

*Máster Universitario de Formación del  
Profesorado de Educación secundaria  
Obligatoria y Bachillerato, Formación  
Profesional y Enseñanza de Idiomas.*

*2012-2013*

*Especialidad de matemáticas*

## **TRABAJO FIN DE MÁSTER**

# Aprender

¿Es sólo cosa de  
alumnos?

**Toro Ramírez, Verónica**

Tutora: María Francisca Moreno Carretero

---

## ÍNDICE

1. Introducción.....	3
2. Objetivos.....	5
3. Desarrollo teórico .....	6
❖ Análisis epistemológico sobre el conocimiento de un profesor .....	7
❖ Habilidades y competencias .....	9
❖ Adquisición del conocimiento .....	12
4. Presentación y contextualización de la tarea matemática (TM) .....	17
➤ Objetivos de TM.....	18
➤ Contenidos de TM .....	20
➤ Competencias a desarrollar en TM.....	21
➤ Metodología empleada en TM.....	23
➤ Desarrollo de TM .....	24
➤ Estudio de posibles resultados de TM .....	26
➤ Evaluación y análisis de resultados de TM .....	31
➤ ¿Qué ha aprendido el profesor a partir de TM?.....	40
5. Reflexión y conclusiones.....	42
6. Referencias bibliográficas y webgrafía .....	43
7. Anexo I.....	44

## **1. INTRODUCCIÓN**

---

Es habitual al tratar el tema de enseñanza y aprendizaje, enfocar como principales y únicos protagonistas a los alumnos, sin embargo, durante el periodo de docencia de un profesor, el proceso de aprendizaje no es inherente exclusivamente al rol del alumno, sino también al del propio docente.

Ser docente, es una profesión esencialmente intelectual, ligada al conocimiento, y en la que se debe ser capaz tanto de promover su difusión y apropiación como de indagar en él. El profesor no es aquel que se limita a enseñar, sino también debe de aprender continuamente, éste está obligado a estar atento a su continua evolución tanto en las disciplinas que enseña como en las ciencias del aprendizaje. El interés por conocer y por conocer cómo conocemos para ponerlo al servicio de los niños y jóvenes, es rasgo distintivo de la profesión docente. Y es que, existe estrechas relaciones entre el modo en el que el docente organiza su enseñanza y la concepción que tiene del aprendizaje, y por tanto, el modo en el que entiende su propio aprendizaje hará depender su metodología, y así como su docencia y la calidad de ésta. Llegar a conocer como aprendemos puede contribuir a mejorar nuestro desarrollo personal y profesional, y llegar a detectar algunas prácticas indebidas, en muchos casos ocultas tras la comodidad y la rutina.

Vivimos en un mundo que evoluciona, y lo hace en todos los ámbitos y a una velocidad vertiginosa; lo hacen: el medio en el que nos relacionamos; los alumnos, sus intereses y los de la sociedad en general; los materiales y recursos empleados dentro de las aulas, las metodologías de enseñanza; y hasta los propios conocimientos matemáticos, formando todo ello un sistema dinámico. Esa es precisamente la razón fundamental por la cuál es necesario que el profesor también lo haga, evitando, tanto que él, como su práctica docente quede sumergido en lo obsoleto. Para un profesor, es necesario sentir la necesidad de superarse y crecer para lograr ser mejores docentes y poder enseñar y transmitir de la mejor forma posible

Para que nuestro sistema educativo funcione con altos estándares de calidad, el alumnado sea más exigente y que la educación sea verdaderamente interesante, es

necesario que los docentes estén a la altura de estos retos. Éste debe ser gestor de aprendizajes significativos, traductor de deseos y aspiraciones de los jóvenes, animador y estimulador, y testigo activo de los valores humanos necesarios. La sociedad del conocimiento, las tecnologías de la información, los multimedia y las telecomunicaciones otorgarán a su profesión nuevos significados y roles; y el profesor debe de estar altamente preparado para llevar a cabo su papel de forma idónea, y dicha labor no se consigue si éste se queda únicamente con lo que aprendió en su formación inicial.

Para ello, lo más importante en el proceso de enseñanza de un profesor es el interés por aprender y sus propias inquietudes por superarse. Para llevar a cabo dicha labor, es necesario empezar por reconocer que un profesor no es un ser superior que todo lo sabe, si no que es alguien cualificado para compartir sus conocimientos pero al cuál aún le falta mucho por aprender. Incluso, se darán situaciones en las el profesor no sepa responder a la pregunta de un alumno o incluso que haya aspectos que el profesor desconozca y que sus propios alumnos si que las conocen.

La labor del profesor es muy amplia, la cuál no se limita a una sola situación y por lo cual, tiene como consecuencia que su proceso de aprendizaje sea concerniente a muy diversos aspectos relacionados con su práctica docente. Éste debe de dominar temas de organización y gestión de clase, enseñanza y evaluación; trato con público diverso - padres, madres, compañeros de profesión, administración,.... -; cada vez más presente, tener conocimientos de idiomas. Un proceso cuyo adquisición de conocimientos es difícil y supone un largo proceso.

## 2. OBJETIVOS

---

Diversos son los ambientes que favorecen el aprendizaje de un docente, desde su rol como miembro de una familia, como ciudadano, colaborador en obras sociales, hasta entrenador de deporte, etc. Sin embargo, el principal motor de dicho aprendizaje es la práctica diaria, es decir, la experiencia que va adquiriendo a lo largo del desempeño del rol de profesor; donde cada actividad de enseñanza es una potente fuente de aprendizaje; sin embargo, en muchos casos, no se tiene tan claro, exactamente qué se está aprendiendo.

Es habitual que el aprendizaje se realice por ensayo y error o bien, mediante la imitación de buenos ejemplos, y muy pocas veces se es consciente explícitamente del aprendizaje personal que se está desarrollando. Aquellas experiencias en las que hemos obtenido una buena respuesta se han convertido en parte de nuestro conocimiento docente, olvidando al paso del tiempo, cómo adquirimos un tema matemático específico o una práctica pedagógica específica. Aprendemos a anticipar preguntas de los estudiantes, sus dificultades y sus errores, y luego a enseñar. Sin embargo, aquellas situaciones imprevistas de la enseñanza que nos sacuden de la rutina son las que nos proporcionan experiencias que nos obligan a reconsiderar o extender nuestra práctica, a desarrollar un nuevo método o una nueva asignación, a rediseñar una secuencia de instrucción o de aproximación, o en definitiva, nos ayudan a aprender.

A lo largo de este trabajo fin de máster, quiero justificar que la experiencia que van adquiriendo los profesores presenta una gran oportunidad de aprendizaje a lo largo de toda su carrera, en especial, a través de una valiosa herramienta, las tareas. Por tanto, los objetivos que persigo son: por un lado, hacer una revisión bibliográfica sobre el tema en cuestión para ver cómo las investigaciones recientes tratan dicho tema; por otro lado, llevar a cabo la planificación de una tarea para un nivel educativo específico y en la cuál se pretenden alcanzar unos objetivos de aprendizaje; y por último tras llevar dicha tarea planificada a las aulas, realizar una reflexión sobre lo que el profesor ha aprendido tras dicha labor.

### 3. DESARROLLO TEÓRICO

---

Es claro que a lo largo de los años, durante nuestra etapa como estudiante, hemos podido comprobar que como mejor hemos adquirido ciertos conocimientos, ha sido cuando nos hemos visto en la tesitura de tener que explicárselos a otra/s persona/s; pues bien, esto mismo le ocurre a un profesor. A pesar de que él posee una amplia formación académica, un docente de cualquier materia, en nuestro caso nos referiremos al de matemáticas; a través de su práctica docente será como mejor aprenderá tanto *matemáticas pedagógicas* como *pedagogía matemática*, distinción realizada por Mason (2007), donde matemáticas y pedagogía están íntimamente relacionadas, siendo el papel de la pedagogía el de desarrollar los conocimientos matemáticos que un profesor posee para que éste lleve a cabo su labor de una forma óptima.

Para una completa distinción entre los dos términos empleados, se define como; “*Las matemáticas pedagógicas son aquellas que implican exploraciones útiles para, y provenientes de, consideraciones pedagógicas*”, (Mason,2007); es decir, son aquellos conocimientos matemáticos que el profesor adquiere a partir de las necesidades educativas del alumnado y cuya finalidad es solventarlas; mientras que “*Las pedagogía matemática es aquella que implica estrategias y construcciones útiles para la enseñanza de las matemáticas*”(Mason,2007).

Cuando un profesor se dispone a enseñar un concepto o noción, éste debe de estudiarlo en gran profundidad, conllevando un aprendizaje mucho mayor del que poseía anteriormente, sin embargo, según Zaskis (2010) y Leikin (2010), incluso cuando los autores no discuten sobre cuestiones explícitamente pedagógicas, coinciden en que en su mayoría, las matemáticas que los docentes aprenden en su experiencia son aquellas destinadas a la enseñanza, es decir, *matemáticas pedagógicas*. En otras palabras, bien es cierto que en la planificación realizada por el profesor para enseñar una noción, induce a un aprendizaje por parte del propio docente, pero en la mayoría de las ocasiones, dicho aprendizaje está condicionado a las necesidades del alumnado al cuál irá destinado la explicación.

Simon (1997), sugiere un modelo cíclico de enseñanza de las matemáticas. Acorde al modelo, los profesores diseñan una hipotética trayectoria basada en varios tipos de conocimientos que ellos poseen. La trayectoria incluye tres elementos interrelacionados: objetivos de aprendizaje, planificación del profesor de las actividades de aprendizaje (tarea), y hipótesis del profesor del proceso de aprendizaje. Cuando llevamos esa hipotética trayectoria a clase, los profesores necesitan ajustar en base a las interacciones con los alumnos. Esos ajustes conducen a los profesores a una nueva comprensión que precede a la siguiente trayectoria hipotética de aprendizaje que ha diseñado. Los estudiantes abordan las tareas, reflejando en el proceso, y, en el resultado, la construcción de su propio conocimiento. Simultáneamente, el profesor observa y respalda el proceso de aprendizaje, reflexiona sobre la situación de aprendizaje, ajusta la tarea a la situación, y transforma su propio conocimiento. Nuevas oportunidades de aprendizaje están basadas en el conocimiento enriquecido de la experiencia docente. La vista cíclica de la enseñanza según Artzt y Armour-Thomas (2002); Steungring (1998); Simon (1997); Wilson et al. (1987) no declara o manifiesta que los profesores aprenden a través de la enseñanza, pero demuestra que enseñar es un potencial extraordinario para el aprendizaje de los profesores.

### **Análisis epistemológico sobre el conocimiento de un profesor**

Basada en el análisis epistemológico del conocimiento de un profesor llevada a cabo por Scheffler (1965); Shulman (1986); Wilson et al. (1987); Ball, Hill y Bass (2005); Kennedy (2002); veamos la clasificación del conocimiento realizada por Leikin (2006) en la cuál se identifica las siguientes dimensiones:

- ❖ **Tipos de conocimiento de profesores**, basada en la clasificación de Shulman(1987).
  - Conocimiento de la materia, referente al propio conocimiento que poseen los profesores de matemáticas sobre dicha materia, es decir, el conocimiento de conceptos, sus definiciones, propiedades y estrategias algorítmicas, así como diferentes tipos de conexiones matemáticas y su implementación para la resolución de problemas.

