

APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS APLICADO A LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

Project-based learning applied to teaching statistics

JORGE SICRE PÉREZ



TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Educación Primaria. Universidad de Almería

Mayo 2022

Directora: María del Mar López Martín

Codirectora: Carmen Gloria Aguayo Arriagada

*¿Qué es un maestro? Yo te respondo: no es aquel
que enseña algo, sino aquel que inspira al alumno
para que dé lo mejor de sí para descubrir un
conocimiento que ya tiene en el alma.*

Paulo Coelho

Reconocimiento

Investigación realizada en el marco del Grupo PAI, FQM-126 (Junta de Andalucía), el proyecto de investigación EDU2016-74848-P (AEI, FEDER), el proyecto de investigación PID2019-105601GB-100/AEI/10.13039/501100011033.

Agradecimientos

A María del Mar y Carmen, por ayudarme, guiarme e inspirarme en un campo que nunca pensé que me apasionaría tanto hasta que me hicieron verlo desde otra perspectiva. El camino de la enseñanza no es fácil y siempre surgen nuevos obstáculos y retos, pero docentes con tantas ganas como ellas hacen que la motivación a seguir luchando y trabajando no cese de ser el motor que mantiene en marcha el engranaje del sistema educativo.

A María, por confiar desde el primer momento en mis propuestas, por incluirme como a un maestro más. De una maestra como ella he aprendido infinidad de cosas, pero sobre todo he aprendido a valorar aún más el cariño que se debe dar a todos los alumnos y alumnas, así como el que de ellos se recibe.

A mi familia, por el apoyo que siempre me ha dado para perseguir mis sueños y las metas que me he propuesto alcanzar. Como bien sabemos los docentes, el hogar es un pilar fundamental de la educación, y yo puedo decir que en mi caso ese pilar nunca ha temblado por muy difícil que fuera mantener la estabilidad.

A mis amigos y amigas, especialmente a José Ignacio, María, María José y Marta, por escucharme, atenderme y preguntarme sobre lo que hago con el interés y la curiosidad que los caracteriza.

A todos los niños y niñas con los que he tenido la oportunidad de trabajar a lo largo de estos cuatro años, y a los que tendré el placer de conocer en el futuro. Ellos han dado forma al maestro que soy, y me ayudarán a mejorar en un futuro no muy lejano.

Y a la clase de 6ºA (de alfa), por participar siempre con tantas ganas en este proyecto que no habría salido adelante sin su colaboración.

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo de fin de grado consiste en analizar los beneficios de la metodología del ABP en el proceso de enseñanza y aprendizaje del contenido de estadística. Con ese fin, se ha realizado una revisión de la literatura que trata los principios y fundamentos de dicha metodología, de los estudios previos que apoyan su aplicación en el campo de las matemáticas, especialmente en el área de estadística descriptiva; y de las bases de la enseñanza de esta ciencia. La información recabada ha sido utilizada para realizar un análisis didáctico en sus cuatro niveles (conceptual, cognitivo, instructivo y de actuación) del contenido y los procedimientos que se pretendía enseñar. En dicho análisis se han previsto las posibles dificultades y errores que podrían observarse y que se deberían superar con la implementación del proyecto, y que han servido para planificar las cuatro fases que lo componen e implementarlo en un aula de sexto curso de Educación Primaria. El estudio, en el que han participado 22 alumnos y alumnas, ha sido enmarcado dentro de la metodología de investigación-acción con el objetivo de analizar los resultados y sugerir modificaciones con las que mejorar la práctica educativa en cada ciclo de la investigación. Tras analizar los resultados, se ha confirmado que el ABP es una metodología que conlleva importantes beneficios en la enseñanza de la estadística gracias a la conexión que se establece entre los conocimientos en cuestión y las situaciones reales y cercanas a la realidad del alumnado que sirven para contextualizar los conceptos.

***Palabras clave:** ABP, Educación Primaria, estadística descriptiva, análisis didáctico, investigación-acción.*

ABSTRACT

The aim of this final degree project is to analyse the benefits of the project-based learning methodology in the teaching and learning process of the statistics contents. With that purpose, research has been carried out around the literature and works that address the principles and fundamentals of that method, around previous studies that support its use in the field of mathematics, especially in the area of descriptive statistics; and around the basis of teaching

this science. The gathered information has been used to develop a didactic analysis in its four levels (conceptual, cognitive, instructive, and performance) of the concepts and procedures that would be taught. Such analysis has anticipated the possible difficulties and errors that could be observed and should be overcome with the deployment of the project, and which have helped planning its four phases and implement it in a sixth-grade classroom in Primary School. This study, in which 22 students have participated, has been framed within the action-research method to analyse the outcome and make suggestions in order to improve the intervention in each cycle of the research. After analysing the data, it has been confirmed that PBL is a methodology that leads to important benefits in teaching statistics as a result of the connection established between the knowledge and real situations that are close to the reality of the students and help contextualizing the concepts.

Keywords: *PBL, Primary School, descriptive statistics, didactic analysis, action-research.*

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. OBJETIVOS	2
3. MARCO TEÓRICO	3
3.1. EL APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS (ABP)	3
3.1.1. Fundamentos del Aprendizaje Basado en Proyectos	3
3.1.2. La enseñanza de la estadística a través de proyectos	6
3.2. INVESTIGACIÓN-ACCIÓN.....	8
3.3. ANÁLISIS DIDÁCTICO	9
4. MÉTODO	11
5. RECOGIDA, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS	16
5.1 LA MUESTRA	17
5.2 ANÁLISIS DE DATOS.....	19
5.2.1 Comparativa pretest y postest	19
5.2.2 Rúbrica	21
5.3 INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS	22
6. CONCLUSIONES	25
BIBLIOGRAFÍA	26
ANEXO A. RÚBRICA	29
ANEXO B. PRETEST/POSTEST	30

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se ha puesto de manifiesto la necesidad de progresar en materia educativa con el fin de que el sistema se adapte a los rápidos cambios sociales que se suceden. Un claro ejemplo de esta adaptación fue el vivido en 2020, cuando hubo que renovar drásticamente las metodologías para ajustarse a la situación provocada por la pandemia. En este sentido, las metodologías activas suponen una gran herramienta que pone en valor la importancia de implicar a los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El Aprendizaje Basado en Proyectos (en adelante ABP), debido a sus características, es considerada como una metodología en la que se fomenta la autonomía del estudiante en la búsqueda de la solución a una problemática relacionada con la realidad en la que vive. Se trata de un método que cuenta con una gran cantidad de estudios e investigaciones que avalan sus beneficios, sin embargo, en el sistema educativo español escasea su presencia, principalmente, por la falta de apoyo por parte de la Administración y la necesidad de una máxima implicación de todos los agentes de la comunidad educativa.

Pese al reto que supone su implantación, son cada vez más los centros que se suman a la iniciativa, y el objetivo principal de este Trabajo de Fin de Grado es profundizar sobre cuáles son los resultados de dicha metodología en la enseñanza de las matemáticas, concretamente en el bloque de estadística. Para ello, se ha utilizado como muestra una clase de 6º de Primaria del C.E.I.P. Nueva Almería.

En palabras de una de las precursoras de la investigación sobre la relación entre ABP y estadística, Carmen Batanero (2011), “la estadística es la ciencia de los datos y los datos no son números, sino números en un contexto” (pp. 21-22), por lo que la resolución de ejercicios descontextualizados no favorece la aplicación de los conocimientos estadísticos técnicos en la búsqueda de respuestas a cuestiones reales. Por esta razón, partimos de la hipótesis de que el ABP contribuirá a la comprensión de los conceptos y procedimientos estadísticos que se pretende enseñar al grupo de alumnos del estudio.

El presente documento se organiza en cinco secciones. En primer lugar, se detallan el objetivo general y los objetivos específicos que lo componen. En segundo lugar, se expone el marco teórico en el que se basa la hipótesis enunciada en el párrafo anterior, mencionando estudios previos, los principios del ABP y las bases de la enseñanza de la estadística. Además, se explican los métodos de análisis didáctico y las características de la metodología investigación-acción, empleados en la planificación y el desarrollo de la intervención. En la Sección 4, el método, se detalla el análisis didáctico de los contenidos estadísticos incluidos en la intervención. Posteriormente, se muestran los resultados de dicha intervención y las técnicas empleadas para la recogida de datos. Finalmente, se incluye una reflexión sobre los resultados obtenidos y se valora la aportación del estudio al mundo académico.

