Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen IX. Número 2 — 29 de enero de 2016

Alcuino presentando su obra a Carlomagno. Museo del Louvre (París). Obra de Victor Schnetz (1830)

Acertijos medievales

Las matemáticas no se han plasmado siempre en los libros tal y como estamos acostumbrados hoy en día. El lenguaje algebraico, tan habitual para todos los que nos dedicamos a esta materia, no ha estado siempre entre nosotros.

En la Edad Media, los desarrollos matemáticos eran esencialmente textuales, plenos de relatos en los que se enunciaban problemas y sus soluciones sin apenas formulación matemática.

En este artículo, nuestro compañero José Antonio Rodríguez Lallena nos muestra cómo un texto del erudito medieval Alcuino de York puede resultarnos muy útil didácticamente para enseñar matemáticas a nuestros estudiantes desde una perspectiva diferente.

(Artículo completo en la página 16)

Experiencias en otros idiomas

IES Alyanub (Vera, Almería)

A nadie se le escapa que el conocimiento de idiomas es fundamental en la formación de nuestros estudiantes. Por eso queremos dar visibilidad en nuestro boletín a las experiencias docentes bilingües.

En números anteriores hemos presentado artículos en los idiomas en los que se imparte docencia bilingüe en nuestra provincia: inglés, francés o alemán.

En esta ocasión presentamos una actividad realizada en el *IES Alyanub* de Vera en el ámbito de la docencia bilingüe. Se trata de una gymkhana cultural en la que los estudiantes tuvieron que elaborar cuestionarios en inglés, francés o español.

(Artículo completo en la página 6)

Editorial

Los estudios de matemáticas tienen una fuerte tradición en Almería. Formaron parte de las pocas titulaciones que comenzaron con la creación del *Colegio Universitario de Almería* (CUA) allá por 1972.

Durante más de dos décadas sólo se pudo estudiar el primer ciclo de la Licenciatura de Matemáticas y fue con la creación de la *Universidad de Almería* cuando vio la luz en 1995 la primera promoción de licenciados. Desde entonces han transcurrido otras dos décadas más y en total más de 40 años con estudios superiores de matemáticas en Almería.

Creemos que es el momento de celebrarlo y de reunir a toda aquella gente que de una manera u otra se sienten vinculados con las matemáticas en la provincia de Almería. Por ello estamos organizando una jornada el próximo 9 de abril en un doble escenario: por la mañana en la *Universidad de Almería* y por la tarde en la *Diputación Provincial*.

El colofón final a esta jornada de trabajo, será un acto lúdico: la celebración de una cena donde acudan compañeros y compañeras de distintas promociones, profesorado y en general todo aquellos con los que compartimos un punto en común, el gusto por las matemáticas. **¡Os esperamos, no faltéis!**

Más información en este Boletín y en *www.ual.es/Congresos/JPM2016*.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

Semana de la Ciencia

Logo de la actividad

El *Vicerrectorado de Investigación, Desarrollo e Innovación*, a través de la *OTRI*, organizó la *Semana de la Ciencia* 2015 en la *Universidad de Almería*.

Esta edición se celebró del 9 al 13 de noviembre. La *Semana de la Ciencia* es el mayor evento de comunicación social de la ciencia y la tecnología en nuestro país, con ella se pretende acercar el conocimiento científico y tecnológico a la sociedad, difundiendo los resultados de la investigación entre la población. Su objetivo es lograr una mayor compresión social de la ciencia y una mejor apreciación del impacto que ésta tiene sobre la actividad cotidiana y de cómo es capaz de mejorar nuestra calidad de vida.

De entre las numerosas actividades llevadas a cabo durante la semana, cabe destacar el taller científico titulado *Matemáticas y tu vida*, organizado por los profesores Juan José Moreno Balcázar y Fernando Reche Lorite del *Departamento de Matemáticas*.

Este taller consistió en una charla divulgativa, dirigida a los estudiantes de primero y segundo de Bachillerato, sobre la aplicación de las Matemáticas en nuestra vida cotidiana, además, durante la charla se realizó un concurso de resolución de problemas. Más información en *nevada.ual.es/semanadelaciencia*.

IV Minisimposio de Investigación en Ciencias Experimentales

Cartel anunciador

La *Facultad de Ciencias Experimentales* de la *Universidad de Almería* organizó la cuarta edición del *Minisimposio de Investigación en Ciencias Experimentales* con motivo de la celebración de la festividad de san Alberto Magno.

La creación científica tiene un valor en sí misma que los investigadores deben encargarse de divulgar. Así, con el minisimposio, que se celebró el 13 de noviembre, se pretende dar a conocer la labor investigadora realizada por los grupos de investigación vinculados a dicha facultad y hacer una puesta en común de los resultados de la investigación obtenidos en el seno de nuestra universidad.

El minisimposio engloba cuatro temáticas, en concordancia con los cuatro programas de doctorado que la *Facultad de Ciencias Experimentales* posee actualmente: *Química*, *Matemáticas*, *Ciencias Aplicadas y Medioambientales* y *Biotecnología y Bioprocesos Industriales*.

De entre los resúmenes y pósteres presentados, se seleccionaron 20 para su exposición oral y se otorgó un premio de 300 euros a los ganadores correspondientes en cada una de las temáticas. Más información en la web de la actividad [1].

[1] *cms.ual.es/UAL/estudios/congresosyeventos/isimpos*.

LII Olimpiada Matemática Española

El 15 de enero se celebró en la Universidad de Almería la primera fase o fase local del distrito universitario de Almería de la *LII Olimpiada Matemática Española* que convoca la *Real Sociedad Matemática Española* (RSME).

Participaron más de 120 estudiantes matriculados durante el curso académico 2015-2016 en Bachillerato y segundo ciclo de ESO.

Una imagen de la actividad

La RSME premiará a los alumnos ganadores con un diploma acreditativo y una cuota anual de socio-estudiante, que les dará derecho, entre otros beneficios, a recibir la revista *La Gaceta* de la RSME durante un año.

La segunda fase tendrá lugar en Barcelona entre los días 31 de marzo y 3 de abril de 2016. En ella participarán una selección de 12 concursantes, de entre los ganadores de premios de la primera fase en los 8 distritos universitarios de Andalucía.

Los estudiantes que, en la segunda fase, obtengan Medalla de Oro formarán parte del Equipo Olímpico de España y representarán a nuestro país en la 57.ª edición de la *Olimpiada Internacional de Matemáticas* a celebrar en Hong Kong en julio de 2016.

La *Comisión de Olimpiadas* de la RSME decidirá, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la Olimpiada Internacional, la composición del equipo que representará a España en la *XXXI Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas*, que tendrá lugar en Antofagasta (Chile) en septiembre de 2016.

ISSN 1988-5318

Noticias matemáticas

Entrega del premio del concurso

El ganador con dos de los editores del boletín

El pasado día 12 de enero tuvo lugar la entrega del premio al ganador de la pasada edición del concurso de problemas de nuestro boletín.

En el acto, que tuvo lugar en el *IES Alborán* de la capital almeriense, el ganador Diego Cangas Moldes estuvo acompañado por sus compañeros de clase y profesores.

Asimismo, se aprovechó la ocasión para resolver las dudas a los estudiantes asistentes en relación a los estudios de matemáticas en la *Universidad de Almería* así como las salidas profesionales de la titulación.

III Jornada del Profesorado de Matemáticas

El sábado 9 de abril de 2016, la *Universidad de Almería* organizará la *III Jornada del Profesorado de Matemáticas* de la provincia de Almería junto con la *I Reunión de Titulados de Matemáticas* por la Universidad de Almería, para conmemorar el XX aniversario de la graduación de la primera promoción de la titulación de Matemáticas en nuestra universidad.

Esta reunión también quiere involucrar a todas las personas que estudiaron el primer ciclo de la licenciatura de Matemáticas desde el año 1972 en nuestro antiguo y querido CUA (Colegio Universitario de Almería).

Esta tercera edición de la Jornada es la continuación natural de las dos primeras, celebradas en 2010 y 2012, que gozaron de una gran participación.

La iniciativa pretende establecer un marco de convivencia que favorezca el intercambio del conocimiento matemático y de las experiencias docentes, entre el profesorado de Matemáticas de los diferentes ámbitos educativos.

Contaremos con la presencia de Mercedes Siles, de la Universidad de Málaga que nos hablará sobre la exposición *El sabor de las Matemáticas* que se encontrará expuesta en el patio de luces de la *Diputación Provincial* del 1 al 20 de abril. Además, tendremos una conferencia plenaria a cargo del divulgador científico David Blanco Laserna.

Se encuentra abierto el plazo de inscripción, la propuesta de talleres y la presentación de pósteres. La jornada concluirá con una cena de gala.

Más información en *www.ual.es/Congresos/JPM2016*.

Evento final del Proyecto Alfombra de Sierpinski

Logo de la actividad

El viernes 13 de mayo, tendrá lugar en el *Palacio de los Juegos Mediterráneos* de Almería, el montaje de la 7.ª iteración de la *alfombra de Sierpinski*.

En total, se unirán 512 alfombras elaboradas por más de 40 000 niños de todo el mundo, para formar un fractal gigante de unos 45 metros de lado.

Se puede obtener más información sobre dicho evento en *topologia.wordpress.com/sierpinski-carpet-project*.

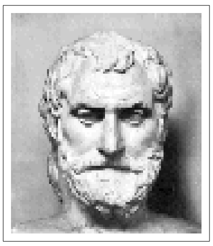
IV Olimpiada Estadística

Cartel anunciador

El *Instituto Nacional de Estadística* (INE), la *Facultad de Estudios Estadísticos* (FEE) de la *Universidad Complutense de Madrid* y la *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa* (SEIO) convocan la *IV Olimpiada Estadística* para estudiantes de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos de grado medio.

La participación se realizará mediante grupos (entre 1 y 3 estudiantes) en una de las siguientes categorías: Bachillerato y Ciclos Formativos de grado medio, y ESO. Cada grupo deberá tener un profesor tutor de su centro, que se encargará de supervisar el trabajo presentado. La inscripción puede realizarse hasta el 29 de enero. Más información *www.ine.es/explica/olimpiada2016_inicio.htm*.

XXI Edición de los Cursos Thales-CICA



En esta edición se han convocado un total de 11 cursos. Todos ellos disponen de la resolución provisional de homologación por parte de la *Consejería de Educación* de la *Junta de Andalucía*.

En consecuencia, cualquiera de estos cursos, una vez finalizado y certificado, es válido para presentarlo como mérito en muchos tipos de procesos (por ejemplo, en oposiciones). El período de docencia de los cursos será desde el día 18 de febrero hasta el 24 de junio de 2016. El sistema de inscripción y matrícula está activo hasta el 10 de febrero de 2016. Más información en *mileto.cica.es/cursos*.

PROMYS Europe 2016

PROMYS Europe es un programa diseñado para animar a los estudiantes con ambición matemática a que exploren el mundo creativo de las matemáticas.

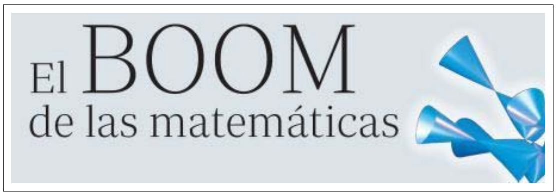
Los estudiantes preuniversitarios europeos que son seleccionados se reúnen en *Wadham College, Universidad de Oxford*, durante 6 semanas de actividad matemática. Los participantes practican el arte del descubrimiento matemático a través de sus intensos esfuerzos para resolver una variedad de problemas inusualmente difíciles en teoría de números.

Los estudiantes diseñan sus propios experimentos numéricos y emplean sus propios poderes de análisis para descubrir patrones matemáticos, formulan y prueban conjeturas, y justifican sus ideas por medio de la elaboración de sus propias pruebas matemáticas. Más información en *www.promys-europe.org*.

El boom de las matemáticas

En un artículo del diario *ABC* [2] de 16 de noviembre de 2015 se pone de manifiesto el papel actual de las matemáticas y la importancia que las grandes empresas conceden a la formación en esta materia.