- Conocimiento didáctico del contenido, incluye el conocimiento de cómo los estudiantes abordan las tareas de matemáticas, la capacidad para adaptarse a las tareas de aprendizaje, habilidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes, así como el conocimiento del entorno de aprendizaje.
  - Conocimiento del contenido curricular incluye el conocimiento de la normativa educativa, distintos tipos de planes de estudio y de los diversos enfoques de la enseñanza de las matemáticas. Así como la capacidad de conectar una tarea matemática a diferentes temas y conceptos matemáticos dentro de un plan de estudios.
- ❖ **Fuentes de conocimiento de los profesores**, basada en la distinción de Kennedy (2002).
- Conocimiento sistemático adquirido a través de la formación matemática y pedagógica, ya sea en centros educativos - institutos o universidades - antes y durante el desempeño del rol de profesor, como leyendo artículos y libros profesionales.
  - Conocimiento artesanal desarrollado a través de la experiencia en el aula y basada principalmente en la interacción de los profesores con sus estudiantes o con sus propios compañeros de profesión y donde sus reflexiones contribuyen en gran medida.
  - Conocimiento prescriptivo, adquirida a través de políticas institucionales; a través de pruebas, sistemas de rendición de cuentas, y textos de diversa naturaleza. Dicho conocimiento está motivado principalmente por el sentido de responsabilidad del profesorado hacia los estudiantes y la comunidad.
- ❖ **Formas de conocimiento**, seguidas de Atkinson y Claxton (2000) y Fischbein (1984).
- Conocimiento intuitivo que determina las acciones del profesor, que no se pueden planificar de antemano.
  - Conocimiento formal, referentes a las acciones planificadas del profesor.

Dichas dimensiones no son independientes, sino que existen relaciones entre ellas que las caracterizan, por ejemplo, Kennedy (2002) el cual, sugiere una relación entre varias *fuentes de conocimiento* y diferentes *formas de conocimiento* entre ellas: El



conocimiento artesanal es principalmente más intuitivo, y el conocimiento sistemático es más formal. Según las dimensiones que caracteriza el conocimiento de un profesor antes descritas, el aprendizaje que el profesor experimenta mientras que enseña está basado en conocimientos didácticos (*tipo de conocimiento*, dimensión 1) que se adquieren de forma artesanal (*fuerza de conocimiento*, dimensión 2) a través tanto de conocimientos intuitivos como formales (*formas de conocimiento*, dimensión 3).

### **Habilidades y competencias**

El desempeño del rol del profesor hace alusión al desarrollo de ciertas habilidades en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y que se adquieren a través principalmente del conocimiento artesano, o experiencia. Algunas de las habilidades que hemos mencionado son las siguientes: Observar – Relacionar – Enlazar – Buena expresión oral – Buena comprensión escrita – Ser capaz de aclarar dudas y generar soluciones – Interpretar – Abstractar – Ordenar – Concluir – Realimentar los descubrimientos de los alumnos sobre la marcha – Escuchar – Velocidad– Combinar elementos – Expresión corporal en cierto contenido – Dosificar expresividad – Sintetizar – Esperar – Intuir – Completar ciclos de ideas – Secuenciar de forma lógica y coherente.

Dichas habilidades contribuyen a la adquisición de las propias competencias básicas que en el currículo de matemáticas presenta como aspecto que deben desarrollar los alumnos a lo largo de su periodo de escolarización y que, es necesario también su dominio por parte del docente para realizar buen desempeño de su labor. Dichas competencias, se presupone que ya se han adquirido y que se dominan en gran parte, sin embargo, éstas se deben de ir mejorando a través de distintos caminos dependiendo de la competencia, donde destacan la experiencia y el interés e inquietudes del propio profesor, por tanto basándonos en las competencias básicas establecidas en:

REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. (BOE 5-1-2007):

**Competencia matemática**, inherente en la propia asignatura a impartir, y la cuál, debe ya de ser dominada gracias a los conocimientos adquiridos a lo largo de la formación académica recibida previamente y los cuales con la experiencia tomarán una orientación más didáctica.

**Competencia en comunicación lingüística**, se presenta en muchas de las labores que debe desempeñar un docente y que no se restringen a las que desarrollan dentro del aula. Comprender y saber comunicar es imprescindible en muchas acciones, en las que destacamos las siguientes: planificar una unidad didáctica, o simplemente una sesión o concepto, desarrollarla y explicarla en clase a los alumnos, tener la capacidad de comprender sus preguntas y saber darles respuesta, exponer ideas y propuestas a compañeros de centro, ser capaz de escuchar, debatir y llegar al consenso a través del diálogo, etc. En el caso de las matemáticas, además de estas habilidades, es necesario ser capaz de utilizar un correcto lenguaje matemático adecuado al desarrollo cognitivo de los propios alumnos con los que estas trabajando.

**Competencia para aprender a aprender**, el profesor debe aprender de su experiencia y a través de sus capacidades conseguir mejorar. En este sentido es de gran importancia el proceso de evaluación y autoevaluación el cuál revelará los puntos donde existen deficiencias y donde es necesaria una mayor reflexión.

**Competencia social y ciudadana**, la cuál interviene en dos sentidos. Por un lado, el profesor debe de ser capaz de desenvolverse socialmente, saber adoptar una actitud correcta dependiendo de la situación que se presente, comprender la aportación de las diferentes culturas, usar el juicio moral para la toma de decisiones y ser capaz de ejercer de forma responsable y activa los derechos y deberes de los alumnos. Por otro lado, saber comunicarse en distintos contextos, exponer tus propias ideas y escuchar las ajenas, ser capaz de ponerse en la situación de otra persona e intentar comprender su punto de vista, tomar decisiones, dialogar y negociar así como resolver conflictos. Dichas habilidades deber de ser dominadas por el profesor, y además ser capaces de transmitir las a los alumnos para que ellos también las adquieran, siendo el ejemplo, un buen camino para que ellos trabajen esta competencia.

**Tratamiento de la información y competencia digital.** La búsqueda, selección, organización, síntesis, relación y transmisión de la información son habilidades las cuales el profesor debe emplear diariamente para la planificación de su labor docente tanto dentro como fuera del aula. Además, el dominio de la competencia digital es esencial en la actualidad, presente en la mayor parte de los puestos de trabajo que desempeñarán los alumnos en un futuro y en general, en nuestro entorno diario; y además es una buena forma de llamar su atención ya que puede hacer de las matemáticas una asignatura más interactiva y atractiva favoreciendo el aprendizaje de los alumnos a través de la experimentación; posibilidades que no encontramos en los recursos o materiales tradicionales, y por consiguiente dicha competencia debe ser dominada por los profesores y ser tratada en el mundo de la enseñanza.

**Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico,** es una de las competencias menos dominadas por el equipo docente en matemáticas, aún más acusado normalmente, en aquellos con poca experiencia; esto es debido a que la licenciatura de matemáticas tiene una estructura fuertemente enfocada a una formación formal, dirigida a la investigación y no la enseñanza. Esto provoca una abstracción de las matemáticas que dificulta proyectar su aplicabilidad en las aulas de secundaria, por tanto, es necesario e importante un mayor esfuerzo por parte de los profesores para erradicar dicha deficiencia ya que conocer la aplicación de una noción, conlleva a saber proyectar mejor nuestros conocimientos; y por consiguiente, una mejor asimilación de éste por parte de los alumnos.

**Autonomía e iniciativa personal,** en la labor de un profesor, se refiere a tener una posición positiva hacia el cambio y la innovación, pasar las ideas a acciones, proponer y organizar proyectos, tomar decisiones, evaluar así como autoevaluarse, solucionar problemas o conflictos que se presentan, extraer conclusiones y ser capaz de encontrar propuestas de mejora. Dicha competencia además pone en juego ciertas habilidades sociales las cuales se necesitan tener como relacionarse, cooperar y trabajar en equipo.

## Adquisición del conocimiento

“*Aprender es la transformación de la atención*”, (Tzur, 2010), es decir, el aprendizaje tiene lugar cuando se discierne en detalles, reconoce las relaciones y propiedades que no se perciben previamente y mediante la existencia de nuevos y diferentes caminos, acceder a elegir entre nuevas posibilidades. Aprender implica necesariamente cambios tanto en la forma como el centro de atención.

Las investigaciones argumentan que el razonamiento de los profesores comienza con la comprensión de un conjunto de ideas centrales relacionadas con un tema que se les enseña, y ese conocimiento de los profesores relacionado con dicho tema se transforma a través de la enseñanza. Ese proceso de transformación es asociado a la planificación y diseño de actividades educativas, y la reflexión. Como resultado, después de la enseñanza, los profesores alcanzan una nueva comprensión, enriquecida por un nuevo entendimiento y una mayor conciencia de los efectos de la instrucción, de su objeto de estudio, y de los participantes.

Para explicar qué y cómo aprenden los docentes durante su periodo de enseñanza, presentaremos el modelo denominado “*Reflexión sobre la relación actividad-efecto*” (*Ref AER*), (Tzur, 2007; Simon, 2004 y al.). Dicha relación está construida sobre tres nociones: *asimilación, anticipación y reflexión*; y sobre el modelo de un esquema introducido por Glasersfeld (1995) constituido por: (a) situación – objetivo, (b) actividad y (c) resultado. “*Afirmamos que, tras la asimilación de una situación, una persona anticipa y refleja una única respuesta mental; una composición de relaciones mentales entre una actividad mental y el efecto/s de tal; y por tanto el mecanismo para abstraer una nueva concepción se denomina Reflexión sobre la relación actividad-efecto*” (Tzur, 2010; Simon, 2010).

El mecanismo *Ref AER* sigue un esquema que tiene su comienzo en la asimilación de cierta información correspondiente a una situación en la que se persigue un objetivo. Posteriormente, en la persona se presentan ciertas discrepancias entre los efectos que produce dicha actividad y los objetivos que persigue ésta, así generando una relación entre la actividad y los efectos anticipados. Para finalizar se presenta la reflexión sobre soluciones a problemas similares y el razonamiento sobre ellas. La

reflexión se refiere a dos tipos de comparaciones que se presentan continuamente en nuestra mente, conscientemente e inconscientemente según Simon et al (2004) y Tzur. La *reflexión tipo I* es aquella en la que se realiza la comparación entre los efectos de la actividad y los objetivos de la persona; sin embargo la *reflexión tipo II* es donde se produce la comparación de los resultados almacenados obtenidos de experiencias en las que esa relación ha sido usada. A partir de ahí se origina la relación actividad – efecto (*AER*). Para la construcción de la *Ref AER* sobre esa concepción, éste pasaría por dos fases según Tzur y Simon (2004), donde la primera se denomina *participativa* y en la que interviene el por qué de los efectos obtenidos tras la actividad y posteriormente la *anticipativa*, donde la persona ha vinculado la *AER* obtenida anteriormente con el conjunto de situaciones. De esta forma la persona puede actuar intencionadamente y espontáneamente hacia el conjunto de objetivos marcados.

A través de la *Ref AER*, cada actividad de enseñanza es una gran fuente de aprendizaje para el profesor, ¿Por qué?, Una actividad docente siempre y cuando esté planificada, ajustada y responda a ciertos imprevistos que se pueden plantear en el aula, es una forma de anticipación del docente frente a los efectos de aprendizaje que desea obtener por parte de sus alumnos. A menudo, la planificación o anticipación que el profesor realiza no se ajusta a los efectos reales obtenidos; y por tanto este debe en primer lugar, tomarse su tiempo y reflexionar sobre el problema, pensar en la forma de resolver dicho problema, desestimando la posibilidad de plantearse que tan sólo es un ejemplo más de alumnos que no son capaces de conseguir el objetivo marcado y por último, comparar con otras experiencias similares para examinar los posibles ajustes.