2. OBJETIVOS

La hipótesis de la que parte este estudio es que el ABP supone un método de gran valor en la enseñanza de la estadística debido a la oportunidad que ofrece de abordar los contenidos de manera práctica y aplicarlos en contextos reales. Es por esto que el objetivo general del trabajo consiste en *analizar la metodología del ABP aplicada a la enseñanza de la estadística mediante la elaboración de un proyecto en un aula de 6º de Educación Primaria*. Los objetivos específicos en los que se desglosa el general son los siguientes:

OE.1 Investigar acerca de los principios del ABP y los estudios que avalan su aplicación en la enseñanza de la estadística: con el fin de planificar el proyecto mediante el que enseñar los conocimientos de estadística, es necesario conocer los orígenes y los fundamentos de la metodología, las etapas de las que se compone un proyecto, y las distintas técnicas de evaluación que se pueden contemplar. Así mismo, resulta importante conocer el estado de las investigaciones respecto al tema y cuáles han sido los resultados de experiencias similares.

OE.2 Analizar el contenido estadístico por medio del modelo de Análisis Didáctico: de cara a planificar la intervención didáctica en el aula y a encauzar el proyecto, se estudiarán los conceptos y procedimientos estadísticos desde la perspectiva de la

didáctica, valorando las posibles dificultades y errores que el alumnado encontrará a lo largo del proceso, así como los contextos y tareas que contribuirán a superar dichas limitaciones.

OE.3 *Valorar en qué medida se han alcanzado los resultados esperados y reflexionar sobre la intervención*: los datos obtenidos tras finalizar el proyecto serán analizados para determinar en qué medida el uso de ABP en la enseñanza de la estadística implica un aprendizaje significativo. Además, se propondrán las modificaciones que se aplicarían a la intervención de cara al siguiente ciclo de la investigación-acción.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

3.1.1. Fundamentos del Aprendizaje Basado en Proyectos

En las últimas décadas, los *proyectos* han adquirido un gran protagonismo en el campo de la pedagogía. Sin embargo, buscar una definición de dicha palabra en el contexto escolar resulta un trabajo difícil por la diversidad de significados que posee. Basándonos en el Diccionario de términos clave de ELE del Centro Virtual Cervantes, el término *proyecto* queda definido como “el conjunto de actividades y acciones que siguen una determinada organización y secuenciación con el objetivo de obtener un resultado o producto concreto” (CVC, s.f.).

A partir de dicho término se construye una nueva metodología cuyo origen se remonta a la década de los ochenta, en la Universidad de McMaster en Canadá, cuando Howard Barrows acuña por primera vez el término *problem-based learning* (PBL) y lo define como un método en el que el aprendizaje está organizado a partir de situaciones problemáticas y centrado en el estudiante, quien trabaja en pequeños grupos y cuenta con el profesor como guía (Barrows, 2000). Esta metodología, traducida al español como aprendizaje basado en proyectos (en adelante ABP), se apoya en las aportaciones de los principales autores del siglo XX en materia psicopedagógica, mencionadas a continuación.

En la Escuela Progresista norteamericana encontramos a John Dewey, quien defiende que la experiencia real del alumno es el punto de partida del conocimiento; y a William Heard Kilpatrick, defensor de la filosofía experimental en su libro *Método de los proyectos* (1918). Otros autores ajenos a esta escuela que abogaron por los métodos experimentales fueron María Montessori y Ovide Decroly, cuyos principios se basan en el respeto de los intereses de los niños y en la preparación para la vida.

Por otro lado, el constructivismo se posiciona como otro gran pilar del ABP, gracias a las teorías de estudiosos como Jean Piaget con la psicología genética, Lev S. Vigotsky con su teoría del desarrollo, Jerome Bruner con el aprendizaje por descubrimiento, o Howard Gardner, quien elabora la teoría de las inteligencias múltiples. Todos estos autores inscritos en el paradigma constructivista relacionan el aprendizaje con una toma de conciencia de la realidad y lo definen como el resultado de la interacción social.

Las teorías y concepciones mencionadas han consolidado el ABP como una forma de aprendizaje basado en el descubrimiento constructivista en el que el estudiante alcanza un entendimiento más profundo del conocimiento cuando es él quien lo construye a partir de la conexión entre sus ideas y los inputs que recibe del entorno (Krajcik y Blumenfeld, 2006). En esta metodología el maestro pasa a tener un papel de guía mientras que los estudiantes se implican en problemáticas reales y significativas que pretenden resolver siguiendo un método similar al empleado por científicos, matemáticos, escritores o historiadores.

El ABP se incluye dentro de las denominadas metodologías activas, las cuales apuestan por la implicación directa del alumnado sustituyendo la tradicional transmisión pasiva de información. Se trata de un proceso que parte de un planteamiento real y relacionado con el marco curricular oficial que requiere de la participación y cooperación de los estudiantes. El desarrollo del proyecto es abierto y la planificación puede ser modificada si la situación lo solicita, siempre favoreciendo la autonomía y la metacognición de quienes lo llevan a cabo. Además, en el camino hacia la elaboración del producto final se desarrollan habilidades y competencias de manera transversal, puesto que el proyecto interrelaciona conocimientos enmarcados en distintas áreas curriculares.

La realización del proyecto conlleva una planificación previa muy concreta para asegurar su buen desarrollo, aunque siempre se debe dejar margen para posibles modificaciones. Según Murga (2020), hablamos de cuatro fases:

1. Preparación: en esta primera parte del trabajo se define el tema entorno al que gira el proyecto, se determina el punto de partida diagnosticando conocimientos previos y las necesidades de los alumnos, así como las oportunidades que ofrece el proyecto. En último lugar, se planifica el proceso respondiendo a las preguntas *para qué, por qué, qué, para quién, con quién y cuándo*.
2. Desarrollo y ejecución: consiste en poner en marcha el plan establecido, para lo que hay que recopilar la información consultando diversas fuentes, investigar utilizando los instrumentos adecuados, procesar lo recabado mediante el análisis y la síntesis; y cumplir con el último objetivo del proyecto: la ejecución de un producto final.
3. Comunicación y presentación: en esta fase se prepara la exposición del producto final.
4. Cierre: una vez presentado el proyecto procedemos a reflexionar sobre el desarrollo del mismo para calificarlo en base a unos criterios previamente establecidos. Además, como parte de esta fase existe un tiempo dedicado a la celebración y el reconocimiento por el trabajo realizado.

Como se ha expresado, el ABP es una metodología que exige una importante implicación por parte de todos los agentes que forman la comunidad educativa. A nivel escolar, los docentes deben definir bien el plan de acción y coordinarse entre ellos, mientras que los alumnos tienen que comprometerse a cooperar para alcanzar el objetivo marcado. Más allá de los muros del colegio destaca el papel de las familias, cuyo apoyo será primordial en la preservación de la motivación de sus hijos, así como el papel de instituciones y demás actores sociales, a quienes los estudiantes deben recurrir en ocasiones para obtener información o aplicar sus descubrimientos. Este gran despliegue humano y de recursos está justificado en tanto en cuanto los resultados de experiencias de ABP en centros de todo el mundo han sido exitosos (Kingston 2018, Evans 2019, Murga 2020).

En el área de matemáticas también se ha demostrado que el ABP comporta una larga lista de beneficios, si bien es cierto que el número de casos de implementación de esta

metodología en el ámbito matemático es menor en comparación con el resto de las áreas curriculares. Esta falta de experiencias puede estar relacionada con la presión que ejerce la Administración sobre los docentes para que cumplan los objetivos establecidos en la normativa en un tiempo reducido, haciendo el ABP un método inviable debido a la gran cantidad de horas lectivas que requiere. De igual forma, la Minnesota New Country School asocia este hecho con la idea de que un bajo conocimiento matemático puede obstaculizar el desarrollo del proceso.

Diversas investigaciones realizadas en todo el mundo apoyan la aplicación del ABP en la formación de ciudadanos matemáticamente competentes. En la escuela Antzuola Herri Eskola, en País Vasco, se comprobó que una situación problemática relacionada con la confección de un delantal y su posterior resolución favorecieron el desarrollo de las habilidades de tratamiento de la información y de razonamiento lógico-matemático en sexto curso de Educación Primaria (Izaguirre, Caño y Arguiñano, 2020). De igual forma, Boaler (Kingston, 2018) comparó los resultados obtenidos en matemáticas por estudiantes de 15 años de un colegio en el que se aplicaba ABP y otro que mantenía un modelo tradicional. Su investigación demostró que, a pesar de que ambos grupos tenían el mismo nivel en el manejo de reglas, hechos y procesos matemáticos, aquellos que participaron en el desarrollo de los proyectos demostraban una mayor capacidad para aplicar dichos conocimientos en situaciones reales.

En el ámbito universitario, Collado et al. (2006) avalan la implementación de esta metodología por la oportunidad que ofrece a los estudiantes de experimentar el aprendizaje como un hacer propio, así como por su importancia a la hora de fomentar un cambio social a través de la educación de futuros profesionales.

