



UNIVERSIDAD
DE ALMERÍA

CENTRO DE POSTGRADO Y
FORMACIÓN CONTINUA

MÁSTER DE PROFESORADO EN EDUCACIÓN
SECUNDARIA OBLIGATORIA, BACHILLERATO, FORMACIÓN
PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS

USO DE GEOGEBRA PARA MEJORAR LAS
ACTITUDES DEL ALUMNADO HACIA LAS
MATEMÁTICAS

USE OF GEOGEBRA TO IMPROVE THE
STUDENTS' ATTITUDES TOWARDS MATHEMATICS

ESTUDIANTE Gómez Águila Agustín

ESPECIALIDAD Matemáticas

TUTORA Prof. Dña. María del Mar García López

Convocatoria de: junio de 2021

Resumen

Cada día es más frecuente el uso de las nuevas tecnologías para enseñar matemáticas, y estas cobran especial relevancia en los tiempos actuales de pandemia. Dentro de esta tesitura, este trabajo informa de los cambios experimentados por un grupo de estudiantes de tercer curso de educación secundaria en sus actitudes hacia las matemáticas al trabajar con el software GeoGebra en el aula. Se expone un caso práctico de actuación en el aula en el que, partiendo de una adecuada fundamentación teórica y de una planificación exhaustiva de la propuesta didáctica, se analiza cómo el uso del software GeoGebra contribuye a una mejora de estas actitudes. Para el análisis de las actitudes hacia las matemáticas durante el trabajo con la herramienta se utiliza un cuestionario, ya validado en la literatura de investigación, y también una entrevista grupal, realizada al finalizar la intervención en el aula. Además, la propuesta didáctica incluye un test y dos relaciones de ejercicios sobre el cálculo de áreas y volúmenes, diseñadas por el autor de este trabajo, para ser resueltas con y sin GeoGebra. Las respuestas de los estudiantes, recogidas mediante esos instrumentos, revelan progresos en su rendimiento, debido al uso del software en el aula para el estudio de los contenidos geométricos seleccionados. Triangulando los análisis realizados a cada instrumento por separado, uno de los resultados que se obtienen es que la mejora de las actitudes hacia las matemáticas que estos estudiantes han experimentado durante el uso de GeoGebra está relacionada con un mejor aprendizaje matemático.

Palabras clave: matemáticas, GeoGebra, actitudes, educación secundaria

Abstract

Nowadays, the use of new technologies for teaching mathematics is becoming more and more frequent, and these are especially relevant in today's pandemic times. Given this present state of the art, this paper reports the changes experienced by a group of students in the third year of secondary education in their attitudes towards mathematics when working with GeoGebra software in the classroom. A practical case of study is presented in which, based on an adequate theoretical framework and an exhaustive planning of the didactic proposal, it is analyzed how the use of GeoGebra software contributes to an improvement of these students' attitudes. For the analysis of students' attitudes towards mathematics when working with the tool, a questionnaire is used, already validated in the research literature, as well as a group interview, carried out at the end of the classroom intervention. In addition, the didactic proposal includes a test and two sets of exercises on the calculation of areas and volumes, designed by the author of this work, to be solved with and without GeoGebra. The student's answers, collected by means of these instruments, reveal progress in their performance, due to the use of the software in the classroom for the study of the selected geometric contents. Triangulating the analyses performed to each instrument separately, one of the results obtained is that the improvement in attitudes towards mathematics experienced by these students during the use of GeoGebra is related to a better mathematical learning.

Keywords: mathematics, GeoGebra, attitudes, secondary education

ÍNDICE DE CONTENIDO

1.- INTRODUCCIÓN	1
1.1.- Justificación del estudio	1
1.2.- Objetivos	2
2.- MARCO TEÓRICO DEL TRABAJO	2
2.1.- El software GeoGebra.....	3
2.2.- Actitudes hacia las matemáticas	6
3.- MARCO APLICADO DEL TRABAJO	9
3.1.- Contexto en el que se desarrolla la práctica	9
3.2.- Ámbito y destinatarios	11
3.3.- Metodología de trabajo.....	12
3.4.- Planificación	13
3.4.1.- Concreción curricular	13
3.4.2.- Tareas didácticas	15
3.4.3.- Instrumentos de Evaluación	20
3.5.- Análisis de datos y resultados.....	23
4.- CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN PERSONAL	31
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	35
ANEXO I.- Relación de ejercicios de cálculo de áreas y volúmenes para realizar sin GeoGebra.....	38
ANEXO II.- Primera sesión con GeoGebra	40
ANEXO III.- Segunda sesión con GeoGebra (Relación de ejercicios de cálculo de áreas y volúmenes con GeoGebra).....	45
ANEXO IV.- Tercera sesión con GeoGebra	50
ANEXO V.- Test de medida, superficie y volumen	53
ANEXO VI.- Cuestionario sobre las actitudes hacia las matemáticas	57

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Entorno de trabajo de GeoGebra	5
Figura 2. Ejercicio de la primera sesión con GeoGebra.	17
Figura 3. Ejercicio 3 de la segunda sesión con GeoGebra (cálculo del volumen).	18
Figura 4. Ejercicio 3 de la segunda sesión con GeoGebra (cálculo del área total).	19
Figura 5. Ejercicio de la tercera sesión con GeoGebra.	20
Figura 6. Resultados de los alumnos en el Primer Test y Segundo Test.	26
Figura 7. Diferencias entre las puntuaciones medias de cada pregunta	27
Figura 8. Diferencias absolutas entre el Segundo Test y el Primer Test.....	28
Figura 9. Segundo ejercicio del Primer Test (arriba) y del Segundo Test (abajo) realizados por el alumno A14.....	28
Figura 10. Segundo ejercicio del Primer Test (arriba) y del segundo test (abajo) realizados por el alumno A7	29
Figura 11. Ejercicio 6 de la relación sin GeoGebra (izquierda) y de la relación con GeoGebra (derecha) realizados por el alumno A14	30

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Competencias clave que se desarrollan durante las sesiones	15
Tabla 2. Clasificación de los ítems del cuestionario.	22
Tabla 3. Porcentaje de alumnos con una determinada actitud respecto a cada uno de los factores.	24

1.- INTRODUCCIÓN

El aprendizaje del alumnado en la asignatura de matemáticas ha sido analizado a lo largo de la historia desde muchos puntos de vista. Hay muchos factores que pueden influir y condicionar este aprendizaje, entre los que se encuentran las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas. La relación entre estas actitudes y el rendimiento del alumnado también ha sido objeto de interés desde hace bastantes años.

Sin embargo, la influencia del uso de la tecnología en las actitudes hacia las matemáticas tiene una historia más breve y ha experimentado un mayor desarrollo, sobre todo, en la última década. El principal problema que se nos plantea es la dificultad de analizar, medir y generalizar los resultados que se obtienen, fruto de las investigaciones en este ámbito, en contextos particulares de aula.

1.1.- Justificación del estudio

A menudo, se puede observar en los institutos de educación secundaria como gran parte del alumnado presenta cierto rechazo hacia las matemáticas, mostrando poca motivación hacia la materia y llegando a considerarla aburrida y muy difícil. Los docentes tienen que combatir esta situación, que puede presentarse en un gran porcentaje del grupo al que imparten clase. No se conoce una explicación concreta y simple que justifique este rechazo, más bien se puede afirmar que existe una génesis multifactorial para esta situación. En cualquier caso, el profesorado de matemáticas tiene que combatir esta problemática en su día a día y no resulta ser una tarea fácil. En la actualidad, cada vez son más las investigaciones en esta temática, cuyos resultados avalan el uso de recursos tecnológicos para mejorar las actitudes del alumnado hacia las matemáticas, como es el caso del presente trabajo, en el que se ha usado el software GeoGebra.

Este trabajo se apoya en la tesis defendida por algunos autores que sostienen que las actitudes hacia las matemáticas están relacionadas con el

desarrollo de la competencia matemática y por ende, con la comprensión y visualización matemática (Mato y De la Torre, 2010; García, 2011) y para poder mejorar estas últimas, se deben analizar y estudiar estas actitudes. Aquí es donde la utilización de las nuevas tecnologías entra en juego, a fin de contribuir a la mejora de las actitudes hacia las matemáticas, que suele venir acompañada de un mayor rendimiento del alumnado en la asignatura y, por tanto, de una mejora en su comprensión y visualización matemática.

1.2.- Objetivos

El objetivo de este trabajo es estudiar la influencia del uso de GeoGebra en las actitudes del alumnado hacia las matemáticas y cómo potenciando estas actitudes, con la ayuda de dicho recurso TIC, podemos lograr un mayor aprendizaje y una mejora en la comprensión de los conceptos matemáticos. Además, de esta forma se establece una propuesta para combatir el rechazo hacia las matemáticas que en muchas ocasiones sufren algunos estudiantes. En este trabajo se propone a los docentes la utilización de las nuevas tecnologías, para motivar y mejorar la actitud de sus estudiantes hacia las matemáticas, favoreciendo así una mejor comprensión y entendimiento de los conceptos matemáticos.

2.- MARCO TEÓRICO DEL TRABAJO

En este apartado se pretende realizar una revisión de los antecedentes que constituyen el marco teórico de este trabajo, y el fundamento de los procedimientos y métodos empleados en el marco aplicado del trabajo. Es decir, en este epígrafe se establece el marco teórico en el que se basa la posterior aplicación práctica.

En primer lugar, se realiza una breve descripción del software GeoGebra que se ha utilizado en la parte práctica, y después se caracterizan las actitudes hacia las matemáticas, tomando como referentes las definiciones aportadas por

otros autores y las empleadas en investigaciones previas acerca de la influencia de las nuevas tecnologías en las actitudes hacia las matemáticas.

2.1.- El software GeoGebra

Cada día aparecen más trabajos y artículos que demuestran la utilidad que pueden llegar a tener las TIC en los procesos de aprendizaje (Bray y Tangney, 2017). Y en los últimos años, se ha observado un mayor uso por parte del profesorado de recursos tecnológicos que contribuyen, no solo a la mejora de la competencia digital docente, sino también al desarrollo de las competencias clave del alumnado, entre ellas, la competencia digital y la competencia matemática.

Actualmente se puede observar en las aulas de los centros educativos cómo cada vez es más común la combinación de las pizarras tradicionales y las pizarras digitales, o incluso la sustitución de estas pizarras clásicas (de tiza o rotulador) por pizarras digitales. Este hecho permite que los docentes puedan introducir cada vez más recursos tecnológicos que contribuyan a la mejora de la calidad de la enseñanza y del aprendizaje del alumnado.

En matemáticas, una de las herramientas que más se viene utilizando en esta línea es el software interactivo GeoGebra (proyecto iniciado por Markus Hohenwarter en 2001), que ha demostrado ser útil para la mejora de las actitudes y del rendimiento de los estudiantes (Gómez-Chacón, Romero y García, 2016; Wassie y Zergaw, 2018). Una definición muy interesante sobre lo que es GeoGebra es la que propone Carrillo de Albornoz (2012), quien afirma que GeoGebra no es solo para geometría (aunque este sea su principal uso), sino que también se puede utilizar para la estadística, el análisis o el cálculo (Hohenwarter et al., 2008), siendo una herramienta interactiva muy útil y valiosa para enseñar matemáticas en todos los niveles de la enseñanza educativa.

En los trabajos de Preiner (2008) y, más recientemente, de García e Izquierdo (2017), podemos observar las principales ventajas que se tienen con la utilización de este Software:

- GeoGebra es gratuito y de libre acceso. Esto permite que pueda ser utilizado tanto en clase como en casa por los docentes y el alumnado. Además, los centros pueden modificar algunos aspectos del programa para su propio uso. Cada vez encontramos más editoriales que incluyen en sus libros de texto ejercicios que se realizan con esta herramienta.
- Se puede acceder al programa desde cualquier plataforma, lo que evita muchos fallos de compatibilidad que pueden suceder utilizando otros programas.
- Es muy sencillo aprender su funcionamiento, lo que es una gran ventaja ya que permite a los docentes poder aprenderlo de forma fácil y poder así enseñárselo a los alumnos, que tampoco suelen tener dificultades para usarlo. Además, hay una gran cantidad de recursos en internet de libre acceso que se pueden utilizar y modificar para ajustarlos a las clases que se vayan a impartir, lo que facilita mucho el trabajo de preparación de las sesiones.
- A pesar de su sencillez, tiene un potencial enorme para realizar actividades mucho más complejas, permitiéndonos combinar varias visiones del problema en cuestión. Debido a este potencial puede llegar a ser muy útil, incluso a nivel universitario, ya que podemos plantear problemas complejos y tenemos todas las ventajas previamente descritas.

A continuación, en la figura 1, podemos observar la interfaz del software con un pequeño ejemplo en el que se está construyendo un triángulo.

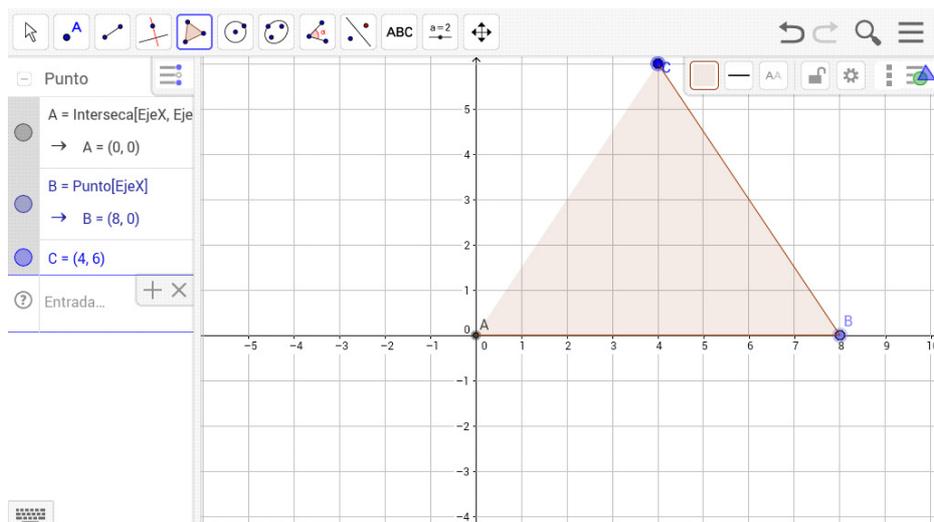


Figura 1. Entorno de trabajo de GeoGebra

Como se ha comentado, su uso es muy sencillo. A grandes rasgos, se expone una explicación sobre los distintos menús y funcionalidades que presenta el programa (figura 1):

- En el menú superior se tienen algunas de las funciones más comunes, sobre todo a nivel geométrico, y que pueden ser seleccionadas para su uso.
- En la barra de entrada inferior se pueden introducir los comandos necesarios para realizar los cálculos o representaciones que se deseen.
- A la derecha, está la posibilidad de ir hacia atrás o hacia delante y el menú principal donde se puede guardar el archivo, exportarlo, etc.
- A la izquierda, se observa la vista algebraica, donde van apareciendo los objetos que se van incluyendo en la construcción. El programa permite cambiar la vista y modificar las condiciones de la vista que se maneja desde la esquina superior derecha (aparece un menú desplegable). Es útil poder cambiar la vista del programa y poder disponer simultáneamente de varias vistas, por ejemplo, al trabajar problemas geométricos con las vistas 2D y 3D.

2.2.- Actitudes hacia las matemáticas

En primer lugar, cabe destacar que no existe una única definición para el concepto de actitud. Se puede observar cierta aceptación entre los teóricos a considerarla como la predisposición psicológica que determina la forma de comportarse ante un ente determinado, pudiendo ser más o menos favorable (Eagly y Chaiken, 1998). Sin embargo, esta definición no es universal y existe un amplio debate sobre cómo podemos definir la actitud.

De acuerdo con Di Martino y Zan (2010), a pesar de la gran cantidad de estudios sobre la actitud, no existe una definición clara y unificada sobre este concepto. Además, bastantes estudios señalan que la actitud no se puede definir en sí misma de forma explícita, sino que se debe hacer de forma implícita, a través de los elementos que se emplean para poder evaluarla (Di Martino y Zan, 2003). Como ya se ha comentado, esto genera controversia ya que no existe una forma unificada de medir o evaluar la actitud.

Esta falta de consenso a la hora de definir el concepto de actitud es considerada como un problema para algunos autores. Sin embargo, esta discusión sirve para nutrir de mayor riqueza al debate y a los estudios sobre la actitud, lo que favorece el progreso y la diversidad de trabajos en este ámbito. Por esta razón, en este trabajo esta diversidad no se considera un problema, sino una cuestión abierta a la que las distintas investigaciones contribuyen a dar respuesta, desde diferentes perspectivas.

El presente trabajo se basa en los trabajos de Gómez-Chacón (2000) y Martínez (2008), que estructuran las actitudes hacia las matemáticas en tres componentes básicas que son: la cognitiva, la afectiva y la comportamental. En este sentido, trabajos como el de Gómez-Chacón, Figueiras y Marín (2001) sostienen que estas son las tres principales componentes a tener en cuenta cuando evaluamos la actitud hacia las matemáticas con los ordenadores.

