

**ANÁLISIS DEL SIGNIFICADO DE LA PROBABILIDAD
PRESENTE EN LOS LIBROS DE TEXTO DEL TERCER
CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE ANDALUCÍA
DESDE UN ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO**

VÍCTOR TORRES ESCORIZA



TRABAJO FIN DE MÁSTER

Máster de Investigación y Evaluación Didáctica en el Aula para el Desarrollo
Profesional Docente

Tutora: María del Mar López Martín

Universidad de Almería

MAYO 2021



UNIVERSIDAD
DE ALMERÍA

Máster en Investigación y Evaluación Didáctica en el Aula para el
Desarrollo Profesional Docente
Facultad de Ciencias de la Educación
Curso 2020/2021

Trabajo Fin De Máster

**Análisis del significado de la probabilidad presente en los
libros de texto del tercer ciclo de educación primaria de
Andalucía desde un enfoque ontosemiótico**

Presentado por

D. Víctor Torres Escoriza

Dirigido por

D.^a María del Mar López

Fdo.:

Fdo.:

Reconocimiento

Investigación realizada en el marco del Grupo PAI, FQM-126 (Junta de Andalucía), el proyecto de investigación EDU2016-74848-P (AEI, FEDER), el proyecto de investigación PID2019-105601GB-100/AEI/10.13039/501100011033.

AGRADECIMIENTOS

Después de un año de duro trabajo, llega a su fin el Máster de Investigación y Evaluación Didáctica en el Aula para el Desarrollo Profesional Docente que he cursado en este año académico 2020/2021 marcado por la enseñanza online debido a la pandemia.

En primer lugar, me gustaría expresar mi más profundo agradecimiento a mi tutora del TFM, María del Mar López Martín, por aconsejarme, guiarme, apoyarme y ayudarme en la realización del TFM de una forma brillante y, sobre todo por ser tan humana. Como dice César Bona, hay que humanizar la educación y docentes como usted son imprescindibles en el sistema educativo.

En segundo lugar, agradecer a mis amigos, que han sido un gran apoyo para su realización dándome ánimos y escuchando todos y cada uno de los avances que realizaba con el trabajo.

Finalmente, agradecer a mi familia por motivarme a seguir avanzando y formándome y en especial a mi padre, un gran matemático de la vida, que, pese a no tener estudios, siempre me inculcó el amor a las matemáticas. Recuerdo mil anécdotas matemáticas, como la explicación de cambiar la puerta en el juego del un, dos, tres para tener más posibilidad de ganar el coche o la argumentación de la irrelevancia de que un número tenga dígitos repetidos para poder salir premiado. Ahora estás jugando la partida más importante de tu vida y aunque los médicos han estimado una probabilidad baja de éxito estoy seguro que vas a vencer.

RESUMEN

La probabilidad es el último de los contenidos matemáticos incorporados en el currículum de Educación Primaria y los libros de texto siguen siendo uno de los recursos más utilizados por los docentes para la enseñanza de las matemáticas, motivos por los que la presente investigación se centra en analizar los significados de la probabilidad en los libros de texto del tercer ciclo de Educación Primaria de Andalucía desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico (EOS).

Con esta investigación se ha podido determinar cómo los significados institucionales de referencia que se plantean desde las normativas educativas respecto a la probabilidad difieren un poco con los significados que son presentados al alumnado a través de los libros de texto, lo que puede llegar a provocar que aparezcan errores y sesgos y que el significado personal, que el alumnado interiorice después del proceso de enseñanza y aprendizaje, sea divergente respecto al significado pretendido.

Mediante esta investigación cualitativa se ha determinado que el significado institucional presentado a través de las diferentes situaciones problemas planteadas, refleja una presencia importante del significado intuitivo asociado al reconocimiento de sucesos aleatorios y a la expresión del grado de ocurrencia. Además, se ha encontrado una enorme dependencia del significado clásico, vinculado a juegos de azar conocidos por el alumnado y poco útiles para desenvolverse en sociedad. El significado subjetivo, muy utilizado en nuestro día a día, es el que menos presencia tiene y el significado frecuencial, se presenta desvinculado de la estadística y no de forma experimental. Finalmente, este análisis ha permitido evaluar la baja idoneidad didáctica de los libros analizados y, por lo tanto, este estudio puede ayudar a que los docentes realicen procesos de adaptación con objeto de abarcar dicho contenido de una forma más eficiente y que pueda ser tenido en cuenta por las editoriales para introducir mejoras.

Palabras clave: Enfoque Ontosemiótico, Probabilidad, Libro de texto, Educación Primaria, Significado.

ABSTRACT

Probability is the last mathematical contents incorporated in Primary Education's curriculum and textbooks are still one of the most used resources by teachers in order to teach mathematics, reasons for which this research is based on the analysis about the probability meanings in textbooks from third Primary Education stage in Andalusia from the perspective of the ontosemiotic approach (EOS).

In this research it has been possible to determine how the reference institutional meanings that arise from the educational regulations regarding probability differ a little with the meanings that are presented to students through textbooks, which can lead to errors and biases appear and that the personal meaning, which the students internalize after the teaching and learning process, is divergent from the intended meaning.

Through this qualitative research, it has been determined that the institutional meaning presented through the different problem situations posed reflects an important presence of the intuitive meaning relation to the recognition of events random and the expression of the occurrence's level. In addition, an enormous dependence on the classical meaning has been found, linked to chance games known by students and with little use to function in society. The subjective meaning, widely used in our day to day, is the one that has the least presence and the frequency meaning, is presented unrelated to statistics and not experimentally. Finally, this analysis has made it possible to evaluate the low didactic suitability of the textbooks analyzed and, therefore, this study can help teachers to carry out adaptation processes in order to cover said content in a more efficient way and that it can be taken into account by publishers for improvements.

Keywords: Ontosemiotic Approach, Probability, Text book, Primary School, Meaning.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	1
1.1. Introducción.....	1
1.2. Situación de la probabilidad en el currículum	3
1.3. Fundamentación Teórica	4
1.3.1. Sistema de prácticas.....	6
1.3.2. Configuración ontosemiótica	7
1.3.3. Idoneidad didáctica	10
1.4. Objetivos e hipótesis	11
1.4.1 Objetivos	12
1.4.2. Hipótesis.....	13
CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES.....	14
2.1. Introducción.....	14
2.2. Investigaciones sobre la probabilidad en primaria	14
2.2.1. Significados asociados a la probabilidad	15
2.3. Errores asociados a los significados de la probabilidad	17
2.3.1. Errores asociados al significado intuitivo de la probabilidad	18
2.3.2. Errores asociados al significado clásico de la probabilidad clásica.....	19
2.3.3. Errores asociados al significado frecuencial de la probabilidad	19
2.3.4. Errores asociados al significado subjetivo de la probabilidad	20
2.4. Investigaciones sobre análisis de libro de texto	21
2.4.1. Importancia del libro de texto	21
2.4.2. Líneas de investigación	22
2.4.3. Dimensiones de análisis	23
2.5. Conclusiones.....	24
CAPÍTULO 3. LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA	26
3.1. Introducción.....	26
3.2. Metodología de análisis.....	26
3.2.1. Muestra de textos analizados.....	26
3.2.2. Método y variables de análisis	27
3.3. Variables analizadas.....	28
3.3.1. Situaciones problemas.....	28
3.3.2. Lenguaje	32
3.3.3. Conceptos	34

3.3.4. Proposiciones	38
3.3.5. Procedimientos	43
3.3.6. Argumentos.....	48
3.4. Conclusiones.....	52
CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES	54
4.1. Introducción	54
4.2. Conclusiones sobre los objetivos.....	54
4.3. Conclusiones sobre las hipótesis	57
4.4. Conclusiones sobre la idoneidad didáctica de la presencia de la probabilidad en los libros de texto.....	58
4.5. Limitaciones del estudio y futuras líneas de investigación.....	60
REFERENCIAS	61
ANEXOS	69
A.1. Editoriales analizadas.....	69
A.2. TABLA CAPÍTULO 1.....	70
A.3. TABLAS CAPÍTULO 4	71

CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

La investigación planteada en este trabajo fin de máster está enfocada en analizar los significados de la probabilidad recogidos en los libros de texto de matemáticas en el tercer ciclo de Educación Primaria en la Comunidad de Andalucía y, en qué medida dichos significados están en consonancia con los recogidos en las diferentes normativas educativas.

El marco teórico en el que se basa el presente trabajo es el “enfoque ontosemiótico” (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática propuesto por Godino y otros colaboradores (Godino, 2002; 2017; Godino y Batanero, 1994; Godino et al., 2007) que surge con el objetivo de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y su aprendizaje. De las distintas herramientas existentes en el marco, se empleará los significados descritos en él, permitiendo analizar el significado de la probabilidad en los libros de texto.

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM,2000), citado por Alsina y Vásquez (2016) proponen que el estudio de la probabilidad debería de iniciarse desde la etapa de Educación Infantil. Siguiendo esta línea, Azcárate y Cardeñoso (2008) justifican que es una necesidad trabajar la probabilidad en la Educación Primaria y fomentar que los discentes aprendan a interpretar y manejar la incertidumbre en su día a día para poder desenvolverse en la sociedad.

La probabilidad está presente en muchas situaciones de la vida cotidiana y la alfabetización probabilística de nuestro alumnado está más que justificada con los cambios que se han producido en el currículum del área de matemáticas, ya que, desde la implantación del currículo en 2006 se incorporan los contenidos de probabilidad desde primero de primaria (MEC, 2006).

No sólo la probabilidad es un modelo matemático adecuado para analizar situaciones inciertas que ocurren en el día a día, además es indispensable para avanzar en el estudio posterior de la estadística (Batanero et al., 2005).

Además de ser un contenido de reciente incorporación en el currículum de Educación Primaria (Alsina, 2016), ha tenido un trato discriminatorio dentro de los contenidos matemáticos, siendo relegados a la última unidad y con muy poca carga lectiva. Crespo (2010) sostiene que “todo lo que aparece en el currículo de Primaria referente a probabilidad, que bien poco es, figura en el último bloque de contenidos” (p.467).

Por otro lado, cada vez son más los estudios realizados sobre la formación de los docentes para impartir la docencia de la probabilidad debido a que la enseñanza de la probabilidad es un contenido que ya lleva unas décadas en el currículum de primaria. Algunos estudios muestran una escasa formación inicial y permanente de los docentes para enseñar la probabilidad, lo que nos puede llevar a pensar que esté más que justificado que se lleguen a apoyar en el libro de texto para enseñar dichos contenidos. Azcárate (1995) en un estudio con 57 estudiantes de magisterio observó que bastantes estudiantes tenían problemas de comprensión del concepto de aleatoriedad y presentaban dificultades en el cálculo de probabilidades. Por otra parte, Contreras (2011) analizó las respuestas de 183 estudiantes de magisterio de primaria y un poco más de la mitad de la muestra no supo calcular la probabilidad compuesta y estimada.

El libro de texto es un recurso muy importante en las aulas y que se debería analizar antes de su selección, ya que como dicen Braga y Berver (2016) en los libros de texto se va a reflejar una selección y representación de los conocimientos científicos y culturales que se quieren enseñar a los discentes. Por otra parte, Rico (1990) hace mención a la seguridad que estos aportan a los docentes ya que se les ofrecen los contenidos seleccionados y estructurados, pudiendo el docente transmitirlos fácilmente a sus discentes.

El análisis de libros de texto va a ser fundamental para poder comprobar qué significados aportan los libros de texto sobre la probabilidad, cuáles son los que se nos recomiendan desde las diferentes normativas educativas y poder adecuar nuestra práctica docente con el objetivo de conseguir que el significado que se plantea desde una institución sea lo más parecido al significado personal del alumnado tras un proceso de enseñanza y aprendizaje.

El análisis de libros de texto es un componente del análisis curricular, dado que el currículo escrito y la forma en que lo interpretan los profesores es un paso entre el currículo pretendido y el implementado en el aula (Herbel-Eisenmann, 2007).

Ortiz (2002b) subraya la importancia del análisis de libros de texto por ser una fuente de contenidos y actividades para la enseñanza y aprendizaje de una disciplina. Además, menciona que el papel de los profesionales de la educación es vigilar epistémicamente los contenidos que figuran en los libros de texto, para identificar significados sesgados y evitar su transmisión a los estudiantes.

1.2. SITUACIÓN DE LA PROBABILIDAD EN EL CURRÍCULUM

En este apartado se va a hacer una comparativa entre las distintas normativas curriculares desde que el MEC (2006) incorporase el azar y la probabilidad como un contenido del currículum de matemáticas en Educación Primaria, ya que hasta el momento los contenidos matemáticos iban referidos a aritmética, medida, geometría y representación de la información (véase Tabla A.1 del Anexo).

Dado que el sistema educativo se encuentra en un momento clave de propuestas, de aprobación de nuevas disposiciones, reflexión y debate. Recientemente se acaba de aprobar la Orden de 15 de enero de 2021, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía (2021) y aunque los libros de texto analizados y vigentes son de 2019, elaborados con la normativa del MEC (2014), consideramos importante incorporar esta nueva normativa en el análisis comparativo, para así comprobar de dónde venimos, donde nos encontramos y hacia dónde vamos.

El estudio comparativo revela que, aunque la incorporación de la probabilidad en 2006 se hizo en todos los ciclos de primaria, las dos normativas posteriores la incluyen a partir del segundo ciclo de primaria.

Un aspecto a resaltar es la especial importancia que el MEC (2006) le otorga al lenguaje en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y como veremos a lo largo de la investigación, el lenguaje será un elemento importante del marco teórico empleado en el desarrollo de la misma (Enfoque Ontosemiótico) y determinante para que

el alumnado desarrolle su razonamiento probabilístico. Sin embargo, las dos normativas posteriores no inciden tanto en el lenguaje, lo cual podría ser un craso error.

Destacar que el MECD (2014), en el segundo ciclo de primaria y, a diferencia del MEC (2006), hace especial énfasis en la necesidad de trabajar la realización de estimaciones y la comparación de dichas estimaciones con la realidad, poniendo así en juego varios significados de la probabilidad como el intuitivo y el frecuencial. La Orden del 15 de enero de 2021 da un pasito más e introduce en el segundo ciclo el carácter aleatorio de las experiencias probabilísticas, mientras que el MECD (2014) lo introduce en el tercer ciclo.

Otro aspecto a resaltar es que el MEC (2006) introducía la estimación dentro del tercer ciclo, siguiendo las recomendaciones establecidas por el CNMT (2010), resaltando la importancia del azar en la vida cotidiana. Sin embargo, este hecho desaparece en las normativas curriculares siguientes, volviendo a ser contemplado en la orden del 15 de enero de 2021, decisión que es acertada por la necesidad de conectar las matemáticas a la vida cotidiana (Alsina y Vásquez,2016).

Asimismo, en la última propuesta realizada se vuelve a incidir en la importancia de las estimaciones y la realización de cálculos para comprobar dichas estimaciones y además, se propone al alumnado que sea capaz de establecer conjeturas, lo cual va a permitir poner en juego más significados de la probabilidad (intuitiva, frecuencial y subjetiva) junto a la clásica que se utiliza al cuantificar la probabilidad y, al especificar que el alumnado deberá tener en cuenta la interpretación y comprobación de los cálculos, se va a permitir profundizar más en las proposiciones y conceptos probabilísticos, los cuales son la base para fomentar el razonamiento probabilístico de nuestro alumnado.

1.3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Teniendo en cuenta que nuestra investigación se basa en el análisis de la probabilidad presente en los libros de texto del tercer ciclo de Educación Primaria de Andalucía desde un enfoque Ontosemiótico (EOS), la fundamentación teórica de la investigación se va a centrar en dicho enfoque. Referente al enfoque ontosemiótico, la palabra “onto” hace referencia a los objetos y “semiótico” hace referencia a los significados. Por lo tanto, el

EOS se va a encargar del estudio del significado de los objetos matemáticos. Asimismo, dicho enfoque proporciona cinco herramientas de gran utilidad para el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje y en la presente investigación se hará uso del sistema de prácticas, la configuración ontosemiótica y la idoneidad didáctica.

El EOS fue iniciado en la Universidad de Granada a principios de los noventa y entre sus propulsores podemos destacar a Juan Díaz Godino, María del Carmen Batanero Bernabéu y Vicenç Font Moll.

En Godino (2012) se puede ver que, tras un análisis y comparación de las diferentes teorías existentes sobre el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, surge el enfoque ontosemiótico fruto del análisis de los marcos teóricos existentes y de los trabajos experimentales que se realizaron, ya que se consideraba que no había una respuesta satisfactoria, clara y compartida entre dichas teorías.

Godino et al. (2007) resume en dos los problemas que dieron lugar al EOS, un problema epistemológico en el cual se nos plantea qué es un objeto matemático y cuál es el significado de ese objeto matemático y, por otra parte, ese problema se va a complementar con el problema semiótico-cognitivo, en el que se va a intentar dar respuesta a qué es conocer un objeto matemático o qué significa un objeto matemático para un sujeto en un determinado momento y circunstancias.

Se trata de un sistema inclusivo, dinámico y abierto que pretende lograr un diseño instruccional adecuado y, en consecuencia, va a tener en cuenta todas las dimensiones que entran en juego en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En el año 1994, Godino y Batanero sientan la base de un modelo ontológico, epistemológico y cognitivo relativo al conocimiento matemático sobre bases antropológicas y semióticas y se definieron las nociones primitivas de:

- *Práctica matemática.* Se considera práctica matemática toda actuación o expresión (verbal gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros conceptos y problemas (p.334).
- *Institución.* Una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; el compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales que suelen tener

rasgos particulares, y son generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en la misma, sus reglas y modos de funcionamiento (p.7).

- *Objeto matemático.* Cualquier entidad material o inmaterial que interviene en la práctica matemática, apoyando y regulando su realización. No hay actividad matemática sin objetos ni objetos sin actividad (Godino et al., 2019).
- *Significado.* Significado es el sistema de prácticas que realizó una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones problemas en los cuales interviene el objeto matemático en cuestión

1.3.1. Sistema de prácticas

Esta herramienta hace referencia a los significados como sistemas de prácticas. Dentro de esta herramienta, se distinguen dos tipos de significados, por un lado, los significados personales que hacen referencia al significado de un sujeto en unas determinadas circunstancias y los significados institucionales que hacen referencia a una institución.

Dentro de una institución podemos encontrar tanto a un docente como a un libro de texto y en nuestra investigación vamos a analizar el significado que tiene para una institución la probabilidad a través del análisis de los libros de texto.

Godino et al. (2007) propone que, mediante este sistema de prácticas, se va a intentar que los significados personales que los sujetos van a ir construyendo se parezcan a los significados compartidos en una institución.

Para explicar cómo un sujeto construye un significado sobre la probabilidad, partimos de las concepciones previas que él tiene en su mente (significado global) y a las que nosotros no podemos acceder en su totalidad y, por lo tanto, mediante una pregunta o un problema planteado, el sujeto va a tener que utilizar algunos de esos significados (significado declarado) en sus respuestas. Algunos de los significados declarados van a estar en consonancia con los significados que la institución espera que adquiera (significado logrado). Por lo tanto, el alumno parte de un significado inicial y, mediante un sistema de prácticas, se va a producir una modificación y ampliación del significado formándose así el significado final.

