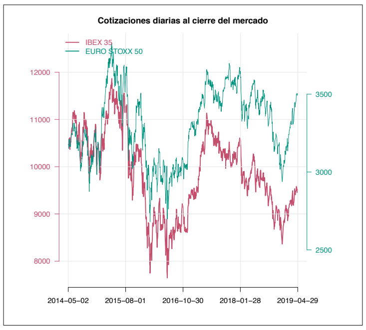
Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XII. Número 3 — 30 de abril de 2019

Memoria en series financieras



IBEX 35 y EURO STOXX 50

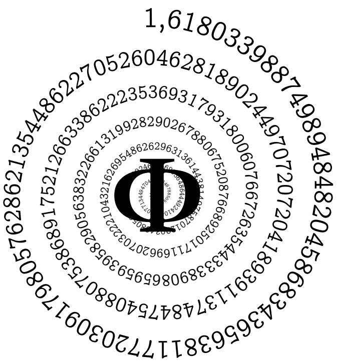
Las matemáticas nos rodean. Esta afirmación no es gratuita. Todos podemos pensar en multitud de situaciones en las que las matemáticas están presentes y, sobre todo, son fundamentales.

Uno de esos ámbitos es la economía. Parece algo obvio puesto que el mundo económico está lleno de cifras, predicciones o estrategias.

En este artículo se aporta un modelo de inversión en carteras de acciones que, de alguna forma, maximiza el beneficio minimizando el riesgo. Los modelos matemáticos son fundamentales en la economía. No hay más que ver el número de premios Nobel que son matemáticos.

(Artículo completo en la página 11)

Algunas proporciones famosas



Probablemente usted haya escuchado en alguna ocasión menciones referidas a la *proporción áurea* Φ. Este concepto, también conocido como el *número de oro*, ya aparece en los *Elementos* de Euclides escrito cerca del 300 a. C. y que se hizo más popular a partir de la publicación de *De divina proportione* por parte del fraile franciscano Luca Pacioli en el Renacimiento.

En este artículo se presentan los *números metálicos* que generalizan dicho número de oro. Así veremos como es posible construir los números de plata, bronce, platino, etc.

(Artículo completo en la página 15)

Editorial: La necesidad de la divulgación

Cerramos con este número el duodécimo año de vida de nuestro boletín. Cuando iniciamos esta aventura allá por el año 2007 no imáginabamos que, doce años después, aún estaríamos «vivos».

Nuestro objetivo fundamental ha sido siempre divulgar la matemáticas de una forma cercana y amena. Hoy, más que nunca, pensamos que este objetivo sigue vigente. Más aún, es una *necesidad* imperiosa.

Que las matemáticas están presentes en todas las actividades del ser humano es una afirmación nada pretenciosa. Cada vez hay más información a nuestro alrededor, lo cual es muy positivo pero, a la vez, tiene su parte negativa: ser capaz de separar lo importante de lo irrelevante.

Nos bombardean permanentemente con datos y cifras pero, ¿somos capaces realmente de interpretarlas? (Dejamos al lector que reflexione y se responda).

Para que esta pregunta —y alguna otra— tenga una respuesta afirmativa, la divulgación científica y, en particular, la matemática debe ser un factor determinante.

Por ello, queremos seguir, al menos, otros doce años en esta apasionante aventura.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

Celebración del *Día de π*: II Jornada *Matemáticas: una profesión de futuro*

Cartel anunciador

El 14 de marzo, con motivo del *Día de π*, la *Facultad de Ciencias Experimentales* organizó la II Jornada *Matemáticas: una profesión de futuro*, actividad esencialmente dirigida a estudiantes 3.º y 4.º del Grado en Matemáticas.

Se impartieron las siguientes charlas por parte de antiguos estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Almería:

- *Un mar de oportunidades*. Carlos Iglesias Labraca (Data Scientist en *Cajamar*).
- *Mi trayectoria en la Universidad: una carrera de fondo*. Inmaculada López García (Profesora Titular de la *Universidad de Almería*).
- *Emprender en finanzas siendo matemático*. Marta Quirantes Molina (*Consultora Financiera Marta Quirantes*).
- *Gestionar un centro educativo y ser profesor de matemáticas, labores compatibles y aconsejables*. Javier Sánchez Salvador (Jefe de Estudios del *IES El Alquián*).

Los conferenciantes presentaron de forma amena diferentes salidas profesionales de las Matemáticas. Posteriormente se realizó una mesa redonda que contó con una gran participación de los asistentes.

Charlas divulgativas en el *Día de π*

Con motivo de la celebración del *Día de π* el decano de la *Facultad de Ciencias Experimentales*, Enrique de Amo Artero, impartió tres charlas en los *IES Ciudad de Dalías* y *Maestro Padilla* y en el *Colegio Saladares*, con el título *Sin π no soy nada*.

Un momento de la actividad

La asistencia fue masiva en los tres casos, dando muestras de la actividad que en cada uno de dichos centros educativos se ha desarrollado en torno al *Día de π*, que cada año tiene más atractivo en la comunidad matemática de Almería.

Entrega del premio del concurso de problemas del Boletín

Los editores del Boletín, Juan J. Moreno e Isabel M. Ortiz, hicieron entrega del premio del *Concurso de Problemas* a Carlos Mendes Góngora el 5 de abril en el *IES Nicolás Salmerón* de Almería.

Carlos Mendes con sus compañeros y su profesor

Aprovechando este acto, se impartió la charla *Matemáticas en las series de televisión* para toda la clase de primero de Bachillerato. Hubo una gran participación por parte de los estudiantes en las cuestiones que se plantearon a lo largo de la conferencia.

Curso de Introducción a Python

El *Centro de Desarrollo y Transferencia de Investigación Matemática a la Empresa* (CDTIME) ha iniciado un programa de formación sobre diferentes temáticas relacionadas con las matemáticas y sus aplicaciones, que pueden ser de interés tanto para la comunidad universitaria como para el tejido productivo de nuestra provincia.

Durante el mes de abril se ha impartido el curso *Introducción a Python* con el objetivo de introducir una herramienta que está creciendo enormemente en el campo del Análisis de Datos y que, junto con el lenguaje R, permite aplicar metodologías de última generación [1].

Ciencia Jazz: *Big Data, ¿qué hacer con tantos datos?*

Dentro del programa cultural que organiza el local almeriense *Clasijazz* en el marco de la actividad *Ciencia Jazz*, nuestro compañero del *Departamento de Matemáticas* Antonio Salmerón Cerdán impartió una interesante conferencia sobre *Big Data, ¿qué hacer con tantos datos?*

Un momento de la actividad

[1] Más información en *http://www2.ual.es/cdtime/2019/03/18/curso-introduccion-a-python*.

ISSN 1988-5318

Olimpiada Matemática Española RSME

Se ha celebrado en Ourense del 21 al 24 de marzo la *LV Olimpiada Matemática Española (OME)* organizada por la *Real Sociedad Matemática Española (RSME)*, con 78 estudiantes de toda España.

A ella acudieron 12 estudiantes formando parte de la delegación andaluza, de entre los cuales se encontraban dos almerienses: Javier López Miralles (*IES Nicolás Salmerón*) y Alberto Márquez Salido (*Colegio Compañía de María*).

Estos estudiantes obtuvieron su clasificación en la *I Olimpiada Matemática Andaluza*, organizada por la RSME y la *Universidad Internacional de Andalucía* en su sede de La Rábida (Huelva) del 22 al 24 de febrero y donde participaron los tres mejores en las fases locales de cada una de las ocho provincias andaluzas junto con otros estudiantes excelentes que participaron fuera de concurso.

Los olímpicos almerienses en La Rábida

Javier y Alberto obtuvieron sendas Medallas de Plata en la OME por lo que les felicitamos. Estas dos medallas son un excelente augurio para lo que puede significar que la LVI OME haya decidido la RSME celebrarla en Almería durante el mes de marzo de 2020: un doble éxito para las Matemáticas en Almería.

Seminario de investigación pensamiento numérico y algebraico. Homenaje al profesor Francisco Gil Cuadra

Francisco Gil Cuadra

Los días 28 y 29 de marzo tuvo lugar en la *Universidad de Almería* el *Seminario de investigación pensamiento numérico y algebraico*, en homenaje póstumo al profesor Francisco Gil Cuadra del área de Didáctica de la Matemática, que falleció el pasado año.

El encuentro fue organizado por el *Grupo pensamiento numérico y algebraico*, la *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* y el grupo de investigación *Innovación e investigación en educación científica y matemática*, en colaboración con el *Departamento de Educación*, la *Facultad de Ciencias de la Educación* y el *Vicerrectorado de Extensión Universitaria y Deportes*.

XIX Reunión de la Conferencia de Decanos de Matemáticas

El decano de la *Facultad de Ciencias Experimentales*, Enrique de Amo, acudió los días 4 y 5 de abril a la *XIX Reunión de la Conferencia de Decanos de Matemáticas*, que se celebró en Castellón de la Plana, en la *Universitat Jaume I*.

Se trataron temas como el *Abandono en los Grados en Matemáticas: comparación con otros grados de Ciencias*, *Los másteres de Matemáticas: situación actual y evolución de la demanda*, *La edad del profesorado en las titulaciones de Matemáticas* o *La inserción laboral de los egresados de Matemáticas: un estudio conjunto CDM-RSME*.

Conferencia: Rings, modules, and Hopf algebras

Del 13 al 17 de mayo se celebrará en la *Universidad de Almería* la conferencia *Rings, Modules, and Hopf Algebras*, en homenaje a Blas Torrecillas Jover, profesor del área de Álgebra del *Departamento de Matemáticas*, con motivo de su 60 cumpleaños [2].

Actividades de la SAEM Thales

La *SAEM Thales* organiza las siguientes actividades:

- *XXII Concurso de Problemas de Ingenio, Patrimonio Histórico y Matemáticas*: la prueba tendrá lugar en Dalías el próximo 12 de mayo.

- *XXXV Olimpiada Matemática Thales para alumnos de 2.º de ESO*. El pasado 29 de marzo tuvo lugar en la sede de *Unicaja* del Paseo de Almería la entrega de premios a los 20 ganadores de esta olimpiada.

  La fase regional se celebrará en Córdoba del 9 al 12 de mayo. Los seis primeros clasificados podrán asistir a la Olimpiada Nacional, organizada por la *Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas*, del 26 al 30 de junio en Jaén.

Más información en *thales.cica.es/almeria*.

