



Retrato de Picasso (Juan Gris)

## La cuarta dimensión de Picasso

La relación entre matemáticas y arte es muy estrecha y, en algunos casos, enormemente profunda. Dicho vínculo es evidente en muchos ámbitos y estilos artísticos. A nadie se le escapa el papel que jugó la perspectiva en el Renacimiento o las formas geométricas que Gaudí utiliza en sus construcciones.

Sin embargo, en otros movimientos artísticos el nexo entre las matemáticas y la creación artística no es tan evidente y directa.

En este artículo, el excelente divulgador matemático Raúl Ibáñez nos presenta el papel que juega la cuarta dimensión en la obra de nuestro malageño universal, Pablo Ruiz Picasso. Además, coincidiendo con la publicación de su último libro, *Las matemáticas como herramienta de creación artística*, incluimos una breve reseña de esta obra.

(Artículo completo en la página 18)

## La Inteligencia Artificial y el Doble Grado de Economía y Matemáticas



Presentamos dos artículos que, a primera vista, podrían parecer poco relacionados. Uno de ellos trata un tema de candente actualidad, el sesgo

existente en los algoritmos utilizados en la IA; el otro, la visión que tienen los estudiantes del nuevo, y muy exitoso, Doble Grado en Economía y Matemáticas.

Probablemente, en un futuro no muy lejano decisiones importantes podrían caer en manos de algoritmos. Disponer de personas bien formadas en el ámbito de la economía y de las matemáticas puede desempeñar un papel fundamental.

(Ver páginas 14 y 22)

## Editorial: El lenguaje universal de las matemáticas

Señala Galileo en su obra *Il Saggiatore* (El ensayador) que las matemáticas son el lenguaje del Universo, es decir, la lengua que nos permite modelizar y comprender los misterios de la naturaleza.

Pero, ¿son las matemáticas un lenguaje universal? Quizás pensemos que la respuesta es negativa porque no se usan para comunicar en el sentido de dialogar, sino para expresar algo de forma no ambigua. Sin embargo, conociendo el vocabulario y la gramática de las matemáticas puedes entender un problema expresado con ellas, sin importar cuál sea tu lengua nativa, como ocurrió recientemente en la clase de Laura Bellido Jiménez, del *IES Emilio Manzano* de Laujar de Andarax.

A mitad de curso se incorporó un nuevo alumno ucraniano que no hablaba español ni inglés, lo que hacía bastante complicado comunicarse con él. Sin embargo, en la clase de matemáticas sucedió algo extraordinario, el chico salió voluntario a la pizarra a resolver una ecuación de primer grado. Además, luego hizo saber que también conocía la resolución de ecuaciones de segundo grado e incluso, escribió un chiste matemático, que toda la clase comprendió y les pareció gracioso.

Desde el Boletín felicitamos a todos los profesores y profesoras que en su clase de matemáticas diseñan actividades que favorecen la integración.

### Resumen

Actividades Matemáticas p. 2

Enseñanza Secundaria p. 9

Concurso de problemas p. 11

Divulgación Matemática p. 12

Territorio Estudiante p. 22

Correo electrónico:  
[bmaterma@ual.es](mailto:bmaterma@ual.es)

### EDITORES

Juan José Moreno Balcázar  
[balcazar@ual.es](mailto:balcazar@ual.es)

Isabel María Ortiz Rodríguez  
[iortiz@ual.es](mailto:iortiz@ual.es)

Fernando Reche Lorite  
[freche@ual.es](mailto:freche@ual.es)

ISSN 1988-5318  
Depósito Legal: AL 522-2011

## Actividades matemáticas

### Entrega del premio del Boletín

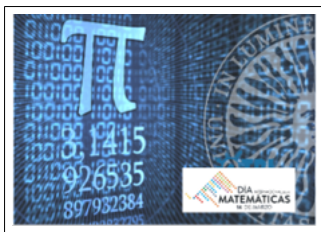
El pasado 12 de marzo se hizo entrega del premio del Concurso de Problemas del Boletín a Álvaro Lozano Marín, en el *IES Nicolás Salmerón y Alonso*, por parte de Fernando Reche Lorite e Isabel María Ortiz Rodríguez.



Isabel Ortiz con el premiado y su profesor

Al acto acudieron estudiantes de primero y segundo de bachillerato. Fernando Reche impartió la charla *Las matemáticas en los Simpsons*, con una gran participación por parte del alumnado.

### Día Internacional de las Matemáticas



Cartel anunciador

El 14 de marzo la *Universidad de Almería* conmemoró el *Día Internacional de las Matemáticas* mediante la realización de una actividad divulgativa titulada «*Enróllate con  $\pi$* », dirigida a 250 estudiantes procedentes de ocho centros de Secundaria y Bachillerato de toda la provincia.

El evento, organizado por la *Facultad de Ciencias Experimentales* y la OTRI, se desarrolló en el Salón de Actos de la *Fundación Cajamar* y contó con cuatro charlas divulgativas, la proyección de vídeos relacionados con el número  $\pi$  y un concurso entre los participantes que culminó con regalos para los ganadores.



Los conferenciantes con la ganadora del concurso

Las charlas impartidas fueron *La utilidad del número  $\pi$  en matemáticas* por Enrique de Amo Artero, *Aproximaciones, bisiestos... y algo más* por Juan José Moreno

Balcázar, *La enfermera de las matemáticas: Florence Nightingale* por Isabel María Ortiz Rodríguez y *La Geometría en la obra de Gaudí* por Fernando Reche Lorite, todos ellos miembros del Departamento de Matemáticas de la UAL.

El *Día Internacional de las Matemáticas* fue establecido por la 40.<sup>a</sup> Conferencia General de la UNESCO, por la relevancia de las matemáticas en el avance científico y social. La elección de la fecha viene motivada porque en los países anglosajones el 14 de marzo se expresa como  $3/14$ , que coincide con la parte entera y los dos primeros decimales del número irracional  $\pi$ .

### III Feria aula Almería

El campus de la UAL ha acogido durante los días 20 y 21 de abril la *III Feria aula Almería*, cuya finalidad es dar a conocer la oferta educativa y profesional de la provincia a los estudiantes más jóvenes y ayudarles a encontrar el camino hacia sus futuros estudios y su futura profesión.

Organizada por la UAL en colaboración con la *Junta de Andalucía*, la *Diputación Provincial de Almería* y *Cajamar*, la Feria ha albergado 33 stands donde los estudiantes han recibido atención personalizada para resolver sus dudas sobre aspectos muy diversos de su próxima etapa educativa.



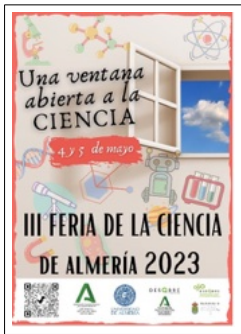
Un momento de la actividad

Durante la Feria se ha desarrollado también un programa continuo de actividades. El Grado en Matemáticas y el Doble Grado en Economía y Matemáticas se presentaron el 20 de abril, junto a las otras titulaciones de la *Facultad de Ciencias Experimentales*, teniendo una gran acogida.

Miembros del Departamento de Matemáticas de la UAL organizaron el taller titulado *Stat Wars: La rebelión de los datos*, en el que se acercó y divulgó la estadística de una forma amena entre los estudiantes. Esta actividad está dentro del proyecto nacional del mismo nombre, subvencionado por la *Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología*. Más información en la dirección [www.ualjoven.ual.es/index.php/feria-aula-almeria](http://www.ualjoven.ual.es/index.php/feria-aula-almeria).



### III Feria de la Ciencia



Cartel anunciador

Los días 4 y 5 de mayo la Ciencia se abrirá de nuevo a toda la provincia de Almería a través de la tercera edición de la *Feria de la Ciencia*, que en esta ocasión se celebrará en la nave de usos múltiples de El Ejido.

Su objetivo es el intercambio, la divulgación y la comunicación de conocimientos científicos, técnicos y de medio ambiente. En ella el estudiantado de los centros educativos tiene un protagonismo principal, mostrando al público los proyectos y experiencias de ciencias desarrolladas en sus aulas.

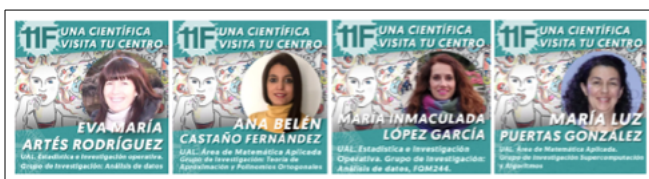
En Matemáticas se realizarán dos actividades. Una de ellas de estudiantes del *IES Gaviota* de Adra, con su profesor Samuel Pelegino, presentarán sus resultados del proyecto *Stat Wars: La rebelión de los datos*, propuesto por Isabel María Ortiz Rodríguez.

El proyecto consistirá en centrarse en uno de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), elegir alguna de sus metas, analizar los indicadores estadísticos adecuados y reflexionar sobre las cuestiones vinculadas al desarrollo sostenible en pro de concienciar sobre la necesidad de actuar para conseguir un presente y un futuro sostenibles.

La otra actividad será presentada por los estudiantes del *IES Fuente Nueva* de El Ejido acompañados por su profesor Jorge Martín Espinosa con el título *El cálculo numérico a través de Gertrude Blanch* propuesto por Juan J. Moreno Balcázar y donde se pretende acercar a los estudiantes y a los visitantes a la importancia de saber calcular correctamente y cómo ha evolucionado a lo largo de los años a través de la vida y obra de la matemática Gertrude Blanch.

### Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia

El 11 de febrero se celebró el *Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia*. Para conmemorarlo, el Vicerrectorado de Estudiantes, Igualdad e Inclusión organizó visitas de científicas e investigadoras de la UAL a centros de secundaria de toda la provincia con el objetivo de inspirar y animar a las estudiantes a cursar carreras STEM.



Las participantes en la actividad

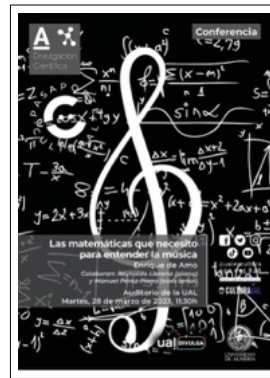
Por parte del Departamento de Matemáticas participaron Eva M.<sup>a</sup> Artés, Ana Belén Castaño, M.<sup>a</sup> Inmaculada

López y M.<sup>a</sup> Luz Puertas, que visitaron el *IES Mar Azul* de Balerna, el *IES El Palmeral* de Vera, el *IES Jaroso* de Cuevas de Almanzora, el *IES Los Ángeles* de Almería capital, el *Colegio La Salle-Virgen del Mar* de Almería capital, el *IES Sabinar de Roquetas* de Mar, el *CEIP Félix Rodríguez de la Fuente* de los Llanos de Vícar y el *IES Valle del Almanzora*, de Cantoria.

En sus charlas hablaron sobre los estudios de Matemáticas y sus salidas profesionales, de su trayectoria personal y profesional en el mundo de las matemáticas, así como de la actividad investigadora que desempeñan como científicas.

### Semana de la Cultura 2023

Con motivo de la *Semana de la Cultura 2023* de la *Universidad de Almería*, el Aula de Divulgación Científica organizó diversas actividades para dar a conocer la gran oferta cultural que ofrece nuestra universidad.



Cartel de la actividad

Este acontecimiento cultural incluyó en su programación una conferencia musicalizada titulada *Las matemáticas que necesito para entender la música*, impartida por Enrique de Amo, profesor del Departamento de Matemáticas de la UAL y estudiante de saxo en la Escuela Municipal de Música y Artes de Almería (EMMA).

La charla tuvo lugar el 28 de marzo en el Auditorio de la UAL y en ella se abordó el vínculo que existe entre las dos disciplinas (música y matemáticas), desde la Grecia de Pitágoras hasta nuestros días.

### 3.ª edición de Diploma de Experto en Ciencia de Datos

Tras el éxito de las ediciones anteriores, el *Centro de Desarrollo y Transferencia de Investigación Matemática a la Empresa* (CDTIME), en colaboración con el Centro de Postgrado y Formación Continua de la *Universidad de Almería*, ha organizado la tercera edición del *Diploma de Experto en Ciencia de Datos*<sup>1</sup>.

Las salidas profesionales, la empleabilidad y el desarrollo de las personas que lo cursan es el principal aval de esta propuesta formativa dirigida principalmente a estudiantes de Grado en Matemáticas, Ingeniería Informática, titulados en ingeniería y titulados superiores afines a los perfiles anteriores.

El curso consta de 25 créditos ECTS (187,5 horas) que serán impartidos íntegramente en formato online por investigadores de reconocido prestigio de la *Universidad de Almería*, de la *Universidad de Aalborg* (Dinamarca), de

<sup>1</sup>Más información en [sites.google.com/view/curso-de-experto](https://sites.google.com/view/curso-de-experto).

la *Universidad de Castilla-La Mancha* y de la empresa *Cajamar*, con los que se adquirirán las competencias necesarias para ejercer una de las profesiones con mayor demanda en la actualidad.

## Nuevo equipo directivo del Departamento de Matemáticas

El pasado 1 de marzo se celebraron elecciones a la dirección del Departamento de Matemáticas de la UAL, a las que concurrió como único candidato Juan Ramón García Rozas, catedrático de Álgebra de este departamento, que recibió el respaldo de la mayoría absoluta de los miembros del Consejo de Departamento.