3.1.2. La enseñanza de la estadística a través de proyectos

Uno de los principios del trabajo por proyectos es la importancia de estudiar una temática actual, cercana y relevante para los alumnos para reflexionar críticamente sobre ella. En la actualidad, el conocimiento estadístico es imprescindible para el análisis de temas tan

actuales como los conflictos internacionales, las crisis económicas o los movimientos sociales; y tan cercanos para los estudiantes como el contenido publicado en redes sociales o las ligas deportivas. Es por ello que el conocimiento estadístico representa una herramienta indispensable en la formación de ciudadanos críticos y reflexivos.

Partimos de la consideración de que la estadística consiste en el proceso existente entre el planteamiento de una pregunta o problema y la recolección y el análisis de datos que conducirán a una respuesta o solución (Bassarear y Moss, 2020). Esta definición menciona los tres componentes del uso de la estadística en la resolución de situaciones problemáticas:

1. Formulación de la pregunta: el proceso comienza con una pregunta que puede ser respondida mediante el análisis de datos.
2. Recolección de datos: estos deben ser útiles y precisos. Existen diversos métodos para recoger información, como pueden ser la observación, las encuestas, los cuestionarios, los experimentos, las entrevistas o las simulaciones.
3. Organización y exposición de datos: los números por sí solos no expresan información. Es necesario optar por una forma de organizar los datos que se ajuste a lo que queremos saber, y para ello es necesario elegir el tipo de gráfico más adecuado.

Como puede verse, la naturaleza de la estadística resulta cercana a la del ABP, ya que en ambos casos se parte de una cuestión a la que hay que responder por medio de la búsqueda y el análisis de la información. Esa cercanía es la que ha motivado el presente estudio, que pretende demostrar la relación existente entre la enseñanza de la estadística y el trabajo por proyectos.

Según Batanero y Díaz (2011), el ABP aplicado a la enseñanza de la estadística aumenta la motivación y el interés del alumnado por la materia, contextualizando ejercicios con tareas realistas. Una investigación llevada a cabo con estudiantes de 14 años en Turquía por Koparan y Guven (2015) demostró que el alumnado sometido a ABP obtuvo importantes resultados en el conocimiento de la estadística en comparación con el grupo control. De la misma manera, Anasagasti y Berciano (2016) apreciaron cualitativamente un aumento en la

motivación e implicación del alumnado en un estudio llevado a cabo en la Universidad del País Vasco.

En definitiva, tal y como indica Holmes (1997), las ventajas del estudio de la estadística por medio de los proyectos serían las siguientes:

- El ABP permite contextualizar la estadística y mostrarla como una herramienta útil. Los datos tienen significado cuando surgen de un problema y deben ser interpretados.
- Los proyectos refuerzan el interés y la motivación, especialmente cuando es el alumnado quien escoge el tema y no es impuesto por el docente.
- Hay un mejor aprendizaje sobre qué son los datos reales, y se introducen los conceptos de precisión, variabilidad, fiabilidad, posibilidad de medición y sesgo.
- Se demuestra que la estadística es más que un contenido matemático.

3.2. Investigación-Acción

El método de investigación-acción (en adelante IA) consiste en la realización simultánea de una ampliación del conocimiento científico sobre un tema, y la resolución de un problema. Al mismo tiempo, también se favorece la mejora de las competencias de sus respectivos participantes, a los que llamamos sujetos coinvestigadores, que participan activamente en el proceso. Según Kurt Lewin (1946), precursor de esta práctica, se trata de una manera de investigar que relaciona el enfoque experimental de la ciencia social con programas de acción social, por lo que se podrían lograr avances teóricos y cambios en el entorno.

Este método, aplicado al aula, tiene como objetivo hacer más participativo el proceso de investigación educativa, buscando el origen de los problemas y analizando los contenidos programáticos, los métodos didácticos, los conocimientos significativos y la comunidad docente. En este sentido, la IA se convierte en una herramienta con la que convertir los centros educativos en centros de desarrollo profesional del docente en los que aplicar y contrastar principios, hipótesis y teorías (Martínez Miguélez, 2000). La aplicación de la IA requiere el respeto de los principios que la caracterizan:

1. El método de investigación debe adecuarse a la naturaleza del objeto o fenómeno a estudiar, por lo que las estrategias, instrumentos, técnicas y procedimientos empleados deberán ajustarse a las condiciones del problema específico a estudiar.
2. La problemática a tratar debe ser elegida por el docente-investigador de entre las situaciones a las que se enfrenta en su labor diaria. En caso contrario, el tema podría carecer de relevancia para el investigador.
3. El docente debe familiarizarse con el método IA antes de ponerlo en marcha por medio de artículos, talleres o conferencias que le sirvan de base.
4. Es necesario tomar una postura exploratoria ante el problema enfrentado, y para ello el docente debe conocer las características específicas del entorno en el que trabaja.
5. La práctica investigadora no debe poner en riesgo el proceso educativo, es decir, no se puede dar más importancia al registro de las actividades que a los actores que en ellas participan.

El método de IA está compuesto por cuatro fases que se repiten de forma cíclica y continua, con el fin de probar hasta elegir la opción más adecuada para resolver el problema planteado (véase Figura 1). Repitiendo este proceso se determinarán las posibles soluciones al problema planteado. En la fase de planificación es necesario plantear las hipótesis que condicionarán la acción a realizar y concretar los objetivos que esperamos alcanzar. Posteriormente, los datos recogidos serán registrados con el método que mejor se ajuste a la realidad estudiada para proceder a su evaluación y realizar la toma de decisiones de cara a una nueva intervención en el ciclo siguiente.

3.3. Análisis didáctico

El análisis didáctico ha surgido como método de entender y abordar el trabajo de investigación en el ámbito educativo, y consiste en la reflexión curricular centrada en la labor del docente como responsable del diseño, implantación y evaluación de los temas matemáticos (Rico, 2013). Según Lupiáñez (2013), dicha reflexión tiene como fin ser la base del diseño de unidades didácticas, respetando la especificidad de cada tema de matemáticas y el tiempo designado a su enseñanza, así como atendiendo a los cuatro factores que dan

nombre a cada una de las fases de las que se compone el análisis didáctico: contenidos, cognición, instrucción y actuación (véase Figura 2). Estas fases, de carácter cíclico y continuo, se explican a continuación.

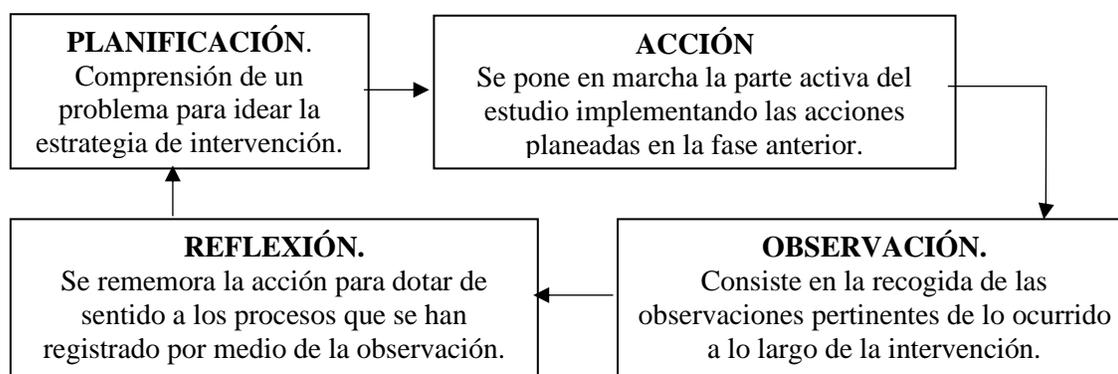


Figura 1. Fases de la Investigación-Acción

La primera fase *análisis de contenidos* se centra en la descripción y organización de los significados de los conceptos y procedimientos implicados en el tema matemático a tratar, y tiene como objetivo señalar los rasgos que permiten identificar el dominio de los contenidos por parte de los alumnos. Este se organiza en torno a tres organizadores del currículo: 1) los *sistemas de representación* (distintas maneras de representar el contenido y las relaciones existentes con conceptos y procedimientos); la *fenomenología* (centrada en analizar las situaciones personales, ocupacionales, sociales y científicas en las que se pueden aplicar los conceptos relacionados con el tema); 3) la *estructura conceptual* (síntesis de la información recabada en los puntos anteriores, mostrando las relaciones entre los contenidos por medio de un mapa conceptual).