[2] Más información en *http://w3.ual.es/Congresos/blas60*

 ISSN 1988-5318

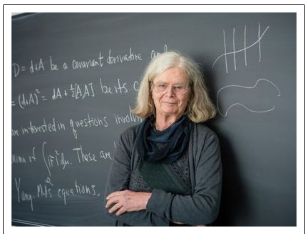
Noticias matemáticas

Programa de Becas de Movilidad entre Universidades Andaluzas e Iberoamericanas 2019

Este programa financia becas para promover y favorecer la movilidad internacional entre universidades andaluzas e iberoamericanas pertenecientes a la *Asociación Universitaria Iberoamericana de Postgrado (AUIP)*, formando parte de las actuaciones incluidas en el Plan de Acción para el desarrollo de los estudios de postgrado y doctorado en el ámbito iberoamericano.

Hasta el 1 de julio de 2019 está abierto el plazo para solicitar una beca para estancias y viajes que se inicien entre el 16 de septiembre de 2019 y el 15 de febrero de 2020 [3].

Premio Abel 2019 para Karen Uhlenbeck



Karen Uhlenbeck

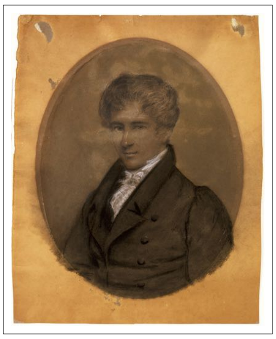
La *Academia Noruega de Ciencias y Letras* ha otorgado el *Premio Abel* 2019 a la matemática estadounidense Karen Uhlenbeck, siendo la primera mujer en conseguir este galardón.

Karen Uhlenbeck ha recibido este premio por *«sus logros pioneros en ecuaciones en derivadas parciales geométricas, teoría gauge y sistemas integrables, y por el gran impacto de su trabajo en análisis, geometría y física matemática»*.

Uhlenbeck, de 76 años, es profesora de investigación invitada en la *Universidad de Princeton* y profesora asociada visitante del *Institute for Advanced Study (IAS)*, en Estados Unidos.

En el número 3 del Volumen V de 2012 de este boletín, Carmen Jalón realizó una breve reseña de su vida y de su trabajo.

El premio Abel fue creado en 2003 por el gobierno noruego y lleva el nombre del matemático noruego Niels Henrik Abel (1802–1829). El premio, que actualmente asciende a 6 millones de coronas noruegas (unos 650 000 euros), le será entregado en la *Abel Week* del 20 al 23 de mayo.



Niels H. Abel

Impacto socioeconómico de la investigación y la tecnología matemáticas en España

El pasado 10 de abril se presentó en Madrid el estudio *Impacto socioeconómico de la investigación y la tecnología matemáticas en España*. Este informe [4] ha sido elaborado por Analistas Financieros Internacionales por encargo de la Red Estratégica en Matemáticas.

De entre las recomendaciones que recoge podemos señalar: revisar el modelo educativo para lograr que las matemáticas estén más presentes en los programas educativos; mejorar el engarce entre el modelo de formación en matemáticas y las necesidades del tejido productivo; impulsar el gasto en I+D+i en las ciencias matemáticas; incrementar los incentivos a las matemáticas aplicadas y visibilizar en el entorno empresarial la utilidad que reporta la incorporación de matemáticos en las diversas fases del proceso productivo.

La divulgación científica de la UAL llega a más de 40 000 personas en 2018

La *Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación (OTRI)* ha publicado los datos del proyecto *Respuesta de la UAL a la demanda de divulgación científica de la sociedad almeriense*, concedido por la *Fundación Española de Ciencia y Tecnología (FECYT)* a la *Unidad de Cultura Científica y de la Innovación de la UAL (UCC+i)*.

Este proyecto trata de dar respuesta a la demanda de divulgación científica por parte de la sociedad almeriense. Ha recogido una serie de actividades formativas, de comunicación y de divulgación científica con el objetivo de acercar la ciencia y la innovación a la sociedad desde un punto de vista muy ameno y cotidiano, así como, contribuir a despertar el interés por la ciencia entre los más jóvenes.

La noche europea de los investigadores

Durante el año 2018 las actividades realizadas han llegado a más de 40 000 personas, con la participación de 940 investigadores de la *Universidad de Almería*.

[3] Más información en *http://www.auip.org/es/actualidad-becas/1684-becas-auip116*
[4] *https://institucionales.us.es/remimus/informe-completo-del-impacto-socioeconomico-de-las-matematicas-en-la-economia-espanola*.

ISSN 1988-5318

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Michel Dubois-Violette de la Universidad de Paris-Saclay, Ana Belén Montoro de la Universidad de Granada, Maritza Pinta de la Universidad Técnica de Machala (Ecuador), John Stufken de Arizona State University (EE. UU.) y Zoltan Varga de la Universidad Szent Istvan (Hungría).

Preguntas frecuentes

¿En qué consisten las Becas de Colaboración en departamentos?

Se trata de ayudas convocadas por el *Ministerio de Educación y Formación Profesional*, para iniciar tareas de investigación relacionadas con los estudios que se están cursando.

Con esta modalidad de beca se pretende que el estudiante universitario pueda colaborar en departamentos, en régimen de compatibilidad con sus estudios, de manera que al mismo tiempo pueda ampliar sus conocimientos y facilitar su futura orientación profesional o investigadora.

La convocatoria de estas becas para el curso académico 2018/19 salió en agosto de 2018 y el plazo de presentación de solicitudes se extendió a la primera quincena del pasado mes de septiembre. En esa convocatoria la cuantía total y única de la beca para cada beneficiario fue de 2000 euros, lo cual no significa la exención del pago por parte del beneficiario de los precios públicos por servicios académicos.

Estas becas están destinadas a estudiantes que a fecha de finalización del plazo de presentación de solicitudes estén matriculados en el último curso de grado, habiendo superado el 75 % de la carga lectiva y que estén cursando los últimos créditos para obtener el título, o estudiantes que estén matriculados de todos los créditos/asignaturas del primer curso de másteres oficiales.

Estas ayudas se pueden obtener en un único curso académico y por una sola vez, siendo compatibles con las becas de carácter general. Para la rama de Ciencias o Ciencias Experimentales, en la última convocatoria, el solicitante debía tener al menos un 7,70 de nota media en los créditos superados.

Además es necesario presentar un proyecto de colaboración para llevarlo a cabo dentro de alguna de las líneas de investigación del departamento solicitado en el que se definirán las tareas a realizar y el régimen de trabajo. Este proyecto de colaboración deberá venir avalado por el departamento correspondiente, emitiendo una valoración de dicho proyecto. Se debe prestar colaboración a razón de tres horas diarias durante ocho meses.

¿Qué salidas profesionales tiene un matemático?

Por suerte, un graduado en matemáticas tiene muchas salidas profesionales. Todos conocemos las más comunes: docencia e investigación.

Como acabamos de comentar, una buena manera de iniciarse en esta última es a través de las becas de colaboración en departamentos. Pero cada vez vamos siendo conscientes de que hay matemáticos que son contratados en todo tipo de empresas, y es que hoy en día un matemático es un profesional muy valorado, puesto que durante esta titulación los matemáticos son entrenados en la resolución de problemas y adquieren una gran capacidad de adaptación a cualquier situación.

Esto los hace unos trabajadores valiosos, siendo capaces de analizar información de todo tipo dentro de cualquier organismo, aportando conclusiones que llegan a ser fundamentales a la hora de tomar decisiones en el futuro.

Así, podemos encontrar matemáticos en distintos sectores económicos, tales como Bancos/Cajas/Finanzas, Administración Pública, Informática, Consultoría, Ciencia y Tecnología, etc.

EXPERIENCIA DOCENTE

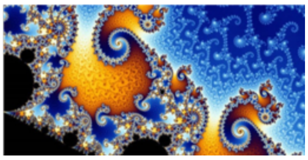
Progresiones geométricas y el triángulo de Sierpinski

Juana María Sánchez Solana
IES Pablo Ruiz Picasso (El Ejido, Almería)

Una *progresión* es una sucesión de números entre los cuales hay una ley de formación constante. Dependiendo de su formación, se dividen en progresiones *geométricas* y *aritméticas*.

Una progresión geométrica es aquella cuyos términos se van generando multiplicando por un número constante llamado razón.

En el presente curso 2018/19, hemos mostrado las aplicaciones que tienen ambos tipos de progresiones desde otro punto de vista. Para ello, tras explicar qué era una progresión de la forma tradicional y hacer ejercicios diversos, decidimos introducir la definición de fractal para empezar a conectar ambos términos.

Progresión geométrica	Fractal
$3, 9, 27, 81, \ldots$ Para obtener el siguiente número hemos de multiplicar por 3 el anterior.	

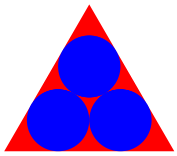
Un fractal es una figura geométrica cuya estructura básica se va repitiendo, como podemos ver en la imagen. Partiendo de esta definición, a pesar de ser algo que aparentemente estaba muy alejado de lo que estábamos viendo, les mostramos varios tipos de fractales.

Después de explicar ambas definiciones, el alumnado cogió su libreta y un bolígrafo para salir al patio, sin tener ni idea de hacia dónde íbamos. Cabe mencionar que el hecho de abandonar el aula en una clase de Matemáticas para seguir trabajando fuera les generó cierto desconcierto.

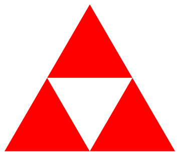
Durante el curso 2015/16 habíamos realizado un triángulo con 729 latas de refresco, que instalamos en el patio del instituto. Tras llegar a nuestro *triángulo de Sierpinski*, dimos una única indicación: calcular con lo aprendido en clase cuántas latas habíamos necesitado para crearlo.

Para ello, tuvimos que explicar la formación del triángulo que, aunque era bastante sencilla, causó bastante despiste al alumnado, ya que cuando se enfrentan a semejante «mastodonte» solo ven latas, sin atender a formas.

