

UNIVERSIDAD DE ALMERIA

ESCUELA INTERNACIONAL DE MÁSTER



**Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y
Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas**

Curso académico: 2016/2017

ANÁLISIS DIDÁCTICO Y UNIDAD

DIDÁCTICA:

FUNCIONES 4 ESO

Nombre de la directora: María Francisca Moreno Carretero

Especialidad: Matemáticas

Nombre del alumno: José Samuel Guerrero Correa

RESUMEN

Durante mi periodo de prácticas en el IES El Alquián mi tutora me puso a cargo del curso de 4 ESO A, el curso bilingüe y de matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Debido al momento del curso en el que me incorporé, mi intervención consistió en impartir la unidad didáctica de funciones. Este trabajo pretende ser una adaptación mejorada de mi trabajo realizado durante las prácticas, ya que en aquel momento no estaba familiarizado con el análisis didáctico, ni sus grandes ventajas.

Este trabajo consta de dos partes principales: un análisis didáctico y una unidad didáctica de Funciones para 4 ESO Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Finalmente se verán las conclusiones sobre este TFM y unos anexos.

Índice

1. Justificación	3
2. Análisis didáctico	4
2.1. Análisis de contenido.....	5
2.1.1. Desarrollo histórico	5
2.1.2. Estructura conceptual	7
2.1.3. Sistemas de representación	9
2.1.4. Fenomenología	9
2.1.5. Documentos curriculares.....	10
2.1.6. Focos conceptuales	11
2.2. Análisis cognitivo	11
2.2.1. Expectativas de aprendizaje	11
2.2.2. Dificultades y errores.....	13
2.3. Análisis de instrucción	17
2.3.1. Análisis de tareas, materiales y recursos	17
3. Unidad didáctica.....	20
3.1. Caracterización del centro y del alumnado.....	20
3.1.1. Entorno físico y social del Centro	20
3.1.2. Características del alumnado	20
3.2. Presentación de la unidad	21
3.3. Conocimientos previos	21
3.4. Objetivos y competencias	21
3.5. Contenidos.....	22
3.5.1. Conceptos	22
3.5.2. Procedimientos.....	22
3.5.3. Actitudes.....	23
3.6. Temporalización y secuenciación de los contenidos.....	23

3.7. Materiales y recursos	30
3.8. Organización de la clase	31
3.9. Evaluación.....	31
3.9.1. Etapas, Mecanismos e Instrumentos de evaluación	31
3.9.2. Calificación.....	32
3.10. Atención a la diversidad	33
4. Conclusiones.....	33
5. Referencias.....	35
6. Anexos.....	37
A. Camping.....	37
B. Prueba intermedia.....	38
C. Tarea T.V.M.	40
D. Ficha función grado 1	41
E. Ficha función grado 2	42
F. Ficha función proporcionalidad inversa	43
G. Ficha de función racional.....	44
H. Prueba final.....	45

1. Justificación

Este Trabajo Fin de Máster se encuentra en la modalidad de análisis crítico de problemas propios de la experiencia adquirida durante las prácticas. Tiene como idea principal mejorar mi experiencia de prácticas y mi desarrollo de unidades didácticas, aportándome una mayor capacidad como docente para crear y planificar unidades didácticas de calidad.

Cuando terminó mi periodo de prácticas tuve la sensación de que podría haber tenido mejores resultados, una planificación mejor de la unidad y que podría haber prevenido algunos errores, por eso he vuelto a pensar cómo llevaría a cabo la unidad didáctica si volviera a repetir las prácticas: qué cambiaría y cómo lo haría. Para ello voy a volver a realizar el diseño de la unidad didáctica que impartí, Funciones de 4 ESO Académicas, pero esta vez ayudándome de la gran herramienta del análisis didáctico.

Mi principal problema en el aula fue que la planificación no se ajustaba a la realidad debido, entre otras cosas, a que no conocía a fondo las características del alumnado, ni sus dificultades de aprendizaje y no las había tenido en cuenta a la hora de planificar las sesiones. Por ello, una de las principales herramientas del profesorado actual debería ser mejorar su competencia en diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas para elaborar unidades didácticas de calidad: analizando el contenido y previamente su presentación en las aulas para poder, no sólo explicar, sino conseguir que los alumnos aprendan significativamente el contenido curricular.

En la actualidad, la normativa curricular contiene unas indicaciones muy generales y escasas que ayudan a realizar la planificación, pero es insuficiente para constituir una herramienta para conseguir unidades didácticas hechas a la medida de cada aula. Por tanto, aprender a desarrollar un análisis didáctico y llevarlo a la práctica se vuelve imprescindible para la labor docente.

Este trabajo se divide en dos grandes partes: el análisis didáctico y la unidad didáctica. En el análisis didáctico se estudia el contenido matemático de la unidad y cómo usarlo, qué materiales o recursos es más conveniente utilizar para poder obtener mejores resultados y hacer que los alumnos alcancen los objetivos fijados previamente. También

se analizan los errores y dificultades que el alumnado de 4 ESO suele cometer al estudiar el contenido matemático de las funciones.

En cuanto a la unidad didáctica, lo primero que se hace es la explicación del contexto y características del Centro IES El Alquián y del aula. Seguidamente se indican los conocimientos que el alumnado ya posee sobre el tema, los objetivos y competencias que se pretende que consigan.

Todo ello se utiliza para elaborar la temporización y secuenciación de las sesiones, los recursos y materiales que se prevén necesarios para desarrollar la unidad didáctica en el aula. Para finalizar, la segunda parte del trabajo se establece cómo se debe agrupar a los alumnos y cómo se va a evaluar.

Tras la unidad didáctica podemos encontrar las referencias bibliográficas usadas en este trabajo y los anexos con las actividades concretas que se analizan en el análisis de instrucción, la prueba intermedia y el examen final.

2. Análisis didáctico

Gómez (2002) describe el análisis didáctico como un ciclo en el cual el docente diseña, lleva a la práctica y evalúa, de manera ideal, una unidad didáctica.

El análisis didáctico se desarrolla en cuatro partes:

- Análisis de contenido
- Análisis cognitivo
- Análisis de instrucción
- Análisis de actuación

Como esta unidad didáctica no se ha llevado a la práctica, de la definición de Gómez sólo se desarrollará la fase de diseño de la unidad. Según Gómez (2007) la información de salida del análisis de contenido es la que se usa en el análisis cognitivo. Asimismo, el realizar el análisis cognitivo podría causar una modificación del análisis de contenido. También se relaciona con el análisis de instrucción, éste no debe contradecir los resultados de los dos análisis anteriores y su puesta en práctica podría mejorarlos.

2.1. Análisis de contenido

Cómo indica Gómez (2005) el análisis de contenido es la herramienta mediante la cual el docente tiene que identificar, organizar y explicar los distintos puntos de vista de un concepto matemático.

Según Gómez (2002) la pieza angular del análisis didáctico es el contenido matemático. El análisis de contenido es el punto de partida del ciclo del análisis didáctico, además es el análisis de las matemáticas en los centros de enseñanza y su finalidad es describir la estructura matemática de manera que sirva para el aprendizaje y enseñanza en el aula.

El análisis de contenido está formado por distintas componentes como el desarrollo histórico, estructura conceptual, sistemas de representación, fenomenología y documentos curriculares. A continuación, se desarrollarán cada una de estas secciones.

2.1.1. Desarrollo histórico

El siguiente desarrollo histórico recoge las ideas dadas por Azcarate y Deulofeu (1990). Las primeras manifestaciones de la Matemática suelen considerarse en la civilización babilónica. En sus estudios astronómicos intentaban predecir acontecimientos mediante relaciones aritméticas. Estos originales intentos por aritmetizar observaciones difícilmente medibles muestran el carácter avanzado de la astronomía babilónica.

En la matemática griega, a los pitagóricos se les atribuye la utilización de leyes simples entre variables físicas. Sin embargo, el gran avance de los griegos en matemáticas fue en las proporciones, lo que fue un gran obstáculo para el concepto general de función: establecían relaciones con magnitudes del mismo tipo, comparaban longitudes con longitudes o áreas con áreas, de manera que una relación entre magnitudes distintas carecía de significado. Este método resultaba tan eficaz que incluso dos milenios después Galileo en sus estudios usaba proporciones de forma homogénea para sus ecuaciones de movimiento uniforme.

Por otro lado, aunque los griegos tenían la idea de cantidad variable, no lo veían desde un punto de vista cuantitativo. Esto explica por qué el concepto de función seguía permaneciendo intacto al final de la edad antigua.

Las primeras relaciones funcionales aparecen en problemas de astronomía. Ptolomeo introduce la función seno con su tabla de cuerdas, pero ni estos trabajos ni los llevados a cabo por Apolonio dieron lugar a la idea de variable o de función.

En la Edad Media el estudio de la ciencia cayó en manos de los árabes. Sin embargo, en la idea de función, no podemos decir que hubiera un gran cambio, no avanzaron en el concepto de función, pese a que trabajaron con muchas funciones (trigonométricas, etc.).

En el mundo occidental, durante la Edad Media, una de las grandes preocupaciones fue el estudio del movimiento y de las cosas sujetas a cambios, esto produce un acercamiento entre las ciencias de la naturaleza y las matemáticas. A partir del siglo XIII los estudios cuantitativos de los fenómenos de la naturaleza adquieren gran relevancia. En estos estudios aparecen conceptos fundamentales ligados a la idea de función : cantidad variable, velocidad instantánea o puntual y aceleración.

En el siglo XIV destaca la figura de Nicolás Oresme, el cual aproxima geoméricamente el estudio sobre los fenómenos que cambian. Oresme con sus representaciones de segmentos rectilíneos comienza a recordarnos mucho a lo que llamamos gráfica de una función sobre unos ejes. No obstante, en las representaciones de Oresme no se expresa la dependencia en el sentido actual.