Veamos ahora la definición y una breve descripción de las componentes básicas de las actitudes hacia las matemáticas, previamente mencionadas:

- Componente cognitiva: se basa en la creencia que tiene el alumnado sobre sus propias capacidades para resolver un problema matemático y la autoconfianza con la que afrontan el proceso y van solventando el problema. Esta componente hace referencia a la propia percepción del alumno sobre sus habilidades y conocimientos matemáticos, así como a la confianza que tiene el alumnado para poder resolver problemas difíciles.
- Componente afectiva: con esta componente se hace referencia a los sentimientos positivos o negativos que experimenta el alumno cuando realiza las distintas actividades matemáticas, cuando selecciona los métodos que se utilizan para resolverlos...
- Componente comportamental: esta componente hace referencia al comportamiento y la conducta que podemos observar en el alumnado cuando realiza las actividades matemáticas. En este caso, este comportamiento se observará cuando el alumnado realice las actividades matemáticas con y sin la ayuda de GeoGebra.

Centrándonos en la actitud hacia las matemáticas y la influencia de las nuevas tecnologías en ella, resultan muy interesantes los trabajos de Gómez-Chacón (2010, 2011). En estos trabajos se describen las componentes actitudinales del aprendizaje matemático con tecnología, que son:

- Confianza matemática: se trata de una dimensión en la que el estudiante afronta cualquier problema sin tener en cuenta si es más o menos difícil, centrándose en el proceso de aprendizaje. El alumno espera tener buenos resultados y no se produce un rechazo hacia las matemáticas, creando una relación de bienestar entre el alumno y la materia.
- Confianza con el ordenador: esta se produce cuando el alumnado realiza con el ordenador las operaciones necesarias para resolver un problema con un cierto grado de seguridad. El alumno analiza la cuestión y conociendo las herramientas que le ofrece el ordenador es capaz de resolverla y tiene la confianza necesaria para intentar solucionar cualquier problema que le pueda surgir durante la resolución del ejercicio.

- Motivación con el ordenador: con este concepto nos referimos a la situación en la que el alumno disfruta y se interesa por los ordenadores y cómo se pueden usar para resolver problemas matemáticos, fomentando además la capacidad de improvisación y profundización en los problemas (Galbraith y Haines, 2000).
- Compromiso en matemáticas: con esta dimensión se hace referencia al comportamiento del alumno hacia la resolución de ejercicios matemáticos con los ordenadores y a las referencias que podemos observar y que indican que el alumno está realizando un aprendizaje responsable.

Al analizar las anteriores caracterizaciones se comprueba que las componentes de las actitudes hacia las matemáticas con tecnología coinciden con las tres componentes descritas para las actitudes hacia las matemáticas, de forma más genérica. Es decir, en ambos casos se pueden estructurar las actitudes en: componente cognitiva o confianza matemática y en el ordenador; componente afectiva o motivación con el ordenador y componente comportamental o compromiso en matemáticas.

Tomando como base estas tres componentes se ha realizado una búsqueda de cuestionarios, ya validados, para evaluar la actitud hacia las matemáticas con el uso de ordenadores. Y, en este trabajo, se toma como base el cuestionario “Me interesa tu opinión” (García y Romero, 2020). Este cuestionario se realizó para analizar la influencia de la herramienta que se va a utilizar (GeoGebra) en la actitud hacia las matemáticas de los alumnos. En apartados posteriores se realizará una mayor descripción del cuestionario y los ajustes que en él se han realizado para su puesta en práctica en este estudio.

De esta forma, ya tenemos el marco teórico que nos permite pasar al marco aplicado o práctico, que se ajusta y ha sido programado en función de la justificación teórica expuesta.

3.- MARCO APLICADO DEL TRABAJO

En este apartado se pretende desarrollar la propuesta práctica que se lleva a cabo en el presente trabajo. En primer lugar, se atiende al contexto en el que esta se desarrolla y a un primer análisis de lo que se pretende realizar. Después, se describen el ámbito, los destinatarios y la metodología de trabajo en el aula, para pasar a una explicación más exhaustiva de la transposición didáctica en el apartado de planificación. Por último, se exponen y valoran los resultados obtenidos.

Cabe mencionar que todo el desarrollo práctico del trabajo se ha llevado a cabo cumpliendo con las medidas COVID-19, establecidas por la Junta de Andalucía y el centro educativo correspondiente. La metodología empleada ha sido adaptada y modificada para que se pueda llevar a cabo respetando todas las medidas vigentes contra el COVID-19.

3.1.- Contexto en el que se desarrolla la práctica

La puesta en práctica del trabajo se ha llevado a cabo en el centro IES Valle del Almanzora (Cantoria, Almería), donde el autor del presente trabajo ha desarrollado sus prácticas externas, como parte de la formación recibida al realizar el Máster en profesorado de educación secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas.

Cantoria es una localidad de unos 3000 habitantes, situada en el Valle del Almanzora. La población de esta zona se dedica principalmente al sector del mármol, tanto a la extracción y tratamiento de este, como a su transporte. Del resto de actividades laborales destacan las ligadas al campo, como el cultivo de olivos, almendros, limoneros, naranjos, etc.

A este centro llegan alumnos de Cantoria, así como de otras localidades cercanas. También asisten al centro alumnos de las pedanías de estos municipios. La contextualización del párrafo anterior también puede extenderse a los municipios señalados.

El centro está situado justo al lado de las instalaciones deportivas (pabellón polideportivo, pista de tenis, campo de fútbol...) de Cantoria, lo que favorece el uso de estas para actividades de distinta índole. El acceso al centro es muy bueno, tanto a pie como en coche, que son los dos medios habituales de acceso. Los alumnos de las pedanías y de otros municipios llegan al centro en varios autobuses escolares.

Mediante pruebas y encuestas externas al centro, se ha podido saber que la población se puede encuadrar en un Índice Socio Cultural (ISC) medio.

El clima que se respira en el centro es muy bueno, pudiéndose observar una gran colaboración entre profesores y estudiantes. Los proyectos que se realizan tienen una gran acogida por parte del alumnado. El centro no es demasiado grande, contando con un total de 225 alumnos y alumnas. El número de estudiantes por aula es variable; hay cursos bastante numerosos, pero también hay cursos con pocos escolares. El curso en el que se centra este trabajo se encontraría en torno a la media, que es de unos 20 estudiantes. Otro aspecto que cabe mencionar es la implicación de las familias en el aprendizaje de sus hijos e hijas, que puede considerarse suficiente.

En cuanto a la actividad que se desea realizar, para poder usar el software GeoGebra es necesario el uso de ordenadores. En centros pequeños, como en el que se desarrolla este estudio, es difícil encontrar aulas de informática con suficientes ordenadores. No obstante, este centro sí cuenta con un aula de este tipo, pero debido a la actual situación de pandemia no ha sido posible utilizarla, ya que en ella no se respetaban las distancias mínimas que se estipulan en los protocolos.

Por suerte, el centro también posee pizarras digitales, que han sido usadas para trabajar las actividades de forma colaborativa con los alumnos. De este modo, también se les ha presentado el software GeoGebra para que, siempre que tengan los medios necesarios en casa, puedan utilizarlo.

Esta ha sido la metodología que se ha empleado debido a las circunstancias provocadas por el COVID-19. Esta metodología será descrita de forma más exhaustiva en apartados posteriores.

3.2.- Ámbito y destinatarios

El desarrollo de la parte práctica del presente trabajo se ha realizado en la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º ESO, del centro en el que se ha situado al lector en el apartado anterior, es decir, la intervención se ha desarrollado en un ámbito de aula.

La dinámica habitual de trabajo de este curso con la profesora titular ha sido observada, antes de la intervención didáctica que fundamenta este trabajo, durante las dos primeras semanas de las prácticas. También se ha preguntado a profesorado de otras materias sobre el funcionamiento del curso, a fin de poder conseguir la mayor información posible, para que las actividades que se han realizado fueran acordes al nivel y al ritmo de trabajo del curso.

El alumnado de esta clase está formado por un total de 17 estudiantes. En el curso no se han observado problemas de convivencia y el desarrollo de la clase se podía llevar a cabo de forma normal. En cuanto al nivel, se pudo observar que era un grupo heterogéneo, donde se podían encontrar tanto alumnos con alto rendimiento como alumnos a los que les costaba más comprender la materia. También había estudiantes que aprobaban, pero podrían sacar más nota si se implicaran y estudiaran más y alumnos que suspendían por falta de estudio.

Se pudo saber por evaluaciones previas realizadas por la profesora titular del curso, que los conocimientos de geometría del curso no eran demasiados, presentando algunas dificultades a la hora de entender la figuras en el plano y, sobre todo, en el espacio.

Además, cabe destacar que antes de realizar la intervención propuesta en este trabajo, las actitudes del alumnado hacia las matemáticas no eran muy buenas. En general, no se observaba que les gustase la asignatura, pudiendo escuchar comentarios que corroboraban este hecho. El alumnado, en general, era trabajador, pero no se observaba que se implicaran en el aprendizaje, sino que parecía que realizaban los ejercicios simplemente por obligación. Tampoco se pudo observar mucha autoconfianza en el alumnado para resolver problemas,

ya que en varias ocasiones señalaban que no sabían hacer algún ejercicio, antes incluso de haberlo intentado.

Antes de realizar la intervención didáctica, se impartieron varias clases para que los alumnos estuvieran familiarizados con el docente en prácticas y con su forma de trabajar, para que cuando este llevara a cabo las actividades de este trabajo se pudieran obtener mejores resultados.

3.3.- Metodología de trabajo

Con el permiso de la tutora profesional de las prácticas, que es la profesora titular del alumnado objeto de estudio, se ha desarrollado la parte práctica de este trabajo, teniendo en cuenta, a la hora de la planificación, cuáles eran los medios disponibles en el centro.

Como se ha comentado, no era posible utilizar un aula en el que cada estudiante dispusiera de un ordenador. Tampoco fue posible que el alumnado trabajase en grupos, de forma cooperativa, porque la división en grupos del alumnado estaba descartada por la situación provocada por el COVID-19. Todos estos inconvenientes conllevaron una adaptación de la idea previa sobre cómo se desarrollarían las sesiones.

Finalmente, se optó por utilizar el software GeoGebra para trabajar los contenidos seleccionados, de forma que el profesor pudiera exponerlos en la pizarra digital (a través de GeoGebra) e interactuar al mismo tiempo con el alumnado y con el software, siguiendo las indicaciones de los estudiantes. De esta forma, se fomentó la comunicación continua con el alumnado, y el profesor iba redirigiendo su actuación en función de las demandas de los discentes. Además, los alumnos y alumnas que poseían dispositivos móviles podían traerlos al centro, para poder seguir la clase desde ellos, mientras que el resto del grupo era capaz de seguir las sesiones y realizar los ejercicios sin ningún problema, con la ayuda de la pizarra digital en la que se visualizaban los ejercicios hechos con GeoGebra.

Con este modo de proceder, se consiguió un buen clima de trabajo y se le pudo explicar al alumnado cómo usar la herramienta GeoGebra, para que ellos realizaran los ejercicios. También se les propuso que probaran a manejar el software en casa, ya que las sesiones también las tenían disponibles en la plataforma *Classroom*, que era la forma habitual que utilizaba la profesora titular del curso para mandar tareas de forma telemática.

Esta es la metodología que se ha usado para desarrollar la parte práctica del presente trabajo. Las actividades que se explican posteriormente fueron diseñadas teniendo en cuenta todas las circunstancias recogidas en este apartado.

3.4.- Planificación

Con el objetivo de medir cómo influye el uso del software GeoGebra en las actitudes de los alumnos se diseñaron una serie de sesiones, cuya puesta en práctica ha proporcionado los datos que se analizan posteriormente.

Además, también se recogió información sobre cómo influye el uso del software en el rendimiento académico del alumno. Para ello, se llevaron a cabo actividades, antes de impartir las clases con GeoGebra y después, para poder observar posibles cambios significativos en los resultados. Por último, se analizó la relación que pueda existir entre cambios en las actitudes y en el rendimiento.

El contenido que se seleccionó para desarrollar la intervención pertenece al bloque de geometría de 3º ESO. En concreto, la propuesta didáctica planificada para alcanzar los objetivos de este trabajo se centra en el tema de geometría en el espacio. La elección de este tema se debe a que los alumnos suelen tener problemas para trabajar con las figuras en el espacio, por lo que este tema puede ser considerado adecuado para nuestro estudio.

3.4.1.- Concreción curricular

En este apartado se trata la base legal del tema elegido para realizar las sesiones. Se describen, según la legislación vigente, los contenidos, los criterios

de evaluación, los estándares de aprendizaje y las competencias clave que se corresponden con las actividades que se han diseñado. La información utilizada ha sido extraída del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece la ordenación y el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato:

- **Contenidos:** en el bloque 3 de las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas se establecen una serie de contenidos, de los cuales se trabajan los siguientes: geometría del espacio, planos de simetría en los poliedros, la esfera y el uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas y relaciones geométricas de los cuerpos. Como se puede observar, el uso de herramientas tecnológicas está recogido en los contenidos oficiales de este bloque.
- **Criterios de evaluación:** las actividades propuestas se rigen por los criterios de evaluación establecidos en el Real Decreto mencionado: reconocer y describir las propiedades y características de los cuerpos geométricos, obtener longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos geométricos elementales y de ejemplos tomados de la vida real e identificar ejes y planos de simetría en poliedros.
- **Estándares de aprendizaje:** los estándares establecidos en el Real Decreto que se ajustan al presente trabajo son los siguientes: identificar los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales, calcular áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y aplicarlos para resolver problemas contextualizados e identificar centros, ejes y planos de simetría en poliedros.
- **Competencias clave:** en la tabla 1 se recogen las competencias clave que se trabajan en las sesiones planificadas:

Tabla 1. Competencias clave que se desarrollan durante las sesiones

COMPETENCIA CLAVE	CÓMO SE TRABAJA
Competencia matemática (forma parte de la Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología)	Esta competencia está presente en todas las actividades que se realizan, ya que se formulan, plantean, interpretan y resuelven problemas matemáticos
Competencia en aprender a aprender	El espíritu crítico y la creatividad se desarrollan a la hora de resolver los problemas planteados
Competencia digital	Se usará el software de GeoGebra para la resolución de ejercicios y también la plataforma Classroom
Competencia social y cívica	Los alumnos desarrollan las actividades con responsabilidad y autonomía, adaptándose a la situación social a través del diálogo, la empatía, los valores cívicos...
Competencia en comunicación lingüística	Los alumnos leen los problemas, los interpretan y comunican los resultados que obtienen

3.4.2.- Tareas didácticas

El objetivo de las actividades desarrolladas en las sesiones de aula es poner de manifiesto la influencia de GeoGebra en la actitud hacia las matemáticas del alumnado y cómo influye el uso de este software en la comprensión matemática de los estudiantes.

Para ello, y atendiendo a las concreciones curriculares mencionadas en el apartado anterior, se diseñaron una serie de sesiones que se han impartido en el grupo en cuestión. Cabe destacar que las primeras tres sesiones se realizaron sin el uso de recursos tecnológicos, de forma tradicional, es decir, se estudiaron los correspondientes contenidos de geometría en el espacio de la forma habitual en la que la profesora titular venía enseñando matemáticas a estos estudiantes. El desarrollo de esas 3 sesiones fue el siguiente: en primer lugar, una explicación por parte del docente y autor de este trabajo en la pizarra y, después, este proponía unos ejercicios para que los realizaran. En las siguientes tres sesiones la metodología cambió, ya que se introdujo el uso de GeoGebra para que los alumnos pudieran analizar los problemas con el software e intentaran resolverlos.

Las sesiones diseñadas se pueden dividir por tanto en dos grupos: tres sesiones tradicionales y tres sesiones con GeoGebra. Antes del desarrollo de dichas sesiones se informó al alumnado de esta planificación y su temporalización.

Sesiones tradicionales

En la primera sesión, se comenzó con la explicación de los cuerpos geométricos en el espacio y sus propiedades. Se analizaron las principales partes de estos cuerpos y cuáles son las figuras más destacables y las que podían encontrar en su entorno. Además, se vio la definición de poliedro cóncavo y poliedro convexo, explicando también la fórmula de Euler y viendo alguna de sus aplicaciones con algún ejemplo. Una vez terminada esta primera explicación, se procedió a mandar ejercicios, que en este caso fueron extraídos de su libro de texto habitual. Esta era su forma usual de trabajo y a la que estaban más acostumbrados.

En la segunda sesión se explicó cómo calcular el área total y el volumen de algunos cuerpos geométricos. En concreto, se estudió el área total y el volumen de: prismas y pirámides, con distintos polígonos regulares como base; el cilindro; el cono y la esfera. Una vez realizada esta explicación se procedió a proponer como tarea para casa unos ejercicios para que el alumno calculara el área total y el volumen de los cuerpos geométricos explicados en clase ese mismo día. Estos ejercicios fueron introductorios y se sacaron del libro de texto.

La tercera sesión se dedicó a la resolución de una serie de ejercicios programados en los que calcularon el área total y el volumen de los cuerpos geométricos explicados en la sesión anterior. Esta relación puede ser revisada en el Anexo I.

Sesiones con GeoGebra

Tras la realización de las tres primeras sesiones sin GeoGebra, se procedió a la realización de otras tres sesiones con la ayuda de GeoGebra.

En la primera sesión se introdujo el software, mostrando a los alumnos sus principales características y ventajas, y se realizó una explicación en la

pizarra sobre poliedros. Se mostraron poliedros cóncavos y convexos, se analizaron sus partes y propiedades y se realizaron ejercicios de aplicación de la fórmula de Euler. Estos ejercicios eran resueltos por los alumnos individualmente, pero se iban comentando y corrigiendo en la pizarra digital con ayuda de GeoGebra. Esta primera sesión¹ de GeoGebra puede revisarse en el Anexo II, y contiene ejercicios realizados por el autor de este trabajo y también material presente en la web de GeoGebra.