Respecto al significado institucional, partiremos del significado de referencia, que hace alusión al significado ideal que existe en torno a la probabilidad, pero como tenemos

un tiempo reducido para trabajar la probabilidad, esos significados se van a delimitar en nuestras programaciones formando el significado pretendido. Tras implementar la unidad didáctica, el significado implementado en la mayoría de las ocasiones es menor que el significado pretendido. Finalmente, a través de diferentes instrumentos de evaluación vamos a evaluar dichos significados, conformándose así el significado evaluado.

1.3.2. Configuración ontosemiótica

Godino (2002) propone que una vez que se han definido los significados a nivel institucional y personal, el EOS recomienda hacer un análisis más en profundidad de esos significados, ya que se va a poner en juego un auténtico sistema semiótico dentro de los significados institucionales y personales.

Centrándonos en la investigación, se va a estudiar el significado institucional que tiene la probabilidad en los libros de texto de primaria de Andalucía y cuando nos referimos a significados, no solo se hace referencia a los signos sino también al sistema de prácticas discursivas y operativas, ya que cuando se plantea un problema, se procede a resolverlo de una determinada forma y se utiliza un determinado discurso.

Otro aspecto a considerar, es que el significado de la probabilidad, depende de la institución, en nuestro caso de los libros analizados y del momento en el que nos encontramos, ya que dicho significado siempre no ha sido el mismo en los libros de texto.

Como docentes podemos dar una definición más conceptual de la probabilidad, pero si tenemos en cuenta la visión que nos proporciona el EOS, cuando se habla del significado de la probabilidad, se va a hacer referencia a todo el sistema de prácticas que se ponen en juego cuando resolvemos un problema de probabilidad.

1.3.2.1. Tipos de objetos matemáticos

Gómez, Ortiz et al. (2014) sugieren que el significado institucional de un objeto matemático viene determinado por el análisis de seis tipos de objetos matemáticos primarios: situaciones – problema, lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos. Godino et al. (2007) definen los siguientes las categorías de objetos matemáticos primarios que se presentan a continuación:

- *Situaciones problemas*: hacen referencia a los diferentes problemas, ejercicios que dan origen a la actividad matemática. Por ejemplo, en un enfoque clásico de la

probabilidad, una situación problema puede ser decidir qué probabilidad es mayor al sacar una bola de un determinado color de una urna con bolas de diferentes colores teniendo en cuenta la equiprobabilidad de las mismas.

- *Lenguaje*: hacen referencia a los términos, expresiones o gráficos que se van a utilizar para representar los datos, hacer operaciones con ellos y comunicar las soluciones encontradas. Por ejemplo, en un libro de primaria vamos a encontrar palabras como aleatorio o suceso, símbolos como “A” o $P(A)$ y gráficos.
- *Conceptos*: hacen referencia a las definiciones sobre determinados objetos matemáticos que el alumnado va a utilizar en la resolución de las situaciones problemas. Por ejemplo, en un libro de primaria el alumnado nos encontramos con la definición de la probabilidad clásica, qué es un espacio muestral o un suceso.
- *Proposiciones*: Hacen referencia a propiedades de los conceptos o relaciones entre ellos. Por ejemplo, el resultado de la probabilidad va a estar siempre entre 0 y 1.
- *Procedimientos*: Hacen referencia a las técnicas o algoritmos que los estudiantes utilizan para resolver una situación problema. Un ejemplo sería la fórmula de Laplace, que define la probabilidad de un suceso como el cociente entre el número de casos favorables entre el número de casos posibles.
- *Argumentos*: Hacen referencia a los enunciados que los estudiantes dan para explicar sus procedimientos y proposiciones, o para dar por válidos los resultados obtenidos. Estos argumentos pueden ser deductivos o inductivos, aunque en la etapa primaria van a predominar sobre todo los inductivos. Por ejemplo, la generalización de una determinada probabilidad.

1.3.2.2. Configuraciones didácticas

Estos seis objetos primarios se relacionan entre ellos formando configuraciones didácticas (Godino, 2012). Las *configuraciones* se definen como redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones establecidas entre ellos, constituyendo los elementos de significado del objeto matemático (Godino, 2017).

Estas configuraciones pueden ser epistémicas si son redes de objetos institucionales o cognitivas si representan a redes de objetos personales. Por ejemplo, en nuestro estudio, la configuración “probabilidad clásica” va a hacer referencia a todos los elementos de

significado que van a formar parte de dicha probabilidad, mientras que en la configuración “probabilidad subjetiva” los elementos van a ser diferentes. Todas estas configuraciones forman parte de una configuración global que va a ser la probabilidad.

Font y Godino (2006) muestran cómo la noción de configuración epistémica puede ser utilizada para el análisis de libros de texto.

La Figura 1.1 esquematiza las configuraciones epistémicas que se utilizarán en la presente investigación sobre análisis de libros de texto con objeto de profundizar en los significados de la probabilidad que se nos plantean desde una institución y ver si existe conexión con los significados que nos plantean las diferentes normativas escolares.

Figura 1.1 Configuración de objetos matemáticos primarios



Nota: Tomado de Godino, et al. (2007)

En las configuraciones epistémicas, cuando aparecen las situaciones problemas que dan origen a la actividad matemática, se necesita un determinado lenguaje y una serie de reglas que se van a poner en juego para dar solución a esas situaciones problemas.

Las situaciones problemas son las que van a motivar el conjunto de reglas que aparecen en el proceso de solución. Dentro de este conjunto de reglas, vamos a tener a los conceptos que van a ser introducidos para dicha resolución, como pueden ser azar, suceso seguro o espacio muestral, las proposiciones, propiedades, atributos o teoremas como por ejemplo la regla de Laplace y además los procedimientos, algoritmos u operaciones como la elaboración del espacio muestral o aplicación de la regla de Laplace.

El conjunto de reglas, regulan el uso del lenguaje, es decir, términos, expresiones y gráficas que sirven de instrumento para dicha resolución y por esa razón expresan y engloban al conjunto de reglas necesarias para la resolución de las situaciones problemas.

Por otra parte, los argumentos van a justificar los procedimientos y proposiciones que se relacionan con los conceptos entre sí y vienen a regular el uso del lenguaje que sirve de instrumento para la comunicación y, por lo tanto, son el conjunto de reglas los que intervienen y condicionan los argumentos y finalmente, todo este proceso pone fin a la situación problema que dio origen a la actividad matemática.

1.3.3. Idoneidad didáctica

El EOS ofrece esta herramienta teórica o metodología para valorar el proceso de enseñanza. Godino et al. (2005) definen la noción de *idoneidad didáctica* como “un criterio sistémico de pertinencia o adecuación de un proceso de instrucción al proyecto educativo, cuyo principal indicador empírico puede ser la adaptación entre los significados personales logrados por el alumnado y los significados institucionales pretendidos/implementados” (p.15).

Si se quiere valorar una clase de matemáticas, alguna innovación o tarea planteada, hay que tener en cuenta las siguientes idoneidades:

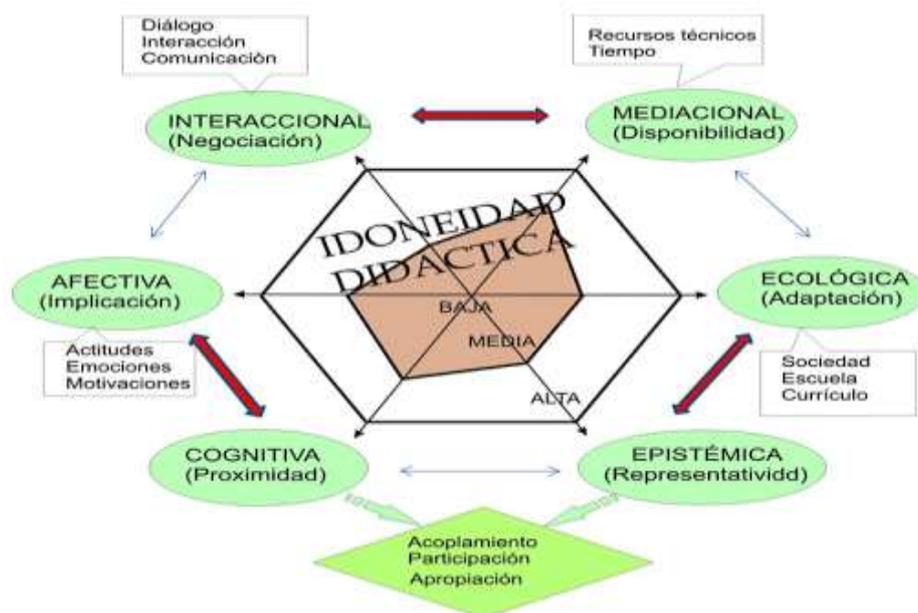
- *Idoneidad epistémica*: Referida a aspectos matemáticos, cómo de representativos son los significados institucionales implementados o pretendidos respecto al significado de referencia.
- *Idoneidad cognitiva*: Cómo los significados institucionales se han ido acoplado con los significados personales o cómo los discentes se han apropiado de esos significados institucionales, los cuales deben estar en relación con la zona de desarrollo potencial del alumnado.
- *Idoneidad ecológica*: De qué manera esos significados anteriores se van a corresponder con los significados que la escuela, el currículum o la sociedad demanda y cómo se relacionan con otros significados de otros temas, determinando si el método para enseñar la probabilidad es adecuado.
- *Idoneidad mediacional*: Referida a cómo se han utilizado los recursos, es decir, algún recurso técnico o el tiempo.

- *Idoneidad emocional*: Referida a la actitud de los estudiantes, la motivación, si le he sentido útil, cómo valoro las matemáticas, cómo me siento con ellas.
- *Idoneidad interaccional*: Para que se produzca un acoplamiento progresivo de los significados, las interacciones que el docente propicie deben de ser idóneas.

Para cada una de esas facetas, el EOS nos propone unos indicadores a tener en cuenta y en Godino (2010) se recoge un listado con todas las cosas en las que nos debemos fijar para poder valorar la idoneidad didáctica.

La Figura 1.2 muestra a través de un gráfico radial cómo se va a realizar la idoneidad didáctica asignando un valor bajo, medio o alto a cada una de las idoneidades didácticas. Cuanto mayor sea la superficie obtenida de la unión de cada una de las idoneidades mejor será el proceso de enseñanza.

Figura 1.2 Idoneidad Didáctica



Nota: Tomado de Godino (2013, p. 116).

Debido al carácter de nuestra investigación, nos vamos a centrar en el estudio de la idoneidad epistémica, ecológica, cognitiva, mediacional y afectiva.

1.4. OBJETIVOS E HIPÓTESIS

En este apartado de la investigación se van a plasmar los objetivos que nos hemos planteado con dicha investigación y se van a formular nuestras hipótesis de partida.

1.4.1 Objetivos

El objetivo general de la presente investigación es analizar el tratamiento que se le está otorgando a la probabilidad en los libros de texto de la comunidad autónoma de Andalucía en el tercer ciclo de primaria. El objetivo principal del trabajo se puede desglosar en los siguientes objetivos específicos:

EO1. *Determinar el significado institucional pretendido para la probabilidad en las normativas curriculares de Educación Primaria.*

El significado institucional va a venir determinado en esta investigación por lo que se espera que aprendan los estudiantes en base a las normativas curriculares (MECD, 2014) y que puede estar en disonancia con el que se nos presenta en los libros de texto.

OE2. *Describir el significado de la probabilidad presentado en una muestra de libros de texto para Educación Primaria.* Dada la amplitud de las orientaciones curriculares presentes en las normativas educativas, este objetivo permite conocer si todos los significados de la probabilidad están igual de presentes en los textos analizados o se otorga más importancia a uno de ellos.

OE3. *Detectar debilidades y fortalezas de los textos escolares analizados.* Tras un análisis del significado institucional de referencia y de los significados presentes en los textos analizados, es crucial detectar posibles debilidades y fortalezas en los libros que texto que permitan al docente completar o modificar las actividades del mismo para que el currículum pretendido e implementado sea lo más parecido posible.

Dichos objetivos nacen de la necesidad de responder estas cuestiones:

- ¿Cómo ha evolucionado el estudio de la probabilidad en el currículum español a lo largo de la historia?
- ¿Qué significado de la probabilidad prevalece en los libros de texto de matemáticas del tercer ciclo de primaria?
- ¿Qué objetos matemáticos tienen mayor relevancia en cada uno de los significados de la probabilidad según los libros de texto utilizados en Andalucía?
- ¿Son los mismos contenidos los que aparecen en los libros de texto y en las diferentes normativas educativas?

1.4.2. Hipótesis

Una vez expuesto el objetivo general y sus respectivos objetivos específicos, se formulan algunas hipótesis, que se entiende cómo expectativas iniciales y que se discutirán en el Capítulo 4.

H1. *En el primer curso del último ciclo de primaria va a predominar un significado más intuitivo de la probabilidad.* Esta hipótesis se hace teniendo en cuenta los contenidos propuestos para el MECD (2014) para segundo y tercer ciclo y para comenzar el este ciclo de Educación Primaria es lógico comenzar con las ideas intuitivas de nuestro alumnado.

H2. *En el segundo curso del último ciclo de primaria va a aparecer un significado más clásico de la probabilidad.* Pensamos en esta hipótesis ya que el MECD (2014) introduce en el tercer ciclo el cálculo de probabilidades y a estas edades el alumnado está más familiarizado con los diferentes juegos de azar.

H3. *El significado de la probabilidad frecuencial va a ser considerable.* Esta hipótesis se hace puesto que estadística y probabilidad están muy relacionadas y como aparecen dentro de la misma unidad se establecerán conexiones entre ambas.

H4. *El significado subjetivo no va a tener presencia.* Esta hipótesis se establece ya que esta de probabilidad está relacionada con el Teorema de Bayes y debido a la edad de los discentes no sería recomendable.

H5. *El significado axiomático no va a aparecer.* Esta hipótesis se hace en base a que este significado requiere una rigurosidad matemática a través de axiomas y debido a la edad de los discentes no es aconsejable.

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES

2.1. INTRODUCCIÓN

Existen cuatro significados sobre la probabilidad que deberían ser trabajados conjuntamente durante la etapa primaria acorde con la edad de los discentes, comenzando con una probabilidad más intuitiva y concluyendo con una probabilidad más formal (Alsina y Vásquez,2016). En relación a la presente investigación, se comprobará si todos los significados de la probabilidad se trabajan en los libros de texto y de qué forma se hace, ya que en función de cuáles y cómo se presenten pueden provocar que aparezcan sesgos y errores en los discentes.

El libro de texto es el recurso más utilizado en la enseñanza de diversas materias y, en general, de las matemáticas y cada vez más existen investigaciones en esta línea que van a contribuir a una mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este capítulo se va a hacer referencia a las investigaciones sobre la probabilidad en Educación Primaria, resaltando los diferentes significados de la misma, a la vez que se van a exponer los errores más comunes que cometen los discentes en torno a cada uno de dichos significados. Las dificultades que encuentran los discentes en el aprendizaje de la probabilidad vienen determinadas porque los fenómenos aleatorios no son reversibles y por tanto no van a poder establecer un patrón de comportamiento (Batanero et al., 2004).

Finalmente, se va a profundizar en la importancia del libro de texto en los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como las diferentes líneas de investigación y las dimensiones del análisis en torno al libro de texto.

2.2. INVESTIGACIONES SOBRE LA PROBABILIDAD EN PRIMARIA

Los estudios sobre la probabilidad en Educación Primaria no son tan abundantes como los referidos a otros contenidos matemáticos debido a que la presencia de la probabilidad en las diferentes normativas curriculares es de unas pocas décadas frente a los demás contenidos matemáticos. Entre los estudios que existen, Batanero et al. (2014) y Contreras

(2011) reflejan la dificultad que tienen los docentes y futuros docentes en el cálculo de probabilidades, la distinción entre juegos equiprobables y la idea de aleatoriedad.

Pero si profundizamos en la parte pedagógica, Mohamed (2012) resalta la dificultad que tienen los docentes en reconocer las dificultades que tienen sus discentes en la comprensión de la probabilidad.

Por estas razones, va a ser de vital importancia conocer los diferentes significados de la probabilidad y los errores asociados a cada uno de los significados de la probabilidad.

2.2.1. Significados asociados a la probabilidad

En Educación Primaria, dentro del área de matemáticas coexisten diferentes significados del objeto matemático probabilidad. Dichos significados son los siguientes:

- *Significado intuitivo.* Aunque el alumnado de primaria no haya comenzado el estudio de la probabilidad, a menudo, ocurre que de forma intuitiva el alumnado utiliza frases coloquiales para referirse a su creencia sobre la posibilidad de que ocurra un suceso. En este significado de la probabilidad, se pueden encontrar distintas expresiones lingüísticas que son aportadas por el alumnado como por ejemplo “más probable”, “poco probable”, “seguro” o “imposible” entre otras. Teniendo en cuenta el enorme interés que suscitan los juegos en el alumnado de primaria, este significado de la probabilidad debe de estar presente para introducir la noción de probabilidad en dicha etapa. Por lo tanto, el significado intuitivo en el que en función de tus creencias individuales asignas a los diferentes sucesos una probabilidad cualitativa es de los más apropiadas en la Educación Primaria (Godino et al., 1988).
- *Significado clásico.* En este significado la probabilidad se concibe a través de la Regla de Laplace, definida como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles, bajo la suposición de que los sucesos del espacio muestral discreto son equiprobables. Aunque este significado de la probabilidad tiene bastantes limitaciones es el que ha predominado en la escuela primaria (Gómez, Batanero et al., 2014) ya que se utiliza bastante para el cálculo de probabilidades simples relacionadas con monedas, dados u otros juegos de azar cotidianos para el alumnado.

Además, en el caso de la probabilidad compuesta, su cálculo va a necesitar de un razonamiento combinatorio y ese tipo de probabilidad se va a enseñar en educación secundaria.

- *Significado frecuencial.* Gómez, Ortiz et al. (2014, p.53) cita a Batanero et al. (2005), al definir que el carácter objetivo de la probabilidad fue admitido tras la demostración de la primera ley de los grandes números, publicada por Bernoulli en 1713. Este significado permite estimar la probabilidad de un suceso a partir de la frecuencia relativa asociada a él cuando se produce un gran número de repeticiones. Además, a medida que aumente el número de repeticiones el valor de la probabilidad se estabiliza obteniendo el mismo resultado si se hubiera hecho uso del significado clásico (siempre que se verifiquen la condición de equiprobabilidad).

Aunque este significado de la probabilidad no es muy popular en los textos de Educación Primaria, es muy recomendable para dicha etapa ya que tiene una aplicación más amplia que los dos significados anteriores y, teniendo en cuenta las aplicaciones tecnológicas de simulación, se nos ofrecen grandes oportunidades para trabajarla.

Este significado de la probabilidad presenta algunos inconvenientes como es la obtención de un valor aproximado de la probabilidad, el desconocimiento del número de repeticiones necesarias de un experimento y la posibilidad de contar con las mismas condiciones mientras se realizan todas las repeticiones.

- *Significado subjetivo.* El teorema de Bayes, que fue publicado en 1973, nos conduce al significado subjetivo de la probabilidad. Podríamos definir la probabilidad subjetiva como la creencia personal o el grado de convencimiento que tiene un sujeto de que ocurra una determinada situación. La probabilidad subjetiva va a depender del observador, de la información que se disponga y la confianza que una persona tenga sobre la verdad de una determinada proposición, de tal forma que alumnos diferentes pueden asignar probabilidades diferentes.