Oresme, la escuela de Paris y la escuela de Oxford del siglo XIV tuvieron gran influencia en Galileo y Descartes primero, y en Barrow, Newton y Leibnitz después. Durante la Edad Media no se pudo avanzar más debido a la falta de un correcto aparato matemático para el desarrollo de teorías tan abstractas.

Con Galileo, Descartes, Fermat, Newton, Leibnitz y Gregory en el siglo XVII nace la geometría analítica y el cálculo infinitesimal, y por consiguiente el concepto de función. Galileo en sus estudios sobre movimientos establece funciones como leyes entre magnitudes. Descartes, en 1637, escribe *“La Géométrie”*, libro que marca el inicio de la geometría analítica, permite interpretar curvas y superficies a través de ecuaciones. Además, por primera vez se ve la idea de dependencia entre dos variables. Dicha expresión de funciones en forma de ecuaciones provocó una revolución en el desarrollo

de las matemáticas. Descartes y Fermat formalizaron los ejes de coordenadas, la ecuación de la recta y las ecuaciones de la circunferencia y las cónicas.

Newton, entre otros, desarrolla las funciones como series infinitas de potencias a mitad del siglo XVII, lo que da lugar a poder representar analíticamente la mayoría de funciones estudiadas hasta entonces.

Otro matemático que contribuyó al desarrollo del concepto de función, contemporáneo de Newton, fue Leibnitz. Leibnitz introdujo las notaciones diferenciales dx, dy , y la \int de integral que hoy día se siguen usando. En 1673, un manuscrito de Leibnitz referido a un problema de cálculo de ordenadas, aparece por primera vez el término función y en 1694 utiliza la palabra para cuestiones de geometría diferencial.

A partir del siglo XVIII el análisis matemático toma mayor importancia y pierde su carácter geométrico y mecánico en favor de la aritmetización y el álgebra. Jean Bernoulli es el primero en dar una definición explícita de función como una expresión analítica en 1718, pero su notación no perduró, siendo la notación de Euler, $f(x)$, la usada en nuestros días. Euler introduce el concepto de función, así como otros términos relacionados, al inicio de su *"Introductio in Analysis Infinitorum"* (1748).

En los trabajos de Fourier, Cauchy y Dirichlet durante el siglo XIX se consigue desarrollar del todo el concepto de función de una manera más amplia.

Finalmente, la teoría de conjuntos supuso una gran generalización en el concepto de función.

2.1.2. Estructura conceptual

Como explica Gómez (2005), en la estructura conceptual pueden verse las relaciones concepto a concepto, viendo la estructura en dónde se establece el concepto y la estructura matemática que forma.

En la estructura conceptual se muestran los términos propios de esta unidad y las destrezas que los alumnos deberían adquirir a lo largo de la unidad.

Términos: Relación, magnitudes, valor, variable independiente, variable dependiente, gráfica, tabla de valores, imagen, dominio, recorrido, puntos de corte, ejes continuidad, discontinuidad, creciente, decreciente, constante, máximo relativo, mínimo relativo, simetría, función par, función impar, función periódica, periodo, tasa variación media. Función polinómica de primer grado, función lineal, pendiente, ordenada, origen, función constante, función polinómica de segundo grado, parábola, vértice, eje de simetría, función de proporcionalidad inversa, hipérbola, asíntota vertical, asíntota horizontal.

Destrezas.

- Identificar y explicar las relaciones entre magnitudes que pueden estar descritas por funciones y asociar las expresiones algebraicas con sus gráficas.
- Explicar y representar mediante gráficas la relación entre dos magnitudes, ya sea relación lineal, cuadrática y proporcionalidad inversa, usando recursos tecnológicos, si fuera necesario.
- Identificar, estimar o calcular características de funciones elementales.
- Expresar razonamientos sobre una situación según el comportamiento de una gráfica o de los datos de una tabla.
- Analizar el crecimiento/decrecimiento de una función usando la tasa de variación media.
- Interpretar episodios de la vida real que se describen con funciones fáciles: lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa y definidas a trozos.
- Analizar datos, ya sean de tablas o gráficos que describan diversas situaciones de la realidad.
- Representar los datos usando tablas y gráficos, con los ejes y unidades adecuadas.
- Describir las principales características de una gráfica sin utilizar medios tecnológicos.
- Relacionar tablas de valores con sus gráficas.

2.1.3. Sistemas de representación

Vamos a mostrar ahora los distintos sistemas de representación que usaremos a lo largo de la unidad:

Simbólico: $f, x, y, (,), [,], Dom, <, >, =, \leq, \geq, \infty, -, +, \mathbb{R}$.

Verbal: Enunciados de problemas contextualizados o enunciados descontextualizados.

Gráfico: Representaciones de funciones sobre ejes cartesianos.

Tablas: Representaciones de pares de coordenadas x e y.

A continuación, mostramos una tabla que relaciona los distintos sistemas de representación (Janvier, 1978)

	Verbal	Tablas	Gráfico	Fórmula
Verbal		Medida	Boceto	Modelo
Tablas	Lectura		Trazado	Ajuste
Gráfico	Interpretación	Lectura		Ajuste
Fórmula	Interpretación	Cómputo	Gráfica	

2.1.4. Fenomenología

Como expresa Rico en sus apuntes sobre Fenomenología (1997), en nuestra vida podemos encontrar diversos fenómenos sociales, naturales, físicos y mentales que se pueden expresar como algo variable. Ejemplos muy claros son los procesos en los que influye el paso del tiempo, un camino que se recorre, movimientos planetarios; cambios de temperatura, tasas de natalidad o mortalidad, impuestos, etc. También ocurre lo mismo con la noción de dependencia, ya mentalmente establecemos vínculos en los movimientos y tramos.

Las funciones muestran relaciones entre sucesos variables, esta variabilidad que puede ser cualitativa o cuantitativa, y los fenómenos relacionados pueden ser discretos o continuos. La mayoría de las relaciones entre datos o fenómenos variables se representan como una función. Los sucesos temporales son muy importantes cuando

hablamos de funciones, debido a que son ejemplos con los que estamos muy familiarizados a tratar en nuestra vida cotidiana.

Los tipos de funciones especiales para un cierto tipo de fenomenología, y que sirven de modelo, son:

- Lineales (grado 1): fenómenos de proporcionalidad directa;
- Cuadráticas (grado 2): cuando se acumulan efectos lineales, por ejemplo, cuando hablamos del espacio que recorre un cuerpo en caída libre;
- Exponencial: para situaciones de proporcional,
- etc.

2.1.5. Documentos curriculares

Esta unidad didáctica se engloba dentro de la legislación curricular vigente en España y en la comunidad autónoma de Andalucía:

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, de conformidad con lo dispuesto en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.
- Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

En el Real Decreto podemos encontrar los siguientes *Contenidos*:

- Interpretar una situación descrito mediante una expresión analítica, enunciado, tabla o gráfica, y análisis de resultados. **(C1)**
- La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo. **(C2)**
- Reconocer otras funciones: aplicándolas a contextos y fenómenos de la realidad. **(C3)**

La nomenclatura de C1, C2, etc. se usa para poder llamar a los contenidos más adelante.

2.1.6. Focos conceptuales

- Foco 1: Concepto de función
- Foco 2: Tablas y gráficas
- Foco 3: Funciones definidas a trozos
- Foco 4: Propiedades de las funciones (Dominio y recorrido, Puntos de corte con los ejes, Continuidad, Crecimiento y decrecimiento, Simetrías, Periodicidad).
- Foco 5: Tipos de funciones (Polinómica grado 1, Polinómica grado 2, Proporcionalidad inversa, Radicales).

2.2. Análisis cognitivo

Según Gómez (2005) el análisis cognitivo es la herramienta del profesor para prever el futuro aprendizaje del alumnado y cómo pueden progresar en su conocimiento matemático al realizar tareas de enseñanza y aprendizaje.

Tal y como dice Gómez (2002) el profesor tiene que tener en cuenta los objetivos y el contenido de la unidad. El profesor explica unas hipótesis de cómo los alumnos pueden mejorar construyendo su conocimiento matemático al enfrentarse a las actividades de aprendizaje y enseñanza. Este análisis se realiza antes de la puesta en práctica e intenta prever el comportamiento de los alumnos.

2.2.1. Expectativas de aprendizaje

2.2.1.1. *Objetivos*

Ahora vamos a enumerar los objetivos que nos gustaría alcanzar respecto al contenido matemático de esta unidad. Con el fin de usar estos objetivos posteriormente usamos la nomenclatura O1, O2, etc.

(O1) – Saber si una relación entre variables es una función o no, a partir de la tabla de la gráfica o de la tabla de valores.

- (O2) - Representar una función estudiando sus propiedades: dominio, recorrido, continuidad, discontinuidad, crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, simetría y periodicidad.
- (O3) - Representar y analizar funciones extraídas de situaciones de la vida cotidiana.
- (O4) - Interpretar funciones según sus gráficas o tablas de valores.
- (O5) - Representar gráficas de funciones explicadas por un enunciado.
- (O6) - Reconocer las particularidades más importantes en una gráfica.
- (O7) - Obtener el dominio de una función mediante su expresión algebraica o su gráfica.
- (O8) - Reconocer la continuidad de una función.
- (O9) - Describir los intervalos de crecimiento de una función.
- (O10) - Describir la periodicidad de una función.
- (O11) - Calcular la tasa de variación media de una función en un intervalo.
- (O12) - Resolver problemas, utilizando las características de las funciones del problema.
- (O13) - Analizar las características de una función dada mediante su gráfica.

2.2.1.2. Competencias PISA

El proyecto PISA (Programme for International Student Assessment) es un programa de evaluación internacional de estudiantes (OECD, 2015). PISA cree que para que los alumnos puedan resolver los problemas que se proponen en las tareas de evaluación, los estudiantes deben demostrar su dominio en una serie de competencias matemáticas generales. Las competencias son elementos clave para determinar la calidad de un programa de formación y llevan a cabo su evaluación. El proyecto PISA persigue formar ciudadanos alfabetizados matemáticamente. Las competencias PISA que se describen a continuación vienen con una nomenclatura de letras mayúsculas para poder llamarlos más adelante en el análisis de instrucción.