La perspectiva con la que el profesor plantee el aprendizaje y cómo enseñar, condicionará a las relaciones existentes entre las actividades docentes propuestas y los efectos obtenidos, es decir, el modo en el que el profesor planea, actúe, y los motivos que le llevan a esa actuación son indicadores de la asimilación del aprendizaje de las matemáticas y la enseñanza.

Aquellas situaciones en las cuales el profesor pasa algunas de las responsabilidades del proceso de aprendizaje a los alumnos, son consideradas las más efectivas, tanto para el aprendizaje del alumno, como para el del propio profesor. Esto

es debido a que en estas situaciones, el profesor debe de ser capaz de elaborar una tarea matemática suficientemente significativa como para que conduzca a una situación donde los alumnos son responsables de alcanzar los fines del aprendizaje a través de dicha tarea, y donde el rol del profesor es facilitar ese camino. En estas situaciones, profesores y alumnos, deben de trabajar de forma conjunta y por tanto aprender del mismo modo.

Los objetivos que marca un profesor no son estáticos, sino que van variando según la experiencia que éste tenga con sus alumnos, donde las propios acontecimientos escolares son los que condicionan dichos objetivos, por ejemplo: correcciones de errores de los alumnos, la predicción de respuestas de los estudiantes, los desacuerdos con las resoluciones de compañeros y / o sus propios conflictos cognitivos, deseo de mejorar la propia matemática, etc. La articulación de estos objetivos permite formar un mejor modelo de justificación del profesor (anticipación) de por qué sus actividades docentes generarán el aprendizaje de los alumnos previsto. A su vez, dicha articulación de objetivos y actividades puede ayudar a dar sentido a lo que el profesor ha visto nuevo y enlazarlo con futuras previsiones de enseñanza-aprendizaje.

Para abordar la relación existente entre la concepción de la enseñanza y el tipo de aprendizaje que ocasiona, veamos una clasificación de las distintas perspectivas:

	Psicología	Epistemología
Tradicional	Aprendizaje pasivo	Las matemáticas existen independientes del aprendizaje
Basada en la percepción	Aprendizaje activo	Las matemáticas existen independientes del aprendizaje
Basada en la concepción	Aprendizaje activo	Las matemáticas dependen de la asimilación por parte del alumno de los conocimientos

La perspectiva basada en la concepción se caracteriza no porque descubra, sino porque reorganiza el enfoque (transformación conceptual). Los profesores se sienten responsables de que los alumnos se involucren en tareas realistas que los dirijan hacia concepciones disponibles (objetivos, actividades, efectos) para comentar su aprendizaje y orientar sobre la reflexión de los objetivos directos de sus actividades, de los nuevos

aspectos de éstos y reorganizar los esquemas previamente establecidos. Por tanto Tzur (2010) establece la definición de *marco de Ref AER* como una pedagogía basada en la concepción y dirigida a la paradoja del aprendizaje. Dicha pedagogía está formada por puntos importantes: por un lado las *tareas*, en segundo lugar la *concepción de estudiantes* y para finalizar la *intención matemática*.

El marco de reflexión AER y el enfoque de tres puntas (concepción del estudiante, tareas e intención matemática), supone para la formación del profesorado de matemáticas, un lugar estratégico para el aprendizaje de los profesores durante su práctica docente, donde se lleva a cabo la transformación del conocimiento de la materia docente en el conocimiento matemático necesario para la enseñanza. Podemos citar como ejemplo a Asia, siendo núcleo de interesantes esfuerzos relacionados con el aprendizaje de los profesores mientras enseñan, donde se organizan reflexiones de profesorado a través de intercambios entre los docentes, cuya finalidad es poner en común lo que cada uno de ellos planifica, ejecuta y el debate sobre los efectos obtenidos por parte de los alumnos. De esta forma los docentes aprenden y re-aprenden conocimiento matemático para la enseñanza, los resultados de los esquemas matemáticos de los profesores dotan de una mayor comprensión de qué y cómo aprender sus estudiantes, lo que les lleva a su propio aprendizaje y a realizar mejor su docencia.

Se ha de destacar que el aprendizaje de un profesor, enseñando, es un gran potencial cuyo desarrollo depende en gran medida de la predisposición que tenga el propio profesor a las situaciones inesperadas - las cuales son una gran oportunidad de aprendizaje – y no sentirse amenazado ante ellas según Empson y Jacobs (2008). Atendiendo a las situaciones inesperadas como oportunidades de aprendizaje, es probable desencadenar un ciclo productivo que anime a los estudiantes a una mayor contribución y en definitiva un mayor grado de aprendizaje tanto para alumnos como para el propio profesor.

*“Las tareas que los profesores utilizan para involucrar activamente a los estudiantes en matemáticas son como una fuente natural de su crecimiento profesional. En el marco de la reflexión de relación actividad-efecto (Ref AER), esto casi explica se*

*por sí mismo. Una tarea es probablemente la pieza más representativa del plan pedagógico del profesor - la anticipación de la relación entre las matemáticas que sus alumnos aprenderán (efecto) y la enseñanza (actividad) que generará este tipo de aprendizaje en un tiempo / espacio (situación) designado”, (Tzur y Simon, 2010). Para que el aprendizaje a través de la enseñanza tenga lugar, es necesario sin embargo, la reflexión sistemática por parte de los docentes sobre la relación esperada: dicha reflexión será la mayor fuente de aprendizaje del profesor, así como, un medio para mejorar el uso de las tareas, ya sea acerca del papel que juegan en el aprendizaje de los alumnos de matemáticas (características de las tareas) como en la forma de ponerlas en práctica (metodología de tareas).*

Uno de los objetivos más importantes para el aprendizaje a través de la enseñanza es la articulación de por qué o por qué no una tarea engendra el aprendizaje previsto. Tal descripción debe ser explícita antes de llevar a cabo la tarea, tanto como sea posible durante la tarea en sí, y después de ésta (en la reflexión). En dicha reflexión debe estar presente tanto la de *tipo I*, en la que recordemos que se realizaba una comparación entre los efectos previstos y los reales, es decir, el aprendizaje propio de los alumnos, y el de *tipo II*, donde se realizaba una comparación con situaciones similares que habían conducido a unos efectos parecidos. En la mayor parte de los ejemplos del conocimiento matemático mejorado, el aprendizaje de las matemáticas siguió actos pedagógicos: un error repetido de los estudiantes, preguntas de los alumnos o sugerencias, el reconocimiento por parte de los estudiantes de la dificultad de la actividad, la búsqueda de maneras de ayudar a los estudiantes a construir su comprensión matemática, etc. Dichas consideraciones han sido provocadas por las interacciones con los estudiantes, donde se han dado cabida a sus ideas y consultas; por otra parte el enriquecimiento de los espacios de solución de un problema, ampliando el repertorio o explicaciones, refuerza el discurso matemático y el fomento por las conexiones matemáticas produce una fortaleza en el conocimiento matemático tanto del profesor como del alumno; y ese desarrollo de nuevas ideas es esencial para el desarrollo de las matemáticas pedagógicas.



## 4. PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA TAREA (TM)

---

Tras el desarrollo teórico del tema, procedemos a presentar una tarea concreta realizada para un grupo de alumnos donde se llevará a cabo un análisis de la planificación de ésta, de los resultados obtenidos por los alumnos y de la propia labor docente, finalizando con una reflexión sobre el aprendizaje del profesor tras la evaluación de la actividad<sup>1</sup>. A continuación se detallan algunos datos para contextualizar la tarea así como una breve descripción de ella.

**Nivel educativo:** 1º E.S.O.

**Modalidad:** Ámbito

**Unidad didáctica:** *Razón y proporcionalidad*

**Número de alumnos que han realizado dicha actividad:** 26

**Temporización:** 1 sesión

**Modo de trabajo:** Grupos informales de dos personas, cuya formación vendrá condicionada por la ordenación de los pupitres en el aula.

**Lugar en el que se ha llevado a cabo la actividad:** Dentro del aula durante mi periodo de Practicum en el I.E.S. Fuente Nueva.

**Nivel de desarrollo cognitivo del alumnado:** El presente grupo está formado por:

- Alumnos que no han superado las competencias básicas y objetivos de 1º E.S.O. en un grado óptimo y tienen que permanecer un año más en el mismo nivel educativo.
- Alumnos que entran por primera vez al centro, y que han sido propuesto por el centro de educación de primaria para participar en dicho programa por dificultades de aprendizaje y desarrollo cognitivo

<sup>1</sup> En la literatura se hace distinción entre los términos: *tarea* y *actividad*, donde:

*Tarea* es la propuesta de acción que los profesores plantean a sus estudiantes para el aprendizaje de las matemáticas; y *actividad* es el conjunto formado por la tarea y el sistema de actividades cognitivas individuales y/o sociales desarrolladas por el tutor.

Sin embargo, puesto que en la vida cotidiana ambos términos se usan de forma sinónima, en este trabajo fin de máster no se realizará dicha distinción

Debido al tipo de alumnado que forma dicho grupo, el nivel de desarrollo cognitivo de la clase es bajo.

**Clima de Trabajo:** Es un clima de trabajo agradable aunque hay presencia de pequeños problemas de disciplina.

**Contextualización de la actividad:**

- ✓ La anterior unidad didáctica trabajada ha sido: “*Sistema métrico decimal*”. De la cuál, los alumnos han adquirido ciertos conocimientos asociados a unidades de medida, paso de unidades, distintas formas de expresión de una medida, cálculo de la superficie de un rectángulo y cálculo del volumen de un prisma.
- ✓ Aprovechando dichos conocimientos, se elabora una actividad donde se muestre la relación entre éstos y los pertenecientes a la siguiente unidad didáctica: “*Razón y proporcionalidad*”.
- ✓ Puesto que el tema aún no ha sido comenzado, dicha actividad se realizará sin previa explicación de la unidad didáctica, y ésta servirá de introducción a ella, poniendo en juego los conocimientos intuitivos que posee el alumno sobre este tema.

**Descripción de la actividad:** La actividad consiste en la resolución de ciertas cuestiones a partir de un mapa a escala, adecuado a su nivel educativo.

## Objetivos de TM

La actividad tiene dos finalidades claramente diferenciadas. Por un lado se pretende que la tarea sea una introducción a la nueva unidad didáctica donde el alumno use los conocimientos previos que posee sobre el tema y en sesiones posteriores, realizar un desarrollo de éstos; y por otro lado, la actividad quiere servir de repaso de los contenidos vistos en la anterior unidad didáctica con el objetivo añadido de mostrar que la distribución de los contenidos matemáticos por unidades didácticas no implica un aislamiento de ellos; sino todo lo contrario. A continuación realizamos una descripción de los objetivos de aprendizaje que se pretenden alcanzar a lo largo de la realización de

esta actividad - que se describirá de forma detallada posteriormente - haciendo una distinción entre los generales y aquellos que son específicos de la unidad didáctica en la que nos encontramos.

Teniendo en cuenta el REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. (BOE 5-1-2007):

### **Objetivos generales (O.G.)**

- O.G.1.** Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, formas de expresión y razonamiento matemático.
- O.G.2.** Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos utilitarios de las matemáticas.
- O.G.3.** Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad o la búsqueda de soluciones.
- O.G.4.** Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
- O.G.5.** Saber valorar las matemáticas como un todo estrechamente relacionado, donde los conocimientos de otras unidades didácticas no están aislados a los de la actual.
- O.G.6.** Mejorar la capacidad de exposición de la argumentación sobre la resolución de un problema matemático, así como debatir sobre él y extraer conclusiones.