Así, según la *Encuesta de Población Activa* para 2014, se trata del sector que tiene la tasa de paro más baja. Además, las matemáticas y la estadística permiten alcanzar la segunda tasa más alta de empleo y de afiliación a la Seguridad Social.



Por otra parte, la formación en matemáticas también ofrece puestos de gran calidad, pues según el prestigioso ranking *CareerCast* publicado por medios como *Forbes* o *The Wall Street Journal*, hay tres profesiones que pertenecen al ámbito de las matemáticas entre los cuatro trabajos mejor valorados.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a Juan Manuel García Ruiz, del CSIC-Universidad de Granada; Antonio M. Peralta Pereira, de la Universidad de Granada; Mostafa Mbekhta, de la Universidad de Lille I (Francia); María José Burgos Navarro, de la Universidad de Cádiz y Ramón Flores, del IMUS-Universidad de Sevilla.

Preguntas frecuentes

Prácticas externas

Las prácticas externas o prácticas curriculares son obligatorias en el Grado en Matemáticas. El estudiante tiene que realizarlas en el segundo cuatrimestre del cuarto curso. El objetivo de estas prácticas es acercar al alumnado al mundo laboral y que conozcan el entorno empresarial al que van a acceder pocos meses después.

Para llevarlas a cabo la *Facultad de Ciencias Experimentales* establece un período en el segundo cuatrimestre en el cual no hay clases. En el curso 2015-2016, este período es del 18 de abril al 8 de junio, ambos inclusive. Actualmente existe otra modalidad donde las plazas son perfiladas. En éstas el estudiante busca la empresa que oferta la práctica y posteriormente la *Comisión de la titulación* decide si la práctica es adecuada o no. Las plazas perfiladas pueden realizarse, si son aceptadas, a lo largo del curso académico.

Para poder matricularse en las prácticas externas es necesario haber superado 168 créditos. La evaluación de las prácticas consta de 3 notas: la del tutor externo con una ponderación del 40 %, la del tutor académico con la misma ponderación y la del estudiante que es del 20 %. El tutor académico es un profesor o profesora de la universidad y su evaluación se basa fundamentalmente en la memoria que debe obligatoriamente contener entre otros puntos: diario de trabajo, aspectos matemáticos desarro-

[2] *http://www.abc.es/sociedad/abci-boom-matematicas-201511151831_noticia.html.*

 ISSN 1988-5318

llados, objetivos planteados por la empresa y resultados obtenidos. Más información en la *guía docente* de la asignatura y en la web de prácticas externas [3] del grado.

¿Qué son las becas Erasmus+ de prácticas?

Son becas de movilidad internacional de estudiantes, dentro del marco del programa Erasmus+ de la Comisión Europea, para realizar prácticas en empresas de países de la Unión Europea y estados asociados no incluidos en el espacio económico europeo.

Los solicitantes deben estar matriculados en una de las titulaciones de carácter oficial, incluidos los másteres oficiales o programas de doctorado de la Universidad de Almería, habiendo superado, al menos, el 50 % de los créditos de los estudios que se estén cursando. El período de prácticas podrá realizarse a continuación o con posterioridad a un período de estudios Erasmus durante el mismo curso académico, siempre que se respete la duración mínima de cada período, que para las prácticas es de 2 meses. Un mismo estudiante puede recibir subvenciones por periodos de movilidad que sumen un total de hasta 12 meses por ciclo de estudios, independientemente del número y el tipo de actividades de movilidad.

Hay dos modalidades de participación según si el solicitante tiene contacto directo con la empresa en la que está interesado en hacer las prácticas (Modalidad A) o solicita una empresa de la bolsa de empresas de la universidad (Modalidad B).

Para la solicitud es necesario, entre otros, presentar una carta de motivación y una carta de aceptación de la empresa de acogida (sólo para la modalidad A).

Algunos de los criterios que se usan para el proceso de selección de candidatos son el expediente académico, la puntuación obtenida en el nivel de idioma acreditado, la duración de las prácticas y el acuerdo de formación y su contenido.

Las prácticas se reconocen, bien a través de la transferencia de créditos a las prácticas curriculares integradas en la titulación, bien a través del registro de ese período en el *Suplemento Europeo al Título* o bien certificando las prácticas realizadas mediante el uso del *Certificado Europass Movilidad*. La convocatoria del curso académico 2015-2016 se puede consultar en la página web del Vicerrectorado de Internacionalización [4].

EXPERIENCIA EDUCATIVA

Un rato en Calar Alto

Eduardo Romay «Vigorro»
Aficionado a la meteorología y colaborador en el foro de eltiempo.es

Observatorio astronómico de Calar Alto (Almería)

El pasado 24 de noviembre tuve la suerte de ejercer de «profesor» en una visita a Calar Alto con un grupo de alumnos de 4.º de ESO, del *IES Santo Domingo* (El Ejido). La profesora de Matemáticas, Eva Acosta, me invitó para que hiciese un taller sobre Meteorología y Climatología.

Empezaremos diciendo que los alumnos pasaron bastante frío, algo normal en el mes de noviembre pero que muchos desconocían, no siendo conscientes de que apenas a 50 km en línea recta de la cálida costa almeriense (incluso en invierno), existen zonas en las que el clima es de alta montaña. Esta situación ocurre en las cumbres de la Sierra de Filabres. Como anécdota, tuve que prestar el gorro y los guantes que yo mismo llevaba a algún jovenzuelo.

Al amanecer, mientras en la capital o el poniente había unos 7° de temperatura, en la zona del observatorio astronómico «disfrutaban» de unos agradables 8°bajo cero... A media mañana, que fue cuando estuvimos allí, «solo» había —4°.

El grupo visitando la zona

Cabe apuntar que el ligero viento que soplaba acrecentaba la sensación de frío, y es que con temperaturas bajas, es el viento el factor que más influye en la sensación térmica que las personas experimentamos: para una misma temperatura, cuanto más viento, más frío se siente.

Los alumnos aprendieron a tomar la temperatura en la zona y a compararla con los registros de los últimos años.

[3] *cms.ual.es/UAL/estudios/grados/practicas/GRADO0410*.
[4] *cms.ual.es/UAL/universidad/organosgobierno/vinternacional/actividades/actividad/CONVOERASPRAC1516*.

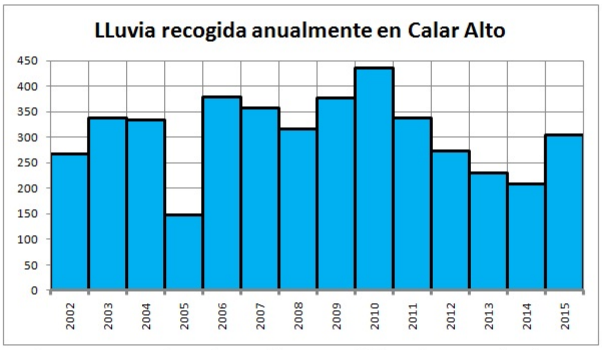
 ISSN 1988-5318

La Meteorología consiste en el estudio del tiempo diario, mientras que la Climatología se encarga del estudio del clima.

EXTREMOS METEOROLÓGICOS EN CALAR ALTO		
Variable	**Valor**	**Fecha**
Temperat. más altas	28'6º	16 jul 2005
		1 ago 2012
		10 ago 2012
Temperat. más bajas	-19'7º	27 ene 2005
	-17'1º	4 feb 2012
	-16'0º	26 ene 2005
Meses más fríos	-4'8º	feb 2012
	-3'9º	feb 2005
	-3'6º	feb 2015
Meses más cálidos	19'8º	jul 2015
	19'6º	ago 2012
	18'9º	jul 2009
Meses más lluviosos	138'2 l/m2	dic 2009
	129'6 l/m2	nov 2003
	99'0 l/m2	sep 2009
Rachas de viento mas fuertes	168'1 km/h	6 nov 1997
	163'8 km/h	7 dic 2000
	153'7 km/h	30 ene 2015

Para la Meteorología se utiliza una gran diversidad de instrumentos, muchos de ellos se encuentran en los alrededores de Calar Alto. ¿Y por qué esa relación entre Meteorología y Astronomía? pues porque los datos meteo son imprescindibles para saber si los telescopios pueden o no funcionar. El viento y, sobre todo, la temperatura y la humedad, son claves para rotar las cúpulas, para las lentes,...

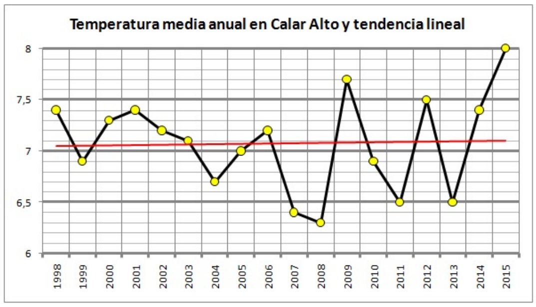
Para hacernos una idea de la diferencia de clima entre la capital y las cumbres de Filabres, podemos señalar que mientras «abajo» caen unos 200 l/m^2 de agua al año, «arriba» caen más del doble, unos 500.



Podemos apreciar el sequísimo año 2005 y el húmedo 2010, año al que si sumamos Diciembre de 2009, nos llevaría a 500 l/m2 en 13 meses...

Por otra parte, mientras que aquí tenemos una temperatura media anual de unos 18/19°, allí tienen unos 7. En comparación a esos 7° de media anual, el mes de enero en la ciudad de Almería (el más frío del año) está sobre los 12/13.

La temperatura más extrema medida en Calar Alto desde 1997 fueron los $-19{,}7°$ del 27 de enero de 2005. Aquel día en nuestro aeropuerto se midieron 0,1° el valor más bajo desde al menos 1968, que es cuando empezaron a tomarse datos en el aeropuerto. También aquel día la costa del poniente provincial se cubrió de nieve, hecho que no sucedía desde, seguramente, el 7 de febrero de 1935, hace ya más de 80 años... Aprovechando que los estudiantes tienen nociones matemáticas sobre representación de funciones, pudimos obtener la gráfica que resume la temperatura media anual en Calar Alto en los últimos años y estudiar su tendencia:



Aunque 2015 ha sido el año mas cálido en Calar Alto de los ultimos 18, la tendencia (linea roja) de las dos ultimas décadas sigue siendo plana...

Para acabar, una recomendación: no dejéis de visitar nuestra provincia, ya que es, casi con seguridad, la que más diversidad climática presenta de toda la Península Ibérica. ■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

The Cultural Gymkhana of the World

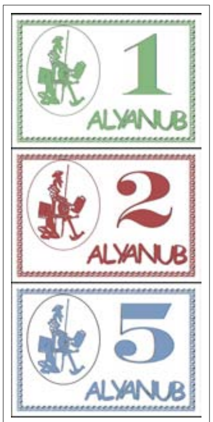
Noelia Gómez Alarcón
Juan Carlos Luengo López

IES Alyanub (Vera, Almería)

As part of the bilingual project of our high school, we are planning to celebrate the *II Cultural Gymkhana of the World* during the last week of February.

The first edition, which took place two years ago, was a great success. All the students of 1st, 2nd and 3rd ESO participated in the contest.

We selected 25 countries from all over the world, making sure that all the students' nationalities were represented. The students were divided in groups of 4 and each group was assigned a country. They had to design two posters with relevant information about their given country as well as several questions whose answers could be found in the posters.



Currency used in Gymkhana

The questions could be written in French, Spanish or English, and would be used to create a questionnaire for each group of participants. The students also had to prepare a task related to the country to be performed by each group of participants.

All the bilingual subjects were involved in the posters, Mathematics (surface of the country, density of population, currency...), Geography (maps, topography...), History (relevant facts and people in the history of the country...), French or English (important writers) natural sciences (flora and fauna), so it

 ISSN 1988-5318

involved the whole bilingual team. The Maths teachers had to print the currency of each country: coins and notes and the Art teacher helped the students to draw the flag of each country.