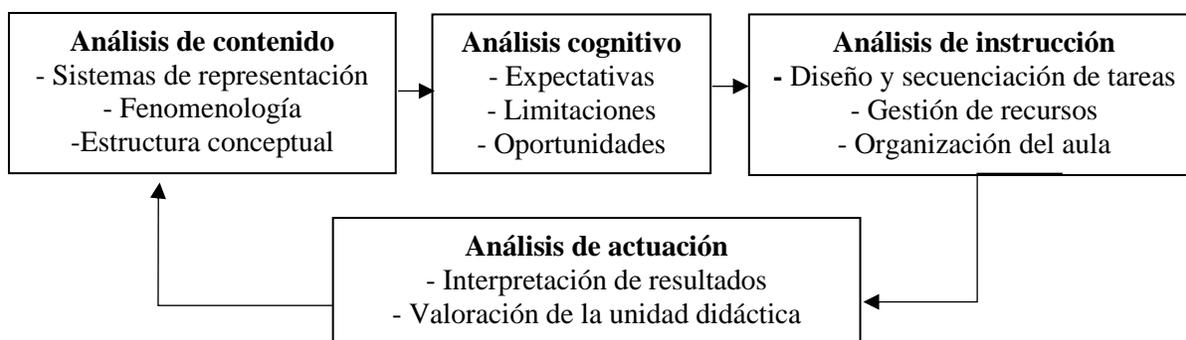


Figura 2. Fases del Análisis Didáctico

Una vez analizados los conceptos y procedimientos que forman parte del tema, el investigador, en la fase de *análisis cognitivo*, procede a definir la relación entre estos y el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para tal fin tiene en cuenta: 1) las *expectativas de aprendizaje*, es decir, todo aquello que el profesor espera que sus alumnos hayan aprendido al final de la intervención didáctica; 2) las *limitaciones de aprendizaje* identificando las posibles dificultades o errores que los alumnos podrían encontrar a lo largo del proceso de aprendizaje; 3) las *oportunidades de aprendizaje* que permitan a los alumnos poner en práctica los conceptos y procedimientos que quiere enseñar.

La tercera fase, el *análisis instructivo*, se centra en el diseño, selección y secuenciación de las tareas que formarán parte de la unidad didáctica ideada, teniendo en cuenta las conclusiones del análisis anterior, que serán las que ayuden a encauzar el diseño de la intervención. En ella, se detallan aspectos relativos a la organización del aula, a la gestión de materiales y recursos, y a los criterios e instrumentos de evaluación para la unidad.

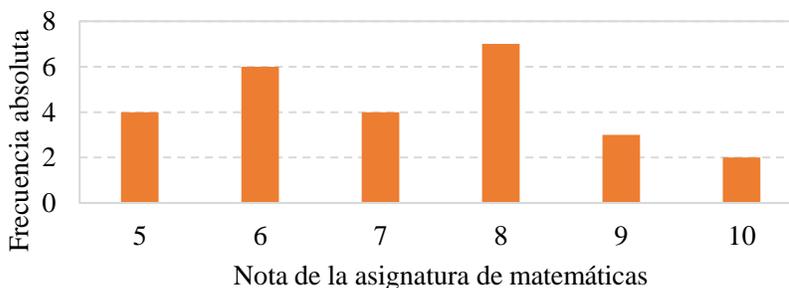
Para finalizar, la fase de *análisis de actuación*, que a su vez supone el inicio del siguiente, consiste en valorar en qué medida se han alcanzado los objetivos que se habían establecido, y en establecer el origen de los resultados positivos y negativos que se hayan obtenido con la implementación de la unidad didáctica diseñada. Además, el análisis de actuación también determina la conveniencia de los materiales y recursos, y de los métodos e instrumentos de evaluación empleados.

4. MÉTODO

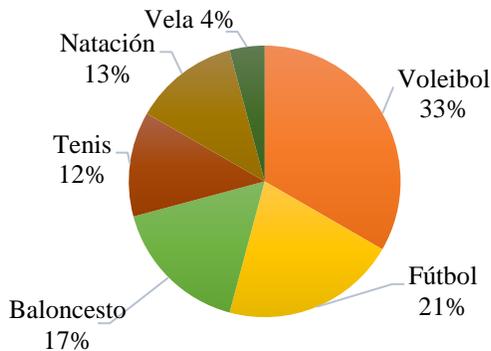
Como se ha mencionado anteriormente, el estudio estadístico y la metodología ABP se organizan de un modo similar: selección de un tema o problemática, recogida y análisis de datos e información, y solución de la cuestión. Son muchas las oportunidades de aprendizaje que presenta el área de estadística, pero, debido a esa conexión con el ABP, se ha seleccionado dicha metodología como medio para enseñar estadística en sexto curso de Educación Primaria.

Con el fin de planificar la intervención didáctica, se ha comenzado por la elaboración del análisis didáctico de los contenidos mencionados. A continuación, se definen los conceptos relacionados con dichos contenidos:

- *Variable*: es una característica de la población o de la muestra cuya medida puede cambiar de valor.
- *Variable cualitativa*: es aquella que representa cualidades, atributos o características no medibles.
- *Variable cuantitativa*: es aquella característica de la muestra que es posible representar por valores numéricos medibles.
- *Frecuencia absoluta*: número de veces que la variable asume un valor dado o pertenece a una clase dada. Se representa por f_i .
- *Frecuencia relativa*: valor que se obtiene como el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra, representado por n_i .
- *Diagrama de barras*: gráfico utilizado para representar la distribución de frecuencias de una variable cualitativa y cuantitativa discreta. Por ejemplo, la Gráfica 1 muestra la representación de la frecuencia absoluta de las notas de matemáticas obtenidas por el alumnado de 6ºA en el segundo trimestre.
- *Diagrama de sectores*: gráfico empleado para representar la distribución de frecuencias relativas de una variable cualitativa. En la Gráfica 2 se muestra la representación del porcentaje de alumnos de 6ºA que practica cada deporte.

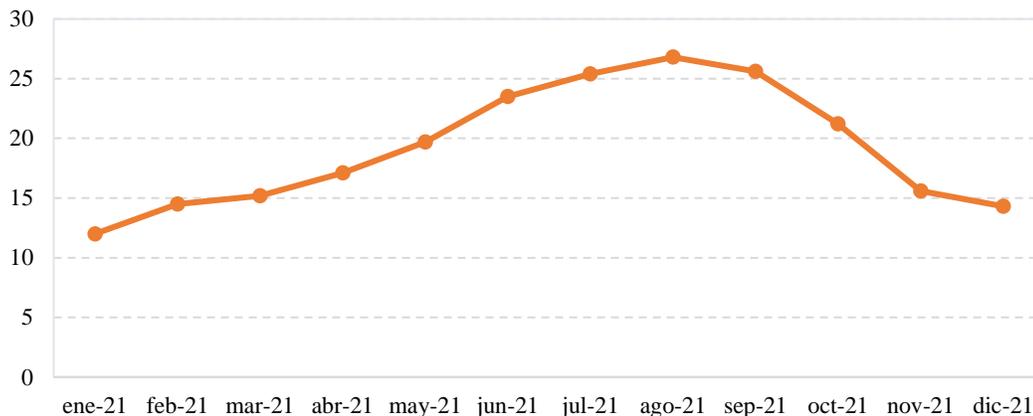


Gráfica 1. Diagrama de barras de la nota de matemáticas obtenida por el alumnado de 6ºA en el segundo trimestre.



Gráfica 2. Diagrama de sectores de los deportes más practicados por el alumnado de 6ºA.

- **Gráfica de líneas:** diagrama donde se representa con líneas los valores de los datos en dos ejes cartesianos perpendiculares entre sí. Se puede usar para representar una, dos o más series. En la Gráfica 3 se observa un diagrama de líneas que representa la evolución de la temperatura media (°C) durante el año 2021 en la ciudad de Almería.



Gráfica 3. Diagrama de líneas de la temperatura media (°C) a lo largo del año 2021 en Almería.

- **Media:** medida de tendencia central que denota el promedio de un conjunto de datos. Se calcula dividiendo la suma del conjunto de datos entre el total de ellos y es representada con el símbolo \bar{X} . Por ejemplo, utilizando los datos de la Gráfica 3 es posible calcular la temperatura media en Almería en 2021, que sería 19,2°C.

- *Moda*: medida de tendencia central que representa el valor de la variable que tiene mayor frecuencia absoluta o relativa. Se representa por M_o . Por ejemplo, en la Gráfica 2 la moda es “voleibol”, puesto que es el deporte más practicado.
- *Mediana*: medida de tendencia central que se identifica con el valor que divide al conjunto ordenado de datos en aproximadamente dos partes: el 50% de los valores son inferiores, y el otro 50% son superiores. Se representa por M_e y el caso de la Gráfica 1 sería 7, ya que la mitad de los alumnos tienen un nota igual o inferior, y a la otra mitad le corresponde una igual o superior.
- *Rango o recorrido*: número que mide la amplitud de los valores de un conjunto de datos. Se obtiene como la diferencia entre el valor mayor y el valor menor. Se representa por R . El rango de notas de la Gráfica 1 se calcula restando la más alta menos la más baja, obteniendo 5.