El director ha propuesto a M.<sup>a</sup> Luz Puertas González, profesora Titular del área de Matemática Aplicada, como Secretaria del Departamento.

Desde el Boletín queremos dar la enhorabuena al nuevo equipo directivo y agradecemos a José Carmona Tapia y M.<sup>a</sup> Inmaculada López García la labor tan excelentemente realizada durante sus cuatro años al frente de la dirección del departamento.

## Jornadas deportivas de la Facultad de Ciencias Experimentales

La *Facultad de Ciencias Experimentales*, junto con la *Delegación de Estudiantes DELTA*, organizó el pasado 22 de abril unas divertidas jornadas deportivas en la que estudiantes y profesores conformaron parejas para competir en diversos deportes como fútbol, balón prisionero, etc. Tras finalizar los juegos, los participantes disfrutaron de una paella en el campus de la UAL.



Foto de familia

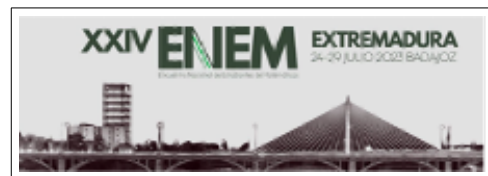
Desde el Boletín celebramos este tipo de iniciativas y animamos a la Facultad a seguir organizando actividades que propicien la convivencia entre estudiantado y profesorado.

## XXIV Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas

La *Asociación Nacional de Estudiantes de Matemáticas* (ANEM) se encuentra organizando la vigésimo

cuarta edición del *Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas* (ENEM), que se celebrará del 24 al 29 de julio en Badajoz.

El evento pretende ser un punto de encuentro entre estudiantes de matemáticas, estadística y ciencia de datos de toda España para darse a conocer entre ellos, intercambiar ideas, debatir sobre problemas comunes y promover la puesta en marcha de nuevos proyectos.



Logo de la actividad

El programa del congreso incluye conferencias de personalidades destacadas en la investigación y divulgación de las matemáticas, microcharlas impartidas por los estudiantes, talleres prácticos y un foro de empresa y emprendimiento para propiciar vínculos entre entidades privadas y estudiantes. Más información en [enem.anem.es/2023](http://enem.anem.es/2023).

## Actividades de la SAEM Thales

La *SAEM Thales* ha organizado las siguientes actividades:

- *XIV Concurso de Dibujo Matemático* destinado al alumnado de 1.º a 6.º de primaria y de necesidades educativas especiales de la provincia de Almería.
- *Desafío Thales 2023 y V Olimpiada Matemática regional para Primaria*. El 13 de abril se celebró la fase provincial del *Desafío Thales 2023* dirigida a estudiantes de 5.º y 6.º de Educación Primaria de la provincia de Almería. Los integrantes de los dos grupos ganadores dentro de la categoría de 6.º de primaria participarán en la *V Olimpiada Matemática Regional* que se celebrará el 6 de mayo en las instalaciones de la *Universidad de Almería*.
- *XXXVIII Olimpiada Matemática Thales*. La fase regional de esta Olimpiada para estudiantes de 2.º de ESO se celebrará en la *Universidad de Almería* del 18 al 20 de mayo gracias a la colaboración de la Facultad de Ciencias Experimentales.

Más información sobre todas estas actividades en la página web de la sociedad [thales.cica.es](http://thales.cica.es).

## Noticias matemáticas

### Noche Europea de los Investigadores 2023

El próximo 29 de septiembre se celebrará, por duodécimo año consecutivo, la *Noche Europea de los Investigadores* (European Researchers' Night), una cita con la ciencia y la divulgación que tendrá lugar de manera simultánea en 371 ciudades europeas.

Al igual que en la edición anterior, el proyecto en Andalucía estará dedicado a las Misiones de Horizonte Europa. La OTRI de la UAL será la encargada de organizar el evento en nuestra ciudad y próximamente se podrá consultar en su web todo lo relativo a la edición de 2023<sup>2</sup>.

### Olimpiada Matemática Española

Del 9 al 12 de marzo tuvo lugar en León la Fase Final de la 59.<sup>a</sup> edición de la *Olimpiada Matemática Española*, organizada por la *Real Sociedad Matemática Española* (RSME).

En este encuentro participaron 77 estudiantes, seleccionados previamente en las fases regionales de las distintas comunidades autónomas, quienes se enfrentaron a la resolución de seis problemas de elevada complejidad matemática.

En esta fase nacional se repartieron 36 medallas: 6 oros, 12 platas y 18 bronce. La delegación andaluza, compuesta por 12 estudiantes de bachillerato, ha logrado 4 platas y 3 bronce.



Daniel Sánchez Lew

Una de estas medallas de bronce ha recaído en el almeriense Daniel Sánchez Lew, estudiante de 1.º de Bachillerato del *IES Mediterráneo* de Garrucha, quien ha tomado parte en la competición tras haberse clasificado en el puesto número 10 en la fase regional de nuestra comunidad. ¡Enhorabuena Daniel!

### European Girls' Mathematical Olympiad 2023

Del 13 al 19 de abril tuvo lugar en Portorož (Eslovenia) la duodécima edición de la *Olimpiada Europea Femenina de Matemáticas*, una competición que pretende estimular a jóvenes referentes femeninas en las matemáticas y fomentar la decisión de estudiar una carrera profesional en los campos STEM.

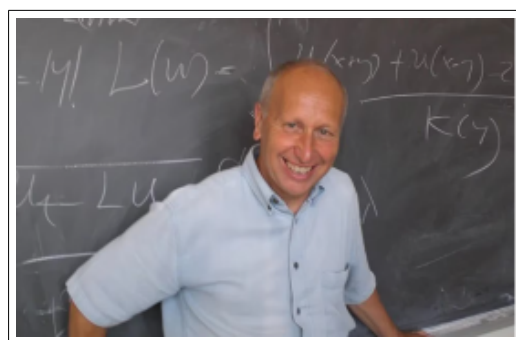


De izda. a dcha.: María Pe, Irene, Alèxia, Jara, Ariadna y Elisa. Las acompaña Celia Rubio del equipo de la EGMO 2023

El equipo español estuvo formado por Irene Armesto Méndez (Santiago de Compostela), Alèxia Escudero Ribó (Lleida), Ariadna Franch Pérez (Valencia) y Jara Risco Martín (Madrid), quienes estuvieron acompañadas por las jefas de delegación Elisa Lorenzo García (lideresa) y María Pe Pereira (tutora de equipo).

### Premio Abel 2023 para Luis Caffarelli

El 22 de marzo la *Academia Noruega de Ciencias y Letras* decidió otorgar el *Premio Abel 2023* al matemático argentino Luis A. Caffarelli, por sus «contribuciones fundamentales a la teoría de la regularidad de las ecuaciones diferenciales parciales no lineales, incluidos los problemas de frontera libre y la ecuación de Monge-Ampère».



Luis A. Caffarelli

Luis Caffarelli estudió en la *Universidad de Buenos Aires* y actualmente ocupa la *cátedra Sid Richardson* de la *Universidad de Texas* en Austin. Es un matemático sumamente prolífico, que ha realizado más de 130 colaboraciones y asesorado a más de 30 estudiantes de doctorado en un período de 50 años. Sus resultados son técnicamente virtuosos y cubren muchas áreas diferentes de las matemáticas y sus aplicaciones, abriendo nuevas puertas a la economía, la medicina, la automoción, las matemáticas financieras e incluso el conocimiento del universo.

<sup>2</sup>Más información en [lanochedelosinvestigadores.fundaciondescubre.es](http://lanochedelosinvestigadores.fundaciondescubre.es).



Antes del *Premio Abel*, su trabajo ya había sido reconocido con otros galardones como el *Premio Konev de Brillante* en 2003, el *Premio Rolf Schock* 2005, el *Premio Steele* a la trayectoria otorgado por la *Sociedad Matemática Americana* en 2009, el *Premio Wolf* 2012, la *Medalla Solomon Lefschetz* 2013 y el *Premio Shaw* 2018.

Caffarelli se convierte así en el primer matemático latinoamericano en recibir este prestigioso premio, dotado con 7,5 millones de coronas noruegas (660 000 euros). El galardón le será entregado por el rey Harald V de Noruega en una ceremonia en Oslo el 23 de mayo.

## 12 de mayo, Día Internacional de la Mujer Matemática

El 12 de mayo es el *Día Internacional de las Mujeres Matemáticas*, efeméride con la que se pretende concienciar sobre la brecha de género en el campo de las matemáticas e inspirar a mujeres para que desarrollen sus intereses y talentos en esta disciplina.



Cartel anunciador

Este día fue proclamado en Río de Janeiro en el año 2018 por el Comité de Mujeres y Matemáticas de la *Unión Matemática Internacional* y desde entonces se celebra todos los años en todo el mundo. La fecha fue elegida por coincidir con el nacimiento de la matemática iraní Maryam Mirzakhani, primera mujer en recibir la Medalla Fields.

## Nos visitaron...

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Edmundo José Huertas Cejudo y Alberto Lastra Sedano, de la Universidad de Alcalá; Alex Matsinkovsky, de la Universidad

Para conmemorar este día se han organizado diversas actividades que se desarrollarán durante el mes de mayo por todo el mundo.

Más información en [may12.womeninmaths.org](http://may12.womeninmaths.org).

## Culmina el proyecto internacional Geometrician's Views

Durante los últimos dos años, el profesor José Luis Rodríguez, el ingeniero informático Diego Cangas y el estudiante de matemáticas Rubén Hernández, como miembros de *Virtual Dor*, spin-off de la UAL, han colaborado con centros de educación secundaria de Francia, Italia, Grecia, Rumanía, Croacia y Serbia, en un proyecto *Erasmus plus* denominado *Geometrician's Views*, coordinado por la asociación *Les Maths en Scène* de Toulouse.



Logotipo del proyecto

El trabajo realizado por el equipo almeriense consistía en adaptar el software *NeoTrie VR* a los dispositivos de realidad virtual *Quest 2*, implementar el modo multijugador y desarrollar un museo virtual con actividades matemáticas relacionadas con el trabajo creativo de los participantes. Los materiales de este proyecto están ya disponibles en la página web [geometricians-views.lesmathsenscene.fr](http://geometricians-views.lesmathsenscene.fr) para su acceso y uso educativo.

Northeasten de Boston, Massachusetts (Estados Unidos); José Manuel Mazón Ruíz, de la Universidad de Valencia; Radu Miculescu y Nicusor Minculete, de la Universidad Transilvania de Brasov (Rumanía); Lajos Molnár, del Instituto Bolyai de la Universidad de Szeged (Hungría); Ignacio Manuel Pelayo Melero, de la Universidad Politécnica de Cataluña; y Antonio Miguel Peralta Pereira, de la Universidad de Granada.

## Preguntas frecuentes

### En la Universidad de Almería, ¿puedo cursar algún Doble Grado relacionado con las matemáticas?

Efectivamente, en la *Universidad de Almería* se puede cursar el Doble Grado en Economía y Matemáticas. Esta titulación ha comenzado a impartirse durante el pre-

sente curso académico y sólo es ofertada por la *Universidad de Almería* en Andalucía. Consta de 348 créditos repartidos en 5 cursos, por lo que el curso 2026/2027 se habrá implantado el quinto curso de este doble grado. En último curso están previstas las Prácticas en Empresas con una dedicación de 12 créditos con el objetivo de favorecer

la inserción laboral.

Este doble grado está especialmente indicado para los estudiantes provenientes del Bachillerato de Ciencias, indistintamente Tecnológico o de Ciencias de la Salud, puesto que es necesaria una amplia formación en Matemáticas, por lo que es muy conveniente haber cursado Matemáticas II.

Por otra parte, en la Universidad de Almería también se puede cursar el Grado en Matemáticas, que a diferencia de otras universidades tiene establecidas tres menciones (no obligatorias): «Ingeniería matemática», «Matemáticas fundamentales» y «Matemáticas y Finanzas».

Ambas titulaciones tienen múltiples salidas laborales.

### ¿Cuáles han sido las notas de corte en la PEvAU para estar admitido en estas dos titulaciones?

En primer lugar, debemos aclarar que la nota de corte es la nota de admisión del último solicitante que se ha matriculado en la carrera en septiembre.

En el Doble Grado en Economía y Matemáticas la nota de corte en 2022 ha sido de 11,828.

En el Grado en Matemáticas, en 2022 la nota de corte ha sido de 11,783. Destacar que en este grado la nota de corte ha ido subiendo progresivamente a lo largo de los años: un 5 en 2016, un 8,707 en 2018, un 10,941 en 2020 y un 11,388 en 2021.

### ¿Cuáles son los parámetros de ponderación de las materias de modalidad del bachillerato para el ingreso en el Doble Grado en Economía y Matemáticas?

Se supera la prueba de evaluación del bachillerato para el acceso a la universidad si la *Calificación de la Fase de*

*Acceso* (CFA) es mayor o igual que 4, y a su vez, dicha calificación multiplicada por 0,4 y sumada con la media del bachillerato (NMB) multiplicada por 0,6 es mayor o igual a 5.