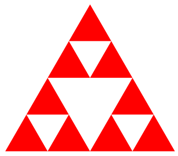
La formación del objeto fractal es muy sencilla, ya que el objeto esencial es un triángulo formado por tres latas y, paso a paso, se va triplicando como se ve en el dibujo:



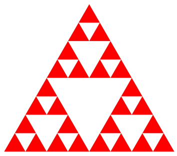
1.er paso: 3 latas



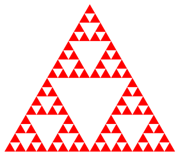
2.º paso: 9 latas



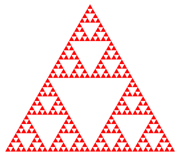
3.er paso: 27 latas



4.º paso: 81 latas



5.º paso: 243 latas



6.º paso: 729 latas

¿Cómo se hizo el triángulo de Sierpinski

En el Departamento de Matemáticas del *IES Pablo Ruiz Picasso* siempre estamos pensando actividades para acercar la materia de forma más lúdica al alumnado.

Así que durante el curso 2015/16 se nos ocurrió la idea de hacer un triángulo de Sierpinski, ya que habíamos visto que en otros institutos se habían atrevido a realizarlo.

Nuestro alumnado se suele volcar siempre que le pedimos ayuda, ya sea para participar en una recogida de alimentos o para traer 729 latas vacías con el objetivo de crear una figura enorme que tenga que ver con las Matemáticas. Además, en este caso, dicha figura iba a ser realizada por el alumnado y quedaría expuesta para siempre en la fachada.

En el mes de marzo de 2016 colocamos un cartel en nuestro hall donde ponía textualmente «**DAME LA LATA**» y, con el boca a boca, dos semanas después ya teníamos más latas de las que necesitábamos.

Gracias a la ayuda del profesor de Educación Plástica Visual y Audiovisual Juan Ocaña, alumnado de 4.º de ESO y del aula específica que hacía inclusión en esa clase fue construyendo el triángulo.

Se comenzó haciendo el triángulo inicial con tres latas, luego cogiendo tres de esos triángulos y así sucesivamente hasta llegar a tres triángulos de 243 latas cada uno (con la altura de una persona).

 ISSN 1988-5318

Durante el mes de mayo, los triángulos fueron pintados con spray para obviar marcas y bebidas alcohólicas y, finalmente, se colgaron en la pared de una de las entradas del instituto.

Valoración de la actividad

Por un lado, fue una actividad en la que pudieron hacer sus esquemas mentales para llegar a dar una solución de un problema que era una realidad para el alumnado y, por otro lado, tenían intriga por saber el resultado del número total de latas, ya que más de uno había apostado o aproximado el número de latas.

La evaluación fue totalmente positiva y se ha propuesto al Departamento de Matemáticas para que, los próximos años, todo el alumnado pueda utilizar nuestro triángulo de Sierpinski y ser capaz de calcular el número de latas que contiene. ■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Holiday budget

The bilingual teaching body
IES Santa María del Águila (El Ejido, Almería)

During this academic year here in *IES Santa María del Águila*, we have carried out an integrated educational project between the linguistic departments, being English, French and Spanish and the non-linguistic departments, which in our case have been History, Geography and Maths.

These forementioned departments have planned and executed an interdepartmental project for students who are in their first year of high school, predominantly in their English, Language, Geography and Maths classes.

The Mathematics Department aimed to tackle the learning of decimal numbers, however in real life situations using examples that are more relatable for the students.

The students should use their given budget to organise a trip, adjusting said budget to allow for the appropriate spending which the trip carries, which they themselves need to plan.

Each group has the responsibility of using the resources at their disposal, i.e. searching for information online, visiting a travel agency etc. in order to create a budget plan, which includes details of a trip for 4 nights and 5 days, departure and arrival dates, possible hotels, host families, hostels or other accommodation options, places to eat, places of interest for tourists such as monuments, museums, theatres etc. They should also take into account what dates are the most economically appropriate, i.e. which dates are cheaper to travel.

To carry out the activity the students have prepared a booklet with the different tasks they have completed in class, which contains the chosen destination, the dates and the budget, as well as all the details about the flights, the daily spending allowance, transport to and from the airport etc. Using this information, they must produce mathematical tables, where they can show all the calculations they have carried out to figure out the cost of the trip.

So, through this work the students have had the opportunity to work with decimal numbers, dividing the cost of everything in to each day for the daily budgets, rounding prices and carrying out operations to get the overall cost of the trip both per person and for the entire group, in such a way that required multiplying decimals.

The students have worked in groups of four and they have needed to work cooperatively by pulling their own weight whilst also offering to help and support their team mates. As part of this experience the students have also created a tourist brochure with the key geographical sites that have been studied in their geography classes, along with exposition and description texts which have been written in their Spanish language classes and the study of travel related vocabulary as well as the traditional culture of the countries that they plan to visit, which have been studied in English classes.

Whilst carrying out each of these activities, it has been of great importance the work which our English language assistant has done, who has helped with the oral preparation both in the practical elements of the project as well as in the explanation of the mathematical concepts in English.

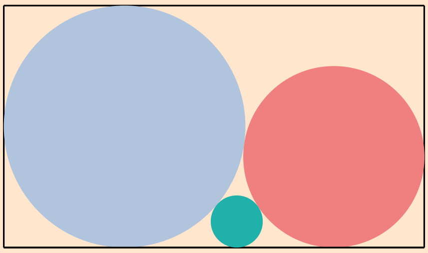
This experience has been extremely motivating and satisfying for the students as many of them have not had a lot of exposure to the world of travelling, due to the fact that they come from families with varying degrees of financial instability, but this project has given them the chance to experience something close to the real thing, which they have thoroughly enjoyed. ■

ISSN 1988-5318

Concurso de problemas

Problema propuesto

Las bandejas de un comedor escolar miden 70 cm de largo por 40 de ancho, ¿cuánto miden los radios de los dos platos y del vaso que se incluyen en la bandeja colocados tal y como aparecen en el dibujo?



ALMERÍA 2019

Si nos envías tu solución a este problema *puedes obtener* una estupenda *cámara digital deportiva tipo Go* y un regalo relacionado con las matemáticas.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico `bmatema@ual.es` *antes del 15 de octubre*.

Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

Juan F. González

En esta edición el jurado ha decidido otorgar el premio a la solución enviada por Juan Francisco González Hernández, estudiante de 2.º de Bachillerato del *IES Sol de Portocarrero* (Almería).

Problema propuesto en el número anterior

Vamos a dibujar el logo de *Almería Capital Española de la Gastronomía* 2019.

Empezaremos por la parte superior, para ello vamos a representar en unos ejes de coordenadas dos funciones del tipo $ax^3 + bx + c$, aunque solo sean una aproximación del logo. Para la primera función tendremos que determinar sus coeficientes sabiendo que tiene un máximo local en el punto $(-1, 1)$, pasa por el punto $(0, 0)$ y la usaremos en $x \leq 0$.

Establece para la segunda función, en base al logo, qué características análogas a las del caso anterior debe tener en $x \geq 0$ y determina sus coeficientes.

Si todos los valores están medidos en metros, ¿cuál es el área de la región delimitada por las funciones y la recta $y = 0$?

Si disponemos de pintura amarilla y verde cuyo rendimiento es 6 m^2 por litro ¿cuánta pintura necesitamos para pintar esos trozos?

Solución del problema propuesto:

Llamaremos $f(x)$ a la primera función, la cual está definida en el intervalo $(-\infty, 0]$, teniendo que:

$$f(x) = ax^3 + bx + c, \quad x \leq 0.$$

Sabemos que $f(x)$ tiene un máximo en el punto $(-1, 1)$, luego, la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en $x = -1$ es 0, es decir, $f'(-1) = 0$.

Conocemos también la ordenada de la abscisa -1, teniendo que $f(-1) = 1$ y que $f(0) = 0$, pues $f(x)$ pasa por el punto $(0, 0)$. A partir de estos datos hallaremos los valores de a, b y c:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3ax^2 + b \Rightarrow f'(-1) = 3a + b = 0, \\ f(0) &= c = 0, \\ f(-1) &= -a - b = 1. \end{aligned}$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores, tenemos que $a = 1/2$, $b = -3/2$ y $c = 0$, por tanto:

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x}{2}, \quad x \leq 0.$$

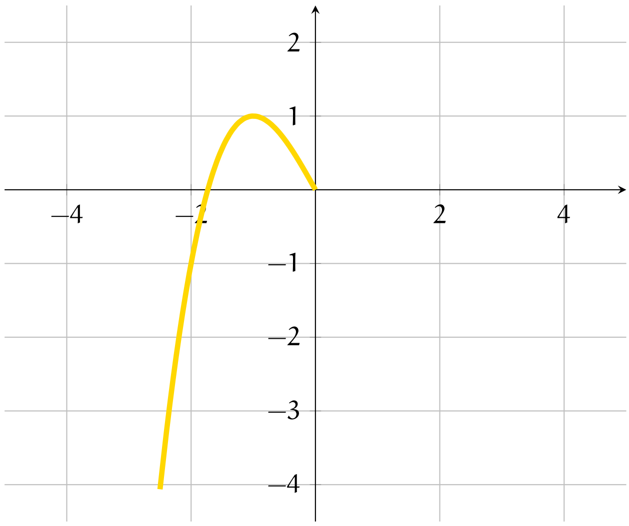
Antes de representar $f(x)$ podemos investigar su comportamiento en el intervalo correspondiente.

Al tener un máximo en $(-1, 1)$ y estar definida en $(-\infty, 0]$, podemos decir que será creciente en el intervalo $(-\infty, -1]$ y decreciente en $(-1, 0]$.

Destacar también que al ser una función polinómica no tiene asíntotas verticales. Tampoco tiene asíntotas horizontales ($\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$), ni oblicuas.

ISSN 1988-5318

La siguiente figura representa la función $f(x)$ para $x \leq 0$.



A continuación llamaremos $g(x)$ a la segunda función, la cual se halla en el intervalo $[0, \infty)$, teniendo que:

$$g(x) = ax^3 + bx + c, \quad x \geq 0.$$

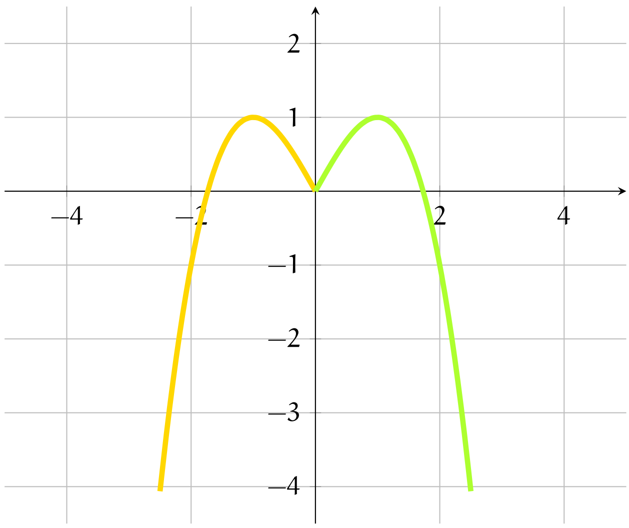
Como $f(x)$ y $g(x)$ son aproximaciones a la parte superior del logo, podemos relacionarlas. El origen de coordenadas es el punto de intersección de estas funciones, $f(x)$ representa la parte superior izquierda y $g(x)$ la parte superior derecha.