Finally, on the last day, each group was asked to prepare a typical dish of its designated country.

On the day of the Gymkhana, each group received a questionnaire, which they had to answer looking for the relevant information in the posters that were displayed in the gym. The students of 1^{st} ESO competed on the first day, the students of 2^{nd} ESO on the 2^{nd} day and finally, on the third day, it was the students of 3^{rd} ESO's turn. For each right answer they received an Alyanub (our Gymkhana currency – see image attached) which would be changed on the last day in exchange of some food or fizzy drink.

Despite the great effort involved in the organization of the activity, it was an incredible experience for students, who could discover interesting information about a variety of countries, at the same time encouraging team work.

We are hoping to achieve the same success in the second edition this year. Some students have been asked to perform a popular dance from the country they are studying or from their country of origin, since our students come from a wide variety of cultures. We expect the performances to be as astonishing as they were in the first edition, since they were considered to be one of the best moments during the whole activity. ■

Concurso de problemas

Problema propuesto

Demostrar que el área de un triángulo rectángulo de perímetro P y de hipotenusa c puede expresarse mediante la fórmula:

$$\text{Área} = \frac{P^2 - 2Pc}{4}.$$

A partir del resultado anterior deducir las dimensiones del triángulo rectángulo de mayor área cuyo perímetro es 14.

Problema propuesto por José María Lirola, profesor del IES Alborán (Almería)

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un ***iPod shuffle*** y un regalo relacionado con las matemáticas.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es ***antes del 15 de abril***.

Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

Ángel Perales Prados

En esta edición del concurso, el jurado ha decidido premiar, de entre todas las soluciones recibidas, la enviada por Ángel Perales Prados, estudiante de segundo de bachillerato del *Colegio Saladares* de El Parador de las Hortichuelas (Roquetas de Mar, Almería).

Problema propuesto en el número anterior

Si la posición de una partícula que viaja a lo largo del tiempo t viene dada por la ecuación

$$x(t) = 5\cos(2t) + 10\,\text{sen}(t),$$

donde todas las cantidades se expresan en unidades del Sistema Internacional,

1. ¿Cuál es su posición en el instante inicial?
2. ¿Cuál es su posición, velocidad y aceleración al cabo de 3 segundos?
3. ¿Cuándo se anula la velocidad de dicha partícula? En este caso, ¿cuál es su posición y aceleración?

ISSN 1988-5318

Solución ganadora:

Multitud de situaciones del mundo real se pueden cuantificar por medio de funciones. La naturaleza proporciona muchos ejemplos de fenómenos periódicos, que en multitud de ocasiones se pueden modelizar matemáticamente utilizando **funciones trigonométricas**: los movimientos periódicos de las mareas, los pedales de una bicicleta, el movimiento de las agujas del reloj, el movimiento ondulatorio, los latidos del corazón, la propagación de la luz y el sonido, los terremotos,...

El estudio gráfico y analítico de estas funciones es fundamental para poder interpretar los fenómenos que describen.

En nuestro caso concreto, si la posición de una partícula que viaja a lo largo del tiempo t viene dada por la ecuación:

$$x(t) = 5\cos(2t) + 10\,\mathrm{sen}(t),$$

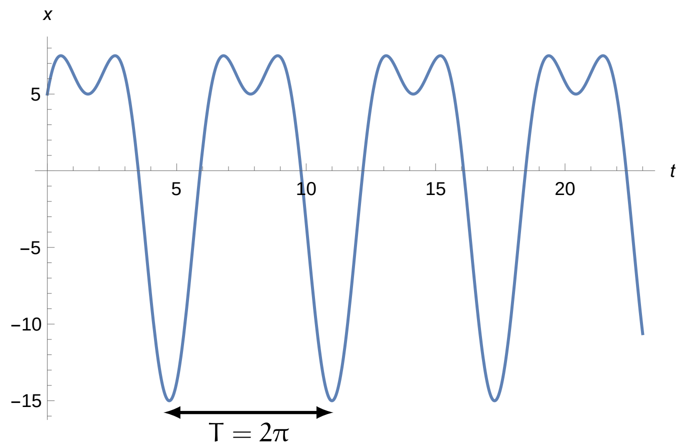
donde todas las cantidades se expresan en unidades del Sistema Internacional (SI).

¿Cuál es su posición en el instante inicial?

La posición en el instante inicial ($t = 0$) es:

$$x(0) = 5\cos(2\cdot 0) + 10\,\mathrm{sen}(0) = 5 \text{ m}.$$

En la siguiente gráfica se muestra la posición de la partícula en función del tiempo y podemos observar también cuál es su posición en el instante inicial. Se trata de una función periódica de periodo $T = 2\pi$ (en unidades del SI).



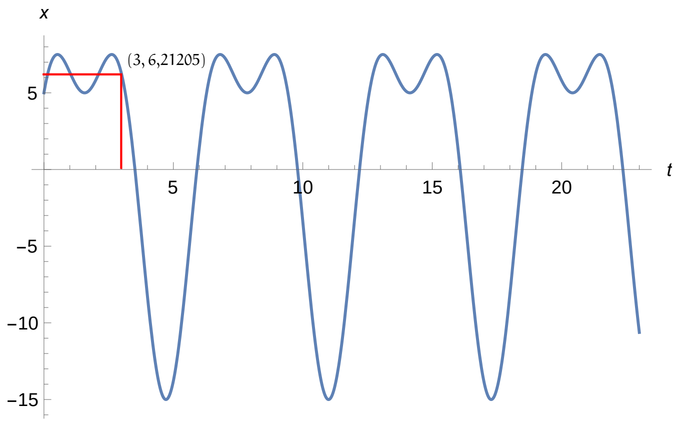
¿Cuál es su posición, velocidad y aceleración al cabo de 3 segundos?

La posición al cabo de 3 segundos ($t = 3$) viene dada por:

$$x(3) = 5\cos(2\cdot 3) + 10\,\mathrm{sen}(3) \approx 6{,}212 \text{ m}.$$

[**Nota**: El error relativo cometido en la aproximación con tres cifras decimales, del resultado de la posición de la partícula al cabo de tres segundos, es del orden del 0,0008 %]

La posición de la partícula en $t = 3$ s puede observarse en la gráfica de la posición en función del tiempo:



La expresión de la **velocidad** de la partícula en un instante t se obtiene derivando la ecuación de la posición en función del tiempo:

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t) = -10\,\mathrm{sen}(2t) + 10\cos(t),$$

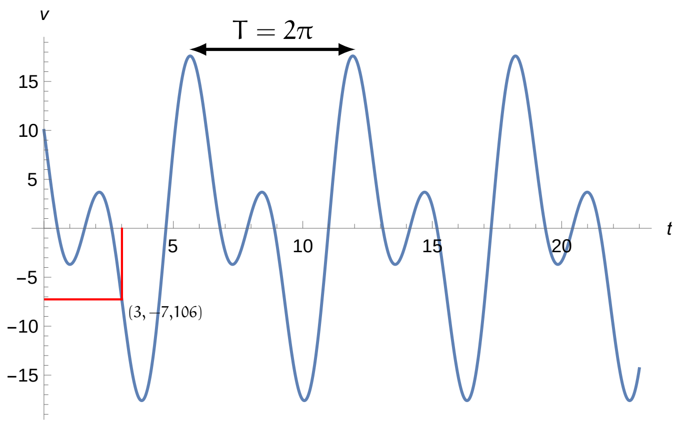
en unidades del SI.

Luego, la velocidad al cabo de 3 segundos ($t = 3$) es:

$$v(3) = -10\,\mathrm{sen}(2\cdot 3) + 10\cos(3) \approx -7{,}106 \text{ m/s}.$$

[**Nota**: El error relativo cometido en la aproximación con tres cifras decimales, del resultado de la velocidad de la partícula al cabo de tres segundos, es del orden del 0,003 %]

En la siguiente gráfica podemos observar la evolución temporal de la velocidad y su valor al cabo de 3 segundos. Se trata de una función periódica de periodo $T = 2\pi$ (en unidades del SI).



La **aceleración** de la partícula en un instante t se calcula derivando la ecuación de la velocidad en función del tiempo:

$$a(t) = \frac{d}{dt}v(t) = -20\cos(2t) - 10\,\mathrm{sen}(t),$$

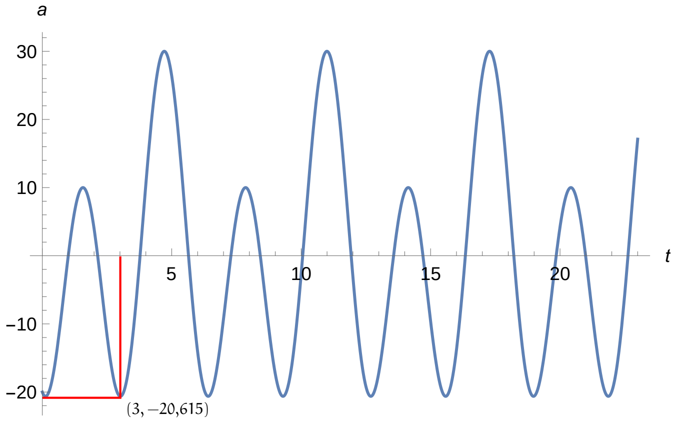
en unidades del SI.

Por tanto, al cabo de 3 segundos ($t = 3$), la aceleración es:

$$a(3) = -20\cos(2\cdot 3) - 10\,\mathrm{sen}(3) \approx -20{,}615 \text{ m/s}^2.$$

[**Nota**: El error relativo cometido en la aproximación con tres cifras decimales, del resultado de la aceleración de la partícula al cabo de tres segundos, es del orden del 0,002 %]

Gráficamente se obtiene un resultado similar:



¿Cuándo se anula la velocidad de dicha partícula? En este caso, ¿cuál es su posición y aceleración?

A continuación, vamos a obtener los instantes en los que la velocidad de la partícula es nula ($v(t) = 0$). Para ello debemos resolver la siguiente ecuación trigonométrica:

$$-10\operatorname{sen}(2t) + 10\cos(t) = 0.$$

Dividiendo entre -10, esta ecuación nos queda $\operatorname{sen}(2t) - \cos(t) = 0$.

Haciendo uso de la razón trigonométrica del ángulo doble, $\operatorname{sen}(2t) = 2\operatorname{sen}(t)\cos(t)$, tenemos que:

$$2\operatorname{sen}(t)\cos(t) - \cos(t) = 0.$$

Si extraemos factor común nos queda:

$$\cos(t)\,(2\operatorname{sen}(t) - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{(I):} & \cos(t) = 0, \\ \text{(II):} & 2\operatorname{sen}(t) - 1 = 0. \end{cases}$$

Las soluciones de (I) son:

$$\cos(t) = 0 \Rightarrow t = \arccos(0) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi, \\ \\ \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi, \end{cases} = \frac{\pi}{2} + k\pi,$$

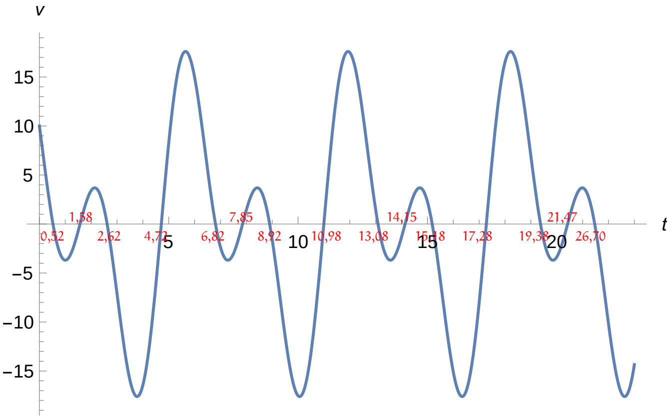
con $k = 0, 1, 2, \ldots$ y expresado en segundos.

Las soluciones de (II) son:

$$2\operatorname{sen}(t) - 1 = 0 \Rightarrow t = \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{2}\right) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi, \\ \\ \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi, \end{cases}$$

con $k = 0, 1, 2, \ldots$ y expresado en segundos.

