Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XV. Número 1 — 28 de octubre de 2021

Dominio de funciones irracionales

El aula invertida como estrategia metodológica

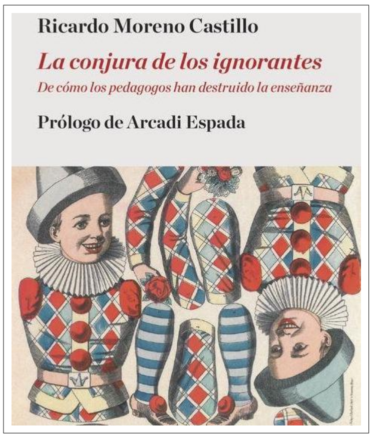
En este número del Boletín presentamos una experiencia docente muy interesante llevada a cabo en el *IES Albaida* de la capital almeriense.

Esta estrategia educativa innovadora se basa en la creación de vídeos explicativos que los estudiantes pueden visualizar en casa y, posteriormente, trabajar sobre las dudas surgidas en las sesiones siguientes.

Este recurso educativo ha sido puesto en práctica por docentes del centro en el periodo de pandemia en la asignatura de Matemáticas con un balance bastante positivo.

(Artículo completo en la página 7)

Conversando con Ricardo Moreno



En este artículo, José Ramón Sánchez, profesor del *IES Los Ángeles*, mantiene una interesantísima conversación con Ricardo Moreno, persona de vasta cultura —licenciado en Matemáticas y doctor en Filosofía— que cuenta con una amplísima trayectoria como escritor y articulista.

No es sencillo resumir este artículo en pocas palabras, así que animamos a sumergirse en su lectura. Seguro que no dejará indiferente a nadie.

(Artículo completo en la página 17)

Editorial: Reflexiones sobre la enseñanza

En este Boletín se plantean dos temas interesantes no ajenos a la polémica académica. Son estos temas controvertidos los que generan debates interesantes que, en muchas ocasiones, conducen a propuestas que pueden ayudar a mejorar lo establecido.

El primero, recogido en la sección de preguntas frecuentes, está relacionado con el acceso al máster de profesorado en la especialidad de Matemáticas, es decir, el máster que es requisito imprescindible para poder ser profesor o profesora de Matemáticas.

Parecería más que razonable que los graduados en Matemáticas fueran los que tuvieran acceso prioritario a él. Sin embargo, esto no ocurre así y tiene sus consecuencias. Planteémoslo con un símil, ¿quién preferiríamos que nos tratara un problema cardíaco, un cardiólogo o un urólogo?

Si preguntaramos a padres y madres qué profesional creen que debería dar clases de Matemáticas a sus hijos o hijas, pensamos que la respuesta parece obvia, pero abrimos aquí el debate.

Respecto al segundo tema, que también da para un amplísimo debate, podemos establecer como punto de partida las reflexiones que aparecen en la conversación del artículo de Cultura y Matemáticas.

Resumen

Actividad Matemática p. 2
Enseñanza Secundaria p. 7
Concurso de problemas p. 9
Divulgación Matemática p. 11
Territorio Estudiante p. 21

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

Isabel María Ortiz Rodríguez
iortiz@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

VI Concurso IndalMat

Cartel anunciador

El pasado 8 de octubre se celebró en la *Universidad de Almería*, la 6.ª edición del concurso de resolución de problemas de matemáticas *IndalMat*.

El evento tuvo una gran acogida ya que se completó el aforo que estuvo limitado a 300 estudiantes, procedentes de una treintena de centros de secundaria y bachillerato de la provincia de Almería.

Tras la realización de los ejercicios del concurso, los asistentes disfrutaron con una magnífica conferencia titulada *El cubo de Rubik* impartida por Ramón Esteban, catedrático de Álgebra en la *Universidad de Valencia*, junto con la colaboración de su compañero Óscar Roldán a través de varios vídeos.

El acto fue clausurado por la vicerrectora de Estudiantes de la UAL, Maribel Ramírez; el Decano de la Facultad de Ciencias Experimentales, Juan José Moreno; el delegado de Educación de la Junta de Andalucía en Almería, Antonio Jiménez, y el coordinador de la jornada, Enrique de Amo. La entrega de premios será en noviembre de este año.

Noche Europea de los Investigadores

El pasado 24 de septiembre la *Noche Europea de los Investigadores* retomó su formato presencial y volvió a llenar de ciencia la Rambla Federico García Lorca y el Patio de los Naranjos de la Delegación del Gobierno de la Junta de Andalucía.

Investigadores de la actividad La belleza de las Matemáticas

Manteniendo todas las medidas de seguridad sanitarias, los investigadores de la *Universidad de Almería* acercaron su trabajo a la ciudadanía. El evento fue todo un éxito, contando con una participación de cientos de personas en esta décima edición que ha estado dedicada al *Pacto Verde Europeo* (EU Green Deal).

Las matemáticas estuvieron presentes en esta edición con las actividades *La belleza de las Matemáticas*, *Matemáticas para la evasión*, *El jardín de los matemáticos* y *Miradas de un geómetra*, que propiciaron el acercamiento del público en general al mundo de la investigación matemática de una forma cercana y lúdica.

Stat Wars (episodio II): El imperio de los datos

Dentro del proyecto *«Stat Wars: El imperio de los datos»*, se llevaron a cabo diferentes actividades online con el *IES Maestro Padilla* de Almería, el *IES Fuente Nueva* de El Ejido y el *IES Profesor Juan Bautista* de El Viso del Alcor (Sevilla), en las que se acercó la estadística a los estudiantes de ESO y Bachillerato con técnicas de gamificación.

Estudiantes del IES Fuente Nueva con su profesor

Jornada científica de ecuaciones en derivadas parciales

Con motivo del 50 cumpleaños del director del departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería*, José Carmona Tapia, el grupo de investigación Análisis no lineal y ecuaciones diferenciales organizó una jornada científica de ecuaciones en derivadas parciales en la que tuvieron lugar distintas conferencias de investigación.

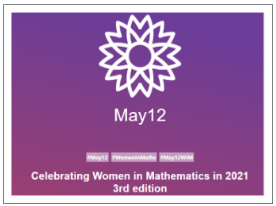
El evento tuvo lugar entre los días 10 y 12 en Mojácar y supuso un punto de encuentro de la comunidad científica que trabaja en este campo.

Foto de grupo del encuentro

ISSN 1988-5318

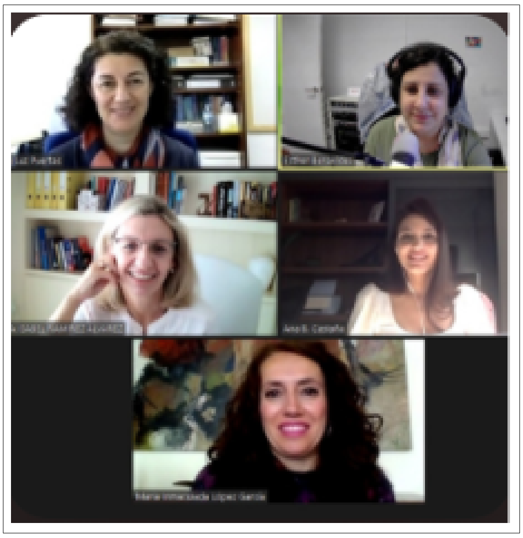
Desde el Boletín aprovechamos la ocasión para felicitar a nuestro director de departamento por su quincuagésimo cumpleaños y le agradecemos la labor docente, investigadora y de gestión que realiza.

Día Internacional de la Mujer Matemática 2021



El pasado 12 de mayo se celebró el *Día Internacional de la Mujer Matemática* con actividades para reivindicar los logros de las mujeres en esta área del saber, así como para inspirar y motivar a más niñas, jóvenes y profesionales a trabajar en esta disciplina.

Desde la *Universidad de Almería* se conmemoró este día con un programa especial de radio que contó con la participación de tres profesoras del departamento de Matemáticas: Ana Belén Castaño, María Inmaculada López, Maribel Ramírez y María Luz Puertas, quienes hablaron de su experiencia personal y profesional en el mundo de las matemáticas.



Un momento de la intervención de nuestras compañeras

La entrevista completa está disponible en la dirección *open.spotify.com/episode/2S8pfzLT7b9lXB1bgEhCHe*.

Esta celebración fue proclamada en Río de Janeiro en el año 2018 por el Comité de Mujeres y Matemáticas de la *Unión Matemática Internacional*. La fecha escogida coincide con el cumpleaños de la matemática iraní Maryam Mirzakhani, primera y única mujer, hasta el momento, en recibir la prestigiosa Medalla Fields. Más información en *may12.womeninmaths.org*.

V Congreso de Jóvenes Investigadores en Diseño de Experimentos y Bioestadística

Isabel María Ortiz e Ignacio Martínez, miembros del grupo de investigación Análisis de Datos de la *Universidad de Almería*, han organizado el *V Congreso de Jóvenes Investigadores en Diseño de Experimentos y Bioestadística*.

Logo

El evento, que tenía previsto celebrarse en junio de 2020 tuvo que ser aplazado por la pandemia y se está desarrollando de forma presencial los días 28 y 29 de octubre.

Su finalidad es favorecer el intercambio de conocimientos y experiencias entre jóvenes investigadores e investigadores consolidados en las áreas del diseño experimental y la Bioestadística. Más información en *www2.ual.es/jede2020*.

Seminario de investigación sobre enseñanza–aprendizaje de la Teoría de Grafos

El 1 de octubre los miembros del departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería* pudieron disfrutar de la conferencia titulada *¿Cómo transcurre el aprendizaje de la teoría de grafos?* impartida por Antonio González Herrera, profesor del departamento de Didáctica de las Matemáticas de la *Universidad de Sevilla* y que ha realizado una estancia en la *Universidad de Almería* para trabajar con la profesora María Luz Puertas.

Curso de Conceptualización de la validez

Del 27 de septiembre al 1 de octubre tuvo lugar el curso *Conceptualización de la validez*, impartido por Eva Cristina Manotas Rodríguez, profesora de la *Universidad Nacional de Colombia*.

El objetivo general del curso fue el de conceptualizar la validez en una investigación con metodología cuantitativa, a través de la planificación y diseño de cada uno de los 5 criterios de la validez, reconociendo la importancia de este proceso en la articulación e integración de los aspectos éticos en la investigación.

Esta actividad se desarrolló de manera presencial en el *Seminario Emmy Noether* del departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería* y fue organizada por el profesor Blas Torrecillas.

Semana de la Ciencia 2021

El Vicerrectorado de Investigación e Innovación de la *Universidad de Almería*, a través de la OTRI, se encuentra organizando la *Semana de la Ciencia 2021*, que este año se celebrará de 8 al 14 de noviembre.

Este evento está dirigido a estudiantes de 4.º de ESO, Bachillerato y Formación Profesional y su objetivo principal es el de lograr una mayor comprensión social de la ciencia y una mejor apreciación del impacto que esta tiene en nuestra vida cotidiana.

Como viene siendo tradicional, dentro de las actividades divulgativas organizadas estará el *Café con Ciencia*, a través del cual se propicia un primer contacto personal y amigable entre estudiantes y científicos de la *Universidad* *de Almería*, mientras desayunan y hablan sobre un tema científico de interés.

Más información en *www.ual.es/semanadelaciencia*.

Premio al mejor TFG en Matemáticas otorgado por la UAL-RSME

Dentro del desarrollo del convenio UAL-RSME, la Facultad de Ciencias Experimentales de la *Universidad de Almería* y la RSME, con objeto de estimular el espíritu científico en los estudiantes de matemáticas, convocan el Premio al mejor Trabajo Fin de Grado del Grado en Matemáticas 2022.

Podrán participar todos los estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL que hayan defendido su TFG en la convocatoria de junio o julio de 2022. El ganador o ganadora recibirá un premio de 300 euros y una suscripción de 2 años a la RSME junto a un diploma acreditativo [1].