Además, $g(x)$ ha de ser simétrica a $f(x)$ respecto al eje de ordenadas, por tanto, $g(x) = f(-x)$ y llegamos a:

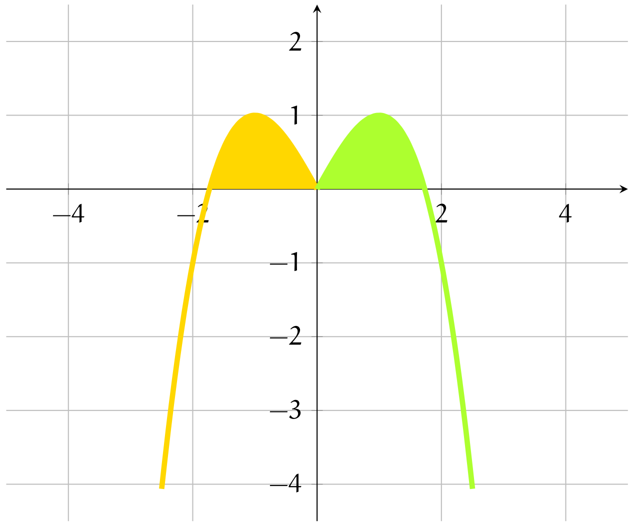
$$g(x) = \frac{-x^3 + 3x}{2}, \quad x \geq 0.$$

Siendo los valores buscados en este caso $a = -1/2$, $b = 3/2$ y $c = 0$.

En la siguiente figura tenemos representadas ambas funciones, f en color amarillo y g en color verde.



Por último, calcularemos el área de los recintos y la cantidad de pintura necesaria para pintarlos. Destacar que hallaremos el área delimitada por ambas funciones con la recta $y = 0$, es decir, con el eje de abscisas.



Para esto nos interesa conocer los intervalos en los que se encuentran los dos recintos.

Empezando por $f(x)$, haciendo $f(x) = 0$ tenemos que $x(x^2 - 3) = 0$, las raíces de esta ecuación son 0, $-\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$. Como $f(x)$ está definida en $(-\infty, 0]$, las soluciones válidas son 0 y $-\sqrt{3}$.

Por tanto, $f(x)$ corta al eje de abscisas en los puntos $(-\sqrt{3}, 0)$ y $(0, 0)$. Por la simetría comentada anteriormente, $g(x)$ cortará al eje de abscisas en $(0, 0)$ y $(\sqrt{3}, 0)$.

Además, las áreas de los recintos determinados por $f(x)$ y $g(x)$ son iguales, por lo que haremos los cálculos solo para $f(x)$. Para ello, calcularemos la integral de $f(x)$ y posteriormente aplicaremos la regla de Barrow.

$$\int \frac{x^3 - 3x}{2} dx = \frac{x^4 - 6x^2}{8} + K.$$

Aplicando la regla de Barrow, se tiene:

$$\begin{aligned} \int_{-\sqrt{3}}^{0} \frac{x^3 - 3x}{2} dx &= \left. \frac{x^4 - 6x^2}{8} \right|_{x=-\sqrt{3}}^{x=0} \\ &= 0 - \frac{(-\sqrt{3})^4 - 6(-\sqrt{3})^2}{8} \\ &= -\frac{9 - 18}{8} = 1{,}125. \end{aligned}$$

Luego, tanto el área amarilla como el área verde tienen $1{,}125$ m^2. Así, el área total es de $2{,}25$ m^2.

Se sabe que por cada litro de pintura se pueden pintar 6 m^2, como $2{,}25/6 = 0{,}375$, se necesitan $0{,}375$ litros de pintura, de donde $0{,}1875$ litros son de pintura amarilla y los otros $0{,}1875$ son de pintura verde.

ISSN 1988-5318

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

La dimensión

Una evolución histórica

Antonio Rosales Góngora
IES Bahía de Almería, Almería

En este artículo tratamos de hacer una aproximación histórica y epistemológica al concepto de dimensión. Es difícil conceptuar la noción de dimensión debido a su complejidad para poder definirla pero, asimismo, es importante en Matemáticas porque sirve para comprender otros conceptos de la misma así como para describir la transversalidad del concepto en función de la rama en la que se utiliza.

En la época de Platón la dimensión venía dada por el número mínimo de parámetros necesarios para describir un objeto. Aristóteles, en *Sobre el cielo*, discute el concepto de dimensión. Es continuo aquello que siempre es divisible en partes a su vez divisibles y es cuerpo lo que es divisible en todas direcciones. La magnitud que se extiende en un solo sentido es la línea, la que se extiende en dos sentidos es la superficie, en tres sentidos es el cuerpo, y fuera de estas no existe ninguna otra magnitud.

Como dicen los pitagóricos, el todo mismo y todas las cosas vienen definidos por tres elementos: el fin, el medio y el principio tienen el mismo número que el todo: la triada.

El término volumen es usado indistintamente por la palabra dimensión, significa algo más que las unidades de medida que se les puede asignar a las figuras geométricas. La dimensionalidad es un invariante entre las figuras similares que no depende de las unidades de medida que describen al objeto.

En las definiciones 1, 2, 3, 5 y 6 de los *Elementos* de Euclides se encuentra la secuencia «punto, recta, superficie»:

1. Punto es lo que no tiene parte.

2. Línea es la longitud sin anchura.

3. Los extremos de las líneas son puntos.

5. Superficie es lo que sólo tiene largo y ancho.

6. Los extremos de las superficies son líneas.

En la *Eneida*, hacia el 367, se menciona la leyenda de Dido que explicita la diferencia entre área y longitud: *«Mercatique solum, facti de nomine Brysum Taurino quantum possent circundare tergo»*. Según la leyenda, se le dio a la reina Dido una piel de toro, podría poseer toda la tierra que fuese capaz de abarcar con ella. Dido cortó la piel e hizo una larga cinta muy estrecha que se extendió en un enorme círculo; de esta manera tomó la máxima tierra posible.

Quintiliano toma el argumento distinguiendo entre área y longitud del perímetro, dando ejemplos de cuadrados y rectángulos del mismo perímetro y áreas distintas.

Oresmes (s. XIV) habla de funciones definidas sobre un segmento, funciones rectángulo (constantes), uniformemente diformes (afines) y diformemente diformes, el resto. Clasifica las funciones definidas sobre una porción del plano y menciona las definidas sobre un sólido. Influido por la autoridad de Aristóteles, rehúsa estudiar el objeto de dimensión cuatro correspondiente.


René Descartes (1596–1650)

A Descartes se le atribuye la dimensionalidad de la geometría plana, pero es a Descartes y Fermat, independientemente, a quienes les debemos el aporte de fijar la posición de un punto en el plano asignándole dos números que expresan su distancia a dos líneas perpendiculares entre sí. Con esto, la noción de dimensión queda asociada a los sistemas de coordenadas.

Anteriormente, Apolonio (262 a.C.—190 a.C.) fijó el nombre a dos términos relacionados, íntimamente, con el concepto de coordenadas: abscisa y ordenada.

Análogamente, Oresme establece la analogía entre latitud y longitud para los puntos de la Tierra y la correspondencia entre las posiciones de los puntos de las figuras geométricas con líneas fijas.

La primera aparición explícita de la dimensión se encuentra en los trabajos de Hermann Grassmann (1809–1877). No sólo utiliza espacios de dimensión cualesquiera, sino que funda el cálculo exterior definiendo áreas, volúmenes y p-volúmenes orientados en $\mathbb{R}^n$.


Hermann Grassmann

No obstante, hay que esperar a Peano (1888) para encontrar una definición explícita de la estructura de espacio vectorial de dimensión n, con motivo del estudio de sistemas de n ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

El libro de Abbot, *Flatland*, es una bonita ilustración de la existencia de espacios de dimensión natural cualesquiera.

Hacia finales del XIX se abordó el problema de la dimensión que había sido intuido por Cantor al hacer notar que entre un cuadrado y un segmento existe una biyección. Asimismo, Peano construye una curva que llena el cuadrado.

 ISSN 1988-5318

La dimensión topológica nos habla de la conectividad de los puntos del objeto de medida. En los *Elementos* de Euclides aparece de forma implícita e inductiva al establecer que una figura es unidimensional si su frontera está compuesta de puntos, bidimensional si su frontera está compuesta de curvas, tridimensional si está compuesta de superficies. La dimensión de un conjunto topológico se establece a partir de la dimensión de su frontera.

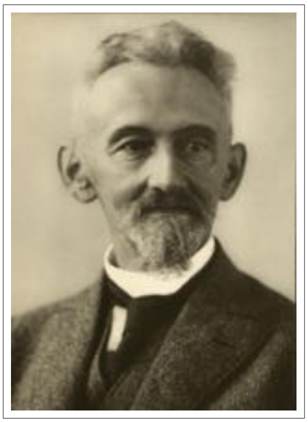
Sabemos que topológicamente la circunferencia y un segmento rectilíneo son la misma curva y encierran el mismo tipo de superficie, pero no ocurre lo mismo desde el punto de vista métrico pues la circunferencia y el área que encierra, el círculo, son finitos y, en cambio, el segmento, aunque es finito, no encierra con su borde un área finita. Aparece así una característica moderna de las matemáticas: intentar clasificar los objetos por lo que se conserva, por los invariantes.

Henri Lebesgue *(1875–1941)*

En el caso anterior, lo que se conserva es su carácter topológico, es decir, su dimensión topológica. Urysohn en 1922 y Menger en 1923 definieron de manera más general que Brouwer y Lebesgue el concepto de dimensión topológica. Poincaré dio una definición inductiva estableciendo que un objeto tiene dimensión topológica m cuando cualquier recubrimiento de ese objeto tiene dimensión m.