Según Rico (2006) el concepto de competencia se identifica con el proceso y lo que es capaz de hacer el alumno con sus conocimientos y destrezas matemáticas. Las competencias o procesos generales elegidos por PISA (OECD, 2004) son: Pensar y razonar (**PR**), Argumentar (**A**), Comunicar (**C**), Modelar (**M**), Plantear y resolver problemas (**PRP**), Representar (**R**), Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones (**LS**) y Usar herramientas y recursos (**HR**). El proyecto PISA evalúa según dichas competencias. Estas competencias se centran en el estudiante, su aprendizaje y para qué le sirve este aprendizaje.

2.2.2. Dificultades y errores

A continuación, vamos a describir las posibles dificultades y errores que cometen los alumnos en esta unidad. Los errores vienen con una nomenclatura E1, E2, etc. Para poder llamarlos más adelante.

2.2.2.1. Dificultades

Según Azcarate y Deulofeu (1990) para los alumnos hay dificultad en el paso de interpretar “punto a punto” a una interpretación global de la gráfica, esto se ve cuando tienden responder con un punto como a preguntas que se responderían con un intervalo, o confundirse con el “mayor incremento” y el “mayor valor”.

En mi periodo de prácticas pude comprobar que los alumnos muestran dificultades en la comprensión de nociones como:

- Dominio.
- Recorrido.
- Vértice de una parábola.
- Las ramas de una parábola se abren hasta el infinito.
- Eje de simetría de la parábola.
- Crecimiento y decrecimiento.
- Discontinuidades.
- Periodo de una función periódica.

También se observó la dificultad de los alumnos para comprender razonamientos o procedimientos como:

- La solución algebraica de la ecuación de segundo grado coincide con el punto de corte de la gráfica de una función polinómica con los ejes de coordenadas.
- Hallar el vértice de la función polinómica de segundo grado analíticamente.
- Determinar la coordenada x del vértice en el eje de abscisa para posteriormente halla el eje de simetría de la parábola.
- Comprender que cuando el punto de corte es único en una función de segundo grado, dicho punto de corte coincide con el vértice.
- Únicamente observando la expresión algebraica de la función, saber si el vértice es máximo o mínimo.
- Dibujar gráficas de funciones polinómicas de primer grado definidas a trozos, así como para determinar su dominio, recorrido y discontinuidades.
- Dibujar funciones de proporcionalidad inversa.
- Decir si una función de proporcionalidad inversa es creciente o decreciente, ya sea mirando su fórmula o su gráfica.
- En las funciones de proporcionalidad inversa y en las funciones racionales, distinguir cómo se realizan traslaciones verticales u horizontales
- Entender que varias funciones pueden definir una función a trozos.
- Encontrar los puntos de corte con los ejes en una función a trozos.
- Obtener imágenes de puntos de funciones periódicas sabiendo el periodo.

2.2.2.2. Errores y su posible origen

Algunos errores con respecto a la representación gráfica de las funciones destacables según Azcarate y Deulofeu (1990), son:

- Graduar los ejes de manera errónea, inversión de números negativos y positivos y cambiar mal las unidades (**E1**).
- Invertir el orden de coordenadas (**E2**)
- Errores al leer y representar coordenadas racionales (**E3**)
- Concepción discreta de los puntos de un segmento o de una recta. (**E4**)

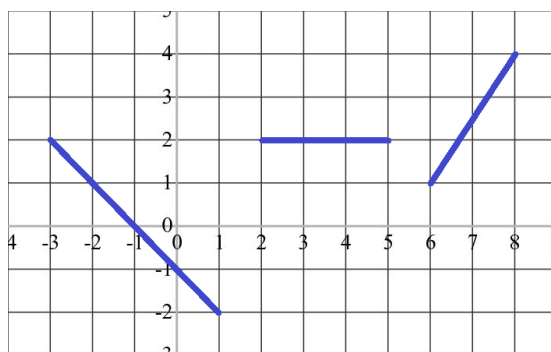
Janvier (1978) detecta otro error citado por Azcarate y Deulofeu (1990) al que llama “lectura icónica de una gráfica” (E5), consistente en alterar el significado de las variables al interpretar como un dibujo la gráfica de una función.

Además, durante el periodo de prácticas pude observar algunos otros errores, los más comunes en los alumnos de 4 ESO durante esta unidad de funciones fueron:

- Dar, como dominio de una función a trozos, un único intervalo que contiene a todos los intervalos que forman el verdadero dominio de la función a trozos. (E6)

Ejemplo: Indica cuál es el Dominio de la siguiente función.

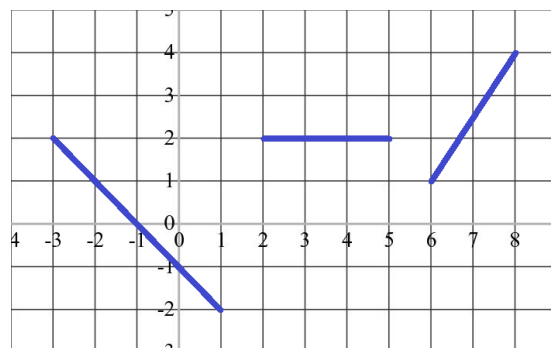
Dom = (-3,8)



- Dar el recorrido observando y mezclando el eje X con el eje Y. (E7)

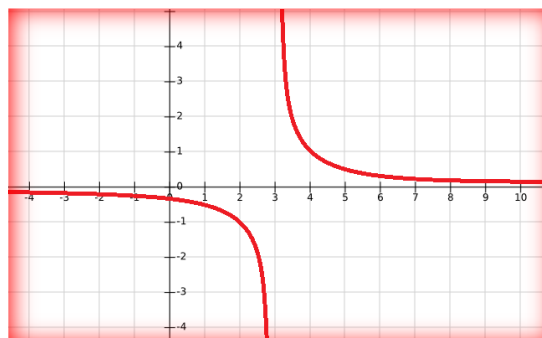
Ejemplo: Indica el Recorrido de esta función.

Recorrido= (-3,-2)U(2,5)U(6,8)



- Los alumnos realizan la traslación de una parábola/hipérbola/raíz hacia el lado que no es. (E8)

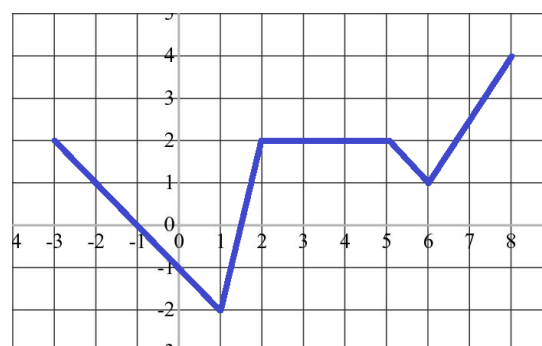
Ejemplo: Dada la gráfica de la hipérbola $f(x) = \frac{1}{x}$, dibujar la gráfica de la hipérbola $f(x) = \frac{1}{x+3}$.



- Dar los intervalos de crecimiento en el eje Y. **(E9)**

Ejemplo: Escribir los intervalos de crecimiento de la siguiente función.

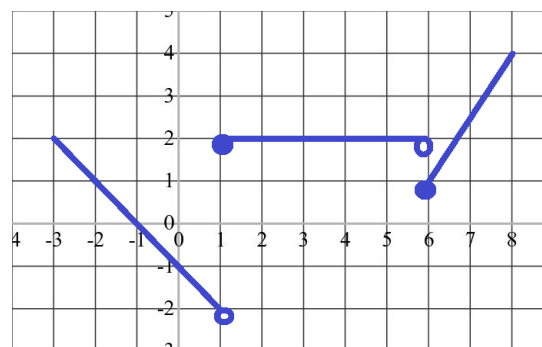
Decrece en (2,-2), crece en (-2,2), decrece en (2,1) y crece en (1,4).



- Determinar los saltos como intervalos del eje Y. **(E10)**

Ejemplo: Indica las discontinuidades de la siguiente función.

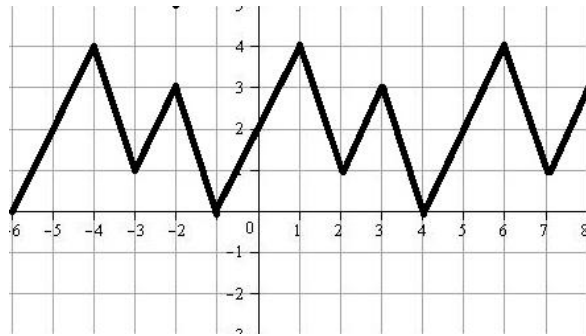
Discontinuidad de salto en (-2,2] y discontinuidad de salto en [1,2)



- Para hallar el valor de la imagen del punto de una función periódica, dar el resto de la división por el periodo como la imagen del punto, en vez dar la imagen del resto. **(E11)**

Ejemplo: Indica cuál es el valor $f(15)$ de la siguiente función periódica de periodo 5.

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 5} \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad f(15)=0$$



2.3. Análisis de instrucción

Según Gómez (2005) en el análisis de instrucción es dónde el profesor tiene que diseñar, analizar y seleccionar las actividades y tareas a realizar por los alumnos, estas formarán parte de su proceso de enseñanza y aprendizaje.

Gómez (2002) indica que el resultado de este análisis de instrucción debería ser localizar y describir actividades que se puedan incluir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos. Dichas actividades tienen que ayudar a los estudiantes a lograr los objetivos descritos en el apartado 2.2.1.1., además tienen que ayudar a resolver los errores y dificultades del apartado 2.2.2.