Actividades de la SAEM Thales

La *SAEM Thales* ha organizado las siguientes actividades:

- XXVI Edición de los Cursos Thales-Online, con un total de 10 cursos homologados que se impartirán del 15 de octubre al 17 de diciembre.
- Jornadas sobre los retos de la enseñanza en un modelo virtual y presencial. Fecha de realización: del 5 al 7 de noviembre.
- Seminario sobre GeoGebra en Educación Infantil y Primaria. Fecha de realización: del 19 al 21 de noviembre.
- Seminario sobre Matemáticas inclusivas. Fecha de realización: del 26 al 28 de noviembre.

Más información sobre las actividades en *thales.cica.es*.

Noticias matemáticas

Logotipo del Departamento de Matemáticas

Nuevo logotipo del Departamento

Los miembros del Departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería* han elegido un logotipo que identificará al departamento y se usará tanto en los documentos oficiales que se generen como en los objetos de publicidad.

Congreso Bienal de la Real Sociedad Matemática Española

El *Congreso Bienal de la Real Sociedad Matemática Española* se celebrará del 17 al 21 de enero de 2022, de forma presencial, en el campus de Ciudad Real de la *Universidad de Castilla-La Mancha*. El evento tenía previsto celebrarse en enero de 2021, pero tuvo que ser aplazado por la pandemia.

El objetivo del congreso es reconocer y presentar a la comunidad matemática y científica los avances más significativos realizados por matemáticos españoles en el último bienio, prestando especial atención a estimular la participación de jóvenes y reforzar la presencia de las matemáticas en nuestra sociedad.

Más información en *2021.bienalrsme.com*.

Olimpiada Matemática

La Fase Nacional de la *LVII Olimpiada Matemática Española*, que tenía previsto celebrarse de forma presencial en la localidad alicantina de Elche, ha tenido que realizarse en las sedes de los respectivos distritos universitarios debido a la pandemia.

La Facultad de Ciencias Experimentales de la *Universidad de Almería* ha sido la encargada de organizar esta fase nacional en nuestra localidad, la cual se celebró los días 7 y 8 de mayo en la Universidad de Almería y en ella participaron los dos clasificados almerienses en la fase autonómica: Juan Francisco Cuevas, del *IES Campos de Níjar* y Pedro Daureo, del *Colegio Compañía de María*, quienes consiguieron sendas medallas de bronce en la fase nacional. ¡Enhorabuena a Juan Francisco y Pedro!

Posteriormente, el 19 y 20 de julio se celebró la 62.ª Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO).

Al igual que en la edición anterior, la pandemia imposibilitó la celebración de las pruebas de forma presencial en San Petersburgo, realizándose en su lugar de forma remota desde la sede nacional de examen de cada equipo que, en el caso del equipo español, ha sido la Facultad de Matemáticas y Estadística de la UPC (Barcelona).

Nuestros representantes se quedaron en el puesto 63 y consiguieron una medalla de bronce y tres menciones honoríficas. ¡Enhorabuena a todos los componentes del equipo español! Esperamos que hayan disfrutado de la experiencia.

[1] Más información en *www.ual.es/estudios/grados/presentacion/plandeestudios/trabajofinestudios/0419*.

ISSN 1988-5318

Beca Leonardo 2021 para un proyecto de modelado matemático en oncología

Rafael Granero Belinchón, investigador y profesor del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la *Universidad de Cantabria*, ha sido beneficiario de una de las 58 *Becas Leonardo* que la *Fundación BBVA* ha otorgado a Investigadores y Creadores Culturales en su edición de 2021.

Rafael Granero

Rafael Granero ha sido seleccionado por su proyecto *«Análisis y modelado matemático en oncología»*, cuyo objetivo principal es el de estudiar el crecimiento tumoral para desarrollar modelos matemáticos que permitan describir la situación que ocupa la colonia de células tumorales y, de este modo, poder predecir el crecimiento y estudiar diversas propiedades matemáticas que traten de dar soluciones al problema.

Premio Internacional de Estadística 2021

Nan Laird

Nan Laird, profesora de Bioestadística de la *Escuela de Salud Pública de Havard*, ha sido galardonada con el premio internacional de Estadística 2021. Se convierte, así, en la primera mujer en ganar este premio y la tercera laureada, después de David Cox y Bradley Efron.

Este premio bienal, conocido como el «Nobel en Estadística», es otorgado conjuntamente por la *Royal Statistical Society*, la *American Statistical Association*, el *International Statistical Institute*, la *International Biometric Society* y el *Institute of Mathematical Statistics*.

En el caso de Laird, el jurado celebra el que haya proporcionado las herramientas estadísticas para el análisis de datos longitudinales facilitando que otros investigadores respondan con ellas importantes preguntas en aplicaciones a la salud, la medicina o la psicología.

Premio Ruth I. Michler 2021-2022

Shabnam Akhtari

La *Asociación de Mujeres Matemáticas* (AWM, por sus siglas en inglés) ha otorgado el Premio Ruth I. Michler 2021–2022 a Shabnam Akhtari, profesora asociada del Departamento de Matemáticas de la *Universidad de Oregón*, para continuar con su investigación sobre ecuaciones diofánticas clásicas.

La AWM tiene varios programas de este estilo donde se reconoce a las mujeres con mejor expediente académico, a aquellas con mejor tesis doctoral, o bien a las que han contribuido con investigaciones destacadas en ciertas áreas.

Abierto el Museo de Matemáticas PlanetarioMat

Se ha abierto el Museo de Matemáticas *PlanetarioMat* junto al Planetario de Aragón en Huesca. Más información en *planetariomat.planetariodearagon.com*.

Viernes Científico sobre Matemáticas

El próximo 3 de diciembre la Facultad de Ciencias Experimentales organiza un *Viernes Científico* dedicado a las matemáticas. El ponente será el profesor Alfonso Jesús Población Sáez, profesor de la *Universidad de Valladolid*. Su charla se titula *El ABCdario de las Matemáticas*.

Un modelo matemático simula el impacto de nuevas variantes y vacunas del SARS-CoV-2

El grupo de investigación MOMAT de la *Universidad Complutense* de Madrid, en colaboración con la *Universidad de Almería*, ha desarrollado un modelo matemático que permite simular el impacto de las variantes y vacunas del SARS-CoV-2, junto con muchos otros procesos biológicos y sociales en la propagación de la COVID-19.

El modelo obtenido estima cuál podría ser la dinámica de la propagación de la enfermedad, asumiendo escenarios en los que se cuantifican incertidumbres como la aparición de nuevas variantes o la evolución del ritmo de vacunación, en base a los datos y nuevos conocimientos. El modelo, además, tiene en cuenta otros parámetros, como las distintas fases de la enfermedad, los casos no detectados o el impacto de las medidas de control, entre otros.

El estudio, que se realizó tomando como referencia los datos de Italia con la entrada de la variante alpha, está en constante actualización y pone de manifiesto el papel fundamental que desempeñan las matemáticas en la lucha contra la pandemia.

La UAL forma parte del primer «hub» europeo creado en España que conecta matemáticas e industria

La *Red Española Matemática-Industria* (math-in), de la que es miembro la *Universidad de Almería*, ha creado la *Plataforma Española de Tecnologías de Modelización, Simulación y Optimización en un Entorno Digital*, el primer «hub» en el ámbito de las matemáticas de España y de Europa con el que se pretende poner todas las disciplinas matemáticas punteras al alcance de la industria para resolver las necesidades reales a las que estas se enfrentan.

La plataforma está integrada por casi una treintena de entidades, entre las que se encuentran grandes compañías como *Repsol*, *Petronor*, *BBVA AI Factory* y *TSK*, entre otras, y que son miembros activos de la Plataforma y de sus grupos de trabajo.

ISSN 1988-5318

El ámbito de la investigación está representado por centros nacionales de primer nivel como el *Basque Center for Applied Mathematics* (BCAM) y el *Consorcio Público Instituto Tecnológico de Matemática Industrial* (ITMATI); más de una decena de universidades públicas; y agrupaciones nacionales como la *Sociedad Española de Matemática Aplicada* (SEMA) y la *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO).*

La Plataforma está financiada por la *Agencia Estatal de Investigación* del *Ministerio de Ciencia e Innovación*, dentro de convocatoria de ayudas a las Plataformas Tecnológicas y de Innovación, del *Programa Estatal de Investigación, Desarrollo e Innovación Orientada a los Retos de la Sociedad*, en el marco del *Plan Estatal de Investigación Científica y Técnica y de Innovación* 2017–2020.

Colaboración de la Facultad de Ciencias Experimentales con periódicos locales

La Facultad de Ciencias Experimentales de la *Universidad de Almería*, en su firme propósito de acercar la ciencia a la ciudadanía, ha establecido una colaboración periódica con dos periódicos de ámbito local para publicar columnas inéditas de divulgación científica.

Una de las colaboraciones está establecida con el periódico *Diario de Almería*. El nombre genérico de las columnas es *La Ciencia a nuestro alcance*, que se publica los viernes de forma quincenal.

La otra colaboración corresponde al periódico *Ideal*, edición Almería, y los días de publicación son los jueves, también de forma quincenal [2].

Tesis doctorales

El pasado 28 de junio el doctorando Francisco Javier Fernández Maldonado defendió su tesis doctoral titulada *Insectos beneficiosos en invernaderos: estudio de algunos aspectos del canibalismo y la polinización*. Esta tesis pertenece al programa de doctorado en Ciencias Aplicadas al Medio Ambiente y ha sido dirigida por Manuel Gámez Cámara, del Departamento de Matemáticas, junto con Tomás Cabello García, del Departamento de Biología y Geología, y Jozsef Garay, de la Universidad Eötvös Loránd de Budapest (Hungría).

El doctorando realizó su defensa en el seminario Andréi Kolmogorov del Departamento de Matemáticas, a través de un acto público que se celebró por videoconferencia.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: David Arcoya Álvarez, de la Universidad de Granada; Antonio González Herrera, de la Universidad de Sevilla; Salvador López Martínez, de la Universidad Autónoma de Madrid; Cristina Manotas Rodríguez, de la Universidad Nacional de Colombia y Fernando Rambla Barreno, de la Universidad de Cádiz.

Preguntas frecuentes

Si soy estudiante del Grado en Matemáticas y mi vocación es claramente la docencia, ¿cuáles son los pasos que debería seguir?

Si te gusta la docencia y además te atrae también la investigación, para el último curso de tu titulación podrías solicitar una beca de colaboración en el Departamento de Matemáticas. Se trata de ayudas convocadas por el *Ministerio de Educación y Formación Profesional*. Su objetivo es la iniciación en tareas de investigación relacionadas con los estudios que se están cursando, y colaborar con departamentos, en régimen de compatibilidad con dichos estudios, para ampliar conocimientos y facilitar una futura orientación profesional o investigadora.

Si tienes claro que te gustaría ser docente en un centro de educación secundaria y bachillerato, la UAL oferta el Máster en Profesorado de Educación Secundaria con la especialidad en Matemáticas. La duración del programa es de 1 año y esta titulación de postgrado aporta la formación pedagógica y didáctica que habilita para el ejercicio de las profesiones de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Es un requisito imprescindible para acceder a los cuerpos docentes correspondientes.

Asimismo, la UAL oferta el Doble Máster en Profesorado de Educación Secundaria y en Matemáticas. La obtención de estos dos títulos de máster tiene una duración de 3 semestres. Con este doble título se puede acceder

[2] Puedes encontrar todas las columnas publicadas hasta el momento en:

- *www.ual.es/application/files/4116/3246/9677/8534coldiario20210915.pdf*.
- *www.ual.es/application/files/8216/3246/9677/8534colideal20210909.pdf*.

ISSN 1988-5318

al periodo de investigación del doctorado en Matemáticas y capacita para el ejercicio de la docencia en Secundaria.

¿Por qué nos estamos encontrando cada vez más con la situación de que en los institutos la asignatura de Matemáticas la imparte profesorado que no ha cursado una titulación de Matemáticas?

Actualmente, a los matemáticos se les abren otras muchas salidas profesionales distintas a la docencia, ya que se encuentran muy valorados en el mercado laboral y hay un claro aumento de la demanda de matemáticos por parte de las empresas tecnológicas y financieras. Es por ello que solo los que tienen una pronunciada vocación docente optan por enseñar matemáticas en los institutos. De hecho, numerosos artículos en medios nacionales se están haciendo eco de la cantidad de plazas desiertas que han quedado en las últimas oposiciones a docentes de Matemáticas en los institutos españoles.