Respecto a la fenomenología, y en base a los contextos establecidos por PISA (OECD, 2004), el contenido estadístico se puede trabajar contextualizado en cuatro tipos de situaciones según:

- *Personales*: se trata de problemas relacionados con realidades que viven los alumnos en su día a día, como puede ser el análisis de la frecuencia semanal con la que practican deporte o el promedio de seguidores que tienen en redes sociales.
- *Ocupacionales*: problemas contextualizados en el ámbito laboral, como el estudio del tiempo que pasan sus padres en el lugar de trabajo.
- *Sociales*: en este apartado se incluyen los problemas que el alumnado encuentra en su comunidad, más allá del entorno familiar (barrio, municipio, país, etc.). Un ejemplo sería el análisis de la necesidad de implantar una nueva línea de autobús en la ciudad.
- *Científicas*: en esta categoría encontramos problemas en los que se aplican las matemáticas en contextos científicos y tecnológicos, como la recogida de datos sobre los efectos secundarios de las vacunas de COVID-19.

Las expectativas de aprendizaje contempladas para la enseñanza de estadística en sexto curso de Educación Primaria están relacionadas con los contenidos del bloque 5 “Estadística y Probabilidad” del área de matemáticas, establecido en la Orden de 15 de enero de 2021, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre distintas etapas educativas. Las capacidades que se espera desarrollar, centradas en la identificación de variables estadísticas, la recogida de datos, y su análisis, utilizando medidas de centralización y diagramas sencillos; se indican en la Tabla 1.

Tabla 1. Expectativas de aprendizaje de la estadística en 6º de Primaria.

Código	Capacidades
CA1	Identificar variables cualitativas y cuantitativas susceptibles de ser estudiadas mediante la estadística
CA2	Recoger y clasificar datos cualitativos y cuantitativos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición.
CA3	Construir tablas de frecuencias absolutas y relativas.
CA4	Elaborar e interpretar gráficos sencillos: diagramas de barras, lineales y sectoriales.
CA5	Iniciar de forma intuitiva en el cálculo de las medidas de centralización: media aritmética, mediana, moda y rango.
CA6	Seleccionar la medida de centralización y el gráfico más adecuado para la variable estudiada.
CA7	Analizar críticamente las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.

Respecto a las limitaciones en el aprendizaje las principales dificultades previstas se asocian a la identificación de nociones en torno a la variable, la selección y representación de gráficos, y el cálculo de las medidas de tendencia central (Arteaga et al., 2011). Por otro lado, los errores más frecuentes consisten en la elección incorrecta del tipo de gráfico y de su escala de representación, tomar la mayor frecuencia absoluta como moda, calcular la mediana sin ordenar los datos y hallar la media de los valores de las frecuencias, entre otros (Godino y Batanero, 2002). En la Tabla 2 se ordenan las dificultades y errores mencionados.

Teniendo en cuenta las limitaciones que pueden surgir en el proceso de aprendizaje de la estadística, se propone la elaboración de un proyecto como tarea para enseñar esta área

y para superar las dificultades y errores previstos. El proyecto se compone de las cuatro etapas del ABP:

Tabla 2. Dificultades y errores previstos en el aprendizaje de la estadística en 6° de Primaria.

Dificultades	Errores
Confusión de nociones en torno a la variable estadística	E1. Confundir dato con variable. E2. Confusión entre frecuencia y valor de la variable. E3. Clasificación incorrecta de la variable según su naturaleza. E4. Selección incorrecta de la escala de medición en la que se encuentra la variable.
Selección errónea del tipo de gráfico de acuerdo con la variable	E5. No reconocer que no son adecuados todos los gráficos para el mismo tipo de variable. E6. Selección del gráfico sectorial para variables cuantitativas. E7. Selección del gráfico sectorial para representar la evolución en el tiempo o el espacio.
Dificultades en la elaboración del gráfico	E8. Omisión de las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos. E9. No especificar el origen de coordenadas. E10. Omisión de algunas divisiones en las escalas de los ejes. E11. Elección de una escala que no abarca todo el campo de variación de la variable representada. E12. Falta de proporcionalidad en los elementos de un gráfico.
Selección inadecuada de las medidas de tendencia central para el análisis de una variable	E13. Calcular la media y la mediana de un conjunto de datos cualitativos nominales. E14. No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central.
Dificultades en el cálculo de las medidas de tendencia central	E15. Respecto a la moda, tomar la mayor frecuencia absoluta en lugar del valor de la variable. E16. No ordenar los datos para calcular la mediana. E17. Seleccionar el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente para calcular la mediana. E18. Calcular la moda en lugar de la mediana. E19. Hallar la media de los valores de las frecuencias. E20. Ignorar la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media. E21. No reconocer la variabilidad de los datos.

1. Preparación: el alumnado, dividido en grupos de cuatro o cinco integrantes, decide libremente el tema sobre el que quiere investigar, y concreta las cuestiones a las que quiere dar respuesta. Puesto que la población que completará el cuestionario es la misma clase, cada grupo ha decidido estudiar un aspecto de la vida de sus compañeros por medio del cuestionario, siendo estos los temas elegidos: consumo de videojuegos,

hábitos alimentarios, hábitos de estudio, práctica deportiva y nivel de cultura geográfica e histórica.

2. Desarrollo y ejecución: los grupos proceden a elaborar un cuestionario con el que recoger datos sobre la problemática elegida. Mediante el análisis de esos datos, los grupos responden a las preguntas que se habían planteado en la primera etapa.
3. Comunicación y exposición: las conclusiones son plasmadas en un documento digital que debe ser expuesto al resto de la clase, explicando el procedimiento que han seguido para realizar el análisis. En documento debe incluir la cuestión, la problemática, la respuesta justificada, y la representación gráfica de los datos que sirva de apoyo en la explicación de la conclusión a la que ha llegado cada grupo.
4. Cierre: antes de dar por finalizado el proyecto se reserva un tiempo para la reflexión grupal sobre lo aprendido a lo largo del proceso. Además, en esta etapa se evalúa el proyecto de cada grupo con una rúbrica (véase Anexo A). Los resultados de la rúbrica grupal y del postest individual serán utilizados para determinar las posibles acciones de mejora del proyecto de cara a su aplicación en el próximo ciclo de la IA.

5. RECOGIDA, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS

Los datos utilizados en el análisis de los conocimientos previos de la muestra y de los resultados de la intervención didáctica han sido recogidos empleando el test como instrumento de evaluación en ambos momentos. Por otro lado, los datos relacionados con la evaluación del desarrollo del proyecto han sido obtenidos con una rúbrica. A continuación, se describe la muestra que ha formado parte del estudio y se interpretan los resultados.

5.1 La muestra

Para la elaboración de la presente investigación, se ha contado con la colaboración de 22 estudiantes (11 chicos y 11 chicas), con edades comprendidas entre los 11 y los 12 años, de 6º de Educación Primaria del C.E.I.P. Nueva Almería. El centro sigue un modelo de enseñanza tradicional centrado en el libro de texto en el que las tareas en grupo, como la que se propone en este estudio, no se suelen realizar en el área de matemáticas. Además, se ha

analizado la programación del curso anterior y se he comprobado que los contenidos estadísticos que trataron fueron el cálculo de las frecuencias absoluta y relativa, y de la moda y la media.

Para determinar sus conocimientos previos sobre estadística, se les ha pedido que realicen un pretest (véase Anexo B) en el que se proponen ejercicios relacionados con la interpretación de gráficos estadísticos, el cálculo de frecuencias absolutas y relativas y el cálculo de las medidas de centralización (moda, media, mediana y rango). Los resultados obtenidos con el pretest para los tres ítems estudiados son los siguientes:

- Interpretación de gráficas estadísticas: todos los participantes dieron respuesta, pero solamente 10 realizaron correctamente la actividad de interpretación del gráfico de barras y 7 los que superaron la actividad de interpretación del gráfico de sectores. Tan solo 5 completaron ambas actividades sin errores.
- Cálculo de frecuencias: únicamente un participante calculó correctamente la frecuencia absoluta en el ejercicio en el que se le pedía, mientras que ninguno completó la columna de la frecuencia relativa.
- Medidas de centralización: ningún participante realizó correctamente la actividad que valora este ítem, dejándola todos en blanco.

Los datos del pretest reflejan el bajo nivel de los conocimientos de estadística de la clase, y muestran que, a pesar de no haber trabajado en el aula la interpretación de gráficos, parte del alumnado sabe o intuye cómo hacerlo, y todos han respondido a las preguntas sobre los gráficos. Por el contrario, las actividades sobre las frecuencias y las medidas de centralización no han sido respondidas por ningún alumno aun habiendo estudiado este contenido en el curso pasado, por lo que se asume que no han olvidado lo aprendido un año antes.

5.2 Análisis de datos

5.2.1 Comparativa pretest y postest

Tras la realización y exposición del proyecto, los participantes realizaron el postest. Los resultados de la prueba se han comparado con los del pretest en la Figura 3, mostrando un aumento significativo del número de participantes que ha respondido correctamente a las actividades con las que se medía la adquisición de cada uno de los conocimientos estadísticos.

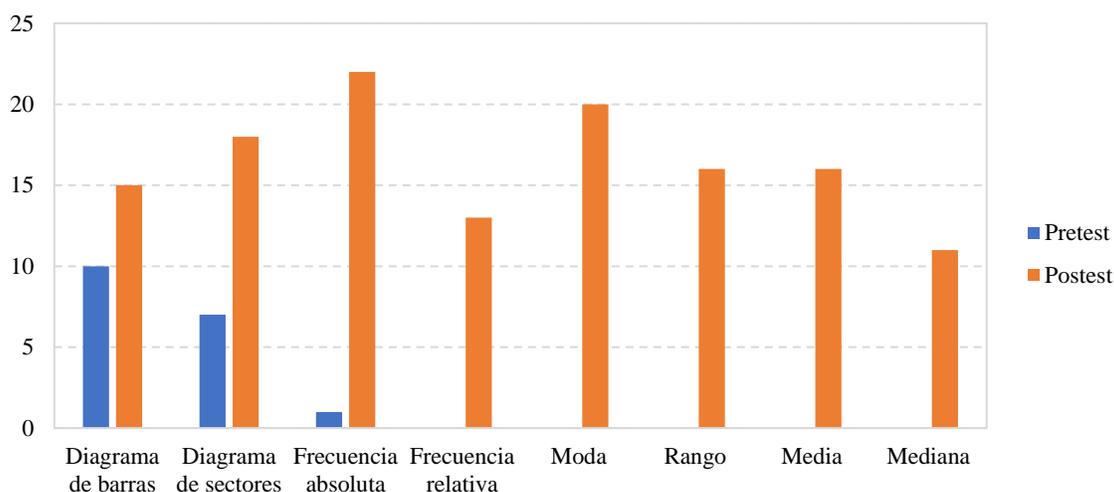


Figura 3. Comparativa de los resultados del pretest y del postest.

El análisis del postest ha permitido también identificar cuáles han sido los errores más frecuentes en la realización de cada actividad, explicados a continuación.

Interpretación de diagramas de barras. En el primer ejercicio se presentó un diagrama de barras junto a cuatro afirmaciones relacionadas con la información representada, y se pidió que los participantes indicaran si dichas afirmaciones eran verdaderas o falsas. Para responder correctamente, cada afirmación requería centrarse en un aspecto distinto: la primera y la tercera afirmación requerían fijarse en la información expresada en una única barra, la segunda afirmación hacía referencia a la combinación de dos barras, y la última afirmación requería aplicar la inferencia estadística.

Mientras que los resultados del pretest mostraban fallos repartidos entre las cuatro afirmaciones, en el caso del postest las respuestas incorrectas se concentran en los apartados en los que hay que inferir o combinar la información representada en varias columnas. Es por ello por lo que, si bien es cierto que en términos generales hay una mejora de las habilidades de los participantes para la interpretación de diagramas de barras, hay una parte de la muestra que no ha desarrollado plenamente la capacidad de interpretar este tipo de gráficas.

Interpretación de diagrama de sectores. En el segundo ejercicio se presentó un diagrama de sectores en el que todas las porciones indicaban dos elementos: el dato y el porcentaje que representaban; sin embargo, dos de ellas no mostraban el segundo elemento y lo que se pedía era que indicaran qué porcentaje correspondería a ambas porciones. Es importante mencionar que una de esas dos porciones tenía el doble de amplitud de la otra.

Como se comprueba en la Figura 3, ha habido un aumento considerable de alumnos que ha mejorado en la interpretación de este tipo de gráficas. Respecto a los cuatro participantes que no respondieron correctamente, se ha observado que las respuestas de tres de ellos, a pesar de ser incorrectas, sí cumplían la proporcionalidad de cada porción, es decir, asignaban un porcentaje al sector menos amplio, y el doble al otro. Por tanto, el error que les hizo fallar se dio a la hora de sumar el resto de porcentajes para hallar los que les faltaban, algo que no está relacionado con su capacidad de interpretación sino con sus habilidades aritméticas, no analizadas en este estudio.

Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas. Los resultados revelan que una parte importante de los participantes ha desarrollado la capacidad de construir tablas de frecuencias. En el caso de la frecuencia absoluta la mejora es evidente, habiendo pasado de uno a 22 participantes que saben calcularla; sin embargo, en el caso de la frecuencia relativa aunque se observa un gran incremento, pasando de cero a 13 participantes que saben calcularla, sigue habiendo una gran parte que comete errores en su cálculo. El análisis de las respuestas ha permitido identificar dichos errores, que no estaban previstos y que consisten en: 1) situar el valor de la variable en el denominador, 2) dividir cada valor de la variable entre su frecuencia absoluta, 3) multiplicar cada valor de la variable por su frecuencia

absoluta, 4) dividir la frecuencia absoluta entre el mayor valor de la variable, 5) dividir la frecuencia absoluta entre el número de valores que toma la variable.

Moda. Según los datos obtenidos, 20 de los 22 participantes son capaces de calcular esta medida de centralización. Tan solo dos de ellos no han logrado indicar correctamente cuál es la moda, habiendo cometido el error de tomar el mayor valor de la variable, en lugar del valor con mayor frecuencia absoluta.

Rango. Respecto al rango, en los ejercicios de los seis participantes que no han respondido correctamente se ha identificado dos errores: calcular la diferencia entre la mayor frecuencia absoluta y la menor, y señalar cuáles son los valores mayor y menor pero no indicar la diferencia. Aun así, 16 participantes han demostrado ser capaces de calcular correctamente esta medida.

Media aritmética. El cálculo de la media ha sido realizado correctamente por 16 participantes. Entre los otros seis, se ha identificado el error señalado por Arteaga et al. (2011), consistente en ignorar las frecuencias absolutas, sumando los valores de la variable y dividiendo el total entre el número de datos. Además, cabe decir que uno de esos seis participantes ha seguido correctamente los pasos para calcular la media, pero ha cometido errores en la suma de los datos, por lo que el resultado final no ha sido el correcto.

Mediana. El cálculo de la mediana tan solo ha sido realizado correctamente por la mitad de los participantes. Entre los otros 11 destacan dos errores también previstos por Arteaga et al. (2011): calcular la mediana de los valores de la variable sin tener en cuenta la frecuencia absoluta, y calcular la mediana de las frecuencias absolutas ordenadas.

5.2.2 Rúbrica

Además de valorar lo aprendido por medio del postest, también se ha evaluado el trabajo realizado por cada equipo mediante una rúbrica compuesta de cinco ítems valorados en una escala del 1 al 4: trabajo en equipo, documento expositivo, exposición del proyecto,

elaboración de gráficas, y cálculo de frecuencias y medidas de centralización. Los resultados de dicha rúbrica (véase Tabla 3) reflejan que la media de cada ítem está aprobada.

Tabla 3. Evaluación del proyecto por medio de la rúbrica

	Trabajo en equipo	Documento	Exposición	Gráficas	Cálculos
Grupo 1	3	4	3	3	3
Grupo 2	2	4	4	4	4
Grupo 3	3	3	4	4	4
Grupo 4	4	4	3	4	2
Grupo 5	3	2	2	3	2
Grupo 6	4	3	4	4	4
Media del ítem	3,2	3,3	3,3	3,6	3,2

Los tres primeros ítems están relacionados principalmente con las habilidades que requiere la elaboración de un proyecto, como son la cooperación entre los integrantes del grupo y la exposición del producto final. Por otro lado, las medias de los dos ítems relacionados con los conocimientos estadísticos (elaboración de gráficas y cálculo de frecuencias y medidas de centralización), y por tanto con las capacidades que se esperaba desarrollar en los participantes, demuestran que los grupos han realizado con éxito un análisis estadístico de las temáticas que han elegido, y han sabido explicar el trabajo realizado a los demás compañeros, aunque durante la exposición algunos integrantes de los grupos han necesitado la ayuda de sus compañeros para presentar los procedimientos que han seguido.