2.3.1. Análisis de tareas, materiales y recursos

En este apartado se van a analizar las siguientes tareas: Camping, Prueba intermedia, Tarea T.V.M., Tarea de Proporcionalidad inversa, Tarea de Radicales y Prueba final. Concretamente se van a estudiar qué contenidos, competencias PISA y objetivos se van a alcanzar con la realización de cada una de ellas. Se indican los posibles errores que los alumnos pueden cometer y que buscamos evitar, además de los materiales y recursos que se necesitan y cómo se agrupa al alumnado. Las tareas son:

Camping (ANEXO B), basada en una actividad del Shell Centre for Mathematical Education Joint Matriculation Board (1990). En esta actividad los alumnos tendrán que responder a una serie de cuestiones que se les propone por parejas con la ayuda de una maqueta de la situación real del problema.

Contenidos: C1, C3.

Competencias: **PR, A, M, PRP, R, HR.**

Objetivos: **O3, O5, O12.**

Errores: **E5.**

Materiales: Corcho, 4 alfileres y una cuerda de 50 cm. Papel y lápiz.

Organización del alumnado: Los alumnos estarán sentados por parejas y con la maqueta del camping delante para poder discutir las respuestas de los apartados.

Prueba intermedia (ANEXO C), algunos de los ejercicios están sacados de (Colera, Oliveira, & Gaztelu, 2011).

Contenidos: **C1, C3.**

Competencias: **PR, PRP, R, LS, HR.**

Objetivos: **O1, O3, O4, O6, O7, O8, O9, O10, O12, O13.**

Errores: **E2, E3, E5, E7, E9, E11.**

Materiales: Hoja de la Prueba, papel y bolígrafo.

Organización del alumnado: Los alumnos estarán sentados individualmente para poder realizar la prueba.

Tarea TVM (ANEXO D), ejercicios sacados de (Colera, Oliveira, & Gaztelu, 2011).

Contenidos: **C1, C2, C3.**

Competencias: **PR, A, M, PRP, R, HR.**

Objetivos: **O2, O3, O4, O5, O11, O12.**

Errores: **E4, E5.**

Materiales: Corcho, 4 alfileres y una cuerda de 50 cm. Papel y lápiz.

Organización del alumnado: Los alumnos estarán sentados por parejas y con la maqueta del camping delante para poder discutir las respuestas de los apartados.

Tarea de proporcionalidad inversa, los alumnos tendrán que realizar una ficha igual que la que se muestra en el ANEXO E, pero para el caso de la función $f(x) = \frac{-k}{x-a} + b$, ($k > 0$).

Contenidos: **C1.**

Competencias: **PR, R, LS, HR.**

Objetivos: **O2, O4, O6, O7, O8, O9, O12, O13.**

Errores: **E1, E5, E7, E8, E9.**

Materiales: Ficha de proporcionalidad inversa (ANEXO E), papel y bolígrafo.

Organización del alumnado: Esta actividad es individual y para realizar en casa.

Tarea de radicales, los alumnos tendrán que realizar una ficha igual que la que se muestra en el ANEXO F, pero para el caso de la función $f(x) = a - \sqrt{x+b}$.

Contenidos: **C1.**

Competencias: **PR, R, LS, HR.**

Objetivos: **O2, O4, O6, O7, O8, O9, O12, O13.**

Errores: **E1, E5, E7, E8, E9.**

Materiales: Ficha de radicales (ANEXO F), papel y bolígrafo.

Organización del alumnado: Esta actividad es individual y para realizar en casa.

Prueba final (ANEXO G), algunos de los ejercicios están sacados de (Colera, Oliveira, & Gaztelu, 2011).

Contenidos: C1, C2, C3.

Competencias: PR, A, M, PRP, R, LS, HR.

Objetivos: O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O10, O11, O12, O13.

Errores: E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11.

Materiales: Hoja de la Prueba, papel y bolígrafo.

Organización del alumnado: Los alumnos estarán sentados individualmente para poder realizar la prueba.

3. Unidad didáctica

3.1. Caracterización del centro y del alumnado

Esta unidad didáctica de funciones de 4 ESO Académicas está diseñada para su puesta en práctica en el IES El Alquíán. A continuación, se muestran las características del centro y del alumnado para el que está enfocada esta unidad.

3.1.1. Entorno físico y social del Centro

El Instituto de Educación Secundaria El Alquíán es un centro situado en la barriada de El Alquíán, en la ciudad de Almería en las afueras. En la actualidad consta de 454 alumnos. Este Instituto tiene la peculiaridad de que su alumnado es muy diseminado. Gran parte de este acude en transporte escolar desde distintas localidades del levante almeriense.

3.1.2. Características del alumnado

El alumnado inmigrante de diversas nacionalidades y culturas ha ascendido a un 12% durante este curso escolar 2016/2017. Estos alumnos y alumnas se encuentran, en general, bien integrados en el lugar donde viven, lo que se refleja en el buen clima social y cultural que mantienen chicos extranjeros y autóctonos. No obstante, supone una prioridad para este centro el hecho de trabajar la prevención de aparición de conflictos mediante el área de acción tutorial. Parte de ellos no alcanza el Título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria por causas de abandono escolar. Influye que la

mayoría de ellos tiene dificultades para seguir las clases y no está motivado académicamente.

Vamos a dar las características del entorno familiar que influyen en la situación que presenta el centro:

- Alumnos de distintas zonas, con distintos niveles socioculturales.
- Familias de inmigrantes desestructuradas.
- Progenitores que se pasan el día en el trabajo, dejando a sus hijos demasiado tiempo solos y sin ningún control.
- Falta de implicación por parte de las familias.

3.2. Presentación de la unidad

El concepto de función es la mejor herramienta que tienen los matemáticos para representar procesos que evolucionan con el paso del tiempo. En esta unidad los alumnos aprenderán características básicas de las funciones como: identificar funciones, saber representar funciones de distintas formas, obtener información de una función en sus distintas representaciones y reconocer conjuntos asociados a funciones (dominio y recorrido).

3.3. Conocimientos previos

Los alumnos de 4 ESO ya tienen relación con las funciones de años anteriores, traen un bagaje amplio sobre el concepto de función, las representaciones, etc. Saben representar funciones sencillas, conocen las coordenadas cartesianas e interpretar graficas. Muy importante es que reconozcan una función como la relación entre dos magnitudes y poner atención en que los alumnos no mezclen la idea de función con la de su expresión analítica.

3.4. Objetivos y competencias

Las actividades de esta unidad han sido diseñadas para que al alumnado de 4 ESO alcance unos objetivos didácticos y desarrolle una serie de competencias. Para la unidad de funciones se consideran los siguientes objetivos:

- Observando una tabla de valores o una gráfica, afirmar si una relación entre dos variables es una función o no.
- Representar una función estudiando sus propiedades: dominio, recorrido, continuidad, discontinuidad, crecimiento, decrecimiento, extremos relativos, simetría y periodicidad.
- Representar y analizar funciones extraídas de situaciones de la vida cotidiana.
- Distinguir los tipos de funciones según la gráfica o la fórmula.

3.5. Contenidos

En este apartado vamos a desarrollar los conceptos, procedimientos y actitudes propios de esta unidad.

3.5.1. Conceptos

Los contenidos de nuestra unidad podemos desglosarlos en los siguientes *Conceptos*: función, relación, magnitudes, valor, variable independiente, variable dependiente, gráfica, tabla de valores, imagen, dominio, recorrido, ejes, continuidad, discontinuidad, creciente, decreciente, constante, máximo relativo, mínimo relativo, simetría, función par, función impar, función periódica, periodo, tasa variación media. Función polinómica de primer grado, función lineal, pendiente, ordenada, origen, función constante, función polinómica de segundo grado, parábola, vértice, eje de simetría, función de proporcionalidad inversa, hipérbola, asíntota vertical, asíntota horizontal.

3.5.2. Procedimientos

Utilización de distintos lenguajes:

1. Utilizar e interpretar el lenguaje gráfico observando la situación representada y usando el vocabulario y los símbolos adecuados.
2. Utilizar expresiones algebraicas para describir gráficas.
3. Interpretar y elaborar tablas de valores usando datos, gráficos o expresiones funcionales, teniendo en cuenta la situación que describen.
4. Análisis de una gráfica teniendo en cuenta el fenómeno al que se refiere.

Algoritmos y destrezas:

5. Construir gráficas a partir de tablas, de fórmulas y de enunciados verbales de un problema, eligiendo correctamente el tipo de gráfica más adecuado.
6. Detectar errores de gráficas que afecten a su interpretación.

Estrategias generales:

7. Formular conjeturas sobre gráficas, observando la situación que describe o su expresión analítica.

3.5.3. Actitudes

Referentes a la apreciación de las matemáticas:

1. Reconocer y valorar la utilidad de las gráficas para representar y resolver situaciones de la vida cotidiana y del ámbito científico.
2. Valorar los nuevos medios tecnológicos a la hora de tratar y representar gráficas de distintas índoles.
3. Reconocer y valorar la relación entre las gráficas y otros conceptos matemáticos.
4. Investigar y tener curiosidad por las relaciones entre magnitudes o situaciones.
5. Valorar críticamente el uso de gráficas en informaciones sociales, políticas y económicas.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo:

6. Reconocer y valorar el trabajo en equipo para realizar actividades de manera más eficaz.
7. Tener sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a observaciones, experiencias y encuestas.

3.6. Temporalización y secuenciación de los contenidos

Esta unidad se planifica en un total de 13 sesiones, cuyos objetivos, contenidos, metodología, organización de la clase, temporización y secuenciación se explican a continuación. Las sesiones tendrán una duración total de 50 minutos ya que en mi

experiencia de prácticas pude comprobar que las clases realmente duraban menos de 60 minutos.

Sesión 1

Contenidos: **C1.** *Objetivos:* **O1, O3, O4**

Metodología: Al principio, en la organización del tema se tendrá un momento de debate entre alumnos y el profesor. Una vez terminada la organización de la clase se impartirá la clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Se dejan 20 minutos para ejercicios de manera que dé tiempo a corregirlos en casa.