Teniendo en cuenta que el Teorema de Bayes es un contenido de secundaria, en Educación Primaria suele tener escasa presente este significado de la probabilidad. Pero de acuerdo con Gómez, Ortiz et al. (2014, p.53), que cita a Godino et al. (1987) sería conveniente usar de forma intuitiva este enfoque con situaciones cotidianas del niño; se comenzaría asignando valores por parte del

niño a las probabilidades, que se revisarían posteriormente con nuevas experiencias.

Uno de los inconvenientes que se plantean en este significado de probabilidad podría ser el hecho de asignar valores numéricos a las creencias personales. Sin embargo, es muy interesante enseñarlo en la escuela primaria porque va a permitir conectar las experiencias previas que tiene el alumnado con el estudio de la probabilidad. Además, otra de las ventajas que va a tener en nuestro alumnado, es que lo vamos a ayudar a desarrollar su inferencia estadística y hacer un uso de la probabilidad más allá del área de matemáticas.

- *Significado axiomático.* Decimos que un axioma es una verdad tan evidente que no necesita demostración. Este significado ve la probabilidad como una función en la que se deben de cumplir una serie de axiomas a la vez. Estos axiomas surgen de las propiedades de los anteriores significados de la probabilidad. Este significado de la probabilidad, debido a su complejidad queda totalmente desaconsejado para Educación Primaria y no se estudia durante la etapa primaria.

2.3. ERRORES ASOCIADOS A LOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD

A lo largo del tiempo, distintos autores han identificado, analizado y catalogado las dificultades que presentan tanto los alumnos como profesores en formación relacionados con la Probabilidad. (Serrano et al., 1998). El cálculo de la probabilidad de un suceso dependerá del significado empleado y, bajo las condiciones asociadas a cada uno, se podrá obtener dicho valor de forma diferente poniendo de manifiesto que no hay un único camino para poder determinar la probabilidad (Batanero, 2005).

De forma general, los alumnos y la mayoría de los profesores en formación desconocen los diferentes significados de la probabilidad, tienen dificultades en el cálculo de probabilidades y en establecer relaciones entre ellas (Serrano et al., 2009). Teniendo en cuenta esta realidad, el proceso de enseñanza de la probabilidad va a venir determinado por los significados que se nos presentan desde los libros de texto.

De acuerdo con Serradó et al. (2005), los errores se pueden clasificar en epistemológicos como las nociones de azar, aleatoriedad y probabilidad, errores ontogénicos asociados a la comprensión de significados como experimento aleatorio,

suceso simple o compuesto, sucesos equiprobables y sucesos independientes y errores asociados a estrategias de razonamiento como “outcome approach”, heurístico de representatividad, falacia del jugador o sesgo de la equiprobabilidad. Finalmente, existen otros errores didácticos asociados fundamentalmente al mal uso del lenguaje probabilístico y a la experimentación con diferentes materiales como ruletas, barajas y urnas. A continuación, se van a categorizar, para cada significado de la probabilidad, los errores más frecuentes que suelen cometer los discentes.

2.3.1. Errores asociados al significado intuitivo de la probabilidad

Gea et al. (2016) exponen su preocupación por las dificultades que los discentes tienen en relación a las ideas sobre azar y por las intuiciones erróneas que tienen de experimentos aleatorios.

Teniendo en cuenta que algunas intuiciones primarias sobre la probabilidad son erróneas y que el alumnado tiende a simplificar las situaciones de cada suceso, en algunos estudios se ha demostrado que los alumnos dan respuestas equivocadas ante problemas simples porque dan sus respuestas obviando datos del problema.

Para Fischbein (1975) la intuición permite en algunas ocasiones distinguir un fenómeno aleatorio de uno determinista, pero el alumnado si va a tener más dificultades al diferenciar un suceso simple de otro compuesto.

Fischbein y Gazit (1984) en un cuestionario realizado a 285 estudiantes demostró que los discentes tienen dificultades con las intuiciones sobre suceso seguro, en especial cuando los sucesos son compuestos, la creencia en la suerte y la heurística de la representatividad. Dichos autores, también demostraron que los discentes muestran dificultades con el lenguaje probabilístico e identificaban erróneamente raro con imposible e imposible con incierto.

Otras investigaciones de Fischbein y Schnarch (1996) con niños entre 11 y 17 años muestran que los alumnos usan con ambigüedad los términos suceso seguro y posible y tienen dificultad para determinar el espacio muestral en experiencias aleatorias con varias partes.

2.3.2. Errores asociados al significado clásico de la probabilidad clásica

Desde la escuela, este significado de la probabilidad tiene un gran peso debido a que los niños y niñas siempre se han interesado por el juego. Según Godino et al. (1987) si se utiliza este significado de la probabilidad, sólo se aprende la utilización de un método para el cálculo de probabilidades en sucesos que son sencillos y equiprobables, pero el alumnado no va a comprender qué es la probabilidad. Asimismo, autores tales como Díaz et al. (1996) destacan que la definición es circular (ya que introduce el concepto de equiprobabilidad sin introducir antes el concepto de probabilidad).

Por otro lado, Godino et al. (1987), señalan que la aplicación de este enfoque requiere de cálculo combinatorio, contenido que entraña cierta dificultad en los estudiantes, por lo que sería difícil avanzar con este enfoque en Educación Primaria.

Entre los errores más comunes destacamos el considerar siempre que los sucesos son equiprobables y que los sucesos siempre van a ser finitos, lo que hace que su ámbito de aplicación sea bastante limitado.

Falk et al. (1980) sugieren que la probabilidad se compone del azar y la proporción y que el cálculo de proporciones no implica la comprensión de la probabilidad, ya que no se contempla la imposibilidad de predecir el resultado de la probabilidad.

2.3.3. Errores asociados al significado frecuencial de la probabilidad

En primer lugar, la finalidad de este significado de la probabilidad no es calcular una probabilidad, sino hacer una estimación de ella, ya que el número de repeticiones va a ser finito y a veces es imposible realizarlas bajo las mismas condiciones. Batanero y Serrano (1999) concluyen que en general los estudiantes tienen dificultad en la interpretación frecuencial de la probabilidad. Por otra parte, la enseñanza tradicional de este tipo de probabilidad no es suficiente para acabar con los errores y dificultades que tienen en su comprensión, sino que es recomendable trabajarla mediante la realización de experimentos y la simulación (Serrano et al. 2009).

Relacionado con este significado, puede aparecer en el alumnado la insensibilidad al tamaño de la muestra, ya que algunos discentes no van a tener en cuenta la importancia del número de ensayos para estimar correctamente la frecuencia de la probabilidad.

Otros de los errores comunes es el conocimiento de independencia de dos sucesos (Truran y Truran, 1997) y el sesgo de la equiprobabilidad (Lecoutre, 1992). En un estudio realizado por Ortiz et al. (2012) con 167 futuros docentes de Educación Primaria y 251 discentes entre 10 y 14 años, en un juego sobre lanzamiento de monedas, un 11% señaló que, si se repetía un resultado varias veces, era más probable obtener un resultado distinto en el siguiente lanzamiento y en otro problema sobre lanzamiento de chinchetas, un 60% manifestó que tenían la misma probabilidad salir boca arriba y boca abajo.

2.3.4. Errores asociados al significado subjetivo de la probabilidad

Los errores asociados a esta probabilidad, en la mayoría de las ocasiones viene producida por las experiencias que tienen los discentes previamente. Entre los errores más comunes encontramos la heurística de representatividad, que estima la probabilidad en función de lo representativo que sea ese suceso para el alumnado. Serrano et al. (1996) aclaran este concepto, de tal forma que se asignará una probabilidad alta a los sucesos más conocidos para una población y viceversa. De la heurística de representatividad surge la insensibilidad al tamaño de la muestra, que nos dice que cualquier muestra que se tome, independientemente de su tamaño, va a ser representativa (Serrano et al. 1998) y las ideas erróneas sobre secuencias aleatorias, que proponen que aquellas que aparecen ordenadas o simétricas no son aleatorias (Muñoz, 1998).

Por ejemplo, en un sorteo de un cupón los discentes pueden llegar a pensar que un número repetido como 22022 tiene menos probabilidades de salir que cualquier otro número porque llegan a creer que “los números salen salteados” o “es difícil encontrar números premiados con cifras repetidas cuando miramos los resultados en la administración”. En esos argumentos podemos comprobar la heurística de la probabilidad, que el orden de esos números no va a estar relacionado con la idea de aleatoriedad y que una muestra escasa ya es representativa para hacer esas afirmaciones.

Serrano (1996), por su parte, menciona otro error común como es la recencia negativa, una de las formas de la falacia del jugador, en la que se espera un cambio de resultado después de varias repeticiones. También es común confundir aleatoriedad y equiprobabilidad, al pensar que un suceso no ocurrirá si ha ocurrido recientemente o tener dificultad al reconocer la dependencia o no de los sucesos. Un ejemplo sería pensar que no saldrá cruz en el segundo lanzamiento si en el primero salió cruz.

2.4. INVESTIGACIONES SOBRE ANÁLISIS DE LIBRO DE TEXTO

2.4.1. Importancia del libro de texto

El libro de texto como recurso para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tiene su origen en Grecia hace ya 2300 años, con los elementos de Euclides. (Fan et al. 2013).

Posteriormente, Cronbach (1955), citado en Fan et al. (2013), en los años 50 resaltó que, aunque la presencia de los libros de texto era alta en las aulas, la investigación sobre los mismos eran dispersas y poco concluyentes. Ya en los años 80, Freeman y Porter (1989), citados por Fan et al. (2013), señalaron la necesidad de investigar en el análisis de los libros de texto, y en los últimos 30 años han aumentado las investigaciones.

Según Konior (1993), los libros de texto son uno de los recursos que más se utilizan para enseñar matemáticas, por lo que su análisis puede contribuir a generar conocimiento y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En la enseñanza de la probabilidad en primaria, Herbel-Eisenmann (2007) señala la importancia que tiene la interpretación por parte del profesor del currículum escrito en los libros, ya que en ocasiones el currículum pretendido y el implementado difieren.

Un aspecto que debemos tener presente y desde mi experiencia en los prácticums es que los libros de texto de matemáticas son el recurso más utilizado, sobre el que se apoya el docente en su proceso de enseñanza y esto provoca que su discurso se limite a transmitir unos contenidos matemáticos impuestos desde los libros de texto. Watt (2002), citado en García (2014) en un estudio sobre el papel de varios materiales didácticos mostró que el libro de texto se utiliza en el 86% de las clases programadas y que su papel va a ser crucial en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por otra parte, Jamieson-Proctor y Byrne (2008) resaltan la enorme dependencia que tiene el libro de matemáticas en la enseñanza de las mismas.

En las planificaciones docentes el libro de texto es un recurso muy utilizado (Bromme y Homberg, 1981) y el contenido a enseñar va a estar influenciado por el texto seleccionado (Johansson, 2006). Además, de acuerdo con Rezat (2012), el libro de texto debe presentar los contenidos en consonancia con la edad del alumno y el nivel educativo.

Sobre la necesidad de realizar un análisis de los libros de texto utilizados, Monterrubio y Ortega (2011) proponen realizar un análisis profundo de dicho material con objeto de valorar la adecuación del mismo en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En la mayoría de las ocasiones, los docentes se ven obligados a utilizar una determinada editorial por diversos factores externos a su voluntad. En esta línea, McNaught, (2005) y Handal (2003), citados en García (2014) aclaran que las decisiones que los docentes toman en torno al uso del libro de texto están influenciadas por su confianza hacia las matemáticas, las presiones de las administraciones, centro escolar y padres y por su concepción sobre la educación y su calidad.

En relación a la utilidad del libro de texto de matemáticas, Jamieson-Proctor y Byrne (2008) llegan a una conclusión que un 38% de los profesores son incapaces de valorar si su alumnado va a conseguir una adecuada competencia matemática con el libro de texto, pero siguen utilizándolo.

2.4.2. Líneas de investigación

El análisis de los libros de texto es un tema fundamental para la investigación en educación matemática y para la práctica matemática. Fan et al. (2013) especifican que en las últimas décadas se han realizado avances importantes en la investigación sobre libros de texto de matemáticas, incluyendo un amplio abanico de temáticas, como la comparación entre dos o más series de libros, el papel de los libros en el proceso de enseñanza y aprendizaje o la relación entre los libros de texto y el rendimiento escolar.

Por otra parte, para Goetz y Lecompte (1988) aclaran que, mediante el análisis de los libros de texto, se va a poder analizar los sesgos que pueden existir respecto a los contenidos y a los objetivos del currículum.

En esta línea, Ortiz (2002a) recalca la importancia del análisis de los libros de texto y ahonda en la idea de que uno de los papeles fundamentales del docente debe ser la vigilancia epistémica de los contenidos presentes en los manuales de matemáticas para identificar los significados que estén sesgados y no transmitirlos a los discentes.

Teniendo en cuenta la relación de la probabilidad con la estadística, sobre todo con el significado frecuencial de la misma, Cobo y Batanero (2004) analizaron una muestra de 22 libros de texto de secundaria sobre el tratamiento de los conceptos estadísticos en dichos libros y llegaron a la conclusión que apenas se centran en las propiedades estadísticas, sino que se basan en la presentación de definiciones y el cálculo de medidas estadísticas.

Considerando que la probabilidad puede ser presentada con diferentes significados (Batanero y Diaz, 2007), es conveniente analizar si los libros de texto presentan los diferentes significados, si tienen la misma representatividad y si tienen en cuenta la edad de los escolares para introducir dichos significados.

2.4.3. Dimensiones de análisis

En este trabajo de investigación, no se va a analizar la totalidad del libro de texto, sino que nos vamos a centrar en el tema de la probabilidad. Godino et al. (2006) puntualizan que una lección de un libro de texto se va a considerar como un proceso de instrucción que se compone de la secuencia de prácticas matemáticas y didácticas que propone el autor para el estudio de dicho tema.

Según Selander (1990), la mejor manera de analizar un determinado contenido es realizándolo en diferentes libros de texto. Dicho análisis deberá centrarse en la selección que se hace de los contenidos y la forma en la que se presentan. En el caso de la presente investigación se pondrá el foco de atención en los significados presentes en los libros de texto de primaria de tres editoriales diferentes con alto prestigio a nivel nacional. Asimismo, se pretende estudiar si los significados recogidos en dichos manuales están en consonancia con los recogidos en las diferentes normativas educativas.

Existen escasas investigaciones sobre el análisis de la probabilidad en libros de texto y la poca que existe está orientada a la etapa de secundaria y esto se debe a que la presencia de la probabilidad como contenido matemático en primaria en España es bastante reciente, concretamente desde 2006.

Ortiz (2002a) utilizó una muestra de 11 libros de texto de secundaria durante los años 1975 y 1991 para analizar los significados que se les otorgaba a la probabilidad en los libros de texto. Dicho análisis nos muestra una presencia abrumadora de los significados clásico y frecuencial, mientras que los demás significados aparecen de forma residual. En dichos libros también se detectan algunos sesgos en los significados de la probabilidad, por lo que deben ser tenidos en cuenta por el docente en el proceso de enseñanza con objeto de evitar su transmisión al alumnado.

Díaz (2017) también analizó la estadística y la probabilidad en los libros de bachillerato y en las pruebas de selectividad de cuatro comunidades autónomas y de su análisis resalta que en los libros de texto se trabajan los contenidos de probabilidad

planteados en las leyes educativas, pero de una forma descontextualizada, con un modelo deductivo de la enseñanza y con ejercicios de repetición algorítmica.

Barragués y Guisasola (2006) utilizaron analizaron, en una muestra de 34 libros de texto universitarios, cómo estos recogen la probabilidad concluyendo la no inclusión de los diferentes significados de la probabilidad ni las relaciones entre los mismos ni las dificultades que se encuentran los discentes en las aulas. Los autores señalaron que este hecho es preocupante ya que posteriormente, estos estudiantes son los que enseñarán la probabilidad y sus discentes tendrán un aprendizaje memorístico.

Azcárate y Serradó (2006) analizaron cuatro series de libros de texto de Educación Secundaria y encontraron que en dos series predominaba la probabilidad clásica y en otros dos el enfoque frecuencial. Además, los autores destacan que no se establecen las relaciones entre ambos significados de la probabilidad.

Todos estos autores resaltan el predominio de aspectos procedimentales en los libros de texto sin profundizar en el desarrollo del razonamiento probabilístico del alumnado ni en la comprensión de los conceptos.

Gómez et al. (2013) analizó el lenguaje de la probabilidad en dos series de libros de texto españoles de Educación Primaria. Entre los resultados se resalta una gran presencia del lenguaje coloquial frente al formal y el predominio del lenguaje numérico, gráfico y tabular. En este estudio se resalta el papel fundamental del docente, el cual debe de estar bien instruido, en la selección del libro de texto adecuado.

Alsina y Vázquez (2015), tras analizar dos colecciones de libros de texto de Educación Primaria, concluyen que el tratamiento que se le está dando a la probabilidad en los libros de texto no está siempre en consonancia con lo que proponen las distintas normativas educativas y recomiendan un replanteamiento de los libros de texto y en especial sobre la probabilidad para que los discentes aprendan lo que viene establecido en el currículum.

2.5. CONCLUSIONES

En este capítulo se han resaltado algunas investigaciones sobre la probabilidad en Educación Primaria, que ponen de manifiesto que para cada uno de los significados de la

probabilidad empleados existen unos errores asociados que los discentes suelen cometer o que podrían llegar a cometer si los contenidos no son presentados de la forma más idónea.

Los errores más comunes tienen diversos orígenes, cobrando especial mención los relacionados con la epistemología del contenido, la comprensión de los mismos por parte del alumnado, el razonamiento probabilístico y los didácticos provocados por el mal uso que se hace a veces de la probabilidad.

Por otra parte, la importancia que tiene el libro dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, al ser el recurso más utilizado en las aulas para enseñar matemáticas hace que sea de vital importancia el análisis del mismo, tanto por parte del docente que va a hacer uso de él, como por parte de diferentes investigadores, que van a permitir reconocer los errores y los sesgos que pueden llegar a presentarse en el proceso de enseñanza y aprendizaje y van a contribuir a que el significado pretendido e implementado estén en consonancia.

Las investigaciones previas en el análisis de la probabilidad en los libros de texto se han centrado fundamentalmente en analizar la presencia de cada uno de los significados de la probabilidad en los libros de texto, las relaciones que se establecen entre los diferentes significados, la detección de errores en los mismos y la detección de las dificultades a las que puede llegar a hacer frente el alumnado de Educación Primaria.

CAPÍTULO 3. LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

3.1. INTRODUCCIÓN

Una vez presentados los diferentes significados asociados a la probabilidad, a lo largo del presente capítulo se analiza el significado institucional de 6 libros de texto del último ciclo de Educación Primaria de las tres editoriales con mayor presencia en los centros escolares de la Comunidad Autónoma de Andalucía.

En cada uno de ellos se identifican los contenidos referentes a la probabilidad, contabilizando las definiciones, ejemplos y actividades referentes a cada uno de los significados de la probabilidad para finalmente analizar las variables del estudio, es decir, los objetos matemáticos primarios asociados a cada uno de los significados. En el análisis se identifica y ejemplifica cada una de las categorías que aparecen en los ejercicios y que permitirán obtener unas conclusiones en referencia al significado institucional de la probabilidad.

3.2. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

3.2.1. Muestra de textos analizados

La muestra de los textos seleccionados para esta investigación se hizo tras una breve indagación sobre las editoriales de libros de texto más utilizadas en la Comunidad Autónoma de Andalucía para la enseñanza de las matemáticas. La muestra corresponde a los libros de texto del último ciclo de primaria de las editoriales Anaya, Santillana y SM del año 2019 y que actualmente están vigentes en las aulas de Educación Primaria.

Aunque las editoriales Anaya y Santillana tienen dos series de libros, se ha elegido solamente una serie de cada editorial y la muestra de nuestra investigación se compone de seis libros (véase Anexo 1). A lo largo del texto se utilizará la codificación [SM5] y [SM6] para los textos de SM de quinto y sexto respectivamente, [S5] y [S6] para los textos de Santillana de quinto y sexto respectivamente y [A5] y [A6] para los textos de Anaya de quinto y sexto respectivamente.

3.2.2. Método y variables de análisis

La investigación que se ha llevado es de tipo cualitativa basada en el análisis de contenido, cuyo foco de atención se centra en el análisis de los significados de la probabilidad en los textos seleccionados, diferenciando por un lado definiciones y ejemplos y por otro lado las actividades. Con la utilización del análisis de contenido, un texto puede dividirse en unidades que pueden ser clasificadas en un número reducido de categorías en función de variables subyacentes, y que permiten realizar inferencias sobre su contenido (Krippendorff, 2013). Asimismo, y de acuerdo con Bisquerra (1989), el proceso de investigación realizado se enmarca dentro de la tipología inductiva, típico de la metodología cualitativa.

La Tabla 3.1 resume el estudio descriptivo sobre los distintos tipos de significados recogidos en los textos seleccionados. Se observa una distribución heterogénea en las editoriales pues no todas incluyen con la misma proporción el contenido de probabilidad. Mientras que la editorial Santillana es la que más significados presenta al alumnado, la editorial SM solo muestra un ejercicio de probabilidad subjetiva y Anaya no trabaja el significado subjetivo de la probabilidad. Por otro lado, la presencia de la probabilidad en los textos analizados tiene una evolución distinta. En la editorial Anaya la probabilidad tiene una presencia similar en los dos cursos del último ciclo, en la editorial Santillana el número de ejercicios se reduce bastante y en la editorial SM se incrementa más del doble.

Para el análisis se ha utilizado como referencia la metodología de Gómez (2014), que hace una adaptación de la metodología de Cobo (2003). Para ello, se han seguido los siguientes pasos, los cuales serán explicados e irán acompañados de una ejemplificación.

1. Localización de los temas y las páginas de los libros de texto en los que se trata el tema de la probabilidad.
2. Selección de las definiciones, ejemplos y actividades sobre la probabilidad.
3. Selección de las variables analizadas, que en la investigación se componen de situaciones problemas, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos puestos en juego en cada uno de los significados de la probabilidad presentes en los libros y que son el intuitivo, clásico, subjetivo y frecuencial.
4. Para cada una de estas variables se va a identificar una serie de categorías.
5. Finalmente, análisis descriptivo de cada variable.

Tabla 3.1. *Distribución de los significados de la probabilidad según editorial, definiciones y ejemplos analizados*

EDITORIAL		Intuitivo	Clásico	Frecuencial	Subjetivo	TOTAL
ANAYA	5° Definición/ejemplos	2	2	0	0	4
	Actividades	14	14	0	0	29
	6° Definición/ejemplos	2	3	1	0	6
	Actividades	7	16	3	1	27
SANTILLANA	5° Definición/ejemplos	1	1	1	0	3
	Actividades	8	13	3	2	26
	6° Definición/ejemplos	0	1	0	0	1
	Actividades	2	11	1	1	15
SM	5° Definición/ejemplos	2	1	0	0	3
	Actividades	3	8	1	0	12
	6° Definición/ejemplos	2	1	0	0	3
	Actividades	16	13	2	0	31
TOTAL		59	84	13	4	160

3.3. VARIABLES ANALIZADAS

3.3.1. Situaciones problemas

En los libros de texto analizados se proponen definiciones, ejemplos y actividades que hacen referencia en mayor medida a diferentes juegos de azar conocidos por el alumnado (sacar carta de una baraja, lanzar moneda, lanzar dado, extraer bola de una urna, girar una ruleta, etc.) y en menor medida a experiencias de la vida cotidiana (elegir fruta, previsión del clima, deportes, etc.).

3.3.1.1. Situaciones problemas relacionadas con el significado intuitivo

SPI1. *Manifestar el grado de creencia de que ocurran los sucesos.* Se han clasificado en esta categoría aquellos enunciados enfocados en describir sucesos en base a los tipos de sucesos. A modo de ejemplo, en la actividad 23 de [A5] (p.68), cuyo enunciado es “Considera la experiencia elegir al azar un compañero de mi clase y escribe un suceso posible, otro seguro y otro imposible”, se solicita identificar tres tipos de sucesos en base al grado de creencia de que ocurran.

SPI2. *Determinar sucesos aleatorios y deterministas.* Se consideran aquellos ejercicios donde se solicita diferenciar los términos de aleatoriedad y no aleatoriedad (determinista), por ejemplo:

([A5], p.62) De las siguientes experiencias, ¿cuáles son aleatorias?

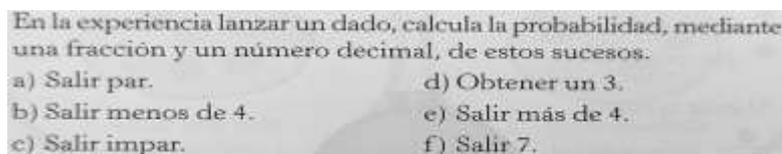
- a) Sacar hielo del congelador y observar si se derrite.
- b) Calentar un cazo y observar si la temperatura del agua sube
- c) Girar una ruleta y observar el resultado

3.3.1.2. Situaciones problemas relacionadas con el significado clásico

SPC1. *Determinar el espacio muestral.* Se han considerado aquellas actividades en las que solicita la obtención de todos los posibles resultados que se pueden obtener en la realización de un experimento aleatorio.

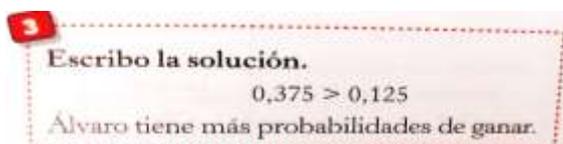
SPC2. *Cálculo de probabilidades.* Una vez determinado el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio, y considerando que todos los posibles sucesos son equiprobables, se solicita el cálculo de probabilidad a distintos sucesos, simples o compuestos, que pueden describirse en el mismo (véase Figura 3.1).

Figura 3.1. Ejercicio nº 8. Cálculo de probabilidades ([A6], p.212)



SPC3. *Comparación de probabilidades.* Se consideran aquellas definiciones/problemas/ejemplos en los que se debe establecer una comparativa entre dos o más probabilidades con objeto de identificar si existe mayor o menor probabilidad de que ocurra un suceso (véase Figura 3.2.).

Figura 3.2. Definición/ejemplo nº 4. Comparación de probabilidades ([A6], p.214)



SPC4. *Estimación de la probabilidad a partir de sucesos anteriores.* A diferencia de la categoría SPC2, donde se solicita el cálculo de probabilidades a partir de un experimento no realizado, se ha clasificado dentro de estas aquellas actividades en las que se pide el cálculo de la probabilidad de un suceso una vez realizado el experimento. La Figura 3.3.

muestra en una tabla los resultados obtenidos en un partido de fútbol y a partir de los resultados recogidos se solicita el cálculo de probabilidades.

Figura 3.3. Ejercicio nº13. Estimación de la probabilidad a partir de sucesos anteriores ([A6], p.213)

Observa los goles conseguidos por Gelia en 10 partidos jugados.

Partidos	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º
Tiros realizados	5	6	4	6	7	3	7	6	8	8
Goles conseguidos	2	1	0	3	1	1	0	2	1	1

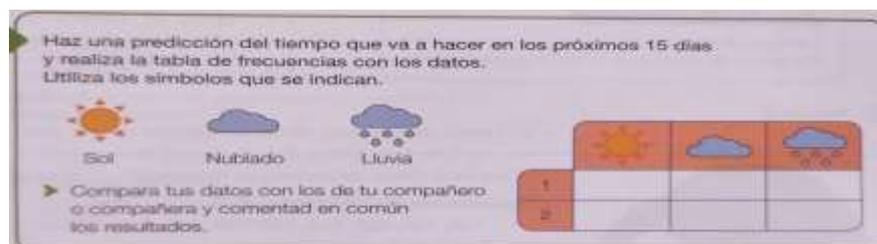
a) ¿Cuál es la probabilidad de que meta gol en su próximo disparo?

SPC5. *Determinar si un juego de probabilidad es o no justo.* Dentro de esta categoría se han contemplado aquellas actividades en las que a partir de una situación se solicita reflexionar sobre si los sucesos asociados a un mismo experimento son equiprobables o no con el objeto de analizar si un juego de azar es justo o no. La actividad sexta de [A6] (p.227) plantea el siguiente juego “Pedro y Bruno tienen una bolsa con tarjetas numeradas del 1 al 20. Sacan un número al azar. Gana Pedro si sale un divisor de 20 y gana Bruno si sale un número mayor que 10”. A partir de dicho enunciado se pregunta “¿Es un juego justo?, ¿Por qué?”.

3.3.1.3. Situaciones problemas relacionadas con el significado subjetivo

SPS1. *Hacer predicciones en función de los datos disponibles.* La Figura 3.4 muestra una actividad ejemplo de las tareas clasificadas como SPS1. Se observa que el estudiante debe poner en juego su conocimiento sobre el tiempo que puede hacer los próximos 15 días para posteriormente generar una discusión entre los propios discentes. A partir de dicha discusión los estudiantes deberán reflexionar la coincidencia o no de los resultados.

Figura 3.4. Ejercicio nº 13. Hacer predicciones en función de los datos disponibles ([S5], p.225)



SPS2. *Estudiar sucesos en los que la probabilidad va a depender de las experiencias individuales.* Se han clasificado en esta categoría actividades como la nº 25 del manual

de Santillana de quinto curso en la que solicita “¿Cuántas veces hay que tirar un dado, como máximo, para asegurar que se repite un resultado cualquiera?” (p.231)

3.3.1.4. Situaciones problemas relacionadas con el significado frecuencial

En este apartado se ha identificado una única categoría, SPF1. *Predicción de tendencias en experimentos aleatorios en función de los datos obtenidos*. Esta clase de actividades se formulan con el objetivo de que el estudiante, tras realizar el experimento, obtenga una estimación de la probabilidad asociada a un suceso. Por ejemplo, “12. Lanza un dado 20 veces y haz la tabla de frecuencias con los números que has obtenido como resultados. ¿Cuál ha sido el resultado con mayor frecuencia absoluta? ¿Y relativa?” ([S5], p.225).

La Tabla 3.2 muestra la presencia de las diferentes situaciones problemas presentes en los libros de texto que conforman la muestra y en ella se observa que la editorial que más significados de la probabilidad trabaja es Santillana, que trabaja todos los significados, seguida de SM y finalmente Anaya que no trabaja la subjetiva.

También podemos observar que todas las editoriales, en todos los cursos trabaja la probabilidad intuitiva y el cálculo de probabilidades, resaltando que la editorial Anaya hace hincapié en la diferenciación de sucesos aleatorios y deterministas y que la editorial SM además de calcular la probabilidad trabaja la comparación de probabilidades.

Tabla 3.2. Tabla resumen de las situaciones problemas en los libros de texto

	ANAYA		SANTILLANA		SM	
	5°	6°	5°	6°	5°	6°
Intuitivo						
SPI1. Manifestar el grado de creencia de que ocurran los sucesos	X	X	X	X	X	X
SPI2. Determinar sucesos aleatorios y deterministas	X	X				X
Clásico						
SPC1. Determinar el espacio muestral	X	X		X		
SPC2. Cálculo de probabilidades	X	X	X	X	X	X
SPC3. Comparación de probabilidades				X	X	X
SPC4. Estimación de la probabilidad a partir de sucesos anteriores (También frecuencial)		X				X
SPC5. Determinar si un juego de probabilidad es o no justo			X			X
Subjetivo						
SPS1. Hacer predicciones en función de los datos disponibles			X	X		
SPS2. Estudiar sucesos en los que la probabilidad va a depender de las experiencias individuales			X			X
Frecuencial						
SPF1. Predicción de tendencias en experimentos aleatorios en función de los datos obtenidos			X	X	X	X

3.3.2. Lenguaje

El lenguaje utilizado en probabilidad juega un papel determinante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y en el desarrollo del razonamiento probabilístico. Además, en Godino et al. (2007) se resalta que el lenguaje matemático es fundamental en el EOS, ya que es un elemento representacional y operativo que se pone en juego cuando se intentan dar respuesta a las diferentes situaciones problemas.

En la Tabla 3.3 se observa, por un lado, la presencia de un lenguaje cotidiano para referirnos a la probabilidad con expresiones como adivinar, acertar, sin mirar, predecir, creer, etc., y, por otro lado, la presencia de un lenguaje probabilístico con expresiones como azar, probabilidad, casos favorables, casos posibles, probabilidad estimada, espacio muestral, suceso seguro, suceso posible, sucesos deterministas, etc.

Tabla 3.3. *Tabla resumen del lenguaje presente en los libros de texto*

	ANAYA		SANTILLANA		SM	
	5°	6°	5°	6°	5°	6°
Intuitivo						
Lenguaje cotidiano	X	X	X	X	X	X
Lenguaje probabilístico	X	X	X	X	X	X
Números naturales	X	X	X	X	X	X
Números decimales						
Números fraccionarios						
Símbolos probabilísticos						
Tablas y/o Gráficos						
Clásico						
Lenguaje cotidiano	X	X	X	X	X	X
Lenguaje probabilístico	X	X	X	X	X	X
Números naturales	X	X	X	X	X	X
Números decimales		X				
Números fraccionarios	X	X	X	X	X	
Símbolos probabilísticos	X	X	X			X
Tablas y/o Gráficos	X	X				
Subjetivo						
Lenguaje cotidiano			X	X		X
Lenguaje probabilístico			X	X		
Números naturales				X		X
Números decimales						
Números fraccionarios						
Símbolos probabilísticos						
Tablas y/o Gráficos			X			
Frecuencial						
Lenguaje cotidiano		X	X	X	X	X
Lenguaje probabilístico		X	X	X	X	X
Números naturales		X	X	X	X	X
Números decimales		X				
Números fraccionarios		X	X	X		
Símbolos probabilísticos						
Tablas y/o Gráficos		X	X	X		

Analizando el lenguaje podemos concluir que existen ciertas expresiones lingüísticas que podemos asociar a cada significado de la probabilidad. Expresiones como suceso, seguro, posible, probable, imposible, experiencia aleatoria, experiencia determinista, azar, siempre, a veces, nunca, más probable, menos probable o posibilidad hacen referencia al significado intuitivo de la probabilidad.

Si nos centramos en el significado clásico de la probabilidad, nos vamos a encontrar con un léxico mucho más amplio y variado con expresiones como casos favorables, casos posibles, cálculo de probabilidades, comparación de probabilidades, espacio muestral, lanzar una moneda o extraer una carta entre otras tantas. En referencia al significado frecuencial podemos asociar expresiones como frecuencia absoluta, frecuencia relativa, repeticiones, observar o predecir y en alusión al significado subjetivo expresiones como crees, próximos o no asegurar.

En cuanto a los tipos de números, resaltar que predominan los números naturales para trabajar todos los significados de la probabilidad, los números fraccionarios y decimales tienen una mayor presencia en el significado clásico de la probabilidad y sobre todo en el cálculo de probabilidades, aunque los números fraccionarios también se utilizan para el cálculo de las frecuencias relativas propias del significado frecuencial.

Además, estos lenguajes coexisten con un lenguaje simbólico, relacionado fundamentalmente con el significado clásico de la probabilidad y que está presente en el cálculo y comparación de la probabilidad. Entre los símbolos encontrados destacamos [P] como abreviatura del término probabilidad, [P(S)] para referirnos a la probabilidad de un suceso, [E] como abreviatura de espacio muestral, símbolos que se identifican con las operaciones aritméticas como son [(+), (=) y (/)], símbolos que aluden a la comparación de probabilidades como [(>), (=), (<)] y símbolos que hacen referencia a las diferentes formas de expresar la probabilidad [(3/6), (0,5) y (50 %)].

Igualmente nos encontramos con un lenguaje tabular relacionado fundamentalmente con el significado frecuencial de la probabilidad mediante la construcción de tablas de frecuencias y tablas relacionadas con el significado clásico de la probabilidad y en concreto con la construcción del espacio muestral. Destacar que la editorial SM no muestra ninguna tabla mientras trabaja la probabilidad, la editorial Santillana las utiliza para trabajar el significado frecuencial de la probabilidad y en especial mención a las frecuencias relativas y la editorial Anaya es la que más tablas

utiliza, ya sea para trabajar el significado frecuencial de la probabilidad con frecuencias absolutas, el significado clásico para el cálculo de la probabilidad estimada o la construcción del espacio muestral con tablas en columnas y tablas de doble entrada y la probabilidad intuitiva con la organización de la información en una tabla para trabajar los sucesos aleatorios y deterministas.

Finalmente, resaltar que en las tres editoriales analizadas hacen un uso residual del lenguaje gráfico para trabajar la probabilidad.

En todas las editoriales analizadas el tema de la probabilidad se enseña junto a la estadística y aunque hay un apartado del tema específico que hace referencia a los gráficos en estadística, ninguna editorial establece ninguna conexión con la probabilidad.

3.3.3. Conceptos

Uno de los elementos fundamentales para la construcción del conocimiento matemático son los conceptos que se ponen en juego en la resolución de las situaciones problemas. En la etapa de Educación Primaria, estos conceptos van a aparecer de forma implícita y acompañados con ejemplos que utilizan un lenguaje cotidiano. Según Skemp (1980), los conceptos se deberían de introducir mediante ejemplos y una posterior serie de ejercicios, sin utilizar definiciones formales.

3.3.3.1. Conceptos relacionados con el significado intuitivo

CI1. *Suceso simple y compuesto*. Un suceso es simple cuando está constituido por un solo resultado del espacio muestral. En SM se refleja “cada uno de los posibles resultados se llama suceso simple” ([SM5], p. 144).

CI2. *Suceso imposible, posible/probable y seguro*. Un suceso posible es aquel que ocurre a veces, un suceso imposible el que no ocurre nunca y el suceso seguro el que ocurre siempre, tal y como se especifica en ([SM5], p.144).

CI3. *Azar*. Es la característica de un suceso imprevisible. Un ejemplo de este concepto se ve en la editorial SM “Cuando lanzamos un dado no sabemos el resultado que va a salir porque depende del azar” ([SM5], p.144).