Otra definición de dimensión se refiere al grado de libertad del movimiento en el espacio, es decir, el número de direcciones ortogonales diferentes que podemos tomar. A principios del siglo pasado se vio la necesidad de suponer más de tres dimensiones para ubicar la materia y estudiar lo que ocurre en situaciones extremas, por lo que se desarrollaron modelos matemáticos sorprendentes para poder modelar las observaciones experimentales. Claros ejemplos los tenemos en la Teoría de la Relatividad y Teoría de Supercuerdas.

Muchas formas encontradas en la naturaleza, perfiles de árboles, montañas, ríos. . . , no pueden ser descritas por la geometría euclídea, pueden describirse por los monstruos matemáticos surgidos a principios del siglo XX, funciones continuas en un intervalo sin derivadas en ningún punto.



Felix Hausdorff *(1868–1942)*

Mandelbrot propone el término fractal para designar a esas realidades matemáticas contrarias a la intuición y antagónicas a las de los objetos geométricos estándar. Se puede tomar como base la definición basada en la autosemejanza, sugerida por Haussdorff en 1919 y redactada posteriormente por Besicovich, dimensión de Haussdorff–Besicovitch. La dimensión fractal, que no tiene que ser un número natural, propone una manera de medir la rugosidad de una curva.

El desarrollo histórico visto nos lleva a pensar que sería interesante hacer más visible la dimensión, que sea más significativa matemáticamente, lo que ayudaría a comprender el salto epistemológico que se produce en el paso de la dimensión euclídea a la fractal así como serviría de medio para presentar una matemática más moderna.

Referencias

[1] Boyer, C.B. *Historia de la matemática*. Alianza Editorial, Madrid, 1999.

[2] Bourbaki, N. *Elementos de historia de las matemáticas*. Alianza Universidad, Madrid, 1972.

[3] Collette, J.P. *Historia de las matemáticas*, 2 Vols. Siglo XXI, Madrid, 1985.

[4] Kline, M. *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días (II)*. Alianza Universidad, Madrid, 1994.

[5] Rey Pastor, J. y Babini, J. *Historia de la Matemática*, 2 Vols., 2.ª edición. Gedisa, Barcelona, 2013.

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Memoria en series financieras

Aplicación al Pairs Trading

Miguel Ángel Sánchez Granero [5]
Universidad de Almería

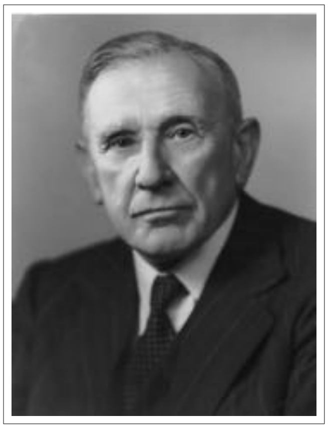
El método más conocido para el estudio de memoria en una serie es el *exponente de Hurst*. Este exponente debe el nombre al hidrólogo Harold E. Hurst, que lo introdujo en 1951 para estimar el tamaño óptimo de la presa de Asuán en el río Nilo.

El problema que estudió Hurst es el tamaño de las cre-

[5] En colaboración con J.P. Ramos-Requena y J.E. Trinidad-Segovia

 ISSN 1988-5318

cidas del río Nilo, y en especial la relación entre el tamaño de las crecidas en años consecutivos, ya que detectó que había un factor de «memoria» entre las crecidas de años consecutivos: crecidas más grandes de lo habitual tendían a producirse en años consecutivos, al igual que crecidas más pequeñas de lo habitual también tendían a agruparse en años consecutivos.



Harold E. Hurst (1880–1978)

Por tanto, había «memoria» en el tamaño de la crecida: el tamaño de las crecidas en los últimos años era relevante para estimar el tamaño de la crecida este año. Esto afectaba al tamaño de la presa, puesto que si se producen grandes crecidas varios años consecutivos es necesario que el tamaño de la presa sea mayor que si el tamaño de las crecidas es aleatorio y no tiene memoria. Igualmente, si se producen pequeñas crecidas de forma consecutiva, la presa también tiene que ser más grande para contrarrestar la mayor sequía en esos años.

Basado en el trabajo de Hurst, en los años sesenta del siglo XX Mandelbrot, junto con otros colaboradores, introdujo el uso del exponente de Hurst en finanzas, para estudiar si el precio de las materias primas también tenía ese efecto de memoria. Estos trabajos fueron los primeros de una larga lista del uso del exponente de Hurst para estudiar la memoria de series financieras.

El cálculo del exponente de Hurst se puede realizar para determinadas series temporales, que veremos a continuación.

Si $X(t)$ es una serie temporal de longitud T, definamos el estadístico

$$K(\tau) = \sum_{t=1}^{T-\tau} \frac{|X(t+\tau) - X(t)|}{T-\tau},$$

es decir, $K(\tau)$ es la media de la variación (en valor absoluto) de la serie X en un intervalo temporal τ.

Por ejemplo, $K(1)$ puede ser la variación (en valor absoluto) de la serie en un día, $K(2)$ la variación en 2 días, etc.

Simplificando un poco, si el estadístico K cumple la siguiente ecuación: $K(\tau) \propto \tau^H$, es decir, la variación media de X en τ días es proporcional a τ^H, entonces H es el exponente de Hurst de la serie X.

Supongamos, simplificando de nuevo un poco, que X es una serie que evoluciona de la siguiente forma: cada día, hay la misma probabilidad de que la serie aumente en 1 y de que disminuya en 1.

Esencialmente X es lo que se conoce como caminata aleatoria. Para esta serie se cumple que $K(\tau) \propto \tau^{0,5}$, con lo que su exponente de Hurst es 0,5.

En general suele ocurrir que si X es un proceso sin memoria (lo que ocurre hoy no depende de lo que haya ocurrido anteriormente), su exponente de Hurst es 0,5, mientras que si $H > 0,5$ la serie X tendrá memoria persistente (si X ha aumentado en los últimos días, hay más probabilidad de que aumente hoy) y si $H < 0,5$ la serie será antipersistente (incrementos de X suelen seguirse de disminuciones).

En la Figura 1 se pueden observar tres ejemplos de series con distintos valores de H.

Como se observa, la serie con $H > 0,5$ tiene tendencias al alza o a la baja, mientras que la serie con $H < 0,5$ tiende a moverse arriba y abajo sobre la misma zona. En este último caso se dice que hay reversión a la media, es decir, cuando se sube, se tiende a bajar y volver a la media y viceversa.

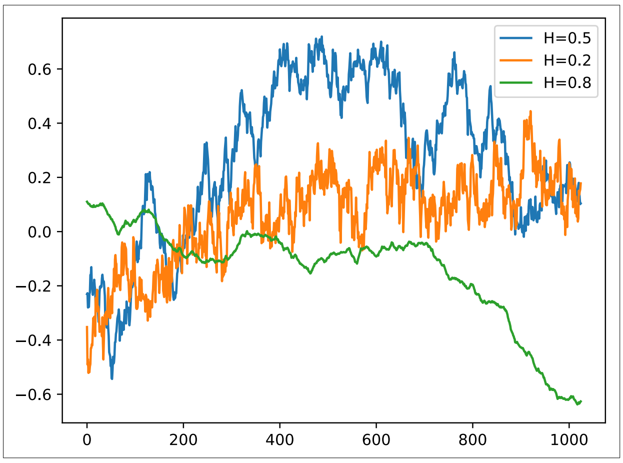


Figura 1: ***Tres series con distintos exponentes de Hurst***

Una forma natural de usar el exponente de Hurst en la inversión en bolsa consiste en buscar valores con un exponente de Hurst alto que hayan estado subiendo últimamente, ya que esto indicaría que la probabilidad de que la acción siga subiendo sería mayor que la probabilidad de que bajara. Lógicamente, al estar hablando de probabilidades, podría subir o bajar, pero las probabilidades estarían de nuestro lado.

Sin embargo, en esta exposición adoptaremos el enfoque contrario: buscar series con un exponente de Hurst bajo, es decir, series antipersistentes o que muestren reversión a la media. La estrategia que usaremos es conocida como *Pairs Trading*.

El Pairs Trading surgió a mediados de los años ochenta del siglo XX, cuando Nunzio Tartaglia, un analista cuantitativo del banco Morgan Stanley, reunió un grupo multidisciplinar de matemáticos, físicos e informáticos para desarrollar estrategias cuantitativas de arbitraje en bolsa.

Una de estas técnicas fue el Pairs Trading, que se basa en buscar dos acciones que se muevan de forma conjunta y hacer un par con ellas, comprando una de ellas y vendiendo la otra. De esta forma, cuando suben las dos, la ganancia en una de ellas compensa la pérdida de la otra, con lo que se obtiene una serie relativamente estable.

Cuanto más relación tengan las dos acciones, más estable será esta serie. La línea azul de la Figura 2 corresponde a la serie del par formado comprando BBVA y vendiendo Banco Santander. Como puede observarse, la serie del par es bastante estable y se produce el efecto de reversión a la media descrito anteriormente, y eso incluso cuando el exponente de Hurst de la serie es $0,44$, que, aunque es menor de $0,5$, no es especialmente bajo.

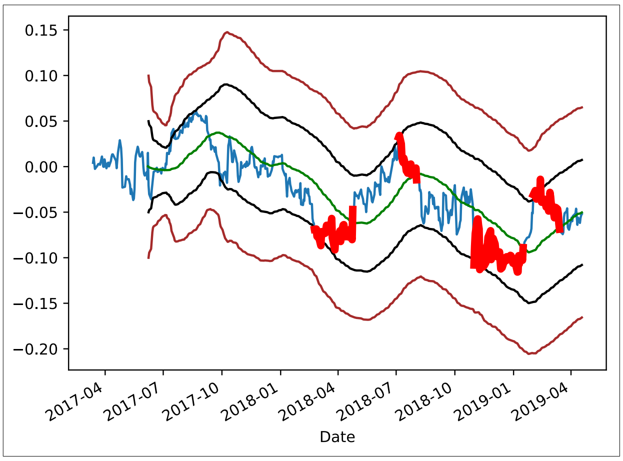


Figura 2. Par formado por las acciones BBVA y Santander

El uso del exponente de Hurst en la estrategia de Pairs Trading es sencillo, ya que lo que nos interesa es buscar pares de acciones, de modo que la serie del par tenga la máxima reversión a la media posible, es decir, tenga un exponente de Hurst lo más bajo posible y claramente menor de 0,5.