### **Objetivos específicos (O.E.)**

- O.E.1.** Identificar una relación de proporcionalidad entre dos magnitudes.
- O.E.2.** Identificar la razón de proporcionalidad existente entre dos magnitudes
- O.E.3.** Dados dos magnitudes que siguen una relación de proporcionalidad, y dado un tercer número, calcular su cuarto proporcional
- O.E.4.** Identificar y distinguir entre las medidas y unidades empleadas en la representación a escala y la de los elementos reales que representa.
- O.E.5.** Calcular la superficie de un rectángulo
- O.E.6.** Utilizar las adecuadas unidades de medida dependiendo de la magnitud a medir.
- O.E.7.** Tomar medidas en las unidades adecuadas y haciendo uso del material adecuado

### **Contenidos de TM**

La tarea que se va a desarrollar es introductoria a la unidad didáctica: “*Razón y proporcionalidad*” y por tanto, debido al carácter que tiene, ésta no trabaja los contenidos de forma profunda, sino que pretende que el alumno use los conocimientos previos que posee sobre el tema para a posteriori realizar el estudio de ellos. A continuación se presentan los contenidos presentes en la tarea y para su análisis realizaremos la distinción entre conceptos, procedimientos y actitudes.

### **Contenidos conceptuales (C.C.)**

- C.C.1.** Razón entre dos magnitudes proporcionales
- C.C.2.** Proporcionalidad entre magnitudes
- C.C.3.** Superficie
- C.C.4.** Longitud
- C.C.5.** Metro
- C.C.6.** Metro cuadrado

### **Contenidos procedimentales (C.P.)**

- C.P.1.** Identificar una relación de proporcionalidad entre magnitudes
- C.P.2.** A partir de una relación de proporcionalidad, dado un tercer número, calcular su cuarto proporcional
- C.P.3.** Medir de una longitud haciendo uso de una regla.
- C.P.4.** Calcular de la superficie de un rectángulo
- C.P.5.** Usar de forma adecuada las unidades de medida
- C.P.6.** Identificar las medidas del elemento real y las de su representación a escala
- C.P.7.** Usar las unidades adecuadas dependiendo de si nos referimos al elemento real o su representación.

### **Contenidos actitudinales (C.A.)**

- C.A.1.** Realizar la actividad de forma limpia y ordenada
- C.A.2.** Indicar en cada medida si se refiere a la representación a escala o a la del elemento real
- C.A.3.** Indicar las unidades de medida correspondientes según la magnitud y si la representación es a escala o real.

## **Competencias de TM**

A continuación detallaremos las competencias que se presentan en la actividad, y en qué medida o cómo intervienen. Realizaremos una distinción entre las competencias básicas y las transversales.

### **Competencias básicas (C.B.)**

- C.B.1. Competencia matemática,** inherente a la propia asignatura a la que pertenece la unidad didáctica que contiene los contenidos que se tratan en esta actividad.

- C.B.2. Competencia lingüística,** referente a la utilización del lenguaje como instrumento de comunicación. Presente en el trascurso de la actividad en todo momento, ya que debido a la metodología seguida, será necesario la comunicación con su compañero y profesor, así como para la resolución de la actividad empleando el lenguaje escrito, y haciendo buen uso además; del matemático pertinente al tema que se está tratando.
- C.B.3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico,** hace referencia a la percepción del espacio físico y la habilidad para interactuar con él, y el cuál se presenta debido a que el manejo de un mapa a escala, aunque en este caso, sea de forma muy sencilla, contribuye directamente a dicha habilidad.
- C.B.4. Competencia social y ciudadana,** en la que interviene habilidades sociales relacionadas con el comportamiento y la responsabilidad. Ésta se ve presente en la dinámica del trabajo en grupos informales donde deben exponer ideas, saber escuchar, llegar al consenso, tener un buen clima de trabajo y entendimiento, etc.
- C.B.5. Competencia para aprender a aprender,** la cuál, supone disponer de habilidades para iniciarse en el aprendizaje y ser capaz de continuarlo de manera cada vez más eficaz y autónoma. Puesto que la actividad es de iniciación al tema, ésta competencia es de relativa importancia ya que el alumno tendrá que a partir de los conocimientos previos que tiene, intentar generalizar y obtener la resolución de los ejercicios.

### **Competencias transversales (C.T.)**

- C.T.1. Trabajar en equipo;** íntimamente relacionada a la *competencia social y ciudadana* en esta actividad; en la que intervienen habilidades esenciales para el desarrollo de una persona y útiles en su vida personal y laboral. Dichas habilidades son: saber exponer ideas, escuchar las ajenas, aceptar críticas, llegar al consenso, ser capaz de generar un buen clima de trabajo, solidaridad, compañerismo, ayudar, entre otras; y las cuales están

presentes debido a la metodología empleada, es decir, los grupos informales.

En la siguiente tabla se muestra en qué medida cada objetivo contribuye a desarrollar las competencias mencionadas.

Objetivos de aprendizaje \ Competencias	Competencias					
	C.B.1	C.B.2	C.B.3	C.B.4	C.B.5	C.T.1
O.G.1						
O.G.2						
O.G.3						
O.G.4						
O.G.5						
O.G.6						
O.E.1						
O.E.2						
O.E.3						
O.E.4						
O.E.5						
O.E.6						
O.E.7						

## Metodología de TM

Durante el desarrollo de la actividad planteada en esta sesión se ha hecho uso de varias prácticas metodológicas que se procede a describir a continuación:

Uso de clase **magistral participativa** para la explicación global de la actividad, y donde los alumnos realizan las preguntas sobre los aspectos que no quedan claros, las

cuales no pueden estar ligadas a los procedimientos o resolución de los ejercicios que forman la ficha.

Uso de los **conocimientos previos** del alumno como pieza fundamental para la construcción de éste. Es una de las características principales de la actividad, y la cual será de gran importancia e interés debido al tipo de tarea de la que se trata, donde la finalidad es mantener un primer contacto con la unidad didáctica que va a dar comienzo.

Uso de **grupos informales** de dos alumnos, formados según la disposición que marca los pupitres para evitar pérdida de tiempo y exceso de ruido. Dicha metodología proporciona grandes ventajas, entre las que podemos destacar habilidades sociales propias de trabajar de forma no individual; **C.T.1** y **C.B.4**; y la gran herramienta que supone la explicación de dudas entre personas con el mismo nivel de desarrollo cognitivo, el cuál conduce a que la asimilación de la explicación sea mayor y por tanto la comprensión de ésta también.

La metodología empleada a lo largo de la tarea está basada en un **aprendizaje significativo**, donde la clara finalidad es que el alumno sea el principal agente de la construcción de su propio aprendizaje. Por tanto, el profesor será meramente un guía, cuyo trabajo en clase se basa principalmente en supervisar y orientar a lo alumnos y que por ellos mismos adquieran los conocimientos planteados para esta actividad.

## Desarrollo de TM

La actividad propuesta para el análisis de qué aprende el profesor en el proceso de su diseño así como después de obtener los resultados de los alumnos y autoevaluar su metodología trata de lo siguiente:

Por cada pareja, se hará entrega de una ficha en la que en primer lugar, el alumno se encuentra con la representación de un barrio donde se hace una alusión a varios sitios emblemáticos de éste y varios caminos por donde transitar, así como la



presencia de superficies sin edificar con una forma geométrica en común: rectángulos. Posteriormente tendrá que dar respuesta a ciertas cuestiones referentes al mapa en las que intervienen los distintos contenidos que se quieren tratar en esta tarea. Entre otras actividades deben tomar medidas sobre el mapa, relacionarlas con sus medidas reales, identificar la razón existente, reflexionar sobre distintas posibilidades, realizar cálculo de superficies y cambio de unidades...

Para la realización de dicha tarea, cada pareja formada contará con:

✚ **Una Ficha: Mapa.** Para mas detalle *ANEXO I*

**FICHA: MAPA**

**ZONA 1**

**ZONA 2**

**Responde a las siguientes preguntas:**

1. Mide la longitud del camión en el mapa (en cm)
2. Indica 1 cm en el mapa a cuanto metros reales representa.
3. Calcula la distancia real entre el instituto y la casa. ¿De todos los caminos posibles, ¿cuál es el más corto para hacer dicho recorrido?
4. Si realizamos una ruta comenzando por el instituto, pasando por cada uno de los puntos representados en el mapa, donde el destino final vuelve a ser el instituto. ¿Qué distancia hemos recorrido?
5. Se propone la posibilidad de hacer una plaza en la zona 1; y una zona habilitada para las mascotas en la zona 2. Calcula las dos superficies en medidas reales y calcula la superficie real total a edificar en las mayores unidades de superficie que conozcas.

- ✚ Aquellos alumnos que posean una regla milimetrada podrán hacer uso de ella
- ✚ Para aquellos que no posean regla milimetrada, el profesor distribuirá la siguiente cinta de papel, donde cada cuadrado tendrá una medida de 1 cm de longitud, y de medida total 10 cm. A través de ella, se puede hacer una medición de las magnitudes que se presentan, y en el caso de ser necesario el uso de una unidad menor a la del centímetro, el alumno deberá hacer uso de la aproximación.



Las preguntas que forman la ficha tienen distinto nivel de dificultad, siendo éste progresivo. Las primeras son elementales, las cuales deberían de contestar de forma rápida, y orientan hacia el desarrollo de las demás cuestiones.

Puesto que la actividad se realiza en grupos informales de dos personas, éstas deberán entregar la resolución de la tarea de forma conjunta, es decir, una por cada grupo, obligando por tanto, a que la ficha entregada recoja una resolución obtenida tras el consenso de ambos miembros.

### **Estudio de los posibles resultados de TM**

Para un análisis del proceso de aprendizaje del profesor tras la realización de la tarea presentada, es necesario previamente realizar un estudio de las posibles respuestas que vamos a obtener por parte de los alumnos para posteriormente poder comparar la etapa de predicción llevada a cabo con los resultados reales que presentan los estudiantes.