Sesión 1	Minutos
Organización del tema	10
Definición de función, variable dependiente e independiente.	20
Realización de ejemplos y ejercicios	20

Sesión 2

Contenidos: **C1, C3.** *Objetivos:* **O3, O4, O5, O8, O12**

Metodología: Al principio, clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después los alumnos se pondrán por parejas a trabajar en la Tarea Camping (ANEXO A) ayudándose de su maqueta mientras el profesor observa y resuelve dudas.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados por parejas para poder discutir los resultados de la Tarea Camping.

Sesión 2	Minutos
-----------------	----------------

Teoría de representación usando expresión analítica, tabla de valores y representación gráfica.	20
Realización de ejemplos y ejercicios, Tarea Camping (ANEXO A)	30

Sesión 3

Contenidos: **C1. Objetivos: O6, O7, O8, O13**

Metodología: Al principio y en mitad clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después de cada explicación se realizarán ejemplos y ejercicios de esa parte específica, para poder afianzar los conocimientos pronto.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Damos más tiempo a la realización de ejercicios para beneficiar a los alumnos y que puedan practicar más y preguntar más dudas que les puedan surgir.

Sesión 3	Minutos
Definición de Dominio y Recorrido	10
Realización de ejemplos y ejercicios	15
Definición Continuidad y discontinuidad	10
Realización de ejemplos y ejercicios	15

Sesión 4

Contenidos: **C1. Objetivos: O6, O7, O9, O13**

Metodología: Al principio y en mitad clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después de cada explicación se realizarán ejemplos y ejercicios de esa parte específica, para poder afianzar los conocimientos pronto.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Damos más tiempo a la realización de ejercicios para beneficiar a los alumnos y que puedan practicar más y preguntar más dudas que les puedan surgir.

Sesión 4	Minutos
Definición de Puntos de corte con los ejes	10
Realización de ejemplos y ejercicios	15
Definición de Crecimiento y decrecimiento, máximo y mínimo	10
Realización de ejemplos y ejercicios	15

Sesión 5

Contenidos: C1, C3. *Objetivos:* O6, O7, O10, O13

Metodología: Al principio clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después se realizarán ejemplos y ejercicios sobre representar funciones en la pizarra digital. Al final se corregirán dudas y ejercicios atrasados de las 4 sesiones anteriores para evitar que se olviden.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales. Los propios alumnos serán los que salgan a la pizarra digital de uno en uno y aconsejados por sus compañeros de manera participativa.

Damos más tiempo a la realización y corrección de ejercicios para beneficiar a los alumnos y que puedan practicar más y preguntar más dudas que les puedan surgir.

Sesión 5	Minutos
Definición de Simetría y Periodicidad	5
Realización de ejemplos y ejercicios	10
Corrección de ejercicios de gráficas haciendo uso de recursos TIC's	15
Resolución de dudas de las sesiones 1, 2, 3 y 4	20

Sesión 6

Contenidos: C1, C3. Objetivos: O1, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O10, O12, O13

Metodología: Al principio se realizarán ejemplos y ejercicios de las 4 sesiones anteriores para repasar para la prueba intermedia (ANEXO B) que se realiza a continuación.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión y la Prueba intermedia (ANEXO B) son individuales.

Sesión 6	Minutos
Realización de ejercicios de las sesiones 1, 2, 3 y 4	25
Realización de una prueba de nivel	25

Sesión 7

Contenidos: C1, C2. Objetivos: O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O11, O12, O13

Metodología: Al principio magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después se realizarán ejemplos y ejercicios de esa parte específica, para poder afianzar los conocimientos pronto.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Damos más tiempo a la realización de ejercicios para beneficiar a los alumnos y que puedan practicar más y preguntar más dudas que les puedan surgir

Sesión 7	Minutos
Explico la Tasa de Valoración media y la ficha sobre funciones de grado 1 (ANEXO D). Tarea TVM (ANEXO C) para realizar en casa.	20
Realización de ejemplos y ejercicios	30

Sesión 8

Contenidos: C1, C3. Objetivos: O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O12, O13

Metodología: Al principio clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después se realizarán ejemplos y ejercicios sobre representar funciones con GeoGebra online en la pizarra digital. Al final se corregirán dudas y ejercicios atrasados de la sesión anterior.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Damos más tiempo a la realización y corrección de ejercicios para beneficiar a los alumnos y que puedan practicar más y preguntar más dudas que les puedan surgir.

Sesión 8	Minutos
Explico la ficha sobre funciones de grado 2 (ANEXO E)	10
Realización de ejemplos y ejercicios	20
Corrección de dudas sobre la sesión 7	20

Sesión 9

Contenidos: C1, C3. Objetivos: O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O12, O13

Metodología: Al principio clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después se realizarán ejemplos y ejercicios sobre representar funciones en la pizarra digital. Al final se corregirán dudas y ejercicios atrasados de la sesión anterior.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Damos más tiempo a la realización y corrección de ejercicios para beneficiar a los alumnos y que puedan practicar más y preguntar más dudas que les puedan surgir.

Sesión 9	Minutos
----------	---------

Explico la ficha sobre funciones de proporcionalidad inversa (ANEXO F). Tarea de proporcionalidad inversa para realizar en casa.	20
Realización de ejemplos y ejercicios	20
Corrección de dudas sobre la sesión 8	10

Sesión 10

Contenidos: C1, C3. *Objetivos:* O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O12, O13

Metodología: Al principio clase magistral participativa, en la que los alumnos irán planteando dudas en cualquier momento de la clase. Después se realizarán ejemplos y ejercicios sobre representar funciones en la pizarra digital. Al final se corregirán dudas y ejercicios atrasados de la sesión anterior.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Damos más tiempo a la realización y corrección de ejercicios para beneficiar a los alumnos y que puedan practicar más y preguntar más dudas que les puedan surgir.

Sesión 10	Minutos
Explico la ficha sobre funciones radicales	20
Realización de ejemplos y ejercicios	20
Corrección de dudas sobre la sesión 9	10

Sesión 11

Contenidos: C1, C3. *Objetivos:* O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O12, O13

Metodología: Durante esta clase se corregirán dudas y ejercicios atrasados de las sesiones ultimas.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Sesión 11	Minutos
Corrección de las tareas de las sesiones 9 y 10	15
Corrección de dudas sobre las sesiones 7,8,9 y 10	25
Corrección de la prueba de nivel de la sesión 6	10

Sesión 12

Contenidos: C1, C3. *Objetivos:* O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O12, O13

Metodología: Durante esta clase se corregirán dudas y ejercicios atrasados de las todas las unidades para que no haya dudas antes del examen.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio. Los ejercicios que se realicen en esta sesión serán individuales.

Sesión 12	Minutos
Repaso general de toda la unidad: dudas, ejercicios, etc.	50

Sesión 13

Contenidos: C1, C2, C3. *Objetivos:* O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9, O10, O11, O12, O13

Metodología: Durante esta clase se realizará la prueba final o examen.

Organización de la clase: Los alumnos estarán sentados de manera usual en su sitio.

Sesión 13	Minutos
Examen de la unidad	50

3.7. Materiales y recursos

Pizarra digital, pizarra tradicional, ordenador, internet, GeoGebra, bolígrafo, regla, lápiz y papel cuadriculado.

3.8. Organización de la clase

- *Disposición de los alumnos en el aula:* estarán sentados como de costumbre en su aula. En filas de 4, dejando un pasillo en medio del aula para poder pasar hasta el final de la clase.
- *Organización de los alumnos:* los alumnos trabajarán de manera individual. Salvo en la Tarea Camping que se tendrá que discutir las respuestas por parejas y se entregará la tarea por parejas.
- *Organización del trabajo:* en las sesiones vamos a trabajar las partes teóricas al principio, de manera que los alumnos tengan mayor nivel de atención y cuando se encuentren más cansados mentalmente pasaremos a las partes prácticas. En algunas sesiones con mucho contenido se intercalan partes prácticas con partes teóricas, intentando así que la mente de los alumnos pueda descansar antes de una parte de concentración. Durante la mayor parte de las sesiones se intentará llevar a cabo una serie de preguntas a los alumnos de manera que estos puedan seguir la clase con mayor facilidad. En clase se realizarán tareas, aunque también se mandará tarea para hacer en casa (Tareas de proporcionalidad inversa y radicales). Además, una vez concluida la primera parte de la unidad se realizará en clase una prueba para evaluar el nivel de los alumnos hasta ese momento de la unidad, así como una prueba final o examen al terminar la unidad completamente.

3.9. Evaluación

En el proceso de evaluación el profesor tendrá en cuenta todos los elementos del proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno, así como los del propio docente (se han cumplido los tiempos de la secuenciación, la atención del alumnado fue aceptable, el clima en el aula era favorable para el aprendizaje, etc.)

3.9.1. Etapas, Mecanismos e Instrumentos de evaluación

- *Evaluación procesual o formativa:* se realiza durante el aprendizaje y se lleva a cabo con el desarrollo del propio proceso didáctico. No es una evaluación a posteriori del aprendizaje, sino del propio proceso de aprendizaje.

- *Mecanismo de evaluación procesual o formativa:* el final de cada sesión se dedica a la corrección de ejercicios de la sesión anterior, de este modo el profesor sabe que conceptos están bien asentados en los estudiantes y cuales hacen falta repasar o volver a explicar. Además, se tienen varias sesiones de repaso (a mitad y al final de la unidad) en las que el profesor con sus preguntas y/o ejercicios pone de manifiesto las carencias de los alumnos. Se realizará una tarea por parejas (Tarea Camping, ANEXO A) que los niños tendrán que discutir una serie de cuestiones con ayuda de una maqueta, los resultados de esta tarea se entregarán al profesor y además se mandarán tres tareas (Tarea TVM, Tarea de proporcionalidad inversa y Tarea de radicales) a realizar por los alumnos de manera, dichas tareas se entregarán al profesor para su evaluación.
- *Evaluación final o sumativa:* se lleva a cabo al finalizar un periodo de aprendizaje, de este modo se determina el grado de consecución de los objetivos por parte de los estudiantes. En esta unidad los alumnos van a tener que realizar una prueba a la mitad de la unidad y una prueba al finalizar la unidad completa.
 - *Mecanismos de evaluación final o sumativa:* la prueba de mitad de unidad (ANEXO B) y la prueba final (ANEXO H) se adjuntan al final de la unidad.