En la Figura 2, se puede ver un ejercicio que permite comprobar las respuestas, una vez introducidas en el applet de GeoGebra.

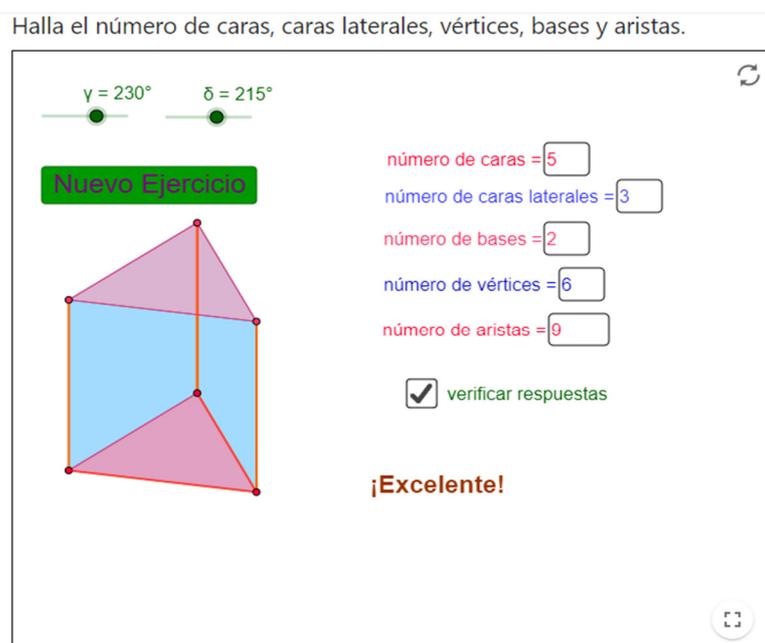


Figura 2. Ejercicio de la primera sesión con GeoGebra

La segunda sesión con GeoGebra se dedicó a la resolución de una batería de ejercicios de dificultad similar a los realizados durante la última sesión tradicional. De esta forma, los alumnos calcularon el área total y el volumen de una serie de cuerpos geométricos, permitiéndoles terminarlos en casa, en caso de que nos les hubiera dado tiempo en clase. Cabe mencionar que a los alumnos

¹ <https://www.geogebra.org/m/xfptawcs>

se les pidieron los primeros siete ejercicios de esta relación, dejando los dos últimos como opcionales, ya que son de mayor complejidad. La relación de ejercicios² mencionada puede consultarse en el Anexo III. Esta sesión, con todos los applets que contiene, fue creada por el autor del presente trabajo, a excepción de los ejercicios 5 y 6, que también fueron desarrollados por él, pero se utilizó como punto de partida dos applets de otro autor que se menciona en el Anexo III.

3.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.

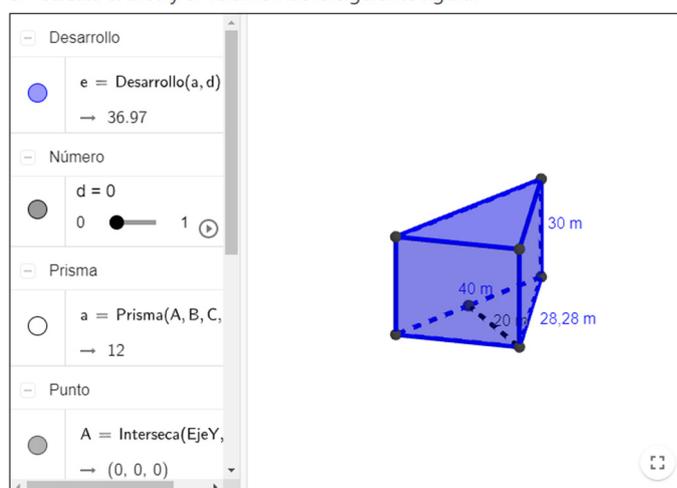


Figura 3. Ejercicio 3 de la segunda sesión con GeoGebra (cálculo del volumen)

En la figura 3 se puede observar uno de los ejercicios de la relación mencionada, en el que se pide el área total y el volumen de este prisma de base triangular. Como se puede observar, el alumno puede mover la figura para comprender mejor cuáles son los polígonos que la forman y cuáles son las medidas de las que dispone para realizar los cálculos. De esta forma, puede obtener el volumen sin ningún problema, pudiendo manejar la figura en el espacio para poder despejar las dudas que pueda tener sobre la estructura de esta.

² <https://www.geogebra.org/m/ggbtpxcj>

3.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.

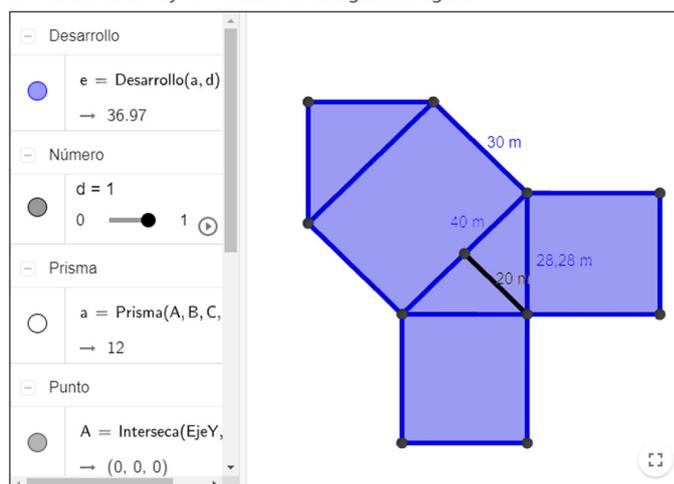


Figura 4. Ejercicio 3 de la segunda sesión con GeoGebra (cálculo del área total)

Con el deslizador que se puede ver en la figura 4, el alumnado puede activar una animación que permite ver el desarrollo de la figura en el plano. De esta forma pueden entender perfectamente cuál es el desarrollo de la figura y ver cómo se produce. Una vez desarrollada la figura, son capaces de distinguir qué figuras planas la forman y pueden calcular el área total de la figura comprendiendo perfectamente el problema planteado.

En la tercera y última sesión³ con GeoGebra, se realizaron algunos ejercicios con el software con los que se pretendía desarrollar la visión 3D de los alumnos. Esta sesión puede ser revisada en el Anexo IV, siendo realizada por el autor de este trabajo con ayuda de algunos de los recursos disponibles en la web de GeoGebra.

En la figura 5 podemos observar uno de los applets creados por el autor de este trabajo. En este ejercicio se le pregunta al alumno cuántos cubos se necesitan para llenar por completo la caja. Gracias a GeoGebra los alumnos pueden ver la figura desde distintas perspectivas, pudiendo comprender mejor la profundidad de la caja y viendo cuántos cubos están contenidos en ella en un

³ <https://www.geogebra.org/m/ja8fjmay>

instante inicial, para después poder señalar cuántos son necesarios añadir para llenarla al completo.

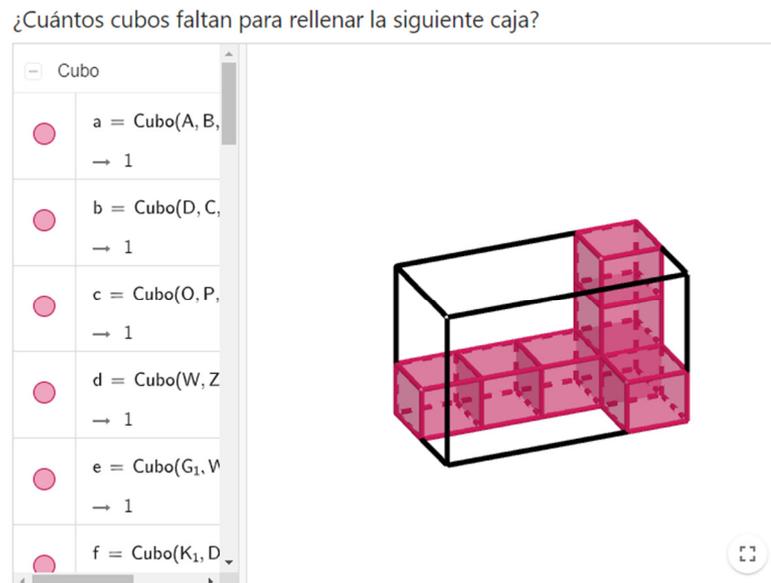


Figura 5. Ejercicio de la tercera sesión con GeoGebra

3.4.3.- Instrumentos de Evaluación

En este apartado se presentan y analizan los instrumentos que permiten, por un lado, medir cómo afecta el uso de GeoGebra a la actitud hacia las matemáticas del alumnado, y, por otro, comprobar si ha mejorado el razonamiento matemático y la visión 3D de los alumnos tras las sesiones con GeoGebra.

Para ello, se recopilaron datos de los siguientes instrumentos para su posterior análisis: relación de ejercicios de cálculo de área total y volumen de cuerpos geométricos (una relación sin GeoGebra y otra con GeoGebra); test de medida, superficie y volumen (cumplimentado por los estudiantes, antes y después de usar GeoGebra); y un cuestionario para medir la actitud hacia las matemáticas, según el marco teórico expuesto previamente.

A continuación, se describen cada uno de tales instrumentos.

Relaciones de ejercicios de cálculo de áreas totales y volúmenes

Tal y como se ha mostrado en la descripción del desarrollo de las sesiones, se diseñó una relación de ejercicios sin GeoGebra y otra con GeoGebra, para comprobar los resultados que obtenían los alumnos al resolver las actividades de cálculo de áreas totales y volúmenes, estando estas recogidas en el Anexo I y en el Anexo III. Como se puede observar, los ejercicios sin GeoGebra y con GeoGebra son similares en cuanto a dificultad y requisitos, con el objetivo de poder comprobar si, tras las sesiones con GeoGebra, los resultados eran mejores. Cabe mencionar que, en la relación de ejercicios con GeoGebra, se añadieron dos ejercicios extra, pero para analizar los resultados solo se tuvieron en cuenta, como se ha comentado previamente, los 7 primeros ejercicios, que eran de dificultad similar en ambas relaciones. Estos ejercicios han sido valorados con una puntuación de 0 a 10, teniendo todos ellos el mismo peso para la nota final.

Test de medida, superficie y volumen

Para medir la influencia del software GeoGebra en la capacidad del alumnado para interpretar las medidas, las superficies y los volúmenes se realizó un test con un total de nueve cuestiones sobre estos aspectos. Este test se puede consultar en el Anexo V (los ítems fueron extraídos de Pitta-Pantazi y Christou (2010) y de Pittalis y Christou (2010)). Esta prueba se les pasó a los estudiantes justo al terminar las primeras tres sesiones tradicionales y tras realizar las tres sesiones con GeoGebra, para poder comparar así los resultados antes y después de usar el software para explicar los contenidos. En el test se realizan 9 preguntas, donde cada una de ellas será valorada de 0 a 1, obteniéndose la puntuación final haciendo la media de estas notas y multiplicándola por 10.

Cuestionario para evaluar las actitudes hacia las matemáticas

Al final del test de medida, superficie y volumen que se realizó tras las sesiones con GeoGebra, el alumnado cumplimentó un cuestionario para medir

sus actitudes hacia las matemáticas y cómo influye GeoGebra en ellas (Anexo VI). Para ello, tal como se explica en el marco teórico del trabajo, se toma como base el cuestionario “Me interesa tu opinión” (García y Romero, 2020) que, por tratarse de un cuestionario de valoración, está compuesto por enunciados formulados en sentido positivo y negativo (para evitar la aquiescencia o tendencia del encuestado a estar de acuerdo con las situaciones planteadas en las cuestiones) y cuyas respuestas admiten 5 grados de respuesta (desde totalmente de acuerdo a totalmente en desacuerdo). A cada respuesta se le asigna una puntuación entera entre 1 y 5, ajustándose esta puntuación al grado de acuerdo o desacuerdo y al sentido del enunciado, es decir, a si la respuesta refleja una actitud negativa o positiva.

Los 22 enunciados de este cuestionario hacen referencia al uso de GeoGebra en matemáticas, y recogen información de las componentes cognitiva, afectiva y comportamental de las actitudes hacia las matemáticas del alumnado, además de sus actitudes hacia el uso de TIC y hacia el trabajo en equipo. Para adaptar este cuestionario a la situación particular de este estudio, descartamos los 6 ítems del trabajo en equipo, ya que por las circunstancias COVID-19, no se han podido realizar actividades que cumplan los requisitos para evaluar estos aspectos. De esta forma, nuestro cuestionario está compuesto por un total de 16 ítems (Anexo VI) que se agrupan en tres factores, según el análisis factorial llevado a cabo por las autoras, tal y como se muestra en la tabla 2.

Tabla 2. Clasificación de los ítems del cuestionario

FACTOR	ÍTEMS
1. Actitudes hacia el uso de GeoGebra en matemáticas	1. En las sesiones con GeoGebra he participado de forma más activa. 2. Me ha gustado más la asignatura al usar GeoGebra en clase. 3. Las clases con GeoGebra no me han ayudado a sentirme más seguro en matemáticas. 5. Las clases con GeoGebra no me han motivado nada. 8. Trabajar las mates con GeoGebra es más difícil. 11. El trabajo con GeoGebra no me ha ayudado a reflexionar sobre mis errores. 13. Usando GeoGebra es más fácil estudiar matemáticas. 14. Ni usando GeoGebra, logro comprender las mates por mí mismo.

2. Ventajas de trabajar las matemáticas con GeoGebra	4. En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he reconocido en mayor grado mis fallos.
	6. He reconocido y valorado más las aplicaciones de las mates en las clases con GeoGebra.
	7. En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he confiado más en mis capacidades.
	9. En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he comprendido la materia con mayor rapidez.

3. Rechazo hacia las matemáticas con GeoGebra	10. En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he seguido sin apreciar la importancia de las mates.
	12. He seguido teniendo dificultades para comprender las mates en las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra.
	16. En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, ha seguido sin gustarme el trabajo en mates.

Para analizar las respuestas del alumnado se agrupan los ítems de cada uno de los tres factores y se calcula qué porcentaje de alumnos presenta una actitud negativa, neutra o positiva respecto a cada uno de estos factores. Para considerar que un alumno o alumna manifiesta una actitud negativa en un factor su puntuación media en dicho factor debe ser inferior o igual a 2.5, para considerarla neutra debe ser mayor que 2.5 y menor que 3.5 y para considerarla positiva mayor o igual que 3.5.

Al final del cuestionario se incluyó una pregunta abierta para que el alumnado pudiera expresar de forma libre si GeoGebra había contribuido a que entendieran mejor los contenidos trabajados con este software y de qué forma lo había hecho.

3.5.- Análisis de datos y resultados

En este apartado se analizan los datos recogidos durante la puesta en práctica de la propuesta didáctica diseñada y se exponen los resultados obtenidos. En primer lugar, se llevó a cabo un análisis con los datos obtenidos en el cuestionario sobre las actitudes, para ver si GeoGebra había influido positivamente en las actitudes hacia las matemáticas del grupo. Una vez revisada esta cuestión, se examinaron las respuestas de las actividades con y

sin GeoGebra, y las del test de medida, superficie y volumen, antes y después de usar GeoGebra.

Cuestionario para evaluar la actitud hacia las matemáticas

Siguiendo el marco teórico establecido al inicio del trabajo, se analizaron los resultados obtenidos en el cuestionario. Se atiende en primer lugar al análisis de los tres factores, recordando que el factor 1 analiza las actitudes hacia el uso de GeoGebra en matemáticas, el factor 2 las ventajas de trabajar las matemáticas con GeoGebra y el factor 3 el rechazo hacia las matemáticas con GeoGebra.

Tabla 3. Porcentaje de alumnos con una determinada actitud respecto a cada factor

ACTITUD	FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3
Positiva	94.12	88.24	94.12
Neutra	5.88	11.76	0
Negativa	0	0	5.88

Como se puede observar en la tabla 3 la actitud de los alumnos hacia las matemáticas con GeoGebra fue muy positiva. En todos los factores se observa que un porcentaje superior al 88% de los alumnos y alumnas presentó una actitud positiva, es decir, hizo una valoración muy positiva del trabajo desarrollado en estas sesiones con GeoGebra. Si se analizan más en profundidad las respuestas de este cuestionario, atendiendo a las componentes de la actitud descritas en el marco teórico, se tiene que:

- *Componente cognitiva:* los resultados del cuestionario revelan que el 76.46% del alumnado afirmó confiar más en sus capacidades usando el software GeoGebra (ítem 7), es decir, la mayoría del alumnado presentó una mayor autoconfianza a la hora de afrontar y resolver un problema. Por otro lado, el 82.35% del alumnado declaró comprender mejor las matemáticas por sí mismo usando GeoGebra (ítem 14). Estos resultados son refutados con lo expuesto en la pregunta abierta añadida al final del formulario, donde la mayoría de alumnos (con etiqueta Ai, donde

$i=1, \dots, 17$) afirmaron que las matemáticas son más fáciles con GeoGebra.