CI4. *Aleatoriedad*. Este concepto hace referencia a que un suceso no se puede predecir puesto que interviene en el azar. En la editorial Anaya se ejemplifica que “una experiencia aleatoria es aquella que no podemos predecir el resultado” ([A6], p.210).

CI5. *Experiencia aleatoria y determinista*. En la editorial SM para referirse a este tipo de experiencias, se pide que el alumnado dedica “qué situaciones dependen del azar” (6º SM, p. 148), en la editorial Santillana no aparecen estos conceptos y en la editorial Anaya “qué experiencias son aleatorias” ([A5], p. 62). Mientras que en SM se utiliza el término azar en Anaya se utiliza el término aleatoriedad.

CI6. *Posibilidad de ocurrencia*. Se trabaja bastante en la editorial Santillana, cuando se expresa que un determinado suceso es más probable o menos probable.

CI7. *Equiprobable y no equiprobable*. El concepto equiprobable hace referencia a la misma posibilidad de ocurrencia de los sucesos elementales. En las tres editoriales se observan ruletas con la misma área.

CI8. *Grado de creencia*. En ninguno de los textos analizados aparece explícitamente, pero si se pone en juego cuando se nos pide que clasifiquemos los diferentes tipos de sucesos.

3.3.3.2. *Conceptos relacionados con el significado clásico*

CC1. *Probabilidad*. Se refiere a la mayor o menor posibilidad de que pueda ocurrir un determinado suceso. En la editorial SM se especifica qué mide la probabilidad: “La probabilidad mide la facilidad con la que puede ocurrir un suceso” ([SM5], p.145), además de ejemplificar la fórmula.

CC2. *Aleatoriedad*. En dos de los seis libros analizados, el cálculo de la probabilidad va asociado a una experiencia aleatoria vinculada a un juego de azar. Ejemplo: “Sin mirar sacamos una canica de la bolsa. Calcula la probabilidad de que sea verde” ([SM5], p.145)

CC3. *Juego de azar*. Referido a juegos en los que las posibilidades de ganar dependen del azar. En ninguno de los libros analizados aparece una definición específica de juego de azar, pero el cálculo de las probabilidades va asociado a un juego de azar.

CC4. *Suceso*. Cada uno de los resultados de una experiencia aleatoria se denomina suceso tal y como se muestra en ([A6], p. 210).

CC5. *Suceso elemental*. Cada uno de los elementos que conforman el espacio muestral. Por ejemplo, que salga un 3 al lanzar un dado.

CC6. *Casos favorables y casos posibles*. Casos favorables son los sucesos válidos a nuestra experiencia y casos posibles son todos los casos.

CC7. *Fracción*. Este concepto aparece como partes de la unidad y en los libros analizados se muestra como el cociente entre el número de casos favorables y posibles.

CC8. *Decimal*. Número compuesto por una parte entera y otra decimal.

CC9. *Porcentaje*. Número que representa la proporcionalidad de una parte respecto a un todo que vale 100. En Anaya se especifica que “para expresar la probabilidad en forma de porcentaje, basta con multiplicar por 100 el número decimal” ([A6], p.213).

CC10. *Regla de Laplace*. La probabilidad es el cociente entre el número de casos favorables y posibles cuando los sucesos del espacio muestral son equiprobables.

CC11. *Espacio muestral*. Todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. La editorial Anaya muestra “busco todos los casos posibles” ([A6], p. 214),

CC12. *Suceso equiprobable*. Es aquel que tiene la misma posibilidad de ocurrir y es requisito imprescindible para poder aplicar la regla de Laplace.

CC13. *Suceso independiente y dependiente*. Los sucesos independientes son aquellos en los que la ocurrencia de un suceso no modifica la probabilidad del otro y los sucesos dependientes los que la ocurrencia de un suceso influye en la probabilidad del otro. Un ejemplo de suceso dependiente es “si la primera ha sido roja, la segunda también lo sea” ([S6], p.229), teniendo en cuenta que no se devuelve la bola.

CC14. *Suceso simple y compuesto*. El suceso simple es el que está formado por un elemento del espacio muestral y el compuesto por varios.

CC15. *Suceso contrario*. Es el suceso que acontece cuando no ocurre un determinado suceso. Una ejemplificación de este concepto aparece en ([S6], p.227) “Sacar una figura que no sea de espadas”

CC16. *Conjunto y subconjuntos*. Un conjunto es un grupo de elementos con una característica en común y un subconjunto a una parte del conjunto. En ([A6], p. 212) se utiliza el término conjunto de datos posibles para referirse al espacio muestral y el término subconjuntos del espacio muestral para referirse a los diferentes sucesos.

CC17. *Probabilidad estimada*. Este concepto solo se muestra en ([A6], p. 213) para hacer referencia a la estimación de la probabilidad a partir de experiencias anteriores.

CC18. *Juego justo*. Juego con las mismas posibilidades de ganar.

CC19. *Sucesos compatibles*. Los sucesos compatibles pueden ocurrir a la vez. Un ejemplo de suceso compatible aparece en ([S6], p. 227), en el que se espera que el alumnado llegue de la conclusión que una persona puede tener perro y gato a la vez.

CC20. *Probabilidad condicionada*. Es la probabilidad que ocurra un suceso A teniendo en cuenta que ocurre otro B. Se asocia a la condición “si”.

3.3.3.3. *Conceptos relacionados con el significado subjetivo*

CS1. *Suceso incierto*. Un suceso es incierto si cada individuo en función de su experiencia individual puede aportar una probabilidad diferente. Por ejemplo, en ([S5], p. 231) se plantea “¿Cuántas veces hay que tirar un dado, como máximo, para asegurar que se repite un resultado?”.

CS2. *Probabilidad como creencia personal*. Cada individuo, en función de su creencia personal va a asignar una probabilidad que normalmente no va a ser numérica. En ([S5], p. 225) el alumnado predice el tiempo en base a sus propias creencias.

3.3.3.4. *Conceptos relacionados con el significado frecuencial*

CF1. *Frecuencia absoluta*. *CF*. *Frecuencia relativa*. La frecuencia absoluta es el número de veces que aparece un valor y la relativa es el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra.

CF2. *Ensayos repetidos*. Este concepto aparece asociado al lanzamiento de un dado o una moneda un número determinado de veces, para después calcular las frecuencias relativas e intentar predecir la probabilidad de éxito de un determinado suceso simple.

CF3. *Probabilidad estimada*. Hace referencia a la posibilidad de estimar la probabilidad a partir de datos anteriores. “*En algunas situaciones se puede estimar la probabilidad a partir de los datos recogidos en experiencias anteriores*” ([A6], p. 213). La probabilidad estimada aparece asociada con la utilización de la regla de Laplace, lo que nos va a permitir establecer puentes entre la probabilidad frecuencial y clásica.

La Tabla 3.4 contiene un resumen de todos los conceptos que se han analizado en función de los diferentes significados de la probabilidad.

Tabla 3.4. *Tabla resumen de los conceptos presentes en los libros de texto*

	ANAYA		SANTILLANA		SM	
	5°	6°	5°	6°	5°	6°
Intuitivo						
CI1. Suceso simple y compuesto	X	X	X		X	X
CI2. Suceso imposible, posible/probable y seguro	X	X	X		X	X
CI3. Azar	X	X	X		X	X
CI4. Aleatoriedad	X					X
CI5. Experiencia aleatoria y determinista	X	X				X
CI6. Posibilidad de ocurrencia	X		X	X		
CI7. Equiprobable y no equiprobable			X			
CI8. Grado de creencia					X	X
Clásico						
CC1. Probabilidad	X	X	X	X	X	X
CC2. Aleatoriedad		X			X	
CC3. Juego de azar	X	X	X	X	X	X
CC4. Suceso	X	X	X	X	X	X
CC5. Suceso elemental	X	X	X	X	X	X
CC6. Casos favorables y casos posibles	X	X	X	X	X	X
CC7. Fracción	X	X	X	X	X	X
CC8. Decimal		X				
CC9. Porcentaje		X				X
CC10. Regla de Laplace	X	X	X	X	X	X
CC11. Espacio muestral	X	X	X	X	X	X
CC12. Suceso equiprobable	X	X	X	X	X	X
CC13. Suceso independiente y dependiente	X	X		X		X
CC14. Suceso simple y compuesto	X	X	X	X	X	X
CC15. Suceso contrario	X	X	X	X	X	
CC16. Conjunto y subconjuntos		X				
CC17. Probabilidad estimada		X				
CC18. Juego justo			X	X		X
CC19. Sucesos compatibles				X		
CC20. Probabilidad condicionada			X	X	X	X
Subjetivo						
CS1. Suceso incierto			X			X
CS2. Probabilidad como creencia personal			X	X		
Frecuencial						
CF1. Frecuencia absoluta	X		X	X		
CF2. Frecuencia relativa			X	X		
CF3. Ensayos repetidos			X	X	X	X
CF4. Probabilidad estimada		X	X		X	X

3.3.4. Proposiciones

Las proposiciones presentes en los libros de texto serán acordes a la edad del alumnado y se van a presentar de una forma muy intuitiva. Será labor del docente remarcar algunas proposiciones fundamentales para permitir avanzar en el razonamiento probabilístico.

3.3.4.1. Proposiciones relacionadas con el significado intuitivo

Se han clasificado desde PI1 hasta PI3 aquellas proposiciones asociadas con los sucesos imposible, posible y seguro (PI1. *Suceso imposible no ocurre nunca*, PI2. *Suceso posible*

ocurre a veces y PI3. *Suceso seguro ocurre siempre*) y la PI4 y PI5 contempla la idea de azar y determinista (PI4. *Experiencias aleatorias son aquellas que no podemos asegurar el resultado que va a salir*. PI5. *Experiencias deterministas*).

PI6. *La posibilidad de ocurrencia es comparable*. Fundamental para introducir el concepto de probabilidad, ya que permite cuantificarla. En ([A5], p. 63) se ejemplifica: “Es más probable que la ruleta quede en el color rojo que en el azul”.

3.3.4.2. *Proposiciones relacionadas con el significado clásico*

PC1. *Equiprobabilidad de los sucesos elementales*. Proposición clave en el significado clásico y se muestra en ([SM5], p.148) “Hay el mismo número de cartas de cada color”.

PC2. *Número finito de resultados*. Esta proposición, íntimamente relacionada con el significado clásico puede verse en ([SM6], p.151) “En una baraja española de 40 cartas”

PC3. *Casos favorables: sucesos válidos a nuestra experiencia*. PC4. *Casos posibles: todos los sucesos válidos o no a nuestra experiencia*. PC5. *Regla de Laplace*. En estas proposiciones, los casos favorables hacen referencia a un subconjunto del espacio muestral y los casos posibles al espacio muestral. La regla de Laplace pone en relación dichas proposiciones para poder calcular o comparar la probabilidad.

PC6. *Los sucesos independientes son aquellos cuya ocurrencia no depende de otro suceso*. Aparece con ejemplos en los que los discentes pueden aplicar la regla de Laplace como si la calculasen para un único suceso.

PC7. *Sucesos compatibles son los que pueden ocurrir a la vez*. Esta proposición se presenta en ([S6], p. 227) cuando se pide la probabilidad de que ganen los dos a la vez.

PC8. *La probabilidad como medida cuantitativa*. Esta proposición es fundamental para este significado de la probabilidad en el que se pide el cálculo y la comparación de probabilidades al alumnado.

PC9. *Suceso contrario: Está compuesto por la inversa de otro suceso*. Se muestra al alumnado de forma implícita y viene determinado por el uso del lenguaje, concretamente se usa la expresión “no sea” ([S6], p. 227).

PC10. *La probabilidad estará entre 0 y 1*. PC11. *La probabilidad estará entre 0% y 100%*. Fundamental para verificar si el resultado de una probabilidad es coherente y

razonable, ya que no tiene sentido que sea negativa, porque no se pueden contabilizar sucesos en negativo, ni superior a 1, ya que un suceso no superará al espacio muestral.

PC12. *Espacio muestral: todos los casos posibles.* Esta proposición se ejemplifica en la editorial Anaya “el conjunto de todos los resultados posibles de una experiencia se denomina espacio muestral” ([S6], p.212).

PC13. *La probabilidad del suceso imposible es 0.* PC14. *La probabilidad del suceso seguro es 1.* Estas proposiciones que son clave para relacionar la probabilidad intuitiva y clásica aparecen en ([SM6], p.151) “¿Cuál es la probabilidad del suceso seguro?, ¿Y la del suceso imposible?”.

PC15. *La suma de todas las probabilidades de los sucesos elementales es 1.* Clave para que los discentes comprueben que la probabilidad no puede ser superior a 1. En ([S5], p. 228) aparece “¿Cuánto vale la suma de todas las probabilidades?”.

PC16. *Cuanto más sean los casos favorables mayor es la probabilidad.* PC17. *La probabilidad será mayor cuanto más próxima esté a 1.* PC18. *La probabilidad de dos sucesos es la misma si tienen los mismos casos favorables.* Estas proposiciones las podemos ver en ejercicios en los que se pide al alumnado que compare probabilidades y van a permitir establecer conexiones entre la probabilidad intuitiva y clásica.

PC19. *La posibilidad es cuantificable.* Proposición clave en la probabilidad estimada.

PC20. *La probabilidad estimada es más fiable cuantos más datos se dispongan.* Permite relacionar la probabilidad clásica con la frecuencial.

PC21. “o” para hacer referencia a la unión de sucesos y significa que el resultado satisface una u otra condición, pero no puede ser ambas a la vez en sucesos incompatibles.

PC22. “y” para hacer referencia a la intersección de sucesos y significa que el resultado satisface ambas condiciones al mismo tiempo.

PC23. *Probabilidad condicionada:* El resultado de la segunda posibilidad dependerá del resultado obtenido en la primera. En ([S5], p.228) se muestra: “No devuelven el papel, ¿Qué probabilidad hay que el segundo jugador saque verde?”

PC24. *En el suceso seguro casos favorables y casos posibles coinciden* PC25. *En el suceso imposible los casos favorables son 0.* Esta proposición que permite relacionar la probabilidad intuitiva y la clásica.

3.3.4.3. *Proposiciones relacionadas con el significado subjetivo*

PS1. *Probabilidad a priori, en ausencia de información.* Proposición presente en ([S5], p.225) al pedir “haz una predicción del tiempo que va a hacer en los próximos 15 días”.

PS2. *Probabilidad condicionada por los conocimientos del alumnado.* Presente en 6º de Santillana mediante un juego con casillas de diferentes probabilidades y el alumnado en función de sus conocimientos elegirá las que tienen mayor probabilidad de salir.

PS3. *Suceso incierto: impredecible, aunque se tiene información adicional.* Aparece de forma muy clara en ([SM6], p. 155) “¿Cuántas veces hay que tirar un dado para asegurar que se repetirá algún resultado?”

3.3.4.4. *Proposiciones relacionadas con el significado frecuencial*

PF1. *La suma de todas las frecuencias absolutas determina los casos posibles.* Esta proposición que relaciona la probabilidad frecuencial con la clásica aparece en ([A5], p.67) “al sumar todas las frecuencias absolutas, se obtiene el número total de datos”.

PF2. *La probabilidad es un valor estimado.* Esta proposición relaciona la probabilidad frecuencial y clásica. En los textos aparece como una actividad en la que el alumnado tras hacer una tabla de frecuencias y aplicar la regla de Laplace estima la probabilidad.

PF3. *La frecuencia varía cada vez que repetimos el experimento.* Se relaciona con el significado frecuencial y se refleja en ([S5], p.225) “si vuelves a tirar la moneda 15 veces, ¿crees que obtendrás el mismo valor?”

PF4. *Cuanto más veces repetimos el experimento, la frecuencia relativa muestra la probabilidad más real.* Con esta proposición se va a permitir relacionar el cálculo de la probabilidad desde un significado clásico con la tendencia de la probabilidad a través de la ley de los grandes números desde un significado frecuencial.

La Tabla 3.5 recoge un resumen de todas las proposiciones presentes en los libros de texto analizados para cada uno de los significados de la probabilidad. En dicha tabla se observa que la mayor parte de las proposiciones pertenecen al significado clásico, pero muchas de ellas están relacionadas entre sí y es fundamental que el alumnado establezca conexiones. Además, existen proposiciones que relacionan distintos significados de la probabilidad, lo cual es fundamental para ofrecer una visión más holística de la probabilidad a nuestro alumnado.

Tabla 3.5. *Tabla resumen de las proposiciones presentes en los libros de texto*

	ANAYA		SANTILLANA		SM	
	5°	6°	5°	6°	5°	6°
Intuitivo						
PI1. Suceso imposible no ocurre nunca	X	X	X		X	X
PI2. Suceso posible ocurre a veces	X	X			X	X
PI3. Suceso seguro ocurre siempre	X	X	X		X	X
PI4. Experiencias aleatorias: no podemos asegurar el resultado que va a salir	X	X	X		X	X
PI5. Experiencias deterministas: Conocemos el resultado de antemano	X	X				X
PI6. La posibilidad de ocurrencia es comparable	X		X	X		X
Clásico						
PC1. Equiprobabilidad de los sucesos elementales	X	X	X	X	X	X
PC2. Número finito de resultados	X	X	X	X	X	X
PC3. Casos favorables: sucesos válidos a la nuestra experiencia	X	X	X	X	X	X
PC4. Casos posibles: todos los sucesos válidos o no a nuestra experiencia	X	X	X	X	X	X
PC5. Regla de Laplace	X	X	X	X	X	X
PC6. Los sucesos independientes son aquellos cuya ocurrencia no depende de otro suceso	X				X	
PC7. Sucesos compatibles son los que pueden ocurrir a la vez				X		
PC8. La probabilidad como medida cuantitativa	X	X	X	X	X	X
PC9. Suceso contrario: Está compuesto por la inversa de otro suceso	X		X	X		
PC10. La probabilidad estará entre 0 y 1	X	X	X		X	X
PC11. La probabilidad estará entre 0% y 100%						X
PC12. Espacio muestral: todos los casos posibles	X	X		X		
PC13. La probabilidad del suceso imposible es 0		X			X	X
PC14. La probabilidad del suceso seguro es 1		X			X	X
PC15. La suma de todas las probabilidades de los sucesos elementales es 1			X			
PC16. Cuantos más sean los casos favorables mayor es la probabilidad		X		X	X	
PC17. La probabilidad será mayor cuanto más próxima esté a 1		X				X
PC18. La probabilidad de dos sucesos es la misma si tienen los mismos casos favorables				X		X
PC19. La posibilidad es cuantificable		X				X
PC20. La probabilidad estimada es más fiable cuantos más datos se dispongan		X				
PC21. “O” significa que el resultado satisface una u otra condición, pero no puede ser ambas a la vez en sucesos incompatibles		X		X		
PC22 “y” significa que el resultado satisface ambas condiciones al mismo tiempo				X		
PC23. Probabilidad condicionada: el resultado de la segunda posibilidad va a depender del resultado obtenido en la primera posibilidad			X	X	X	X
PC24. En el suceso seguro casos favorables y casos posibles coinciden						X
PC25. En el suceso imposible los casos favorables son 0						X
Subjetivo						
PS1. Probabilidad a priori, en ausencia de información			X			

PS2. Probabilidad condicionada por los conocimientos del alumnado					X		
PS3. Suceso incierto: impredecible, aunque se tiene información adicional							X
Frecuencial							
PF1. La suma de todas las frecuencias absolutas determina los casos posibles	X						
PF2. La probabilidad es un valor estimado	X	X	X	X	X	X	X
PF3. La frecuencia varía cada vez que repetimos el experimento			X			X	X
PF4. Cuantas más veces repetimos el experimento, la frecuencia relativa muestra la probabilidad más real			X			X	X

3.3.5. Procedimientos

Los procedimientos que existen en los libros de texto analizados son presentados al alumnado de una forma informal e intuitiva y mediante experiencias aleatorias muy conocidas por los discentes.

3.3.5.1. Procedimientos asociados con el significado intuitivo

PRI1. *Reconocer un suceso impredecible: “no sabemos qué va a ocurrir”*. En el ejemplo “Lorena va a extraer una bola al azar, sin mirar. No sabe de qué color será” ([S5], p. 220), queda muy bien reflejado.

PRI2. *Reconocer sucesos imposibles, posibles y seguros*. PRI3. *Proponer ejemplos de tipos de sucesos*. Ejemplos: “Clasifica como seguro, probable o imposible estos sucesos” ([A5], p.62) y “Escribe un suceso posible, un suceso seguro y un suceso imposible de estos experimentos” ([SM6], p. 149).

PRI4. *Distinguir sucesos aleatorios y deterministas*. Por ejemplo, “De las siguientes experiencias, ¿cuáles son aleatorias?” ([A5], p.62)

PRI5. *Comparar cualitativamente probabilidades: más probables, menos probables o igual de probables*. Un ejemplo aparece en ([S5], p. 220) “Es más probable que la bola salga de color rojo que amarillo”.

3.3.5.2. Procedimientos asociados con el significado clásico

PRC1. *Analizar juegos de azar*. Se analizan juegos de azar sencillos como lanzamientos de dados y monedas, extracción de bolas o cartas entre otros.

PRC2. *Organizar la información en una tabla para determinar todas las combinaciones posibles*. PRC3. *Construir el espacio muestral*. PRC4. *Calcular la probabilidad a partir*

del espacio muestral. Por ejemplo, “En la experiencia lanzar una moneda al aire, ¿cuál es el espacio muestral?” ([A6], p. 212).

PRC5. *Asociar a un suceso elemental la probabilidad $1/n$.* Aparece cuando se trabaja la regla de Laplace en sucesos simples. “Cada cara tiene un color diferente” ([SM5], p. 145)

PRC6. *Recuento de casos favorables.* PRC7. *Recuento de casos posibles.* PRC8. *Dividir el número de resultados favorables entre el número de resultados posibles.* Como norma general se trabaja tanto en sucesos simples y compuestos. Cabe especial mención el recuento de dichos casos tras la construcción del espacio muestral, en el que los alumnos trabajan la importancia del orden en la construcción del mismo.

PRC9. *Dividir número de casos desfavorables entre el número de casos posibles para calcular la probabilidad del contrario.* El recuento de casos desfavorables está implícito cuando se pide calcular la probabilidad del contrario con la premisa “no sea”.

PRC10. *Comparar cuantitativamente probabilidades.* Se propone el cálculo de la probabilidad de varios sucesos y luego se pide que digan cuál es más probable. En ([A6], p.212) aparece el siguiente ejemplo “¿Cuál de los sucesos tiene mayor probabilidad?”.

PRC11. *Sumar probabilidades.* Fundamental para establecer relaciones probabilísticas y comprobar diferentes propiedades como que la probabilidad no puede ser superior a 1.

PRC12. *Calcular la probabilidad estimada.* PRC13. *Comparar la probabilidad estimada.*

PRC14. *Valorar la fiabilidad de la estimación.* Se presenta mediante la organización de las frecuencias absolutas en una tabla, la aplicación de la regla de Laplace y la valoración de la estimación en función del número de datos que tenemos contabilizados. En ([A6], p. 213) después de presentar una tabla con los tiros realizados y goles conseguidos se nos pide “¿cuál es la probabilidad de que meta gol en el siguiente disparo?”.

PRC15. *Transformar la probabilidad a porcentaje.* Este procedimiento permite al alumnado reconocer la probabilidad en diferentes formatos (fracción, decimal y porcentaje) y que establezca conexiones entre las diferentes formas de presentar la probabilidad. En ([A6], p.213) se nos expone de forma explícita que “para expresar la probabilidad en forma de porcentaje, basta con multiplicar por 100 el número decimal”.

PRC16. *Cálculo de la probabilidad condicionada.* Procedimiento complejo que permite fomentar el razonamiento probabilístico y previo a la probabilidad axiomática. En ([S6],

p. 229), después de decir que no hay reemplazamiento se pide que calcule la probabilidad con la siguiente condición “si la primera ha sido roja, la segunda también lo sea”.

PRC17. *Determinar si un juego es equitativo o no.* Para reflexionar si un juego es equitativo el alumnado debe de comparar probabilidades y eso fomentará el razonamiento probabilístico. En ([S6], p. 227) se muestra: “Gana Pedro si sale divisor de 20 y gana Bruno si sale un número par mayor que 10. ¿Es un juego justo?”.

PRC18. *Utilizar el razonamiento proporcional para comparar probabilidades.* Este procedimiento se trabaja en la editorial SM, al pedir al alumnado que razone si la probabilidad de sacar bola de un determinado color, aumenta o disminuye al introducir o sacar bolas de diferentes colores.

PRC19. *Calcular la probabilidad conjunta de un suceso con dos etapas independientes.* En este experimento aleatorio compuesto por varias etapas, el alumnado razona que en cada etapa la probabilidad de cada suceso elemental es la misma. “Si lanzas tres monedas, ¿Cuál es la probabilidad de sacar solo 2 caras?” ([S5], p. 223)

PRC20. *Calcular la probabilidad conjunta de un suceso con dos etapas dependientes.* Se va a reconocer la dependencia de los sucesos en su cálculo. En ([S5], p.228) se ejemplifica dicho procedimiento “No devuelven el papel a la caja después de sacarlo. El primer jugador ha sacado rojo, ¿Qué probabilidad hay de que el segundo saque verde?”.

3.3.5.3. *Procedimientos asociados con el significado subjetivo*

PRS1. *Analizar sucesos en los que la probabilidad de ocurrir va a depender de los conocimientos previos y nuestras creencias.* Este procedimiento viene ligado a la asignación de la probabilidad desde un punto de vista más cualitativo y cuya respuesta del alumnado va a depender de sus creencias o sus conocimientos previos.

PRS2. *Analizar experimentos aleatorios impredecibles.* Este procedimiento aparece ligado a juegos de azar en los que se pide al alumnado cuántas veces debe realizar el experimento aleatorio para que se vuelva a repetir el resultado. Además, para incidir en la idea de impredecible, se pide al alumnado que compare resultados con sus compañeros.

3.3.5.4. *Procedimientos asociados con el significado frecuencial*

PRF1. *Sumar las frecuencias absolutas para determinar el número de casos posibles.* En ([A5], p. 67) se pide al alumnado que reflexione si es verdadera o falsa la siguiente

proposición “Al sumar todas las frecuencias absolutas, se obtiene el número total de datos”, permitiendo además establecer conexiones con la probabilidad clásica.

PRF2. *Enumerar atributos*. Este procedimiento aparece al preguntar al alumnado sobre la predicción del clima para los próximos 15 días, cada uno construye una tabla de frecuencias a partir de los 15 datos que él mismo ha ido enumerando previamente.

PRF3. *Representar las frecuencias en una tabla*. PRF4. *Calcular las frecuencias absolutas y relativas a partir de los resultados obtenidos*. Estos dos procedimientos aparecen ligados. El alumnado, a partir de los datos obtenidos, construye una tabla de frecuencias en la que determina el valor de las frecuencias absolutas y relativas.

PRF5. *Interpretar tabla de frecuencias*. Este procedimiento aparece en ([A6], p.213) cuando el alumnado, tras la interpretación de la tabla de frecuencias absolutas se espera que elija en el próximo lanzamiento el de mayor frecuencia absoluta de acierto.

PRF6. *Comparar frecuencias*. Este procedimiento se presenta mediante la comparación de las frecuencias obtenidas tras los lanzamientos para poder reconocer la impredecibilidad del resultado o como aparece en ([A6], p.213) para determinar qué jugador tiene una mayor probabilidad estimada de acierto tras el cálculo de las correspondientes frecuencias relativas.

PRF7. *Valorar la fiabilidad de los resultados*. Este procedimiento aparece en ([A6], p.213) y se informa al alumnado que “la probabilidad estimada es más fiable cuantos más datos contabilicemos”.

PRF8. *Estimar la probabilidad a partir de ensayos repetidos*. PRF9. *Reconocer el carácter aproximado de la estimación*. Estos procedimientos se presentan tras pedir al alumnado la comparación de las frecuencias relativas obtenidas tras la repetición de un experimento un número “n” de veces.

La Tabla 3.6 del anexo reúne todos los procedimientos presentes en los manuales y en ella se observa que los procedimientos asociados al significado intuitivo se orientan a reconocer sucesos aleatorios y los referidos al significado clásico al cálculo y comparación de probabilidades junto a la construcción del espacio muestral. Los referentes al significado subjetivo se centran en la impredecibilidad del resultado mientras que los del significado frecuencial se centran en reconocer tendencias y cálculo de probabilidades estimadas.

Tabla 3.6. *Tabla resumen de los procedimientos presentes en los libros de texto*

	ANAYA		SANTILLANA		SM	
	5°	6°	5°	6°	5°	6°
Intuitivo						
PR11. Reconocer un suceso impredecible: “no sabemos qué va a ocurrir”	X	X	X		X	X
PR12. Reconocer sucesos imposibles, posibles y seguros	X	X			X	X
PR13. Proponer ejemplos de tipos de sucesos	X					X
PR14. Distinguir sucesos aleatorios y deterministas	X	X			X	X
PR15. Comparar cualitativamente probabilidades: más probables, menos probables o igual de probables	X		X		X	
Clásico						
PRC1. Analizar juegos de azar	X	X	X	X	X	X
PRC2. Organizar la información en una tabla para determinar todas las combinaciones posibles	X	X				
PRC3. Construir el espacio muestral	X	X	X	X		
PRC4. Calcular la probabilidad a partir del espacio muestral		X	X	X		
PRC5. Asociar a un suceso elemental la probabilidad 1/n	X		X		X	X
PRC6. Recuento de casos favorables	X	X	X	X	X	X
PRC7. Recuento de casos posibles	X	X	X	X	X	X
PRC8. Dividir el número de resultados favorables entre el número de resultados posibles	X	X	X	X	X	X
PRC9. Dividir número de casos desfavorables entre el número de casos posibles para calcular la probabilidad del contrario	X	X	X	X	X	
PRC10. Comparar cuantitativamente probabilidades	X	X	X	X	X	X
PRC11. Sumar y restar probabilidades			X			
PRC12. Calcular la probabilidad estimada		X				
PRC13. Comparar la probabilidad estimada		X				
PRC14. Valorar la fiabilidad de la estimación		X				
PRC15. Transformar la probabilidad a porcentaje		X				X
PRC16. Cálculo de la probabilidad condicionada			X	X	X	X
PRC17. Determinar si un juego es equitativo o no			X			
PRC18. Utilizar el razonamiento proporcional para comparar probabilidades					X	
PRC19. Calcular la probabilidad conjunta de un suceso con dos etapas independientes.		X	X	X		
PRC20. Calcular la probabilidad conjunta de un suceso con dos etapas dependientes.			X			
Subjetivo						
PRS1. Analizar sucesos en los que la probabilidad de ocurrir va a depender de los conocimientos previos y nuestras creencias			X	X		
PRS2. Analizar experimentos aleatorios impredecibles						X
Frecuencial						
PRF1. Sumar las frecuencias absolutas para determinar el número de casos posibles	X					
PRF2. Enumerar atributos			X	X		X
PRF3. Representar las frecuencias en una tabla		X	X	X		
PRF4. Calcular las frecuencias absolutas y relativas a partir de los resultados obtenidos		X	X	X		

PRF5. Interpretar tabla de frecuencias	X	X		
PRF6. Comparar frecuencias	X	X		
PRF7. Valorar la fiabilidad de los resultados	X	X		X
PRF8. Estimar la probabilidad a partir de ensayos repetidos	X	X	X	X
PRF9. Reconocer el carácter aproximado de la estimación			X	X

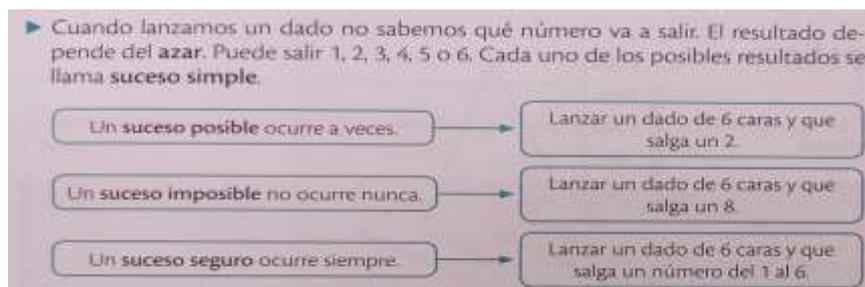
3.3.6. Argumentos

Los textos seleccionados contienen fundamentalmente cuatro tipos de argumentos, que son los ejemplos, razonamiento inductivo, generalización y el uso de gráfico y tablas.

3.3.6.1. Argumentos asociados con el significado intuitivo

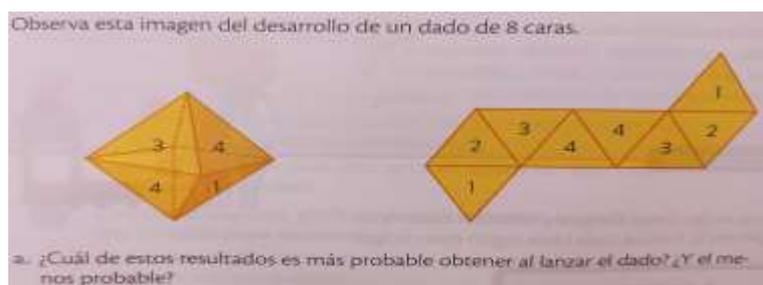
AI1. *Ejemplos.* Este es el argumento que más se utiliza con este significado de la probabilidad. Se utiliza sobre todo para explicar los tipos de sucesos (seguro, probable e imposible) apoyados con una imagen o ejemplo, tal y como se muestra en la Figura 3.5.

Figura 3.5. Definición/ejemplo nº 1 asociado a la probabilidad intuitiva ([SM5], p.144)



AI2. *Razonar de forma inductiva.* Este argumento que, aunque se utiliza con menor frecuencia que el anterior, aparece en todos los textos analizados. Por ejemplo, La Figura 3.6. muestra un octaedro con las caras numeradas del 1 al 4. Tras el desarrollo de la figura, se puede comprobar que existen dos números de cada opción y se induce al alumnado la equiprobabilidad que existe para obtener cualquier número.

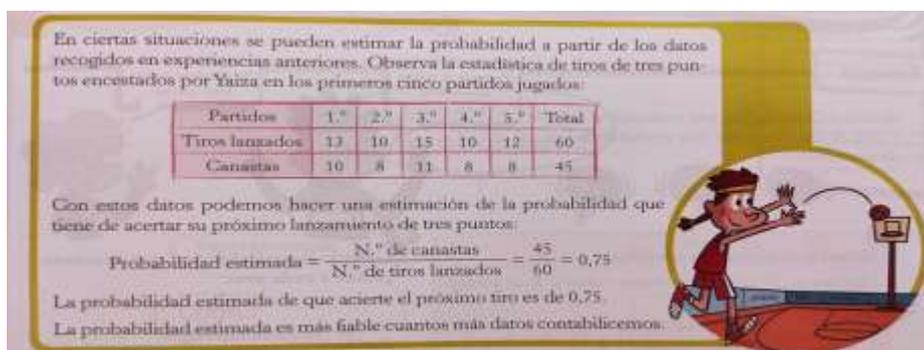
Figura 3.6. Ejercicio nº 31. Razonamiento inductivo asociado a la probabilidad intuitiva ([SM6], p.157)



3.3.6.2. Argumentos asociados con el significado clásico

AC1. *Ejemplos.* Entre los argumentos de la probabilidad clásica, los ejemplos son los que más presencia tienen. Por ejemplo, la Figura 3.7 recoge la ejemplificación del cálculo de la probabilidad estimada o se expresa la probabilidad en porcentaje.

Figura 3.7. Definición/ejemplo nº 4 asociado a la probabilidad clásica ([A6], p.213)



En dicho libro aparecen más situaciones como la construcción del espacio muestral en sucesos simples, la identificación de los elementos que componen un determinado suceso o cómo se realiza la comparación de probabilidades.

AC2. *Razonar de forma inductiva.* La Figura 3.8 recoge un ejercicio que se plantea al alumnado en ([A5], p.65), el cual aparece tras la generalización que se hace de la regla de Laplace. Tras aplicar en ejercicios previos dicha regla, se pide al alumnado que determine la probabilidad de sacar bola roja y la probabilidad de que no sea roja en un saco donde no hay bolas rojas para inducirles que la probabilidad del suceso imposible es 0 y la probabilidad del suceso seguro 1.

Figura 3.8. Ejercicio nº 18. Razonamiento inductivo asociado a la probabilidad clásica ([A5], p.65)

Escribe la probabilidad de sacar una bola en cada uno de estos sucesos siguientes:

- Sacar una bola azul.
- Sacar una bola amarilla.
- Sacar una bola roja.
- Sacar una bola que no sea roja.



AC3. *Generalización.* En la Figura 3.9 se observa cómo se aplica la generalización de la regla de Laplace. En primer lugar, a través de la explicación con un apoyo visual se muestra al alumnado cómo determinar los casos favorables, posteriormente los casos posibles, finalmente cómo se produce el cálculo de una probabilidad y se acaba con la generalización de la fórmula de la regla de Laplace, usada en el cálculo de la probabilidad.

Figura 3.9. Definición/ejemplo n° 2. Generalización asociada a la probabilidad clásica ([A5], p.64)

Para hallar la probabilidad de un suceso, se divide el número de casos favorables entre el número de casos posibles.

¿Cuál es la probabilidad de que Ainhoa saque bola roja?

- Casos favorables: 3
- Casos posibles: 7

La probabilidad es: $\frac{3}{7}$

Probabilidad de un suceso: $P = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$



AC4. *Representación gráfica y/o tabular.* Este argumento se utiliza sobre todo en la editorial Anaya como por ejemplo en la representación de los casos posibles y favorables, o en la construcción del espacio muestral con una tabla de doble entrada para representar todas las combinaciones posibles (véase Figura 3.10).

Figura 3.10. Definición/ejemplo n° 3. Representación gráfica y/o tabular de la probabilidad clásica ([A5], p.66)

Gabriel desea regalar a su amiga Gloria dos plantas: una de interior y otra de exterior. ¿De cuántas formas diferentes puede combinar las plantas para hacer el regalo?

1 Leo detenidamente el enunciado.
Gabriel tiene diferentes posibilidades para hacer el regalo a Gloria.
Para responder a la pregunta debemos analizar los datos para contarlos.

2 Organizo los datos buscando todas las posibilidades.

		Plantas de interior		
		Petunia	Caléndula	Ave del Paraíso
Plantas de exterior	Areca	AP	AC	AAp
	Gerbera	GP	GC	GAp
	Rosal	RP	RC	RAp

3 Escribo la solución.
Gabriel puede combinar las plantas de nueve formas distintas.



3.3.6.3. Argumentos asociados con el significado subjetivo

AS1. *Razonar de forma inductiva.* En la Figura 3.11 se pide al alumnado cuántas veces cree que tiene que tirar un dado para obtener el mismo resultado y se le ofrecen cuatro soluciones posibles. Al comparar el resultado con el de sus compañeros se le está induciendo que la probabilidad subjetiva depende de las creencias personales de cada uno.

Figura 3.11. Ejercicio n° 25. Razonamiento inductivo asociado a la probabilidad subjetiva ([SM], p.155)

¿Cuántas veces hay que tirar un dado para asegurar que se repetirá algún resultado?

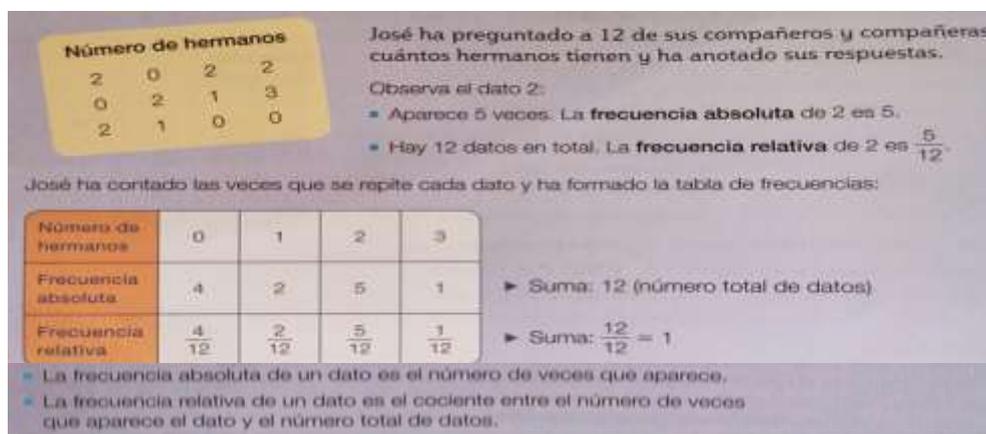
A. 7 B. 36 C. 6 D. 14

3.3.6.4. Argumentos asociados con el significado frecuencial

AF1. *Razonar de forma inductiva.* Se han considerado aquellos casos en los que se solicita al alumnado que construya una tabla de frecuencias a partir de los datos ofrecidos y que tras construir la tabla responda a la pregunta ¿Cuál es la suma de las frecuencias relativas?, induciendo al alumnado que la probabilidad no puede ser superior a 1.

AF2. *Generalización.* Como se ve en la Figura 3.12, tras mostrar los datos, se explica cómo calcular la frecuencia absoluta y relativa del valor 2, después se completa una tabla con los demás valores y finalmente se generaliza que “la frecuencia relativa de un dato es el cociente entre el número de veces que aparece el dato y el número total de datos”.

Figura 3.12. Definición nº1. Generalización en la probabilidad frecuencial ([S5], p.224)



La Tabla 3.7 resume los argumentos presentes en los libros de texto en función de los diferentes significados de la probabilidad presentes y en ella se comprueba que los argumentos más utilizados son los ejemplos y el razonamiento inductivo, mientras que la generalización y las representaciones gráficas y tabulares tienen una escasa presencia.

Tabla 3.7. Tabla resumen de los argumentos presentes en los libros de texto

	ANAYA		SANTILLANA		SM	
	5°	6°	5°	6°	5°	6°
Intuitivo						
AI. Ejemplos	X	X	X	X	X	X
AI. Razonar de forma inductiva	X	X	X	X	X	X
Clásico						
AC. Ejemplos	X	X	X	X	X	X
AC. Razonar de forma inductiva	X	X	X	X	X	X
AC. Generalización			X	X		
AC. Representación gráfica y/o tabular	X	X				
Subjetivo						
AS. Razonar de forma inductiva			X	X		X
Frecuencial						
AF. Razonar de forma inductiva			X	X	X	X
AF. Generalización			X			

3.4. CONCLUSIONES

El análisis permite establecer las bases y profundizar en el significado institucional de referencia. A partir de él, se puede concluir que el significado de la probabilidad que más se trabaja en el último ciclo de primaria es el clásico, seguido del significado intuitivo, siendo la presencia de los significados frecuencial y subjetivo prácticamente residual.

Por otra parte, resaltar que la editorial Santillana es la que más significados de la probabilidad presenta, trabajando la probabilidad intuitiva, clásica, subjetiva y frecuencial, seguida de la editorial SM que trabaja todos, pero la subjetiva aparece solo en un ejercicio y Anaya que no trabaja la probabilidad subjetiva.

En relación a las situaciones problemas, las referidas al significado intuitivo de la probabilidad se centran en expresar los grados de creencia de que ocurra un determinado suceso y en la diferenciación entre los sucesos aleatorios y deterministas. Las que más presencia tienen son las asociadas al significado clásico, siendo las más abundantes el cálculo y la comparación de probabilidades. Además, mientras que en la editorial Anaya se profundiza en la estimación de la probabilidad a partir de sucesos anteriores y la determinación del espacio muestral, en las editoriales Santillana y SM se presenta la determinación si un juego de probabilidad es o no justo.

Las situaciones problemas que hacen referencia al significado subjetivo, el cual se trabaja más en la editorial Santillana, se centran en hacer predicciones en función de los datos disponibles y en estudiar sucesos en los que la probabilidad va a depender de las experiencias individuales y las situaciones problemas referidas al significado frecuencial van enfocadas a la predicción de tendencias a partir de los datos obtenidos.

Resaltar la importancia del lenguaje en todos los significados de la probabilidad, ya que se utiliza una gran variedad de expresiones cotidianas que son muy valiosas para determinar el significado de la probabilidad que se quiere transmitir al alumnado. En cuanto al lenguaje numérico, la editorial que mejor lo trabaja es Anaya, ya que presenta la probabilidad en fracción, decimal y porcentaje. Sin embargo, uno de los grandes inconvenientes encontrados en el análisis es que la presencia del lenguaje tabular y de los gráficos es muy escasa y poco relevante, siendo la editorial Anaya la que más tablas y gráficos presenta, pero sobre todo resaltar que tanto tablas como gráficos aparecen como un contenido propio de la estadística y desligado de la probabilidad.

En referencia a los conceptos relacionados con la probabilidad que aparecen en los libros de texto analizados, estos se presentan bien mediante ejemplos, sin profundizar en una terminología probabilística, o bien de una forma muy intuitiva, sin una explicación ni ejemplificación formal, lo cual puede provocar que aparezcan conflictos semióticos, sesgos o heurísticas en nuestro alumnado.

Mientras que las proposiciones referidas al significado intuitivo de la probabilidad aparecen ejemplificadas en los libros de texto analizados, muchos de las proposiciones vinculadas al significado clásico se presentan de una forma intuitiva al alumnado, como por ejemplo, que la probabilidad tendrá un valor numérico mayor cuantos más casos favorables existan y, otras tantas proposiciones, aunque están presentes en los ejercicios analizados, no se da facilidad al alumnado a que llegue a reconocerlas como por ejemplo la identificación de sucesos dependientes o el cálculo de la probabilidad condicionada. Las proposiciones referidas al significado subjetivo aparecen de forma implícita y van asociadas a la determinación de la probabilidad a priori, la impredecibilidad del resultado y de los conocimientos previos del alumnado. Las proposiciones del significado frecuencial resaltan el valor estimado de dicha probabilidad y en menor medida a la necesidad de una mayor frecuencia para obtener una probabilidad más real.

Los procedimientos que se presentan en los libros de texto analizados son abundantes, sobre todo los relacionados con el significado clásico de la probabilidad. Destacar que en la editorial Anaya, muchos de los procedimientos utilizados van enfocados a expresar la probabilidad en diferentes formatos, es decir, mediante fracciones, números decimales y porcentajes. Otro aspecto relevante es que, en SM, no se trabaja la construcción del espacio muestral y este hecho puede llegar a impedir que el alumnado establezca conexiones entre el significado clásico e intuitivo.

Para finalizar, los argumentos que se utilizan en los libros de texto suelen tener la misma evolución, es decir, se comienza con la generalización de una regla o fórmula para presentar un nuevo contenido, posteriormente se utiliza el uso de ejemplos para trabajar esos contenidos y finalmente se presentan ejercicios para que el alumnado de forma inductiva llegue a la comprensión de determinados conceptos probabilísticos o llegue a establecer relaciones entre los diferentes significados de la probabilidad. Destacar que en la editorial Anaya, se hace uso de la representación gráfica y tabular para la argumentación mientras que en las dos otras editoriales su presencia es mínima.

CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES

4.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se resumen las conclusiones referentes a los objetivos planteados en la investigación referidos a la determinación del significado institucional pretendido en las normativas curriculares, el significado que se presenta en los libros de texto y las debilidades y fortalezas encontradas en el análisis de los libros de texto.

Posteriormente, se obtendrán unas conclusiones en referencia a nuestras hipótesis de partida y se reflexionará sobre la idoneidad didáctica de los libros seleccionados. Finalmente se va a concluir con las limitaciones y futuras líneas de investigación.

4.2. CONCLUSIONES SOBRE LOS OBJETIVOS

EO1. *Determinar el significado institucional pretendido para la probabilidad en las normativas curriculares de Educación Primaria.* El significado institucional pretendido en la normativa curricular vigente (MECD, 2014), y referente de estos libros está asociado a un significado intuitivo de la probabilidad teniendo presente el carácter aleatorio de las experiencias y basado en la realización de estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (imposible, posible, seguro, más o menos probable) y a un significado clásico referente al cálculo de probabilidades.

Se hace mención a la construcción de tablas de frecuencias vinculadas con el cálculo de las medidas estadísticas de centralización, pero no se vincula a la probabilidad frecuencial. Por otra parte, pese a que se menciona la necesidad de identificar y resolver problemas de la vida cotidiana se deja de lado el significado subjetivo de la probabilidad.

OE2. *Describir el significado de la probabilidad presentado en una muestra de libros de texto para Educación Primaria.* En el análisis de los libros de texto, en alusión al significado intuitivo, las situaciones problemas se relacionan con el día a día del alumnado y se presentan con un lenguaje cotidiano y probabilístico básico. Se centran en la distinción de fenómenos aleatorios y deterministas y en la expresión del grado de creencia de que ocurra un suceso, clasificándolos en seguros, posibles e imposibles.

El tratamiento de este significado de la probabilidad es muy distinto en las tres editoriales analizadas. Mientras que en la editorial SM, en 5º de primaria se presenta dicho significado y en 6º se trabaja con mayor profundidad, en las editoriales Santillana y Anaya ocurre todo lo contrario. Resaltar el caso de la editorial Santillana que en 6º de primaria le otorga un tratamiento casi residual a dicho significado.

En el significado clásico de la probabilidad, la mayor parte de las situaciones problemas van encaminadas al cálculo y comparación de probabilidades, expresando la probabilidad de forma cuantitativa, inicialmente con sucesos simple y posteriormente compuestos y, a diferencia del anterior significado se utiliza un vocabulario probabilístico más amplio. Los procedimientos más comunes son la aplicación de la regla de Laplace y la construcción del espacio muestral. En este significado entran en juego más conceptos y proposiciones, presentados, la mayoría de ellos, de una forma muy intuitiva, siendo labor del docente remarcarlos para impedir que puedan surgir errores.

Este significado es el que más presencia tiene en las editoriales analizadas y no se trata de igual forma en las tres editoriales. Mientras la editorial Anaya trabaja estos cálculos con situaciones muy repetitivas, la editorial Santillana muestra un abanico más amplio de situaciones como el cálculo de la probabilidad de un suceso contrario, el cálculo de la probabilidad en sucesos de dos etapas dependientes e independientes.

El significado subjetivo se trabaja más en la editorial Santillana y de forma muy intuitiva. Las situaciones problemas se centran en determinar la probabilidad de que ocurra un suceso, el cual va a venir determinado por las creencias y la información previa del discente, utilizando siempre un lenguaje cotidiano y de una forma muy cualitativa.

De acuerdo con Godino et al. (1987), este significado se debería de trabajar durante toda la etapa de Educación Primaria y que el alumnado no se limitase a hacer una valoración cualitativa de la probabilidad, sino que se lance a cuantificar la probabilidad y que sea capaz de establecer una comparación y conexión entre la probabilidad estimada previa a la experiencia aleatoria y a la obtenida tras la realización de la misma.

El significado frecuencial de la probabilidad se trabaja muy poco, las situaciones problemas se centran en la realización de estimaciones o predicciones, utilizando un lenguaje probabilístico como frecuencias absolutas y relativas a la vez de un lenguaje cotidiano y destaca el uso de gráficas y tablas en la editorial Anaya para este significado.

En algunas de las ocasiones en las que aparece este significado, se ha intentado relacionar con el significado intuitivo y el subjetivo. Por ejemplo, construir una tabla de frecuencias con las predicciones del clima para los próximos 15 días (frecuencial y subjetivo), lanzar una moneda un número determinado de veces y decidir qué resultado es más probable (frecuencial e intuitivo) o realizar una tabla de frecuencias y calcular la probabilidad estimada con la regla de Laplace (frecuencial y clásico)

OE3. *Detectar debilidades y fortalezas de los textos escolares analizados.* El análisis de los libros de texto analizados desde la perspectiva ontosemiótica nos han permitido detectar más debilidades que fortalezas, lo que va a permitir realizar propuestas de mejora en cuanto al tratamiento de la probabilidad en los libros de Educación Primaria.

Debilidades. Aunque la estadística y la probabilidad en todos los libros analizados están en la misma unidad didáctica, las frecuencias se trabajan como un contenido propio de la estadística y que apenas guarda relación con la probabilidad. El tratamiento que se otorga al significado frecuencial de la probabilidad puede contribuir a la aparición del sesgo de la equiprobabilidad, ya que al tener tanta presencia el significado clásico, puede que el alumnado siempre intente aplicar la regla de Laplace en las diferentes experiencias aleatorias que se le plantean debido a un desconocimiento del significado frecuencial. De las pocas veces que se plantea el significado frecuencial, el número de ensayos que se pide al alumnado que realice en las experiencias aleatorias planteadas, generalmente lanzamientos de monedas y de dados, son escasos, lo que puede favorecer la aparición de la heurística de la representatividad o el sesgo de la ley de los pequeños números.

Aunque el MEC (2006) y el MECD (2014) proponen una enseñanza más experimental de la probabilidad y la incorporación de las TIC, resaltar que las situaciones problemas presentadas en torno a la probabilidad frecuencial no hacen referencia a la simulación, fundamental para entender este significado. Pese a que las normativas educativas plantean trabajar la probabilidad en situaciones de la vida cotidiana y la probabilidad subjetiva está muy presente en nuestro día a día en la toma de decisiones y realización de predicciones, este significado no se trabaja en la editorial Anaya, en SM aparece una sola vez y su presencia en Santillana es mínima. Además, tienen mucho peso las situaciones relacionadas con el juego, hecho a priori atractivo para el alumnado, pero que puede provocar que este no le encuentre otras aplicaciones a la probabilidad en su día a día e impedir que se conviertan en ciudadanos bien informados y consumidores críticos.

Otro aspecto a resaltar es que, en los libros de texto analizados, se trabajan conceptos y propiedades que no vienen especificadas en las normativas educativas, como puede ser la probabilidad condicionada y este hecho podría traer consigo una inadecuada comprensión de la probabilidad por parte del alumnado, ya que el significado institucional difiere del significado presentado al alumnado, lo cual va a traer consigo una divergencia entre el significado institucional y el significado personal.

Fortalezas. En algunos ejercicios de probabilidad se ha intentado relacionar los diferentes significados de la probabilidad, y este hecho y este hecho contribuye a trabajar todos los significados de una forma más holística.

La editorial Anaya, de forma muy acertada, cuando trabaja la probabilidad clásica, no solo utiliza la escala de los números fraccionarios, sino que trabaja los porcentajes, los números decimales y la escala $[0,1]$, lo cual permite un razonamiento probabilístico mejor además de una conexión con otros conocimientos matemáticos. Asimismo, se trabaja la estimación, su posterior cálculo y se promueve la comunicación entre el alumnado comparando resultados, lo que puede favorecer en ellos la comprensión de los diferentes significados de la probabilidad y poder llegar a establecer conexiones entre ellas.

De acuerdo con Batanero (2005), la presentación de los diferentes significados es la más adecuada en todos los textos analizados, comenzando por una probabilidad más intuitiva y trabajando después los demás significados, ya que va a permitir mejorar el razonamiento probabilístico y el establecimiento de unas bases probabilísticas sólidas.

4.3. CONCLUSIONES SOBRE LAS HIPÓTESIS

H1: En el primer curso del último ciclo de primaria va a predominar un significado más intuitivo de la probabilidad.

H2: En el segundo curso del último ciclo de primaria va a aparecer un significado más clásico de la probabilidad.

En relación a estas dos hipótesis de partida se cumplen en dos de las editoriales analizadas, Anaya y Santillana, mientras que en la editorial SM ocurre el proceso inverso.

H3: El significado de la probabilidad frecuencial va a ser considerable. Esta hipótesis no se cumple en ninguna de las editoriales analizadas. Mientras que en

Santillana y SM las situaciones problemas van encaminadas al estudio de tendencias, en Anaya se centran en la estimación de la probabilidad a partir de informaciones anteriores.

H4: El significado subjetivo no va a tener presencia. Se cumple en la editorial Anaya, en SM aparece una sola vez y en Santillana se presenta de forma intuitiva.

H5: El significado axiomático no va a aparecer. Este significado no tiene ninguna presencia en los libros analizados cumpliéndose así la hipótesis de partida.

Los resultados obtenidos son similares a los obtenidos por Ortiz (2002a) con libros de texto de secundaria y por Gómez (2014) con libros de texto de Primaria, en los que se mostró un gran peso de los significados clásico e intuitivo sobre los demás y, aunque ya se ha demostrado que la probabilidad no se muestra de forma idónea en los libros de texto y que eso puede provocar que aparezcan errores en el alumnado, todavía no se han incorporado dichas mejoras en los libros de texto.

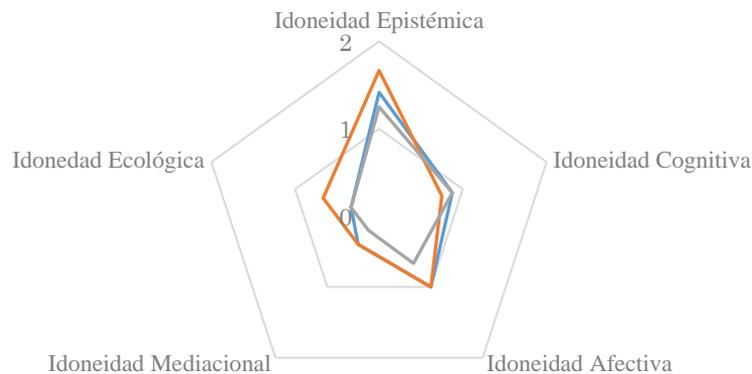
4.4. CONCLUSIONES SOBRE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DE LA PRESENCIA DE LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTO

Para valorar la idoneidad didáctica hemos utilizado los indicadores que Godino (2013) propone para medir el grado de optimización de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

De los seis componentes de la idoneidad didáctica (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica), debido al carácter de nuestro análisis, solo se ha podido medir cinco de ellos, siendo imposible medir la idoneidad interaccional, ya que no se ha podido investigar dentro del aula las interacciones docente – discente, entre alumnos y autonomía del alumnado. Dentro de la idoneidad mediacional se han omitido los indicadores referentes al número de alumnos, horario y condiciones de clase.

Posteriormente, se han realizado las tablas recogidas en el Anexo 3 y en las que se ha evaluado cada indicador en cada una de las editoriales (véase desde Tabla A.3.1 a Tabla A.3.5 del Anexo A3). En base a la información recogida en las tablas, se ha procedido a realizar el gráfico radial, adaptado al que nos propone Godino (2013) y poder obtener conclusiones sobre la idoneidad didáctica de los libros tomados como muestra en el análisis (véase Figura 4.1).

Figura 4.1. *Idoneidad Didáctica de la probabilidad en los libros de texto analizados*
(naranja Santillana, azul Anaya, gris SM)



De dicho análisis se puede concluir que la idoneidad epistémica es la más alta, ya que en general, se plantean situaciones problemas diversas, el lenguaje que se utiliza es acorde a la madurez del alumnado, los procedimientos, proposiciones, conceptos, explicaciones y demostraciones son acordes al nivel educativo de los discentes, pero no se fomenta demasiado la conexión entre los diferentes significados de la probabilidad.

La idoneidad cognitiva es media porque, aunque se plantean ejercicios de refuerzo, y los contenidos que se espera que adquiera el alumnado son asequibles, no se hace referencia a las diferentes escalas de comprensión que pueda adquirir el alumnado ni a la influencia de dicho aprendizaje para la toma de decisiones.

La idoneidad afectiva es media porque aunque los ejercicios que se proponen son atractivos para el alumnado ya que hacen referencia a juegos conocidos por ellos, en general no tienen demasiada utilidad para que el alumnado se desenvuelva en su día a día y no se fomentan situaciones de autoestima en el alumnado que eviten el rechazo a las matemáticas, ya que la dependencia del significado clásico relacionado con el cálculo tiene demasiado peso y el subjetivo que es el que más utilidad tienen para el día a día no llega a aparecer en la editorial Anaya y en SM solo aparece una vez.

La idoneidad interaccional es muy baja porque no se fomenta el uso de materiales informáticos como la simulación y el tiempo que se dedica a la enseñanza de la probabilidad es insuficiente, ya que se trabaja en la misma unidad didáctica la estadística y la probabilidad y se le da mayor importancia a la estadística.

Para finalizar, el estudio de la idoneidad ecológica, fundamental para determinar si el método que se está utilizando para la enseñanza y aprendizaje es adecuado, de forma

que los significados de los libros de texto estén en consonancia con los del currículum o los que la sociedad demanda, determinan que es baja, ya que los contenidos difieren un poco de los que se proponen desde las normativas curriculares, no se hace uso de la innovación o las nuevas tecnologías, no están contribuyendo a la formación integral y para la vida del alumnado, hay poca conexión con otros contenidos matemáticos o de otras materias y se fomenta poco los valores democráticos como puede ser el juego justo.

Si hacemos un análisis por editoriales, se concluye que la editorial más idónea para trabajar la probabilidad en el último ciclo de primaria es la editorial Santillana.

4.5. LIMITACIONES DEL ESTUDIO Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

La principal limitación que se ha encontrado en la realización de esta investigación ha sido el tamaño de la muestra analizada, ya que solo se han analizado tres editoriales. Asimismo, se destaca el hecho de que la valoración de la idoneidad didáctica debería haber sido analizada por varios expertos con objeto de llegar a un consenso común y a unas conclusiones más objetivas.

Respecto a las futuras líneas de investigación se plantean las siguientes:

- Ampliar el estudio a diferentes etapas, desde Educación Infantil a Bachillerato y ver si existe conexión entre los planteamientos ofrecidos desde cada etapa.
- Recientemente, se ha aprobado la LOMLOE, una nueva ley educativa y podría resultar interesante ver si los libros de texto que se van a crear para esta nueva ley están más en consonancia con las directrices que se dan desde la nueva normativa.
- Puesto que el significado subjetivo apenas se presenta y tiene mucha importancia, sería interesante investigar si los docentes en ejercicio y en formación conocen dicho significado y de qué forma se podría incorporar en la Educación Primaria.
- Reflexionando sobre el potencial de la herramienta de la idoneidad didáctica, se propone una investigación en profundidad de la idoneidad de los libros desde un aula de primaria, teniendo una mejor visión del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Finalmente se podría investigar las conexiones que se establecen entre la probabilidad y otros contenidos matemáticos, su disposición dentro de los libros y el peso que tiene en el cómputo de todos los contenidos.

REFERENCIAS

- Almodóvar, J. A., Bosch, J., Escudero, J., García, P., Rodríguez, M., Sánchez, D. y Santiago, M. (2019). Matemáticas 5º Primaria. SABER HACER contigo. ANDALUCÍA. Santillana Grazalema.
- Almodóvar, J. A., Bosch, J., Escudero, J., García, P., Rodríguez, M., Sánchez, D. y Santiago, M. (2019). Matemáticas 6º Primaria. SABER HACER contigo. ANDALUCÍA. Santillana Grazalema.
- Alsina, Á. (2016). La estadística y la probabilidad en educación primaria. ¿Dónde estamos y hacia dónde debemos ir?. *Aula de innovación educativa*, 251, 12-17.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (Julio, 2015). La enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria: el currículo vs el libro de texto. Comunicación realizada en las 17 Jornadas para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Cartagena: JAEM
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria: de lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno: revista de didáctica de las matemáticas*, 2016, núm. 71, p. 46-52.
- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria* [Tesis doctoral. Universidad de Cádiz].
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M. (2008). Probabilidad. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en Educación Primaria* (pp. 591-620). Madrid: Síntesis.
- Azcárate, P. y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378.
- Barragués, J. I. y Guisasola, J. (2006). La introducción de los conceptos relativos al azar y la probabilidad en libros de texto universitarios. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(2), 241-256.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 8(3), 247-263.

- Batanero, C. y Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J. P. Van Bendegem y K. François (Eds.), *Philosophical dimensions in mathematics education* (pp. 107-127). New York: Springer.
- Batanero, C., Godino, J. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education*, 12(1).
- Batanero, C., Gómez, E., Contreras, J. M. y Gea, M. (2014). Assessing and developing prospective teachers' understanding of random sequences. En U. Sproesser, S. Wessolowski, y C. Wörn (Eds.), *Daten, Zufall und der Rest der Welt – Didaktische Perspektiven zur anwendungsbezogenen Mathematik* (pp. 1-11). Heidelberg: Springer.
- Batanero, C., Henry, M. y Parzys, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). New York: Springer.
- Batanero, C. y Serrano, L. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 558-567.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona: CEAC.
- Braga, G. y Belver, J. L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199- 218.
- Bromme, R. y Hömberg, E. (1981). *Die andere Hälfte des Arbeitstages - Interviews mit Mathematiklehrern über alltägliche Unterrichtsvorbereitung (Vol. 25)*. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
- Carvajal, A. I., Ferrero, L., Gómez, J. M., Martín, P. y de la Rosa, L. I. (2019). *Matemáticas 5. Pieza a Pieza*. Anaya.
- Carvajal, A. I., Ferrero, L., Gómez, J. M., Martín, P. y de la Rosa, L. I. (2019). *Matemáticas 6. Pieza a Pieza*. Anaya.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
<http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf>

- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 5-18.
- Contreras García, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. <http://hdl.handle.net/10481/17607>
- Crespo, M. P. (2010). La probabilidad en Educación Primaria, ¿una casualidad? X JAEM. *Ponencia P52*, 467-484
- Díaz Díaz, P. (2017). *La estadística y la probabilidad en los libros de textos de Bachillerato y en las pruebas de acceso a la Universidad*. [Tesis doctoral, Universidad de Oviedo]. <http://hdl.handle.net/10651/45032>
- Díaz, J., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1996). *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Falk, R., Falk, R. y Levin, I. (1980). A potential for learning probability in Young children. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 181-204.
- Fan, L., Zhu, Y. y Miao, Z. (2013) Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45, 633–646
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15(1), 1-24.
- Fishbein, E. y Schnarch, D. (1996). Intuitions and schemata in probabilistic thinking. En Puig, L. y Gutierrez, A. (Eds.), *Proceedings of the XX Conference on the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 353-360). Universidad de Valencia.
- Font, V. y Godino, J. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 8(1).
- Garbín, M., Bernabéu, J., Bellido, A., Nila, M., Morales, F., Vidal, J. M., de Armas, Z., González, Y., Macías, C., Peña, M. y Medina, G. (2019). *Matemáticas, 5 Primaria, Más Savia Andalucía*. SM.

- Garbín, M., Bernabéu, J., Bellido, A., Nila, M., Morales, F., Vidal, J. M., de Armas, Z., González, Y., Macías, C., Peña, M. y Medina, G. (2019). *Matemáticas, 6 Primaria, Más Savia Andalucía*. SM.
- García Martín, A. (2014). El uso del libro de texto de matemáticas en el aula. Revisión del estado actual de la cuestión. [Trabajo de Fin de Grado, Universidad de Granada]. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/36188>
- Gea, M. M., Fernandes, J. A., Batanero, C. y Benavides, A. J. (2016). Intuición sobre el azar: Análisis de una experiencia aleatoria con alumnos de Educación Primaria. En M.H. Martinho, R.A. Tomás, I. Vale y H. Guimarães (Eds.), *Atas do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 89-102). Porto: APM.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 22(2/3) 237-284.
- Godino, J. (2010). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En Trabajo presentado en la *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (CIAEM-IACME), Recife (Brasil). Granada, España: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf.
- Godino, J. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (11), 111-132.
- Godino, J. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>

- Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1), 127-135.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2019). The Onto-Semiotic Approach: Implications for the Prescriptive Character of Didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43. <https://n9.cl/m3ez>
- Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1988). *Azar y probabilidad*. Síntesis.
- Godino, J., Contreras, Á. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 26(76), 39.
- Godino, J., Wilhelmi, M. R. y Bencomo, D. (2005). Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. *Mediterranean journal for research in mathematics education*, 4(2), 1-26.
- Goetz, J. P. y Lecompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa* (Vol. 1). Madrid: Morata.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. <http://hdl.handle.net/10481/34020>
- Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2014). Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 209-229.
- Gómez, E., Ortiz, J. J. y Gea, M. M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en libros de texto españoles de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (5), 49-71. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i5.63>
- Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 75-91.

- Herbel-Eisenmann, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.
- Jamieson-Proctor, R. y Byrne, C. (2008). Primary teachers' beliefs about the use of mathematics textbooks. En M. Goos, R. Brown y K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 295-302). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks: a classroom and curricular perspective* [Tesis doctoral, Luleå tekniska universitet]. <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:ltu:diva-25802>
- Junta de Andalucía (2021). *Orden de 15 de enero de 2021, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, nº 7.
- Krippendorff, K. (2013). *Content analysis: an introduction to its methodology*. London, Sage
- Konior, J. (1993). Research into the construction of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 251-256.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación primaria*. Madrid: Boletín Oficial del Estado, nº 293.
- MECD (2014). *Real Decreto de 1105/2014 de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Boletín Oficial del Estado nº 3
- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad*. [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. <http://hdl.handle.net/10481/23980>

- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011). Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. *PNA*, 5(3), 105-127.
- Muñoz, A. (1998). Algunas ideas preconcebidas sobre probabilidad. *Suma*, 29, pp. 29-34
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ortiz, J. J. (2002a). *Significado de los conceptos probabilísticos elementales en los libros de texto de Bachillerato*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. <http://hdl.handle.net/10481/55166>
- Ortiz, J. J. (2002b). *La probabilidad en los libros de texto*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Ortiz, J. J., Batanero, C. y Contreras, C. (2012). Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo. *Revista Latino Americana de Matemática Educativa*, 15(1), 63-91.
- Rezat, S. (2012). Interactions of Teachers' and Students' Use of Mathematics Textbooks. En G. Gueudet, B. Pepin y L. Trouche (Eds.), *From Text to «lived» Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (pp.231-245). Springer.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural. En S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp. 17-62). Sevilla: Alfar.
- Selander, S. (1990). Análisis del texto pedagógico. En J. García y M. Beas (Compiladores), *Libro de texto y construcción de materiales curriculares*, (pp. 131-161). Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- Serradó, A., Cardeñoso, J. M., y Azcárate, P. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 59-81.
- Serrano, L. (1996). *Significados institucionales y personales de objetos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. <http://hdl.handle.net/10481/32507>

- Serrano, L., Batanero, C. y Ortiz, J. J. (1996). Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato. *Suma* (22), pp. 43-49.
- Serrano, L., Batanero, C., Ortiz, J. J. y Cañizares, M. J. (1998). Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, (22), pp. 7-25.
- Serrano, L., Ortiz, J. J. y Rodríguez, J. (2009). La simulación como recurso didáctico en la enseñanza de la probabilidad. En L. Serrano, (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 157-178). Universidad de Granada.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Truran, J. y Truran, K. (1997). Statistical independence - One concept or two? Implications for research and for classroom practice. En B. Philips (Ed.), *Papers on statistical education presented at ICME-8* (pp. 87-100). Swinburne University of Technology.

ANEXOS

A.1. EDITORIALES ANALIZADAS

- [SM5] Garbín, M., Bernabéu, J., Bellido, A., Nila, M., Morales, F., Vidal, J. M., de Armas, Z., González, Y., Macías, C., Peña, M. y Medina, G. (2019). *Matemáticas, 5 Primaria, Más Savia Andalucía*. SM.
- [SM6] Garbín, M., Bernabéu, J., Bellido, A., Nila, M., Morales, F., Vidal, J. M., de Armas, Z., González, Y., Macías, C., Peña, M. y Medina, G. (2019). *Matemáticas, 6 Primaria, Más Savia Andalucía*. SM.
- [S5] Almodóvar, J. A., Bosch, J., Escudero, J., García, P., Rodríguez, M., Sánchez, D. y Santiago, M. (2019). *Matemáticas 5º Primaria. SABER HACER contigo. ANDALUCÍA*. Santillana Grazalema.
- [S6] Almodóvar, J. A., Bosch, J., Escudero, J., García, P., Rodríguez, M., Sánchez, D. y Santiago, M. (2019). *Matemáticas 6º Primaria. SABER HACER contigo. ANDALUCÍA*. Santillana Grazalema.
- [A5] Carvajal, A. I., Ferrero, L., Gómez, J. M., Martín, P. y de la Rosa, L. I. (2019). *Matemáticas 5. Pieza a Pieza*. Anaya.
- [A6] Carvajal, A. I., Ferrero, L., Gómez, J. M., Martín, P. y de la Rosa, L. I. (2019). *Matemáticas 6. Pieza a Pieza*. Anaya.

A.2. TABLA CAPÍTULO 1

Tabla A.1. *Tabla resumen de las normativas curriculares*

	MEC (2006)	MECD (2014)	ORDEN 15/01/2021
1º CICLO	Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro. Utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad.	Sólo aparecen contenidos de estadística y no de probabilidad.	Sólo aparecen contenidos de estadística y no de probabilidad.
2º CICLO	Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar.	Sucesos posibles y sucesos imposibles. Realización de estimaciones sobre algunos juegos y sucesos. Curiosidad por comparar los resultados de las estimaciones y la realidad en algunos sucesos.	Identificación del carácter aleatorio de experiencias en sucesos o situaciones de juego. Sucesos posibles y sucesos imposibles. Realización de estimaciones. Curiosidad por comparar los resultados de las estimaciones y la realidad en algunos sucesos.
3º CICLO	Presencia del azar en la vida cotidiana Estimación del grado de probabilidad de un suceso.	Carácter aleatorio de algunas experiencias. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.	Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso. Diferencia entre posibilidad y probabilidad. Formulación y comprobación a nivel intuitivo de conjeturas (cálculo de la probabilidad) de un suceso sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos. Curiosidad, interés y constancia en la interpretación y comprobación en el cálculo de probabilidades.

A.3. TABLAS CAPÍTULO 4

Tabla A.3.1. *Tabla de los componentes e indicadores de Idoneidad Epistémica*

		Anaya			Santillana			SM		
		A	M	B	A	M	B	A	M	B
Situaciones problemas	-Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación	X			X			X		
	-Se proponen situaciones de generación de problemas		X		X				X	
Lenguajes	-Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre las mismas.	X				X		X		
	-Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige	X			X			X		
	-Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación	X				X			X	
Reglas	-Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen	X			X			X		
	-Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado		X			X		X		
	-Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos		X		X				X	
	-Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen	X			X			X		
Argumentos	-Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar		X			X			X	
	- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.		X		X				X	
Relaciones	- Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas		X		X				X	

Nota. Tomado de Idoneidad didáctica, de Godino (2013, p.119)

Tabla A.3.2. *Tabla de los componentes e indicadores de Idoneidad Cognitiva*

		Anaya			Santillana			SM		
		A	M	B	A	M	B	A	M	B
Conocimientos previos	- Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)	X			X			X		
	- Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes	X			X			X		
Adaptaciones	-Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo	X			X			X		
	-Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes			X			X			X
Aprendizaje	-Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos (incluyendo comprensión y competencia)	X			X			X		
	-Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva	X			X			X		
	- La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia			X			X			X
	- Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.			X			X			X

Nota. Tomado de Idoneidad didáctica, de Godino (2013, p.119)

Tabla A.3.3. *Tabla de los componentes e indicadores de Idoneidad Afectiva*

		Anaya			Santillana			SM		
		A	M	B	A	M	B	A	M	B
Intereses y necesidades	- Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional			X			X			X
	- Las tareas tienen interés para los alumnos	X			X			X		
Actitudes	-Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.		X			X				X
	-Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.		X			X			X	
Emociones	-Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas			X			X			X
	-Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.	X			X			X		

Nota. Tomado de Idoneidad didáctica, de Godino (2013, p.122)

Tabla A.3.4. *Tabla de los componentes e indicadores de Idoneidad Mediacional*

		Anaya			Santillana			SM		
		A	M	B	A	M	B	A	M	B
Recursos materiales	- Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido			X			X			X
	- Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones			X			X			X
Tiempo	-El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida			X			X			X
	-Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema	X			X			X		
	-Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión	X			X					X

Nota. Tomado de Idoneidad didáctica, de Godino (2013, p.125)

Tabla A.3.5. *Tabla de los componentes e indicadores de Idoneidad Ecológica*

		Anaya			Santillana			SM		
		A	M	B	A	M	B	A	M	B
Adaptación al currículo	- Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares	X			X			X		
Apertura hacia la innovación	- Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo			X			X			X
	- Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva			X			X			X
Adaptación socio-profesional y cultural	- Los contenidos contribuyen a la formación socio - profesional de los estudiantes			X			X			X
Educación en valores	- Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico			X			X			X
Conexiones intra e interdisciplinares	- Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares	X					X			X

Nota. Tomado de Idoneidad didáctica, de Godino (2013, p.126)