Además, otra problemática que contribuye a esta situación es la relativa a la admisión de matemáticos en el Máster en Profesorado, quedándose matemáticos fuera del Máster por tener un expediente más bajo que en otras titulaciones, ya que en algunos centros no se incentiva que las plazas de la especialidad de matemáticas sean ocupadas por matemáticos, sino que titulados en ingenierías y en ciencias sociales y de la salud acceden en las mismas condiciones. Y en muchas ocasiones, los graduados en estas otras titulaciones tienen mejores notas medias que los graduados en matemáticas, primando así en la mayoría de los centros el expediente académico al hecho de haber cursado una formación especializada en matemáticas.

Es más que razonable pensar que estos profesionales, los graduados en matemáticas, debido a su formación especializada aportan una visión y un pensamiento matemático a esta materia de una gran calidad. Por lo que sería necesario revisar los criterios de admisión de los programas de Máster en Profesorado con especialidad en matemáticas en las distintas universidades, así como tomar las medidas oportunas para que a largo plazo no se produzca una escasez de matemáticos y matemáticas en nuestros institutos.

ENSEÑANZA SECUNDARIA

El aula invertida como estrategia metodológica

Miguel Ángel Navarro Fernández
IES Albaida (Almería)

El curso académico 2020/21 se iniciaba con mucha incertidumbre ante la situación sanitaria que nos ha tocado vivir. Tras unas primeras semanas de sensaciones enfrentadas en las que se mezclaba mucha ilusión por volver a las aulas y al mismo tiempo preocupación por cómo afectaría el dichoso virus a toda la comunidad educativa, poco a poco la maquinaria se puso en marcha.

Desde el Departamento de Matemáticas del *IES Albaida*, decidimos impartir la modalidad síncrona en los cursos en los que había semipresencialidad (3.º y 4.º de ESO y 1.º de bachillerato), lo que ha permitido al alumnado que no estaba presencialmente en el aula, seguir las clases que se estaban impartiendo en ese momento al otro subgrupo, y poder participar en ellas y preguntar las dudas. Estas sesiones se han llevado a cabo a través de la sala de videoconferencia de *Moodle Centros*, y todos los compañeros/as coincidimos en que fue un acierto optar por esta fórmula, que ha permitido obtener unos resultados bastantes satisfactorios, teniendo en cuenta este curso tan atípico.

En nuestro afán por adaptar la metodología a esta nueva situación, todos hemos intentado innovar en aquello que considerábamos beneficioso para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje, intentando que fuese lo más motivador posible para el alumnado y que le permitiese alcanzar las destrezas y competencias programadas.

En este artículo quiero compartir mi experiencia con una nueva metodología que he aplicado en el aula. Tras realizar un curso organizado por el Centro del Profesorado en el que dos profesores, Dña. Rosa Liarte y D. José Antonio Lucero, contaban su amplia experiencia en la creación de vídeos educativos y hacían referencia a una estrategia innovadora, *«el aula invertida como estrategia metodológica»*, decidí ponerla en práctica con un grupo. Ésta consiste en que el alumnado visualiza previamente un recurso en casa y se aprovecha la siguiente sesión para resolver las dudas en el aula.

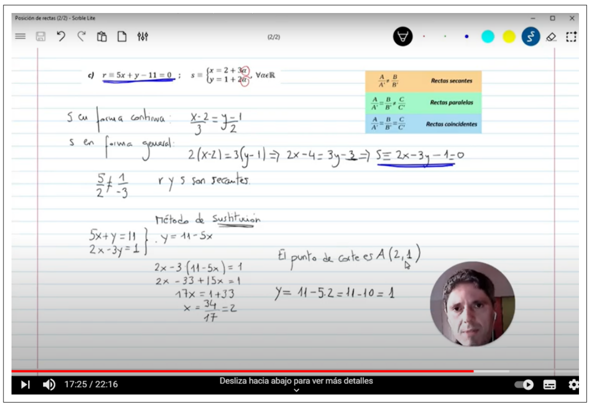


Imagen 1: Captura de pantalla del vídeo elaborado

Evidentemente resulta bastante más motivador para los alumnos/as que el vídeo haya sido creado por su pro-

ISSN 1988-5318

fesor/a, por lo que elaboré un primer vídeo en el que abordaba el estudio de las posiciones relativas de dos rectas en el plano (Imagen 1).

Al poner en práctica esta nueva estrategia metodológica, comprobé que tuvo bastante éxito, ya que todos los alumnos/as del grupo realizaron una actividad relacionada de forma satisfactoria y posteriormente superaron las pruebas escritas relacionadas con esos contenidos trabajados en el vídeo, incluso los alumnos que presentaban más dificultades con las Matemáticas, así que la apliqué también en otras unidades didácticas con resultados también positivos, que comentaré más adelante.

Como ejemplo, haré referencia a la unidad didáctica de funciones. Tras recordar en clase los conceptos de función, de dominio y del recorrido, planteé una tarea en *Moodle*, en la que los alumnos/as previamente tenían que visualizar dos vídeos, cuyos enlaces son:

- *www.youtube.com/watch?v=BzUXZZVKfNw*
- *www.youtube.com/watch?v=LJ0tYYMHR_A*

y posteriormente tenían que calcular el dominio de dos funciones racionales y de dos funciones irracionales (Imagen 2)

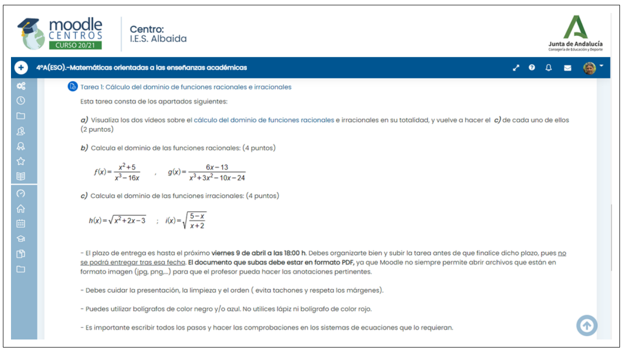


Imagen 2: Tarea programada

Para la grabación de este tipo de vídeos, cada docente puede elegir cómo realizarla (puede decidir si aparece o no en el vídeo, utilizar una pizarra convencional o pizarra digital interactiva, etc.). Posteriormente, una vez grabado el vídeo, hay que editarlo. Para ello existen muchísimos editores de vídeos, algunos de ellos gratuitos, la mayoría de los cuales son bastante intuitivos de usar.

En la creación de los vídeos anteriores, utilicé la aplicación de capturador de pantalla *Loom* en su versión gratuita, que permite grabar la pantalla del ordenador e incluir al autor, así como una aplicación para la escritura a mano alzada (*Scrble Lite*) de entre las múltiples que existen, con la ayuda de una tableta gráfica.

A continuación edité los vídeos creados con el programa *Filmora*, aunque como he indicado antes, existe una amplia gama de aplicaciones y programas, que ofrecen prestaciones muy similares. Finalmente, subí los vídeos a un canal que previamente había creado en *Youtube* (Imagen 3)

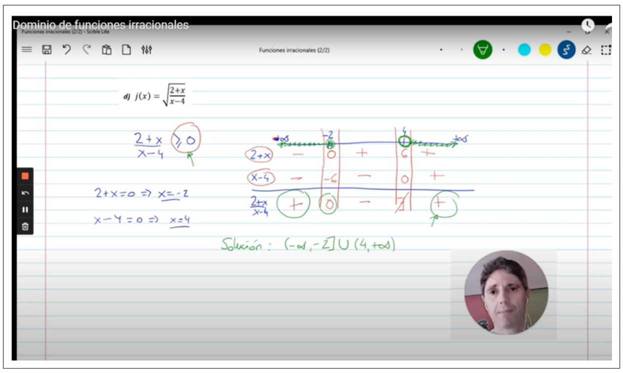


Imagen 3: Vídeo creado

Hay que tener en cuenta que la creación y edición de estos materiales requieren mucha dedicación y trabajo, por lo que se trata de crearlos poco a poco, pues esos materiales nos servirán para otros cursos académicos. Otra opción es utilizar vídeos creados por otros autores, en cuyo caso habrá que verlos previamente para comprobar que no hay errores y que se ajustan a lo que queremos que nuestro alumnado trabaje.

Otro aspecto importante es que esta estrategia metodológica resulta de gran utilidad para atender a la diversidad del alumnado. Los alumnos/as que tienen más dificultad para mantener la atención en el aula, tienen la posibilidad de poder visualizar el vídeo con las explicaciones expuestas por su profesor/a tantas veces como necesiten y en cualquier momento.

Para analizar los resultados obtenidos con más profundidad, comentar que entre los alumnos/as del grupo de 4.º de ESO en el que he combinado esta metodología con las más tradicionales, han superado finalmente la materia de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas, 30 de 31 alumnos, destacando que entre el alumnado que presentaba más dificultades con la materia, la mayoría han evolucionado de manera satisfactoria.

De cualquier forma, es necesario señalar que existen múltiples factores que hacen que esta estrategia metodológica sea más o menos efectiva con un grupo que con otro, como el tipo de alumnado al que se dirige, los medios tecnológicos de los que disponen, etc., por lo que hay que tener en cuenta que lo que ha funcionado muy bien con un grupo, no necesariamente tiene que funcionar igual de bien con otro. Sin embargo, es un recurso más que los docentes podemos utilizar y combinar con otras metodologías. ■

ISSN 1988-5318

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Symbiosis between two languages

José Luis García García
IES Mar Mediterráneo (Aguadulce, Almería)

One might think that the development of Mathematics within bilingual programmes does not go far enough. This science has its own universal language that, based on numbers and different notations, is enough to explain its contents. We could conclude. therefore, that bilingualism is limited in this subject to a mere translation of mathematical language. However, if we consider the objectives and competencies established in the current regulations for Mathematics, we will see that, to achieve these goals, it is not possible to isolate oneself from the physical world or from the knowledge acquired from the different areas, so that this knowledge can be integrated creatively, analytically and critically.

Logo

This is where our experience of success begins. We work with the students to get closer to the world; to do this, we use the narrative in English as a link. It is about creating stories linking two worlds: the theoretical one studied in class and the real one perceived outside of it.

The instrument we use to develop our strategy is the *Story Jumper* website: *www.storyjumper.com*. Students create their works, both individually and collaboratively, achieving final products such as electronic books, in paper format or illustrated audiobooks with their corresponding voice recordings.

Regarding the content of the stories, these are divided into three options, which seeks to adapt the task to each student's aptitudes. In the first place, it is possible to tell the life of an illustrious mathematician in the first person related to the contents seen during the course. It is always sought to do it in an entertaining way including anecdotes and curiosities, as well as his contributions to the mathematical world. The second option, more fanciful, tells a story in which students must avoid the end of the world when they are trapped in the caves under Stonehenge.

Stonehenge (Wikimedia)

To do this, they must solve the ancient riddles that they will find engraved on its dolmens. In this case, the enunciation of the riddles is provided to the students, who, in addition to creating the story, have to solve the problems. Finally, creative freedom is left to the students, so that those who feel capable can elaborate their own history. The only determining factor is that crossroads must appear in which, thanks to the mathematical content studied in each unit, progress is made throughout history.

The result of this process is the use of Mathematics within a pleasant context, which is expressed through a foreign language. Transversally, students unleash their creativity while working their digital, linguistic and mathematical skills, among others. Finally, it should be mentioned that, by obtaining quality final products, it is possible to go beyond the school boundaries, publicize the work carried out on social networks and even publish some of the stories, thus favoring entrepreneurship in the classroom. ■

Concurso de problemas

Problema propuesto

Supongamos 12 puntos A, B, C . . . en el plano, de forma que no haya 3 que estén alineados.

1. ¿Cuántas rectas podemos trazar de forma que cada una pase por 2 de esos 12 puntos?, ¿cuántas pasan por el punto A?
2. ¿Cuántos triángulos podemos trazar que tengan sus vértices en los puntos señalados?, ¿cuántos de ellos tienen al punto A entre sus vértices?
3. ¿Cuántas rectas, como máximo, pueden cortarse en un mismo punto del plano distinto de los 12 de partida?