De esta forma, lo que se hace es comprar la serie (en nuestro caso comprar BBVA y vender Santander) cuando la serie se ha desviado a la baja de su media (línea verde en la Figura 2), ya que habrá mayor probabilidad de que vuelva a su media, y por lo tanto vuelva a subir.

También se puede vender el par (en nuestro ejemplo, comprando Santander y vendiendo BBVA), cuando la serie se ha desviado de la media al alza, de nuevo, porque hay mayor probabilidad de que la serie baje para volver a la media.

En la Figura 2 se muestran en rojo 4 operaciones: la primera y la tercera son de compra del par, y se inician cuando el par está por debajo de 2 desviaciones típicas de la media (línea negra inferior) y se terminan cuando la serie vuelve a la media (línea verde); por otro lado, la segunda y cuarta operación son de venta y se inician cuando el par está por encima de 2 desviaciones típicas de la media (línea negra superior), y se terminan, de nuevo, cuando se produce la vuelta a la media (línea verde). En este ejemplo, obtendríamos una rentabilidad positiva en las cuatro operaciones.

Para ampliar información puede consultar [1].

Referencias

[1] J.P. Ramos-Requena, J.E. Trinidad-Segovia, M.A. Sánchez-Granero. Introducing Hurst exponent in pair trading, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 488C, 39–45 (2017).

■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Un premio de Matemáticas destinado únicamente para las mujeres

Juan Núñez Valdés
Universidad de Sevilla

Resultaría muy interesante realizar un debate sobre la conveniencia de que existan premios en cualquier disciplina, no solo en Matemáticas, reservados únicamente bien solo para varones, bien solo para mujeres.

No obstante, el objetivo principal de este artículo no es entrar en el mismo, sino únicamente mostrar las principales características y la relación completa de mujeres galardonadas con el *Premio Ruth Lyttle Satter* [6] de Matemáticas, que puede ser concedido únicamente a las mujeres.

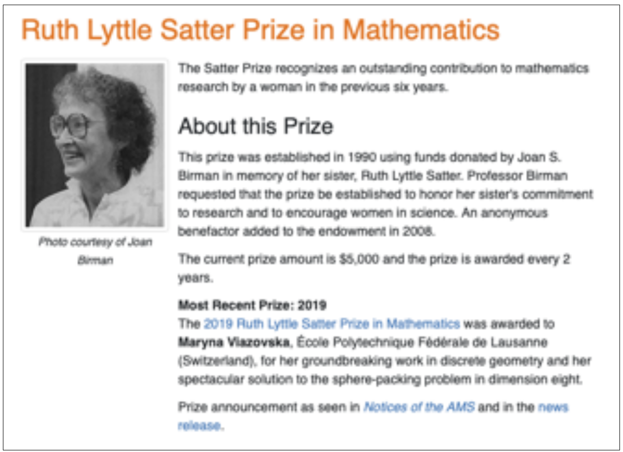
Este premio fue establecido en 1990 por la *American Mathematical Society* en memoria de Ruth Lyttle Satter, la primera mujer graduada en Matemáticas y Física, y posteriormente doctorada en Botánica. El primero de ellos se concedió en 1991.

Entre sus principales características figura el hecho de que se conceda solamente a mujeres, cada dos años, como reconocimiento a sus contribuciones excepcionales en la investigación matemática producida durante los seis años anteriores. Actualmente, está dotado con 5000 dólares.

Ruth Lyttle Satter nació en Nueva York, en 1923, y obtuvo en 1944 su título de grado en Matemáticas y Física por el *Barnard College*. Después de graduarse, trabajó en los *Laboratorios Bell* y en la *Maxson Company* hasta 1947, año en el que, tras casarse con Robert Satter, abandonó su trabajo para dedicarse a la crianza y educación de sus cuatro hijos.

Siempre apasionada de los estudios, diecisiete años después y ya con 41 años, en 1964, Ruth se matriculó en Fisiología Vegetal en la *Universidad de Connecticut*, donde consiguió su doctorado en Botánica en 1968. En 1980, se convirtió en profesora residente en la *Universidad de Connecticut*, trabajo que desempeñó hasta que falleció en 1989.

[6] *www.ams.org/profession/prizes-awards/ams-prizes/satter-prize*.


Ruth Lyttle Satter Prize in Mathematics

The Satter Prize recognizes an outstanding contribution to mathematics research by a woman in the previous six years.

About this Prize

This prize was established in 1990 using funds donated by Joan S. Birman in memory of her sister, Ruth Lyttle Satter. Professor Birman requested that the prize be established to honor her sister's commitment to research and to encourage women in science. An anonymous benefactor added to the endowment in 2008.

The current prize amount is $5,000 and the prize is awarded every 2 years.

Most Recent Prize: 2019

The 2019 Ruth Lyttle Satter Prize in Mathematics was awarded to **Maryna Viazovska**, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Switzerland), for her groundbreaking work in discrete geometry and her spectacular solution to the sphere-packing problem in dimension eight.

Prize announcement as seen in *Notices of the AMS* and in the news release.

Photo courtesy of Joan Birman

Detalles del Premio Ruth Lyttle Satter

Volviendo al *Premio Satter*, como también es conocido, siempre se ha premiado a una única mujer, excepto en 2001, año en el que se premiaron a dos. En las Tablas 1, 2 y 3 podemos ver las mujeres galardonadas hasta la fecha, su lugar y año de nacimiento, así como las razones del premio.

En la edición de 2019, el premio se ha concedido a la matemática ucraniana Maryna Viazovska, profesora de la *Escuela Politécnica Federal de Lausanne* (Suiza), quien en 2016 resolvió el problema del empaquetamiento de esferas en dimensión 8 y, en colaboración con otros compañeros, en la dimensión 24.

Anteriormente, el problema se había resuelto solo para tres o menos dimensiones, y la prueba de la versión tridimensional (conjeturada por Kepler) involucraba largos cálculos por ordenador. Sin embargo, la prueba de Viazovska para 8 y 24 dimensiones es «sorprendentemente simple».

Año de concesión	Galardonada (lugar y año de nacimiento)	Foto	Motivo
1991	**Dusa McDuff** (Londres, 1945)		Trabajo excepcional en geometría simpléctica
1993	**Lai-Sang Young** (Hong-Kong, 1952)		Por su papel fundamental en la investigación de las propiedades estadísticas (o ergódicas) de los sistemas dinámicos
1995	**Sun-Yung Alice Chang** (Xian, China, 1948)		Extensas contribuciones al estudio de las ecuaciones en derivadas parciales en la variedad de Riemann
1997	**Ingrid Daubechies** (Houthalen, Bélgica, 1954)		Por su bello y profundo análisis de las ondículas y sus aplicaciones
1999	**Bernadette Perrin-Riou** (Ardèche, Francia, 1955)		Por su investigación teórico-numérica sobre las L-funciones p-ádicas y la teoría de Iwasawa

Tabla 1. Galardonadas de 1991 a 1999

Año de concesión	Galardonada (lugar y año de nacimiento)	Foto	Motivo
2001	**Karen E. Smith** (New Jersey EE. UU., 1965)		Por su excepcional trabajo que construye nuevos puentes entre el álgebra conmutativa y la geometría algebraica a través del concepto de “tight closure”
	Sijue Wu (China, 1964)		Por su trabajo en un problema antiguo en la ecuación ondulatoria de dispersión
2003	**Abigail Thompson** (Norwalk, EE. UU., 1958)		Por su excepcional trabajo en topología tridimensional
2005	**Svetlana Jitomirskaya** (Kharkiv, Ucrania, 1966)		Por su trabajo pionero en la localización cuasiperiódica no perturbativa
2007	**Claire Voisin** (Saint-Leu-la-Forêt, Francia, 1962)		Por sus extensas contribuciones a la geometría algebraica, y en particular por sus recientes soluciones a dos antiguos problemas abiertos: el problema de Kodaira y la conjetura de Green
2009	**Laure Saint-Raymond** (París, 1975)		Por su trabajo fundamental en los límites hidrodinámicos de la ecuación de Boltzmann en la teoría cinética de los gases

Tabla 2. Galardonadas de 2001 a 2009

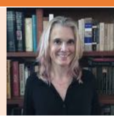
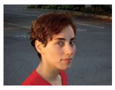
Año de concesión	Galardonada (lugar y año de nacimiento)	Foto	Motivo
2011	**Amie Wilkinson** (Boston, EE. UU., 1968)		Por sus contribuciones notables al campo de teoría ergódica de los sistemas dinámicos parcialmente hiperbólicos
2013	**Maryam Mirzakhani** (Teherán, Irán, 1977 – California, EE. UU., 2017)		Por sus extensas contribuciones a la teoría de las superficies de Riemann y espacios modulares
2015	**Hee Oh** (Corea del Sur, 1969)		Por sus contribuciones fundamentales a los campos de la dinámica en espacios homogéneos, subgrupos discretos de grupos de Lie, y aplicaciones a la teoría de números
2017	**Laura DeMarco** (EE. UU., 1974)		Por sus contribuciones fundamentales en dinámica compleja, en la teoría del potencial, y en el campo emergente de la dinámica aritmética
2019	**Maryna Viazovska** (Kiev, Ucrania, 1984)		Por su innovador trabajo en geometría discreta y su espectacular solución al problema del empaquetamiento de esferas en dimensión ocho

Tabla 3. Galardonadas de 2011 a 2019

Referencias

[1] Macho, M. *Blog: Mujeres con Ciencia* [7].

[2] Núñez, J., Antón, A. y Manzorro, L. *¿Consiguen las mujeres premios en Matemáticas?* Actas del VI Congreso Universitario Nacional «Investigación y Género». Universidad de Sevilla, 30 de junio y 1 de julio de 2016, 500-510.

[3] *History of Ruth Lyttle Satter Prize in Mathematics* [8].

■

[7] *https://mujeresconciencia.com*.

[8] Ver en *https://en.wikipedia.org/wiki/Ruth_Lyttle_Satter_Prize_in_Mathematics*. Consultado el 31/01/2019.

ISSN 1988-5318

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

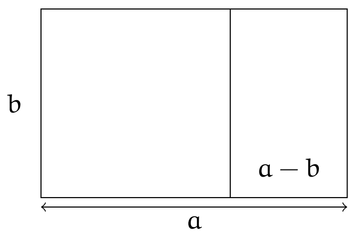
Algunas proporciones famosas

Los números metálicos

José Antonio Rodríguez Lallena
Universidad de Almería

Presentaremos en este artículo algunas proporciones famosas, representándolas mediante rectángulos. Esto es, representaremos la proporción a/b, con a y b reales positivos, mediante un rectángulo de lados a y b. En los distintos casos que se estudian en este artículo, consideraremos que las dimensiones del rectángulo de partida serán a y b, con $a > b > 0$.