No obstante, esta nota de acceso puede ser mejorada con las calificaciones de las materias examinadas en la fase de admisión, con calificación de 5 o superior, ya que esta fase de carácter voluntario tiene por objeto la evaluación de los conocimientos y capacidad de razonamiento en unos ámbitos disciplinares concretos relacionados con los estudios que se pretenden cursar. También se tiene en cuenta de oficio, para mejorar la nota de admisión, la calificación de la materia troncal de modalidad de la fase de acceso si tiene una nota de 5 o superior, mediante la siguiente fórmula:

$$\text{Nota de admisión} = 0,6 \cdot \text{NMB} + 0,4 \cdot \text{CFA} + a \cdot M_1 + b \cdot M_2,$$

donde  $M_1$  y  $M_2$  son las notas obtenidas en la fase de admisión o de la materia troncal de modalidad de la fase de acceso, que multiplicada por los respectivos parámetros,  $a$  y  $b$ , otorguen la mejor de las notas de admisión para cada uno de los grados solicitados por el/la estudiante.

Según el *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, de 7 de junio de 2022, para el Doble Grado en Economía y Matemáticas, la ponderación por asignaturas es 0,2 para las asignaturas de Matemáticas II, Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, Física y Economía de la Empresa; y 0,1 para las asignaturas de Biología, Dibujo Técnico II, Geología y Química.

Como en un doble grado se obtienen los dos títulos, para cursar el doble grado de Economía y Matemáticas es muy conveniente haber cursado Matemáticas II como ya se ha comentado en la primera cuestión.

## EXPERIENCIA DOCENTE

# Las Matemáticas de ahora en el colegio

## Muy diferentes a las de antes

Francisco Javier Villanueva Martín  
 Ángeles María Martínez López  
 Colegio Diocesano de San Ildefonso (Almería)

En el año 2019 nos aventuramos en el inicio de poner en práctica un nuevo método de trabajo en la enseñanza de las matemáticas en el *Colegio Diocesano de San Ildefonso de Almería*.

Somos Ángeles y Javier, dos maestros del primer ciclo de Educación Primaria.

Este método parte de lo concreto (vivencial o material manipulativo) para enseñar matemáticas de manera más significativa y divertida. A través de lo concreto pasamos a lo pictórico (gráficos) y por último llegamos a la abstracción (pictórico o símbolos).

A través de esta metodología basada en la manipula-

ción y respetando el ritmo de desarrollo de cada alumno, nuestro alumnado ha desarrollado un afán por el conocimiento de las matemáticas mejorando sus habilidades en esta materia.

El enfoque principal del método «*Piensa Infinito*» es fomentar la comprensión profunda de los conceptos matemáticos, en lugar de solo enseñar habilidades matemáticas específicas. Se trata de un enfoque más holístico de la enseñanza de las matemáticas, que busca desarrollar habilidades como la creatividad, la curiosidad y la resolución de problemas, al mismo tiempo que se profundiza en los conceptos matemáticos básicos.

Para poder llevarlo a cabo en el aula, partimos de una forma de trabajo muy diferente, donde el maestro tiene un nuevo papel para conseguir que:

- El alumnado se sienta protagonista. Convertir a los estudiantes en el centro del aprendizaje de manera que sean quienes descubran los conceptos a través de la manipulación y del diálogo. El profesorado es guía y acompañante, haciendo al estudiante protagonista de su propio aprendizaje.
- Se basa en un enfoque experiencial. Aprender es una experiencia. Para ello se crean a diario dinámicas para que aprendan desde la experiencia y desarrollen su faceta social y comunicativa. El alumnado es consciente de su aprendizaje. Se establecen estrategias de metacognición que ayudan a los estudiantes a conocerse a sí mismos: qué aprenden, cómo aprenden mejor, cómo se sienten aprendiendo. . .

Se trata de un enfoque más participativo donde prima la comunicación entre el alumnado y el profesor.

- Aprender está al alcance de todos. Atendiendo a los distintos niveles de aprendizaje y a las inteligencias múltiples.
- Aprender es un desafío. Proponemos retos que sitúan al niño en una posición de curiosidad por aprender, y fomentar el análisis de una misma realidad desde distintos puntos de vista.

En nuestras aulas, a partir del problema del día, nuestro alumnado investiga y busca posibles soluciones al problema planteado. En lugar de simplemente proporcionar una respuesta, *Piensa Infinito* ayuda a fomentar el pensamiento crítico y la exploración, permitiendo que lleguen a sus propias conclusiones a través del proceso de resolución de problemas y de la manipulación de material, pilar fundamental del método (bloques multibase, encajables, tira numérica, tablas de valor posicional, balanzas, cuerpos geométricos. . .).

- Se evalúa todo el proceso. Facilitamos la evaluación desde la observación de todos los momentos del aprendizaje: la manipulación, su verbalización y su expresión matemática.

También se enfoca en la conexión de los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real, para que el alumnado pueda ver la utilidad práctica de lo que están aprendiendo.

Los ejemplos de situaciones de la vida real utilizados en el método *Piensa Infinito* son relevantes y atractivos para el alumnado de educación primaria, lo que les permite ver cómo las matemáticas pueden ser aplicadas en el mundo real. Los conceptos hablan de la importancia de conectar los conocimientos previos y la interacción con los otros.

Para conseguir todo esto, *Piensa Infinito* da mucha importancia a la **escucha** y al **diálogo** entre alumnos, respetando los distintos ritmos de aprendizaje, lo que permite la **atención a la diversidad**.

Aquellos que inician el proceso de aprendizaje **manipulando con materiales**, acaban **haciendo matemáticas de manera razonada**, en lugar de hacerlo de manera mecánica.

Además, en cada una de las sesiones, aprenden **interactuando en grupo, trabajando en parejas y reflexionando individualmente** sobre su propio aprendizaje. Las fases del método son de especial importancia en el desarrollo de cada sesión.

De esta manera, nuestro alumnado será capaz de resolver problemas a los que no se han enfrentado antes, reforzando el pensamiento matemático, y no a través de procedimientos memorísticos, haciendo posible que alcancen las competencias del siglo XXI: facilitar la **comunicación** (saber escuchar, argumentar y expresar ideas), generar **juicio crítico**, propiciar situaciones de **colaboración** y fomentar la **creatividad**, utilizando el **método de barras**.

Una de las herramientas manipulativas que utilizamos a diario en el aula son los bloques multibase. Estos bloques ayudan a los niños y niñas a comprender los conceptos matemáticos de una manera más visual y tangible, de una manera más significativa y divertida.



*Estudiantes manejando bloques*

Por ejemplo, en segundo de primaria, los estudiantes aprenden a sumar y restar utilizándolos y llegando posteriormente a conceptos como la multiplicación y división a través de la repetición de grupos iguales o repartir en grupos iguales. En este caso pueden colocar los bloques en la mesa y manipularlos para representar los números y resolver las actividades planteadas de diferentes maneras, por lo que les ayuda a visualizar mejor los números y la solución del ejercicio, pasando posteriormente a resolver el problema con una tabla de valor posicional, mediante el uso de números conectados o con la tira numérica. Un problema puede ser resuelto teniendo en cuenta las distintas opciones que el método brinda y hace que cada estudiante lo lleve a cabo de una forma distinta.

A través del uso de materiales manipulativos, el alumnado puede visualizar mejor los conceptos matemáticos y desarrollar habilidades necesarias para trabajar en equipo y compartir sus estrategias de resolución de problemas, lo que fomenta la colaboración y el pensamiento crítico.



Un ejemplo de cómo utilizamos los bloques multibase para resolver un problema en segundo curso es el siguiente:

*Un maestro tiene 25 lápices y quiere repartirlos entre sus 5 estudiantes. ¿Cuántos lápices recibirá cada estudiante?*



*Estrategias manipulativas*

El alumnado puede utilizar los bloques multibase para representar los lápices y la cantidad de estudiantes. Puen

den usar un bloque de decenas para representar los 20 lápices y 5 bloques de unidades para representar los 5 lápices adicionales. Luego, pueden dividir los bloques de lápices entre los bloques de estudiantes para encontrar la respuesta.

De esta manera, pueden visualizar mejor el problema y encontrar la respuesta de manera más efectiva, llevando a cabo en último momento la solución del ejercicio, interiorizando mejor el contenido trabajado.

Nuestra conclusión, después de trabajar con esta metodología, es que ha transformado nuestra manera de pensar y de enseñar las matemáticas en nuestras aulas de educación primaria.

Los problemas y desafíos, los recursos materiales y digitales y la conexión con situaciones de la vida real han ayudado a nuestros alumnos y alumnas a aprender de una manera más significativa y divertida, además de desarrollar un amor por las matemáticas y tener éxito en esta materia. Han desarrollado habilidades importantes para la vida que les ayudarán en su futuro. ■

ENSEÑANZA SECUNDARIA

# Trabajar las Matemáticas con los juegos de mesa

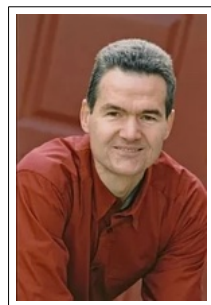
*Francisco Criado Martínez  
Centro Educativo Agave (Huércal de Almería, Almería)*

Todos hemos compartido momentos con familia y amigos donde la diversión y el aprendizaje están presentes gracias a los juegos de mesa.

Desde una experiencia personal, he podido comprobar cómo el interés por esta afición ha crecido a un ritmo muy rápido durante los últimos años.

Los juegos de mesa presentan una oportunidad idónea para socializar, pasar una buena tarde reunidos, ¿y para aprender matemáticas?

La respuesta a esta pregunta es afirmativa pues muchos juegos de mesa presentan de manera directa o indirecta contenidos matemáticos que el alumnado puede trabajar o incluso matemáticas de un nivel superior aplicadas en el desarrollo de los mismos.



*Reiner Knizia*

Ejemplo de ello es el famoso autor de juegos de mesa Reiner Knizia, matemático y con más de 500 juegos publicados en los que en su gran mayoría es notoria la matemática tanto en su desarrollo como en su mecánica de juego, etc.

En nuestro centro consideramos vital el trabajo y desarrollo del pensamiento matemático, por lo que diseñamos una actividad de cara al día escolar de las matemáticas del curso celebrado el pasado 12 de mayo, basada en el aprendizaje y trabajo de las Matemáticas a través de

distintos juegos de mesa.

El objetivo principal de esta actividad es el acercamiento de los estudiantes a una matemática cotidiana, donde pueden dejar atrás la posible frustración y ansiedad que les puede provocar no entender una unidad didáctica o contenido.

Sin embargo, consideramos que no es válido cualquier juego, por lo que deben de cumplir los siguientes aspectos:

- Duración contenida.
- Reglas simples.
- Trabajo de contenidos matemáticos apropiados a la etapa educativa del alumnado.

La actividad trabajada consistió en que el alumnado de 2.º de ESO preparase una feria de juegos de mesa en la que mostrasen y explicasen estos juegos a los estudiantes de educación primaria para que pudiesen divertirse a la vez que aprendían matemáticas.

Para ello, previo a la demostración son necesarias varias sesiones para que los alumnos encargados de explicar cada juego comprendan qué y cómo se va a trabajar (lectura de reglas, clasificación de componentes, elaboración de pósteres...)

Por último, mostramos los juegos que han sido trabajados:

- **Ubongo:** El juego se resume en conseguir rellenar una superficie del plano con las figuras geométricas que la tabla nos indique en el menor tiempo posible.



Figura 1: Ubongo

Podemos utilizarlo para trabajar contenidos matemáticos como el área de una superficie, simetrías, rotaciones o cálculo de áreas de figuras compuestas entre otros. Por tanto, en función del curso académico sobre el que queramos aplicar este juego, podemos ampliar conocimientos matemáticos o incluso razonar el concepto y cálculo de superficie, evitando la mecanización del uso de fórmulas (Figura 1).

- **Mía:** Es idóneo para trabajar el cálculo mental de sumas y restas sencillas, pues el juego consiste en que en el menor tiempo posible logremos obtener el resultado de la carta cuadrada sumando o restando dos cartas del número que tenemos en mano.

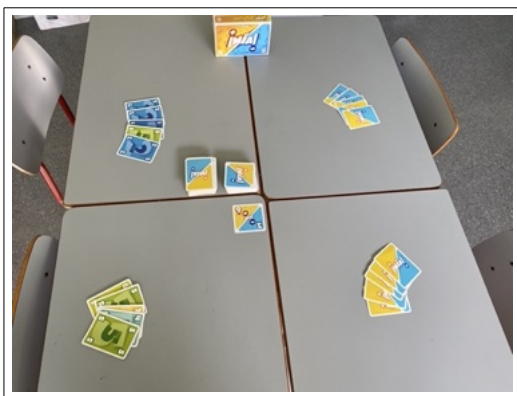


Figura 2: Mía

Este juego presenta otra manera, más divertida e inusual, de trabajar el cálculo mental sencillo en los cursos bajos (Figura 2).

- **Piko-Piko el gusanito:** En este juego tendremos que obtener la mayor puntuación de fichas de gusano. Para ello, realizaremos sucesivas tiradas de dados quedándonos con todos los dados del mismo resultado hasta que decidamos plantarnos u obtengamos una tirada nula.



Figura 3: Piko-Piko

Como el juego incluye lanzamiento de dados, nos permite introducir la noción de probabilidad, y con ella la *regla de Laplace*. Además, es posible plantear de manera más atractiva conceptos más abstractos como la independencia de sucesos, sucesos equiprobables...