5.3 Interpretación de los datos

La comparación de los datos recogidos por medio del pretest y del postest muestran un aumento de los conocimientos estadísticos de los participantes en todos los sentidos: interpretación y elaboración de gráficas, construcción de tablas de frecuencias y cálculo de medidas de centralización; por lo que se deduce que la intervención didáctica ha tenido unos resultados fructíferos, si bien es necesario reflexionar acerca de los errores que algunos participantes han demostrado cometer aun habiendo finalizado el proyecto.

En el análisis didáctico del contenido de estadística se enumeraban las posibles limitaciones que se podían dar en el transcurso de la intervención. Las dificultades y errores que en un principio se habían previsto fueron surgiendo a lo largo de la elaboración del proyecto, pero fueron los propios alumnos quienes los superaron, por medio de la reflexión,

la experimentación y, en última instancia la ayuda del docente. Entre estos errores destacan los relacionados con la construcción de las gráficas, como la elección incorrecta del diagrama adecuado para cada variable y la falta de proporcionalidad de sus elementos; así como los relacionados con el cálculo de las medidas de centralización, como son la no ordenación de los datos en el cálculo de la mediana o la elección de la mayor frecuencia absoluta como moda. Todos estos errores fueron enumerados por Arteaga et al. (2011), y como se indica, han sido superados por los participantes durante el transcurso del proyecto.

Sin embargo, a pesar de que una gran parte de la muestra ha superado las limitaciones previstas, existen ciertos errores que han persistido en algunos participantes y se han observado otros que no habían sido previstos pero que deberán ser tenidos en cuenta para la planificación de la siguiente intervención. Dichos errores se enumeran en la Tabla 4, agrupados en torno a tres dificultades principales relacionadas con la interpretación de gráficas, la construcción de tablas de frecuencias relativas, y el cálculo de las medidas de tendencia central.

Analizando los resultados obtenidos con el postest y la rúbrica, y observando los errores que se han visto en las pruebas, se puede hacer una reflexión acerca de los aspectos del proyecto a mejorar de cara a una próxima intervención, que formaría parte de otro ciclo de la IA.

Durante la segunda fase del proyecto, en la que los participantes debían analizar los datos recogidos por medio de los cuestionarios, se observó que ellos mismos, sin necesidad de una explicación previa de cómo hacerlo, sabían organizar la gran cantidad de datos que habían obtenido: se repartieron los cuestionarios, hicieron el recuento y las anotaciones de su porción de encuestas, y luego pusieron en común lo que habían hecho, sumando todos los datos. Este aspecto resulta muy interesante, puesto que normalmente las metodologías tradicionales marcadas por los libros de texto no ofrecen la oportunidad de realizar una tarea así, en la que los alumnos puedan desarrollar sus habilidades de recogida y tratamiento de información, a pesar de ser contenidos indicados explícitamente en la normativa educativa. Sin embargo, aunque en este sentido el proyecto ha cumplido su objetivo de poner en práctica

la capacidad de tratar la información, en la siguiente intervención didáctica convendría que cada grupo pasara el cuestionario a una cantidad menor de participantes en lugar de a toda la clase. Esta medida no se debe a que no sean capaces de trabajar con un volumen considerable de datos, sino a que existen limitaciones de tiempo en el aula que hacen que este trabajo deba hacerse más deprisa de lo que sería ideal, por lo que para un trabajo óptimo con el mismo tiempo destinado al proyecto la clave estaría en trabajar con un intervalo de entre 10 y 15 cuestionarios, que permitiera a los participantes analizarlos sin miedo a no acabar el proyecto en la fecha prevista, además de contar con más tiempo para el trabajar los demás conceptos estadísticos.

Tabla 4. Dificultades y errores observados en el postest.

Dificultades	Errores
Dificultades en la interpretación de gráficas	E1. Fallos en la interpretación de la información representada en dos o más columnas. E2. Fallos en la inferencia estadística a partir de gráficas.
Dificultades en la construcción de tablas de frecuencias relativas	E3. Situar el valor de la variable en el denominador. E4. Dividir cada valor de la variable entre su frecuencia absoluta. E5. Multiplicar cada valor de la variable por su frecuencia absoluta. E6. Dividir la frecuencia absoluta entre el mayor valor de la variable. E7. Dividir la frecuencia absoluta entre el número de valores que toma la variable.
Dificultades en el cálculo de las medidas de tendencia central	E8. Tomar como moda el valor mayor de la variable. E9. Calcular el rango obteniendo la diferencia entre la mayor frecuencia absoluta y la menor. E10. En el cálculo del rango, señalar cuáles son los valores mayor y menor pero no indicar la diferencia. E11. Ignorar la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media. E12. Seleccionar el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente para calcular la mediana. E13. Ignorar la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media.

Por otro lado, se ha comprobado que los participantes que no habían utilizado alguna de las medidas de centralización o la frecuencia relativa en la elaboración de su proyecto no han respondido correctamente a los ejercicios del postest que valoraban esas medidas. Esto se debe a que la consigna dada a la hora de realizar el trabajo era que utilizaran los cálculos

y gráficas que consideraran relevantes para analizar los datos obtenidos mediante los cuestionarios, lo que ha provocado que algunos conceptos no hayan sido tratados en algunos grupos. Por tanto, se ha logrado el objetivo de iniciar de forma intuitiva en la construcción de tablas de frecuencias y en el cálculo de medidas de centralización, pero conviene proponer un cambio para que en el próximo ciclo de IA los resultados sean mejores. El cambio consiste en proponer a los participantes que, a la hora de exponer y comunicar los resultados, no solo expliquen los procedimientos y cálculos seguidos, sino que también elaboren una batería de preguntas que hacer al resto de los grupos para comprobar en qué medida su explicación está siendo comprendida, y resolver las dudas que se generen, además pueden crear ejercicios basados en los datos y la temática que hayan trabajado.

6. CONCLUSIONES

El objetivo general de este trabajo consistía en analizar la metodología ABP en la enseñanza de estadística en un aula de sexto curso de Educación Primaria. Una vez terminada la intervención y analizados los datos y los resultados del proyecto se ha observado que, efectivamente, la elaboración de un proyecto de análisis estadístico conlleva importantes beneficios en el aprendizaje de los conocimientos en cuestión. El ABP da la oportunidad de dar un contexto real y cercano a los conceptos y procedimientos que se pretende enseñar, algo que no es posible hacer con ejercicios desligados de la realidad de los alumnos. Además, esta conexión con la vida cotidiana contribuye a mantener a lo largo del proyecto la motivación de los participantes, lo que hoy en día supone un reto en las aulas, pero que con el ABP resulta alcanzable gracias a la libertad que se da a los alumnos para la elección de los temas. Por todo esto, tras analizar los resultados se confirma la utilidad del ABP en la enseñanza de la estadística, algo que ya apuntaban otros estudios como el publicado por el Centro Nacional para el Asesoramiento en la Mejora Educativa de Estados Unidos (2019), el cual concluyó que los estudiantes que aprenden mediante este método tienen la oportunidad de entender profundamente y de pensar de manera crítica gracias a los procesos de generación de incógnitas, al diseño y ejecución de investigaciones, al análisis y a la interpretación de datos.

Por otro lado, es necesario indicar que, si bien los resultados del proyecto han sido favorables, se debe hacer algunas modificaciones para que en la siguiente intervención didáctica de este tipo los resultados sean mejores, puesto que algunas capacidades que se esperaba trabajar no han sido desarrolladas plenamente por todos los alumnos. El objetivo es que todos los participantes adquieran los conocimientos estadísticos, y no es suficiente con que lo haga la mayoría.

Finalmente, se pone de manifiesto la relevancia de un estudio como este porque, a pesar de no ser el primero ni el que haya estudiado la muestra más amplia, pone en evidencia que existe la posibilidad de poner en marcha cambios en las aulas que muchas veces son vistos por los docentes como inalcanzables debido a las trabas impuestas por el resto de maestros, las familias y la Administración. Las metodologías activas como el ABP se consideran irrealizables por el tiempo que requiere su planificación e implantación, y por la complejidad que conlleva su evaluación, pero si el equipo está dispuesto a colaborar se obtendrán resultados satisfactorios, especialmente en un área como es la de estadística, en la que es muy importante aplicar los conocimientos a situaciones reales.