Algunos ejemplos:

- Opinión de A4: *Las matemáticas son mucho más sencillas usando GeoGebra.*
- Opinión de A11: *He notado mejoría con GeoGebra porque es más sencillo ver las figuras.*
- **Componente afectiva:** en los datos obtenidos del cuestionario se observa que el 100% de los alumnos declaró que le había gustado más la asignatura usando GeoGebra (ítem 2) y tan solo el 11.11% de los alumnos señaló que usando GeoGebra seguía sin gustarle el trabajo en matemáticas (ítem 16). En una pequeña entrevista semiestructurada realizada tras las sesiones con GeoGebra se pudieron recoger los siguientes comentarios que refutan estos resultados.
 - Opinión de A9: *Las clases con GeoGebra son más divertidas.*
 - Opinión de A15: *Me gustan más las matemáticas con GeoGebra.*
- **Componente comportamental:** las respuestas al cuestionario muestran que el 82.35% de los alumnos manifestaba haber participado de forma más activa en las clases con GeoGebra (ítem 1). En las sesiones realizadas con GeoGebra, se pudo observar una evolución positiva de esta componente con respecto a las sesiones denominadas tradicionales, porque en las tres sesiones realizadas con GeoGebra los alumnos participaron más, preguntaron más dudas y se interesaron por determinados aspectos de la explicación (algo no habitual hasta ese momento en la mayoría de los estudiantes). Además, se logró que algunos estudiantes que normalmente no prestaban atención y no realizaban los ejercicios que se les solicitaban, consiguieran involucrarse en la dinámica de la clase.

Test de medida, superficie y volumen

Como se ha comentado en el apartado anterior, que recoge la descripción de este test, los alumnos y alumnas realizaron este test en dos ocasiones, que

a partir de ahora denominamos Primer Test y Segundo Test. El Primer Test es el que se realizó antes de las sesiones con GeoGebra y el Segundo Test se llevó a cabo al finalizar estas sesiones. De esta forma se pretende comparar los resultados antes y después de usar el software. Para el análisis de datos, los alumnos corresponden a las etiquetas A1, A2,..., A17 y las preguntas a P1, P2,..., P9.

Una vez realizados el Primer test y el Segundo Test, los resultados se tabularon con la ayuda de la hoja de cálculo Excel, para poder analizarlos y mostrar algunas gráficas ilustrativas.

En primer lugar, cabe destacar que comparando los resultados del test antes y después de las sesiones con GeoGebra, ninguno de los 17 alumnos del grupo empeoró sus resultados. Este hecho se puede observar en el siguiente gráfico (figura 6), en el que se muestran los resultados de cada uno de estos alumnos, donde 0 es la puntuación mínima y 10 la máxima.

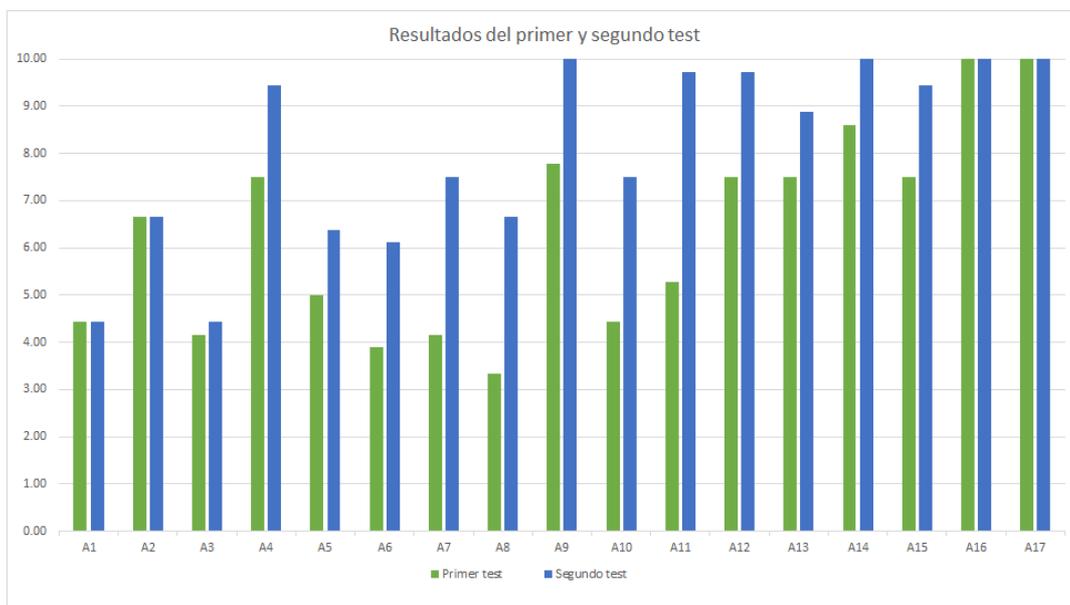


Figura 6.- Resultados de los alumnos en el Primer Test y Segundo Test

Como se puede observar, tan solo 4 alumnos mantuvieron sus resultados, apreciándose una considerable mejora en el resto. Para A16 y A17 no se puede hablar de mejora, aunque tampoco de empeoramiento, dado que obtuvieron un 10 en ambos test, no obstante, cabe destacar que realizaron explicaciones más

exhaustivas y razonadas en el Segundo Test, mostrando así un mayor dominio del contenido. En el resto de estudiantes, que representan un 76.47% del alumnado evaluado, se pudo apreciar una mejora en los resultados.

Por otro lado, esta mejora se produjo con cierta homogeneidad en cada una de las preguntas. Las medias de las respuestas de cada pregunta, que oscilan entre 0 y 1, se exponen en la figura 7, en la que se aprecia que en ningún caso la media de la puntuación de alguna pregunta del Segundo Test disminuyó con respecto al Primer Test.

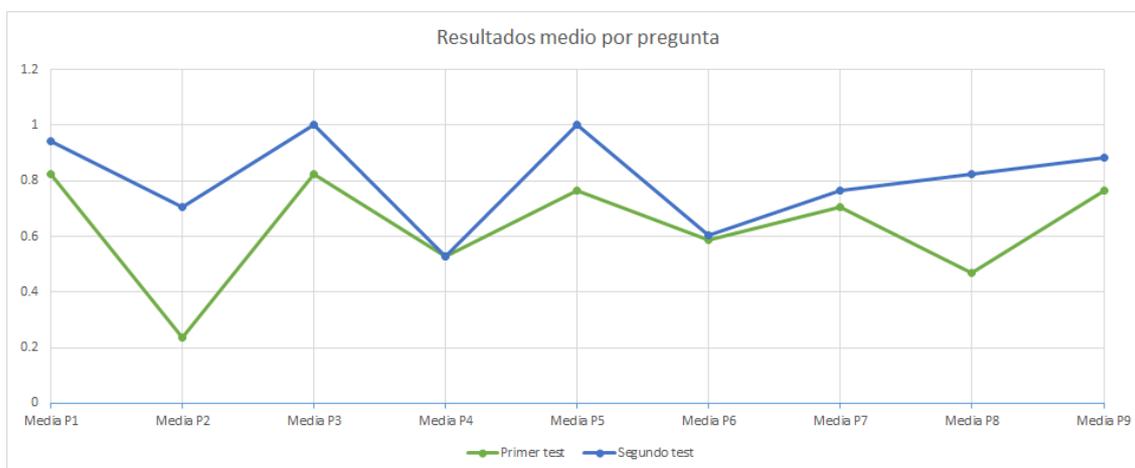


Figura 7.- Diferencias entre las puntuaciones medias de cada pregunta

Como se puede observar, la línea azul correspondiente al Segundo Test siempre se sitúa por encima de la línea verde, correspondiente al Primer Test, excepto en la pregunta P4, en la que la puntuación media fue la misma en el Primer y Segundo Test.

Para analizar bien estas diferencias se muestra el siguiente gráfico de barras (figura 8), que recoge la diferencia absoluta entre la puntuación media de cada pregunta obtenida en el Segundo Test y el Primer Test.

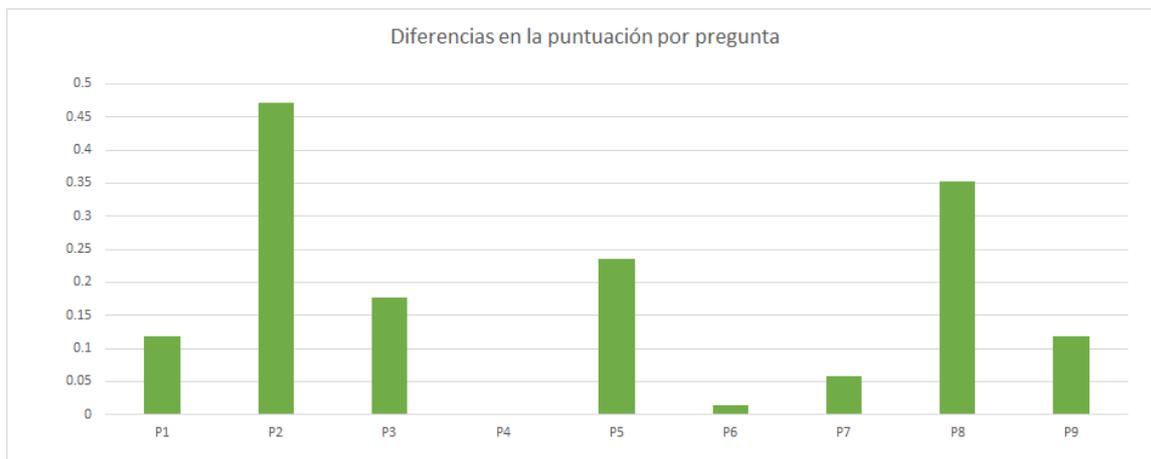


Figura 8.- Diferencias absolutas entre el Segundo Test y el Primer Test

Como se advierte, la pregunta 2 es en la que se ha apreciado una mayor mejoría, que llega casi hasta los 0.5 puntos. En el resto también se observa cierta mejoría, excepto en la pregunta 6 en la que la mejora es mínima y la pregunta 4 en la que no hay variación, como ya se ha comentado.

Otro aspecto relevante de los resultados obtenidos es la calidad de las justificaciones en las respuestas. En el Segundo Test hay mayor cantidad de justificaciones a las respuestas de los distintos ejercicios y estas son de mayor calidad, lo que corrobora que el alumnado ha sido capaz de entender mejor lo que se pregunta y de argumentar de forma más precisa sus respuestas.

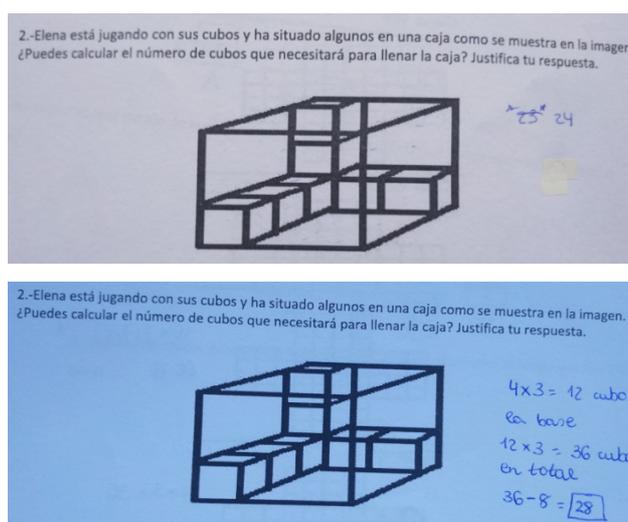


Figura 9. Segundo ejercicio del Primer Test (arriba) y del Segundo Test (abajo) realizados por el alumno A14.

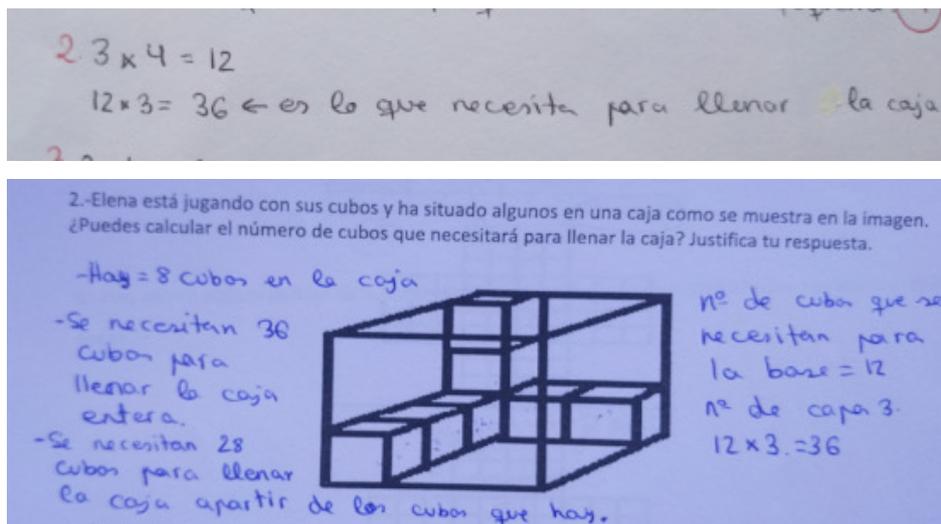


Figura 10. Segundo ejercicio del Primer Test (arriba) y del Segundo Test (abajo) realizados por el alumno A7.

En las figuras 9 y 10 se pueden observar dos ejemplos que corroboran lo que exponíamos en el párrafo anterior. Las respuestas en el Primer Test venían acompañadas de justificaciones muy pobres o incluso inexistentes, como se puede apreciar en la parte de arriba de la figura 9. Sin embargo, la calidad de las respuestas mejoró mucho en el Segundo Test. Por ejemplo, en la parte de abajo de la figura 10 se puede observar como el alumno entiende el ejercicio y es capaz de justificarlo a la perfección.

Relaciones de ejercicios de cálculo de áreas totales y volúmenes

En las dos relaciones de ejercicios mencionadas también se advierte mejoría al usar GeoGebra.

En primer lugar, tal y como se ha comentado previamente, en la realización de ejercicios con GeoGebra hubo dos ejercicios opcionales que fueron resueltos por algunos alumnos. En cambio, los ejercicios de ampliación opcionales propuestos en la relación de las sesiones tradicionales no fueron resueltos por ningún alumno, pudiéndose observar mayor motivación en los alumnos que realizaron estos ejercicios extra con ayuda de GeoGebra.

La participación del alumnado durante las sesiones con GeoGebra fue mayor que en las sesiones tradicionales y mostraron mayor interés por los contenidos trabajados, lo que se tradujo en una mayor interacción con el docente y en la realización de mayor número de preguntas para resolver dudas sobre tales contenidos. Todo ello, permitió conocer mejor las dificultades del alumnado y cuáles eran los aspectos que se debían trabajar y reforzar.

Por otro lado, igual que sucediera con las respuestas del test, la calidad de las explicaciones aumentó considerablemente. En la relación de ejercicios realizada con GeoGebra, los ejercicios resueltos venían acompañados de dibujos explicativos, donde se podía comprobar que el alumnado entendía el desarrollo de las figuras y sabía identificar sus partes. Estos dibujos en la relación de ejercicios sin GeoGebra fueron más escasos y de menor calidad.

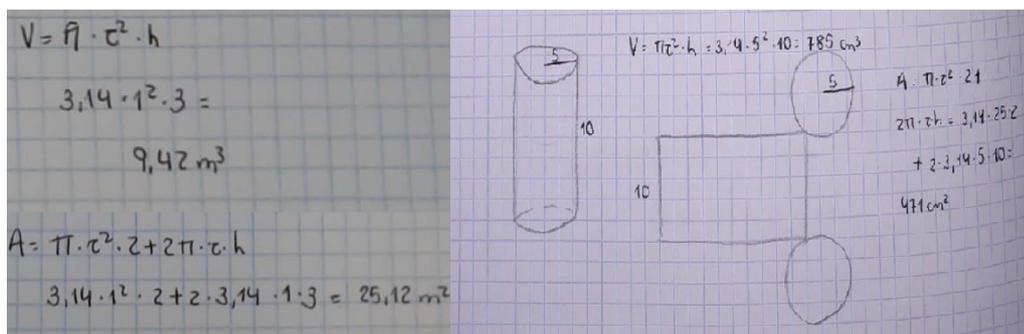


Figura 11. Ejercicio 6 de la relación sin GeoGebra (izquierda) y de la relación con GeoGebra (derecha) realizados por el alumno A14

Como se puede observar en la figura 11, a la izquierda tenemos el ejercicio 6 de la relación realizada sin GeoGebra por el alumno A14, donde se puede observar que el alumno simplemente obtiene el área y el volumen del cilindro aplicando las fórmulas, sin realizar dibujos explicativos en los que se pueda comprobar que entiende la figura. Sin embargo, en la parte derecha de la figura 10, se tiene el ejercicio 6 realizado por el mismo alumno pero en la relación con GeoGebra, en el que sí realiza los dibujos correspondientes al cilindro, tanto del cuerpo geométrico en su estado inicial como de su desarrollo, lo que permite comprobar que el alumno entiende cómo es la figura y sabe identificar las

medidas que se le dan, indicándolas correctamente en los dos dibujos que realiza.

Además, a nivel de comportamiento en el aula se registró una mayor implicación y gusto por la realización de los ejercicios con GeoGebra que durante la realización de los ejercicios sin GeoGebra. Esta mejora actitudinal quedó registrada en el diario del autor de este estudio y se ha visto respaldada con las respuestas al cuestionario, cuyos resultados ya se han expuesto.