En la siguiente gráfica se pueden observar las raíces de la función velocidad, es decir, los valores obtenidos del tiempo que anulan la velocidad de la partícula.



Para los valores del tiempo que anulan la velocidad de la partícula, obtenidos anteriormente, la posición y aceleración de ésta son:

Para $t = \dfrac{\pi}{6}$ segundos:

$$\begin{aligned} x\left(\frac{\pi}{6}\right) &= 5\cos\left(2\frac{\pi}{6}\right) + 10\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \\ &= 5\frac{1}{2} + 10\frac{1}{2} = 7{,}5 \text{ m}. \\ a\left(\frac{\pi}{6}\right) &= -20\cos\left(2\frac{\pi}{6}\right) - 10\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \\ &= (-20)\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} = -15 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Para $t = \dfrac{\pi}{2}$ segundos:

$$\begin{aligned} x\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 5\cos\left(2\frac{\pi}{2}\right) + 10\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \\ &= -5 + 10 = 5 \text{ m}. \\ a\left(\frac{\pi}{2}\right) &= -20\cos\left(2\frac{\pi}{2}\right) - 10\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \\ &= (-20)(-1) - 10 = 10 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Para $t = \dfrac{5\pi}{6}$ segundos:

$$\begin{aligned} x\left(\frac{5\pi}{6}\right) &= 5\cos\left(2\frac{5\pi}{6}\right) + 10\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \\ &= 5\frac{1}{2} + 10\frac{1}{2} = 7{,}5 \text{ m}. \\ a\left(\frac{5\pi}{6}\right) &= -20\cos\left(2\frac{5\pi}{6}\right) - 10\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \\ &= (-20)\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} = 15 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Para $t = \dfrac{3\pi}{2}$ segundos:

$$\begin{aligned} x\left(\frac{3\pi}{2}\right) &= 5\cos\left(2\frac{3\pi}{2}\right) + 10\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \\ &= -5 - 10 = -15 \text{ m}. \\ a\left(\frac{3\pi}{2}\right) &= -20\cos\left(2\frac{3\pi}{2}\right) - 10\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \\ &= (-20)(-1) - 10(-1) = 30 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Nota: Como la evolución temporal de la velocidad es periódica, se ha calculado el valor de la posición y la aceleración para los valores del tiempo ($v(t) = 0$) que se encuentran dentro de un periodo de la función.

ISSN 1988-5318

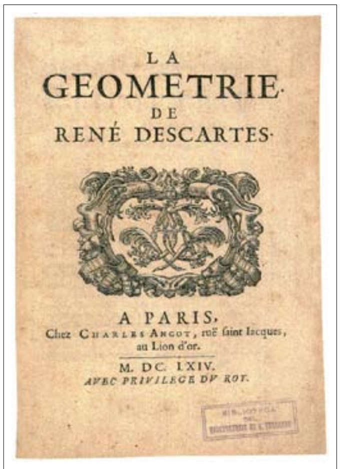
HISTORIA Y SUS PERSONAJES

También se equivocaban

Antonio Rosales Góngora
IES Bahía de Almería (Almería)

El método seguido por los matemáticos, durante más de veinte siglos, para conseguir verdades fue aplicar el razonamiento deductivo a los axiomas matemáticos, para asegurar conclusiones tan dignas de crédito como los axiomas. Sin embargo en el siglo XIX la confianza de los matemáticos en sus razonamientos se quebró, ¿por qué? Probablemente las geometrías no euclídeas y los cuaterniones hicieron tomar conciencia del mal estado de la Lógica: el nacimiento de nuevas álgebras llevó a descubrir que las disciplinas lógicas habían tenido un desarrollo no tan lógico.

Cuando los europeos de la Baja Edad Media y Renacimiento adquirieron sus conocimientos matemáticos, en parte de los árabes y en parte de los manuscritos griegos, se encontraron con dos matemáticas; las auténticas parecían ser las deductivas griegas (geometría), pero no se podía negar la utilidad y eficacia de la Aritmética y Álgebra, sin fundamento lógico. El primer problema planteado fue qué hacer con los irracionales. Lo que preocupaba era la expresión decimal infinita no periódica. **Stiefel** señalaba que los números reales son los enteros o las fracciones, y como los irracionales no son ni lo uno ni lo otro, tampoco son números. **Pascal** y **Barrow** (un siglo más tarde) señalaban que los irracionales son meros símbolos sin existencia independiente de las magnitudes geométricas continuas. **Stevin** los reconoció como números y los aproximó como racionales, al igual que **Wallis**, pero ninguno aportó fundamentación lógica.


LA GEOMETRIE. DE RENÉ DESCARTES.
A PARIS, Chez CHARLES ANGOT, rue saint Iacques, au Lion d'or.
M. DC. LXIV.
AVEC PRIVILEGE DV ROY.

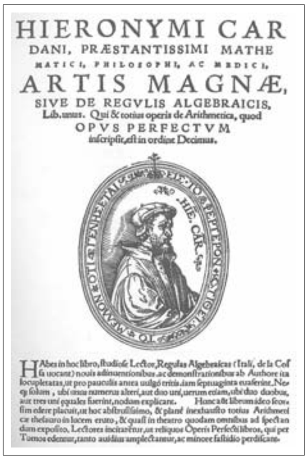
Lo mismo hicieron **Descartes** en su *Geometría* (1637) y Fermat en su manuscrito (1629): aceptarlos implícitamente al presuponer una correspondencia exacta entre todos los reales positivos y los puntos de una recta; o que la distancia de cualquier punto a un origen se puede expresar mediante un número ya que muchos de estos números son irracionales.

La mayoría de los matemáticos de los siglos XVI y XVII no aceptaban los números negativos. **Chuquet** en el siglo XV y **Stiefel** en el XVI hablaban de números absurdos, **Cardano** los consideraba números imposibles, meros símbolos. **Viete** descartó por completo los números negativos, **Descartes** los aceptó hasta cierto punto, a las raíces negativas las llamó falsas pues pretendían representar números menores que nada.

Pascal consideraba la sustracción de 4 a 0 absurda: *«he conocido gente que no podían entender que al restar 4 a 0 quede cero»*. **Arnaud**, teólogo y matemático amigo de Pascal, cuestionaba que $-1 : 1 = 1 : -1$, pues decía: *«si -1 es menor que 1, ¿cómo podría ser una cosa menor a otra mayor lo mismo que una mayor a otra menor?»*

Leibniz estaba de acuerdo en que ahí había una objeción, pero argumentaba que se podía calcular con tales proporciones pues su forma es correcta. Él mantenía que se deberían llamar imaginarias a todas las cantidades que no tienen logaritmo. Según esto -1, por ejemplo, no existe pues los logaritmos positivos corresponden a los números mayores que 1 y los negativos a los comprendidos entre 0 y 1. **Girard** colocó a los números negativos al mismo nivel que los positivos y, al igual que **Harriot**, usaron el signo menos para la operación sustracción y para los números negativos. **Wallis**, aunque los aceptaba, pensaba que estos eran mayores que infinito y, a la vez, menores que cero.

La propuesta de **Bombelli** y **Stevin** de establecer una correspondencia exacta entre números reales y segmentos sobre una recta (habiendo elegido una unidad), y considerar a los reales y sus operaciones como definidas por esas longitudes y las correspondientes operaciones geométricas, contribuyeron a la aceptación final. Sin haber resuelto todavía las dificultades con los irracionales y negativos, los europeos aumentarían su pesada carga al tropezar con los complejos.

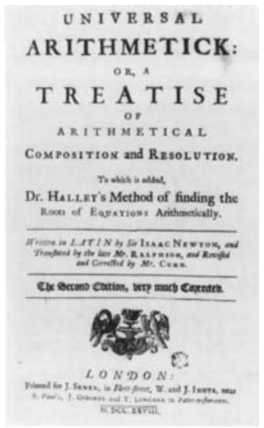

HIERONYMI CARDANI, PRÆSTANTISSIMI MATHEMATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI, ARTIS MAGNÆ, SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS, Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod OPVS PERFECTVM inscripsit, est in ordine Decimus.

Cardano en el capítulo 37 de su *Ars Magna* (1545) planteó y resolvió el problema de dividir 10 en dos partes cuyo producto es 40. Este problema, aparentemente absurdo, tiene solución porque como decía **D'Alambert**: *«El álgebra es generosa; a menudo da más de lo que se le pide»*. **Bombelli**, pese a establecer de manera moderna las cuatro operaciones con complejos, los consideraba inútiles y sofísticos. **Girard** reconoció los números complejos como, al menos, soluciones formales de las ecuaciones. En su *Nueva invención en álgebra*, decía: *«Se podría uno preguntar ¿por qué esas soluciones imposibles?, yo respondo: por tres cosas, por la certidumbre de las reglas generales, porque no hay otras raíces y por su utilidad»*.

Descartes rechazó las raíces complejas y acuñó el término imaginario. Decía *«ni las raíces verdaderas ni las*

 ISSN 1988-5318

falsas (negativas) son siempre reales; a veces son imaginarias». Ni siquiera **Newton** consideró las raíces negativas como algo importante, probablemente por la falta de interpretación física. En su *Aritmética Universal*, decía: *«Pero es justo que las raíces de las ecuaciones sean a menudo imposibles, para que no se expongan casos de problemas que son imposibles como si fueran posibles»*.


UNIVERSAL
ARITHMETICK:
OR, A
TREATISE
OF
ARITHMETICAL
COMPOSITION and RESOLUTION.
To which is added,
Dr. HALLEY's Method of finding the Roots of EQUATIONS Arithmetically.
Written in LATIN by Sir ISAAC NEWTON, and Translated by the late Mr. RALPHSON, and Revised and Corrected by Mr. CUNN.
The Second Edition, very much Corrected.
LONDON:

Como ilustración de la falta de comprensión hacía los números complejos podemos citar la afirmación de **Leibniz**: *«El Divino espíritu encontró una admirable salida en aquella maravilla del análisis, aquel portento del mundo ideal, aquel anfibio entre el ser y el no ser al que llamamos raíz imaginaria de la unidad negativa»*.

Tanto **Leibniz** como **Bernouilli** trabajaron con complejos aunque sin entender su naturaleza. Lo justificaban diciendo que ningún daño se derivaba de ello. **Euler** en su álgebra de 1770, aparte de cometer errores del tipo $\sqrt{-1}\sqrt{-4} = \sqrt{4} = 2$, mantiene que *«las raíces cuadradas de números negativos no son ni cero, ni mayores que cero ni menores por consiguiente no pueden ser incluidas entre los números posibles, es decir, se tratan de números imposibles»*. Pero a pesar de llamarlos imposibles, Euler dice que son útiles pues nos dicen qué problemas tienen respuesta y cuáles no.

Referencias

[1] Boyer, C.B. *Historia de la matemática.* Alianza Editorial, Madrid.

[2] Bourbaki, N. *Elementos de historia de las matemáticas*, Alianza Universidad, Madrid.

[3] Collete, J.L. *Historia de las matemáticas*, siglo XXI, Madrid.

[4] Kline, M. *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días (II)*, Alianza Universidad, Madrid.

[5] Rey Pastor, J., Babini, J. *Historia de la Matemática*, 2 Vols., 2.ª edición, Gedisa, Barcelona.

■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Fabiola Gianotti

Patricia Sicilia
Técnica de igualdad de la Universidad de Almería

En el número 1 del volumen VIII de este boletín se publicó un artículo de Alberto J. Marín Fernández de Capel sobre el *bosón de Higgs*. De nuevo hacemos referencia a esta partícula a través de la presentación de una de las investigadoras que contribuyeron a su hallazgo, Fabiola Gianotti.

Fabiola Gianotti

La noticia del nombramiento de Fabiola Gianotti como directora del *CERN* ha inundado los medios de comunicación de todo el mundo en este último mes, pues la nueva directora ha tomado posesión del cargo nada más empezar el año.