BIBLIOGRAFÍA

- Arteaga, P., Batanero, C. y Contreras, J.M. (2011). Gráficos estadísticos en la educación primaria y la formación de profesores. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación*, (12), 123-135.
- Barrows, H.S. (2000). *Problem-based learning applied to medical education*. Springfield, IL: Southern Illinois University School of Medicine.
- Bassarar, T. y Moss, M. (2019). *Mathematics for Elementary School Teachers* (7th ed.). Cengage Learning.
- Batanero, C., y Godino, J.D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Universidad de Granada.
- Centro Virtual Cervantes. (s. f.). Trabajo por proyectos. En *Diccionario de términos clave de ELE*. Instituto Cervantes. Recuperado el 1 de marzo de 2022, de

https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/trabajoproyectos.htm

- Collado, L., Guzner C. y Kaczuriwsky, A. (2006). *El aprendizaje orientado por proyectos como recurso para el desarrollo de competencias matemáticas: una experiencia*. En Martínez, Gustavo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 138-143). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Condliffe, B., Quint, J. Visher, M. G., Bangser, M. R., Drohojowska, S. Saco, L. y Nelson, E. (2017). *Project Based Learning: A Literature Review – Working Paper*. Oakland, CA: MDRC.
- Dewey, J. (1997). *Experience and Education* (Reprint ed.). Free Press.
- Evans, C. M. (2019). *Student Outcomes from High-Quality Project-Based Learning: A Case Study for PBLWorks*. Dover, NH: Center for Assessment.
- Izagirre, A., Caño, L. y Arguiñano, A. (2020). La competencia matemática en Educación Primaria mediante el aprendizaje basado en proyectos. *Educación matemática*, 32(3), 241-262. Epub 06 de diciembre de 2021. <https://doi.org/10.24844/em3203.09>
- Kingston, S. (2018). *Project Based Learning & Student Achievement: What Does the Research Tell Us? PBL Evidence Matters*. 1(1), 1-11.
- Krajcik, J. S., Blumenfeld, P. C. y Sawyer, R. K. (2014). Project-Based Learning. En *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 317–333). Cambridge University Press.
- Lewin, K. (1946). Action research and minority problems. *Journal of social issues*, 2(4), 34-46.
- Méndez, M. (2017) Dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, en estudiantes de educación básica. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, Extra, 5281-5285 Recuperado el 13 de abril de 2022, de <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/337695>.
- Murga, M. M. (2022). *El trabajo por proyectos. Una vía para el aprendizaje activo*. Santillana Educación, S.L.
- OECD (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: OECD.

Orden de 15 de enero de 2021, *por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre distintas etapas educativas.* BOJA, <https://www.juntadeandalucia.es/boja/2021/507/1>.

Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 33, 11-27 .

Rico, L., Lupiáñez, J.L. y Molina, M. (Eds). (2013). *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. Comares.

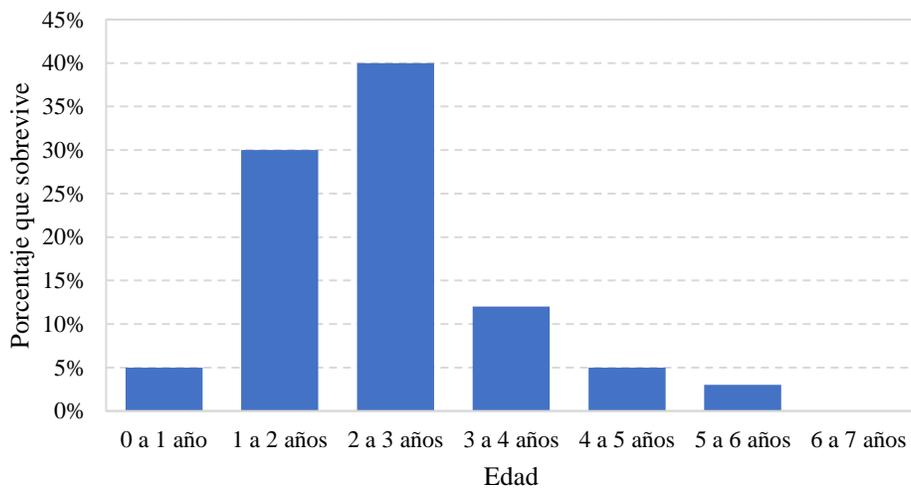
ANEXO A. RÚBRICA

Ítem	1	2	3	4
Trabajo de grupo	El grupo no ha trabajado con respeto y coordinación. El trabajo ha sido realizado por uno o dos compañeros.	El grupo ha sido respetuoso, pero no todos han participado lo mismo.	El grupo ha sido respetuoso y todos han trabajado lo mismo, pero no ha habido coordinación entre los integrantes.	El grupo ha mantenido el respeto en todo momento, se ha coordinado para realizar el trabajo, y todos han participado en la misma medida.
Presentación (documento)	El documento resulta incomprendible, no se sabe qué información se expone en cada momento.	El documento no es claro: el título no está en forma de pregunta, no se explica la muestra, las diapositivas no tienen título.	El documento está claro, pero falta alguno de los elementos mencionados en la celda de la derecha.	El documento está claro: título del trabajo en forma de pregunta, muestra, cada diapositiva tiene una pregunta como título, las preguntas tienen respuestas justificadas con gráficos y cálculos, además del nombre de los participantes.
Presentación (explicación del equipo)	No todos explican la misma cantidad de información. No saben interpretar lo que ellos mismos han escrito.	Todos los compañeros explican la misma cantidad de información. Leen los gráficos y los cálculos, pero no saben explicarlos.	Todos los compañeros explican la misma cantidad de información. Leen los gráficos y los cálculos, y los explican. Responden a las preguntas que dan título a las diapositivas.	Todos los compañeros explican la misma cantidad de información. Leen los gráficos y los cálculos, y los explican. Responden a las preguntas que dan título a las diapositivas. Saben responder a las preguntas que les hace el maestro/a.
Gráficos	Los gráficos tienen fallos, no están claros. Los participantes no saben interpretarlos ni responder preguntas sobre ellos. Faltan elementos en el gráfico.	Los gráficos no tienen fallos, están claros. Los participantes no saben interpretarlos ni responder preguntas sobre ellos. Faltan	Los gráficos no tienen fallos, están claros. Los participantes saben interpretarlos ni responder preguntas sobre ellos. Faltan	Los gráficos no tienen fallos, están claros. Tienen título, los ejes tienen nombre, la escala es adecuada. Los participantes saben interpretarlos y responder

		elementos en el gráfico.	elementos en el gráfico.	preguntas sobre ellos.
Medidas de centralización (moda, media, mediana y rango) y frecuencias.	Los cálculos son incorrectos, no saben explicarlos ni su significado.	Los cálculos son correctos, pero no saben explicarlos ni su significado.	Los cálculos son correctos y saben explicarlos, pero no conocen el significado de las medidas y las frecuencias empleadas.	Los cálculos son correctos y los participantes saben explicarlos. Conocen el significado de las medidas de centralización y frecuencias que han empleado.

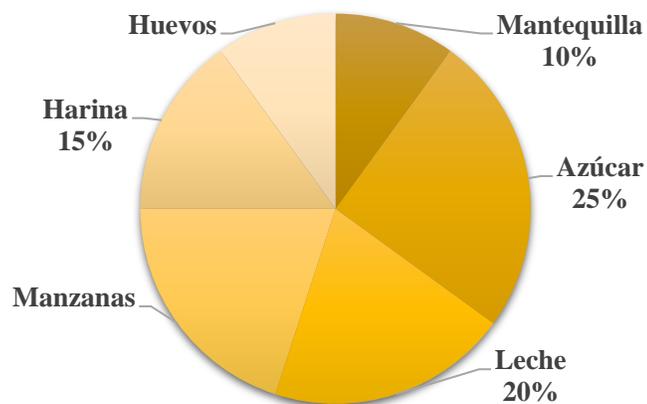
ANEXO B. PRETEST/POSTEST

1. Lucía ha buscado información sobre el número de años que vive una cobaya, y con la información que ha descubierto ha elaborado un diagrama de barras en el que ha representado el porcentaje de cobayas que sobrevive a cada intervalo de edades:



Observa el gráfico y marca con una X si las siguientes afirmaciones sobre los años de vida de una cobaya son verdaderas o falsas: Afirmaciones	Verdadera	Falsa
El 30% vive entre 3 y 4 años.		
La mayoría vive entre 1 y 3 años		
Ninguno llega a los 5 años de vida.		
Lo más probable es que no vivan más de 1 año.		

2. La sección de recetas de una revista incluye la receta de la tarta de manzana. Las cantidades de cada ingrediente están expresadas en porcentajes, pero por error es imposible apreciar el porcentaje de la manzana y el de los huevos. Sabiendo que el porcentaje de manzanas es el doble del porcentaje de los huevos, ¿qué porcentaje de la tarta corresponde a ambos ingredientes?



3. A continuación, se recogen las temperaturas que apunta Aitor a lo largo de un día de primavera.

19°C 20°C 20°C 19°C 19°C
 19°C 18°C 17°C 16°C 16°C

a) Completa la tabla de frecuencias.

Temperatura	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
16° C		
17° C		
18° C		
19° C		
20° C		

- b) ¿Cuál es la moda?
- c) Calcula el rango.
- d) Calcula la temperatura media
- e) Calcula la mediana.