Quizá la proporción más famosa en el mundo del arte sea la *proporción áurea*. A los rectángulos que presentan esta proporción entre sus lados se les denomina *rectángulos áureos*. Estos se definen como los rectángulos que son semejantes al que se obtiene quitándoles desde su lado menor b un cuadrado de este lado, es decir, restando b a su lado mayor a.

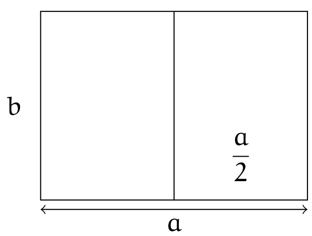


Por tanto, para que el rectángulo de la figura sea áureo, sus dimensiones deberán cumplir que

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b},$$

lo que ocurre si, y solo si, $a^2 - ab - b^2 = 0$, que a su vez equivale a que $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a}{b} - 1 = 0$, ecuación cuya solución positiva es $\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, el conocido *número de oro* o *proporción áurea*.

Otra proporción bien conocida es la del formato DIN, que es la que se da en los rectángulos que son semejantes a su mitad, obtenida al dividir el rectángulo en dos por su lado mayor.

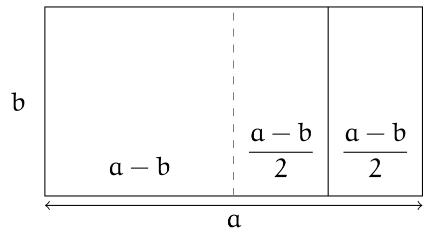


Por tanto, para que el rectángulo de la figura tenga dicha proporción, deberá cumplirse que

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a/2},$$

lo que ocurre si, y solo si, $a^2 - 2b^2 = 0$, que a su vez equivale a que $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2 = 0$, ecuación cuya solución positiva es $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$, que es la proporción DIN.

A continuación, vamos a aplicar las dos operaciones utilizadas en las semejanzas anteriores para definir una nueva proporción. En concreto, buscamos rectángulos que sean semejantes al resultado de, primero, quitarles un cuadrado (como en el caso de los rectángulos áureos) y, después, quedarnos con la mitad del rectángulo que resulta.



Más concretamente, ahora se trata de que el rectángulo de dimensiones a y b sea semejante a otro cuyo lado mayor sea b, y el menor sea $\frac{a-b}{2}$. Por tanto, se debe cumplir que

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{(a-b)/2},$$

lo que ocurre si, y solo si, $a^2 - ab - 2b^2 = 0$, que a su vez equivale a la igualdad $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a}{b} - 2 = 0$, ecuación cuya solución positiva es $\frac{a}{b} = 2$, que es conocido como el *número de cobre*.

Antes de seguir, recordemos que los números metálicos [9] se definen como las raíces positivas de las ecuaciones de la forma

$$x^2 = mx + n, \quad m, n \in \mathbb{N},$$

es decir, son los números σ_m^n dados por

$$\sigma_m^n = \frac{m + \sqrt{m^2 + 4n}}{2}, \quad m, n \in \mathbb{N}.$$

Los números metálicos tienen diversas aplicaciones en Física y Biología, pero de esto no nos ocuparemos aquí.

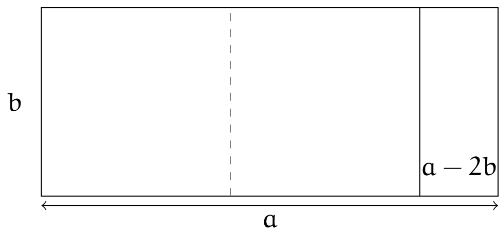
En fin, entre las tres proporciones que se han mostrado, dos de ellas son números metálicos: el número de oro σ_1^1 y el número de cobre σ_1^2. La tercera, la proporción DIN, puede considerarse como un número metálico generalizado: basta extender la definición de número metálico al caso $m = 0$, en cuyo caso la proporción DIN es el número σ_0^2.

A continuación, daremos un paso más, generalizando la noción de proporción áurea para poder aplicarla a rectángulos cuyo lado más largo mida más del doble que el otro lado.

[9] Véase, por ejemplo, el artículo de la matemática argentina Vera W. de Spinadel titulado *La familia de los números metálicos*, publicado en *Cuadernos del CIMBAGE* 6 (2003), pp. 17–44.

 ISSN 1988-5318

En este caso, exigiremos que el rectángulo original sea semejante al resultado de quitar de él dos cuadrados cuyo lado sea el ancho b del rectángulo.



Concretamente, el rectángulo de dimensiones a y b debe ser semejante a otro cuyo lado mayor sea b, y el menor sea $a-2b$. Por tanto, se debe cumplir que

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{a-2b},$$

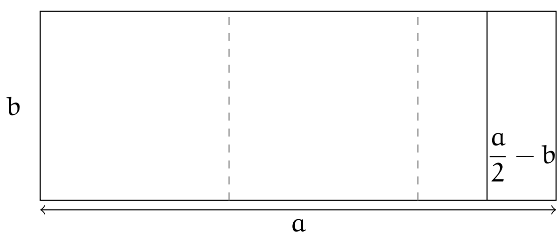
lo que ocurre si, y solo si, $a^2-2ab-b^2=0$, esto es, $\left(\frac{a}{b}\right)^2-2\frac{a}{b}-1=0$, ecuación cuya solución positiva es $\frac{a}{b}=\sigma_2^1=1+\sqrt{2}$, que es el conocido *número de plata*.

Para rectángulos más alargados aún, el lector puede obtener las proporciones de los rectángulos que son semejantes al resultado de quitarles tres, cuatro, cinco... cuadrados cuyo lado sea el ancho b del rectángulo. En estos casos, si m es el número de cuadrados, la proporción resultante es

$$\frac{a}{b}=\sigma_m^1=\frac{m+\sqrt{m^2+4}}{2},\qquad m=3,4,5\ldots,$$

que pertenece al intervalo $(m,m+1)$, como es inmediato comprobar. Por cierto, el valor σ_3^1 también tiene nombre propio: es el *número de bronce*.

Volvamos a mezclar los dos tipos de operaciones que estamos manejando para encontrar nuevas proporciones. Supongamos ahora que al rectángulo inicial se le exige ser semejante a otro que es el resultado de acortarlo quitándole dos cuadrados de lado b y quedándonos con la mitad del rectángulo resultante.



La semejanza exigida es pues la siguiente:

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{(a-2b)/2},$$

que lleva al siguiente resultado:

$$\frac{a}{b}=\sigma_2^2=1+\sqrt{3},$$

conocido como el *número de platino*.

En general, si al rectángulo inicial se le exige ser semejante a otro que es el resultado de acortarlo en su lado más largo a quitando m cuadrados de lado b y tomando la mitad del rectángulo resultante, se llega a que

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{(a-mb)/2},$$

que lleva al siguiente resultado:

$$\frac{a}{b}=\sigma_m^2.$$

Es fácil probar que este número metálico pertenece al intervalo $(m,m+1)$, salvo en el caso visto del número de cobre $(m=1)$, en el que alcanza el extremo superior de ese intervalo.

Un paso más en la introducción de este tipo de proporciones es generalizar la noción de proporción DIN, como hicimos con la proporción áurea. Se trata ahora de encontrar rectángulos que sean semejantes al resultado de dividirlos por su lado más largo en tres, cuatro o más partes iguales. Si el número de partes es n, la semejanza exigida es

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{a/n},$$

que lleva al siguiente resultado:

$$\frac{a}{b}=\sigma_0^n=\sqrt{n},$$

donde hemos vuelto a usar los números metálicos generalizados.

Finalmente, planteamos el problema general que extiende todos los anteriores. Se trata de encontrar la proporción entre los lados de un rectángulo que sea semejante a otro que sea el resultado, primero, de acortarlo en su lado a, quitando m cuadrados de lado b y, segundo, dividiendo el lado del rectángulo resultante en n partes iguales (manteniendo el otro lado con la longitud b inicial). En este caso se llega a que

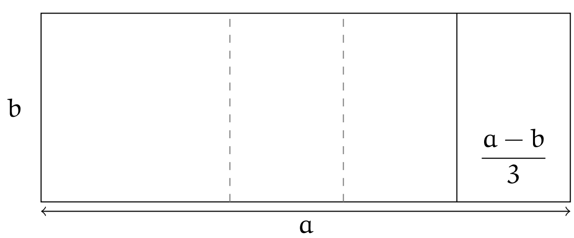
$$\frac{a}{b}=\frac{b}{(a-mb)/n},$$

lo que lleva al siguiente resultado:

$$\frac{a}{b}=\sigma_m^n.$$

Esto completa la interpretación geométrica mediante proporciones de todos los números metálicos, y de la extensión de estos que hemos introducido.

Como ejemplo, si $m=1$ y $n=3$ se obtiene la proporción dada por el llamado *número de níquel* $\sigma_1^3=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$, que se ha representado en la siguiente figura.

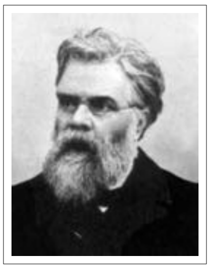


■

ISSN 1988-5318

Citas Matemáticas

«Una verdad matemática no es ni simple ni complicada por sí misma, es una verdad.»



Émile Michel Hyacinthe Lemoine (1840–1912), matemático e ingeniero francés.

«El estudio profundo de la naturaleza es la mina más fértil de descubrimientos matemáticos.»

Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768–1830), matemático y físico francés.

Acertijos

La tabla

Nos gustaría numerar las celdas de una tabla 4×4 de acuerdo con las siguientes premisas:

- Se puede elegir libremente la primera celda.
- Para la selección de las celdas subsiguientes solo se admiten desplazamientos de:
  - Una única casilla en dirección diagonal.
  - Dos casillas en dirección horizontal o vertical.
- No se puede volver a ninguna celda ya numerada.

En el siguiente ejemplo se consiguen rellenar tan solo 6 celdas:

1		2	
	3		6
		4	
			5

¿Es posible numerar las 16 casillas respetando las condiciones prescritas?
(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

Se trataba de encontrar dos números positivos x e y sabiendo que $1, x, y$ forman una progresión aritmética, mientras que $2, x+1, y+9$ están en progresión geométrica.