El hecho de que las mujeres científicas en Europa continúen estando infrarrepresentadas, hace de esta una gran noticia, sobre todo para quienes creemos en la necesidad de visibilizar modelos de mujer que neutralicen los estereotipos que, todavía hoy, imperan tanto en el mundo de la ciencia como en el genérico social.

El *CERN*, también conocido como *Laboratorio Europeo de Física de Partículas Elementales*, está situado en Ginebra una instalación subterránea en la frontera entre Francia y Suiza. En este centro trabajan científicos de 28 países diferentes, y es el lugar donde se desarrolla la investigación más importante en la física moderna.

Han tenido que pasar 60 años para que una mujer ocupara la dirección del *CERN*, y si se trata de acumular méritos, a Gianotti no le faltan, pues según los miembros del consejo que la ha elegido, ha sido *«por su visión de futuro para el CERN como referencia mundial y por su profundo conocimiento tanto sobre el CERN como el campo de física de partículas»*.

Profundizando en la historia personal y profesional de Gianotti, podemos vislumbrar cómo ha llegado hasta la dirección del *CERN*, ya que esta milanesa de 55 años creció enamorada del mundo que la rodeaba, quizá influenciada

ISSN 1988-5318

por su padre, que era geólogo, y por su madre, estudiosa de la música y la literatura.

Para Gianotti, que sacó la carrera de piano en el conservatorio de Milán, el Arte y la Física están más cerca de lo que la mayoría pensamos, según sus propias palabras *«El arte está basado en principios matemáticos muy claros, como la proporción y la armonía. Al mismo tiempo, los físicos necesitan ser inventivos, tener ideas, tener algo de fantasía»*.

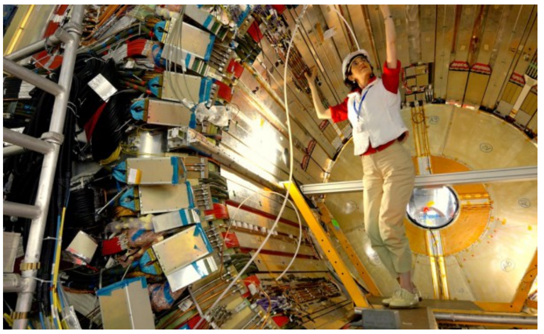
Sin embargo, cuando la escuchamos hablar sobre la cuestión de la posible contraposición entre ciencia y religión, Gianotti expone que no son incompatibles, pues desde su punto de vista, estudian campos diferentes, de manera que la física nunca demostrará si Dios existe o no, pues para ella la religión es algo más personal, que nada tiene que ver con la física. Y es que desde muy pequeña comenzó a hacerse preguntas fundamentales, a las que trataba de dar respuesta a través de la filosofía, y en este propósito fue cuando descubrió la física y las posibilidades que esta ciencia le ofrecía para satisfacer sus inquietudes. Así fue como decidió matricularse en Física Nuclear en la Universidad de Milán, completando posteriormente su doctorado en el CERN, donde se incorporó en el año 1987, participando en varios experimentos de aquel entonces.

Ya en el año 1992, Fabiola tenía a su cargo a 3000 científicos, que formaban parte del *proyecto ATLAS*, que ella coordinaba. El microscopio ATLAS es el más poderoso del planeta, capaz de registrar colisiones entre protones acelerados, que son como réplicas inmediatas del Big Ban. Así es como Gianotti pudo estudiar aspectos fundamentales en la ciencia como pueden ser el origen de la masa, la constitución de la materia oscura, cómo se unen las fuerzas fundamentales, o la cuestión de si hay más de tres o cuatro dimensiones.

Pero sin duda, el mayor logro profesional conseguido por este equipo fue en el año 2012, cuando encontraron una partícula correspondiente con la predicha por Peter Higgs en el modelo estándar, la llamada *partícula de Dios* o *bosón de Higgs*, que confirmaría las teorías actualmente aceptadas sobre la estructura del Universo. Gracias a este experimento el doctor Higgs consiguió el Nobel de Física en el año 2013.

A toda esta trayectoria hay que añadir innumerables méritos académicos como el ser autora o co-autora de más de 500 publicaciones científicas, o el reconocimiento del diario *The Guardian* como una de las cien mujeres más importantes en investigación y medicina. Además, ha sido nombrada profesora honorífica por la *Universidad de Edimburgo*, y forma parte de entidades tan prestigiosas como la Academia de Ciencias de EE. UU.

Por todo lo anterior, Gianotti se ha convertido en un referente para otras mujeres científicas, un modelo a seguir, un ejemplo de constancia y trabajo, una mujer apasionada y perseverante en sus metas. Gianotti, que a la menor oportunidad aprovecha para poner en evidencia los problemas que las mujeres tienen para avanzar en la carrera científica, cree que las principales dificultades vienen motivadas por condicionantes puramente sociales, por tanto considera un importante reto que la sociedad encuentre soluciones para que las mujeres con hijos puedan desarrollar una carrera investigadora sin demasiados obstáculos.



Hace unos años, ante la pregunta de cómo se las arregló para convertirse en la física del CERN, respondió simplemente: *«estudiar y creer en las metas que me había fijado. Si usted tiene el coraje y la fuerza para insistir, ninguna meta es inalcanzable, pero también requiere de mucha modestia: tenemos que ser conscientes de lo poco que sabemos y lo mucho que hay aún por descubrir»*.

De cara a los próximos años, Gianotti tiene una intensa y apasionante labor por delante, un devenir a buen seguro cargado de numerosos descubrimientos científicos, relacionados con la detección de la materia oscura o la investigación sobre los primeros indicios de la nueva partícula elemental, que permitirán a la sociedad avanzar en temas tan importantes como la terapia contra el cáncer. De hecho, el pasado mes de septiembre ella misma señalaba en *Hipertextual* que *«le gustaría descubrir una partícula que explique el 95 % del universo»*. Además, seguirá contribuyendo al mantenimiento de la excelencia científica y la promoción de la paz a través de la colaboración entre investigadores, señas de identidad del CERN en las últimas décadas. Todo ello sin dejar atrás otra gran responsabilidad, y es la de su compromiso con la mejora de las condiciones de las mujeres científicas, dentro y fuera del CERN, luchando contra las barreras que hacen que la carrera investigadora en las mujeres continúe a día de hoy, plagada de obstáculos.

Referencias

[1] Esceptica blog [5].

[2] Magazine Digital [6].

[3] CNN Noticias edición español [7].

[4] Hipertextual [8].

■

[5] *esceptica.org/2014/11/06/bios-fabiola-gianotti*
[6] *www.magazinedigital.com/historias/entrevistas/fabiola-gianotti-humanidades-igual-valor-que-fisica*
[7] *cnnespanol.cnn.com/2012/07/04/fabiola-gianotti-la-mujer-que-busca-descubrir-la-particula-de-dios*
[8] *hipertextual.com/2016/01/fabiola-gianotti-directora-cern*

ISSN 1988-5318

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

El arte de la edición científica

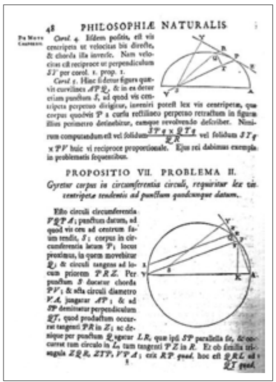
TEX y sus herramientas asociadas

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Desde que Guttenberg inventó la imprenta de tipos móviles alrededor del año 1450, la composición de obras impresas ha sido tarea de los impresores, quienes elegían tanto las tipografías y el formato como el diseño del texto.

Esta tarea ha sido, es y será todo un arte. A nadie se le escapa que un libro bien maquetado, coherentemente organizado y con una tipografía agradable se lee mucho mejor que otro que no haya sido editado con tanto esmero.

Esta edición es, sin lugar a dudas, mucho más complicada cuando se trata de textos científicos y, en concreto, textos matemáticos, en los que abundan fórmulas, ecuaciones, gráficas y notaciones poco habituales en otras disciplinas.


PHILOSOPHIÆ NATURALIS

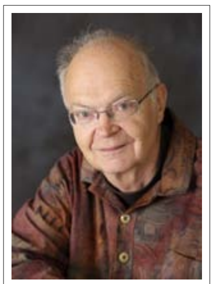
PROPOSITIO VII. PROBLEMA II.

Gyretur corpus in circumferentia circuli, requiritur lex vis centripetæ tendentis ad punctum quodcunque datum.

Una página de los «Principia» de Newton en una edición de 1726

La elaboración de un texto matemático, al igual que ocurre en otras disciplinas, debe ceñirse a una serie de reglas tipográficas que lo hagan legible con exactitud. Existen numerosos tratados sobre normas tipográficas, pero en [1] podemos encontrar una excelente referencia en cuanto a las normas tipográficas que deben seguirse a la hora de elaborar un texto científico.

Cuando una de las figuras más importantes e influyentes en el mundo de la computación del siglo XX, Donald E. Knuth, actualmente profesor emérito de la *Universidad de Stanford*, estaba elaborando su obra *The art of Computer Programming*, se encontraba muy insatisfecho con las herramientas de edición disponibles en ese momento —finales de los años 70— pues éstas no le permitían publicarla con una calidad adecuada a sus exigencias, por lo que decidió elaborar un sistema de composición de textos. Así nació TEX.



Don Knuth

A principios de los años 90 Knuth anunció que TEX no sufriría ninguna modificación en aras de su estabilidad.

El uso de TEX es ciertamente complicado y, basándose en este sistema, se han construído unas extensiones más amigables como son LATEX, ConTEX y, más recientemente, el proyecto LuaTEX. Actualmente el más popular de todos estos sistemas de composición de textos, sobre todo en el mundo académico, es LATEX.

En este artículo nos centraremos brevemente en el funcionamiento de LATEX, herramienta con la que se maqueta este boletín.

En primer lugar, tenemos que decir que el uso de LATEX no supone ningún desembolso monetario, es totalmente gratuito y existe una comunidad de usuarios muy amplia que aportan su conocimiento y trabajo al desarrollo de utilidades que nos permiten realizar casi cualquier tarea que nos propongamos.

Además, el resultado obtenido cuando se realiza un trabajo con LATEX es de una calidad tipográfica excepcional. El sistema tiene en cuenta una gran cantidad de variables con el único objetivo de obtener un texto bello.

Pero, si es tan bueno y gratis, ¿por qué seguimos utilizando otros procesadores en lugar de LATEX?

La respuesta está en la curva de aprendizaje. Un procesador al uso se puede utilizar desde el primer día sin prácticamente ninguna formación, sin embargo, LATEX necesita una formación inicial para adaptarse a su funcionamiento.

Los usuarios de LATEX habitualmente encontramos los procesadores de textos usuales muy limitantes y, sobre todo, muy ineficientes para componer textos científicos.

Para quien no conozca el funcionamiento de este sistema, he de decir que no es un sistema WYSIWYG (What You See Is What You Get), es decir, no tecleamos exactamente el resultado final del documento sino que, junto con el texto hemos de ir utilizando una serie de comandos que caracterizarán diferentes partes del mismo.

Así pues, para generar un documento hemos de elaborar un fichero de texto plano —sin códigos adicionales— que consta de dos partes bien diferenciadas:

- Un preámbulo, en el que se incorporan todas las instrucciones que se encargan de dar formato a nuestro documento, además de los paquetes [9] y comandos propios que hayamos elaborado nosotros.

- El cuerpo del documento, donde escribiremos nuestro texto propiamente dicho.

Aquí aparece una de las múltiples ventajas de LATEX, puedo escribir mi texto ahora y preocuparme del formato al final. Eso nos induce a ser muy ordenados y metódicos a la hora de escribir nuestra obra.

El fichero fuente (con extensión .tex) se elabora con un editor que produzca ficheros de texto plano (podría hacerse con el mismo *block de notas*) pero habitualmente se utilizan editores que interaccionan bien con LATEX

[9]Un paquete es un conjunto de instrucciones elaboradas por otros usuarios que permiten hacer determinadas tareas o tipos de documentos.

y disponen de utilidades que hacen más fácil construir el fichero fuente (TeXniCenter, TeXShop, TeXStudio, TeXMaker, Emacs, Kile,...)