**Pregunta 1: Mide la longitud del camión en el mapa (en cm)**

<b>Respuesta correcta</b>	- 8cm
<b>Respuestas parcialmente correctas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aquellas equivalentes a la medida correcta, 8 <i>cm</i>, pero en las cuales no se emplea la unidad de medida de longitud requerida (cm). Ej: 0'8<i>m</i>, 80<i>mm</i>...</li> <li>- Medidas aproximadas a 8<i>cm</i>, donde el margen de error es inferior a 5<i>mm</i>.</li> </ul>
<b>Respuestas incorrectas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Medidas aproximadas a 8<i>cm</i>, donde el margen de error es superior a 5<i>mm</i>.</li> <li>- Cualquier medida que no indique la unidad.</li> <li>- 8<i>m</i>, que es la medida reseñada en el dibujo y que representa la medida real del camión, (confusión de la medida real y la del mapa).</li> <li>- Componente numérica correcta, pero uso unidades de medida no correspondientes a las longitud. Ej: 8<i>cm</i><sup>2</sup>, 8<i>dm</i><sup>3</sup>.</li> <li>- Ni la componente numérica ni la unidad de medida es correcta. Ej: 11 <i>dam</i></li> <li>- Otras respuestas</li> </ul>

**Pregunta 2: Indica 1 cm en el mapa a cuanto metros reales representa.**

<b>Respuesta correcta</b>	- 2 <i>m</i>
---------------------------	--------------

<b>Respuestas parcialmente correctas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cualquier otra equivalencia correcta.</li> <li>- Cualquier equivalencia correcta aproximada, con margen de error inferior a 5dm</li> </ul>
<b>Respuestas incorrectas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Confusión de la medida real y la del mapa.</li> <li>- Cualquier equivalencia en la que no se especifique las unidades de medida</li> <li>- Cualquier equivalencia cuyas unidades de medida no correspondientes a las de longitud</li> <li>- Cualquier otra equivalencia</li> <li>- Otras respuestas</li> </ul>

**Pregunta 3: Calcula la distancia real entre el instituto y la casa. De todos los caminos posibles, ¿cuál es el más corto para hacer dicho recorrido?**

<b>Respuesta correcta</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ruta que pasa por los puntos A,F,E y D : 52m</li> <li>- Ruta que pasa por los puntos A,B,C y D: 72m</li> <li>- Cualquier otra ruta que sea especificada y cuya longitud sea correcta</li> <li>* <i>válido el uso de cualquier unidad de medidas de longitud</i></li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aquel que une en línea recta los puntos A y D: 37 m</li> <li>* <i>válido el uso de cualquier unidad de medidas de longitud</i></li> </ul>
---------------------------	--

<b>Respuestas parcialmente correctas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cualquier ruta que sea especificada y cuya longitud sea aproximada, con un margen de error inferior a <i>5dm</i></li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aquella que une en línea recta los puntos A y D y cuya longitud sea aproximada con error inferior a <i>5dm</i>.</li> <li>- Cualquier ruta que sea especificada y cuya longitud sea menor a la que da solución a la primera parte de la cuestión.</li> </ul>
<b>Respuestas incorrectas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Confusión de la medida real y la del mapa.</li> <li>- Aquellas en las cuales no se indique cuál es la ruta, a pesar de que el resultado coincida con alguno de los posibles.</li> <li>- Aquellas en las que no sean indicadas las unidades de medida o estén erróneas.</li> <li>- Cualquier ruta que sea especificada y cuya longitud sea aproximada con un margen de error superior a <i>5dm</i></li> <li>- Otras respuestas</li> </ul> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Confusión de la medida real y la del mapa.</li> <li>- Aquella que une en línea recta los punto A y D y cuya longitud sea aproximada con margen de error superior a <i>5dm</i></li> <li>- Cualquier ruta que sea especificada y cuya longitud sea mayor a la que da solución a la primera parte de la cuestión.</li> <li>- Cualquier ruta sin especificar</li> <li>- Cualquier ruta en la no sean indicadas las unidades de medida o estén erróneas.</li> <li>- Otras respuestas</li> </ul>

\* La resolución de la pregunta será correcta si ambas partes lo son, incorrecta si ambas partes lo son, y en los demás casos, será parcialmente correcta.

**Pregunta4: Si realizamos una ruta comenzando por el instituto, pasando por cada uno de los puntos representados en el mapa, donde el destino final vuelve a ser el instituto. ¿Qué distancia hemos recorrido? (cm)**

<b>Respuesta correcta</b>	- 12400 <i>cm</i>
<b>Respuestas parcialmente correctas</b>	- Medidas equivalentes a la correcta, haciendo uso de otras unidades de medida distintas a la requerida - Medidas aproximadas, donde el margen de error es inferior a <i>5dm</i> .
<b>Respuestas incorrectas</b>	- Confusión de la medida real y la del mapa. - Medidas aproximadas, donde el margen de error es superior a <i>5dm</i> . - Cualquier medida en la que no se indiquen las unidades de medida o estén erróneas - Cualquiera otra medida no coincidente con las anteriores - Otras respuestas

**Pregunta 5: Se propone la posibilidad de hacer una plaza en la superficie 1; y una zona habilitada para las mascotas en la zona 2. Calcula las dos superficies en medidas reales; y calcula la superficie real total a edificar en las mayores unidades de superficie que conozcas**

<b>Respuesta correcta</b>	- Superficie zona 1 : $306m^2$ * Superficie zona 2 : $50m^2$ * Superficie total: $0,000346Km^2$ (o cualquier unidad superior) * <i>válido el uso de cualquier unidad de medidas de longitud</i>
---------------------------	--

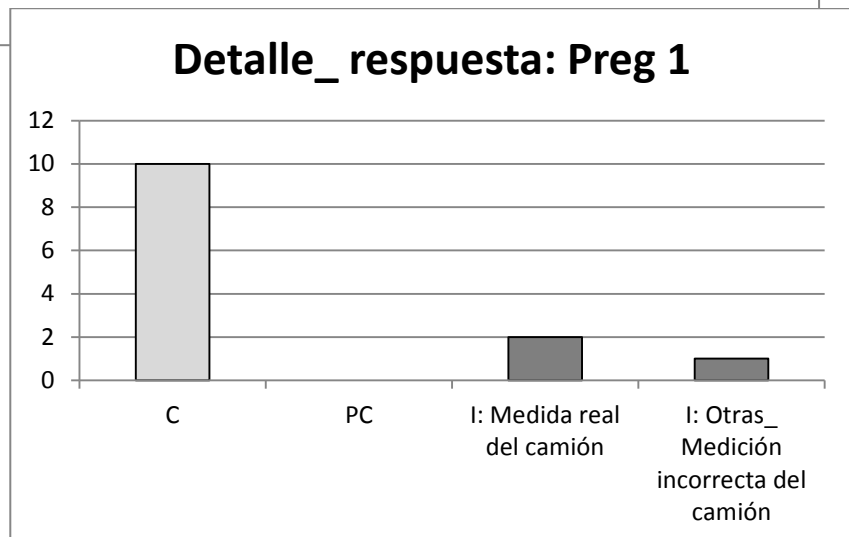
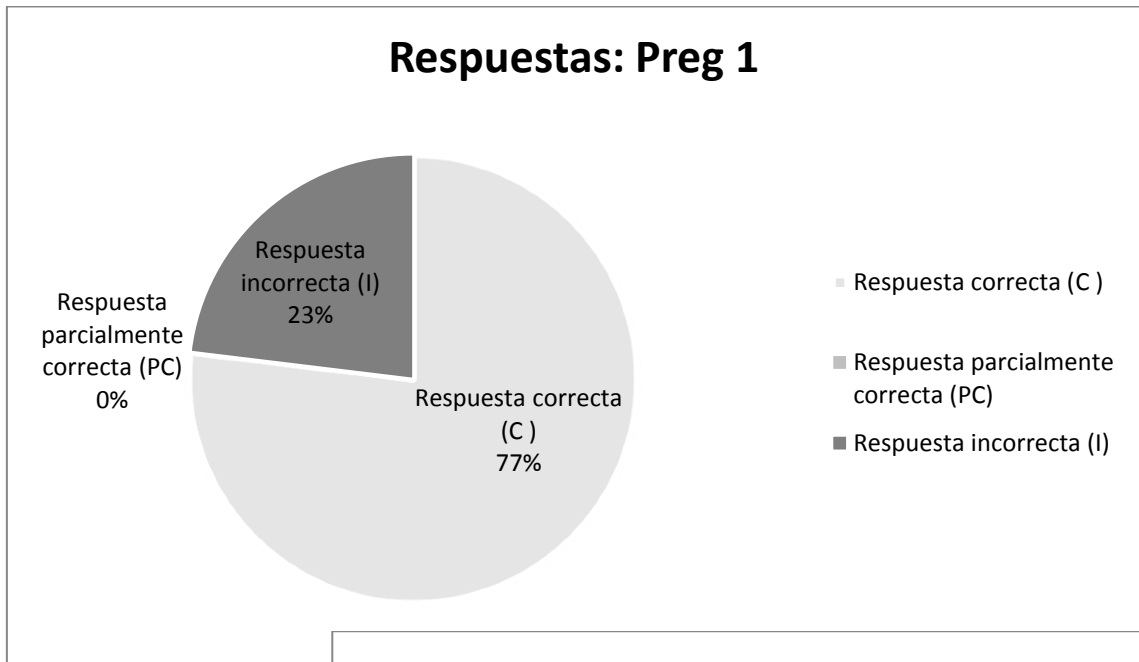
<b>Respuestas parcialmente correctas</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Superficie zona 1 : <math>306m^2</math>* **</li><li>- Superficie zona 2 : <math>50m^2</math>* **</li><li>- Superficie total: <math>0,000346Km^2</math>* **</li></ul> <p>* <i>válido el uso de cualquier unidad de medidas de longitud</i></p> <p>**<i>Medidas aproximada, con un margen de error inferior a <math>25dm^2</math></i></p>
<b>Respuestas incorrectas</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Aquellas medidas en las que no se indique a qué superficie se refieren.</li><li>- Aquellas en las que no sean indicadas las unidades de medida o estén erróneas, ej: expresar en unidades de longitud.</li><li>- Cualquier medida aproximada cuyo error es superior a <math>25 dm^2</math></li><li>- Otras respuestas</li></ul>

## Evaluación y análisis de resultados de TM

Vamos a realizar un análisis de los resultados obtenidos por los alumnos de 1º E.S.O. en la realización de esta tarea, para concluir con una reflexión sobre éstos, pero antes de ello, en primer lugar especificaremos que aspectos vamos a evaluar y el proceso o método seguido.

Para comenzar vamos a realizar una evaluación sobre la propia resolución de los ejercicios que forman la Ficha. Para ello, basándonos en las posibles respuestas que se prevén del alumno, haremos la distinción entre correcta, parcialmente correcta o incorrecta.

**Ejercicio 1: Mide la longitud del camión en el mapa (en cm)**

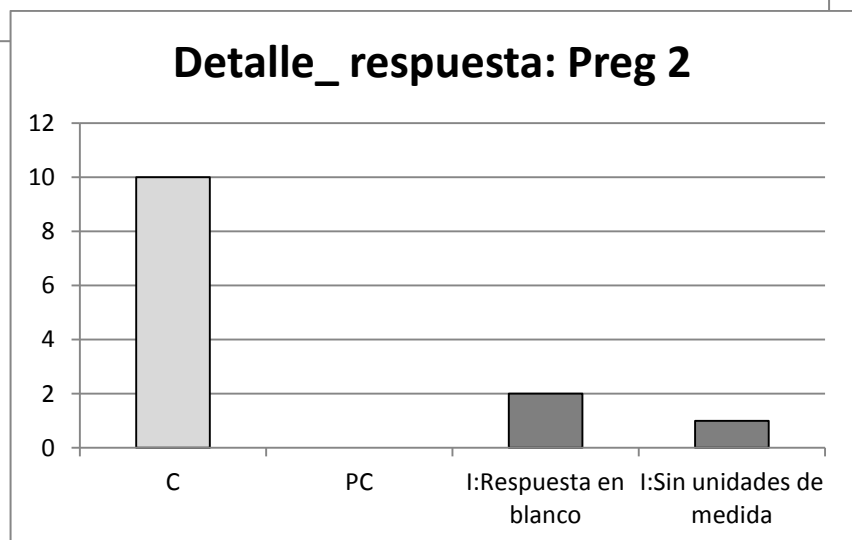
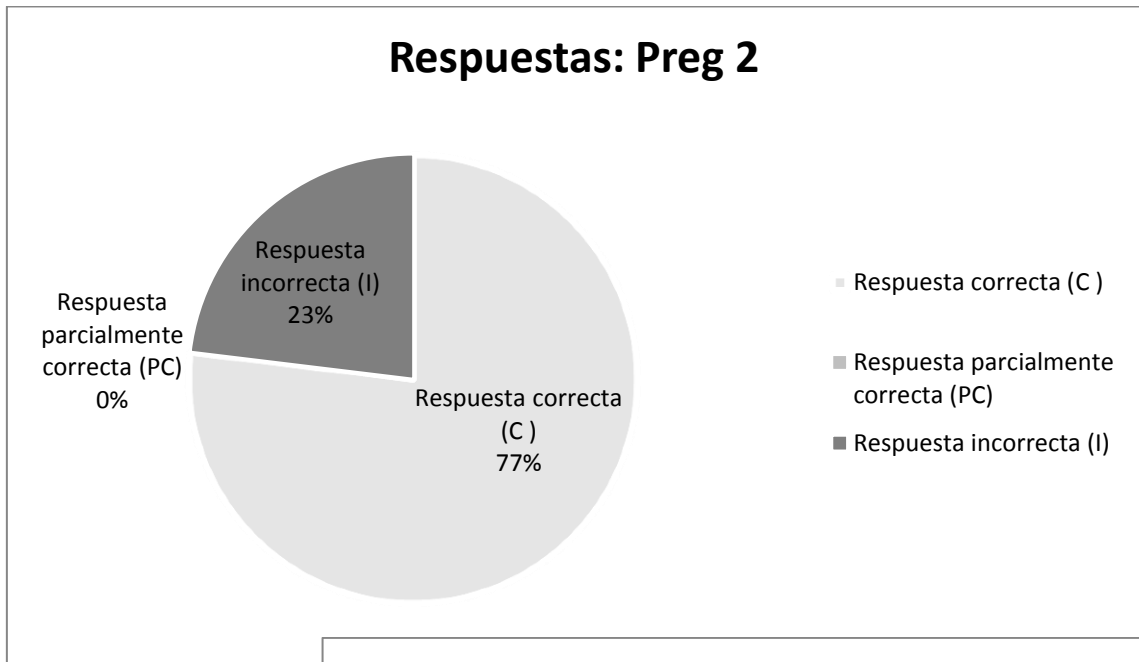


