmas del Ogro de Halloween. *Números*, 85, 157-178.
- Sivianes-Valdecantos, I. (2009). El trabajo por proyectos y las matemáticas. *Números*, 72, 75-80.
- Trujillo-Sáez, F. y Ariza-Pérez, A. (Ed.) (2006). *Experiencias educativas en aprendizaje cooperativo*. Granada: Grupo Editorial Universitario.
- Vázquez-Alonso, A. y Manassero-Mas, M.A. (1992). La atribución causal del éxito y el fracaso escolar en Matemáticas y Física y Química de Bachillerato. *Enseñanza & Teaching*, 10-11, 237-258.
- Vázquez-Romero, B. (2012). Aprendizaje cooperativo: un reto para aprender, una manera de enseñar. *Revista de Investigación Universitaria*, 11, 93-98.
- Vidal, A., Boigues, F. J. y Estruch, V.D. (2016). Modelos matemáticos en un problema de epidemias. *Modelling in Science Education and Learning*, 9(1), 73-86.
- Vilches, A. y Gil-Pérez, D. (2011). El trabajo cooperativo en las clases de ciencias: una estrategia imprescindible pero aún infrutilizada. *Alambique, Didáctica de las Ciencias Experimentales*, 69, 73-79.