Un pequeño ejemplo de fichero fuente podría ser el siguiente:

```
% Preámbulo
\documentclass{report}
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage{amsmath,amssymb,amsfont}
\usepackage[spanish]{babel}

% El texto
\begin{document}
La primera fórmula que voy a escribir es el
\textit{teorema de Pitágoras}:
\[
a^2+ b^2 = c^2
\]
siendo $a$ y $b$ los catetos de un triángulo
rectángulo y $c$ su hipotenusa.
\end{document}
```

cuyo resultado es:

La primera fórmula que voy a escribir es el *teorema de Pitágoras*:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

siendo a y b los catetos de un triángulo rectángulo y c su hipotenusa.

Como se puede observar, para escribir fórmulas matemáticas he de hacerlo a través de comandos. Por ejemplo, para escribir

$$\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6},$$

he de teclear

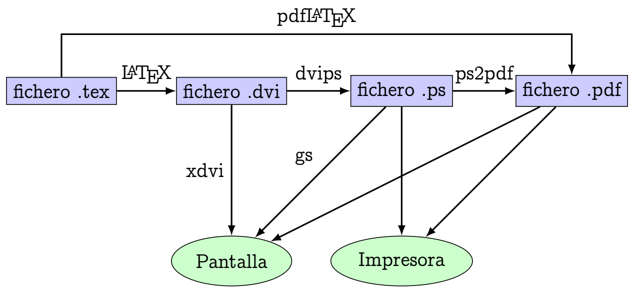
```
\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6},
```

Esto puede parecer, a primera vista, difícil, pero a poco que se utilice durante un corto período de tiempo, la composición de textos se realiza mucho más rápida y eficazmente que con los procesadores al uso.

Una vez construido el fichero fuente lo «compilamos» con LaTeX generando un fichero .dvi que podremos ver en la pantalla del ordenador. Para poder imprimirlo, el fichero .dvi se convierte a PostScript [10] (fichero .ps) y este último lo podremos pasar a PDF (fichero .pdf).

Si lo deseamos, podemos generar directamente el fichero PDF compilando con pdfLaTeX. pdfTeX es una extensión de TeX desarrollada por Hàn Thế Thành que presenta algunas características que no están en TeX sobre todo en cuestiones de fuentes y manejo de hiperenlaces dentro del propio documento.

El siguiente esquema (elaborado con el paquete TiKZ de LaTeX) presenta el proceso explicado anteriormente, aunque los editores actuales lo hacen todo de forma mecánica sin que el usuario tenga que realizarlo manualmente.



Para hablar de las potencialidades de LaTeX necesitaría un espacio muy superior al que dispongo en esta pequeña reseña, pero como resumen final me gustaría resaltar algunas ventajas de LaTeX.

- Produce textos de altísima calidad tanto tipográfica como de composición.
- Permite cambiar el formato (márgenes, tipos,...) de forma sencilla sin tener que «tocar» el texto.
- El manejo de bibliografías, referencias cruzadas, índices,... es muy fácil y eficiente.
- Está disponible para todos los sistemas operativos.
- Hay gran cantidad de paquetes que permiten hacer casi todo lo que se nos ocurra a la hora de componer textos.
- La comunidad de usuarios [11] es muy activa y existen grupos de discusión en los que se resuelven dudas.
- Hay mucha documentación y buenos libros de consulta [2].
- Finalmente, no hay que pagar licencias por su uso.

Como conclusión, una herramienta imprescindible para aquellas personas que necesiten elaborar textos científicos, con la única «pega» de que es necesario dedicarle un tiempo inicial —quizás algo frustrante en algunos momentos— para habituarse a su manejo, pero os aseguro que merece la pena.

Referencias

[1] Bezos, J. *Tipografía y notaciones científicas*. Ediciones Trea (2008).

[2] Mittelbach, F.; Gossens M. *The LaTeX companion*. Second edition. Addison Wesley (2004).

■

[10] No entraremos en las ventajas y desventajas del formato PostScript frente al PDF, ambos permiten su impresión en impresoras de alta calidad.

[11] El grupo de usuarios hispanohablantes es *www.cervantex.es*.

ISSN 1988-5318

CULTURA Y MATEMÁTICAS

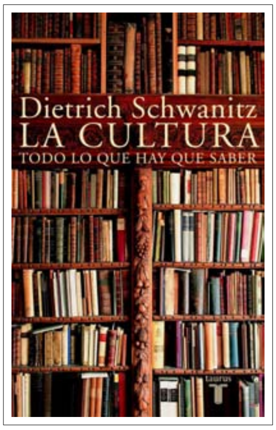
Ciencia y cultura... y Matemáticas (I)

José Ramón Sánchez García
IES Los Ángeles (Almería)

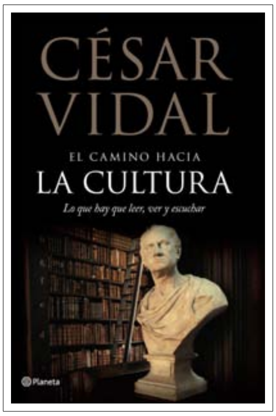
Piense el lector en tres personas a las que considere «cultas», en el sentido que le quiera otorgar al adjetivo. Valen personas anónimas de escaso ámbito popular, o también conocidas, como los expertos *«todólogos»* de los que abundan en las tertulias radiotelevisivas, que igual sientan cátedra sobre los remedios para la pobreza en el mundo que sobre las leyes educativas en Bulgaria. ¿Ya tiene los tres nombres? Muy bien, ahora reflexione sobre lo siguiente: ¿cuántas de ellas le han demostrado tener conocimientos científicos de Física, Matemáticas, Biología...? ¿Cuántas, en cambio, han demostrado su preparación en Literatura, Arte o Historia?

Si consultamos el diccionario de la RAE, éste señala la siguiente definición de cultura, en su segunda acepción: *«Conjunto de conocimientos que permite a alguien desarrollar su juicio crítico»*. Ninguna referencia, por tanto, a disciplinas científicas o humanísticas; no señala ninguna, no desdeña ninguna, todas son necesarias para ese gran desiderátum que es desarrollar el juicio crítico. ¿Por qué, entonces, cuando alguien habla con soltura de la Guerra de las Galias o de la influencia de Kant en la Ilustración europea se le considera una persona culta, pero cuando desarrolla conceptos como la *entropía* o el *principio de incertidumbre de Heisenberg*, sólo es alguien que «sabe mucha Física»? ¿Por qué la ciencia en general, y no digamos las Matemáticas en particular, está tradicional e injustamente apartada del concepto de cultura? Volviendo a la definición académica, ¿acaso las ciencias no aportan, cuanto menos, lo mismo que las humanidades al desarrollo del juicio crítico de los individuos? La ignorancia en áreas como Literatura o Arte es sin duda indeseable y seguramente nos embrutece, pero la falta de conocimientos básicos de las leyes de la Probabilidad y de rigor en el pensamiento nos puede arruinar en un casino o, peor si cabe, hacer que terminemos resolviendo nuestros problemas lanzándonos en brazos de las pseudociencias más abyectas, como nos señalaba John Allen Paulos en *El hombre anumérico*.

Pero por si acaso pudiera parecer una apreciación subjetiva, y acaso victimista, decidí consultar varios de los libros cuyo título sugería una vasta amplitud de todo tipo de conocimientos. Éstos fueron: *La cultura. Todo lo que hay que saber* (Dietrich Schwanitz, 2005); *El camino hacia la cultura. Lo que hay que leer, ver y escuchar* (César Vidal, 2007) y *Toda la cultura en* 1001 *preguntas* (Carlos Blanco, 2009). Todos ellos, como se puede observar, con unos títulos modestos y humildes, aunque seguramente —todo hay que decirlo— estarían motivados más por estrategias de mercadotecnia editorial que por presuntuosidad de los autores.



En el primero de ellos, del desaparecido autor alemán, no sólo se peca de un eurocentrismo cultural excesivo (especialmente de la cultura germana), ninguneando de una manera sonrojante casi el resto del planeta, sino de un concepto de cultura muy sui géneris, ya que en sus casi mil páginas desgrana con erudición toda una serie de reyes y gobernantes, de literatos y artistas realmente impresionante, mientras que las referencias a científicos en general se puede reducir a unas breves palabras sobre Arquímedes y unas anotaciones algo más extensas sobre Newton, Darwin y Einstein, a los que habría nombrado cualquier estudiante de bachillerato. Nada de Pasteur y sus vacunas, nada de Ramón y Cajal y las conexiones neuronales, nada sobre Watson y Crick y sus estudios fundamentales sobre el ADN. Eso no es cultura. Y para qué hablar ya de matemáticos: salvo Euclides y Pitágoras, de los demás no se tiene noticia. Euler, Gauss, Fermat,... ni están ni se les espera. En honor a la verdad, hay que decir que sí aparecen Descartes, Leibniz o Thales, pero por su faceta de filósofos, no por la de matemáticos.



En el volumen de César Vidal el panorama es quizá más desolador, sobre todo teniendo en cuenta que el autor escribió el libro alarmado por la falta de cultura de sus alumnos universitarios de posgrado. En este texto no busquen entre sus páginas más científicos que Darwin, al que sí es verdad que dedica unas cuantas páginas, porque Newton sólo aparece en una especie de resumen cronológico al final del

 ISSN 1988-5318

texto, justo antes de la fundación de Quebec por los franceses, y Einstein de una manera parecida también en el mismo cuadro resumen. Aparte de la ausencia de los científicos señalados en el párrafo anterior, esta vez Arquímedes, Pitágoras o Euclides tampoco merecieron la atención del autor, por otra parte con varias carreras y doctorados.

En cambio, fíjense, el que a priori podría parecer el más superficial de los tres, tanto por su planteamiento (en forma de preguntas concretas y respuestas concisas) como por su autor (un niño prodigio que alcanzó la fama a finales del siglo pasado como estrella televisiva), es el que más justicia reparte en su contenido. Divide el texto en 15 apartados, de los que 6 corresponden a disciplinas puramente científicas, agrupadas por afinidades: Biología, Medicina, Matemáticas, Física, Química, Tecnología, Geología y Astronomía. Ahí podemos encontrar, por fin, a Pitágoras, Arquímedes, Euclides, Gauss, Newton, Fermat (¡Wiles!), amén de otros científicos nombrados más arriba y que en cualquiera de los dos enciclopédicos volúmenes no merecieron siquiera un renglón.

Lo curioso es que en el otro platillo de la balanza, paradójicamente, hay que admitir que las ciencias gozan socialmente de más prestigio que las humanidades. Prueba de ello es que la frase «está científicamente demostrado» suele ser una sentencia que anula cualquier discusión posterior, y que un ingeniero de Telecomunicaciones suele ser más admirado que un licenciado en Filología Hispánica. Ahora bien, ese reconocimiento no debe hacernos dejar de reclamar que saber lo que son los números primos también se considere cultura. ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Acertijos medievales

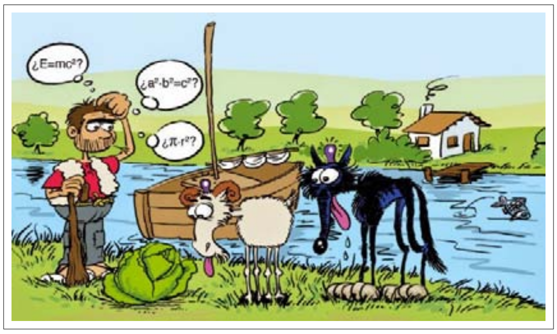
José Antonio Rodríguez Lallena
Universidad de Almería

La matemática recreativa tiene hoy día cierta importancia en el mundo de la didáctica de la matemática. Pero esto no es nuevo. Por ejemplo, Vicente Meavilla, buen divulgador de las matemáticas, muestra en uno de sus libros [12] cómo la matemática recreativa está presente en la literatura desde hace muchos siglos, incluso bastante antes de que existiera la imprenta.

Rabano Mauro apoyado por Alcuino ofrece una obra a Otgar de Maguncia (Biblioteca Nacional de Austria)

Uno de los personajes interesantes en la historia de la matemática recreativa es Alcuino de York (735-804), abad de Tours, uno de los protagonistas principales del renacimiento carolingio, autor de varias obras de moral... y al que se atribuye la obra que aquí nos concierne, *Propositiones ad acuendos juvenes*, que podría traducirse como *«proposiciones para espabilar a los jóvenes»*, en el sentido de hacer más agudo su pensamiento. Estas *propositiones* constituyen una de las primeras recopilaciones de problemas de matemática recreativa. Son cincuenta y tres o cincuenta y seis —según las versiones— problemas y acertijos de matemáticas y lógica, algunos bastante conocidos hoy, como por ejemplo el acertijo del lobo, la cabra y la col, que puede enunciarse como sigue:

Una persona necesita transportar un lobo, una cabra y una col al otro lado de un río, para lo que dispone de una barca. Si en cada viaje solo puede transportar una de sus pertenencias, ¿cómo ha de hacerlo para conservarlas íntegras?



Cuando nos plantearon por primera vez este acertijo, seguramente no sospechábamos que pudiese tener más de doce siglos. Para resolver el acertijo se ha de suponer que no se puede dejar solos a la cabra y al lobo, ni tampoco a la cabra con la col, para evitar que la cabra o la col sean devorados. Si el lector (o lectora) no conoce la solución, puede encontrarla, quizá, sin mucha dificultad. Si —tras pensar un rato— no la ha descubierto, una pista que puede utilizar es que la persona necesitará regresar tres veces a la orilla de partida para hacer el traslado completo e íntegro de sus pertenencias.

Antes de seguir, conviene advertir que el enunciado de la anterior *propositio* y de las siguientes ha sido modificado convenientemente para facilitar que un estudiante de la ESO pueda entenderlo bien, pero su significado es el mismo que el del enunciado original.

[12] Vicente Meavilla, El lobo, la cabra y la col. Almuzara, 2011.

ISSN 1988-5318

Otra *propositio* dice así:

> *Un comerciante quiere comprar cien cerdos con cien denarios. Si debe pagar diez denarios por cada macho adulto, cinco por cada cerda adulta y uno por cada par de lechones, ¿cuántos debe adquirir de cada clase?*

La resolución es sencilla, pero puede razonarse de distintas formas. En primer lugar mostraremos una forma de razonar que probablemente sea semejante a la que utilizaran los jóvenes del siglo VIII. Hay que tener en cuenta que Alcuino incluye las soluciones de los problemas planteados en las *propositiones*, pero no explica el procedimiento que utilizó para encontrarla. Lo que parece claro es que no utilizaría las herramientas algebraicas de hoy. Además, tuvo una dificultad especial: utilizó números romanos, pues los dígitos indoarábigos actuales aún no se conocían en Europa. De ahí que, en la primera forma de razonar, escribimos los números con palabras, lo que producirá un efecto más o menos similar al que produciría emplear números romanos.

Como la inversión en cerdos adultos supondrá un múltiplo de cinco denarios y cien denarios también lo es, la inversión en lechones también habrá de ser un múltiplo de cinco o, lo que es lo mismo, el número de lechones será múltiplo de diez. Por otra parte, como con cien denarios no se pueden comprar más de diez cerdos adultos o de veinte cerdas adultas, y hay que llegar hasta cien cerdos, habrá que comprar al menos ochenta lechones, que cuestan cuarenta denarios. Pero con los otros sesenta denarios se puede adquirir un máximo de doce cerdos adultos (si todos fuesen hembras), lo que haría un total de noventa y dos cerdos. Luego el número de lechones habrá de ser noventa (cien no, pues entonces el gasto total sería de cincuenta denarios), que supone cuarenta y cinco denarios de gasto. ¿Cómo conseguir que diez cerdos adultos cuesten cincuenta y cinco denarios en total? Los machos podrán ser, como máximo, cinco. Por ejemplo, cinco machos costarían cincuenta denarios, y los cinco denarios restantes se emplearían en comprar una hembra; luego solo se comprarían seis cerdos adultos. Repitiendo el razonamiento para cuatro machos, se comprarían un total de siete cerdos adultos (tres de ellos hembras). Las otras opciones de elegir los cerdos adultos, machos y hembras, son: tres y cinco (ocho en total), dos y siete (nueve), uno y nueve (diez), ninguno y once (once). En conclusión, la única solución del problema consiste en comprar noventa lechones, nueve hembras adultas y un macho adulto.

Puede ser una interesante práctica docente procurar que el estudiante de nuestra enseñanza obligatoria resuelva este problema con argumentos del siglo VIII (habrá que ayudarle a pensar así), y luego mostrarle las ventajas que añade —aunque quizá no todo sean ventajas— el modo algebraico de razonar, que podría ser como se explica a continuación.

Si x, y y z son el número de cerdos adultos, cerdas adultas y pares de lechones que deben comprarse, respectivamente, las hipótesis del problema llevan a las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} x + \ y + 2z &= 100, \\ 10x + 5y + \ z &= 100. \end{aligned}\right\}$$

Es un sistema lineal de dos ecuaciones y tres incógnitas, que tiene infinitas soluciones. Es posible que esto detenga a muchos alumnos en este punto, si están acostumbrados a que los problemas que deben plantear utilizando sistemas lineales siempre tienen solución única. En este caso, la ecuación que «falta» ha sido sustituida por el hecho de que x, y y z deben ser enteros no negativos.

Multiplicando por dos la segunda ecuación, restándole la primera y despejando y en la ecuación resultante, se obtiene $y = \frac{1}{9}(100 - 19x)$. Y al sustituir este valor de y en la segunda ecuación y despejar z, se llega a que $z = \frac{1}{9}(400 + 5x)$. Como, dado el precio de los cerdos adultos, $0 \leq x \leq 10$, y x, y y z son enteros no negativos, el único número posible de cerdos adultos es $x = 1$. Los demás casos pueden excluirse puesto que llevarían a que y no fuese entero, o fuese negativo.

En otra *propositio* semejante a esta, a Alcuino se le «perdió» una solución, quizá por no completar bien su razonamiento, o por el desconocimiento del álgebra: el problema tenía esta vez dos soluciones, y él solo da una. Y en otro caso parece que se equivoca en el enunciado, o en la resolución, o en ambos. Bastante comprensible, entre otros motivos porque hasta el siglo XII no comenzaríamos a utilizar los números actuales.

Para finalizar, proponemos otra de las sencillas proposiciones de Alcuino, un pequeño problema en el que la pista es —¡atención!, no debería leerse si no se ha pensado antes— que no hay que realizar cien sumas, sino muchas menos, para resolverlo rápidamente. Esta vez apenas variará la forma de resolver el problema hoy de la de hace doce siglos.

> *Una escalera tiene cien peldaños. En el primero hay una paloma, en el segundo hay dos, en el tercero tres palomas, y así sucesivamente hasta el centésimo peldaño, que tiene cien palomas. ¿Cuántas palomas hay en total?*

■

ISSN 1988-5318

Acertijos

Solución al acertijo del número anterior

Se trata de descubrir un procedimiento para determinar los números que continúan la sucesión

$$1, 3, 7, 13, 21, \ldots$$

Si restamos los términos consecutivos tenemos que

$$\begin{aligned} 3 - 1 &= 2, \\ 7 - 3 &= 4, \\ 13 - 7 &= 6, \\ 21 - 13 &= 8. \end{aligned}$$

Como podemos observar, la sucesión formada por la diferencia entre dos términos consecutivos son los números pares, por lo que el número siguiente se obtendrá del anterior sumando el número par que continúa esta sucesión.

En nuestro caso, el número que sigue es $21 + 10 = 31$ y el siguiente $31 + 12 = 43$.

Este hecho lo podemos escribir, de forma recursiva, con la siguiente expresión general:

$$\begin{aligned} a_n &= a_{n-1} + 2(n-1), \text{ para } n \geq 2, \\ a_1 &= 1. \end{aligned}$$

Citas Matemáticas

«Hace poco se ha reconocido que la palabra "azar" no expresa sino nuestra ignorancia de las causas de ciertos efectos, y que ese azar disminuye a medida que la inteligencia del hombre aumenta.»

Antoine Deparcieux
(1703-1768), matemático francés.

«La matemática aplicada necesita de la matemática pura tanto como los hormigueros necesitan de las hormigas.»

Paul Halmos
(1916–2006), matemático norteamericano de origen húngaro.

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Sofía. La lucha por saber de una mujer rusa.

Xaro Nomdedeu Moreno.

Ficha Técnica
Editorial: Nívola.
220 páginas.
ISBN: 978-84-92493-69-2.
Año: 2010.

En este libro se cuenta de manera muy amena la biografía y obra de Sofia (Vasilyevna) Kowalevskaya (1850-1891), haciendo especial hincapié en todas las dificultades que tuvo que superar a lo largo de su vida para poder dedicarse entre otras áreas a las matemáticas.

Debido a que en la Rusia del siglo XIX las mujeres tenían vetado el acceso a la universidad, Sofía se vio obligada a aceptar un matrimonio de conveniencia y así poder salir de su país y de su entorno familiar. Este camino fue el seguido durante muchos años por otras mujeres rusas que querían hacer carrera en el mundo académico.

Fue alumna aventajada del genial matemático alemán Karl Weierstrass, quien tuvo que darle clases particulares ya que Sofía no podía legalmente recibirlas como el resto de los estudiantes por su condición de mujer. Aunque Weierstrass también dirigió su tesis, esto no supuso que se le abrieran automáticamente las puertas al mundo universitario. Fue necesario, además, el incansable apoyo de otro insigne matemático, Mittag Leffler, para que Sofía pudiera finalmente dar clases en la recientemente creada universidad de Estocolmo, aunque nunca alcanzó la igualdad de condiciones laborales con sus colegas masculinos. De esta manera se convirtió en una de las primeras mujeres que pudo impartir clases y dedicarse a la investigación de las matemáticas en el siglo XIX.

En cuanto a sus aportaciones a las matemáticas podemos destacar entre otras las realizadas al estudio de las soluciones de ecuaciones en derivadas parciales y el estudio de la rotación de los sólidos rígidos respecto a un punto.

La autora de este libro apuesta por la distribución de los capítulos por años y por no incluir demasiadas matemáticas. Esto último hace que este texto sea accesible a un mayor número de lectores. Todo lo anterior hace muy recomendable la lectura de este libro, sobre todo si se quiere llegar a entender lo difícil que lo han tenido históricamente las mujeres europeas para entrar y destacar en el mundo académico.

Antonio Morales Campoy
Universidad de Almería

Páginas web de interés

AmoLasMates.es

***Página inicial de** amolasmates.es*

En *www.amolasmates.es* aparece a disposición del usuario una amplia gama de recursos matemáticos para primaria, ESO y especialmente para bachillerato en cualquiera de sus tipos.

Existen los clásicos apuntes actualizados y adaptados a las leyes vigentes. Hay ejercicios resueltos pero también un plan de trabajo con fichas y cuadernos de trabajo que facilitan el desarrollo de la competencia de trabajo autónomo. También aparecen colecciones de exámenes resueltos muy variados y otros propuestos con sugerencias para afrontarlos con éxito.

Entre los complementos más destacados de esta interesante página podemos citar una serie de «Juegos para listos» que tienen una fuerte base matemática y que nos pueden divertir durante un tiempo, un rincón interactivo dedicado al humor matemático donde puedes leer o exponer anécdotas, chistes, rompecabezas o acertijos con contenido matemático.

Algo curioso que encontramos es una batería de ilusiones ópticas cuyos efectos se deben a conocidas propiedades matemáticas. Se puede acceder a varios libros digitales donde logras, en muchos casos, aprender interactuando con el ordenador y comprobando tus respuestas o hipótesis.

A nuestra disposición se encuentra una serie de vídeos matemáticos sobre los temas más diversos: fractales, el cosmos, la naturaleza, el cine, etc. Siempre tratados desde la perspectiva de su contenido matemático.

Para cada tema tratado se aconseja visitar otros lugares de la red que están relacionados y que suelen presentar abundante información. El apartado llamado *«El Almacén»* es una especie de academia en la que el estudiante puede encontrar todo aquello que necesita para aprender y aprobar la asignatura. Se pueden encontrar técnicas de estudio y tácticas a la hora de afrontar y planificar un examen. La mayoría de ellas son válidas para cualquier asignatura con pequeñas modificaciones.

En resumen, es un lugar donde se puede aprender y pasar un buen rato con las Matemáticas, sobre todo para los alumnos de bachillerato. Hay muchos recursos sobre cualquier tema y se actualiza con rapidez y eficacia. Además, se tienen muy en cuenta las aportaciones que los visitantes y usuarios queramos hacer.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

ISSN 1988-5318

ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas (ENEM)

Una cita imprescindible

José Ojeda López
Antonio Zarauz Moreno
Andrés Mateo Piñol
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

Siempre se dice que hay pocos matemáticos, y quizá sea cierto, pero lo que no se sabe es que los pocos que hay están muy bien organizados, sobre todo a nivel de España.

Puede parecer extraño, pero aun siendo pocas las personas que estudian matemáticas en España, los que lo hacen están extraordinariamente bien organizados. Una prueba de ello es la existencia del Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas (ENEM), y la asociación que hace posible todo esto, la Asociación Nacional de Estudiantes de Matemáticas (ANEM [13]).

De izda. a decha.: José Ojeda, Andrés Mateo, María Isabel Fernández, María Dolores Sánchez y Antonio Zarauz

Introducción

El ENEM se define como el principal congreso de la ANEM, y es el lugar donde se reúnen estudiantes, profesores y apasionados de las matemáticas de toda España. Pero es mucho más que eso, es una semana creada por y para los estudiantes. Organizada por miembros de la ANEM y de los propios estudiantes de la ciudad donde se celebre, el ENEM ofrece, desde su I edición en Granada (2000), un ambiente agradable donde pasar una semana aprendiendo cosas nuevas en las charlas matutinas, tales como la magia, la tradición japonesa o la investigación en educación matemática, para después poder visitar los monumentos de la ciudad.

El XVI ENEM Salamanca [14]

En 2015 el ENEM se celebró en la ciudad de Salamanca, donde ya fue una vez organizado (2006), y que quiso repetir este año. Prácticamente diseñada para la vida universitaria, Salamanca posee una gran tradición, donde cada edificio, cada esquina tiene su recuerdo particular, casi todos relacionados con estudiantes de otras épocas, dónde recibían sus lecciones, qué hacían cuando aprobaban, tradiciones que ya se perdieron.

Pese a ser un destino de interior, sin mucho que ofrecer a priori, el número de asistentes fue un éxito en relación a ediciones anteriores, todo el mundo quedó sorprendido con la excelente organización de los estudiantes salmantinos.

En el apartado de las charlas, hubo gran variedad, con muchas curiosidades de profesores entregados a la causa (en su mayoría de la propia *Universidad de Salamanca* [15], de la RSME [16], aunque también contó con otros matemáticos relevantes en el plano nacional e internacional). Las actividades también fueron excelentes, aprendiendo los entresijos de la ciudad y de la provincia (viaje por la dehesa castellano-leonesa), donde tampoco faltó la gymkana lógico-matemática y las guerras de agua. Por la noche, la organización puso a disposición de los estudiantes mapas y ofertas de bares de toda la ciudad, aparte de un cóctel de gala en la noche del jueves.

Final de la semana

Para poner el broche de oro a la semana, el último día fue la reunión de la ANEM, donde se debatieron algunas modificaciones de los reglamentos y lo más importante de todo, una discusión sobre las ciudades de los próximos ENEM.

El próximo ya está en proceso de organización en la ciudad de Barcelona y se sugirieron ciudades sobre el ENEM de 2017 (la XVIII edición). La Universidad de Almería presentó su candidatura para ser estudiada y confirmada en la próxima reunión de la ANEM, el mes de marzo de 2016 en Oviedo. Lectores estudiantes de matemáticas de toda España, ¿vendréis a la bella Almería a pasar una semana inolvidable?

Conclusión

Todo estudiante desinteresado puede decir: ¿y qué tiene de especial el ENEM?, ¿estudiar en verano, es que estamos locos? Pero lo que un estudiante no asistente no sabe

[13] *www.anemat.com*.
[14] *xvienemsalamanca.anemat.com*.
[15] *www.usal.es/webusal*.
[16] *www.rsme.es*.

 ISSN 1988-5318

es el ambiente que se respira durante esa semana, toda la gente de tu edad que conoces, con metas parecidas y con un gusto (o, al menos, unos conocimientos) en común, y, sobre todo, la información y el aprendizaje que obtienes, no ya digamos a nivel matemático, sino humano, sobre tu futuro, tus posibilidades, los másteres, las universidades, etc. Toda esa información que puede parecer absurda, pero quizá algún día, frente a un jefe de recursos humanos o frente a la decisión de qué máster elegir, te sea vital. ■

MATEMÁTICAS UNIVERSITARIAS

La desigualdad isoperimétrica

Un recorrido ilustrado

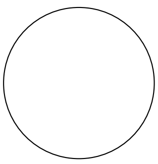
Antonio Zarauz Moreno
Estudiante del Grado en Matemáticas de la UAL

Introducción al problema isoperimétrico

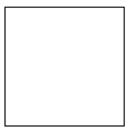
Son numerosos los problemas que somos capaces de encontrar en la naturaleza y que, sin embargo, su respuesta no es obtenida con la misma sencillez que su planteamiento. Uno de los más relevantes es el conocido como problema isoperimétrico, que puede formularse en los siguientes términos:

> *«Supongamos que disponemos de una cuerda y atamos sus extremos. ¿Qué forma ha de adoptar para conseguir que el área encerrada por ella sea máxima?»*

Algunas de las posibles son las abajo representadas, aunque la solución al problema se halla en la primera: la circunferencia.



Circunferencia



Cuadrado

Este problema está claramente relacionado con la desigualdad isoperimétrica, que establece que siendo p el perímetro de la cuerda y A el área de la región encerrada por la misma,

$$4\pi A \leq p^2.$$

Nótese que esta desigualdad no se optimiza para una figura como el cuadrado, ya que en este caso, llamando l a la longitud de cualquiera de sus lados,

$$4\pi l^2 < (4l)^2 = 16l^2.$$

Sin embargo, sí se da la igualdad para la circunferencia pues, dada una de radio R, es $p = 2\pi R$ y $A = \pi R^2$, obteniendo a ambos lados de la desigualdad $4\pi^2 R^2$. Analicemos cuáles son las ingeniosas ideas que dan lugar a tal afirmación.

Pasos esenciales

La siguiente solución fue propuesta por el matemático Jakob Steiner en 1838. Intuitivamente, una primera aproximación a la hora de abordar el problema es considerar que la superficie que encierra no contenga *hendiduras*; esto es, sea convexa. De no ser así, siempre podríamos encontrar otra curva (con incluso menor perímetro) que encierre una mayor área (véase la siguiente figura).

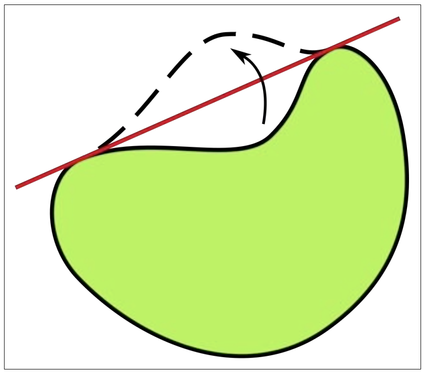
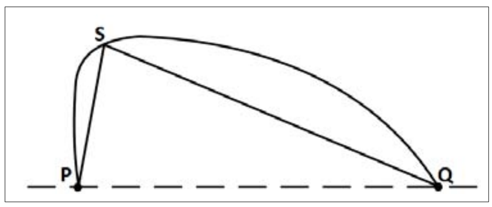


Imagen tomada de Wikipedia (Oleg Alexandrov)

Este paso, a pesar de parecer sutil, es de vital importancia a la hora de encontrar la solución adecuada. Supongamos ahora, por reducción al absurdo, que la figura óptima no es la circunferencia, y tomemos en ella dos puntos P y Q de modo que la cuerda quede dividida en dos partes de igual longitud y el área encerrada en cada parte sea la mism. El lector puede reflexionar por qué la línea debe dividir al área en dos partes iguales. Esta línea que une P y Q la llamaremos *línea divisoria*.

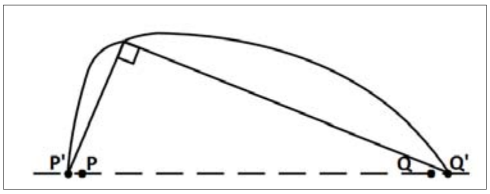
En virtud de la consideración previa, podemos trabajar con un sólo lado de la figura, como se ve en las siguientes imágenes. Esta figura podemos suponer obviamente que no es un semicírculo. Por tanto, hay un punto S donde el ángulo $\widehat{PSQ}$ no es recto.



Deslizando los puntos P y Q a lo largo de la línea divisoria hasta otros puntos P' y Q' respectivamente para que el ángulo sea un ángulo recto, obtenemos una superficie mayor: en efecto, apréciese que la región encerrada entre la cuerda y el triángulo no varía, mientras que sí lo hace la del propio triángulo. Así, la reflexión sobre la

 ISSN 1988-5318

línea divisoria de este trozo nos daría una figura de igual perímetro y mayor área. Este hecho es absurdo con haber supuesto que la línea divisoria partía la cuerda en 2 trozos que encerraban la máxima área posible. Por tanto, necesariamente la figura ha de ser una circunferencia.



Si este razonamiento fuese suficiente para completar la demostración, podría afirmarse que, hoy en día, cualquiera con cierta formación matemática y un poco de ingenio habría sido capaz de probar este resultado. Sin embargo, Steiner asumió que existía una curva óptima (sin demostrarlo). Esta es la parte verdaderamente complicada de la demostración completa, y no fue hasta la aparición del cálculo de variaciones cuando se pudo comprobar la existencia de tal óptimo.

Utilidades

Una manera equivalente de formular el problema es, dada una cierta área, encontrar la cuerda cerrada de menor perímetro que la abarca. Desde este punto de vista, el número de aplicaciones que contempla son inagotables: desde el simple hecho de que entre todos los triángulos de igual perímetro el equilátero es el de mayor área, hasta en arquitectura para la minimización de materiales o en otros campos de la ciencia.

Referencias

[1] Viktor Blåsjö. The isoperimetric problem. *Amer. Math. Monthly*, **112**, 526-566, (2005).

■

Responsables de las secciones

- Actividad Matemática en la UAL
  - *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
  - *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno (balcazar@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
  - *Foro abierto y preguntas frecuentes*: María Inmaculada López (milopez@ual.es).
- De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria:
  - *Experiencias docentes*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es), Nuria Pardo (penuria@gmail.com), Miguel Pino (mpinomej@gmail.com) y Tomás Ruiz (targ53@hotmail.com).
  - *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: Jesús Pérez (jesus.perez.castano.ext@juntadeandalucia.es).
- Divulgación Matemática
  - *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo (edeamo@ual.es), Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
  - *Problemas de interés*: Alicia Juan (ajuan@ual.es), Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
  - *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es), Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
  - *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
  - *Cultura y Matemáticas*: José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez (jramon_sg@hotmail.com).
  - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales (amorales@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
  - *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).
  - *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
  - *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
  - *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).
- Territorio Estudiante: Ana Almansa (anaac2994@gmail.com), José Gálvez (josegal-2@hotmail.com), Andrés Mateo (andrewmapi@hotmail.com), José Ojeda (jol0064@gmail.com) y Antonio Zarauz (azm630@inlumine.ual.es).

ISSN 1988-5318

ISSN 1988-5318