**COMENTARIOS:**

Debido a la sencillez de la pregunta, en su gran mayoría, los alumnos han respondido de forma correcta; sin embargo, podemos comprobar que hay un pequeño número que ha encontrado dificultades, en la que destaca por un lado; dos parejas que confunden la medida real del camión con la de la representación – afirmando que la medida del camión en la representación es de 8m, y por otro lado, un pareja a cometido errores en la medición del camión.



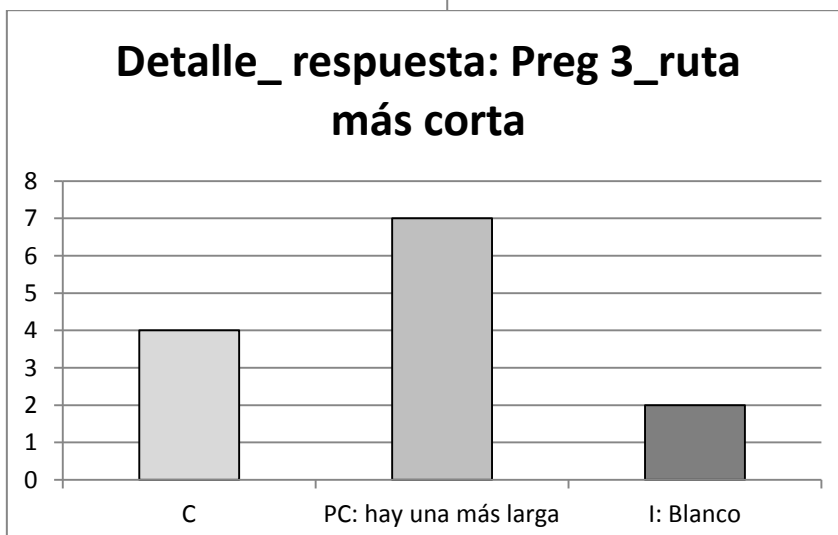
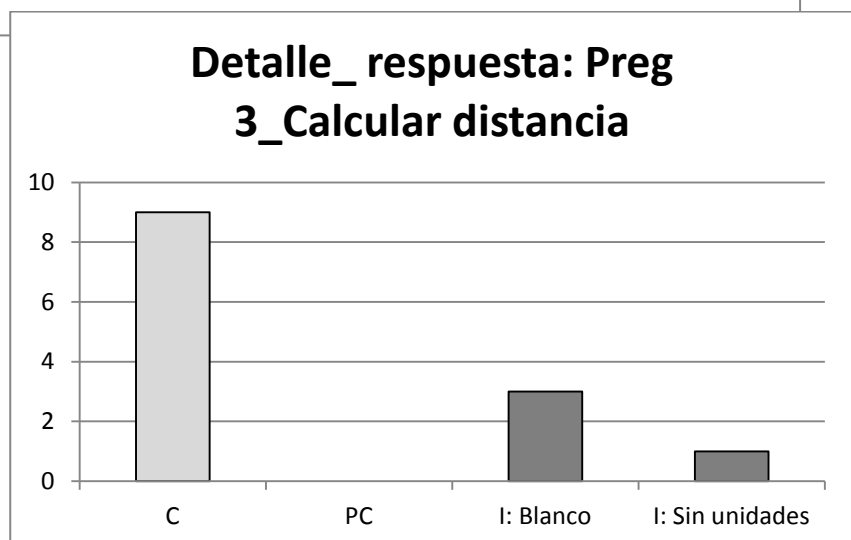
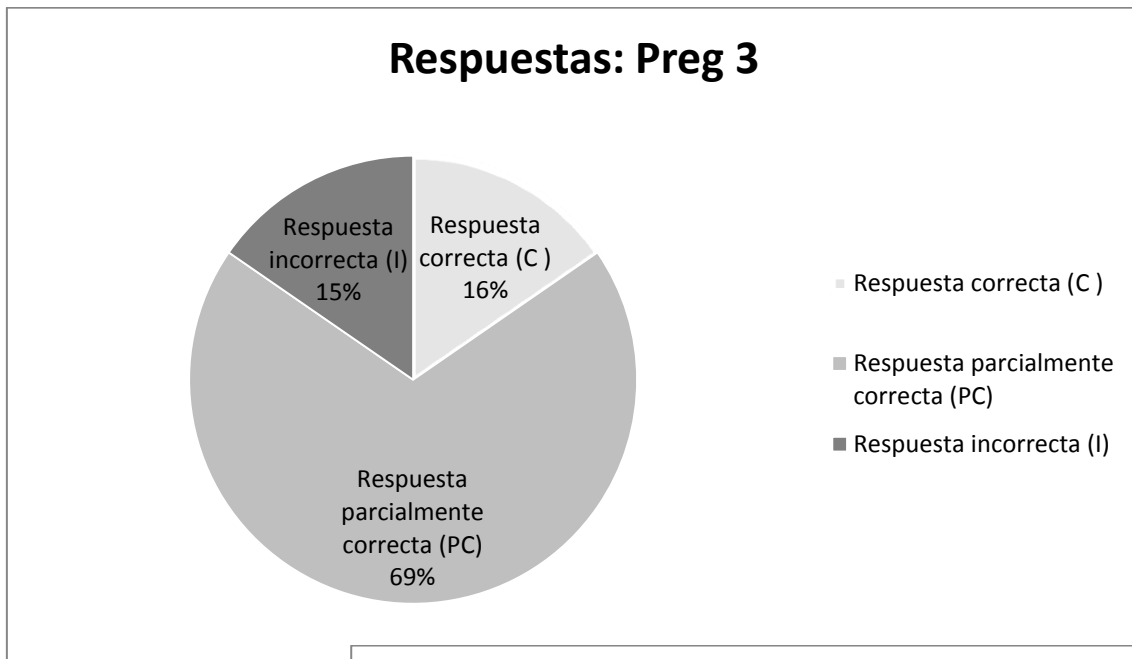
**Pregunta 2: Indica 1 cm en el mapa a cuanto metros reales representa.**



#### COMENTARIOS:

Debido a la relación existente entre las dos primeras preguntas, los resultados que arroja el estudio son similares, en la mayoría de los grupos informales la respuesta ha sido correcta, mientras que aquellos alumnos que tuvieron dificultades en realizar la primera pregunta también las encuentran en ésta.

**Pregunta 3: Calcula la distancia real entre el instituto y la casa. De todos los caminos posibles, ¿cuál es el más corto para hacer dicho recorrido?**



## COMENTARIOS:

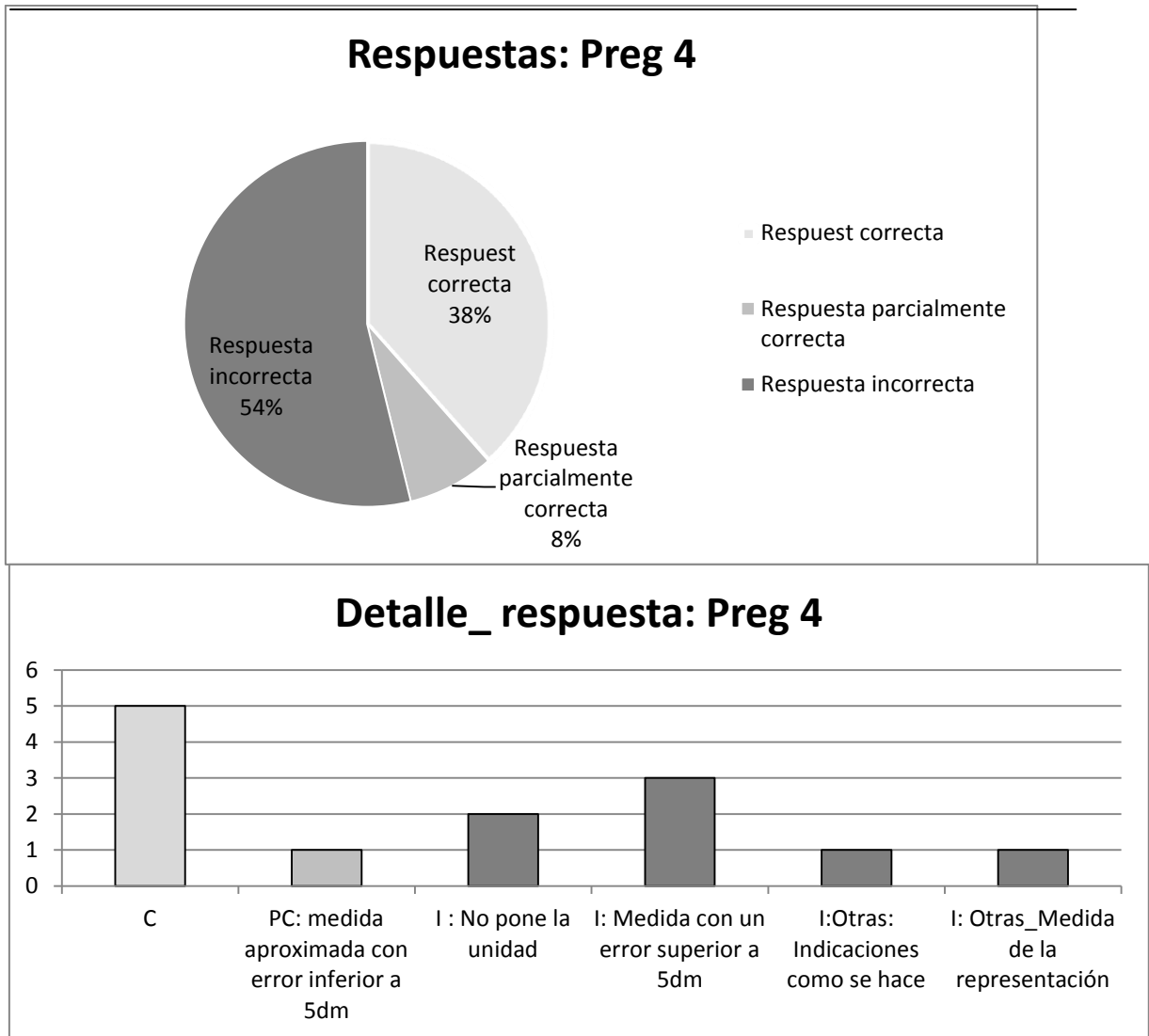
Como esta pregunta consta de dos partes, se considera que la resolución es correcta en su totalidad, si ambas partes lo son; por el contrario, se considera incorrecta si la resolución de ambas partes también lo son, y por consiguiente, en los demás casos, la respuesta se considerará parcialmente correcta.