Las condiciones exigidas quedan perfectamente resumidas en el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} x - 1 &= y - x, \\ \frac{x+1}{2} &= \frac{y+9}{x+1}. \end{aligned}$$

La primera ecuación permite deducir que $y = 2x - 1$, mientras que la segunda nos dice que $(x+1)^2 = 2(y+9)$. Así pues,

$$x^2 + 2x + 1 = 2(2x - 1 + 9),$$

es decir, $x^2 - 2x - 15 = 0$. Las soluciones de esta última ecuación (de segundo grado) son 5 y -3, como fácilmente se comprueba.

Descartada la solución negativa (pues se nos piden números reales positivos) no queda más alternativa que $x = 5$. Concluimos de este modo que $y = 2 \cdot 5 - 1 = 9$.

Podemos observar que en efecto los números $1, 5, 9$ forman una progresión aritmética (de diferencia 4), y los números $2, 6, 18$ están en progresión geométrica (de razón 3).

Si nos hubiesen permitido soluciones de cualquier signo podríamos haber añadido la alternativa $x = -3$, $y = -7$.

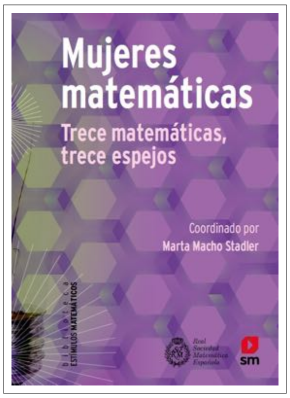
Nótese que los números $1, -3, -7$ constituyen una progresión aritmética (de diferencia -4) y que los números $2, -2, 2$ están en progresión geométrica (de razón -1).

ISSN 1988-5318

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Mujeres Matemáticas. Trece matemáticas, trece espejos

Coordinado por Marta Macho Stadler.



Ficha Técnica
Editorial: SM.
220 páginas.
ISBN: 978-84-9182-055-0.
Año: 2018.

Marta Macho, profesora de la Universidad del País Vasco, tiene una amplísima trayectoria en el ámbito de la divulgación matemática que ha sido reconocida con multitud de premios. Los que tenemos la suerte de conocerla no podemos más que admirar su enorme capacidad de trabajo y su brillantez.

El libro que reseñamos en este número del boletín, coordinado por Marta Macho, es el fruto de la colaboración de 15 personas implicadas en la ardua tarea de visibilizar el papel de la mujer en la ciencia y, en particular, en el mundo de las matemáticas.

A través de sus más de 200 páginas vamos a poder navegar en las vidas de 13 matemáticas, algunas bastante conocidas, otras no tanto, buceando tanto en el ámbito en el que desarrollaron su tarea —no exento de dificultades y obstáculos— como en las aportaciones que hicieron al conocimiento matemático.

Hay algunos aspectos que me gustaría resaltar de este texto. El primero es la calidad de la edición. Tanto el tipo de letra como la maquetación del libro hacen que la lectura sea agradable —hecho no menor, en mi modesta opinión—.

En segundo lugar, quiero hacer mención al estilo literario de este texto. No quiero destripar ni arruinar la posible sorpresa —ni el final de la película, permítaseme el símil—, pero nos vamos a encontrar con narrativas muy diferentes a la «usuales» en cada capítulo del libro, alguna de ellas muy cercanas a un público joven.

Puesto que cada capítulo ha sido elaborado por personas diferentes, se ha hecho especial énfasis en presentar a las protagonistas de una forma «alternativa», lo que hace que este libro sea, de alguna forma, diferente a los que habitualmente nos encontramos en los textos de divulgación científica.

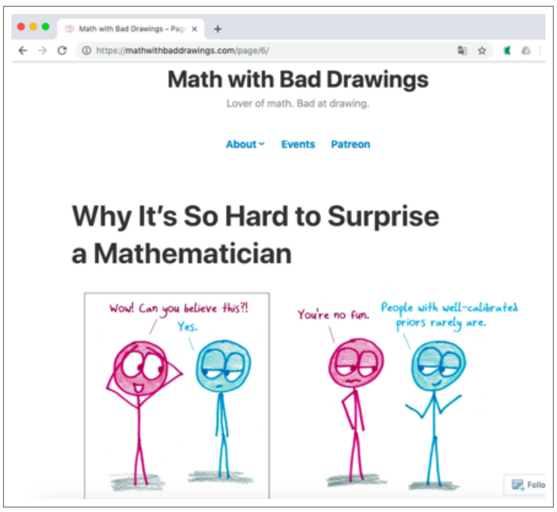
En tercer lugar, y no menos importante, cada capítulo lleva incorporadas actividades que pueden utilizarse en las clases de matemáticas de Secundaria y Bachillerato con las que el profesorado puede presentar la investigación matemática desde una perspectiva de género.

Como conclusión, he de decir que este libro me ha parecido brillante, algo necesario en el mundo de la divulgación histórico–matemática que puede proporcionar al profesorado una herramienta muy útil en sus clases, además de ser un texto de fácil lectura y muy ameno. Mi más sincera enhorabuena a la coordinadora y la todas las personas participantes en este magnífico proyecto.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Páginas web de interés

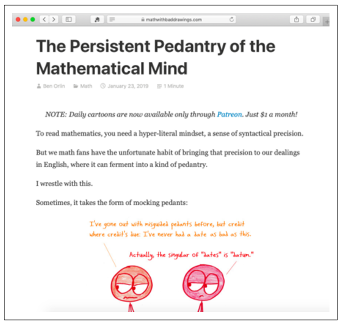
Math with Bad Drawings



https://mathwithbaddrawings.com

En este blog podemos encontrar diferentes puntos de vista «matemáticos» sobre temas de actualidad desde la perspectiva del autor, Ben Orlin.

Como él mismo se define en la web, le gustan las matemáticas, los chistes, enseñar y dibujar (aunque esto último no se le da especialmente bien).



Las entradas están clasificadas en varias categorías: humor, matemáticas, reflexiones, sentimientos, educación... y cada una tiene un tiempo estimado de lectura (amena y divertida).

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

TERRITORIO ESTUDIANTE

Las matemáticas son muy «XWLÑHV»

Siham El Abyad
Pedro Fernández Palenzuela
Marina García Montoya
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

Muchos pensamos que las matemáticas no sirven para nada, cuando en realidad estamos rodeados de ellas día a día. Nos vamos a centrar en este artículo en el área de la Criptografía, de la rama del Álgebra, que nos da la seguridad de nuestras cuentas bancarias, al mismo tiempo que sirve para enviar correos online o proteger tu privacidad en los mensajes que recibes o mandas, así como la información que buscas en internet.

También es una herramienta que permite escribir mensajes secretos que solo puedan descifrar aquellos que tengan una clave numérica, y eso es lo que vamos a hacer aquí.

Existe una técnica llamada «cifrado de César» y es muy sencilla. Recibe el nombre por Julio César, cuyas cartas escribía usando las letras que se encontrarían tres posiciones más adelante en el abecedario, en lugar de ellas mismas. Para escribir «**HOLA**», en su lugar pondría «**KRÑD**».

Bien, pues lo que vamos a hacer es muy parecido. A las 27 letras del alfabeto español le hacemos corresponder números del 0 al 26, así $A = 0, B = 1, \ldots, Z = 26$.

A continuación vamos a escoger una clave, solo la tendremos nosotros y el destinatario del mensaje, de esta manera, un desconocido no podrá descifrar el mensaje sin conocerla.

Por ejemplo hagamos que nuestra clave sea 4. Si el mensaje que queremos cifrar es «**HOLA MUNDO**», tomamos los valores de cada letra:

$$H = 7,\ O = 15,\ L = 11,\ A = 0,\ M = 12,\\ U = 21,\ N = 13,\ D = 3.$$

Ahora escribimos el mensaje pero desplazando cada letra cuatro posiciones hacia adelante (sumando 4 a los valores de las letras) o atrás (restando 4) en el abecedario, en nuestro caso lo haremos hacia la derecha.

El mensaje encriptado queda: «**LSOE PYQHS**».

Para desencriptarlo, sabiendo que la clave es 4, debemos desplazar las letras 4 posiciones hacia la izquierda (restándole 4 a los valores numéricos de las nuevas letras) y tendríamos el mensaje original.

Obviamente este cifrado es muy sencillo pues aún sin saber la clave podemos deducirla sin problemas probando con distintas técnicas. El sistema de encriptado que utiliza tu correo electrónico, por ejemplo, es mucho más complejo.

Aunque no debes de temer que alguien pueda descifrar el código de tus mensajes, hoy día solo los ordenadores cuánticos, los más potentes del mundo, son capaces de descifrar uno de estos códigos y aun así ya se están estudiando nuevos cifrados que no sean capaces de resolver. El presente y futuro de tu privacidad están a salvo.

La palabra del enunciado ha sido cifrada con una clave que desconoces, ¿sabrías deducir la clave? ¿de qué palabra se trata? (Pista: la clave es un número menor de 5, puedes ir probando con los distintos números hasta dar con una palabra con sentido). ■

ISSN 1988-5318

Responsables de las secciones

➼ Actividad Matemática en la UAL

- *Actividades organizadas*: María Gracia Sánchez-Lirola Ortega (mgsanche@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Inmaculada López García (milopez@ual.es).

➼ De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria

- *Experiencias docentes*: Elisa Berenguel López (elisaberenguel@gmail.com), David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), Miguel Ángel Fernández Oller (migalbox@hotmail.com), José Abel García Mas (jabelmas@hotmail.com), Nuria Pardo Vidal (penuria@gmail.com) y Miguel Pino Mejías (mpinomej@gmail.com).
- *Enseñanza bilingüe*: Jesús Pérez Castaño (jesus.perez.castano.ext@juntadeandalucia.es).

➼ Divulgación Matemática

- *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es), Florencio Castaño Iglesias (fci@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
- *Concurso de problemas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es), Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es), Francisco Luzón Martínez (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón Cerdán (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).

➼ Territorio Estudiante: Siham El Abyad (sihamlamojonera@gmail.com), Pedro Fernández Palenzuela (pedroferpal@gmail.com), Marina García Montoya (marina-garc-97@hotmail.com), Paula Ortega Trigo (ortegatrigo612@gmail.com), Joaquín Porcel Maleno (j.porcelmaleno@gmail.com) y Álvaro Videgain Barranco (alvarovidegain4@gmail.com).

 ISSN 1988-5318