Es importante la toma de decisiones que hagamos, pues no es lo mismo realizar una segunda tirada habiendo quitado tres dados que uno y además garantizando una seguridad en esa decisión tomada. (Figura 3)

Por último, si el lector presenta interés por conocer en detalle la mecánica en sí de estos juegos de mesa y poder aplicarlos en el aula, puede acceder a un tutorial de cada juego pinchando en los siguientes enlaces: [Piko-Piko](#), [Ubongo](#) y [Mía](#). ■

## ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

# Mathe auf Deutsch

M. Carmen Martínez Fernández  
IES El Argar (Almería)

Jeder weiß, dass Mathematik ein unverzichtbares Werkzeug in jeder wissenschaftlichen Disziplin ist. Wenn wir Mathematik lernen, erwerben wir gleichzeitig eine neue Sprache mit ihren eigenen Zahlen, Buchstaben und Symbolen. Mathematik ist eine Sprache, die von Forschern, Wissenschaftlern und Ingenieuren auf der ganzen Welt gesprochen wird und ist daher ein ideales Medium für zweisprachiges Lernen.

Wiederholung spielt eine große Rolle beim Lernprozess

sowohl in Mathematik als auch in Sprachen. Deswegen machen wir am IES El Argar Aktivitäten, damit SchülerInnen Deutsch und Mathe gleichzeitig üben.

Ein Brett, ein Würfel und mehrere Mathe-Karten (Zahlen, Algebra, Geometrie) auf Deutsch ermöglichen uns, die Kenntnisse der 1º ESO zu sammeln und zu vertiefen. Es sind die Schülerinnen und Schüler selbst, die unter der Leitung von der Mathe Lehrerin und den PraktikantInnen die mathematischen Übungen erstellen, die sie später lösen müssen. Natürlich sollen sie auf Deutsch antworten, wenn sie keine Punkte verlieren wollen!



Während sie im Unterricht Gleichungen lösen, Flächen berechnen und arithmetische Berechnungen durchführe , nutzen sie Ausdrücke wie „Berechne die Fläche“, „Welche Zahl ist es?“ oder „Richtig, 3 Punkte!“. Diese unkomplizierten Dialoge zwischen den SchülerInnen machen den Lernprozess Spaß und produktiv, weil sie durch das Spielen lernen.

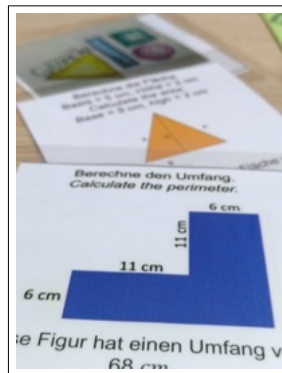
Traducción:

## Mates en alemán

Nadie duda de que las matemáticas son una herramienta imprescindible en cualquier disciplina científica. Su aprendizaje conlleva adquirir un nuevo lenguaje compuesto por números, letras y símbolos que aprendemos y enseñamos sin pararnos a pensar en su gran poder comunicativo. Las matemáticas funcionan como un idioma común entre investigadores, científicos e ingenieros de to-

do el mundo, siendo por ello un vehículo ideal para la enseñanza bilingüe.

El proceso de aprendizaje en matemáticas e idiomas tiene mucho en común, en ambos casos se adquiere fluidez con la práctica y la repetición. Eso es lo que aprovechamos en el IES El Argar para afianzar los conocimientos de matemáticas y alemán con ayuda de recursos como el que describimos en este artículo.



Un tablero, un dado y varias decenas de tarjetas redactadas en alemán con ejercicios clasificados por bloques (números, álgebra, geometría) nos permiten recopilar y afianzar los contenidos que vamos aprendiendo en 1.º de ESO. Son los propios alumnos y alumnas los que guiados por profesora y lectoras elaboran las pruebas matemáticas que después tendrán que resolver, ¡y responder en alemán si no quieren perder puntos!

Ejercicios de ecuaciones, cálculo de áreas y perímetros y operaciones aritméticas ayudan a integrar el alemán en el aula de una manera natural, ya que expresiones como Welche Zahl ist es? (¿Qué número es?), Berechne die Fläche (Calcula el área) o Richtig, 3 Punkte! (Correcto, 3 puntos!) son una manera sencilla y eficaz de establecer diálogos en alemán entre los alumnos sin complicar por ello la asignatura y haciéndola más atractiva, jugando a aprender. ■

## Concurso de problemas

### Problema propuesto

Un cierto sistema de comunicaciones requiere cuatro dispositivos  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  y  $A_4$ , cuya ubicación debe cumplir las siguientes condiciones:

1. La distancia entre los dispositivos  $A_1$  y  $A_2$  ha de ser de 1 km, lo mismo que la distancia entre  $A_2$  y  $A_4$ . Se requiere también esta separación entre  $A_3$  y  $A_4$ .
2. La distancia entre  $A_1$  y  $A_3$  debe ser inferior a 1 km.
3. Los dispositivos  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  deben permanecer alineados.
4. La distancia entre  $A_1$  y  $A_3$  debe coincidir con la distancia entre  $A_1$  y  $A_4$ .

¿Cuál es la distancia que debe existir entre los dispositivos  $A_2$  y  $A_3$ ?

Si nos envías tu solución a este problema **puedes obtener** un estupendo **reloj inteligente (smartwatch)** y un regalo relacionado con las matemáticas.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico [bmatema@ual.es](mailto:bmatema@ual.es) **hasta el 15 de octubre de 2023**.

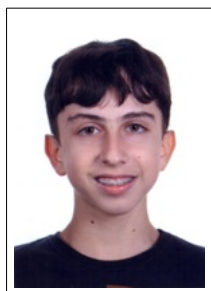
Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a [bmatema@ual.es](mailto:bmatema@ual.es)



## Resultado del concurso del número anterior



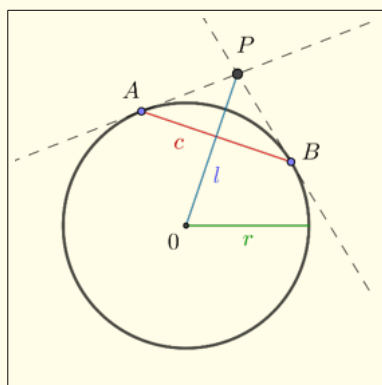
Daniel Sánchez

En esta edición del concurso la solución ganadora ha sido la enviada por Daniel Sánchez Lew, estudiante de primer curso de Bachillerato del *IES Mediterráneo* de Garrucha.

Queremos señalar que todas las soluciones recibidas son correctas, destacando la de Álvaro Lozano Marín por la calidad de sus gráficos. Sin embargo, se ha premiado el enfoque diferente e ingenioso de la solución ganadora. ¡Enhorabuena a todos los participantes!

### Problema propuesto en el número anterior

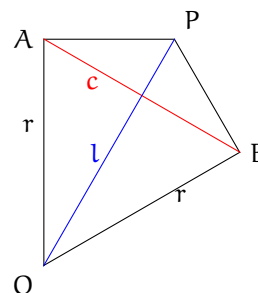
A la vista del siguiente dibujo,



Conocido el radio  $r$  de la circunferencia y la longitud  $c$  del segmento  $AB$ , determina la distancia  $l$  del punto  $O$  al punto  $P$ .

### Solución:

Partiendo de los datos del problema, como  $\overline{PA}$  y  $\overline{PB}$  son tangentes a la circunferencia, forman un ángulo de  $90^\circ$  con el segmento que une el origen con los puntos de tangencia. Por ello tenemos el cuadrilátero:



Como los ángulos  $\angle OAP$  y  $\angle OBP$  son opuestos y suman  $180^\circ$ , este cuadrilátero es cíclico. Calculemos ahora  $\overline{AP}$  y  $\overline{BP}$ .

Por ser tangentes a la circunferencia, podemos decir que su longitud al cuadrado es igual a la potencia del punto  $P$  respecto a la circunferencia. Como su distancia a la circunferencia es  $l - r$ , y la distancia al otro lado de la circunferencia es  $l + r$ , tenemos que:

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 = (l - r)(l + r) \Rightarrow \overline{AP} = \overline{BP} = \sqrt{(l - r)(l + r)}.$$

Ahora bien, como el cuadrilátero es cíclico, podemos aplicar el *teorema de Ptolomeo*, quedando:

$$\overline{AB} \cdot \overline{OP} = \overline{AP} \cdot \overline{BO} + \overline{PB} \cdot \overline{AO},$$

es decir,

$$cl = \sqrt{(l - r)(l + r)}r + \sqrt{(l - r)(l + r)}r,$$

por lo que

$$\begin{aligned} cl &= 2r\sqrt{(l - r)(l + r)} \Rightarrow \\ \frac{c^2}{4r^2}l^2 &= l^2 - r^2 \Rightarrow \\ l &= \frac{r}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{4r^2}}}, \end{aligned}$$

que es lo que buscábamos.

### HISTORIA Y SUS PERSONAJES

## Los indivisibles

Antonio Rosales Góngora  
IES Bahía de Almería (Almería)

Entre los primeros trabajos para obtener áreas y volúmenes, por medio de la integral definida, merecen especial atención los de Bonaventura Cavalieri por la influencia que tuvieron en muchos matemáticos contemporáneos, y porque representan un ejemplo típico de la vaguedad del razonamiento de la época.

En las matemáticas occidentales, la búsqueda de soluciones exactas en el cálculo de áreas de superficies y

volúmenes de sólidos ha llevado, primero al *método de exhaustión* y posteriormente al *cálculo integral*.

¿De qué está formado un segmento de recta, un trozo de plano o una porción de volumen? En la tradición griega ha habido dos corrientes posicionadas sobre el tema: los partidarios del *atomismo*, representados por Demócrito de Abdera (460 a. C.–370 a. C.) y los partidarios de la *divisibilidad infinita*, representados por Aristóteles de Estagira (384 a. C.–322 a. C.).

Anteriormente, Zenón de Elea (490 a. C.–425 a. C.)

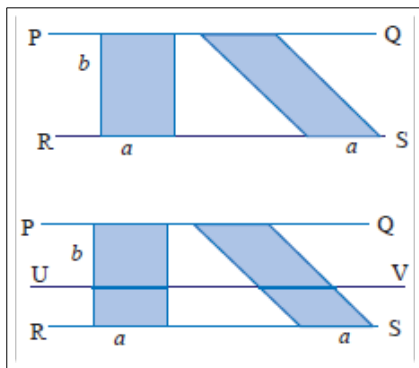
había cuestionado tanto el método atomista con las paradojas de la Flecha y el Estadio, como la teoría de la infinita divisibilidad con las paradojas de la Dicotomía y de Aquiles.

Demócrito mantenía que los cuerpos físicos estaban compuestos, en última instancia, por átomos indivisibles y aplica esta idea a las matemáticas. Los teoremas de Demócrito fueron demostrados por Eudoxo de Cnido (400 a. C.-347 a. C.) mediante el método de exhaustión, creado por él. Posteriormente Euclides lo incorporó en el libro XII de los *Elementos*.

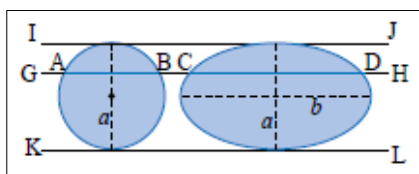
Aristóteles mantenía que al dividir el continuo en trozos cada vez más pequeños, se obtenían continuos de la misma naturaleza que el original, sin que existiera un elemento mínimo indivisible. Este enfoque, pese a prevalecer en la comunidad científica, no lo fue por unanimidad y, la idea de Demócrito, fue desarrollada por Arquímedes, Nicolás de Oresme, Galileo, Kepler, Cavalieri y Torricelli.

El método de los indivisibles fue presentado en 1635 por el matemático y religioso (perteneciente a la orden de los Jesuitas, creada por Urbano V para ayudar a las víctimas de la peste bubónica) italiano Bonaventura Cavalieri, discípulo de Galileo, en su obra *Geometría indivisibilidus continuorum nova quadam ratione promota*.

El fundamento del método para las superficies establece que si dos figuras planas están comprendidas entre dos rectas paralelas, y si todas las intersecciones de esas figuras con una recta paralela a las dos primeras tienen la misma longitud, entonces las figuras planas tienen las mismas áreas.



El método se generaliza para encontrar el área de figuras cuando el área de los indivisibles está en una razón dada. Comparando sus indivisibles, podremos conocer la relación que guardan sus áreas o volúmenes. Kepler procede de esta manera para determinar el área de una elipse de semiejes  $a$  y  $b$ , para ello compara las secciones de la elipse a las de un círculo de radio  $a$ .



La comparación se puede llevar de dos formas: comparando todos los indivisibles de una figura de manera colectiva con todos los indivisibles de la otra figura también tomados colectivamente, es el método colectivo, al que Cavalieri da mayor preminencia. La alternativa es el método distributivo en donde se comparan, por separado, cada uno de los indivisibles de una figura con el correspondiente indivisible de la otra.

Cuando se desarrolla un método nuevo, es importante asegurarse que los resultados que se obtienen son los mismos que los ya conocidos. Así Arquímedes, utilizando el método de exhaustión junto a una doble reducción al absurdo, había mostrado que el área de un círculo no es ni mayor ni menor que el área de un triángulo cuya base es igual a la circunferencia del círculo y la altura igual al radio. Al mismo resultado se llega con indivisibles considerando que el área de un disco circular está formado por discos concéntricos, desarrollando estos círculos se obtienen segmentos de recta que forman un triángulo de base  $2\pi r$  y altura  $r$ .