3.9.2. Calificación

El profesor/a evaluará las tareas que son para entregar al profesor, la prueba a mitad de la unidad y el examen final de la siguiente manera:

Tarea Camping	2%
Prueba de mitad de la unidad	20%
Tarea TVM	2%
Tarea de proporcionalidad inversa	3%
Tarea de radicales	3%
Examen final	70%

3.10. Atención a la diversidad

En mi clase de 4 ESO Académicas no había ningún estudiante que necesitara atención a la diversidad. Sin embargo, el centro de enseñanza tiene pensado el protocolo de actuación en caso de encontrarse con algún caso de atención a la diversidad. Tal y cómo se cuenta en (IES El Alquián, 2016/2017) para alumnos con un desfase curricular, dificultades de aprendizaje, desventajas socioculturales o que se hayan incorporado tarde al sistema educativo se les puede hacer una adaptación del contenido con asesoramiento del departamento de orientación del centro. La evaluación será compartida por el profesor y por el equipo de orientación. Para el alumnado que presente altas capacidades se realizarán unas adaptaciones curriculares con el asesoramiento del departamento de orientación.

Además, el instituto cuenta con programas de atención a la diversidad en educación secundaria: Programas de Refuerzo de materias instrumentales básicas, Programas de Refuerzo para la recuperación de aprendizajes no adquiridos, Planes específicos personalizados para el alumnado que no promocio de curso.

4. Conclusiones

Este TFM, gracias al análisis didáctico previo al diseño de la unidad, se ha convertido en una propuesta de mejora de la unidad didáctica que realice en mis prácticas. Durante éstas, no había tenido en cuenta algunos aspectos que ahora conozco y sé que son importantes como el análisis de errores o el análisis de tareas que te permiten realizar una unidad mucho más atractiva y que sea capaz de cumplir más y mejores objetivos. He llegado, incluso, a añadir una actividad colaborativa en la que los alumnos discuten un problema usando una maqueta del problema que se les propone.

Haber hecho este Trabajo Fin de Máster ha puesto de manifiesto en mi persona, como futuro docente, la importancia que tiene el análisis didáctico como herramienta para crear unidades completas y de calidad, aunque forme parte de un ciclo que no se acaba porque una vez que realizas tu análisis y lo pones en práctica, siempre puedes mejorarlo

y volverlo a analizar. También, gracias a la elaboración de las prácticas y el TFM, he obtenido las competencias que se esperan de un alumno de este máster.

El análisis didáctico está pensado como un ciclo infinito para que esté en continuo reciclaje al igual que la formación del profesorado, que tiene que estar continuamente aprendiendo y formándose. Por esta misma razón no podemos tomar esta unidad como un modelo perfecto, un producto final, idóneo y terminado, porque todavía tiene muchos puntos mejorables. Incluso cuando se lleve a la práctica se pueden tomar notas de posibles y futuras mejoras, debido en parte también al alumnado que va cambiando de curso, de centro, de sociedad, de cultura, etc. También, al valorar el desarrollo de esta unidad puedo mejorar en mi competencia profesional y en la realización de futuras unidades didácticas como docente.

5. Referencias

- Álvarez, M., Gaztelu, A., González, A., Hernández, J., Miranda, A., Moreno, M., . . . Serrano, E. (2008). *Matemáticas 4 ESO Opción B Proyecto La Casa del Saber*. Madrid: Santillana Educación.
- Ariza, R. (Abril de 2010). Desarrollo histórico del concepto de función. *Publicaciones Didácticas(4)*, 300-303.
- Azcarate, C., & Deulofeu, J. (1990). *Funciones y Gráficas*. Madrid: Síntesis.
- Colera, J., Oliveira, M., & Gaztelu, I. (2011). *Propuesta Didáctica Matemáticas 4 Educación Secundaria Opción B*. Madrid: Grupo ANAYA.
- Decreto 110/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, BOJA núm. 122 (2016).
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-293.
- Gómez, P. (2005). El análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Comunicación presentada en Seminario Análisis Didáctico en Educación Matemáticas*. Málaga.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria (Tesis doctoral).
- IES El Alquíán. (2016/2017). *Proyecto Educativo*. Almería.
- Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations*. PhD Thesis. Canadá: Université de Quebec.
- Ministerio de Educación y Ciencia. (1992). *Matemáticas Secundaria Obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- OECD. (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: OECD.

OECD. (2015). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*. Paris: OECD Publishing.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. BOE núm. 3 § 37 (2015).

Rico, L. (1997). Apuntes sobre fenomenología. Granada: Documento no publicado.

Rico, L. (2006). La Competencia Matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.

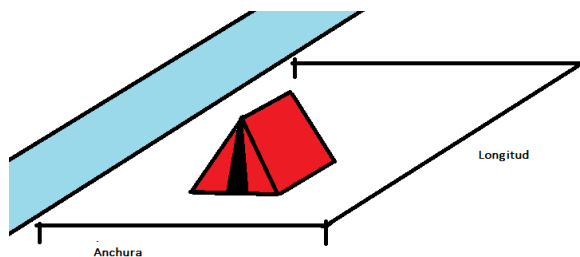
Shell Centre for Mathematical Education Joint Matriculation Board. (1990). *El lenguaje de funciones y gráficas*. Bilbao: Servicio Editorial Universidad País Vasco Euskal Herriko Unibertsitaeko Argitarapen-Zerbitzua.

6. Anexos

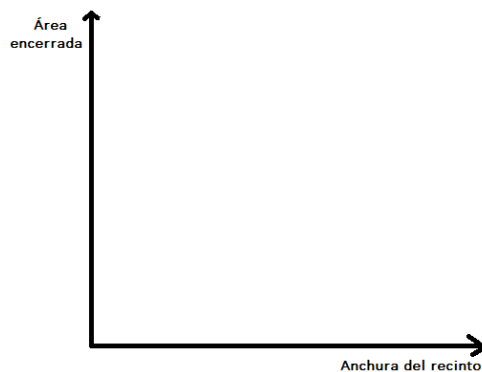
A. Camping

Esta actividad se realizará por parejas en clase, durante la sesión Los alumnos tendrán que reconstruir la situación del problema con una maqueta que les ayudará a resolver la actividad. A los alumnos se les entrega el siguiente problema de la vida cotidiana ambientado en un camping.

Tarea Camping: Cuatro alumnos del IES El Alquíán deciden hacer una excursión un camping, cuando llegan les dan una cuerda de 50 metros de largo y cuatro estacas de madera para que marquen el recinto para su tienda de campaña. Como estos alumnos son muy inteligentes, deciden colocar la tienda junto al río, para poder usar más cuerda, tal y como se muestra en la imagen.



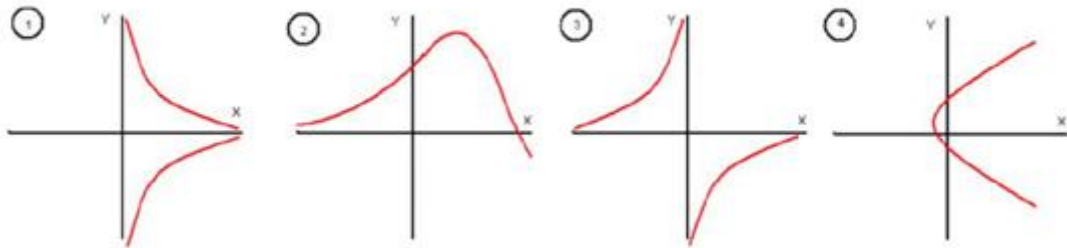
- Si deciden que el recinto tenga una anchura de 20 metros, ¿Cuál será su longitud?
- Describir con palabras cómo cambia la longitud del recinto cuando la anchura toma todos los valores posibles. (Considerar valores grandes y pequeños de la anchura).
- Hallar el área formada por el recinto para una anchura de 20 metros y para otras anchuras.
- Dibujar una gráfica para mostrar cómo cambia el área encerrada cuando la anchura va tomando todos los valores posibles. (Considera valores grandes y pequeños de la anchura).



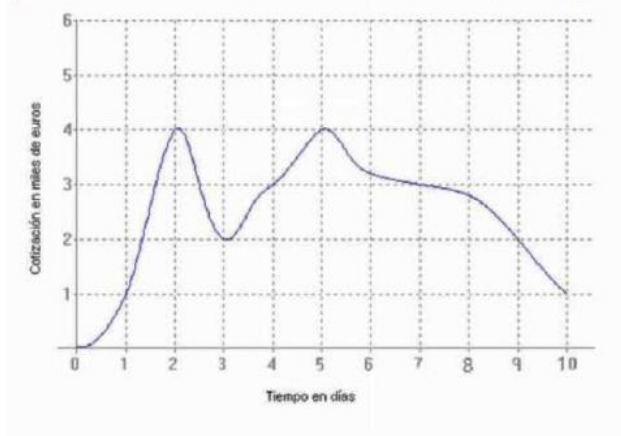
B. Prueba intermedia

Todas las preguntas tienen la misma puntuación y todos los apartados valen lo mismo. Esta prueba tendrá un peso de un 20% de la nota final

1º ¿Cuáles de éstas gráficas no corresponden a una función? ¿Por qué?