Debido al modo en el que se ha corregido dicha actividad, es normal que hay un mayor número de respuestas parcialmente correctas ya que esta opción contempla un mayor número de posibilidades. Además, en esta pregunta aumenta la dificultad del tarea, puesto que por un lado, deberán trabajar con la relación establecida entre medida real y medida de representación (escala); y por otro lado, deberán de reflexionar sobre una pregunta abierta, “¿Cuál es el camino más corto?”

Tras ver los diagramas de barras, podemos comprobar que los alumnos tienen mayor dificultad en la segunda parte de la actividad, donde el mayor motivo es que no son capaces de encontrar un camino más corto entre los dos puntos solicitados, marcando como única solución aquella aportada en la primera parte.

Por otro lado, cabe destacar la aparente incoherencia entre los resultados de las preguntas 1 y 2 con respecto a los de la pregunta 3 (Segunda parte), donde hemos podido comprobar que 3 parejas no han sido capaces de establecer la escala, sin embargo, han sido menores aquellos que no han podido realizar el ejercicio 3. Esto es debido, a que para la respuesta se ha dado como válida con el simple hecho de reseñar que el camino más corto es aquel que une ambos puntos en línea recta, no siendo necesario, indicar su distancia.

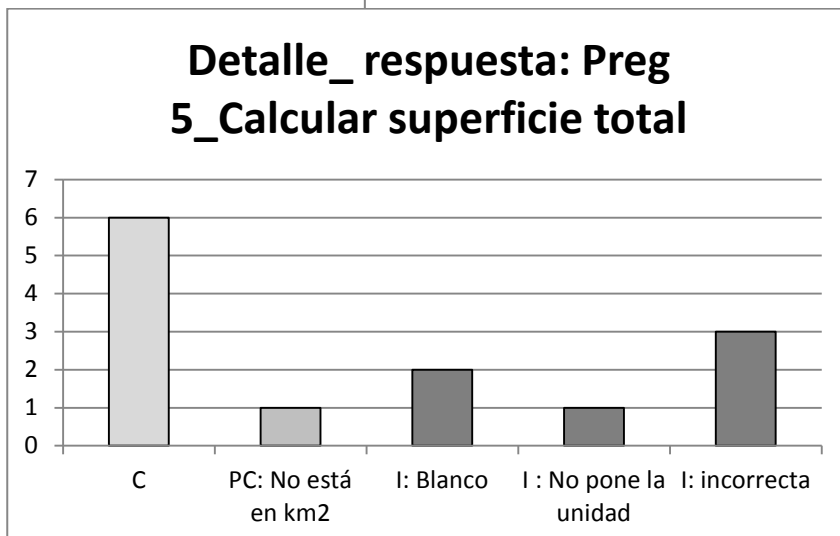
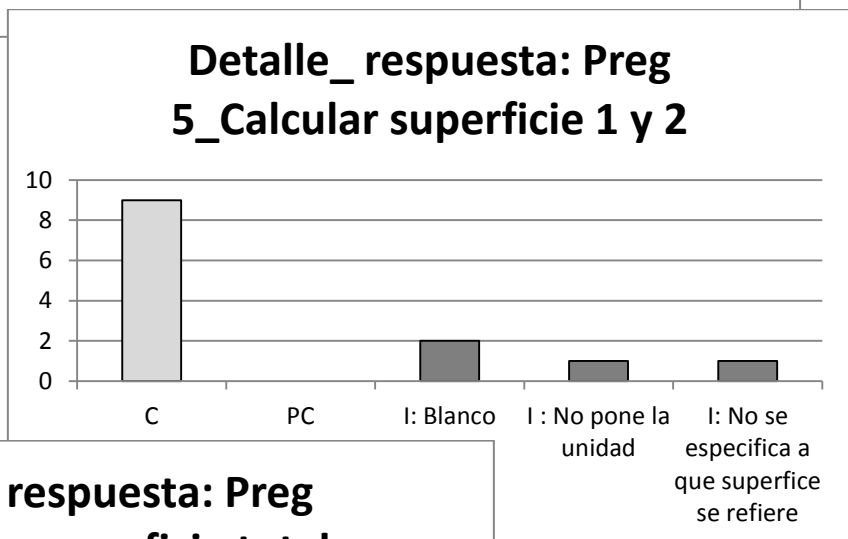
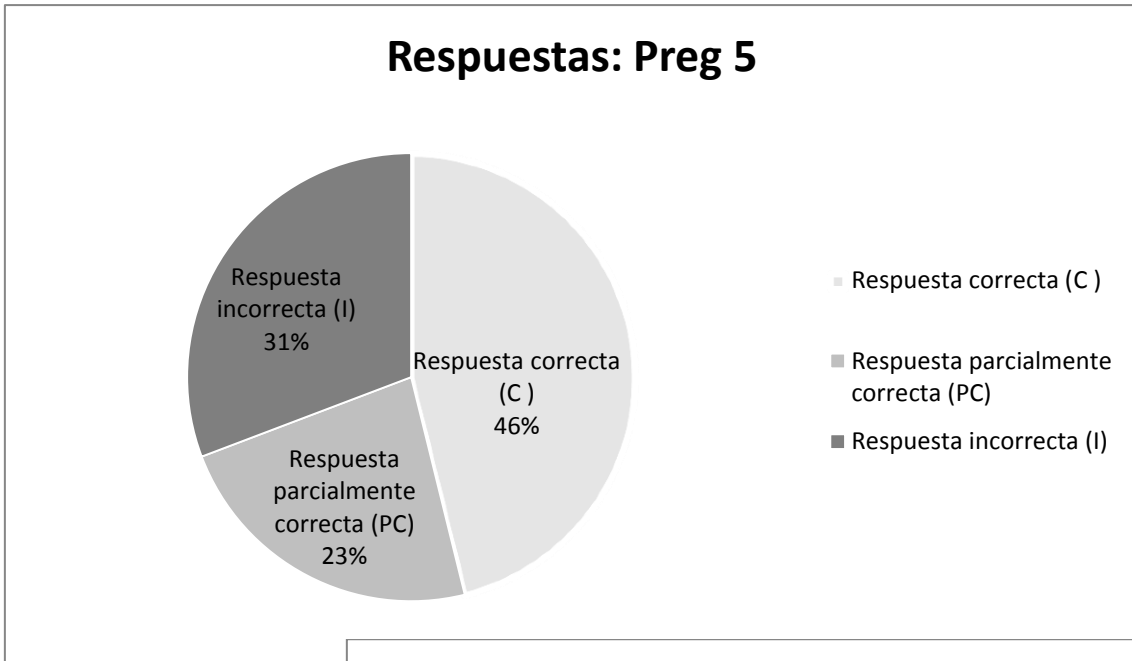
**Pregunta 4: Si realizamos una ruta comenzando por el instituto, pasando por cada uno de los puntos representados en el mapa, donde el destino final vuelve a ser el instituto. ¿Qué distancia hemos recorrido?**



**COMENTARIOS:**

En esta pregunta, vemos un aumento del número de respuestas incorrectas, esto es debido principalmente a errores de medida donde el error es superior al permitido, provenientes en su mayoría por errores de aritmética. Por otra parte, debo destacar el caso del grupo el cuál revela dificultades al entender la relación entre medida real y la de la representación puesto que, a la pregunta planteada, se le da respuesta con la medición de la ruta en el mapa y no la real.

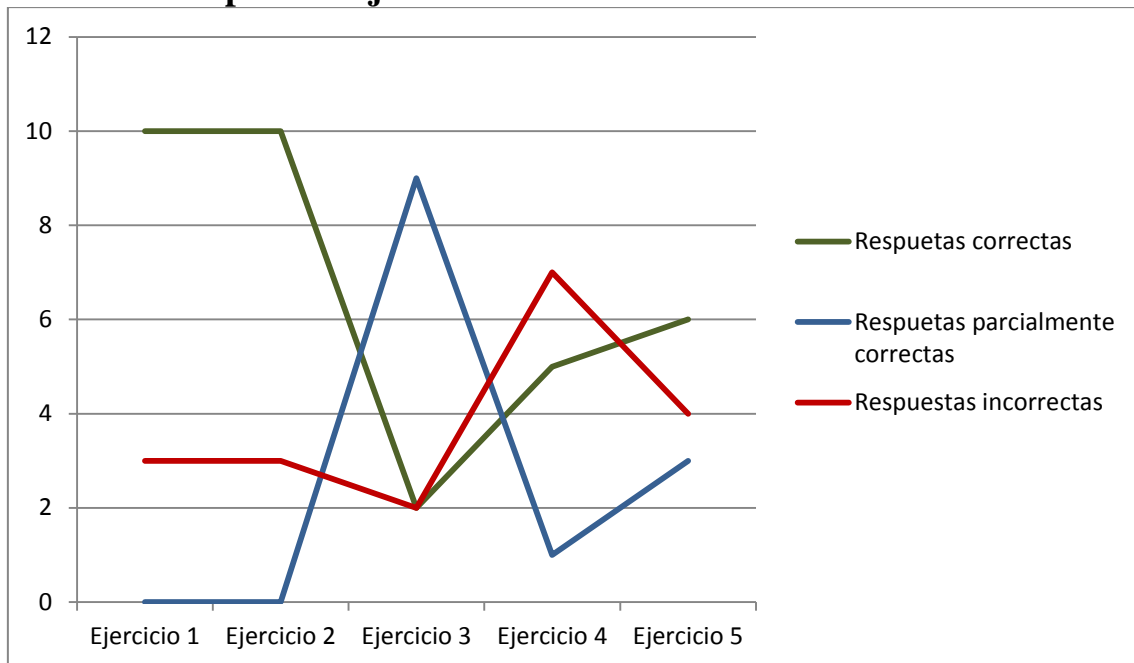
**Ejercicio 5:** Se propone la posibilidad de hacer una plaza en la zona 1; y una zona habilitada para las mascotas en la zona 2. Calcula las dos superficies en medidas reales y calcula la superficie real total a edificar en las mayores unidades de superficie que conozcas.



### COMENTARIOS:

En la última pregunta se reflejan una mayor variedad de errores en la resolución de ejercicios, no se reseñan las unidades de medida, el cálculo es incorrecto debido a problemas de aritmética principalmente y cuando se pide la resolución de varias cosas, no se especifica a que se refieren en cada caso.

### Evolución respuestas/ejercicios tarea



### COMENTARIOS:

Podemos comprobar que por la sencillez de las dos primeras cuestiones, la mayor parte de los grupos han contestado de forma correcta, como consecuencia de dicha sencillez, la resolución ha sido correcta o incorrecta, sin dar oportunidad a haber respuestas parcialmente correctas. En la tercera pregunta, el número de respuestas correctas desciende de forma brusca en contraposición al número de respuestas parcialmente correctas, esto es debido a que el número de cuestiones en dicha pregunta es dos, y por tanto lógico dicho resultado, explicado anteriormente; mientras, el número de respuestas erróneas se mantiene. En los ejercicios 4 y 5, aumenta la dificultad de la

tarea, y por tanto tienden a igualarse el número de respuestas de cada tipo. Debo de reseñar que la actividad la ha realizado una clase con un total de 26 alumnos, puesto que dicha tarea se realizaba a través de grupos informales de dos personas, el número de tareas evaluadas es de 13, por tanto, como es una población pequeña, los resultados que muestran las gráficas pueden llevar a equivocación debido a que se advierten cambios muy bruscos, donde realmente la componente numéricas revelan que dichos cambios no son tan significativos como en su apariencia.

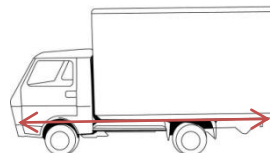
---

Además de los resultados analizados, debo de destacar que en la mayoría de las fichas resueltas, entregadas por los alumnos, había una falta de orden y limpieza, donde los resultados y operaciones necesarias para su obtención estaban distribuidas por el papel sin ningún tipo de indicaciones.

Como ya ha sido indicado anteriormente, la metodología empleada, ha sido el uso de grupos informales de dos alumnos, los cuales debían de realizar dicha tarea y donde el profesor representaba el papel de orientador en la actividad, por ello, los resultados obtenidos muestran la comprensión de la tarea y de los conocimientos presentes condicionada por las intervenciones que el profesor realizó durante la ejecución de la tarea, por ello presento ciertas observaciones tomadas durante su desarrollo en el aula.

Los alumnos los cuales han realizado esta tarea presentan errores y dificultades en:

- Aritmética de los números reales, a pesar de que las operaciones era muy sencillas – suma y multiplicaciones de números enteros -.
- Dificultad en la comprensión del concepto de escala, y la relación de equivalencia existente entre las dos magnitudes - real y mapa - proporcionales.
- Errores en la medición de una figura, en este caso el camión, por ejemplo:



- Dificultad en preguntas abiertas donde deben de reflexionar, es el caso la pregunta: *¿Cuál es el camino más corto para ir de un punto a otro?*

### ¿Qué ha aprendido el profesor a través de TM?

Tras la fase de planificación de la tarea, y evaluación de ésta, llevaremos a cabo la fase de reflexión:

En primer lugar, la tarea estaba planificada para llevarla a cabo en un periodo de 30 minutos, donde el tiempo restante de la sesión que sería en torno a 20 minutos, se preveía la corrección de la tarea por parte de los alumnos, en la pizarra, donde se abriría debate ante cualquier error o dificultad que se presentase; así como la conveniente intervención o explicación sobre cualquier aspecto a aclarar por parte del profesor. Sin embargo dicha planificación de la temporización no se ha llevado a cabo, debido a que el tiempo empleado para al resolución de la tarea por parte de los alumnos ha sido mayor del previsto ocupando un periodo de 45 minutos; y por tanto, ha sido necesario una reorganización de la sesión, donde la corrección se ha basado en la explicación de las pautas de la resolución de los problemas por parte del profesor, posponiendo una corrección más exhaustiva para una posterior clase.

EL material preparado para la medición sobre el mapa, proporcionaba medidas imprecisas, no por la forma de éste sino por tu tamaño. Puesto que las medidas eran números enteros, la regla fabricada no conllevaba el tener que realizar aproximaciones donde se cometiesen errores, sin embargo, debido a que ciertas longitudes a medir eran mayores que la de la propia regla, si ha producido errores leves, los cuales se pueden solventar pidiendo que los alumnos traigan una regla de longitud superior a 20 cm, o duplicar la fabricada.

La formación de grupos informales de dos personas no refleja conflictos, pero si he podido observar que uno del grupo es el que toma la iniciativa de la resolución de la tarea, dejando en mucho casos, prácticamente al margen al otro miembro del grupo. Una forma de resolver dicha cuestión es proponer que cada uno de ellos debe de entregar su propia resolución aunque ésta se haga de forma conjunta con su compañero.

A pesar de que la elaboración de la tarea está formada por un conjunto de tareas cuya dificultad va en aumento de forma gradual, donde el camino a seguir va siendo orientado por las propios ejercicios previos, la tarea presenta dificultades en la



aplicación de la escala y en la diferenciación entre las medidas del mapa y las de la realidad que representa. Por tanto, para mejorar la tarea debemos complementarla, primero una opción sería el uso de un pequeño texto introductorio sobre el concepto de escala y su utilidad, y posteriormente alguna otra actividad más como puede ser: comparación con otras representaciones (distintas escalas), cuestiones donde reflexionen sobre escalas apropiadas o que trasladen la representación del mapa a una escala menor.

A pesar de que los conocimientos matemáticos que se presentan en la tarea aparentemente son de poca dificultad, es decir, el profesor puede considerar que no va a plantear grandes problemas, los alumnos a lo largo de la sesión han presentado diversas dificultades al enfrentarse a ellos, por ello, es conveniente una reorganización de la tarea dejando más tiempo disponible para un debate final sobre los ejercicios que forman la tarea, sus resoluciones, dificultades que han encontrado, etc.

Para finalizar, el conjunto de objetivos de aprendizaje planteados en la tarea es algo ambicioso, considero que es mejor centrar la tarea en un número menor de objetivos para tratarlos en más profundidad.

## 5. CONCLUSIONES Y REFELXIÓN

---

Después del desarrollo o justificación teórica presentada a lo largo de este trabajo, así como, gracias a las conclusiones o aportaciones que hemos podido extraer después de llevar al aula una sencilla tarea, se puede reflejar que a través de la enseñanza de un profesor, no sólo aprenden los alumnos sino el propio docente. A través de la docencia, cualquier actividad que éste plantee es una gran fuente de aprendizaje para el profesor. Para que dicha tarea planteada por el profesor sea una oportunidad de máximo aprendizaje, éste debe de tener una fase de planificación, donde es importante, prever las posibles respuestas a obtener por parte de los alumnos para que dicha planificación sea lo más completa posible; posteriormente su ejecución, donde destaca la importancia sobre la observación e interacción con los alumnos; y por último la más importante de las fases, la reflexión, de la cuál a través de las respuestas que ha obtenido por parte del alumnado, intentar explicar, por qué de ellas, si cumplen tus expectativas y cómo es posible mejorar dicha tarea, y por tanto mejorar el propio profesor como docente, de ahí la importancia de esta última parte.

A través de una sencilla tarea como la presentada en este trabajo, hemos podido corroborar las muchas conclusiones que se pueden extraer y la crítica de aspectos que se pueden mejorar. A través de la evaluación de los alumnos así como de todos los aspectos que intervienen en una sesión docente, se hacen visibles las deficiencias tanto en los alumnos, como en la labor del profesor o en la propia tarea propuesta.

Lo que si es claro, que el profesor de matemáticas a lo largo de su experiencia aprende tanto matemáticas como a enseñar, y para ello, la principal herramienta es el uso de tareas, así como su evaluación/reflexión. Pero lo que se ha de destacar, es que lo imprescindible para que el proceso de enseñanza /aprendizaje se de en un profesor, también se puede trasladar al caso de los alumnos, es, *QUERER APRENDER*. Para ello, es necesario dedicar tiempo y empezar por analizar las necesidades de aprendizaje de sus alumnos, crear sus propios ambientes de aprendizaje y aprovechar todas las oportunidades que están a su alcance.

Para finalizar, quiero recordar que “*La reflexión sobre la propia práctica pedagógica es la mejor herramienta que poseen los maestros para avanzar y superarse profesionalmente*” (Torres, 1996).

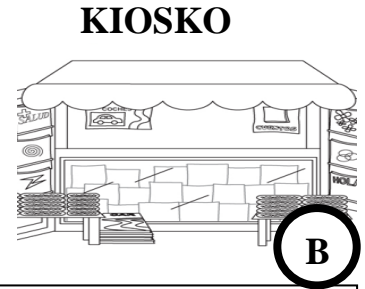
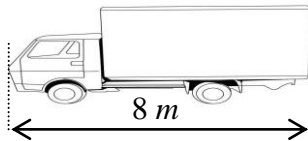
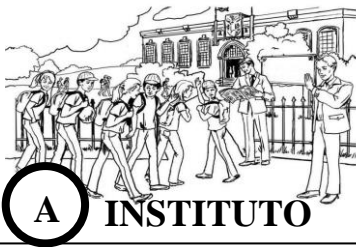
## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEBGRAFÍA

---

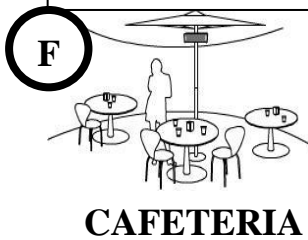
- ✚ Ballesteros Almarcha, M.T. Procedimientos interactivos enseñanza-aprendizaje en el aula de lengua: el alumno aprende... ¿El profesor también?. Encuentro práctico ELE. En <http://www.encuentro-practico.com/pdf10/ballesteros.pdf>, accesado el 27 de mayo del 2013
- ✚ Cuadra,F. ; Romero Albadalejo,I. (2003). ¿Qué formación inicial reciben los profesores de Matemáticas en secundaria?. *SUMA*, n. 42, pp. 5-11.
- ✚ Goñi, J. M. (2011). *Didáctica de las matemáticas*. GRAO: Barcelona
- ✚ Latapí Sarre, P. (2003). Cuaderno de discusión 6: ¿Cómo aprenden los maestros? Formación Docente. En <http://ses2.sep.gob.mx/dg/dgespe/>, accesado el 25 de mayo del 2013
- ✚ Leikin, R. ; Zazkis, R. (2010). *Learning Throungh Mathematics. Development of Teachers 'Knowledge and Expertise in Practice*. Springer. Londres
- ✚ Pintor García, M. ; Vizcarro Guach, C. (2005). Cómo aprenden los profesores. *Revista complutense de educación*,vol 16, n.2,pp.623-644.
- ✚ Plan de Centro. I.E.S. Fuente Nueva. En [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/04700272/helvia/sitio/upload/Plan\\_Centro\\_201213.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/04700272/helvia/sitio/upload/Plan_Centro_201213.pdf), accesado el 11 de mayo de 2013
- ✚ REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. (BOE 5-1-2007)

## 6. ANEXO I

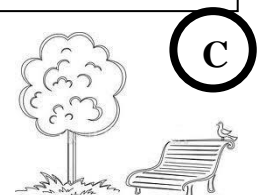
### FICHA: MAPA



# ZONA 1



# ZONA 2



**Responde a las siguientes preguntas:**

1. Mide la longitud del camión en el mapa (en cm)
2. Indica 1 cm en el mapa a cuanto metros reales representa.
3. Calcula la distancia real entre el instituto y la casa. ¿De todos los caminos posibles, ¿cuál es el más corto para hacer dicho recorrido?
4. Si realizamos una ruta comenzando por el instituto, pasando por cada uno de los puntos representados en el mapa, donde el destino final vuelve a ser el instituto. ¿Qué distancia hemos recorrido?
5. Se propone la posibilidad de hacer una plaza en la zona 1; y una zona habilitada para las mascotas en la zona 2. Calcula las dos superficies en medidas reales y calcula la superficie real total a edificar en las mayores unidades de superficie que conozcas.