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un estupendo ***reloj inteligente (smartwatch)*** y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico `bmatema@ual.es` ***hasta el 15 de enero***.
Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

 ISSN 1988-5318

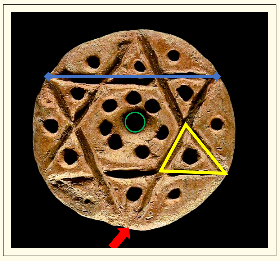
Resultado del concurso del número anterior

Paula Gómez Ortiz

En esta edición el jurado ha decidido otorgar el premio a la solución enviada por Paula Gómez Ortiz, alumna de 2.º de Bachillerato del *IES Fuente Nueva* (El Ejido, Almería).

También se ha decidido otorgar un accésit al alumno Vicente Pérez Garbín del primer año del Diploma del Bachillerato Internacional, *colegio SEK Alborán* de Almerimar (El Ejido, Almería).

Problema propuesto en el número anterior



En el Conjunto Monumental de la Alcazaba de Almería se encuentra este sello cerámico.

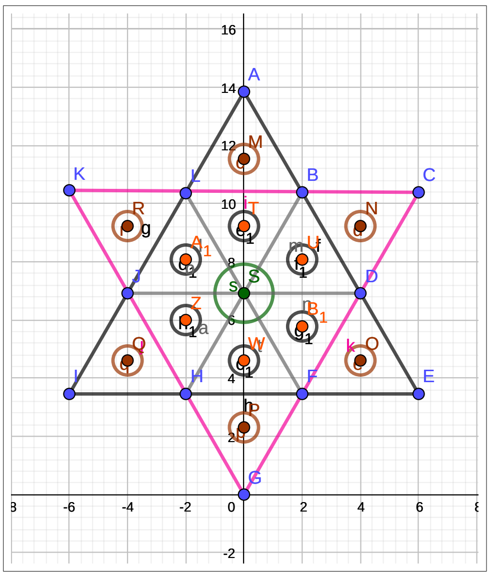
Ana quiere dibujar un sello parecido, con figuras geométricas regulares y 6 ejes de simetría.

Para ello situará en el origen de coordenadas el vértice señalado con la flecha roja, el segmento azul lo hará de 12 cm, la circunferencia central verde de 1 cm de radio y sólo dibujará 6 círculos pequeños de 0.5 cm de radio centrados en los baricentros de los 6 triángulos del tipo el marcado en amarillo.

Calcula las coordenadas de todos los puntos necesarios (vértices de los triángulos y centros de los círculos) para que Ana dibuje el sello. Envía también el dibujo resultante.

Solución:

La alumna nos envía la siguiente figura realizada con *Geogebra* que ilustra la solución del problema:

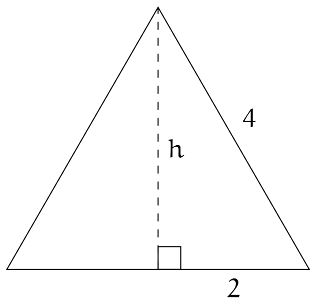


Dice el problema que el segmento azul mide 12 cm y, como son triángulos equiláteros (con todos sus lados iguales) todos los lados han de medir 12 cm.

Al decir el enunciado que hay 6 ejes de simetría, eso nos dice que todos los triángulos que podemos ver en la figura son equiláteros.

Por tanto, si dividimos el segmento azul en 3 partes, nos daría cuanto mide los lados del triángulo amarillo: 4 cm.

Consideremos el triángulo amarillo.



Aplicando el *teorema de Pitágoras* tenemos que $h = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3.46$ cm.

La altura de la figura completa será la altura de uno de los triángulos mayores más la altura del triángulo amarillo.

Siguiendo el mismo razonamiento anterior, la altura del triángulo mayor será $H = \sqrt{12^2 - 6^2} = 10.39$ cm, por lo que la altura total de la figura será

$$h_t = H + h = 10.39 + 3.46 = 13.85 \text{ cm}$$

Al saber que la figura mide 13.85 cm, el punto A es $(0, 13.85)$ y el G es el $(0, 0)$. Además, el centro de la figura estará en $S(0, 6.92)$. Esto último se debe a que si la figura que se forma en el centro es un hexágono, formado a su vez por 6 triángulos, para conocer S se ha de sumar a esta altura la del triángulo que forma el pico de la estrella, es decir, $3.46 + 3.46 = 6.92$.

Por tanto, D y J han de estar en el eje Y a la misma altura que S. Además, teniendo en cuenta la figura del hexágono, la distancia entre J y S es igual al lado de los triángulos que lo forman, siendo 4 y lo mismo ocurre con D.

En cuanto al triángulo superior $\widehat{ABL}$, B y L deben estar a una distancia de 2 en el eje X y en el eje Y a 10.39, que es la altura del triángulo $\widehat{KCG}$. Lo mismo ocurre con el triángulo $\widehat{HFG}$.

De los dos que restan, ya sabemos B, F y D, quedando solo los puntos C y E.

Para hallar C solo debemos sumarle 4 a la coordenada x de B y la coordenada y sería la misma que la de B.

Para E, sabemos que en el eje Y se encuentra igual que F y que en el eje X le pasa lo mismo que a C y B.

ISSN 1988-5318

Para concluir, tendríamos que:

$$\begin{array}{lll} A(0,13.85) & B(2,10.39) & C(6,10.39) \\ D(4,6.2) & E(6,3.46) & F(2,3.46) \\ G(0,0) & H(-2,3.46) & I(-6,3.46) \\ J(-4,6.92) & K(-6,10.39) & L(-2,10.39) \\ S(0,6.92) & & \end{array}$$

Pasemos ahora a calcular los baricentros de los triángulos. Dicho baricentro se calcula con las medias de las coordenadas, es decir,

$$\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right).$$

Así pues, tenemos que los baricentros de los triángulos son:

- $\widehat{ABL}$: $M = \left(\frac{0+2-2}{3}, \frac{13.85+10.39+10.39}{3}\right) = (0, 11.54)$.
- $\widehat{BCD}$: $N = (4, 9.23)$.
- $\widehat{DEF}$: $O = (4, 4.61)$.
- $\widehat{FHG}$: $P = (0, 2.31)$.

Por simetría, podemos decir que Q y R tienen las mismas coordenadas que O y N, respectivamente, salvo con la coordenada x negativa, es decir,

$$Q = (-4, 4.61) \quad R = (-4, 9.23).$$

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

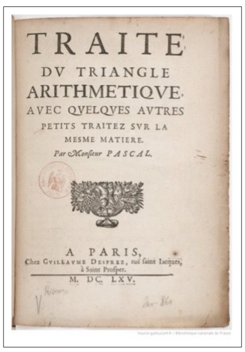
Pascal y su triángulo

Blas Torrecillas Jover
Universidad de Almería

Una de las figuras con números más famosa es el triángulo de Pascal.

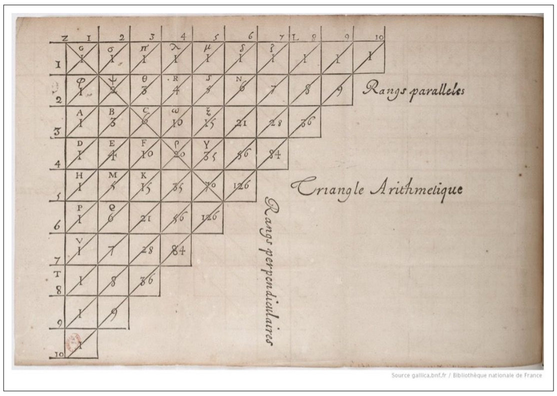
$$\begin{array}{lccccccccccccccc}
\text{Fila 0:} & & & & & & & & 1 & & & & & & & \\
\text{Fila 1:} & & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & \\
\text{Fila 2:} & & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & \\
\text{Fila 3:} & & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & \\
\text{Fila 4:} & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & \\
\text{Fila 5:} & & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & \\
\text{Fila 6:} & & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & \\
\text{Fila 7:} & 1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1
\end{array}$$

Cada fila se construye comenzando con un uno y luego cada término se obtiene sumando los dos que tiene encima, la fila se termina con otro uno. Así, por ejemplo, la tercera fila (la fila con un solo uno es la fila cero) comienza con un 1, luego $1+2=3$, $2+1=3$ y se termina cada fila añadiendo un 1.


TRAITE
DV TRIANGLE
ARITHMETIQVE.
AVEC QVELQVES AVTRES
PETITS TRAITEZ SVR LA
MESME MATIERE.
Par Monsieur PASCAL.
A PARIS,
M. DC. LXV.

Libro de Pascal

Esta configuración, aunque rotada 45°, aparece por primera vez en la obra de Blaise Pascal titulada *Traité du triangle arithmétique avec quelques autres petits traitez sur la mesme matière*, que se publicó póstumamente en 1665. En Italia este triángulo es conocido como el *triángulo de Tartaglia*, en honor a Niccolò Fontana Tartaglia (1500-1557) que, aunque en forma rectangular, lo describió en su libro *Tratado general sobre números y medidas* publicado entre 1556 y 1560.



Triangulo de Pascal tal y como aparece en su libro

Blaise Pascal nació en Clermont d'Alvèrnia (hoy Clermon-Ferrand) el 19 de junio de 1623 y murió en París el 19 de agosto de 1662. Sus padres, jurista él y ella, hija de comerciantes burgueses, disponían de medios económicos para dar a Blaise una muy buena educación. Blaise destacó desde muy pequeño en sus estudios y su padre decidió dedicar parte de su tiempo a su educación. Se trasladó a Paris a la edad de cuatro años y con quince años acompañaba a su padre a sus reuniones con científicos parisinos.

Blaise Pascal

Pascal se interesó por la física, la computación, la filosofía y la religión además de las matemáticas, el aspecto de su actividad intelectual que nos interesa aquí. En matemáticas, estudió numerosos problemas de probabilidad que discutió por carta con otro famoso matemático francés de la época, Pierre Fermat, y que pueden considerarse el inicio de la disciplina matemática de la probabilidad. En el texto mencionado Pascal obtuvo las propiedades principales de este triángulo aritmético.

Algunas de las propiedades más conocidas son:

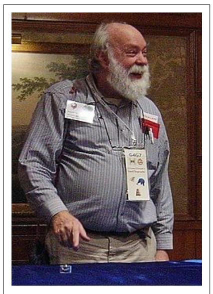
- El triángulo es simétrico respecto a la bisectriz del

ISSN 1988-5318

ángulo superior.

- La primera diagonal esta formada por unos, la segunda diagonal es la lista de los números, en la tercera diagonal aparecen los números triangulares (canicas necesarias para formar triángulos, estos números se obtienen sumando números enteros sucesivos, i.e. 1, $1+2=3$, $1+2+3=6$, $1+2+3+4=10, \ldots, \frac{n(n+1)}{2}$, la cuarta diagonal son los números tetraédricos (el número de esferas que pueden empaquetarse en un tetraedro de arista de longitud n), y así sucesivamente.
- La suma de los números en la fila n-ésima es 2^n.
- Todos los elementos, salvo los unos, de la fila p-ésima con p primo son múltiplos de p.
- Del triángulo se puede extraer la sucesión de Fibonacci.

También lo relacionó con las combinaciones, cada elemento del triángulo nos da el número de combinaciones que se pueden hacer con tantos elementos como el orden de la fila y tomados según el orden del elemento dentro de esa fila. Así, por ejemplo, el diez está en la fila quinta y en el lugar tercero, luego corresponde al número combinatorio $C_{5,3}$.


David Singmaster

Por tanto está relacionado con los coeficientes del desarrollo de $(x+y)^n$ a través del *binomio de Newton*. Por ejemplo $(x+y)^5 = x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$. Los coeficientes del desarrollo son los elementos de la fila quinta del triángulo.

Existen muchas más propiedades aritméticas del triángulo de Pascal. Una muy famosa que me gustaría comentar es la *conjetura de Singmaster*, propuesta por el matemático americano David Singmaster (1938–) en 1971.

La conjetura afirma que un número entero positivo sólo puede aparecer un número finito de veces en el triángulo. El 2 aparece una vez; $3, 4, 5$ parecen dos veces, infinitos números aparecen dos veces; todos los primos impares aparecen dos veces; el 6 aparece tres veces; infinitos números aparecen seis veces. Se piensa que ocho veces (las apariciones de 3003) puede ser el mayor número de apariciones.


Terence Tao

Recientemente el gran matemático australiano Terence Tao (Adelaida 1975–), que trabaja en la *Universidad de California* en Los Ángeles y ganador de la Medalla Fields en 2014 ha obtenido, junto con sus colaboradores, un avance importante en la solución de la conjetura. Estos autores han probado que en una cierta región infinita del triángulo un número aparece como máximo cuatro veces.

Para saber más sobre la conjetura se pueden consultar los artículos que aparecen en las referencias.

Referencias

[1] Singmaster, D. (1971), *Research Problems: How often does an integer occur as a binomial coefficient?*, American Mathematical Monthly, 78 (4): 385–386.

[2] Abbott, H. L.; Erdős, P.; Hanson, D. (1974), *On the number of times an integer occurs as a binomial coefficient*, American Mathematical Monthly, 81 (3): 256–261.

[3] Matomäki, K.; Rasziwill, M.; Shao, X.; Tao, T.; Teräväinen, J., *Singmaster's conjecture in the interior of Pascal's triangle*, arXiv:2106.03335.

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Las matemáticas y las consecuencias del cambio climático

Ana Devaki Maldonado González
Universidad de Almería

El cambio climático es un fenómeno que de forma natural ocurre en nuestro planeta desde hace millones de años. Estos cambios siempre se han producido en largos periodos de tiempo, del orden de miles de años. En cambio, el cambio climático inducido por la acción del ser humano (el que experimentamos actualmente) está ocurriendo a un ritmo mucho mayor.

El efecto invernadero (natural) hizo que la vida en la Tierra fuera posible, ya que sin él la fría temperatura del planeta lo haría inhabitable. Sin embargo, el aumento de gases de efecto invernadero, como el CO_2, intensifican este efecto, haciendo que la temperatura del planeta aumente más de lo que debiera.

Entre las consecuencias del aumento de temperatura está la pérdida de especies que no son capaces de adaptarse a cambios tan rápidos. No todas se verán afectadas de la misma manera, ya que cada una tiene distinto rango de tolerancia a los cambios. Un grupo de especies particularmente sensible es el de los anfibios, ya que no son capaces de regular su temperatura corporal (como sí hacemos los mamíferos), sino que dependen del entorno para alcanzar una determinada temperatura. Esta condición les

ISSN 1988-5318

hace altamente dependientes de los factores ambientales. Entonces, ¿podemos saber cómo afectará el cambio climático a los anfibios?

Los modelos matemáticos nos permiten describir las relaciones entre una variable de interés (la riqueza de anfibios) y unas variables predictoras que ayudan a explicar su comportamiento (los factores ambientales), de manera que podemos representar un sistema complejo de manera simplificada.

Por ejemplo, la riqueza de especies en Andalucía puede ser explicada por variables climáticas como la temperatura, la precipitación, o la radiación solar, entre otras, así como por variables que representan distintos tipos de usos del suelo, como el agrícola, el forestal o el urbano.

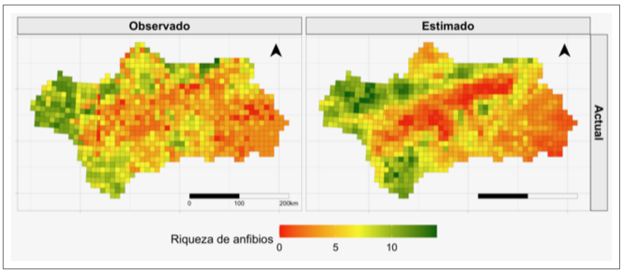


Figura 1. Valores observados y estimados de la riqueza de anfibios en Andalucía

La Figura 1 muestra la distribución espacial de la riqueza de anfibios observada en Andalucía (izquierda) y la estimada (derecha) mediante un modelo de regresión (técnica estadística usada para predecir variables cuantitativas). A simple vista se observa que el modelo es capaz de detectar las zonas con mayor número de anfibios (en verde) de aquellos lugares con escasa presencia (en rojo).

Una vez construido el modelo podemos hacer predicciones y responder a preguntas tipo ¿y si...?, como, por ejemplo, ¿y si la temperatura aumenta 1.5 grados? También podemos plantear escenarios incluyendo cambios en diversas variables predictoras.

El *Panel Intergubernamental para el Cambio Climático* (IPCC por sus siglas en inglés) propone una serie de escenarios de emisiones que se pueden utilizar para predecir qué ocurrirá con la riqueza de especies si estos se acaban materializando. En la región de Andalucía, los 3 escenarios del 4.º informe con más probabilidad de ocurrir eran el A1B, A2 y B1.

Comparando los tres escenarios en función del aumento de emisiones de CO_2, el escenario A2 presenta el mayor crecimiento, seguido del A1B y, finalmente, el escenario B1, que se traducen en un aumento de entre 2 y 4 grados de la temperatura superficial para finales del año 2100.

Aplicando estos escenarios a distintos modelos climáticos de circulación general, se pueden obtener los valores esperados de las variables climáticas para distintos periodos de tiempo. Así, la *Red de Información Ambiental de Andalucía* (REDIAM) ofrece la descarga de una serie de variables climáticas proyectadas para los periodos 2011–2040, 2041–2070 y 2071–2100 según los 3 escenarios de cambio climático mencionados.

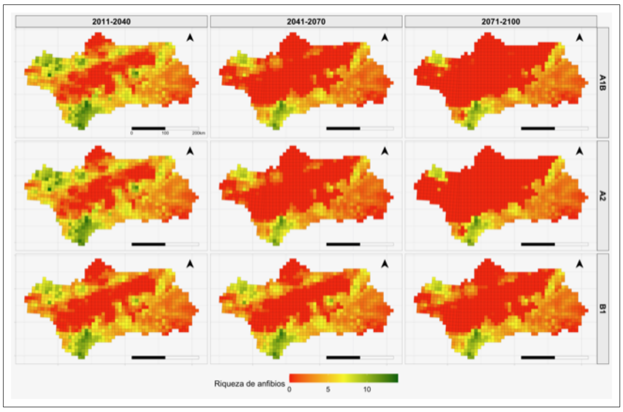


Figura 2. Distribución de riqueza de especies estimada bajo los 3 escenarios de cambio climático en 3 periodos de tiempo

La Figura 2 muestra la distribución espacial estimada de la riqueza de anfibios para cada periodo (columnas) y escenario propuesto (filas).

En líneas generales, se puede observar una gran reducción en la riqueza de especies a medio y largo plazo en los 3 escenarios con respecto a la situación actual (Figura 1). Si estas predicciones se hacen realidad, desaparecerán casi la totalidad de las especies de anfibio que ahora habitan en Sierra Morena para el año 2100. En este sentido, el escenario B1 es el más esperanzador de los 3. Por otro lado, se observa que la zona de Grazalema mantendrá la riqueza de anfibios, aunque en una región muy reducida con respecto a la situación actual.

Los modelos matemáticos son muy útiles para predecir situaciones futuras, brindándonos la oportunidad de abordar problemas complejos y actuar con antelación suficiente para prevenir, en este caso, desastres ecológicos.

Este artículo está basado en un estudio [1] publicado en *Global Ecology and Conservation* en 2020.

Referencias

[1] Maldonado, A. D., et al. *Probabilistic graphical models for species richness prediction: Are current protected areas effective to face climate emergency?* Global Ecology and Conservation 23 (2020): e01162. doi: *doi.org/10.1016/j.gecco.2020.e01162*.

■

ISSN 1988-5318

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Mujeres galardonadas

El Premio José Luis Rubio de Francia de Matemáticas

Juan Núñez Valdés
Universidad de Sevilla

Isabel María Ortiz Rodríguez
Universidad de Almería

El *Premio José Luis Rubio de Francia* lo otorga cada año la *Real Sociedad Matemática Española*, con el patrocinio de la *Universidad Autónoma de Madrid* y la *Universidad de Zaragoza*, a un/a investigador/a doctor/a, menor de 32 años, español/a o que haya realizado su trabajo en España [3].

Iniciada su andadura en 2004, este premio lleva el nombre de José Luis Rubio de Francia en honor a este matemático nacido en Miedes de Aragón (Zaragoza), en 1949. José Luis se licenció en Matemáticas en la *Universidad de Zaragoza*, en la que se doctoró en 1974, con una tesis titulada *Integración en grupos clásicos y abstractos con aplicaciones al Análisis de Fourier*. Completó su formación en la Universidad de Princeton (EE. UU.).

Trabajó en las universidades de Zaragoza y Autónoma de Madrid, realizando y dirigiendo numerosos trabajos de investigación, pero falleció muy joven, con apenas 38 años. En el artículo de A. Córdoba (1988) puede ampliarse la información sobre su vida y obra científica.

Los ganadores de este premio desde 2004 a 2020 han sido: Joaquim Puig, Javier Parcet, Santiago Morales Domingo, Pablo Mira Carrillo, Francisco Gancedo, Álvaro Pelayo, Carlos Beltrán, Alberto Enciso Carrasco, María Pe Pereira, Ángel Castro Martínez, Nuno Freitas, Roger Casals, Xavier Ros-Oton, Angelo Lucia, Joaquim Serra Montolí, María Ángeles García Ferrero y Daniel Sanz Alonso.

Mujeres galardonadas con el Premio José Luis Rubio de Francia

María Pe Pereira. Fotografía del Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach con licencia CC-BY-SA 2.0

María Pe Pereira (Burgos, 1981) obtuvo la medalla de oro en la Olimpiada Matemática Española a los 17 años. Se licenció en Matemáticas en 2004 en la *Universidad Complutense* de Madrid y en 2011 se doctoró en esta universidad con la tesis titulada *On Nash Problem for Quotient Surface Singularities*.

En la concesión del *Premio José Luis Rubio de Francia* en 2012, el jurado destacó que María Pe Pereira hizo importantísimas contribuciones matemáticas a la teoría de singularidades, especialmente en conexión con el célebre problema de arcos, propuesto en 1968 por John Forbes Nash para las superficies singulares. La posterior resolución del problema en toda su generalidad, logro que alcanzó junto a su director de tesis, Javier Fernández de Bobadilla, se publicó en 2012 en la revista *Annals of Mathematics*.

Actualmente es profesora en el Departamento de Álgebra, Geometría y Topología, de la *Universidad Complutense* de Madrid.

María Ángeles García Ferrero

María Ángeles García Ferrero (León, 1991) se licenció en Física en la *Universidad de Valladolid* y se doctoró en Matemáticas en la *Universidad Complutense* de Madrid, obteniendo seguidamente una plaza de investigación postdoctoral en el *Instituto Max Planck para las Matemáticas en las Ciencias Naturales* de Leipzig (Alemania), de la que pasó al *Instituto de Matemática Aplicada* de la *Universidad de Heidelberg*.

En 2018 recibió el *Premio Vicent Caselles* de Matemáticas y en 2019 el *Premio José Luis Rubio de Francia* por, según el jurado, su trabajo en el campo de las ecuaciones en derivadas parciales y, en concreto, su teoría de aproximación global para la ecuación del calor y su aplicación al estudio de puntos calientes y superficies isotermas, desarrollada con Alberto Enciso y Daniel Peralta, investigadores del *Instituto de Ciencias Matemáticas*

[3] *www.rsme.es/premios/premio-jose-luis-rubio-de-francia*.

ISSN 1988-5318

(ICMAT). El jurado valoró su capacidad de *«probar algo realmente nuevo y en general sobre un objeto simple y clásico como la ecuación del calor»*.

Mujeres galardonadas con el Premio Vicent Caselles en 2021

En el Volumen XIV, número 2, de este Boletín, presentamos las mujeres que habían sido galardonadas con el *Premio Vicent Caselles de Matemáticas* hasta 2020. En la edición de 2021 han recibido este premio: Jon Asier Bárcena Petisco, Xavier Fernández-Real, José Ángel González-Prieto, Mercedes Pelegrín García, Abraham Rueda Zoca y María de la Paz Tirado Hernández. Como complemento a este artículo, vamos a incluir una breve biografía de las dos mujeres premiadas en 2021.

Mercedes Pelegrín

Mercedes Pelegrín García (Murcia, 1992) estudió en la *Universidad de Murcia* el Doble Grado en Matemáticas e Ingeniería Informática y el Máster en Matemáticas Avanzadas, especialidad de Investigación Operativa. Se doctoró en 2019 con la tesis titulada *Set packing, location and related problems*, que le valió para conseguir el primer premio del *SOLA Dissertation Award*, un concurso bianual que premia a la mejor tesis doctoral a nivel mundial en el campo de la *«ciencia de la localización»*.

Los problemas de optimización sobre los que trabaja tienen muchas aplicaciones, por ejemplo, para la instalación de puntos de recarga de vehículos en una ciudad y en la organización del tráfico de los futuros «coches voladores».

Actualmente es investigadora postdoctoral en el *Laboratorio de Informática LIX* de la *École Polytechnique* (París).

María de la Paz Tirado Hernández (Sevilla, 1991) estudió el Grado en Matemáticas y el Máster en Matemáticas Avanzadas en la *Universidad de Sevilla*. En 2014 obtuvo una beca de iniciación a la investigación en el Instituto Matemático de esa universidad, que dedicó a estudiar las derivaciones de Hasse-Schmidt y el concepto de integrabilidad.

María de la Paz Tirado

Tras conseguir un contrato asociado a un proyecto de excelencia de la Junta de Andalucía, realizó una estancia predoctoral en la *Universidad Paris-Diderot* y en mayo de 2019 se doctoró en Matemáticas en la *Universidad de Sevilla* con la tesis titulada *Leaps of the chain of m-integrable derivations in the sense of Hasse-Schmidt*. El jurado del premio ha destacado *«su autonomía científica, avalada por publicaciones en solitario de alta calidad»*. Actualmente trabaja como profesora contratada en la *Universidad de Sevilla*.

Conclusiones

La presencia de las mujeres en la relación de galardonados con Premios de Matemáticas va incrementándose poco a poco y esperamos que pueda llegar, al menos, a la situación ideal para muchos de un porcentaje del 40 %.

Con estas breves biografías deseamos motivar a las actuales estudiantes universitarias de matemáticas para que sigan el ejemplo de estas chicas, porque pueden llegar a ser las próximas galardonadas.

Referencias

[1] Córdoba Barba, A. (1988). *José Luis Rubio de Francia (1949–88). Semblanza de su vida y obra*, Revista matemática iberoamericana 4:1, 1–10.

■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

El número plástico

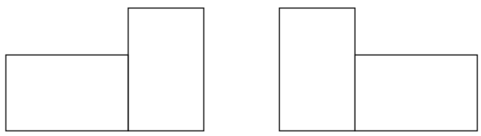
José Antonio Rodríguez Lallena
Universidad de Almería

En un artículo anterior (*Algunas proporciones famosas*, volumen XII, número 3) tratamos de ciertas proporciones que se dan en objetos planos, entre otras muchas la proporción áurea, dada por el número

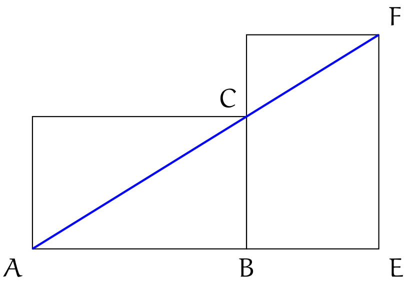
$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803.$$

Para el desarrollo de este artículo, necesitamos conocer primero la siguiente caracterización de dicha proporción.

Consideramos una figura plana formada por la unión de dos copias del mismo rectángulo, de modo que una de las copias tenga como base su lado mayor, la otra su lado menor y la base de la figura sea la unión de esas bases. Es decir, la figura es una de las dos siguientes (como son simétricas, basta considerar una de ellas, la de la izquierda):



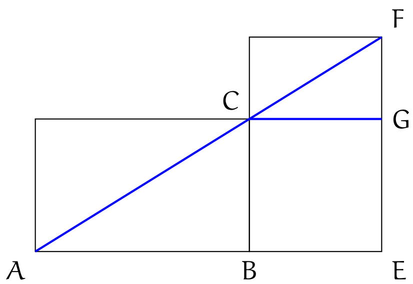
Pues bien, probaremos que un rectángulo es áureo si, y solo si, al disponerlo junto con una copia suya como en la parte izquierda de la figura anterior, la prolongación de la diagonal creciente del rectángulo izquierdo corta al vértice superior opuesto del rectángulo derecho:



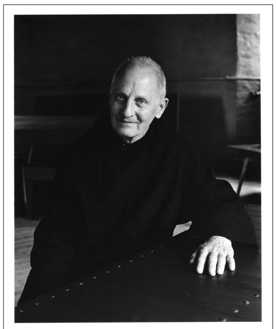
Observe que, en la parte derecha de la primera figura, dicha prolongación cortaría al lado derecho del segundo rectángulo por debajo de dicho vértice; pero si el rectángulo fuese más parecido a un cuadrado (por una menor diferencia de sus dos lados), entonces la prolongación cortaría a la recta que contiene dicho lado por encima del vértice.

En lo que sigue, al segmento de extremos X e Y lo representaremos por $\overline{XY}$ mientras que XY denotará su longitud.

Recordemos que un rectángulo R es áureo si, y solo si, el que se obtiene quitándole por su lado menor l un cuadrado de lado l, R', es semejante a R (R' también es áureo); dicho de otro modo, si la pendiente de la diagonal creciente de ambos rectángulos coincide. En particular, el rectángulo de la figura anterior es áureo si, y solo si, al quitarle desde su lado $\overline{BE}$ el cuadrado de lados BE y BC, entonces se obtiene un rectángulo áureo, cuya diagonal es $\overline{CF}$):



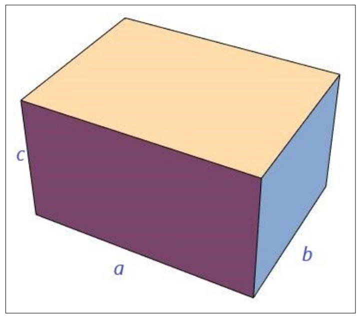
Ahora bien, que esas pendientes coincidan es equivalente a decir que la prolongación de $\overline{AC}$ pasa por el vértice F, como se quería probar.


Hans Dom van der Laan

Los griegos se plantearon extender la proporción áurea al espacio de tres dimensiones, llegando a considerar armoniosas, en paralelepípedos rectos, proporciones tales como $1 \times 1 \times \Phi$, $1 \times \Phi \times \Phi$, $1 \times \Phi \times \Phi^2$ y $1 \times \Phi^2 \times \Phi^3$, pero ninguna de ellas se impuso, quizá porque no cumplían propiedades geométricas tan interesantes como las que satisface el rectángulo áureo.

Tuvieron que pasar muchos siglos para que se avanzase en este sentido, cuando el arquitecto benedictino Hans Dom van der Laan (1904–1991) extendió al caso tridimensional la idea de la caracterización del número áureo que acabamos de mostrar. Veamos cómo lo hizo.

Las construcciones de Van der Laan se componen de bloques en los que las proporciones entre la anchura a, la profundidad b y la altura c, siguen la siguiente regla: existe un valor $k > 1$ tal que $a = kb = k^2c$.

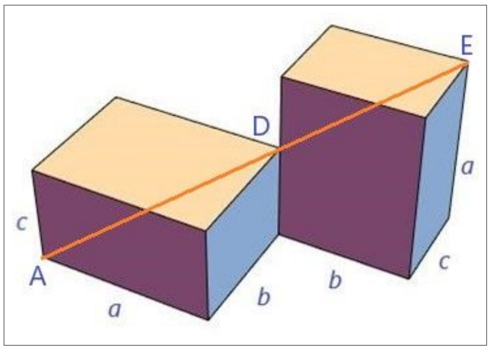


¿Cómo eligió el valor de k? Imponiendo que cumpla una propiedad geométrica en el espacio; en concreto, utilizando dos bloques o cajas iguales, y colocando una por delante de otra, sobre el mismo plano y esquinadas, de la siguiente forma:

1. La primera caja tiene base $a \times b$ y la que se sitúa detrás tiene base $b \times c$, de modo que los lados de longitud b de cada base son perpendiculares.

2. Ambas cajas únicamente se solapan en una arista de altura c de la caja delantera, que está incluida en una arista de altura a de la caja de atrás.

Entonces, Van der Laan busca el valor k que hace que la diagonal de la caja delantera $\overline{AD}$, si se prolonga, corte a la arista vertical postrera derecha de la segunda caja en su vértice E, como se muestra en la siguiente imagen.



Van der Laan probó que es posible encontrar ese número, y que es único, como se demuestra a continuación.

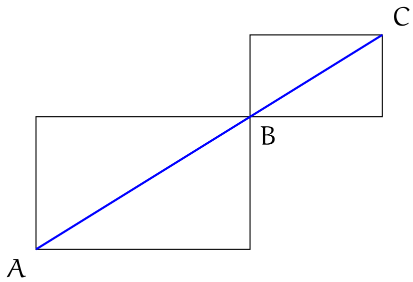
Consideremos la proyección de la prolongación de la diagonal $\overline{AD}$ sobre el plano xy. La proyección de $\overline{AD}$ es $\overline{AB}$ (véase la siguiente figura), pero la de su prolongación no se sabe, a priori, si pasará por el vértice C de la base de la segunda caja. Observemos que la pendiente de las

 ISSN 1988-5318

diagonales de las dos bases es

$$\frac{b}{a} = \frac{b}{kb} = \frac{1}{k} \quad \text{y} \quad \frac{c}{b} = \frac{c}{kc} = \frac{1}{k}.$$

Al coincidir ambas pendientes, se puede concluir que la proyección de la prolongación de $\overline{AD}$ es $\overline{AC}$:



Por esto, la prolongación de $\overline{AD}$ tiene que cortar a la recta que contiene a la arista vertical postrera derecha de la segunda caja, cuyo vértice es E. Van der Laan quiere que corte precisamente en dicho vértice.

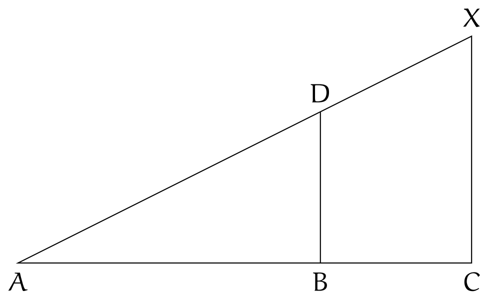
Por otra parte, las longitudes de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ de la figura anterior son

$$AB = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{k^4c^2 + k^2c^2} = kc\sqrt{k^2+1}$$
$$BC = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{k^2c^2 + c^2} = c\sqrt{k^2+1},$$

por lo que la del segmento $\overline{AC}$ es

$$AC = c(k+1)\sqrt{k^2+1}.$$

Así, las diagonales de las bases, la diagonal AD y su prolongación, la arista intersección de las dos cajas y la recta que contiene a la arista vertical postrera derecha de la segunda caja, forman los siguientes triángulos rectángulos semejantes:



Por semejanza, $\frac{CX}{BD} = \frac{AC}{AB}$, es decir,

$$\frac{CX}{c} = \frac{c(k+1)\sqrt{k^2+1}}{kc\sqrt{k^2+1}} = \frac{k+1}{k}.$$

Por tanto, $X = E$ $(CX = a)$, como se desea, si y solo si,

$$\frac{a}{c} = k^2 = \frac{k+1}{k},$$

esto es, si

$$k^3 = k + 1.$$

Pues bien, a la única solución real de esta ecuación se le llama *número plástico*, y se representa por Ψ. Su valor es

$$\Psi = \sqrt[3]{\frac{9+\sqrt{69}}{18}} + \sqrt[3]{\frac{9-\sqrt{69}}{18}} \approx 1.324718.$$

Así, el número plástico es significativamente menor que el número áureo. Este era también la solución positiva de una ecuación similar a la del número plástico, pero cuadrática: $k^2 = k + 1$.

Cuando las dimensiones de una caja o bloque cumplen que

$$a = \Psi b = \Psi^2 c,$$

entonces se dice que siguen la escala de Van der Laan. Este la utilizó, como arquitecto, en diversas construcciones; por ejemplo, en la de la iglesia de la abadía de San Benito de Mamelis (Lemiers, Países Bajos), de la que se muestran dos fotografías a continuación.

■

CULTURA Y MATEMÁTICAS

Conversando con Ricardo Moreno

José Ramón Sánchez García
IES Los Ángeles (Almería)

Aproximarse a la obra de Ricardo Moreno Castillo es asomarse a una fértil colección de títulos de Historia de las Matemáticas, de biografías, de ensayos filosóficos, de libros juveniles y hasta de algún diccionario. Pero seguramente no ha sido por nada de lo anterior por lo que este autor se ha hecho conocido en nuestro gremio.

Porque, ciertamente, es difícil leer las opiniones de Ricardo Moreno sobre las leyes educativas en España y permanecer indiferente, tal es su claridad expositiva y lo tajante de sus conclusiones. La aparición de su *Panfleto antipedagógico* (Leqtor) en 2006 suponía una crítica feroz a los fundamentos de la LOGSE de principio a fin, en la que desgranaba todo tipo de argumentos sólidos y razonados contra dicha ley; en la misma línea publicó en 2010 *De la buena y la mala educación* (Libros del Lince), y en 2016 *La conjura de los ignorantes* (Pasos Perdidos), obra en la que arremete sin piedad contra la ampulosa jerga de los pedagogos y, por ende, contra los –a su entender–

 ISSN 1988-5318

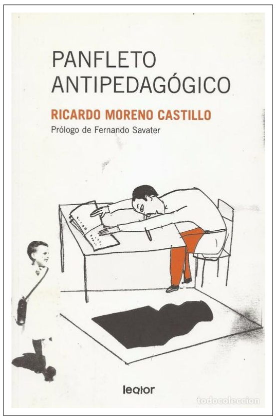
ignorantes que la traducen en leyes educativas.

Pregunta. Pasados 15 años desde la aparición del Panfleto, ¿cree que los hechos le han dado la razón?

Respuesta. *Sobradamente. Cada cambio de ley ha sido puro maquillaje para seguir encubriendo el terrible fracaso.*

P. Imagino que habrá cosechado tanto filias como fobias, ¿de cuáles ha habido más?

R. *No sabría decir, pero lo cierto es que ninguna crítica ha estado fundamentada en razones, sino más bien descalificaciones personales (fascista, reaccionario, etc.). Descalificar siempre es más fácil que argumentar. No he escuchado ningún argumento a favor de la LOGSE, porque lo que algunos esgrimen de que la enseñanza ha llegado a todos, olvidan que eso también ocurría con la ley del 70.*



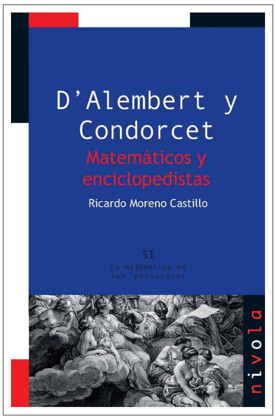
Pero Ricardo Moreno no sólo es un acerado crítico de la enseñanza en España. Nacido en 1950, con 22 años se licenció en Matemáticas y dos años después ya era catedrático de instituto. A pesar de la placidez de la jubilación, aún deja entrever su pasión por la docencia; pasión que –quizá– es la causante de la indignación que vierte en sus obras.

P. ¿Cuáles son las virtudes que todo profesor de matemáticas debe aspirar a tener?

R. *Es muy importante hablar claro y hacer pizarras ordenadas. Y procurar dar por sabido lo menos posible. Si explicas logaritmos, hay que dedicar un día a repasar potencias. Si explicas trigonometría, hay que volver antes sobre los teoremas de la geometría clásica. A la larga, es una forma de ganar tiempo.*

Nadando a contracorriente de las tendencias actuales, considera que «hay que recuperar el cálculo mental y algunas otras habilidades» que están siendo arrinconadas, si no eliminadas, por la irrupción de la tecnología. De esta piensa que «puede aportar pocas cosas a nuestro trabajo en el aula, ya que siempre debe ser tratada como un complemento y no como un sustituto del esfuerzo mental de los alumnos». Sobre la reciente polémica de impartir las matemáticas con perspectiva de género, una vez más no se anda con medias tintas: «Lisa y llanamente, es una estupidez».

Se confiesa una persona muy curiosa, con mucho interés en distintos campos del saber: literatura, historia de la ciencia, el mundo clásico... Muestra de ello es que con 32 años decidió estudiar la carrera de Filosofía, en la que se licenció cinco años más tarde, obteniendo en 1990 el doctorado en esta disciplina con una tesis sobre Historia de la Matemática.

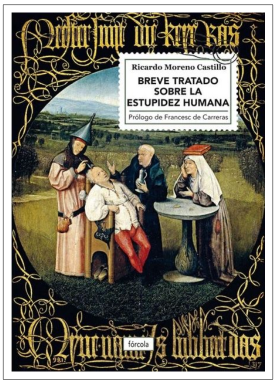


Reflejo de todo lo anterior es el ya mencionado vasto catálogo bibliográfico de nuestro protagonista. Más de una decena de libros de Historia de las Matemáticas, la mayoría de ellos dirigidos a los jóvenes (como los propios títulos indican), dando muestra, una vez más, de su vocación docente. También son abundantes las incursiones en las biografías de destacados matemáticos: Gauss, Omar Jayyam, Fibonacci, Al-Jwarizmi, D'Alembert, Poncelet...

P. Un experto en literatura medieval sin duda sería considerado como una persona culta, pero no así un matemático o un biólogo. ¿Por qué cree que las ciencias en general, y las matemáticas en particular, no están incluidas en el concepto de cultura?

R. *Es un error creer que un historiador es en principio más culto que un matemático. Pero sí es verdad que un historiador de la Edad Media tiene que saber cosas de literatura, arte y filosofía medieval, mientras que un investigador en matemáticas no tiene esa necesidad. Desde luego, si se interesa por la historia de su materia, mucho mejor, pero no es indispensable.*

Dada su formación, era interesante conocer su opinión sobre la tradicional separación de los saberes: «Toda división lleva al encasillamiento, no creo que haya mentalidades de letras o de ciencias. Antes de llegar a la inevitable especialización en la universidad, lo ideal sería que todos los estudiantes poseyeran una buena formación científica y humanística». Fiel a su costumbre, concluye con un recado a los legisladores: «Para que esto fuera posible, habría que implantar un bachillerato más largo y sólido que el que tenemos».



Pero no sólo la Matemática y su historia ocupan las obras de Ricardo Moreno. También ha cultivado escritos de la más variada índole, si bien la mayoría han sido ensayos de contenido filosófico (*Diccionario semifilosófico* (Siníndice, 2013), *Nosotros y Voltaire* (Pasos Perdidos, 2017), *Trece cartas a Dios* (Turpial, 2015), *Breve tratado sobre la estupidez humana* (Fórcola Ediciones, 2018), *Los griegos y nosotros* (Fórcola Ediciones, 2019), o el más reciente *Breve tratado sobre la felicidad* (Fórcola Ediciones, 2021)), pero donde también podemos encontrar obras de divulgación (*Los 5 en el País de los Números* (Nivola, 2018)) y alguno más inclasificable como *La llave perdida* (Pasos Perdidos, 2016).

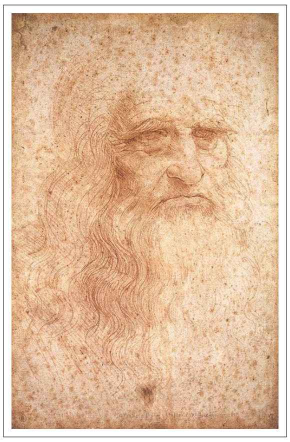
A pesar de la vastedad de sus conocimientos, no se

ISSN 1988-5318

considera un polímata de nuestro tiempo: «Sí que lo fueron Russell o Franklin, de los que me separa un muy largo trecho, yo sólo soy una persona curiosa». Enamorado de la Ilustración europea, no oculta su admiración por Francia y sus intelectuales, por lo que quizá no es de extrañar que, preguntado por el personaje histórico al que elegiría para mantener una conversación, su opción no sea un matemático ni tampoco un filósofo, sino el emperador Napoleón, al que le gustaría preguntar «por qué se dedicó a hacer el burro por Europa», y sugerirle si no habría sido mejor que se hubiera dedicado a «organizar bien su país y asentar firmemente una dinastía que habría dado a Francia un largo período de paz y prosperidad»; y puede que hasta lo convenciera. ■

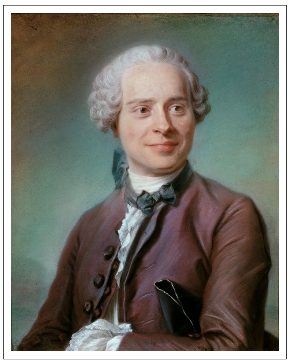
Citas Matemáticas

«Quien ama la práctica sin la teoría es como un marinero que sube a un barco y no sabe a dónde va».



Leonardo da Vinci (1452–1519), italiano y hombre del Renacimiento por excelencia.

«El álgebra es generosa; a menudo da más de lo que se le pide».



Jean Le Rond d'Alembert (1717–1783), matemático, filósofo y enciclopedista francés.

Acertijos

Un famoso problema de Lewis Carroll

Con este pseudónimo firmaba sus obras el autor de *Alicia en el país de las maravillas*, cuyo verdadero nombre era Charles Lutwidge Dodgson (Reino Unido, 1832–1898). Fue matemático, fotógrafo, diácono anglicano y escritor. Sentía una gran afición por la matemática recreativa y entre los numerosos problemas que formuló proponemos aquí un viejo conocido:

Seis gatos cazan seis ratones en seis minutos. ¿Cuántos gatos son necesarios para cazar 100 ratones en 50 minutos?

(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

Se trataba de calcular el valor de los naturales a, b, c, d, e, f, g y h que aparecen en la siguiente tabla para que se transforme en un cuadrado mágico (de orden 4) [4]:

1	a	14	4
b	6	c	9
8	10	d	e
f	g	h	16

Igualando la suma de los elementos situados en la tercera fila con la correspondiente a la cuarta columna, obtenemos que

$$18 + d + e = 29 + e.$$

Por tanto, $d = 11$.

Si C denota la constante mágica del cuadrado, los datos que aparecen en la diagonal principal nos permiten afirmar que $C = 34$. Es claro entonces que $a = 15$ (véase la primera fila) y $e = 5$ (cuarta columna). De la segunda columna deducimos que $g = 3$.

Por otra parte, $b + f = 25$ (primera columna) y $b + c = 19$ (segunda fila). Restando estas dos últimas ecuaciones, se obtiene que $f - c = 6$. Además, $f + c = 20$ (diagonal secundaria).

Si sumamos las dos igualdades precedentes vemos enseguida que $f = 13$. En consecuencia, $c = 7$ y $b = 12$.

[4] Recordemos que un cuadrado mágico de orden n es una matriz cuadrada de n filas y n columnas en cuyas entradas aparecen los naturales $1, 2, \ldots, n^2$, ordenados de tal modo que la suma de los situados en cada fila, en cada columna y en las dos diagonales principales coincida con un valor fijo C, denominado constante mágica del cuadrado.

 ISSN 1988-5318

Finalmente, de la última fila (o la tercera columna), deducimos que $h = 2$.

Merece la pena observar que la constante de un cuadrado mágico depende tan solo de su orden. De hecho, la suma de todas las entradas de un cuadrado mágico de orden n viene dada por

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n^2 = \frac{1 + n^2}{2} n^2.$$

Esta cantidad, dividida por n, nos proporciona la suma de los elementos de una fila (o una columna), es decir, la constante mágica C.

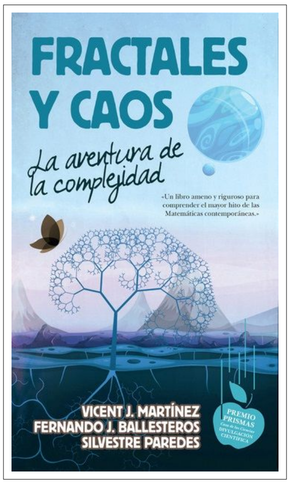
Así pues, $C = \frac{(1+n^2)n}{2}$. Para $n = 4$ se obtiene $C = 34$, que coincide con la constante determinada anteriormente (sin hacer uso de esta última fórmula). Los cálculos se habrían simplificado algo si hubiésemos tenido en cuenta este hecho desde el principio.

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Fractales y caos.

La aventura de la complejidad

Vicent J. Martínez, Fernando J. Ballesteros y Silvestre Paredes.



Ficha Técnica
Editorial: Guadalmazán.
160 páginas.
ISBN: 978-84-94608-55-1.
Año: 2017.

Esta obra es una buena introducción a dos de las disciplinas más recientes y, posiblemente, más conocidas de la matemática contemporánea, el estudio de los fractales y la teoría del caos. Ambas surgieron del intento de explicar de manera sencilla estructuras complejas de la naturaleza que parecían escaparse del lenguaje de las matemáticas tradicionales.

El objetivo de este libro es presentar los principales conceptos de dichas disciplinas de manera bastante accesible. A tal efecto se prescinde de un excesivo rigor experto que podría desanimar a muchos lectores no familiarizados con las técnicas y el lenguaje de las matemáticas.

Este libro se organiza en cuatro capítulos, los dos primeros dedicados a los fractales. Estos tuvieron su origen en la observación de algunos fenómenos de la naturaleza: las formas de las nubes, la distribución de las galaxias, el plegado de genoma humano, los ritmos cardíacos, la forma (y la medición) de la costa de un país o de una isla, etc.

Fue el matemático polaco, nacionalizado francés y estadounidenses, Benoît Mandelbrot quien en 1975 acuñó el término fractal y encontró múltiples aplicaciones de los fractales en la interpretación de la geometría de la naturaleza. Los fractales aparecen también en algunos objetos matemáticos muy sorprendentes como el *conjunto de Cantor*, la *curva de Koch* o el *triángulo de Sierpinski*, surgidos entre los siglos XIX y XX.

Los dos últimos capítulos están dedicados al estudio de los sistemas caóticos, es decir, sistemas cuyo comportamiento no se puede predecir a partir de la resolución de ecuaciones y del conocimiento de sus condiciones iniciales.

Su impredecibilidad se debe a que pequeñas variaciones de las condiciones iniciales pueden hacer que estos sistemas evolucionen de manera muy distinta. La celebre expresión «efecto mariposa» tiene su origen en la conferencia dada por el meteorólogo americano Edward Lorenz en 1972 titulada *¿Puede el aleteo de una mariposa en Brasil provocar un tornado en Texas?*

En esta conferencia explicaba algunas consecuencias de sus investigaciones sobre la predicción del tiempo meteorológico. Para ahorrar tiempo de cálculo y a modo de comprobación, cada vez que repetía los cálculos realizados con su ordenador, usaba como condiciones iniciales valores de las variables meteorológicas obtenidas previamente. Observó que los resultados obtenidos se iban separando cada vez más y que el sistema estudiado era bastante caótico.

Hay más ejemplos de estudios de estos sistemas como los realizados al predecir el crecimiento de poblaciones o el comportamiento de ciertas hormigas.

En definitiva, esta obra es una primera aproximación muy amena e interesante a los fractales y a la teoría del caos.

Antonio Morales Campoy
Universidad de Almería

ISSN 1988-5318

Páginas web y redes sociales

www.tocamates.com

La página web *www.tocamates.com* está diseñada por José Ángel Murcia. Como su apellido indica, es nacido en Murcia, pero madrileño de adopción. Trabaja en la Facultad de Educación de la *Universidad Complutense* de Madrid y colabora con varias empresas, radios y organismos con el objetivo de divulgar las matemáticas para todos los públicos y edades. En 2012, por su trabajo en esta página, obtuvo el *Premio Bitácoras* al mejor blog educativo. En 2019 publicó su primer libro, titulado *Y me llevo una*.

En la página aparecen vídeos, enlaces, pero, sobre todo, retos matemáticos que hacen pensar, expuestos en forma atractiva y apoyados siempre con material gráfico agradable y con interesante narración.

Pueden consultarse por temas tales como lógica, aritmética, geometría, cálculo, estadística o bien por edades hacia los que van dirigidos. No solo aparecen juegos relacionados con matemáticas, sino que se enseña a construirlos.

También son destacables numerosos consejos para la enseñanza, en especial, para corregir algunas deficiencias en el aprendizaje de las matemáticas que ya están catalogadas actualmente. Se añaden recursos para los docentes.

Aunque no hay un apartado específico, toda la página está aderezada con numerosas curiosidades y citas matemáticas. Por ejemplo, se define la geometría como el arte de razonar bien sobre figuras mal hechas (la cita es original de Poincaré).

Por todo ello, por su originalidad y por aportar elementos para desarrollar la creatividad en matemáticas, esta página nos parece un lugar ideal para acercarse a las matemáticas desde fuera y desde dentro, porque da ideas y recursos para poder atraer a todas las personas.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

TERRITORIO ESTUDIANTE

Datación por carbono 14

Alberto Díaz López
Celia Barbero Navarro
Delia Sola Molina
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

El carbono 14, o bien ^{14}C, es un isótopo del carbono que es inestable y débilmente radiactivo. Se descubrió el 27 de febrero de 1940 por Martin Kamen y Sam Rubén.

Se produce de forma natural a través de reacciones nucleares generadas por los rayos cósmicos (partículas subatómicas que se mueven con una velocidad cercana a la de la luz y con mucha carga energética) que entran en la atmósfera. El ^{14}C se esparce y se acumula en plantas, animales y seres humanos a través de la fotosíntesis y la alimentación.

Es por esta razón que este elemento es utilizado para la datación de muestras orgánicas, ya que en elementos inorgánicos no se puede encontrar dicho isótopo. Además se utiliza en la investigación bioquímica y en el diagnóstico de gastritis.

Concretamente, la datación mediante el ^{14}C permite estimar la edad de los fósiles y otras materias orgánicas, midiendo su contenido de ^{14}C y comparándolo con la cantidad que debería tener en la actualidad.

La datación por radiocarbono fue descubierta por Willard Libby, quien en 1946 propuso la existencia de este método. Fue inspirado por el físico Serge Korff, que en 1939 fue el que afirmó la producción natural de neutrones debido a las colisiones de los rayos cósmicos con la atmósfera. Además, determinó un valor para el periodo de semidesintegración o semivida de este isótopo de 5568 años, sin embargo determinaciones posteriores en Cambridge produjeron un valor de 5730 años.

Para obtener la ecuación necesaria para dicho método se ha de seguir el siguiente razonamiento:

Si llamamos y a la cantidad de ^{14}C de la muestra que depende del tiempo, sabemos que $y'(t)$ sería la velocidad de variación del ^{14}C, que es proporcional a la cantidad, obteniendo así que $y'(t) = -ky(t)$ [5], siendo k la constante

[5] El signo negativo se debe a que la cantidad de ^{14}C va disminuyendo al desintegrarse.

ISSN 1988-5318

de desintegración radiactiva.

La ecuación obtenida es una ecuación diferencial de variables separadas cuya resolución es sencilla.

$$y' = -ky \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -ky \Rightarrow \frac{dy}{y} = -kdt.$$

Integrando obtenemos:

$$\int \frac{dy}{y} = -\int kdt \Rightarrow \ln y = -kt + C.$$

Finalmente despejamos $y(t)$ llegando a la solución de la ecuación diferencial

$$y(t) = Ae^{-kt}.$$

Ahora debemos calcular las constantes A y k. Para ello utilizaremos la condición inicial $y(0) = y_0$ (en el instante 0 la cantidad de ^{14}C será y_0)

$$y(0) = Ae^0 = A = y_0,$$

y que la semivida o periodo de semidesintegración será aproximadamente de 5730 años, como se ha mencionado anteriormente.

$$\frac{y_0}{2} = y(T) \Rightarrow \frac{y_0}{2} = y_0 e^{-kT},$$

por lo que, tomando logaritmos, tenemos que

$$\frac{1}{2} = e^{-kT} \Rightarrow -\ln 2 = -kT \Rightarrow k = \frac{\ln 2}{T}.$$

Sustituyendo las dos constantes obtenidas (A y k) en la solución de la ecuación diferencial tenemos que

$$y(t) = y_0 \exp\left\{-\frac{t \ln 2}{T}\right\}.$$

También es muy común ver esta fórmula con t despejada (ejercicio que dejamos al lector):

$$t = -\frac{T}{\ln 2} \ln \frac{y}{y_0}.$$

Finalmente, se suelen renombrar las variables $y = N_f$ e $y_0 = N_0$ quedando la ecuación de la forma:

$$t = -\frac{T}{\ln 2} \ln \frac{N_f}{N_0}.$$

A continuación se presentan algunos ejemplos.

Primer ejemplo

Si disponemos de una muestra cuya cantidad de ^{14}C es de 60 gramos ¿Cuánto habrá en el fósil dentro de 8000 años?

Sabemos que la cantidad inicial de ^{14}C es de 60 gramos ($N_0 = 60$) y el tiempo transcurrido son 8000 años ($t = 8000$):

$$t = -\frac{T}{\ln 2} \ln \frac{N_f}{N_0} \Rightarrow 8000 = -\frac{5730}{0.693} \ln \frac{N_f}{60}.$$

Despejando $N_f = 22.8$ gramos, es decir, la cantidad final de ^{14}C en la muestra es de 22.8 gramos.

Segundo ejemplo

Si tenemos un fósil con un 10 % de ^{14}C en relación con una muestra viva ¿Cuántos años de antigüedad tendrá el fósil?

Sabemos que el 10 % de relación entre la cantidad de ^{14}C de la muestra inicial con respecto a la final es lo mismo que $\frac{N_f}{N_0} = 0.1$. Por tanto, sustituyendo en la fórmula tenemos que la muestra tiene aproximadamente 19 038 años.

No obstante el método de datación por ^{14}C es problemático con restos con más de 50 000 años, esto se debe a que conforme más antiguo sea un resto orgánico menor será su concentración de ^{14}C.

De los tres isótopos del carbono generados de forma natural en la Tierra, el ^{14}C es el único inestable (los otros dos isótopos son el ^{12}C y el ^{13}C), esto provoca que con el paso del tiempo su núcleo atómico pierda energía debido a la emisión de radiación.

Este proceso da lugar a la transformación del ^{14}C en ^{14}N (isótopo estable del nitrógeno), es por esto que en el laboratorio dependiendo de esta concentración variable de ^{14}C se dará una fecha aproximada del momento en que dejó de estar vivo el resto orgánico a analizar (a partir de la fórmula del decaimiento exponencial anteriormente vista).

De forma general, a partir de los 5730 años de la muerte del ser se habrá perdido aproximadamente un 50 % de la concentración original de ^{14}C y a partir de los 57 300 años sólo permanecerá un 0.1 %.

Esto provocará en un futuro que este método tenga que ser reemplazado, debido a que la concentración de carbono de los restos será demasiado baja como para obtener resultados fiables y se deberán utilizar otras técnicas como la datación de aminoácidos (la datación en este caso nos la da la concentración de las moléculas de aminoácidos) o el paleomagnetismo (que estudia los cambios que a lo largo de la historia ha cambiado el campo magnético terrestre) ya utilizadas hoy en día.

Referencias

[1] Miguel Ángel Morales (2017). *El número e y la prueba del carbono 14*. El País [6].

[2] Desperta Ferro Ediciones (2015). *Carbono 14, pasado y futuro del método de datación que cambió la arqueología*. Desperta Ferro [7].

[3] *Qué es el carbono 14 y cómo funciona*. Beta Analytic [8].

■

[6] *elpais.com/elpais/2017/04/19/el_aleph/1492619923_440036.html*.

[7] *www.despertaferro-ediciones.com/2015/estado-de-la-cuestion-carbono-14-pasado-y-futuro-del-metodo-de-datacion-que-cambio-la-arqueologia*.

[8] *www.radiocarbon.com/espanol/sobre-carbono-datacion.htm*.

Responsables de las secciones

Aviso legal

ISSN 1988-5318