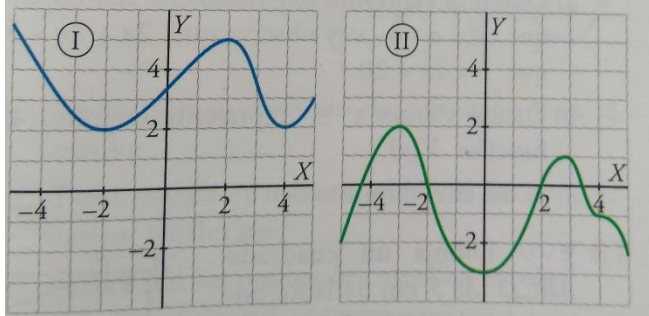
2º La cotización en bolsa de un determinado producto en los primeros 10 días en que se sacó a bolsa es la función representada en la imagen:



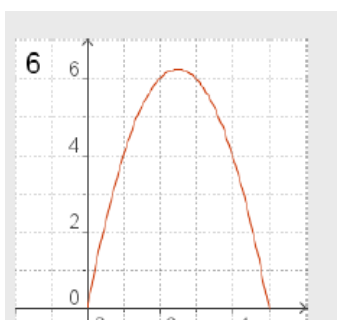
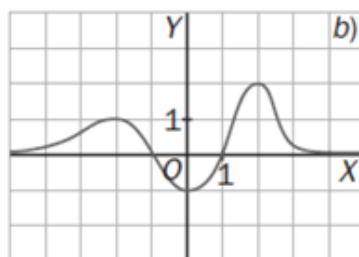
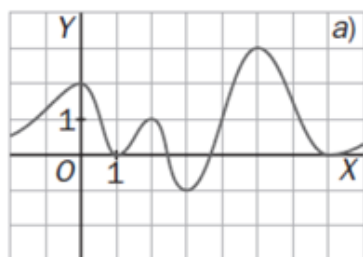
- ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su recorrido?
- ¿Cuánto cotizaba este producto al cabo de 1 día? ¿Y al cabo de 9 días?
- ¿Cuándo suben las acciones? ¿Cuándo bajan?
- ¿Cuándo alcanzan sus máximos? ¿Y sus mínimos?

3º ▽▽ De cada una de las siguientes funciones di:

- En qué intervalos crece y en cuáles decrece.
- Cuáles son sus máximos y sus mínimos relativos.



4º Señala los máximos y mínimos de estas funciones.



5. Si $y=f(x)$ es una función impar y $f(3)=-2$, ¿cuánto vale $f(-3)$?

6. La gráfica muestra el primer tramo de una función periódica de periodo 5 y expresión $f(x)=-x^2+5x$ ($0 \leq x < 5$). Calcula $f(28)$.

7º

. Estudia la simetría de las funciones:

a) $f(x) = x^3 + 2x$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{5x^2}$

c) $f(x) = 2\sqrt{x^2 + 1}$ d) $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$

e) $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{2x}$ f) $f(x) = x^4 - 3x^2 - 3$

8º

▼▼▼ ¿Es periódica esta función? ¿Cuál es su periodo?



Averigua los valores de la función en los puntos de abscisas $x = 1$, $x = 3$, $x = 20$, $x = 23$ y $x = 42$.

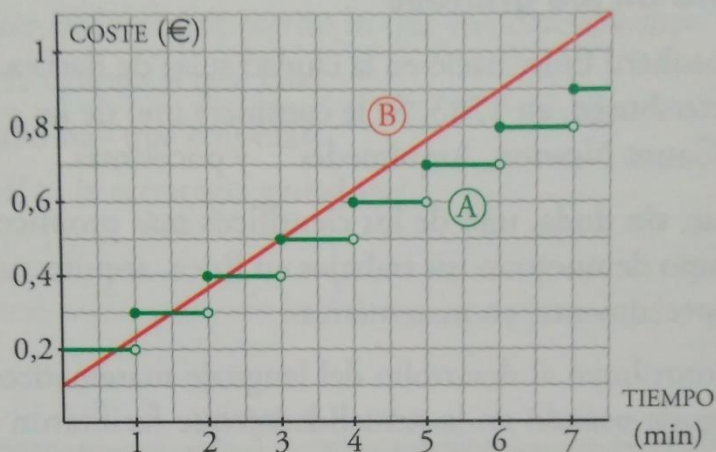
C. Tarea T.V.M.

Los alumnos tienen que realizar estos dos ejercicios:

El vértice de una parábola es el punto en el que se alcanza su máximo o su mínimo.

- Si sabemos que, en una parábola, la T.V.M. en el intervalo $[4, 12]$ es 0, ¿en qué abscisa se encuentra su vértice?
- Si sabemos que la parábola pasa por el punto $(4, 0)$ y que el coeficiente de x^2 es 1, ¿cuál es la ordenada del vértice?
- Con las condiciones del apartado anterior, ¿sabrías escribir su ecuación?

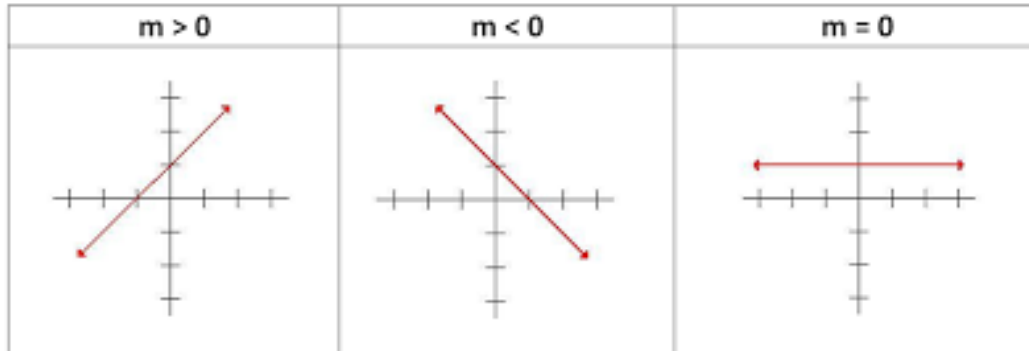
Dos compañías telefónicas, A y B, tienen diferentes tarifas. Observa las gráficas y contesta:



- Determina cuánto vale una llamada de 3 minutos con cada una de las dos compañías.
- ¿Y una llamada de media hora?
- Di si cada una de estas funciones es continua. Escribe los puntos de discontinuidad, si es que los hay.
- Halla la T.V.M. de la función A en $[1, 2]$. Compárala con la pendiente de la recta de la función B.
- Razona por qué elegirías una u otra compañía para tu vivienda.

FUNCIONES POLINÓMICAS DE GRADO 1:

$f(x) = mx + n$ ó $y = mx + n$, son RECTAS.



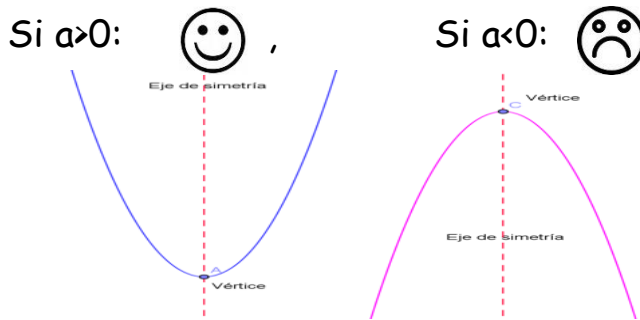
(Si $m=0$, Recta constante $f(x)=n$ ó $y=n$.)

- Dominio: todos los números reales, \mathbb{R} ó $(-\infty, +\infty)$.
- Recorrido:
 - si $m=0$, recorrido= $\{n\}$.
 - si $m \neq 0$, recorrido= \mathbb{R} .
- Continuidad: continua en todo su dominio ó continua en \mathbb{R} .
- Puntos de corte:
 - Corte con eje X: $y=0 \rightarrow 0=mx+n$.
 - Corte con eje Y: $x=0 \rightarrow y=m0+n=n$.
- Crecimiento y Decrecimiento:
 - Si $m > 0$: Crece en \mathbb{R} .
 - Si $m < 0$: Decrece en \mathbb{R} .
 - Si $m=0$: ni crece, ni decrece (función constante).
- Máximos y Mínimos: No tiene.
- Simetría:
 - Respecto del eje Y: No tiene.
 - Respecto del origen: No tiene.
 - Otra: No tiene.

FUNCIONES POLINÓMICAS DE GRADO 2:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ó $y = ax^2 + bx + c$, son PARÁBOLAS.

Vértice de una parábola: $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$.



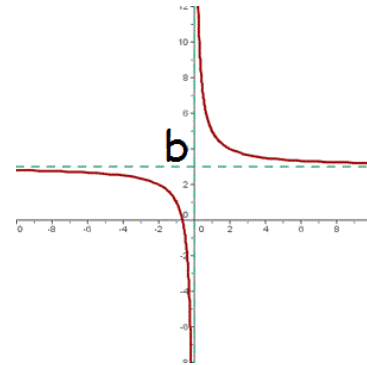
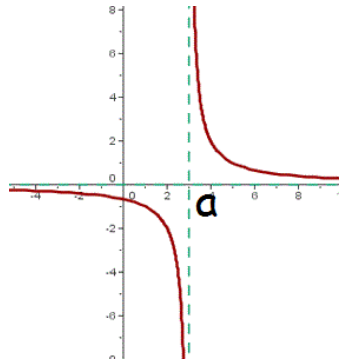
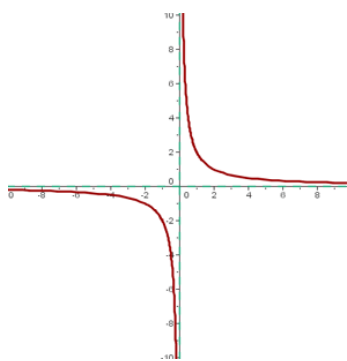
- Dominio: todos los números reales, \mathbb{R} ó $(-\infty, +\infty)$.
- Recorrido:
 - si $a > 0$, recorrido = $\left[f\left(\frac{-b}{2a}\right), +\infty\right)$.
 - si $a < 0$, recorrido = $\left(-\infty, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right]$.
- Continuidad: continua en todo su dominio ó continua en \mathbb{R} .
- Puntos de corte:
 - Corte con eje X: $y=0 \rightarrow 0 = ax^2 + bx + c$.
 - Corte con eje Y: $x=0 \rightarrow y = a0^2 + b0 + c = c$.
- Crecimiento y Decrecimiento:
 - Si $a > 0$: Decrece en $\left(-\infty, \frac{-b}{2a}\right)$ y crece en $\left(\frac{-b}{2a}, +\infty\right)$.
 - Si $a < 0$: Crece en $\left(-\infty, \frac{-b}{2a}\right)$ y decrece en $\left(\frac{-b}{2a}, +\infty\right)$.
- Máximos y Mínimos:
 - Si $a > 0$: el vértice $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$, es un mínimo.
 - Si $a < 0$: el vértice $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$, es un máximo.
- Simetría:
 - Respecto del eje Y: Si $b=0$.
 - Respecto del origen: No tiene.
 - Otra: Eje de simetría $x = \frac{-b}{2a}$.