4.- CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN PERSONAL

Para concluir, se recoge en este apartado una recopilación de los resultados obtenidos más relevantes y una reflexión sobre el trabajo realizado.

En primer lugar, hay que destacar la labor de investigación realizada para la fundamentación teórica de los temas de interés de este estudio. Se ha podido constatar que no existen muchas investigaciones que aborden la temática de este trabajo, aunque es muy interesante ir siguiendo los avances que se producen en este campo, por ser de utilidad para su aplicación en el aula.

En segundo lugar, señalar el buen recibimiento en general que ha tenido el trabajo con GeoGebra en el alumnado. Durante las sesiones en las que se ha llevado a cabo la intervención didáctica, se ha podido apreciar un cambio en el desarrollo de las clases, provocado por el uso del software GeoGebra, lo que ha contribuido, tal y como se ha expuesto, a la mejora de la actitud hacia las matemáticas del alumnado. Estas observaciones se han visto apoyadas por el análisis de datos realizado a los diferentes instrumentos utilizados para este estudio. El análisis de los cuestionarios revela una mejora de las tres componentes actitudinales durante el trabajo con GeoGebra, que se corroboraron durante la entrevista realizada al finalizar la intervención. Esta mejora conllevó una mayor implicación en la asignatura, que se apreció, por ejemplo, en el mayor interés de todo el alumnado durante las sesiones con GeoGebra y en la realización de los ejercicios no obligatorios de la relación con GeoGebra, por parte de un sector del alumnado. Además, no solo se observó

una mejora actitudinal sino también de ciertas capacidades matemáticas como las relacionadas con la visualización, gracias al trabajo con el software. Esta mejora de rendimiento observada en el aula fue ratificada por los estudiantes durante la entrevista y en sus respuestas a las actividades del Segundo Test y de la relación de ejercicios con GeoGebra, que como se expuso anteriormente, fueron de mayor calidad e incluían representaciones para justificar sus argumentos.

A pesar de las limitaciones a la hora de utilizar los recursos tecnológicos del centro o de poner en práctica otras metodologías, se puede afirmar que el objetivo marcado al inicio del trabajo se ha cumplido; se ha constatado cómo el uso de las nuevas tecnologías (en concreto, GeoGebra) ha fomentado una actitud muy positiva hacia el uso de tecnologías en matemáticas y con ello, una mejora de las actitudes del alumnado hacia las matemáticas, en lo relativo a sus dimensiones cognitiva, afectiva y comportamental, corroborando así los resultados de otros trabajos (García y Romero, 2020). No solo eso, a través de las actividades realizadas con GeoGebra y sin GeoGebra se ha observado cómo el rendimiento del alumno ha mejorado de forma notable con el uso del software (García, 2011). Tal y como se esperaba, la mejora de la actitud hacia las matemáticas ha ido de la mano de una mejora en el aprendizaje matemático por parte del alumnado, lo que refuerza la tesis de que uno de los factores que condicionan la adquisición del conocimiento matemático son las actitudes hacia la materia.

Como se ha expuesto anteriormente, los datos obtenidos refuerzan la tesis que se defiende en este trabajo. Sin embargo, hay otro factor muy importante a tener en cuenta a la hora de analizar la propuesta realizada, que es la mejora del clima de aula que se ha producido al trabajar con GeoGebra. A pesar de la brevedad de la puesta en práctica, se ha podido observar un cambio considerable: mejor clima de trabajo, mayor colaboración entre compañeros para realizar ejercicios, mayor participación durante las explicaciones y mayor interés en una parte del alumnado por profundizar contenidos, lo que no ocurría con esta intensidad y frecuencia antes de utilizar el software.

El tema tratado se encuadra en el bloque de geometría, y aunque pueda pensarse que GeoGebra está diseñado solamente para este bloque de contenidos, puede comprobarse que GeoGebra también tiene muchas aplicaciones para otros bloques y se puede encontrar en el banco de recursos de la web de GeoGebra⁴ mucho material ya creado, lo que permite usarlo directamente o adaptarlo a las propias necesidades.

En cuanto a las limitaciones del estudio, destacar la corta intervención realizada y la imposibilidad del manejo de GeoGebra por parte de los estudiantes. Estas limitaciones venían impuestas por el hecho de estar cursando la asignatura de prácticas externas y por la pandemia actual. Una propuesta de mejora sería prolongar el estudio durante mayor número de sesiones y permitir al alumnado interactuar directamente con el software en clase, lo que proporcionaría mayor cantidad y riqueza de datos que permitiría un análisis más minucioso y unas reflexiones más profundas sobre la problemática abordada en este trabajo.

En lo referente a las aportaciones de este estudio, cabe destacar que este trabajo puede servir al docente para iniciarlo en el uso de GeoGebra en clase, como recurso motivador para el desarrollo y mejora de actitudes positivas hacia las matemáticas y del rendimiento del alumnado. Se ha constatado que el software contribuye a mejorar la motivación y aspectos afectivos en matemáticas (componente afectiva), a aumentar la implicación del alumnado (componente comportamental), al incremento de la autoconfianza de los estudiantes en la asignatura (componente cognitiva) y a la mejora de la competencia matemática, al permitir una mejor visualización y comprensión de los contenidos trabajados. Para este propósito, se dejan a disposición de los docentes interesados las sesiones diseñadas para ser realizadas con GeoGebra, para que puedan usarlas, adaptándolas si fuese necesario al curso en cuestión.

En lo concerniente a las perspectivas de futuro de este estudio, se abre una línea de actuación o investigación, centrada en el uso de las nuevas

⁴ <https://www.geogebra.org/materials>

tecnologías para promover mejoras actitudinales y de rendimiento del alumnado. Para ello, se debe partir de una buena revisión de los antecedentes teóricos y de investigación sobre el tema, tal y como se ha hecho en la realización de este trabajo. Los documentos recogidos en la bibliografía pueden ser el punto de partida para comenzar a incluir las nuevas tecnologías en la metodología utilizada, potenciando así los aspectos actitudinales hacia las matemáticas. Por otro lado, aunque este trabajo se centra en GeoGebra, los resultados invitan a investigar los efectos de trabajar en el aula con otros softwares, por ser un campo de investigación muy útil para los docentes que se enfrentan en su día a día al problema que se exponía en la introducción, es decir, que tengan entre su alumnado un alto porcentaje de estudiantes con actitudes hacia las matemáticas negativas y busquen estrategias para mejorarlas.

En cuanto al desarrollo profesional docente que el autor de este estudio ha experimentado durante su puesta en práctica, cabe destacar que se han podido observar las múltiples ventajas que se tienen al trabajar con las nuevas tecnologías (García e Izquierdo, 2017). A través de la fundamentación teórica realizada durante este trabajo, se ha podido diseñar y llevar a cabo una propuesta didáctica muy interesante que trabaja las actitudes hacia las matemáticas del alumnado y que sin duda le servirán al docente en cuestión para poder elaborar y llevar a cabo en un futuro sus programaciones didácticas. A lo largo de su intervención didáctica el futuro docente ha podido experimentar un cambio en cuanto a su forma de ver y entender la enseñanza matemática, dotándolo este trabajo de un mayor campo de acción y de una serie de recursos muy útiles.

Para finalizar, resaltar la importancia de introducir las nuevas tecnologías en la metodología docente, máxime con la situación de pandemia actual, para aprovechar todas sus ventajas, tanto a nivel actitudinal como cognitivo (García e Izquierdo, 2017). En este trabajo se exponen algunas de sus ventajas desde el punto de vista actitudinal, que resulta ser un aspecto que normalmente ocupa un papel secundario en los análisis, a pesar de haber quedado demostrada su importancia para el aprendizaje matemático en las investigaciones que se mencionan en este trabajo.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bray, A. y Tangney, B. (2017). Technology usage in mathematics education research - A systematic review of recent trends. *Computers & Education*, 114, 255-273, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.07.004>.
- Carrillo de Albornoz Torres, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 29, 9–22.
<http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/29/archivo5.pdf>
- Di Martino, P. y Zan, R. (2003). What does `positive´attitude really mean? En N. A. Pateman, B. J. Doherty y J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 451-458. Honolulu, Hawaii, PME.
- Di Martino, P. y Zan, R. (2010). “Me and maths”: Towards a definition of attitude grounded on students’ narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 27–48, doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z>
- Eagly, A. H. y Chaiken, S. (1998). Attitude structure and function. En D. T. Gilbert, S. T. Fiske y G. Lindzey (Eds.), *The handbook of Social Psychology* (4ª ed., pp. 269-322). McGraw-Hill.
- Galbraith, P., y Haines, C. (2000). *Mathematics-Computing Attitude Scales. Monographs in Continuing Education*. City University.
- García, M. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Almería, España.
<http://funes.uniandes.edu.co/1768/>
- García, J. G. J., e Izquierdo, S. J. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica Sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7).
<https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>
- García, M.M. y Romero, I.M. (2020). Influencia de GeoGebra en las actitudes hacia las matemáticas de estudiantes de secundaria: diseño y validación de

- un cuestionario. En A. Codina. y M.F. Moreno (Eds.). *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico: 2018*, (pp. 83-100). Editorial de la Universidad de Almería.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M., Figueiras Ocaña, L., y Marín Rodríguez, M. (2001). *Matemáticas en la red: Internet en el aula de Secundaria*. Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M. (2010). Students' attitudes to learning mathematics with technology. *Enseñanza de Las Ciencias*, 28(2), 227–244. doi: <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v28n2.197>
- Gómez-Chacón, I.M. (2011). Mathematics attitudes in computerized environments. A proposal using GeoGebra. En L. Bu y R. Schoen (Eds.), *Model-centered learning: Pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (pp. 147-170). Sense Publishers.
- Gómez-Chacón, I.M., Romero, I.M. y García, M.M. (2016). Zig-zagging in geometrical reasoning in technological collaborative environments: a Mathematical Working Space-framed study concerning cognition and affect. *ZDM*, 48(6), 909-924, doi: <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0755-2> .
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, I., y Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. Documento presentado en el *ICME 11. 11th International Congress on Mathematical Education*, Mexico. <http://tsg.icme11.org/document/get/666>
- Martínez Padrón, O. J. (2008). Actitudes hacia la matemática Sapiens. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 9(1), 237–256. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41011135012>
- Mato, M. D. y De la Torre, E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. *PNA*, 5(1), 197-208.
- Preiner, J. (2008). *Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: The case of geogebra*. Tesis doctoral. Universidad de Salzburgo, Austria. <http://www.geogebra.org/publications/jpreiner-dissertation.pdf>

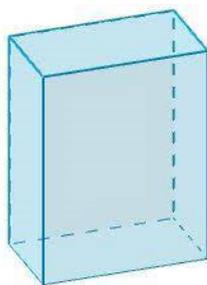
- Pittalis, M. y Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 191–212.
- Pitta-Pantazi, D. y Christou, C. (2010). Spatial versus object visualisation: The case of mathematical understanding in three-dimensional arrays of cubes and nets. *International Journal of Educational Research*, 49, 102–114.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3, de 3 de enero de 2015, 169-546.
- <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>
- Wassie, Y.A. y Zergaw, G.A. (2018). Capabilities and contributions of the dynamic math software, GeoGebra—A review. *North American GeoGebra Journal*, 7(1), 68–86.

ANEXO I.- Relación de ejercicios de cálculo de áreas y volúmenes para realizar sin GeoGebra

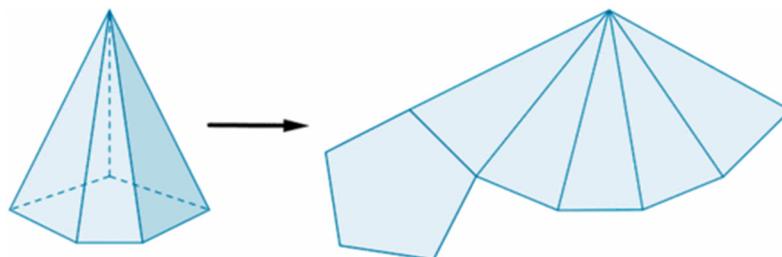
EJERCICIOS: ÁREAS Y VOLÚMENES DE POLIEDROS, CILINDROS, CONOS Y ESFERAS

1.- Área total y volumen de un cubo de 6 cm de lado.

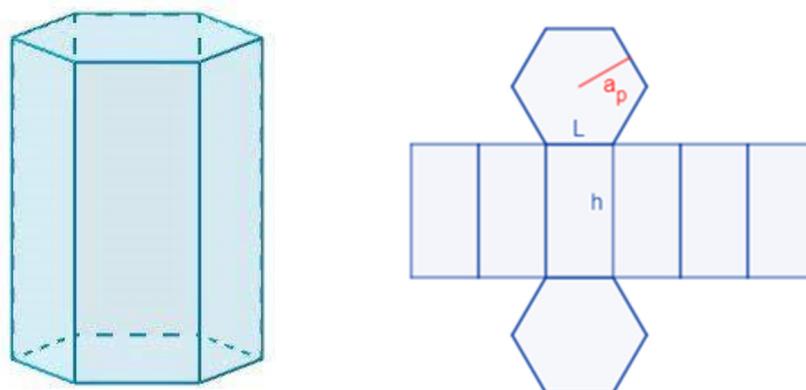
2.- Área total y volumen de un prisma de base rectangular con las siguientes medidas: 20 cm el ancho de la base, 45 cm el largo de la base y 63 cm la altura.



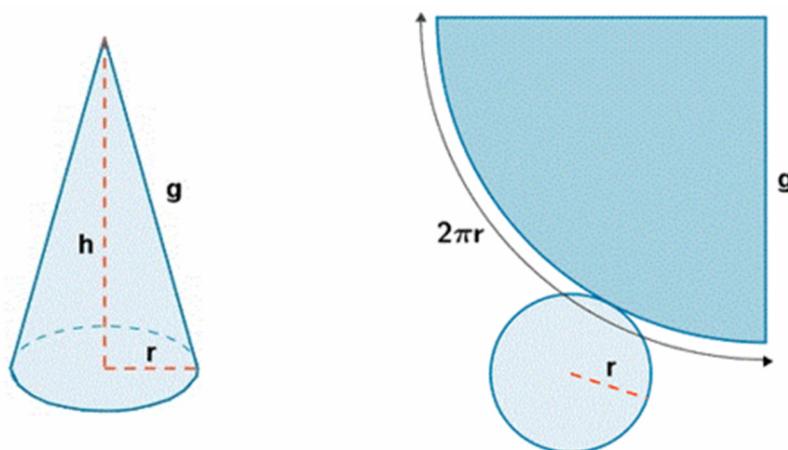
3.- Área y volumen de una pirámide de base pentagonal con las siguientes medidas: la altura 10 cm, la altura de los triángulos laterales 11,3 cm, el lado del hexágono 3,46 cm y la apotema de la base 3 cm.



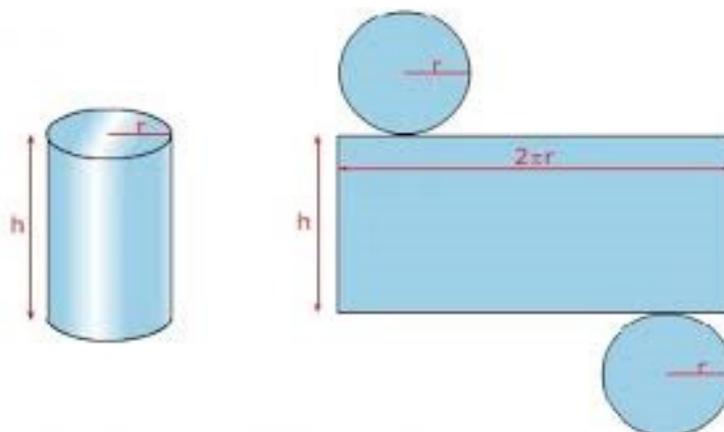
4.- Área y volumen de un prisma hexagonal con las siguientes medidas: $h = 15,6$ cm y $ap = 4,33$ y $L = 5$ cm.



5.- Área y volumen de un cono, donde: $h = 7$ cm, $g = 7,28$ cm y $r = 2$ cm.



6.- Área y volumen de un cilindro de altura (h) 3 m y de radio (r) 1 m.



7.- Calcula el volumen y el área de una esfera de 4 m de radio.

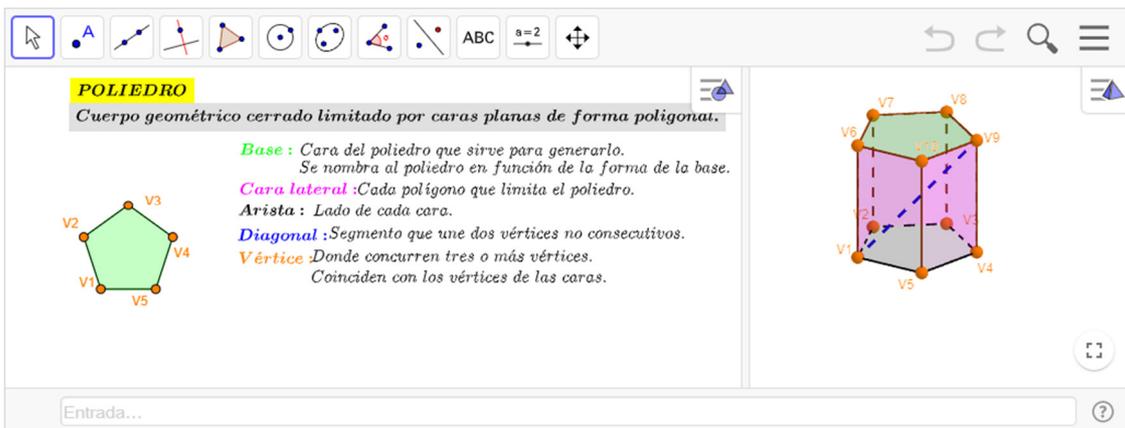
ANEXO II.- Primera sesión con GeoGebra

Dirección web: <https://www.geogebra.org/m/xfptawcs>

Autor: Agustín Gómez Águila

Usuarios de GeoGebra de los creadores de algunos de los materiales utilizados: Marta Martínez García, Yasí, Curso de GeoGebra Pirmeros Pasos, Golbert Díaz y Ceferino A.

Propiedades de los poliedros



POLIEDRO
 Cuerpo geométrico cerrado limitado por caras planas de forma poligonal.

Base: Cara del poliedro que sirve para generarlo.
 Se nombra al poliedro en función de la forma de la base.

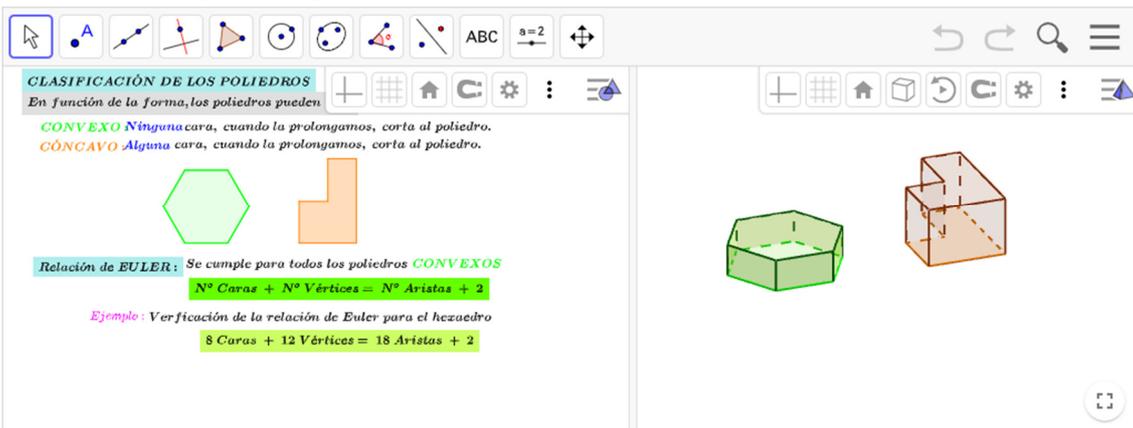
Cara lateral: Cada polígono que limita el poliedro.

Arista: Lado de cada cara.

Diagonal: Segmento que une dos vértices no consecutivos.

Vértice: Donde concurren tres o más vértices.
 Coinciden con los vértices de las caras.

Poliedros cóncavos y convexos y relación de Euler.



CLASIFICACIÓN DE LOS POLIEDROS
 En función de la forma, los poliedros pueden

CONVEXO: Ninguna cara, cuando la prolongamos, corta al poliedro.

CÓNCAVO: Alguna cara, cuando la prolongamos, corta al poliedro.

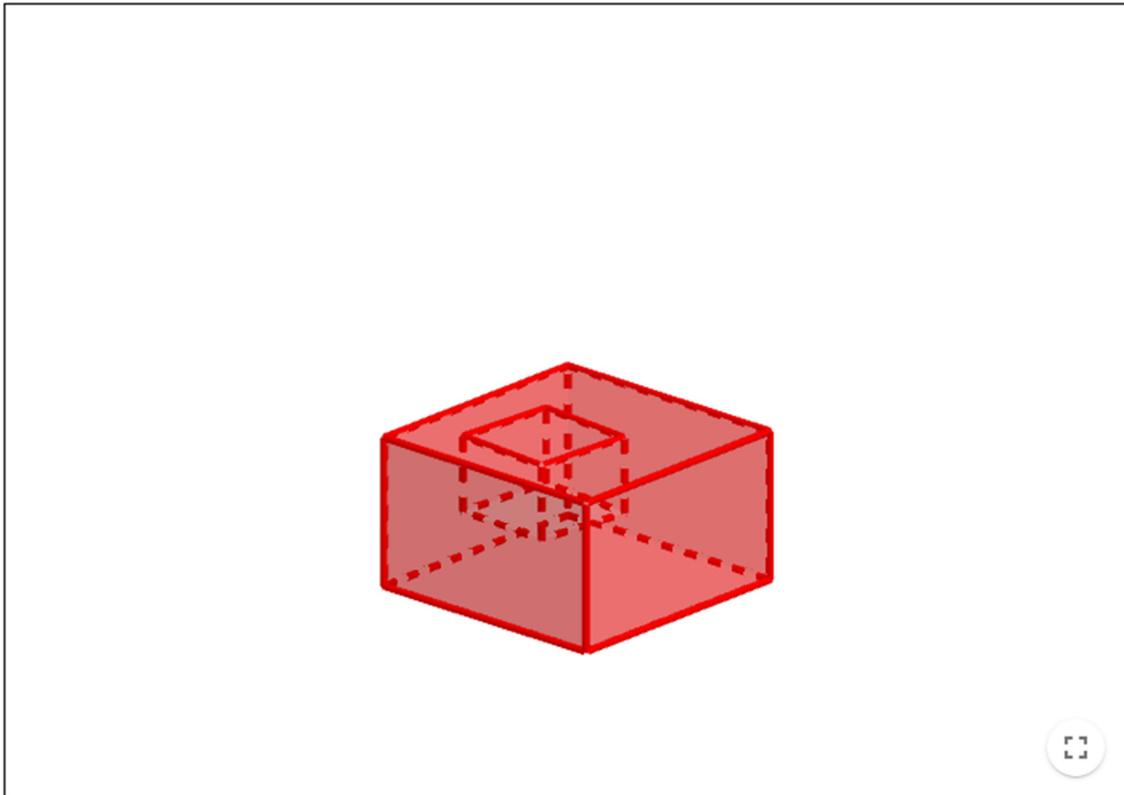
Relación de EULER: Se cumple para todos los poliedros CONVEXOS

$$N^{\circ} \text{ Caras} + N^{\circ} \text{ Vértices} = N^{\circ} \text{ Aristas} + 2$$

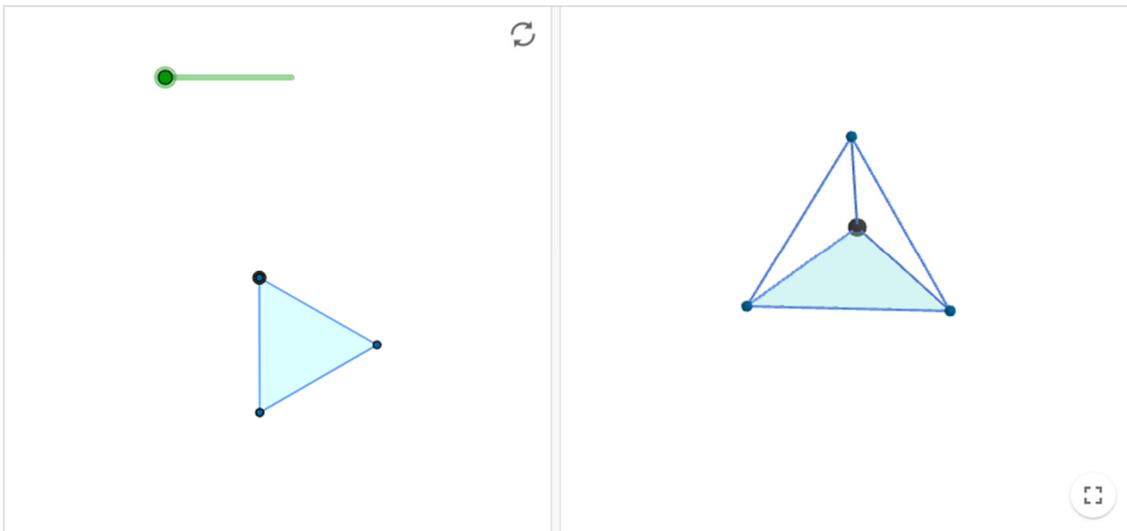
Ejemplo: Verificación de la relación de Euler para el hexaedro

$$8 \text{ Caras} + 12 \text{ Vértices} = 18 \text{ Aristas} + 2$$

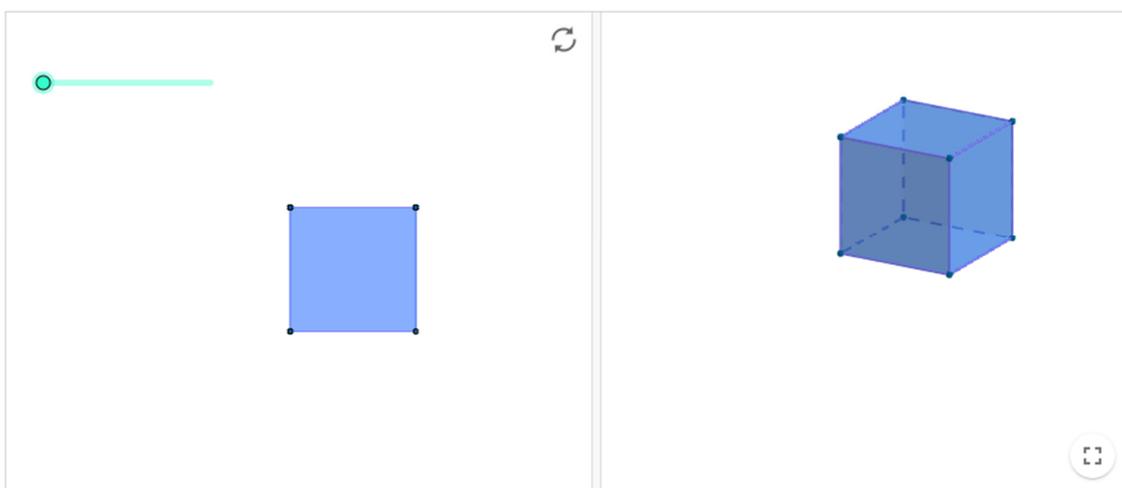
Comprueba si se verifica la fórmula de Euler.



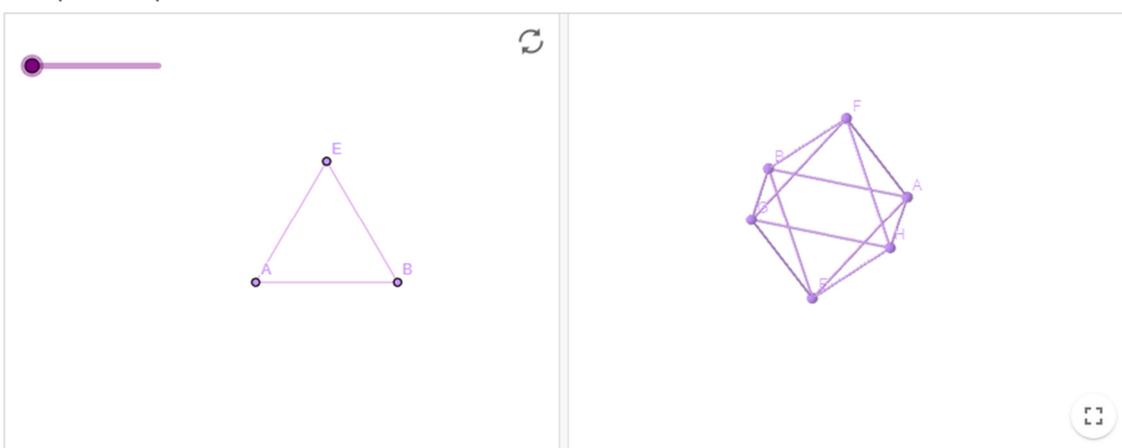
Comprueba que se verifica la fórmula de Euler en el siguiente tetraedro.



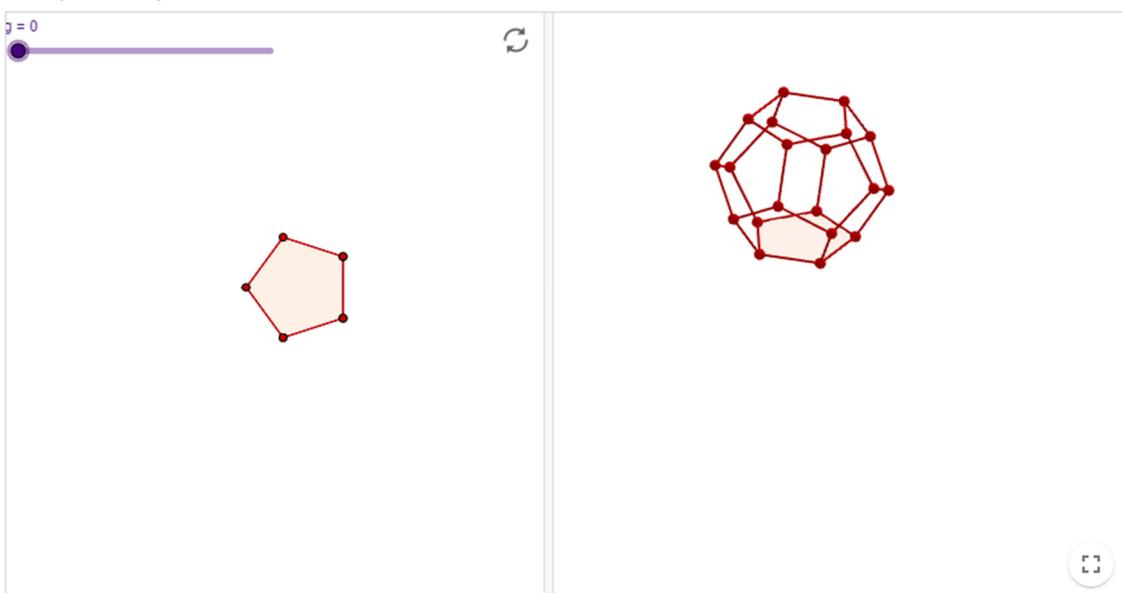
Comprueba que se verifica la fórmula de Euler en el siguiente cubo.



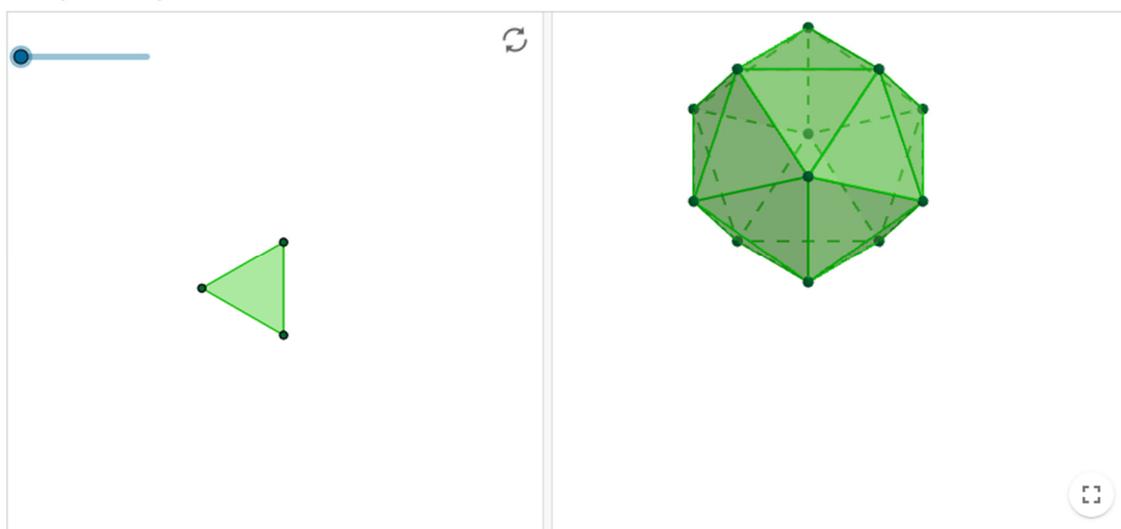
Comprueba que se verifica la fórmula de Euler.



Comprueba que se verifica la fórmula de Euler.



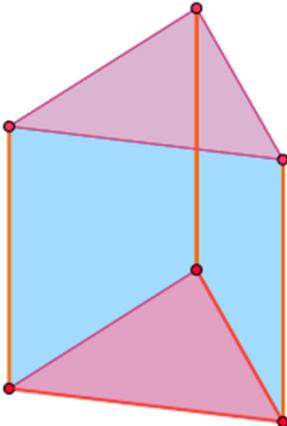
Comprueba que se verifica la fórmula de Euler.



Halla el número de caras, caras laterales, vértices, bases y aristas.

$\gamma = 230^\circ$ $\delta = 215^\circ$

Nuevo Ejercicio



número de caras =

número de caras laterales =

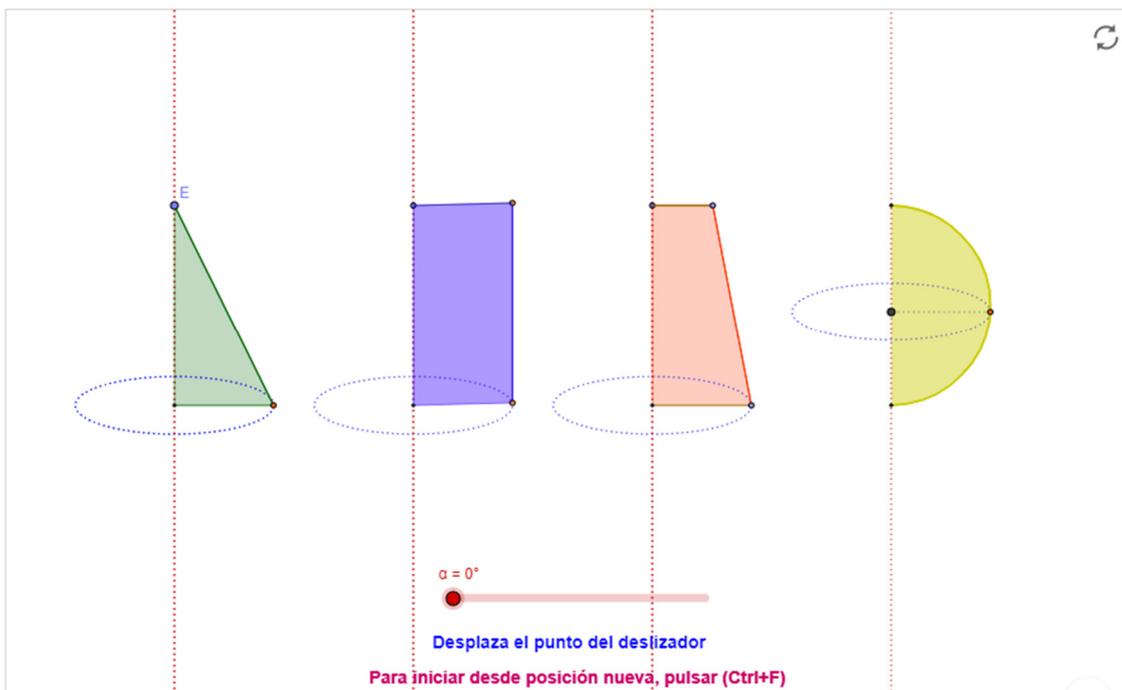
número de bases =

número de vértices =

número de aristas =

verificar respuestas

Cuerpos de revolución.



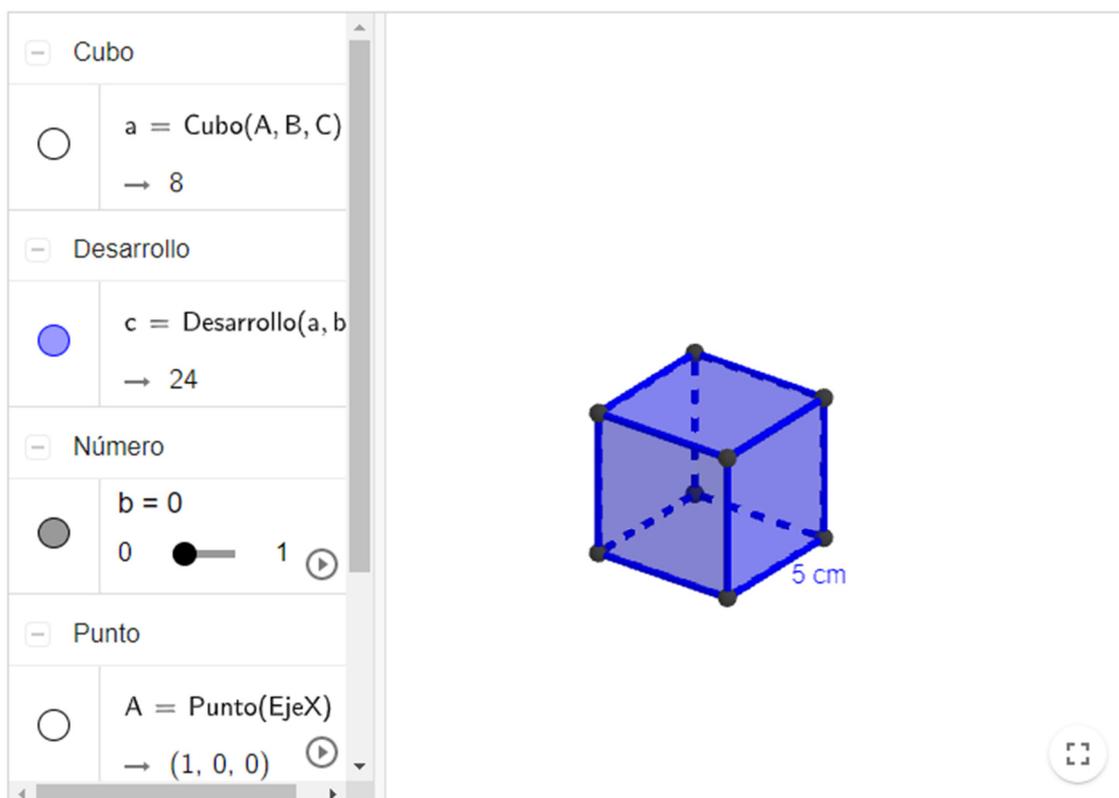
ANEXO III.- Segunda sesión con GeoGebra (Relación de ejercicios de cálculo de áreas y volúmenes con GeoGebra)

Dirección web: <https://www.geogebra.org/m/ggbtpxcj>

Autor: Agustín Gómez Águila

Usuarios de GeoGebra de los creadores de algunos de los materiales utilizados: Leopoldo Aranda Murcia

1.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.



The screenshot shows the GeoGebra interface. On the left, the 'Cubo' (Cube) tool is selected, showing the command $a = \text{Cubo}(A, B, C)$ and the result $\rightarrow 8$. Below it, the 'Desarrollo' (Development) tool is also selected, showing the command $c = \text{Desarrollo}(a, b)$ and the result $\rightarrow 24$. The 'Número' (Number) tool is set to 0. The 'Punto' (Point) tool is also visible, showing the command $A = \text{Punto}(\text{EjeX})$ and the result $\rightarrow (1, 0, 0)$. In the main workspace, a blue cube is displayed with a side length of 5 cm. The bottom right corner of the workspace contains a zoom icon.

2.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.

Valor Lógico

Altura = true

Desarrollo

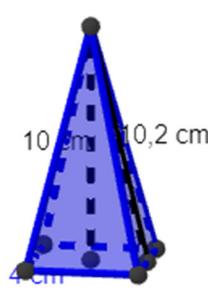
$c = \text{Desarrollo}(a,$
→ 10.72

Número

$b = 0$
0 1

Punto

$A = \text{Punto}(\text{EjeX})$
→ (-1, 0, 0)



3.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.

Desarrollo

$e = \text{Desarrollo}(a, d)$
→ 36.97

Número

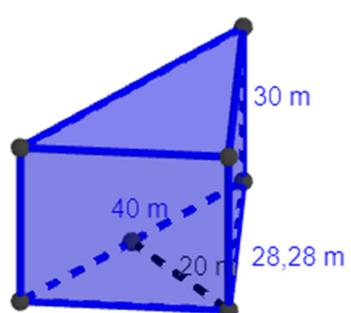
$d = 0$
0 1

Prisma

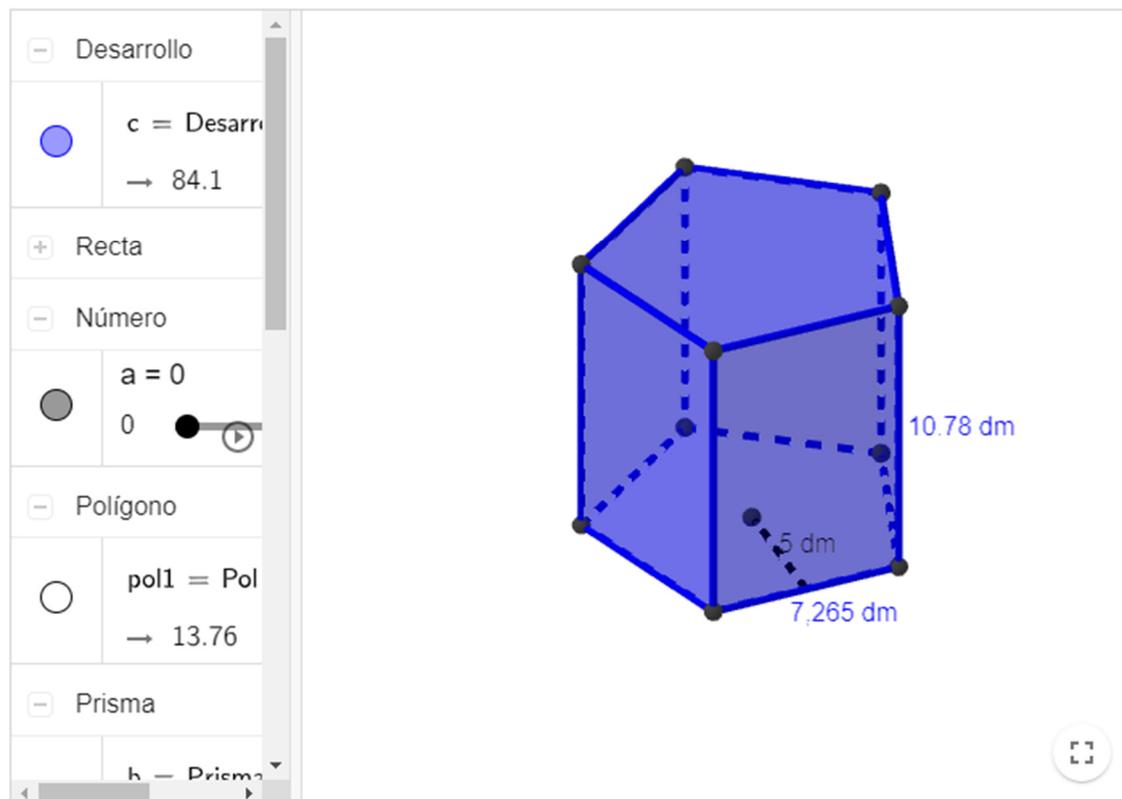
$a = \text{Prisma}(A, B, C,$
→ 12

Punto

$A = \text{Interseca}(\text{EjeY},$
→ (0, 0, 0)

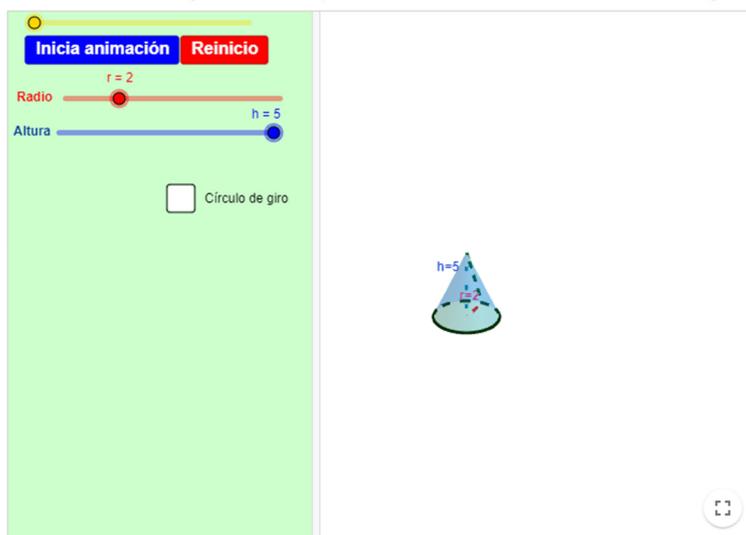


4.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.



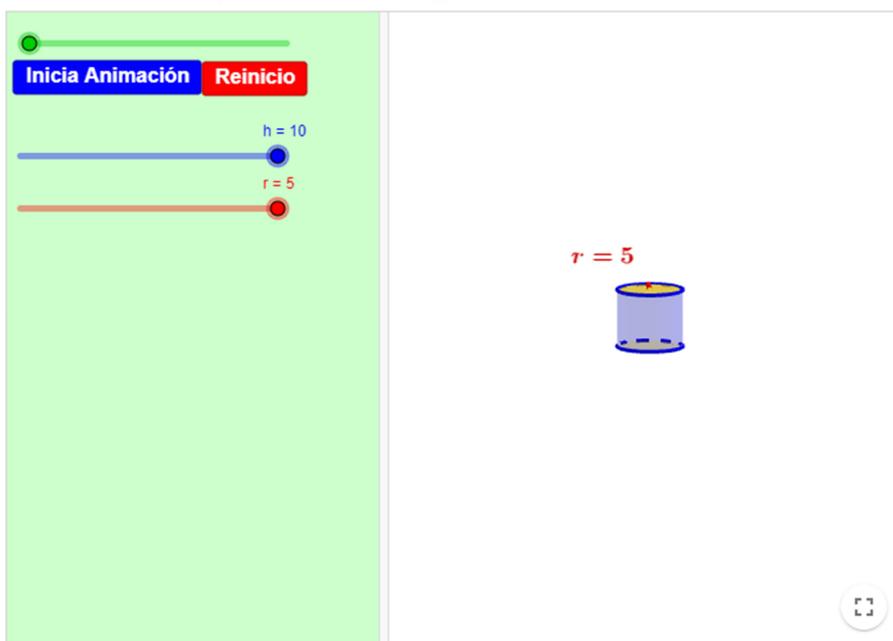
The screenshot shows the GeoGebra interface. On the left, the 'Desarrollo' (net) tool is selected, showing a value of 84.1. Below it, the 'Prisma' tool is also visible. The main workspace displays a blue rectangular prism with dimensions 7.265 dm, 5 dm, and 10.78 dm. The prism is shown in a 3D perspective view with dashed lines for hidden edges. A zoom icon is visible in the bottom right corner of the workspace.

5.- Calcula el área y el volumen del siguiente del siguiente como que tiene una altura de 5 cm y el radio de la base es 2 cm. Halle el área y el volumen para otro cono con una altura de 25 cm y un radio de 4,76 cm.



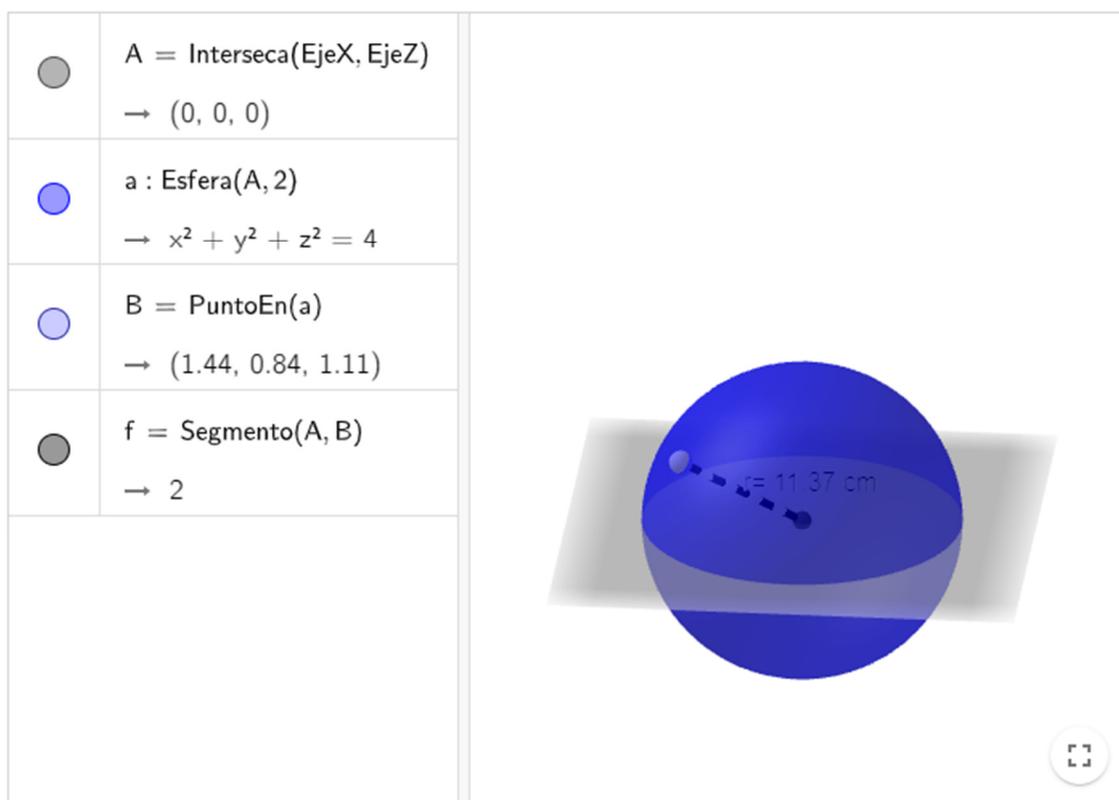
The screenshot shows the GeoGebra interface for a cone. On the left, there are sliders for 'Radio' (r=2) and 'Altura' (h=5). Below the sliders is a checkbox labeled 'Círculo de giro'. The main workspace displays a cone with a blue base and a light blue side. The height is labeled as h=5. A zoom icon is visible in the bottom right corner of the workspace.

6.- Calcula el área y el volumen del siguiente cilindro con una altura de 10 cm y un radio de 5 cm.



7.- Calcula el área y el volumen de la siguiente esfera ($r=11,37$ cm).

<input type="radio"/>	A = Interseca(EjeX, EjeZ) → (0, 0, 0)
<input checked="" type="radio"/>	a : Esfera(A, 2) → $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
<input type="radio"/>	B = PuntoEn(a) → (1.44, 0.84, 1.11)
<input type="radio"/>	f = Segmento(A, B) → 2



8.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.

Valor Lógico

Altura = true

Desarrollo

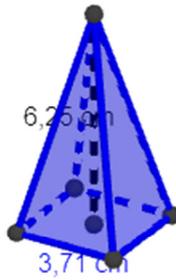
$c = \text{Desarrollo}(a, \dots)$
→ 10.72

Número

$b = 0$
0 1

Punto

$A = \text{Punto}(\text{EjeX})$
→ (-1, 0, 0)



9.- Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.

Desarrollo

$c = \text{Desarrollo}(a, b)$
→ 44.23

Recta

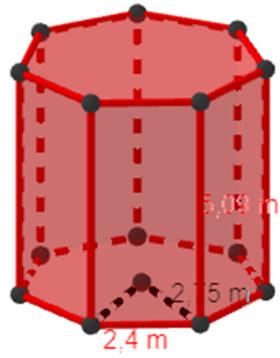
$m : \text{Perpendicular}(T, \text{arista})$
→ $X = (-2.16, 0.36, 0)$

$n : \text{Perpendicular}(S, \text{aristaC})$
→ $X = (-1.69, 1.69, 0)$

Número

$b = 0$
0 1

$d = \ell \text{ on}$

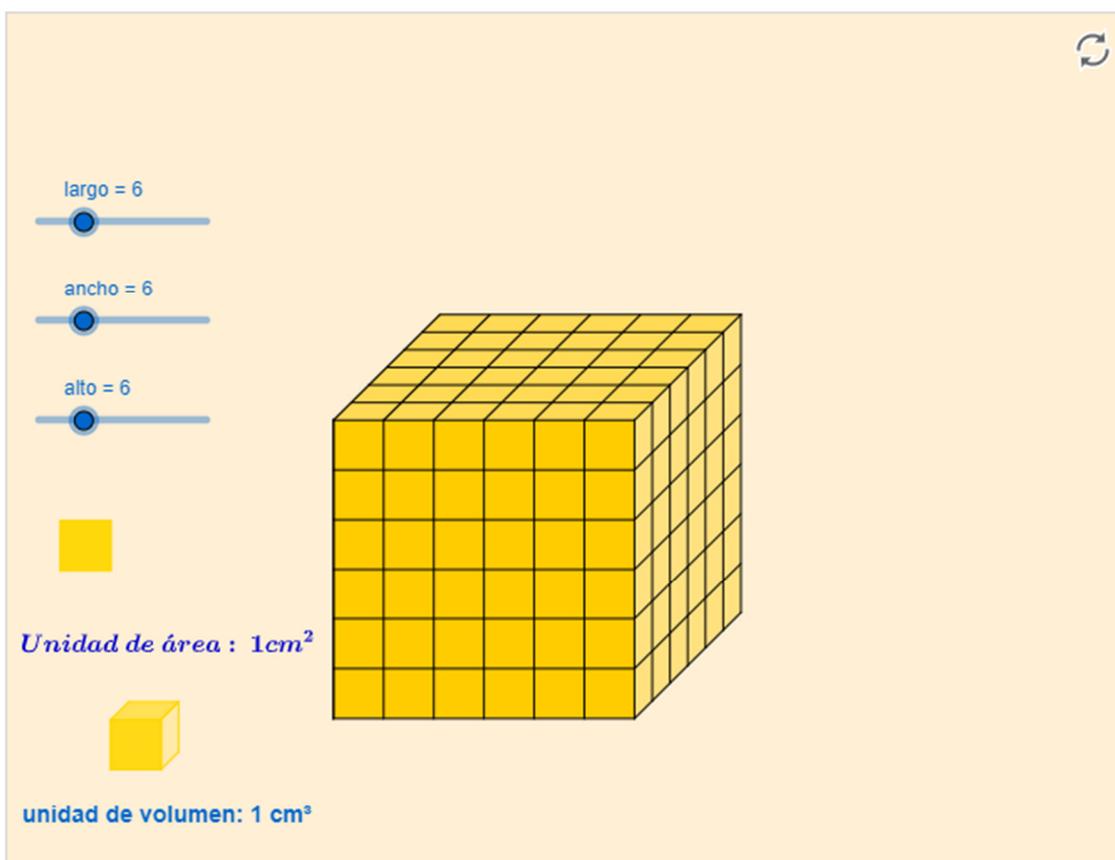


ANEXO IV.- Tercera sesión con GeoGebra

Dirección web: <https://www.geogebra.org/m/ia8fjmay>

Autor: Agustín Gómez Águila

Usuarios de GeoGebra de los creadores de algunos de los materiales utilizados: Adolfo Garindo Borja



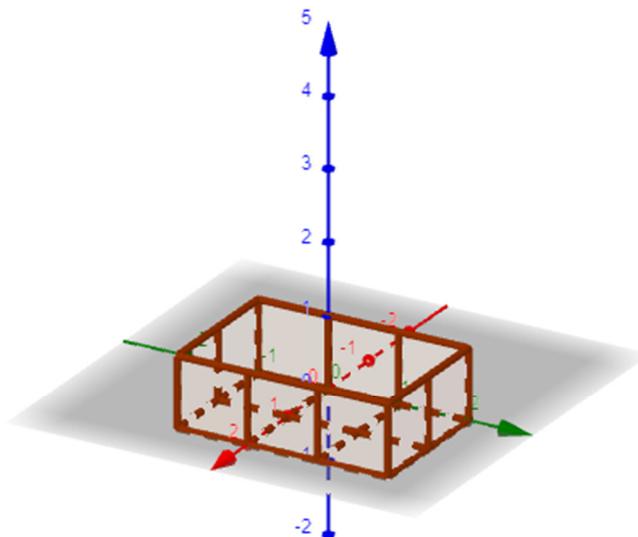
¿Cuántos cubos de tamaño unidad pueden encajarse en la figura?

Recta

- $p_1 : \text{Recta}(T, U)$
 $\rightarrow X = (2, 2, 1) + \lambda (-2$
- $q : \text{Recta}(O, P)$
 $\rightarrow X = (0, -1, 1) + \lambda (1$
- $r : \text{Perpendicular}(L, \text{Plano}x'$
 $\rightarrow X = (2, -1, 0) + \lambda (0$
- $s : \text{Recta}(Q, o)$
 $\rightarrow X = (2, -1, 1) + \lambda (0$

Punto

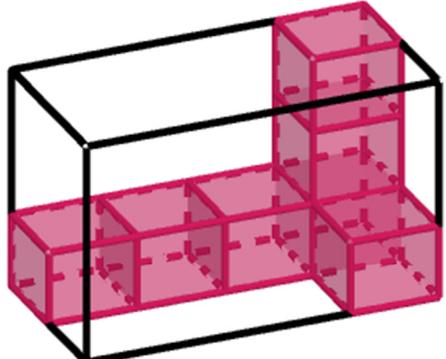
- $A = \text{Punto}(\text{Eje}Y)$
 $\rightarrow (0, -1, 0)$



¿Cuántos cubos faltan para rellenar la siguiente caja?

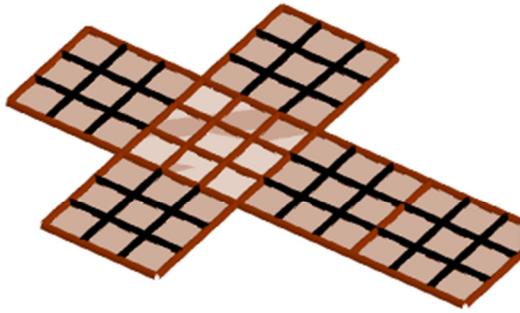
Cubo

- $a = \text{Cubo}(A, B,$
 $\rightarrow 1$
- $b = \text{Cubo}(D, C,$
 $\rightarrow 1$
- $c = \text{Cubo}(O, P,$
 $\rightarrow 1$
- $d = \text{Cubo}(W, Z$
 $\rightarrow 1$
- $e = \text{Cubo}(G_1, V$
 $\rightarrow 1$
- $f = \text{Cubo}(K_1, D$



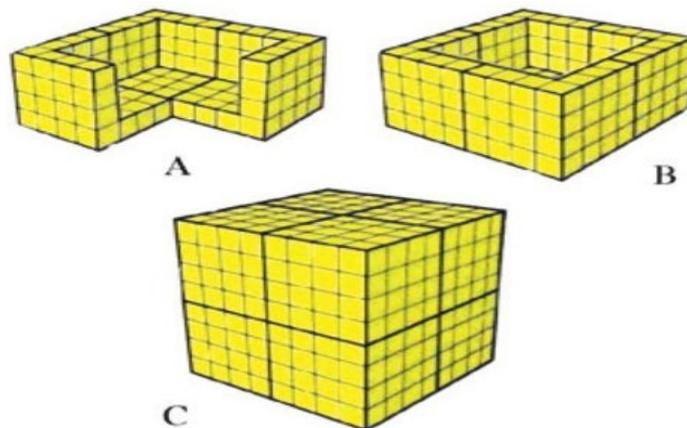
Este es el desarrollo de una caja. ¿Cuántos cubos puede albergar esta caja?

<input type="radio"/>	A = Punto(EjeX) → (1.99, 0, 0)
<input type="radio"/>	B = Punto(EjeX) → (-1, 0, 0)
<input type="radio"/>	a = Cubo(A, B, C) → 26.86
<input type="radio"/>	I = Punto(aristaAB) → (1, 0, 0)
<input checked="" type="radio"/>	f = Segmento(A, I, pol1) → 0.99
<input checked="" type="radio"/>	pol1 = Polígono(A, I, 4, PI) → 0.99

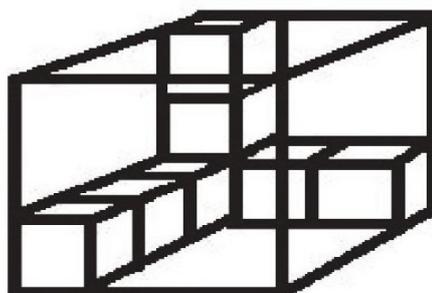


ANEXO V.- Test de medida, superficie y volumen

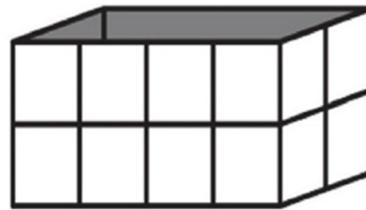
1. En la siguiente imagen se muestran tres sólidos diferentes (A, B y C). ¿Puedes indicar cuál de ellos tiene el mínimo número de cubos? Justifica tu respuesta.



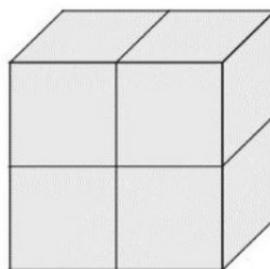
2. Elena está jugando con sus cubos y ha situado algunos en una caja como se muestra en la imagen. ¿Puedes calcular el número de cubos que necesitará para llenar la caja? Justifica tu respuesta.



3. ¿Cuántos cubos de tamaño unidad pueden encajarse en la caja? Justifica tu respuesta.

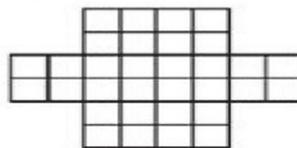


4. ¿Cuánto papel se necesita para envolver la caja? (Toma como unidad el cuadrado). Justifica tu respuesta.

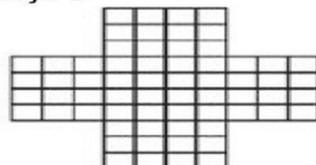


5. La siguiente figura muestra los desarrollos planos de cajas sin tapa. ¿Puedes señalar cuál de estas cajas puede albergar el mayor número de cubos? Justifica tu respuesta.

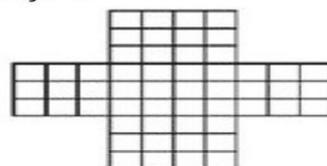
Caja A



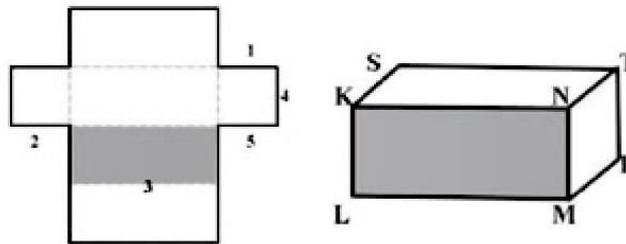
Caja B



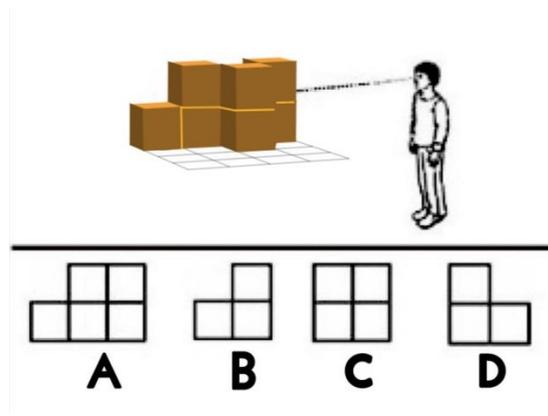
Caja C



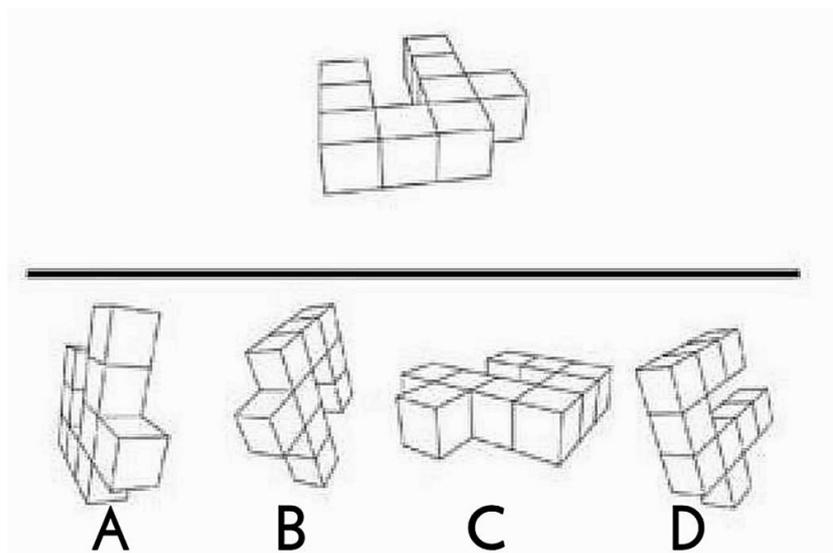
6. La imagen muestra el desarrollo plano de la imagen de la derecha. En la imagen izquierda, las líneas discontinuas indican por dónde debería doblarse dicha imagen para obtener la imagen derecha. Empareja las aristas numeradas de la figura izquierda con sus correspondientes aristas con letras de la imagen derecha. Por ejemplo, el segmento 3 corresponde a la arista LM.



7. Indica la vista frontal del sólido según el ángulo del observador.



8. Hay cuatro sólidos debajo de la línea. ¿Cuál de ellos no es idéntico al sólido que hay encima de la línea?



9. Añade dos cuadrados al desarrollo plano incompleto que se muestra en la imagen de forma que corresponda al desarrollo plano de un cubo. Haz tu dibujo en un papel con tu nombre y apellidos y sube tu respuesta como imagen.



ANEXO VI.- Cuestionario sobre las actitudes hacia las matemáticas

CUESTIONARIO ME INTERESA TU OPINIÓN

Instrucciones: responde a las siguientes cuestiones. Tus respuestas nos servirán para recoger vuestras opiniones sobre las sesiones en las que hemos estado trabajando con GeoGebra. Rodea la letra que corresponda con tu nivel de acuerdo respecto al enunciado correspondiente.

1.- En las sesiones con GeoGebra he participado de forma más activa.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

2.- Me ha gustado más la asignatura al usar GeoGebra en clase.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

3.- Las clases con GeoGebra no me han ayudado a sentirme más seguro en matemáticas.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

4.- En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he reconocido en mayor grado mis fallos.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

5.- Las clases con GeoGebra no me han motivado nada.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

6.- He reconocido y valorado más las aplicaciones de las mates en las clases con GeoGebra.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

7.- En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he confiado más en mis capacidades.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

8.- Trabajar las mates con GeoGebra es más difícil.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

9.- En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he comprendido la materia con mayor rapidez.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

10.- En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, he seguido sin apreciar la importancia de las mates.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

11.- El trabajo con GeoGebra no me ha ayudado a reflexionar sobre mis errores.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

12.- He seguido teniendo dificultades para comprender las mates en las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

13.- Usando GeoGebra es más fácil estudiar matemáticas.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

14.- Ni usando GeoGebra, logro comprender las mates por mí mismo.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

15.- Los ordenadores ofrecen muchos recursos para entender mejor las mates.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

16.- En las clases en las que hemos trabajado con GeoGebra, ha seguido sin gustarme el trabajo en mates.

- a.- Totalmente de acuerdo.
- b.- De acuerdo.
- c.- Indecisión.
- d.- En desacuerdo.
- e.- Totalmente en desacuerdo.

17.- ¿Qué dificultades has encontrado en el cálculo de áreas totales y volúmenes de las figuras en el espacio? ¿Has notado mejoría en estos aspectos gracias a GeoGebra?