Cavalieri utiliza su método para calcular volúmenes de diferentes sólidos. El principio establece que si dos sólidos están comprendidos entre dos planos y todas las intersecciones de estos sólidos con un plano paralelo a los dos primeros tienen la misma área, entonces los sólidos tienen el mismo volumen. Con este método Cavalieri comprueba el resultado obtenido por exhaustión por Arquímedes:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Cavalieri nunca fue explícito sobre el significado de indivisible, sugiere que el área está compuesta de indivisibles, de la misma forma que un collar está hecho de cuentas, una tela de hilo y un libro de páginas. Con estos argumentos se las arregló para comparar dos áreas o volúmenes y obtener relaciones correctas

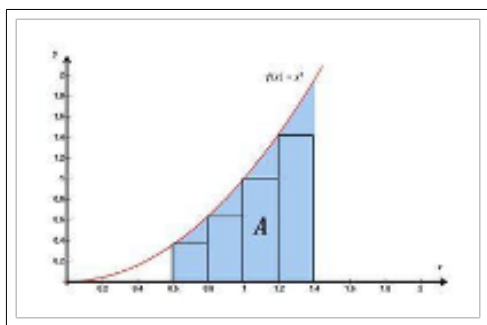
Tras la publicación de la *Geometría*, la fundamentación del método de los indivisibles suscitó serias objeciones. El jesuita suizo Paul Godin en su obra *Centrobarryca* arremete contra la fundamentación negando que pueda existir razón entre dos colecciones de líneas infinitas.

Pero la controversia no es solo matemática, es también una oposición ideológica y filosófica. El método fue en contra de los principios fundamentales de las «matemáticas jesuitas». Dicha tradición jesuita, establecida por Christopher Clavius, se inspira en el punto de vista euclidiano según el cual los matemáticos deben proceder de acuerdo a un enfoque sistemático y deductivo partiendo de postulados simples, y yendo hacia teoremas de complejidad creciente para describir las relaciones universales entre las figuras. El ideal se pone de manifiesto en la demostración constructiva. Para Clavius, la geometría euclídea era la ciencia que más se aproximaba al ideal jesuita de certeza, jerarquía y orden.

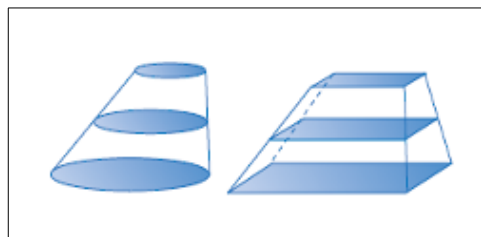
Cavalieri no recurre a las pruebas constructivas, considera una figura existente y la descompone para obtener

sus resultados. Es más, este método mal utilizado puede generar paradojas, desorden y caos.

En la actualidad para calcular el área de una superficie usamos el cálculo integral, se la descompone en rebanadas rectangulares y se calcula el límite de la suma de áreas cuando su anchura tiende hacia cero.



De la misma forma, para calcular el volumen de un sólido, se descompone en lonchas y se calcula el límite de los volúmenes cuando el espesor tiende a cero.



## Referencias

- [1] Boyer, C. B. (1996) *Historia de la matemática*. Alianza Editorial, Madrid.
- [2] Bourbaki, N. (1976) *Elementos de historia de las matemáticas*, Alianza Universidad, Madrid.
- [3] Collete, J. L. (1985) *Historia de las matemáticas*, Siglo XXI, Madrid.
- [4] Kline, M. (1992) *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días (II)*, Alianza Universidad, Madrid.
- [5] Rey Pastor, J. y Babini, J. (2013) *Historia de la Matemática*, 2 Vols., 2.<sup>a</sup> Edición, Gedisa, Barcelona. ■

### MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

# La Inteligencia Artificial también tiene prejuicios

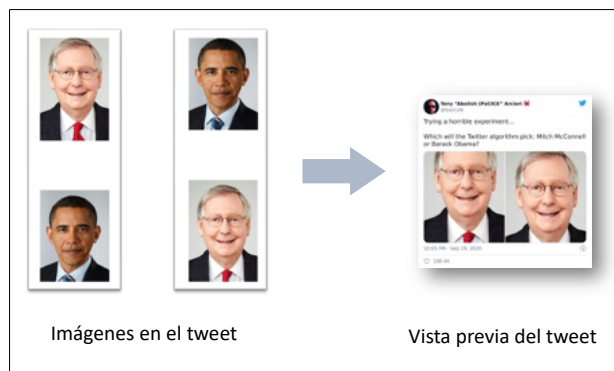
Rafael Cabañas de Paz  
Universidad de Almería

Es posible que muchos consideren que los prejuicios, el racismo o el machismo son aspectos que únicamente se manifiestan en las personas. De manera similar, se podría creer que las matemáticas, la inteligencia artificial (IA) o los algoritmos son objetivos e imparciales. No obstante, esto no es del todo cierto: la IA puede tener comportamientos sesgados o, en otras palabras, puede ser discriminatoria hacia ciertos grupos de individuos en función de factores como su raza, género, orientación sexual o situación socioeconómica.

Hace unos años, cuando las cámaras digitales con detección de caras comenzaron a salir al mercado, se descubrió que tenían sesgo. Esto significaba que no funcionaban tan bien con personas de diferentes razas, y daban mejores resultados con personas de raza blanca. ¿Por qué? Porque buscaban un conjunto de píxeles en forma ovalada de un determinado color para encontrar una cara en una imagen, y este color era «piel rosada». Como resultado, las personas con piel de otros colores no eran detectadas con la misma precisión.

Más recientemente, se presentó otro problema de sesgo

relacionado con la visión artificial en *Twitter*. La plataforma implementó un sistema para recortar automáticamente imágenes en la vista preliminar, con el objetivo de centrar la cara de la persona que apareciera en la imagen. Sin embargo, este sistema tenía un sesgo racial, pues en el caso de haber varias personas en la foto, la IA siempre daba preferencia a las caras blancas en lugar de las negras. Algunos usuarios realizaron una prueba subiendo diferentes fotos de Obama y otro senador blanco, y el sistema siempre recortaba la cara del senador blanco.



Ejemplo de sesgo en un sistema inteligente implementado por Twitter para recortar imágenes de forma automática

Aunque los ejemplos de sesgo en la IA parezcan anec-

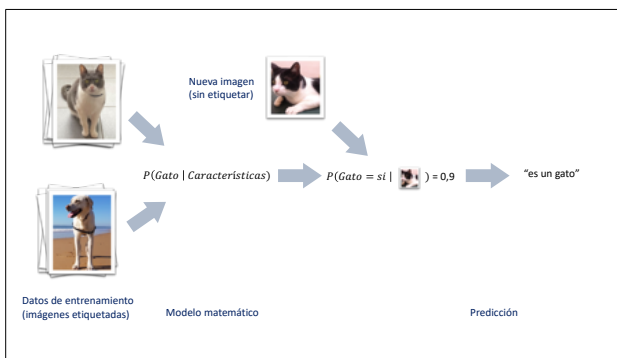


dóticos, pueden tener un impacto significativo en nuestras vidas, especialmente cuando se trata de cuestiones financieras. Por ejemplo, al solicitar un préstamo, es un ordenador el que analiza nuestros datos y evalúa el riesgo de impago. Sin embargo, es posible que este sistema ofrezca mejores condiciones a un hombre que a una mujer, incluso si ambos tienen el mismo historial financiero.

Un caso famoso ocurrió en 2019 con Steve Wozniak, co-fundador de *Apple*, quien reveló que el límite de crédito que se le ofrecía en su tarjeta *Apple Card* era 10 veces mayor que el ofrecido a su esposa, a pesar de que ambos tenían exactamente la misma cantidad de dinero y propiedades. Esto demuestra que el sesgo en la IA puede tener repercusiones reales en la vida cotidiana, incluyendo cuestiones económicas.

Podríamos preguntarnos por qué no se crean estos sistemas de forma que no tengan dichos sesgos. El principal problema reside en que los sistemas basados en IA aprenden por sí solos observando miles de datos. Esto es lo que se denomina *aprendizaje automático* o *machine learning* en inglés.

Imagina que tienes una caja llena de fotos de animales, algunas etiquetadas como perros y otras como gatos. Para enseñarle a un ordenador a reconocer la diferencia entre perros y gatos, puedes mostrarle miles de fotos etiquetadas y dejar que el ordenador identifique los patrones que distinguen a los perros de los gatos. Con el tiempo, el ordenador aprende a reconocer los rasgos distintivos de cada animal y puede clasificar nuevas fotos por sí mismo.



Proceso de aprendizaje de un modelo matemático para distinguir perros y gatos

En este proceso de aprendizaje, lo que hacemos es estimar una distribución de probabilidad, que nos dice lo probable que es que una foto sea de un perro o un gato, basándonos en características específicas de la foto.

Una distribución de probabilidad es básicamente una función que nos devuelve un valor entre 0 y 1 para ciertos valores de entrada.

Siguiendo con el ejemplo de los animales, tendríamos que estimar la distribución  $P(\text{Gato} | \text{PupilaVertical})$ , donde Gato y PupilaVertical son dos variables aleatorias que pueden tener los valores «si» o «no».

Después del aprendizaje, la distribución

$$P(\text{Gato} = \text{si} | \text{PupilaVertical} = \text{si})$$

podría tener un valor de 0,9, lo que indicaría que es muy probable que sea un gato si tiene las pupilas con forma vertical.

En un escenario real tendríamos de muchas más características, por ejemplo  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

En tal caso diríamos que una foto con características  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$  es de un gato si

$$P(\text{Gato} = \text{si} | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n)$$

es mayor de 0,5.

Cuando los datos de aprendizaje están sesgados, como por ejemplo si hay más fotos de perros que de gatos, el ordenador puede aprender a ser parcial hacia los perros y tener sesgos en sus decisiones.

De igual modo, el sesgo en la detección facial es debido a que la gran mayoría de fotos de entrenamiento son de personas blancas. No obstante, incluso si los datos de aprendizaje no tienen sesgos, puede ocurrir que se establezcan relaciones sesgadas.

Por ejemplo, si queremos predecir el riesgo de impago en un banco basándonos en registros de cientos de clientes, es lógico que aquellos con bajos ingresos tengan un mayor riesgo de impago. Sin embargo, personas de grupos minoritarios, como inmigrantes, pueden tener empleos mal remunerados. En este caso, un ordenador podría establecer erróneamente la relación de que un extranjero es más propenso al impago, incluso si tiene ingresos altos.

En términos generales, existen variables protegidas como la raza, nacionalidad, edad, género o religión, que pueden tomar valores sensibles asociados a grupos que suelen sufrir discriminación, como por ejemplo personas de nacionalidad extranjera. El objetivo es que un sistema inteligente aprenda de forma no sesgada, es decir, que genere las mismas salidas o clasificaciones sin importar estos valores.

Para ello existen multitud de técnicas, algunas de las más simples simplemente intentan utilizar datos de entrenamiento que contengan suficientes valores para todos los grupos. Otras en cambio actúan tras el aprendizaje comprobando si la clasificación hubiese sido distinta en caso de no tener valores sensibles.

Por ejemplo, si la clasificación para un extranjero que genera un sistema inteligente de un banco no es muy sólida, entonces se repite la clasificación pero cambiando el valor de la variable nacionalidad. En caso de que esta sea distinta, se puede asumir que ha habido una discriminación y ésta se cambia.

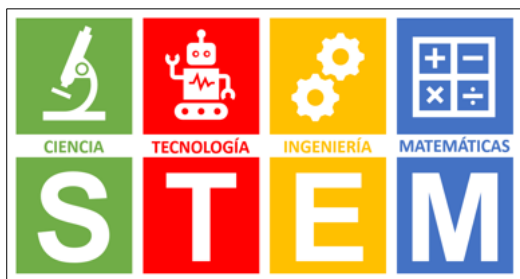
En conclusión, los sistemas basados en IA pueden comportarse de forma sesgada, principalmente porque no han aprendido con datos adecuados. Sin embargo, conseguir datos de esta naturaleza no es una tarea sencilla por lo que en otras ocasiones se prefiere corregir el comportamiento de los sistemas inteligentes. ■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

# La mujer y los estudios STEM

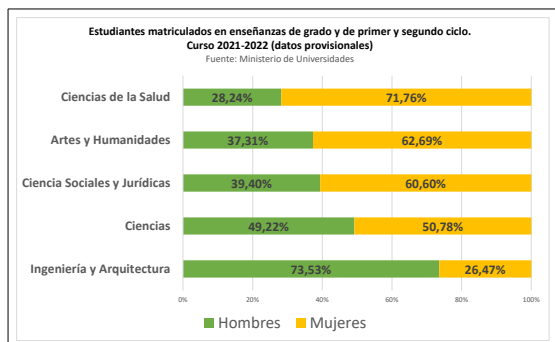
Juan Núñez Valdés  
 Universidad de Sevilla  
 Isabel María Ortiz Rodríguez  
 Universidad de Almería

El acrónimo STEM viene del inglés, de las palabras *Science, Technology, Engineering and Mathematics*, y fue acuñado en 1998 por la *National Science Foundation*, agencia federal norteamericana, para promover el progreso de la ciencia. Designa un modelo educativo basado en la enseñanza-aprendizaje de la Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas de manera integrada. Se trata de un enfoque que busca fomentar el pensamiento crítico, la resolución de problemas y el desarrollo de habilidades prácticas en los estudiantes, con el objetivo de prepararlos para afrontar los desafíos actuales y futuros.



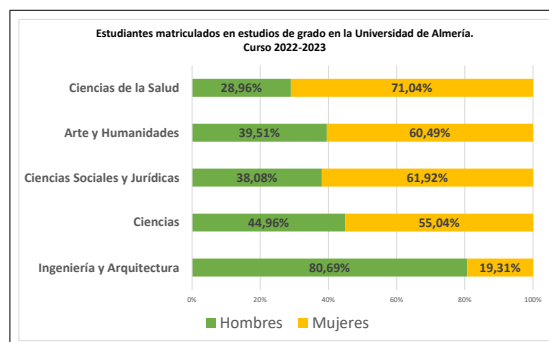
El modelo educativo STEM ha ganado popularidad en los últimos años y ha sido implementado en numerosos países a nivel mundial como una forma de mejorar la educación y la capacitación en estas áreas.

Cuando en la universidad hablamos de estudios STEM nos referimos a los grados de las ramas de conocimiento de Ciencias y de Ingeniería y Arquitectura. Respecto a la presencia de las mujeres en estos estudios, según las estadísticas de estudiantes del curso 2021/22 (datos provisionales) del Ministerio de Universidades, sólo el 26,5 % de los estudiantes de la rama Ingeniería y Arquitectura son mujeres, en Ciencias este porcentaje es del 50,8 %. Sin embargo, más de la mitad de los estudiantes son mujeres, el 56,3 %.



En la Universidad de Almería, en el curso 2022/23 hay un total de 11 135 estudiantes de grado, de los que

el 54,9 % son mujeres. De los 3049 estudiantes que cursan estudios STEM de grado, el 32 % son mujeres. En el siguiente gráfico podemos ver el desglose por ramas.



Este bajo porcentaje de presencia de la mujer en el campo STEM no solo se da en los estudios universitarios, sino que se extiende a la carrera profesional. Según datos del informe de 2021 sobre la promoción de la igualdad de género en la enseñanza y las carreras STEM, del Parlamento Europeo, la Unión Europea se enfrenta a una escasez de mujeres en la actividad profesional y la formación en el ámbito STEM, en especial si se tiene en cuenta que solo dos de cada cinco científicos e ingenieros son mujeres, pese a constituir el 52 % de la población europea y el 57,7 % de los poseedores de estudios superiores de la Unión.

¿Cuáles son los motivos de la baja presencia de la mujer en el mundo STEM? La *American Association of University Women*, asociación sin ánimo de lucro que trabaja en pro de la igualdad de género, apunta que los principales motivos son (ver [1]):

- Estereotipos de género: el sector del STEM se continúa percibiendo como eminentemente masculino y tanto padres como profesores desincentivan a las niñas desde muy pequeñas poniendo en duda su capacidad para las matemáticas.
- Entornos profesionales eminentemente masculinos, que no son precisamente inclusivos y donde el sexismo o el acoso siguen perviviendo.
- Escasez de referentes femeninos: cuando se habla de ciencia y tecnología, la inmensa mayoría de los referentes que escuchan las niñas son masculinos, a pesar de que la contribución de la mujer en este campo sea inmensa.

Entre las estrategias propuestas para abordar el problema de la brecha de género en STEM, la Comisión Europea señala las siguientes relacionadas con la educación:

- Promover modelos femeninos a seguir: aumentar la visibilidad de las mujeres en STEM, incluyendo su

representación en la educación, los medios de comunicación y la investigación, para fomentar el interés y la confianza de las niñas y las mujeres en estos campos.

- Mejorar la educación STEM: reformar los currículos y los métodos de enseñanza para hacerlos más inclusivos y equitativos, y ofrecer programas específicos de apoyo para las niñas y las mujeres en STEM.



Georgette Yakman, experta en educación transversal, introdujo en 2006 el término STEAM, como una extensión de STEM, añadiendo la «A» de arte, y entendiéndolo como ciencia y tecnología tratadas a través de las ingenierías y las artes, todo ello basado en las matemáticas y enfocado a la formación integral de los trabajadores del futuro

(ver [2]), generando innovación y motivación, además de asociar el pensamiento lógico con la creatividad.

A pesar del indudable crecimiento y éxito que está teniendo la educación STEM/STEAM entre los jóvenes, la presencia de las mujeres en las carreras y profesiones relacionadas con la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas es todavía escasa. Debemos seguir trabajando para conseguir reducir la brecha de género y promover una mayor diversidad y equidad en estas áreas.

## Referencias

- [1] Chueke Perles, D. (7 de abril de 2018). *Qué son las «mujeres STEM» y por qué son importantes para el desarrollo de la tecnología*. Diario La Nación. Argentina <sup>3</sup>.
- [2] Yakman, G. y Lee, H. (2012). *Exploring the Exemplary STEAM Education in the U.S. as a Practical Educational Framework for Korea*. J Korea Assoc. Sci. Edu, 32 : 6, 1072–1086.

### PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

# El pequeño teorema de Wedderburn

Juan Antonio López Ramos  
Universidad de Almería

Una de las principales características de un matemático es el espíritu crítico, lo que le lleva constantemente a pensar en los resultados propios y ajenos para analizar las demostraciones hasta el último detalle en la búsqueda de su total comprensión y relación con otros conceptos y/o resultados. Por este motivo son numerosos los resultados matemáticos que han sido demostrados de modo distinto y, a veces, usando técnicas realmente diferentes a lo largo de la historia. Un ejemplo de esto es el conocido como *teorema de Wedderburn* o *pequeño teorema de Wedderburn*. Para entenderlo necesitaremos algunos conceptos.



Joseph Wedderburn (1882-1948)

En primer lugar nos referiremos al concepto de *cuerpo*. Un cuerpo es una estructura algebraica con la que nos encontramos muy familiarizados desde nuestras primeras nociones sobre matemáticas. Esta estructura consiste en un conjunto con dos operaciones, una suma y un producto, que satisfacen todas aquellas propiedades que estamos acostumbrados a utilizar cuando realizamos cual-

quier tipo de cálculo elemental.

Estas son las propiedades conmutativa, asociativa, distributiva del producto respecto de la suma, la existencia de dos elementos neutros para cada una de las operaciones, que denotamos por 0 en el caso de la suma y 1, en el del producto, así como la existencia de elemento opuesto y elemento inverso.

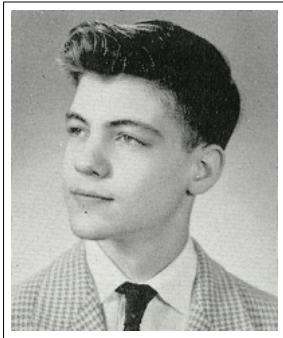
Ejemplos de estas estructuras son los **números racionales**, los **números reales** o los **números complejos**. En el caso finito, tenemos un ejemplo construido a partir del conjunto de los números enteros, denotado por  $\mathbb{Z}_p$ , para  $p$  un número primo, y cuyas operaciones de suma y producto se llevan a cabo sumando o multiplicando y tomando el resto de dividir el resultado por  $p$ . Es posible demostrar que cualquier cuerpo finito es uno de estos o bien, una estructura construida, a su vez, a partir de este ejemplo.

Las estructuras algebraicas más cercanas a los cuerpos son los conocidos como *anillos de división*, que satisfacen todas las propiedades de un cuerpo, salvo la propiedad conmutativa para el producto. El ejemplo más sencillo de estos es el conocido como *anillo de los cuaterniones*, de gran importancia en física y definido como el conjunto de elementos de la forma  $a + bi + cj + dk$ , con  $a, b, c$  y  $d$  números reales y tales que  $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ , y que es un ejemplo de un anillo de división con infinitos elementos.

<sup>3</sup>[www.lanacion.com.ar/sociedad/que-son-las-mujeres-stem-y-por-que-son-importantes-para-el-desarrollo-de-la-tecnologia-nid2112944](http://www.lanacion.com.ar/sociedad/que-son-las-mujeres-stem-y-por-que-son-importantes-para-el-desarrollo-de-la-tecnologia-nid2112944).



Pues bien, el *teorema de Wedderburn* afirma que «cualquier anillo de división con un número finito de elementos es necesariamente un cuerpo», es decir, verifica la propiedad conmutativa para el producto.



Ted Kaczynski en el anuario de la escuela secundaria

Como se ha dicho anteriormente, existen diferentes pruebas de este hecho (curiosamente, la primera históricamente, gracias a la que recibe su nombre, tiene un error), pero la que nos interesa en este punto es la realizada por Ted Kaczynski en 1964. Lo bello de esta prueba es la utilización, únicamente, de conceptos sobre grupos, una estructura algebraica notablemente más débil que la de anillo, así como de propiedades intrínsecas de los grupos multiplicativos que definen  $\mathbb{Z}_p$  y los cuaterniones, anteriormente citados.

Pero lo llamativo de este resultado no se restringe a la prueba, sino también a su autor. Ted Kaczynski es un brillante matemático con un alto grado de espíritu crítico, lo

que le llevó a poner en cuestión la sociedad industrial en la que vivimos, llegando a obsesionarse hasta tal punto de cometer horribles atentados con envíos de paquetes bomba a universidades y aerolíneas, de ahí el sobrenombre que le puso el FBI y por el cual es más conocido: *Unabomber* (University and Airline Bomber). Kaczynski prometió en 1995, en una carta enviada al *NY Times*, el cese de su actividad violenta si este periódico o el *Washington Post* publicaban su conocido manifiesto: *La sociedad industrial y su futuro*. En 1996, Unabomber fue detenido y condenado a ocho penas de cadena perpetua por su actividad terrorista, que inició en 1978, diez años después de abandonar su brillante carrera como matemático.

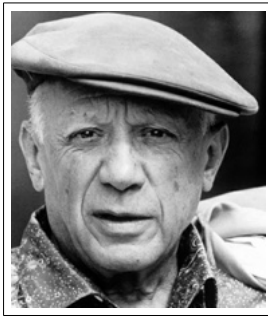
## Referencias

- [1] T. J. Kaczynski, *Another Proof of Wedderburn's Theorem*, *The American Mathematical Monthly*, Vol. 71, No. 6 (Jun. - Jul., 1964), pp. 652-653.

## CULTURA Y MATEMÁTICAS

# La cuarta dimensión de Pablo Picasso

Raúl Ibáñez Torres  
Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibersitatea

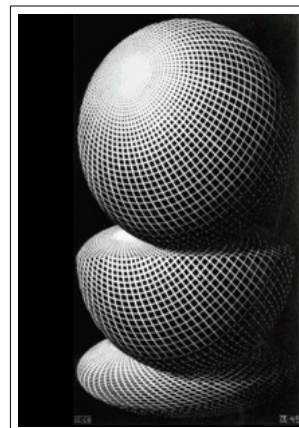


Pablo Picasso

El pasado 8 de abril de 2023 se ha celebrado el 50 aniversario de la muerte del artista malagueño Pablo Picasso (1881-1973). Esta celebración me ha parecido una excusa excelente para recuperar la importancia que la cuarta dimensión tuvo para Picasso y el cubismo.

Como comentaba en el libro *La cuarta dimensión, ¿es nuestro universo la sombra de otro?* (El mundo es matemático, RBA, 2010), la perspectiva renacentista, que buscaba la representación de lo que ve el ojo del artista, el ojo humano dominó el arte durante cinco siglos. Sin embargo, la invención de la fotografía, que permitía tener una imagen fiel, en perspectiva, de lo que se encuentra delante de la cámara, junto con otras muchas influencias filosóficas, sociales y culturales, determinó que los artistas fueran alejándose cada vez más de la perspectiva renacentista. Y la cuarta dimensión, que había surgido dentro de las matemáticas, pero que había traspasado el ámbito de la ciencia para calar en la sociedad y la cultura de finales del siglo XIX y principios del XX, se convirtió en un símbolo de liberación y fuente de nuevas ideas para las vanguardias, en particular, para los cubistas, que se apoyaron en ella para romper con la perspectiva renacentista.

Los pintores franceses Albert Gleizes (1881-1953) y Jean Metzinger (1883-1956), dos de los cubistas más teóricos, explicaban en su libro *Sobre el cubismo* (1912) que el pintor cubista, en contra de la perspectiva renacentista, no trata de plasmar un objeto como él o cualquier otra persona lo ve, sino que intenta representarlo tal cual es. Existe una anécdota interesante sobre Picasso a este respecto. En un tren en el que viajaba alguien le preguntó por qué no podía pintar a la gente tal como era en realidad, por qué tenía que distorsionar la imagen de las personas. Picasso le pidió al hombre una foto de su familia. Después de observarla, Picasso le replicó: «¡Oh! ¿su mujer es realmente pequeña y plana?». En definitiva, la imagen en perspectiva de un objeto, por muy realista que sea la pintura o incluso si es una fotografía, no nos muestra a este tal cual es, sino una perspectiva del mismo.



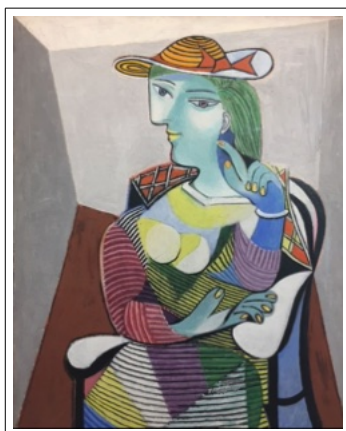
Tres esferas I

La obra *Tres esferas I* (1945) del artista neerlandés M. C. Escher (1898-1972) es un buen ejemplo de la mentira que puede estar contenida en una imagen bidimensional.

La solución que toman los cubistas para romper con la perspectiva e intentar pintar el objeto tal como es, y no como se ve, es introducir diferentes puntos de vista del mismo en el lienzo.

Un ejemplo lo encontramos en el cuadro de Picasso, *Retrato de Marie-Thérèse Walter* (1937), que aunque ya no pertenece al periodo cubista nos ilustra el uso de diferentes perspectivas.

Ya el sombrero nos indica dos puntos de vista diferentes: uno por encima del mismo y otro por debajo; la cara de este joven amor de Picasso (con un estilo picasiano clásico) requiere un punto de vista para cada uno de sus ojos, otro para los labios, un cuarto para la nariz, y otro más para el pelo; en el cuerpo podemos distinguir también más de una perspectiva; la silla necesita al menos dos puntos de vista, como muestran sus brazos; o el suelo posiciona al observador por encima de la mujer, mirando de arriba abajo, mientras que el techo está pintado mirando en sentido contrario.



*Retrato de Marie-Térèse Walter*

Sin embargo, la técnica utilizada en los primeros años fue romper la figura en pequeños planos, cada uno de los cuales muestra un punto de vista distinto, que en su conjunto conforman la imagen del sujeto plasmado en el lienzo. La intención era representarlo desde «todos» los puntos de vista.

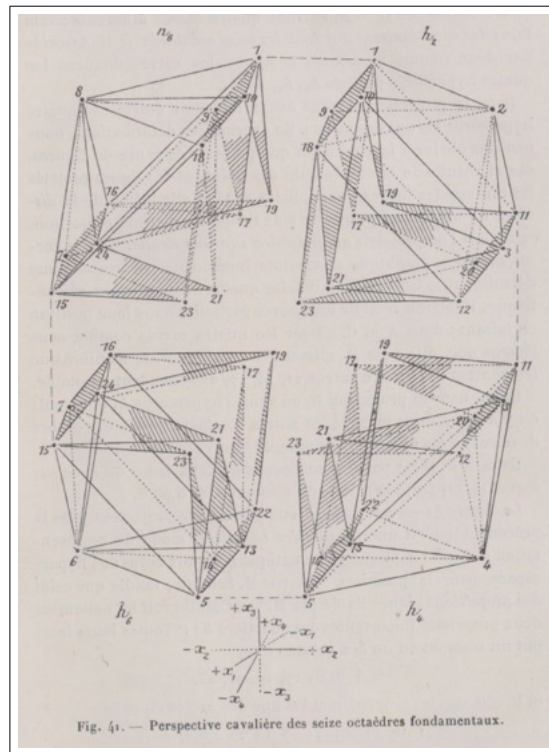


*Retrato de Ambroise Vollard*

La imagen adquiere de esta forma cierta complejidad que recuerda a las representaciones geométricas de los objetos de multidimensionales (como el hiper-cubo). Un ejemplo de esta técnica cubista lo encontramos en cuadros de la época del cubismo analítico de Picasso, por ejemplo, *Retrato de Ambroise Vollard* (1910).

La relación directa de esta solución cubista con la cuarta dimensión (que requeriría una explicación más detallada, pero como decía el matemático francés Pierre de Fermat (1607–1665) «este margen es demasiado estrecho para contenerla», puede leerse en el libro *La cuarta dimensión*) es que la retina de un «ser de la cuarta dimensión» que mirase a un ser nuestra tercera dimensión, captaría, al mismo tiempo, toda la superficie exterior del mismo (e incluso la interior), es decir, nos vería desde todos los puntos de vista posibles a la vez, que es en gran medida el objetivo de los cubistas. Además, algunos de ellos toman el pensamiento o la imaginación como el camino hacia la cuarta dimensión; a este respecto Picasso

decía: «Yo pinto los objetos como los pienso y no como los veo». Más aún, los pintores cubistas asocian el espacio de la perspectiva renacentista con el espacio euclídeo tri-dimensional, mientras que el nuevo espacio de la pintura que ellos introducen lo asocian con la cuarta dimensión y las geometrías no euclídeas.



*Perspectiva caballera [ortogonal oblicua] de los 16 octaedros fundamentales del icosaedro 4-dimensional del libro *Traité élémentaire de géométrie à quatre dimensions* (1903), del ingeniero militar y matemático Esprit Jouffret (1837–1904)*

Pablo Picasso entró en contacto con la cuarta dimensión de la mano del matemático y actuario Maurice Princet (1875–1973), quien conoció al pintor en 1905 y se relacionó con los miembros de la conocida como «La banda de Picasso», y posteriormente con el *Grupo de Puteaux*. Solía darles charlas informales, muy especialmente sobre la cuarta dimensión y las geometrías no euclídeas. Además, Princet les acercó a las obras de algunos matemáticos, como el francés Henri Poincaré (1854–1912). Metzinger en sus memorias escribiría: «A menudo Maurice Princet se unía a nosotros. [...] Él concebía las matemáticas como un artista y aludía a los espacios  $n$ -dimensionales como un esteta. Le gustaba interesar a los pintores en los nuevos conceptos de espacio introducidos por Victor Schlegel y otros, y tuvo éxito en ello».

«Se ha reprochado enérgicamente a los pintores nuevos sus preocupaciones geométricas. Sin embargo, las figuras geométricas son lo esencial del dibujo. La geometría, ciencia que tiene por objeto la extensión, su medida y sus relaciones, ha sido siempre la regla misma de la pintura. Hasta ahora, las tres dimensiones de la geometría euclidiana bastaban a las inquietudes que nacían del sentimiento de infinito en el alma de los grandes artistas.

Los pintores nuevos no se han planteado ser geómetras, como tampoco lo hicieron sus ancestros. Pero puede decirse



que la geometría es a las artes plásticas lo que la gramática es al arte del escritor. Así pues, hoy, los sabios ya no se limitan a las tres dimensiones de la geometría euclidiana. Los pintores se han visto conducidos, natural y, por así decirlo, intuitivamente, a preocuparse por las nuevas medidas posibles de la extensión que en el lenguaje de los mundillos modernos se designaban global y brevemente por el término de cuarta dimensión.

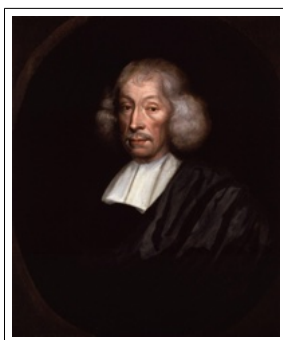
Tal y como se presenta en la mente, desde el punto de vista plástico, la cuarta dimensión estaría engendrada por las tres mediadas conocidas: configura la inmensidad del espacio, eternizándose en todas las direcciones en un momento determinado. Es el espacio mismo, la dimensión del infinito; es la que dota a los objetos de plasticidad.»

Guillaume Apollinaire, *Meditaciones estéticas. Los pintores cubistas* (1913) ■

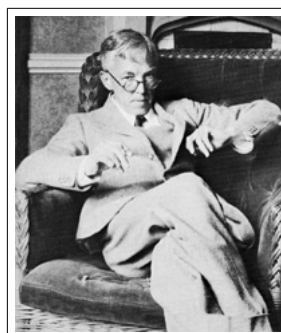
## Citas Matemáticas

«El álgebra es la metafísica de la aritmética.»

«El matemático, como el poeta, construye modelos. Si estos modelos son más permanentes que otros es porque están contruidos con ideas.»



John Ray (1627–1705), naturalista inglés.



Godfrey H. Hardy (1877–1947), matemático inglés.

## Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

### Las matemáticas como herramienta de creación artística.

Raúl Ibáñez Torres.



#### Ficha Técnica

Editorial: Catarata.

142 páginas.

ISBN: 978-84-1352-667-6.

Año: 2023.

Para todos aquellos que somos aficionados a la divulgación científica, especialmente en el campo de las matemáticas, Raúl Ibáñez no necesita presentación alguna.

Posee una dilatada carrera como divulgador iniciada 20 años atrás con la creación del portal *DivulgaMAT*. Colabora habitualmente en el blog *Cuadernos de Divulgación Científica*, ha impartido multitud de conferencias y ha participado en diversos programas de radio y televisión, como es el caso de *Órbita Laika*.

Además, ha publicado varios libros y, en esta reseña, vamos a comentar su última obra, *Las matemáticas como herramienta de creación artística*.

Raúl es un apasionado del arte. Tuvimos el privilegio de publicar cuatro artículos suyos en el Boletín sobre los

números y el arte en los volúmenes VII y IX. Casualmente, en este número vuelve a colaborar con nosotros con un estupendo artículo sobre Picasso y la cuarta dimensión.

En cuanto al libro que reseñamos, he de reconocer que el contenido me ha sorprendido enormemente pues el recorrido que se presenta por el arte contemporáneo y su relación con las matemáticas me es absolutamente desconocido. Amén de exhaustiva, se trata de una obra tremendamente original pues se presentan artistas que no son muy conocidos —por lo menos para el gran público— que han utilizado las matemáticas para realizar su obra. Este hecho es lo que hace este texto más original aún, no presenta artista cuyas obras están relacionadas con las matemáticas, son artistas que *utilizan* las matemáticas para sus creaciones.

El libro se estructura en cinco capítulos con títulos muy sugerentes: *Geometría: el teorema de Pitágoras*, *Topología: la banda de Moebius*, *Álgebra: grupos y matrices*, *Combinatoria: permutaciones y combinaciones* y *Matemática recreativa: cuadrados mágicos y latinos*.

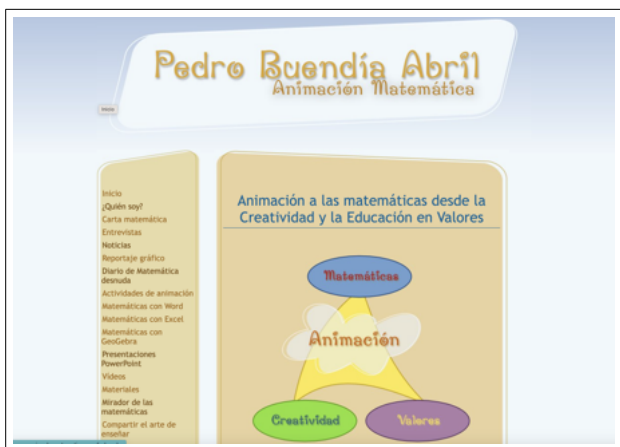
No descubro más sobre el contenido para no estropear el efecto sorpresa e invito a los lectores a sumergirse en este magnífico texto que hará las delicias tanto de las persona aficionadas a las matemáticas como las que lo son al arte contemporáneo —circunstancias no incompatibles—.

Fernando Reche Lorite  
Universidad de Almería



## Páginas web y redes sociales

[www.animadormatematico.com](http://www.animadormatematico.com)

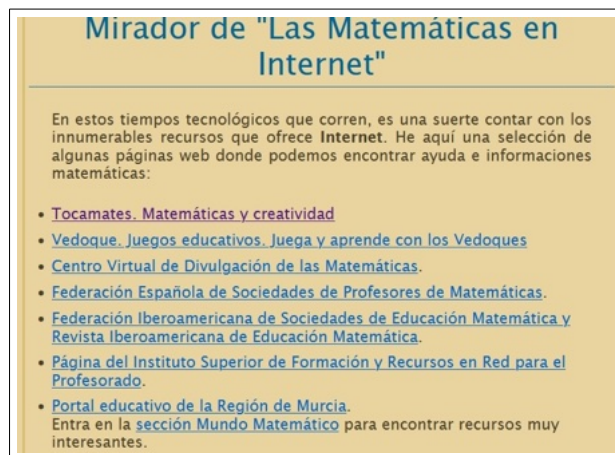


La página web [www.animadormatematico.com](http://www.animadormatematico.com) está construida por Pedro Buendía Abril, que es especialista en educación de adultos.

Hay secciones muy variadas y originales. Unas tratan específicamente de cómo hacer matemáticas con determinados programas informáticos como *Word*, *Excel* o *GeoGebra*. Aparecen entrevistas escritas y en audio sobre temas relacionados con la importancia divulgativa de las matemáticas. También se hace eco de las noticias que aparecen en la prensa en los últimos meses y que tienen que ver con las ciencias experimentales.

El carácter que tiene lo expuesto es tremendamente didáctico y atractivo, especialmente para gente con curiosidad y ganas de aprender. No faltan vídeos, libros, presentaciones en *PowerPoint*, siempre siendo positivo en la

exposición y enfoque de los temas: la alegría de vivir las matemáticas, animación matemática, matemáticas divertidas, la circunferencia humana.



Se ofrecen recursos informáticos tanto para aprender como enseñar y divulgar matemáticas. Aparecen numerosas ayudas sobre materiales para enseñar matemáticas para desarrollar la técnica del ABN (aprendizaje basado en números).

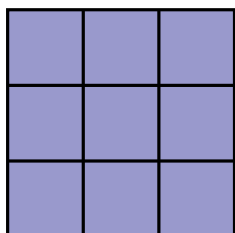
Se ha hecho un gran esfuerzo y trabajo para acercar las matemáticas a un público muchas veces olvidado por la sociedad: los adultos, que pueden disfrutar de una animada visión de esta ciencia y aportar sus experiencias.

*Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López*  
Universidad de Almería

## Acertijos

### Segmentos y cuadrados

En la siguiente figura pueden verse 9 cuadrados idénticos. Eliminando  $n$  segmentos deben quedar 5 cuadrados. Seguro que hallas algún modo de conseguirlo con  $n = 4$ ,  $n = 6$  y  $n = 8$ .



(En el próximo número aparecerá la solución.)

Propuesto por Juan Carlos Navarro Pascual  
Universidad de Almería

### Solución al acertijo del número anterior

El número representado por  $X$  en la lista

$$\{106, 215, 326, X, 644, 851\}$$

era el correspondiente a la habitación de un hotel que se ofrecía de forma gratuita si el cliente era capaz de adivinarlo. Con un poco de color la solución se hace aún más visible:

$$\{106, 215, 326, X, 644, 851\}.$$

Si ponemos  $X = abc$  es claro que  $b = 3$ . Además, como puede apreciarse, las cifras situadas en los extremos (16, 25, 36, ac, 64, 81) constituyen cuadrados perfectos consecutivos y, por tanto,  $ac = 49$ .

Concluimos así que  $X = 439$ .

Resuelto por Juan Carlos Navarro Pascual  
Universidad de Almería

## TERRITORIO ESTUDIANTE

# Doble Grado en Economía y Matemáticas

## Un pequeño análisis

Manuel Álvarez Molina Prados

Andrea Estrada Escáñez

Cristina Martín Aguado

Pablo Sánchez Martínez

Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

En esta edición del Boletín Matemático, hemos querido explorar la nueva propuesta académica de la *Universidad de Almería*: el Doble Grado de Matemáticas y Economía. Para ello, nos acercamos a los propios estudiantes que cursan esta interesante combinación de estudios para conocer sus impresiones y experiencias. ¿Qué les llevó a elegir esta combinación? ¿Cómo ha sido la experiencia de estudiar matemáticas y economía al mismo tiempo? ¿Han encontrado conexiones interesantes entre estas dos áreas del conocimiento? Además, también indagamos sobre los cambios en la forma de enseñar y enfocar las matemáticas en comparación con el bachillerato. ¡Descubre las respuestas en esta sección dedicada al Doble Grado de Matemáticas y Economía en el Territorio del Estudiante!



En cuanto a lo que llamó la atención a los estudiantes del Doble Grado de Matemáticas y Economía, encontramos diferentes respuestas. Algunos estudiantes mencionaron que eligieron esta combinación porque les gusta la idea de enfocar sus estudios de matemáticas en un plano relacionado con la economía. Otros estudiantes destacaron que ambas

áreas, las matemáticas y la economía, son importantes y presentes en la sociedad actual, lo cual les resultó atractivo. Además, algunos estudiantes expresaron que siempre les llamaron la atención las matemáticas, y que en bachillerato surgió su curiosidad por la economía, por lo que consideraron que este doble grado era la oportunidad ideal para combinar ambas áreas.

En cuanto a la experiencia de estudiar matemáticas y economía al mismo tiempo, los estudiantes tuvieron opiniones diversas. Algunos expresaron que están disfrutando mucho de la experiencia y que han encontrado interesantes conexiones entre ambas áreas. Otros mencionaron que, hasta el momento, no han encontrado muchas conexiones, pero que les gusta cómo se complementan entre ellas y cómo pueden alternar entre asignaturas de ambas carreras, lo cual hace que no se vuelva monótono. Algunos estudiantes también mencionaron que esperan encontrar conexiones más interesantes en años posteriores, ya que las asignatu-

ras de economía que han cursado hasta el momento han sido más globales.

Los estudiantes destacaron diferencias significativas en la forma en que se enseñan y enfocan las matemáticas en comparación con los estudios de bachillerato. Algunos mencionaron que en bachillerato las matemáticas se basaban principalmente en aprender fórmulas y conceptos, mientras que en la carrera de matemáticas se enfoca más en razonar, justificar y demostrar. Esto ha implicado un cambio radical en su método de estudio y han tenido que adaptarse a esta nueva forma de abordar las matemáticas en la universidad. Otros estudiantes también destacaron que las asignaturas de matemáticas en la universidad son más difíciles y requieren dedicar más tiempo y esfuerzo que las asignaturas de bachillerato.

En la gestión del equilibrio entre las exigencias de ambos grados, los estudiantes tuvieron diferentes experiencias. Algunos mencionaron que ha sido difícil manejar las diferentes demandas de ambas carreras, ya que requieren tiempo y esfuerzo por separado, lo cual puede resultar desafiante. Sin embargo, otros estudiantes destacaron que han aprendido a organizarse y a establecer prioridades para poder equilibrar las exigencias de ambos grados de manera efectiva.

Desde el punto de vista de los profesores, se ha identificado que algunos estudiantes pueden tener dificultades en contenidos básicos de cálculo o física, ya que no los han cursado previamente en el Bachillerato. Sin embargo, se destaca que los estudiantes que acceden a este doble grado suelen tener un nivel académico alto y que la atención puede ser más personalizada debido al reducido número de estudiantes en el grupo.

Además, se menciona que la estructura teórica y de contenidos debe ser similar a la del Grado en Matemáticas, pero se puede adaptar en la selección de ejercicios, problemas y motivación de conceptos para satisfacer las necesidades específicas de este doble grado. Se enfatiza que se trabaja en fortalecer las competencias necesarias de la asignatura, centrándose en la parte deductiva y de razonamiento, para facilitar el aprendizaje de los estudiantes. Finalmente, se destaca el compromiso del profesorado y la Facultad en la evolución del programa para satisfacer las demandas de



los estudiantes y las necesidades del mercado laboral.

En conclusión, el Doble Grado de Matemáticas y Economía en la *Universidad de Almería* ha despertado el interés de muchos estudiantes que buscan combinar dos áreas de conocimiento fundamentales en la sociedad actual. Los estudiantes entrevistados destacaron la atracción que sintieron por la posibilidad de enfocar sus estudios hacia una carrera relacionada con la economía, así como la complementariedad y la frescura de alternar asignaturas de ambas disciplinas.

Sin embargo, también reconocieron que estudiar matemáticas y economía al mismo tiempo ha implicado ajustes y cambios en la forma en que se enseñan y enfocan las matemáticas en comparación con los estudios de bachillerato. Los desafíos incluyen aprender a razonar, justificar y demostrar de manera más profunda y rigurosa, lo cual requiere un nuevo método de estudio y enfoque.

A pesar de los desafíos, los estudiantes entrevistados manifestaron que están disfrutando de la experiencia y va-

loran la oportunidad de adquirir una formación interdisciplinaria que les permitirá tener una visión más completa y amplia del mundo laboral. Gestionar el equilibrio entre las exigencias de ambos grados puede resultar difícil, pero muchos estudiantes han encontrado estrategias para manejar las diferentes demandas académicas y aprovechar al máximo esta experiencia única.

En resumen, el Doble Grado de Matemáticas y Economía en la *Universidad de Almería* ofrece una propuesta académica atractiva para aquellos estudiantes interesados en combinar dos áreas del conocimiento. La experiencia de estudiar matemáticas y economía al mismo tiempo ha implicado ajustes y desafíos, pero también ha brindado oportunidades para aprender y crecer en ambos campos. Con una gestión adecuada del equilibrio entre las exigencias de ambos grados, los estudiantes pueden disfrutar de una formación interdisciplinaria valiosa que les preparará para enfrentar los retos del mundo laboral con una perspectiva amplia y diversificada. ■

TERRITORIO ESTUDIANTE

# Club de matemáticas

## Seminario de teoría de números clásica para alumnado del grado

Álvaro Otero Sánchez  
 Juan Francisco Cuevas Rodríguez  
 Alberto Márquez Salido  
*Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL*

El viernes 14 de abril, se reunieron varios estudiantes de todos los cursos del grado de matemáticas para asistir a la charla divulgativa *Los números primos no son tan aleatorios como piensas*.



Foto de familia

La charla ha sido organizada íntegramente por estudiantes del grado de matemáticas. Para ser más exactos, Alvaro Otero Sanchez, de 4.º de carrera, y Juan Francisco Cuevas Rodríguez y Alberto Márquez Salido, de 2.º año. Los tres son exolímpicos, que, tras su participación en la OME, han colaborado en varias ocasiones con el departamento. Dicha contribución se extiende desde su apoyo y participación en eventos como *Indalmat*, hasta su labor como preparadores de estudiantes de ESO y Bachillerato

para convertirlos en futuros olímpicos.

El seminario ha consistido en una charla divulgativa sobre teoría de números clásica, con una duración de una hora, y de un taller de introducción a métodos y estrategias para la resolución de problemas. Además, estas han estado separadas por un *Kahoot*, y se ha concluido con un concurso de resolución de problemas. En ambas competiciones, los ganadores han sido obsequiados con camisetas y agendas del departamento de matemáticas.

El evento ha tenido una amplia acogida entre los estudiantes del grado de matemáticas, llegando a tener a 40 alumnos además de algunos profesores entre los asistentes en la charla divulgativa, y a 20 estudiantes en el taller de resolución de problemas.



Un momento de la actividad

El seminario ha sido un proyecto piloto para dos iniciativas relativas al grado de matemáticas. La primera es servir como antesala para dar un marco a los estudiantes



que les permitan organizar mas seminarios como el acontecido el pasado viernes. Y el segundo, es intentar formar una *club de matemáticas* en Almería. Dicho club podría ser una plataforma para organizar eventos más grandes, traer a divulgadores famosos para dar charlas o talleres en la Universidad, la organización de encuentros estudianti-

les que permitan acercar a los distintos miembros de la facultad. . .

Este evento ha sido logrado gracias al apoyo por parte de la *Facultad de Ciencias Experimentales* y del Departamento de Matemáticas, las cuales nos han proporcionado la ayuda necesaria para llevarlo a cabo. ■

## Responsables de las secciones

### ♦ ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN LA UAL

- *Actividades organizadas*: Helena Martínez Puertas ([hmartinez@ual.es](mailto:hmartinez@ual.es)) y Sergio Martínez Puertas ([spuertas@ual.es](mailto:spuertas@ual.es)).
- *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar ([balcazar@ual.es](mailto:balcazar@ual.es)) y Fernando Reche Lorite ([freche@ual.es](mailto:freche@ual.es)).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Inmaculada López García ([milopez@ual.es](mailto:milopez@ual.es)).

### ♦ DE LA ENSEÑANZA MEDIA A LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA

- *Experiencias docentes*: David Crespo Casteleiro ([davidcasteleiro@hotmail.com](mailto:davidcasteleiro@hotmail.com)), Pilar Gámez Gámez ([mpgamez75@gmail.com](mailto:mpgamez75@gmail.com)) y Belén Ortega Sánchez ([bortega@sek.es](mailto:bortega@sek.es)).
- *Enseñanza bilingüe*: Daniel Prados Torrecillas ([plurilinguismo.dpal.ced@juntadeandalucia.es](mailto:plurilinguismo.dpal.ced@juntadeandalucia.es)).

### ♦ DIVULGACIÓN MATEMÁTICA

- *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero ([edeamo@ual.es](mailto:edeamo@ual.es)) y Blas Torrecillas Jover ([btorrecci@ual.es](mailto:btorrecci@ual.es)).
- *Concurso de problemas*: Juan Carlos Navarro Pascual ([jcnav@ual.es](mailto:jcnav@ual.es)) y Miguel Ángel Sánchez Granero ([misanche@ual.es](mailto:misanche@ual.es)).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara ([mgamez@ual.es](mailto:mgamez@ual.es)), Juan Antonio López Ramos ([jlopez@ual.es](mailto:jlopez@ual.es)), Francisco

Luzón Martínez ([fluzon@ual.es](mailto:fluzon@ual.es)) y Antonio Salmerón Cerdán ([asalmero@ual.es](mailto:asalmero@ual.es)).

- *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez ([iortiz@ual.es](mailto:iortiz@ual.es)) y Maribel Ramírez Álvarez ([mramirez@ual.es](mailto:mramirez@ual.es)).
  - *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas ([jlrodri@ual.es](mailto:jlrodri@ual.es)) y José Ramón Sánchez García ([jramon\\_sg@hotmail.com](mailto:jramon_sg@hotmail.com)).
  - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy ([amorales@ual.es](mailto:amorales@ual.es)) y Fernando Reche Lorite ([freche@ual.es](mailto:freche@ual.es)).
  - *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia ([jcarmona@ual.es](mailto:jcarmona@ual.es)) y José Escoriza López ([jescoriz@ual.es](mailto:jescoriz@ual.es)).
  - *Citas matemáticas*: Fernando Reche Lorite ([freche@ual.es](mailto:freche@ual.es)).
  - *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas ([jrgroz@ual.es](mailto:jrgroz@ual.es)) y José Antonio Rodríguez Lallena ([jarodrig@ual.es](mailto:jarodrig@ual.es)).
  - *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual ([jcnav@ual.es](mailto:jcnav@ual.es)).
- ♦ TERRITORIO ESTUDIANTE: Manuel Álvarez Molina Prados ([mam562@inlumine.ual.es](mailto:mam562@inlumine.ual.es)), Andrea Estrada Escánez ([aee622@inlumine.ual.es](mailto:aee622@inlumine.ual.es)), Cristina Martín Aguado ([cristina\\_martinaguado@yahoo.es](mailto:cristina_martinaguado@yahoo.es)) y Pablo Sánchez Martínez ([pablosanchezm31@gmail.com](mailto:pablosanchezm31@gmail.com)).

### Aviso legal

Las opiniones expresadas en esta revista son las de los autores, y no representan necesariamente las del equipo editorial del *Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL*.

Los derechos de copyright de los artículos publicados pertenecen al *Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL*. Cualquier persona física o jurídica que desee utilizar una parte o la totalidad de algún artículo, podrá hacerlo citando la fuente de referencia y su autor o autores.