F. Ficha función proporcionalidad inversa

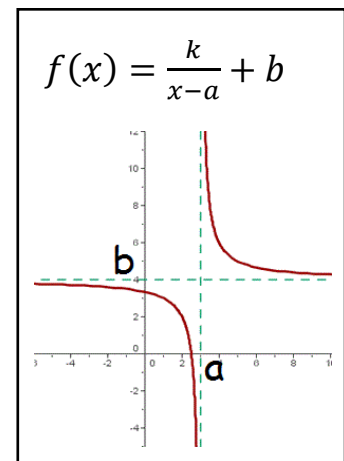
FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA:

$f(x) = \frac{k}{x-a} + b$ ó $y = \frac{k}{x-a} + b$ ($k > 0$), son HIPERBOLAS.

Si $a=0$ y $b=0$, $f(x) = \frac{k}{x}$. Si $b=0$, $f(x) = \frac{k}{x-a}$. Si $a=0$, $f(x) = \frac{k}{x} + b$



- Dominio: $\mathbb{R} - \{a\}$ ó $(-\infty, a) \cup (a, +\infty)$.
- Recorrido: $\mathbb{R} - \{b\}$ ó $(-\infty, b) \cup (b, +\infty)$.
(Tiene una asíntota horizontal en $y=b$.)
- Continuidad: continua en todo su dominio o continua en $\mathbb{R} - \{a\}$.
- Discontinuidad: Asíntota vertical en $x=a$.
- Puntos de corte:
 - Corte con eje X: $y=0 \rightarrow 0 = \frac{k}{x-a} + b$
 - Corte con eje Y: $x=0 \rightarrow y = \frac{k}{0-a} + b$
- Crecimiento y Decrecimiento:
 - Decrece en todo su dominio o decrece en $\mathbb{R} - \{a\}$
- Máximos y Mínimos: No tiene.
- Simetría:
 - Respecto del eje Y: No tiene.
 - Respecto del origen: Si $a=0$ y $b=0$.
 - Otra: Respecto del punto (a,b) .

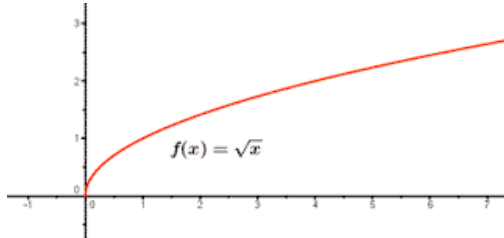


G. Ficha de función racional

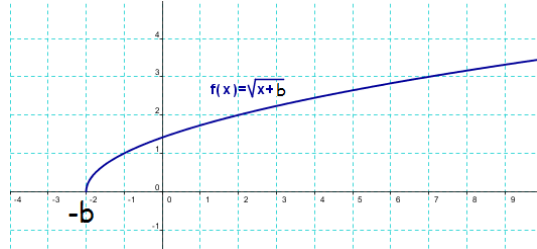
FUNCIONES RADICALES (con raíces cuadradas):

$$f(x) = a + \sqrt{x+b} \quad \text{ó} \quad y = a + \sqrt{x+b}.$$

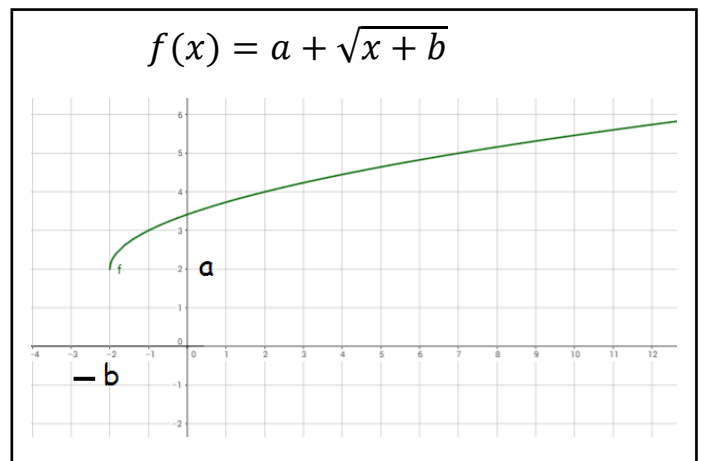
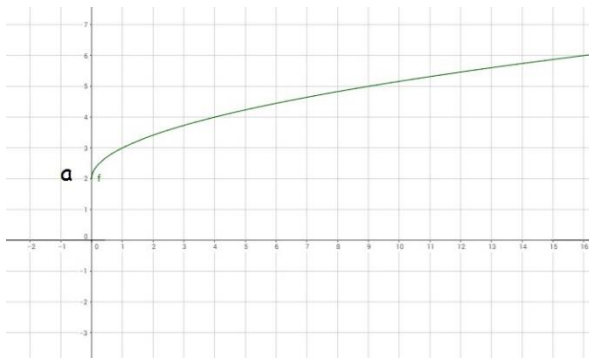
Si $a=0$ y $b=0$, $f(x) = \sqrt{x}$.



Si $a=0$, $f(x) = \sqrt{x+b}$.



Si $b=0$, $f(x) = a + \sqrt{x}$.



- Dominio: $[-b, +\infty)$.
- Recorrido: $[a, +\infty)$.
- Continuidad: continua en todo su dominio o continua en $[-b, +\infty)$
- Puntos de corte:
 - Corte con eje X: $y=0 \rightarrow 0 = a + \sqrt{x+b}$.
 - Corte con eje Y: $x=0 \rightarrow y = a + \sqrt{0+b}$.
- Crecimiento y Decrecimiento:
 - Crece en todo su dominio o crece en $[-b, +\infty)$.
- Máximos y Mínimos:
 - Mínimo en el punto $(-b, a)$

H. Prueba final

EXAMEN TEMAS 9 Y 10: Características de las funciones. T.V.M. Funciones polinómicas, de proporcionalidad inversa y radicales.

Nombre:

4º ESO Académicas

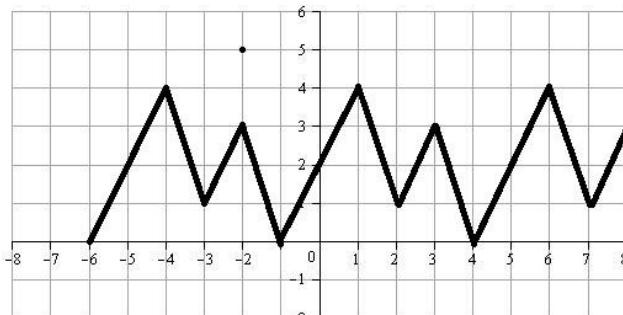
1- Indica el DOMINIO de las siguientes funciones: (1'5 puntos, todos los apartados valen igual).

- a. $f(x) = 3x + 1$. Dom:
- b. $g(x) = 2x^2 - 10x + 8$. Dom:
- c. $h(x) = 5$. Dom:
- d. $i(x) = \sqrt{x + 8}$. Dom:
- e. $j(x) = \frac{1}{x-3}$. Dom:

2- Estudia la simetría de las siguientes funciones: (1'5 puntos, todos los apartados valen igual).

- a. $f(x) = \frac{x^2-3}{5x^2}$. b. $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$. c. $h(x) = \frac{4x^2+1}{2x}$.

3- Calcula los datos de esta función PERIÓDICA: (1 punto, todos los apartados valen igual).



- a. Periodo:
- b. $f(-2) = \dots\dots\dots$
- c. $f(0) = \dots\dots\dots$
- d. $f(4) = \dots\dots\dots$
- e. $f(30) = \dots\dots\dots$
- f. $f(102) = \dots\dots\dots$

4- Indica las coordenadas del VÉRTICE y señala si es máximo o mínimo: (1 punto, todos los apartados valen igual).

- a. $f(x) = -3x^2 + 6x - 3$. Vértice: ¿Máximo o Mínimo?
- b. $g(x) = 3 - x^2$. Vértice: ¿Máximo o Mínimo?

5- Completa la siguiente tabla correctamente: (1'5 puntos, todos los apartados valen igual).

	Dominio	Recorrido	Asíntota Vertical	Asíntota Horizontal	Crecimiento o decrecimiento
$f(x) = \frac{1}{x-4}$					
$f(x) = \frac{-1}{x+8} + 2$					

- 6- Responde correctamente a los apartados de este problema sobre TVM (1'5 puntos, todos los apartados valen igual).

Al medir el índice de variación del número de nacimientos en España se ha observado que ha habido una notable disminución. Tomando como valor 100 el correspondiente al año 2000 se tiene:

Año	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Índice	100	93,3	90,3	85	82,9	79,9	76,8	73,7	72,8	70	68,7

- a- ¿Cuál fue la disminución durante el primer lustro?
 b- ¿En qué trienio hubo un mayor descenso? Interpreta el signo del resultado.
- 7- Estudia la siguiente función A TROZOS y responde: (2 puntos, todos los apartados valen igual).

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & -\infty < x \leq -1 \\ x + 5, & -1 < x < 3 \\ -2x + 14, & 3 \leq x < +\infty \end{cases}$$

- a. Dominio: Recorrido:
 b. Corte eje x: Corte eje y:
 c. Dibuja la gráfica. Escribe el Máximo y el mínimo (si tiene):
 d. Continuidad: Discontinuidad:

