Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen VI. Número 1 — 26 de octubre de 2012

Enrique de Amo

«En la UAL hemos tenido un auge espectacular en el número de estudiantes matriculados en Matemáticas»

Enrique de Amo, decano de la Facultad de Ciencias Experimentales de la UAL es el actual presidente de la *Conferencia de Decanos y Directores de Matemáticas*, elegido en la asamblea celebrada en octubre de 2011.

Hemos aprovechado la oportunidad para realizar esta entrevista en la que nos aporta su visión sobre diferentes cuestiones de actualidad.

(Artículo completo en la página 2)

Meditaciones topológicas de Salvador Dalí

La persistencia de la memoria
Salvador Dalí (1931)

De todos es bien conocida la genialidad del pintor surrealista Salvador Dalí. Sin embargo, quizás no es tan popular su relación con otras disciplinas tales como el cine, teatro o... ¡las matemáticas!.

En este artículo se presenta la fascinación de Dalí por las ciencias y, en particular, por las matemáticas, así como la influencia que supuso su relación con algunos amigos matemáticos en parte de sus obras.

Se pueden observar conceptos matemáticos en la obra de Dalí; desde el uso de la *proporción áurea* o la aparición de deformaciones topológicas.

(Artículo completo en la página 15)

Editorial

Comenzamos un nuevo curso, que para esta revista será el sexto, con importantes cambios y en un ambiente cargado de incertidumbres, al igual que ocurre en el resto de la Sociedad.

En primer lugar, nuestro compañero en este proyecto desde su comienzo, Juan Cuadra Díaz, deja la edición del Boletín para poder dedicarse con más afán aún a las tareas que nos son propias como profesores universitarios. Queremos agradecerle el esfuerzo y el tiempo dedicado durante estos cinco años y los gratos momentos que hemos pasado en el proceso de elaboración de cada Boletín. ¡Gracias Juan!

Por otra parte, la crisis actual, y el uso que de ella se está haciendo, está produciendo importantes cambios sociales, todos ellos malos. La Universidad también los está sufriendo. En este sentido, la Facultad de Ciencias Experimentales, donde se enmarca esta revista, formará parte de un centro docente e investigador más grande dentro de la Universidad de Almería. En este nuevo centro, la titulación de Matemáticas, fundadora de esta universidad, continuará su curso con la confianza que los buenos resultados de los últimos años, en número de alumnos y en investigación, seguirán con su tendencia creciente.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

ENTREVISTA

Enrique de Amo Artero

Presidente de la Conferencia de Decanos de Matemáticas

Juan José Moreno Balcázar
Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Enrique de Amo Artero

En números anteriores hemos realizado entrevistas a personas que tienen —o han tenido— alguna representación institucional dentro del mundo matemático.

Desde la que fue presidenta de la *Real Sociedad Matemática Española*, Olga Gil; al vicepresidente de la *Unión Matemática Internacional*, Claudio Procesi o al anterior presidente de Conferencia de Decanos de Matemáticas, Rafael Crespo.

En este número presentamos una entrevista al actual presidente de la Conferencia de Decanos de Matemáticas, Enrique de Amo Artero que, además, es compañero de la Universidad de Almería y decano de la Facultad de Ciencias Experimentales que amablemente ha accedido a responder a nuestras preguntas.

¿Podría explicar a nuestros lectores qué es la Conferencia de Decanos y Directores de Matemáticas de España (CDM) y cuáles son sus objetivos principales?

La CDM es una asociación que agrupa a los representantes de todas las universidades españolas donde se imparten estudios de Matemáticas. La persona que representa a cada universidad es el decano de la Facultad donde se imparten dichos estudios, o persona en quien delegue. También están presentes en la CDM algunas asociaciones cuyos fines académicos son los de la promoción de las matemáticas, como por ejemplo, la *Real Sociedad Matemática Española* (RSME).

«La calidad investigadora de nuestros grupos es muy relevante»

Los objetivos de la CDM son muy variados, y van desde la mejora de la calidad de los estudios de Matemáticas y promover la imagen de las matemáticas ante la sociedad, hasta representar los intereses ante las administraciones y organismos competentes formulando propuestas que faciliten el mejor desarrollo de las actividades académicas. Así mismo, también tiene encomendada la promoción de todo tipo de propuestas que ayuden a desarrollar las políticas científicas en investigación, tanto en el ámbito universitario como fuera de éste. Finalmente, otro objetivo a destacar podría ser el de fortalecer vínculos con otras asociaciones de la misma naturaleza y fines como, por ejemplo, *la European Mathematical Society* (EMS).

¿Qué repesenta para una universidad de tamaño pequeño como la Universidad de Almería (UAL) tener un decano presidente de la Conferencia de Decanos? ¿Cuáles están siendo sus aportaciones principales durante su mandato?

Mi elección tuvo lugar hace ahora un año cuando se celebró la *XII Reunión de la CDM*, precisamente aquí, en la Universidad de Almería. Celebrar una reunión de tal calado en nuestra universidad supuso un respaldo muy grande desde todos los ámbitos (universitario, social y político, en concreto) a los estudios de Matemáticas en la UAL.

Sesión de la CDM

Para una universidad de nuestras dimensiones, que podamos estar presidiendo actualmente esta asociación revela que el colectivo comprometido académicamente con las matemáticas universitarias en España, respalda nuestra tarea. Me parece muy oportuno señalar el auge espectacular que estamos teniendo en el número de alumnos matriculados en primer curso —hemos pasado de 27 hace dos cursos a 67 durante el curso pasado, siendo más de 40 los que ya se han matriculado este año—. Además, la calidad investigadora de nuestros grupos es muy relevante, publicando nuestros trabajos en las mejores revistas especializadas.

«La promoción del saber ha de distanciarnos de un análisis puramente económico e inmediatista»

Durante este primer año de presidencia hemos profundizado en la situación de los estudios de posgrado, pues estamos en un momento de definición de todo lo relativo a las Escuelas de Posgrado, con los másteres como preocupación de fondo, sus precios y las salidas profesionales que se nos ofrecen a los matemáticos en estos momentos. Precisamente, la *XIII Ruenión de la CDM*, celebrada en Cádiz los pasados 18 y 19 de octubre, ha tenido el lema *«Perspectivas e innovación en los estudios de Matemáticas»*.

En plena crisis, se discute la conveniencia de que las universidades pequeñas tengan estudios que existen en otras universidades de mayor tamaño.

 ISSN 1988-5318

En este sentido, ¿qué cree que aportan a la sociedad almeriense los estudios de Matemáticas que se imparten en la UAL?

La promoción del saber, desde la perspectiva de compromiso con la sociedad que la universidad, en general, tiene contraída, ha de distanciarnos de un análisis puramente económico e inmediatista: nuestra situación de una baja ratio alumno/profesor, junto al hecho de la excelente inserción laboral de nuestros egresados hace que la sociedad almeriense pueda estar muy tranquila al respecto de lo que supone la rentabilidad de los estudios de Matemáticas en Almería.

Por otra parte, nuestro compromiso, como colectivo de profesores de matemáticas en la UAL, va encaminado a lograr que el número de alumnos esté cada año más consolidado. Y para ello estamos llevando adelante algunas actividades de sumo interés. Una de ellas es la celebración de unas jornadas de profesorado de matemáticas de nuestra provincia, tanto en el nivel universitario como en los de Primaria, Secundaria y Bachillerato. Además, no quiero dejar de mencionar experiencias de indudable valía, como este boletín que se edita ya en su sexto año y en el que estáis un colectivo que estáis dedicándole tanto esfuerzo e ilusión.

Últimamente estamos viviendo en la Universidad de Almería un crecimiento muy importante en el número de estudiantes que cursan el título de Matemáticas, ¿dispone de datos sobre si esta tendencia es similar en otras universidades?

Sí, el aumento es bastante generalizado en toda la universidad española, pero esta es una tendencia a consolidar, pues aún no está claro que responda a un proyecto en el largo plazo. En cualquier caso, en la UAL, el aumento de alumnos en Matemáticas es superior a las medias andaluza y española. Sin embargo, los datos de los que disponemos precisan de una actualización anual, y eso no está hecho.

Por último, ¿qué ha significado para usted ser decano de la Facultad de Ciencias Experimentales de la Universidad de Almería?

A este equipo hemos llegado como resultado de un proceso en el que uno de los objetivos era la consolidación de los diferentes estudios en nuestra facultad: los grados en Ciencias Ambientales y Química, además de Matemáticas.

«Me parece muy oportuno señalar el auge espectacular que estamos teniendo en el número de alumnos matriculados en primer curso»

A este respecto, el Equipo decanal se formó con miembros de las dos candidaturas que optamos al decanato del centro, de modo que el proyecto es colectivo. Como resultado, podemos decir que la situación está siendo la de una respuesta positiva en lo que respecta a esa consolidación de número de matrículas anuales.

Por otro lado, estamos también muy satisfechos de lo que ha supuesto la organización de actividades creativas y comprometidas con la divulgación científica, como ha sido, por ejemplo, la celebración de más de cuarenta ediciones de los *Viernes Científicos* durante tres cursos, donde hemos podido disfrutar de científicos de primera línea con grandes cualidades comunicadoras. ■

Actividades matemáticas

II Jornada del Profesorado de Matemáticas

Logo de la Jornada

El 27 de octubre de 2012 se celebrará en la Universidad de Almería la *«II Jornada del Profesorado de Matemáticas de Almería»*. El objetivo principal que se persigue con esta actividad es el de establecer un marco de convivencia que permita el intercambio de conocimiento matemático y experiencias docentes entre el profesorado de Matemáticas de los diferentes ámbitos educativos. Constará de varias actividades: una conferencia plenaria, talleres, comunicaciones orales y una exposición de pósteres donde se premiará al mejor valorado por el jurado.

La conferencia plenaria titulada *«Ramanujan»*, será impartida por Antonio J. Durán, catedrático de Análisis Matemático de la Universidad de Sevilla y escritor[1].

Paradojas y contradicciones matemáticas

Cartel anunciador

La Facultad de Ciencias Experimentales organizó el 11 de mayo, dentro dela programación de los *Viernes Científicos* (*www.viernescientificos.org*), la conferencia *«Paradojas y contradicciones matemáticas. Un enfoque histórico»*, que fue impartida por Concepción Valdés Castro, catedrática de Matemáticas de la Universidad de La Habana (Cuba), en la que se mostró cómo el conocimiento de la

[1] Más información en *www.ual.es/Congresos/JPM2012*.

ISSN 1988-5318

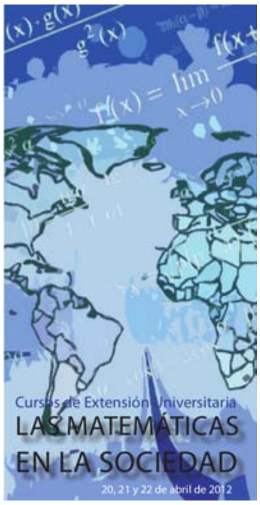
génesis histórica de los conceptos y teorías matemáticas contribuye a la inteligibilidad de las ideas y puede ser útil para modificar la imagen negativa que, algunas personas, tienen de las matemáticas.

Se basó para ello en algunas paradojas relacionadas con los conceptos de infinito y de probabilidad.

Las primeras surgen al extender al infinito, de forma indiscriminada, lo aceptado en el caso de un número finito de objetos y los problemas relacionados con el azar, que siempre han estado vinculados a situaciones paradójicas, algunas de las cuáles, aunque surgidas en los siglos XVIII y XIX, han sido objeto de atención en épocas más recientes y en diferentes escenarios.

Las Matemáticas en la Sociedad

Del 20 al 22 de abril se celebró en Huércal Overa el curso de extesión universitaria titulado *«Las Matemáticas en la Sociedad»*, organizado por el Vicerrectorado de Estudiantes, Extensión Universitaria y Deportes.



Portada del díptico

Los objetivos planteados fueron cubiertos a través de 9 conferencias impartidas por profesores de las universidades de Almería, Granada y Murcia que trataron temas tan diversos como *«Aplicación de las matemáticas en la resolución de conflictos»*, *«Matemáticas y seguridad en la sociedad de la información»*, *«Un matemático en la cocina»*, *«Matemáticas: ficción y guerra»* y una mesa redonda titulada *«Educación y Matemáticas»*.

Noticias matemáticas

El Boletín en el concurso EngageU

Nuestro boletín participó en el concurso *«European Competition for Best Innovations in University Outreach and Public Engagement»* sobre el que podéis encontrar más información en la página web engageawards.com. En la pestaña *Entries* podéis ver el resumen y la presentación con la que se participó.

Se trata de un importante concurso en el que han participado más de 100 proyectos a nivel europeo. Los tres proyectos ganadores han sido: *«Active Science–Young people engaged in science»*, *«Centre of the Cell»* y *«Sons de Barcelona»* (Sounds of Barcelona), que recibieron un premio de 5000 euros cada uno.

Otros tres proyectos fueron seleccionados para un reconocimiento de distinción: *«Seeking perfection»*, *«Maths busking»* y *«Staging Files–a Public History Project at the University of Bremen»*. Además, los seis proyectos recibieron la invitación a la ceremonia de entrega de premios en Oxford. Lo intentaremos, de nuevo, en la próxima edición.

Triacontaedro rómbico truncado y omnitruncado

José Luis Rodríguez Blancas e Isabel María Romero Albadalejo, profesores de la Universidad de Almería, junto con sus alumnos consiguieron el premio a la mejor entrada en la *«Edición* 3,1415*»* del *Carnaval de Matemáticas*. En esta edición el blog anfitrión ha sido *Gaussianos* (*www.gaussianos.com*).

La figura que protagonizó la entrada parece a primera vista un gran balón de fútbol «omnitruncado», sin embargo, los hexágonos del triacontaedro rómbico truncado son irregulares, a diferencia de los del balón fútbol normal, que sí son regulares.

Triacontraedro rómbico truncado y omnitruncado

Por otra parte, una nueva aportación que trata sobre *«Fantasía de colores con Escher en la Alhambra»*[2], elaborada por José Luis Rodríguez Blancas, participa en la *«Edición* 3,1415926*»* del *Carnaval de Matemáticas*. En esta ocasión, el blog anfitrión es *Series divergentes*[3].

Congreso de Jóvenes Investigadores

La segunda edición del *Congreso de Jóvenes Investigadores de la Real Sociedad Matemática Española* (RSME) tendrá lugar en Sevilla en septiembre de 2013.

El objetivo del congreso es compartir la reciente investigación de nuestros jóvenes investigadores, propiciando el intercambio, la colaboración y el conocimiento mutuo de los diversos trabajos realizados por nuestros jóvenes colegas.

Cabe destacar que entre los miembros del comité se encuentran los cuatro últimos receptores del *Premio José*

[2] *topologia.wordpress.com/2012/10/25/fantasias-de-colores-con-m-c-escher-en-la-alhambra*.
[3] *seriesdivergentes.wordpress.com*.
[4] *www.rsme.es/content/view/1097/73*.

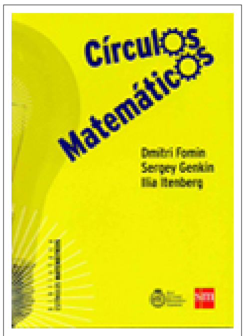
 ISSN 1988-5318

Luis Rubio de Francia. El plazo para participar en esta convocatoria 2012 estará abierto hasta el 31 de diciembre de 2012[4].

La primera edición del Congreso de Jóvenes Investigadores tuvo lugar en septiembre de 2011 en Soria, en el marco de la celebración del centenario de la *Real Sociedad Matemática Española* (*www.jirsme.uva.es*)[5].

Biblioteca Estímulos Matemáticos RSME-SM

El primer libro de la *«Biblioteca Estímulos Matemáticos RSME-SM»* ya ha comenzado a circular y aparece registrado como novedad en el portal *DivulgaMat* de la *Real Sociedad Matemática Española* (RSME).



Portada de la obra Círculos Matemáticos

Se trata del libro *Círculos Matemáticos*, de Dmitry Fomin, Sergey Genkin e Ilia Itenberg, traducido y adaptado del inglés por Enrique Hernández Arnáiz, revisado científicamente por Fernando Barbero González y Joaquín Hernández Gómez.

El proyecto lo están llevando a cabo conjuntamnte la RSME y el grupo editorial SM con el objetivo de editar en lengua castellana libros de matemáticas de amplia difusión de carácter educativo, dirigidos especialmente a profesores y estudiantes de matemáticas de los diferentes niveles educativos[6].

Mención de honor al mago Moebius en Ciencia en Acción 2012

El mago Moebius en una de sus actuaciones

El *mago Moebius*, *alter ego* de nuestro compañero José Luis Rodríguez Blancas, ha sido premiado con una *Mención de Honor* en la edición 2012 de *Ciencia en Acción*[7] por su trabajo *«Geometría flexible y topología con el mago Moebius»*.

Según el jurado, este trabajo ha sido merecedor de dicha mención *«Por la diversidad y complejidad de las actividades propuestas cuyo objetivo es iniciar al espectador en la geometría y topología de una manera lúdica»*. Queremos felicitar a nuestro compañero por su excelente labor divulgativa de las matemáticas.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Kurusch Ebrahimi-Fard, del Instituto de Ciencias Matemáticas (Madrid); Concepción Valdés Castro y Carlos Sánchez Fernández, de la Universidad de La Habana (Cuba); Constantin Năstăsescu y Daniel Bulacu, de la Universidad de Bucarest (Rumanía); Fernando Muro Jiménez, de la Universidad de Sevilla; Fiodor Pakovich, de la Universidad Ben-Gurion de Negev (Israel); Nadia Boudi, de la Universidad de Meknés (Marruecos); Guillermo Sánchez de León, de la Universidad de Salamanca; Armando Villena Muñoz y Antonio Peralta Pereira, de la Universidad de Granada; Manuel Alfaro García, de la Universidad de Zaragoza; Jan Trlifaj, de la Univerzita Karlova, Praga (República Checa); Stefaan Caenepeel, de la Vrije Universiteit Brussel (Bélgica); Juan Matías Sepulcre, de la Universidad de Alicante; Leandro Vendramin, de la Universidad de Buenos Aires (Argentina) y de la Universidad de Marburg (Alemania); Frank Neumann, de la Universidad de Leicester (Reino Unido); Ruediger Goebel, de la Universidad de Duisburg-Essen (Alemania) y Edmundo J. Huertas Cejudo, de la Universidad Carlos III de Madrid.

Preguntas frecuentes

¿Cómo está cambiando la demanda en cuanto al profesorado de matemáticas?

Además de la formación matemática, y como consecuencia de la implantación de los nuevos centros bilingües, se está exigiendo a la hora de concursar o entrar en la bolsa de trabajo un nivel lingüístico *B2* para impartir la enseñanza en la modalidad bilingüe. Además, de manera transitoria, se permite que el profesorado con destino definitivo que ya ha conseguido el nivel *B1* pueda comenzar a impartir docencia, con el compromiso expreso de alcanzar el nivel *B2*.

La realidad presente, por tanto, nos muestra que hay una gran demanda de profesorado que tenga una formación correspondiente al nivel *B2*.

[5] Más información en *www.rsme.es/content/view/1124/1*.
[6] Más información en *www.rsme.es/content/view/998/101*.
[7] *www.cienciaenaccion.org*.

ISSN 1988-5318

Aunque los nuevos estudios de grado en la Universidad de Almería ya exigen que el alumno al terminar sus estudios presente la certificación de nivel *B1* en otra lengua, es muy recomendable que te esfuerces en obtener un nivel superior de formación en este sentido, así podrás aumentar tus posibilidades de trabajo.

La Universidad de Almería ofrece cursos de idiomas en su *Centro de Lenguas* que, además, está acreditado para examinar a estudiantes y poder expedir certificaciones oficiales. Si quieres conocer más información sobre horarios, precios y fechas de exámenes visita la página web del centro, *www.ual.es/centrodelenguas*.

Por otra parte, si eres estudiante del grado en Matemáticas y pretendes mejorar tu formación en un idioma extranjero, te interesa conocer que, a partir del segundo, curso puedes optar a las convocatorias del *programa Erasmus* de movilidad europea y a otros programas de movilidad con América y el resto del mundo.

Aparte de mejorar tu formación matemática, el estudiar durante un tiempo en otro país tiene otras muchas ventajas tanto a nivel personal como de formación y, sin duda alguna, desarrollar tu actividad en un país extranjero durante un cierto tiempo supone una de las mejores oportunidades para ayudarte, además, en el rápido aprendizaje de una segunda lengua.

¿Se ven muchos números en el grado en Matemáticas?

Hay una idea errónea en cuanto a que las matemáticas tienen su fundamento en saber hacer cuentas y manejar con habilidad los números. Esto es un tópico que no es del todo cierto.

Es bien conocido que un matemático no debe equivocarse en la resolución analítica de un desarrollo, en una ecuación o en una fórmula matemática, pero eso no quiere decir que haya que sobresalir ni ser famoso por su agilidad mental a la hora de dar rápidamente el resultado de divisiones de dos o más cifras, por poner un ejemplo.

Lo más importante para un matemático es tener intuición e inquietud por hacerse constantemente preguntas que le permitan entender el entorno que nos rodea, utilizar correctamente su habilidad en cuanto al razonamiento matemático y, finalmente, materializar esas cualidades para enfrentarse y resolver con éxito un problema científico donde tengan cabida las matemáticas. Y si además de todo esto, posees ciertos dotes de genialidad en cuanto a tu manera de discurrir, entonces tienes asegurado el éxito en el mundo de las matemáticas.

Además, la capacidad de abstracción de resultados utilizando el razonamiento matemático supone, sin duda, un avance científico en sí mismo, forma parte del disfrute de las matemáticas y es lo que algunos denominan «la belleza intrínseca de las matemáticas». Todo lo anterior son factores igualmente importantes y cruciales para conseguir un avance en la ciencia.

Si mi lugar de residencia no es Almería capital, ¿cómo me puede ayudar la Universidad de Almería para encontrar alojamiento y poder alquilar una vivienda?

El *Servicio de Alojamiento* de la Universidad de Almería y la *Fundación Mediterránea* disponen de una base de datos de alojamiento dirigida a toda la comunidad universitaria. La web oferta actualmente más de 150 inmuebles para aquellos alumnos, personal docente, etc que necesiten alojarse en nuestra ciudad durante el curso académico 2012-2013.

Entrando en el enlace *www.ual.es/programa_acogida* podrás encontrar la vivienda que estás buscando. Además se han incluido nuevas funciones, como las de anuncios con fotografías de los inmuebles.

EXPERIENCIA DOCENTE

Funciones lineales definidas a trozos

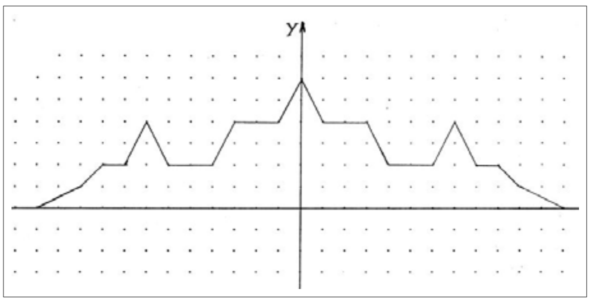
Una experiencia con KmPlot

F. Javier Jódar Rodríguez
IES El Argar (Almería)

KmPlot es un trazador de funciones matemáticas para el escritorio KDE, que se encuentra en la distribución Linux promovida por la Junta de Andalucía: *Guadalinex*. Con este programa crearemos una actividad donde se estudiarán, de una manera gráfica, especialmente las funciones lineales definidas a trozos.

Este ejercicio está incluido en la unidad didáctica de estudio de funciones elementales perteneciente al curso de 4.º de ESO de la asignatura de Matemáticas B.

Inicialmente se presenta al alumnado una función definida a trozos como la que acabamos de exponer.



Seguidamente se facilita una tabla que deben rellenar calculando los puntos extremos, las pendientes y las ecuaciones de los 18 trozos. Facilitamos el primer trozo de la función resuelto para que la comprensión del ejercicio sea lo más fácil posible.

 ISSN 1988-5318

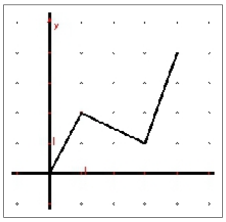
x_i	x_f	I	F	m	$y = f(x)$
-12	-10	$(-12, 0)$	$(-10, 1)$	0,5	$0{,}5x + 6$

Una vez tenida la primera toma de contacto con la función y con las características de este software, los alumnos realizan la representación con el programa *KmPlot*, comprobando que se obtiene la gráfica dada al principio. El dibujo también podría ser representado con otro software como es el programa libre *Graph* de Ivan Johansen[8].

Los objetivos de la actividad son aplicar de forma adecuada los conceptos matemáticos de coordenadas cartesianas, pendiente de una recta, ecuación explícita y función definida a trozos.

Calcular ecuaciones de trozos de rectas en el cuaderno resultaba algo «aburrido», pero hacerlo por «necesidad» para poder realizar la representación gráfica con el ordenador supone una gran motivación para el alumnado. El docente explica en una hora de clase los conceptos fundamentales de pendiente de una recta, ecuación de una recta y función a trozos. Después, en una segunda sesión, se dan las pautas para realizar la actividad con los ordenadores.

En las dos sesiones de trabajo los alumnos deben atender, comprender y realizar la actividad propuesta. Más tarde, todos presentan la tabla de datos elaborada manualmente y la gráfica realizada en el ordenador con *KmPlot*.



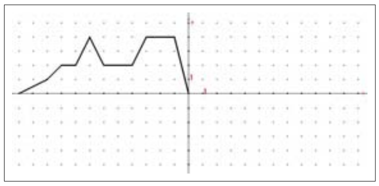
Gráfica con 3 trozos

La atención a la diversidad obliga a organizar el trabajo de manera que alumnos con distintas capacidades e intereses puedan desarrollar correctamente su propio proceso de aprendizaje. Se proponen dos nuevas actividades, una de refuerzo para alumnos con dificultades y otra de ampliación para alumnos que lo requieran. Es evidente que los recursos TIC son idóneos para estos trabajos alternativos.

Para alumnos que necesiten refuerzo se propone una gráfica más sencilla con solo tres trozos. También puede ser usada para el refuerzo la siguiente actividad JCLIC:

clic.xtec.cat/db/act_es.jsp?id=1365

Los alumnos que por sus altas capacidades necesiten hacer una ampliación del tema pueden hacer la actividad que aparece a continuación:



Este dibujo es la representación gráfica de una función $y = f(x)$ en el intervalo cerrado $[-12, 0]$. Hallando su expresión algebraica, dibuja con el programa KmPlot la gráfica de la función en el intervalo $[-12, 12]$, cuando:

1. *Es simétrica respecto del eje OY (f es par).*
2. *Es simétrica respecto del origen (f es impar).*

■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

A bilingual optimization

Andrei Martínez Finkelshtein
Universidad de Almería

Last year I had to teach a bilingual course in *Quantitative Methods* for the sophomore students of *Business Administration and Management* at the University of Almería. This was a true first time experience for all of us: the students, who never attended a bilingual class before, and for myself too. I have taught courses in the USA before, so teaching in English wasn't a problem; additionally, all researchers in Mathematics are rather accustomed to deliver lectures in English, which became de facto, the official language for communicating Science. But one thing is teaching native students, or at least talking in the environment where the dominant language is English, and a quite different one is when the language skills of your students cover the whole scale from basic to proficient. Now you must care not only about delivering the mathematical content (that can be challenging by itself), but also about how you do it, and whether the message actually reaches your students.

One thing I expected and wasn't disappointed in the end, was the level of motivation of my students. It needs guts to sit a class where somebody is explaining non-linear optimization in a language that requires an extra effort to follow the topic. The contingent was heterogeneous: Erasmus students from Lithuania, Turkey, Poland or Croatia, foreign residents in Almería, and simply native students daring to take the challenge.

My job is to teach Math and to endow the students with a minimum set of skills and mathematical background to be able to cope with the typical optimization

[8] *www.padowan.dk*.

 ISSN 1988-5318

challenges of any company or business in the modern environment. So, I am NOT teaching English, or at least this is not my primary goal. That is why from the very beginning I decided to make all the course material available in both languages. This is a double effort for the teacher, but it pays off: when stuck, the students can turn to the explanation in the other language. The same policy applied to the statement of the problems during in-class quizzes and the final exam.

Obviously, not everything was perfect, we all learned from the experience. I had to adapt the level and the style to the actual students I had in class. Another regret is that there was literally not enough time to give them a chance for a problem discussion in class, or for defending a topic in English, or for some case study of real-life applications of the problems we addressed. There was no room for using a computer either, which is a huge drawback. But this is the reality imposed by the new curriculum, and I am afraid not much can be done about it. Still, the results were very good. Not only the vast majority of my students passed the exam, but also the final grades were quite satisfactory.

This year I go for the second round, but now with a valuable background. I hope though that my former students, who still greet me when I meet them on campus, do not regret the experience. ■

Problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad

Problema propuesto en el número anterior

De los 150 coches de un concesionario, 90 tienen motor diésel y el resto de gasolina. De los coches con motor diésel, 72 son nuevos y el resto usados; mientras que de los coches con motor de gasolina hay el mismo número de coches nuevos que de usados. Se elige, al azar, un coche de dicho concesionario; calcule la probabilidad de que:

1. Sea nuevo.
2. Tenga motor diésel, sabiendo que es usado.

A continuación presentamos la solución al problema propuesto en el número anterior.

Solución del problema:

Consideremos los siguientes sucesos:

- D: elegir un coche con motor diésel.
- G: elegir un coche con motor de gasolina.
- N: elegir un coche nuevo.

De los datos porporcionados en el problema deducimos inmediatamente que:

$$P(D) = \frac{90}{150} = \frac{3}{5},$$

$$P(G) = P(D^c) = 1 - P(D) = \frac{2}{5}.$$

Además, $P(N/D) = \frac{72}{90} = \frac{4}{5}$, ya que de los coches con motor diésel (90), 72 son nuevos.

Finalmente, $P(N/G) = P(N^c/G)$, ya que hay el mismo número de coches nuevos que usados de entre los que tienen motor de gasolina. Por lo tanto, ya que ambos sucesos cubren el espacio muestral al completo, sus probabilidades son iguales a $\frac{1}{2}$.

Con esos datos, calculemos las probabilidades solicitadas en el enunciado:

1. Para calcular la probabilidad de que al elegir un coche al azar, éste sea nuevo, utilizamos el *teorema de las probabilidades totales*:

$$\begin{aligned} P(N) &= P(N/D)P(D) + P(N/G)P(G), \\ &= \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}, \\ &= \frac{17}{25}. \end{aligned}$$

2. En este caso, se nos solicita el cálculo de $P(D/N^c)$, para lo que aplicamos la *regla de Bayes*.

$$\begin{aligned} P(D/N^c) &= \frac{P(N^c/D)P(D)}{P(N^c/D)P(D) + P(N^c/G)P(G)}, \\ &= \frac{\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}}, \\ &= \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

Este segundo apartado también se puede resolver considerando que $P(D/N^c) = \frac{P(N^c/D)P(D)}{P(N^c)}$ y que $P(N^c) = 1 - P(N)$. Esta última probabilidad se calculó en el primer apartado. ■

Nuevo problema de las pruebas de acceso

Considera el sistema de ecuaciones con tres inógnitas:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & \lambda \\ & & 2\lambda y & + & \lambda z & = & \lambda \\ -x & - & y & + & \lambda z & = & 0 \end{array}\right\}.$$

Clasifícalo según los valores del parámetro λ. Resuélvelo para $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$.

Os animamos a participar en esta sección. Para ello, no tienes más que enviarnos tu solución a la dirección del correo del Boletín: bmatema@ual.es.

Recordamos que en esta sección aparecen ejercicios que han sido propuestos para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad en el distrito universitario andaluz.

 ISSN 1988-5318

Concurso de problemas

Problema propuesto

Un partido de fútbol se va a celebrar en un campo que mide 68×110 metros. El encargado de pintar el terreno de juego se acerca a la tienda para abastecerse de pintura. Si se gasta un cuarto de kilo de pintura por cada metro de línea, ¿cuántos kilos de pintura necesita para pintar todo el campo?
Ya en el desarrollo del partido, el árbitro pita un penalty, y un jugador —elígelo tú— se dispone a lanzarlo. Calcula la distancia que hay desde el punto de penalty a una de las escuadras de la portería.

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un ***iPod shuffle*** y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es ***antes del 15 de enero***. Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

En esta edición, el jurado ha decidido dejar desierto el premio.

A continuación presentamos una solución al problema planteado.

Problema propuesto en el número anterior

Razona que en una fiesta a la que asisten 20 invitados hay al menos 2 personas que conocen al mismo número de invitados.

[**Nota.** No se cuenta que un invitado se conozca a sí mismo.]

Solución del problema:

Agrupamos a las 20 personas de la siguiente forma: el grupo 0 estará formado por los invitados que no conocen a ningún otro invitado; el grupo 1 por los invitados que conocen exactamente a un invitado; el grupo 2 por los invitados que conocen exactamente a dos invitados y así sucesivamente hasta el grupo 19. No es necesario considerar un grupo 20 puesto que un invitado puede conocer como mucho a los otros 19 invitados; el enunciado dice que no se cuenta que un invitado se conozca a sí mismo. Tenemos pues 20 grupos: el 0, el 1, el 2, ... y el 19.

Ahora razonamos que no puede haber personas en el grupo 0 **y** el 19, es decir, uno de ellos debe estar vacío. Supongamos que hay una persona, llamémosla A, en el grupo 0 y otra, llamémosla B, en el 19. Entonces, B conoce a los otros 19 invitados, en particular conoce a A. Luego A conoce a B y así B conoce al menos a una persona y no podría estar en el grupo 0, contradicción. Por tanto, el grupo 0 ó el 19 debe estar vacío. Así que podemos descartar uno de estos grupos. Descartemos el 0. Si descartamos el 19 se procede de manera similar.

Los 20 invitados están repartidos en el grupo 1, el 2, el 3, ... y el 19. Tenemos 20 invitados repartidos en 19 grupos, luego forzosamente debe haber un grupo, digamos x, que contenga al menos 2 personas. Hay pues al menos 2 personas que conocen a x invitados.

El argumento utilizado en este último párrafo se conoce como *Principio de Dirichlet o del palomar* y es muy útil y tiene muchísimas aplicaciones en matemáticas. Afirma que si n objetos se distribuyen en $n-1$ cajas, entonces debe haber una caja que contenga al menos 2 objetos.

ISSN 1988-5318

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Xaro Nomdedeu Moreno

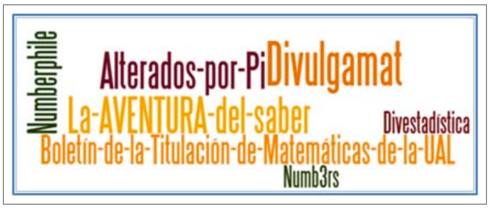
Una divulgadora de la historia de las matemáticas

Maribel Ramírez Álvarez
Isabel María Ortiz Rodríguez
Universidad de Almería

Xaro Nomdedeu

¿Qué sería de la Ciencia sin la divulgación? Actualmente estamos inmersos en la sociedad de la información y del conocimiento, y no podemos ni imaginar que los descubrimientos queden restringidos al mundo científico.

La divulgación de la Ciencia se realiza a través de libros, programas de televisión, revistas, internet, exposiciones, conferencias e incluso, en el aula. Para cualquier formato de salida es necesaria la labor de una o varias personas, entendidas en la materia, y que sepan hacer llegar al público general los avances científicos, traducidos a un lenguaje cotidiano.



Divulgación de las Matemáticas

En este artículo, la divulgación tiene nombre de mujer, Rosario Nomdedeu Moreno, una profesora de matemáticas, madre de 5 hijos y comprometida con la divulgación de la historia de las matemáticas, dando una especial visión (histórica) desde una perspectiva de género. Su esfuerzo divulgador, su larga y notable labor divulgativa, a través de exposiciones, artículos, libros y conferencias, ha hecho que los contenidos de sus trabajos lleguen a diferentes públicos.

Xaro, como sus amigos la conocemos, nació en Castellón en 1948, y desde muy pequeña tuvo vocación por la enseñanza y las matemáticas. Profesora de Matemáticas desde los años 70, ha impartido clase en enseñanza secundaria y universitaria. Ha ocupado diferentes cargos, entre otros, presidenta de la *Sociedad de Profesor@s de Matemáticas*, directora del *Planetario de Castellón* y presidenta de la *Organización Española para la Coeducación Matemática Ada Byron*.

Divulgación en el aula

Cuenta ella que en su trabajo como profesora, siempre se ha preocupado por aplicar en sus clases una metodología que conectase los contenidos con el interés del alumnado y que llevase a un aprendizaje significativo. Su metodología tiene la base en su experiencia como alumna: *«Desarrolla las asignaturas de matemáticas de la misma manera que hicieron sus profesores: proponían unos problemas interesantes y esperaban a desvelar el misterio hasta que ella conseguía dar con él».*

Con las actividades y proyectos que prepara para el aula trata de despertar la curiosidad de los estudiantes. Los alumnos trabajan en pequeños grupos de forma cooperativa para resolver las situaciones planteadas y aprender el uso de materiales específicos relacionados con el tema. Tras la exposición de los resultados obtenidos por cada grupo, llega la hora de formalizar los contenidos. De esta forma, siguiendo un proyecto didáctico previamente diseñado, todos los alumnos participan en la construcción de conocimiento.

A principios de los 80 fundó el *grupo COM* para la elaboración de *Una historia lúdica de las matemáticas*. Tras un paréntesis, el grupo retomó su tarea y de ahí nació *El calendario, una construcción social de la medida del tiempo*, que incorpora gran cantidad de datos históricos sobre los calendarios de diferentes culturas y refranes de nuestro entorno. Entre las contribuciones personales de Xaro figura el cuento *El Calendario de Tai*, publicado en diferentes revistas.

Publicaciones de divulgación

Libros de la Editorial Nivola

Xaro es autora de varios libros de la editorial *Nivola*, en ellos presenta a mujeres que no pasan como espectadoras del desarrollo científico en cada una de las épocas: *Mujeres, manzanas y matemáticas: Entretejidas*, *Sofía: la lucha por saber de una mujer rusa*, *Las mil y una Hipatias* (junto con María J. Rivera) y *Ritmos: matemáticas e imágenes* (junto con Eliseo Borras, Pilar Moreno y Antoni Albalat).

¿Qué destacaríamos de Xaro?

Recuerdo cuando la conocimos, en noviembre de 2008, en nuestra universidad... Es una mujer llena de contenido, su simple presencia es un mero ejemplo para las demás mujeres, y cabe destacar su contribución de manera significativa al cambio de actitud hacia las mujeres matemáticas de diferentes épocas. Vimos a una mujer amante de las matemáticas y de la Ciencia, que le gustaba entender a las mujeres, al mundo, y sobre todo el reto de contar y resaltar la lucha y el papel de la mujer a lo largo de la historia de la ciencia.

En una entrevista que aparece en el folleto *13 retratos: Mujeres y Matemáticas* elaborado en 2008 por la Comisión de Mujeres y Matemáticas de la *Real Sociedad Matemática Española*, Xaro resalta que *«las mujeres "matemáticas" transmiten los valores inherentes a ellas, las* *matemáticas: la racionalidad, la capacidad de control y la de maravillar, reconocidas por toda la sociedad. Otros valores de las matemáticas son menos reconocidos por la sociedad pero las mujeres matemáticas los transmiten con naturalidad: ir resolviendo asuntos con creatividad, imaginación e intuición, para tirar hacia delante, es un modo de funcionar pertinente con el valor de progreso que existe en las matemáticas así como el valor de la transparencia, de la claridad que emerge del tratamiento racional de los problemas, también de los problemas sociales».*

Hay muchas personas interesadas por la Ciencia, sus avances y las explicaciones científicas de los hechos más cotidianos. Por ello, la sociedad necesita divulgadoras del saber y del conocimiento. Xaro Nomdedeu es una de ellas (sin lugar a dudas)... ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Matemáticas para atarse los zapatos

Jaime Villegas Rodríguez
Alumno del Grado en Matemáticas
Universidad de Almería

El mero hecho de atarse unos zapatos, como gran parte de las cosas cotidianas, tiene un trasfondo matemático. De hecho, que se lo pregunten a Michal Misiurewicz, Burkard Polster o John Halton; matemáticos que han hecho interesantes aportaciones en este asunto. En especial, el profesor Halton, del departamento de informática de la universidad de Carolina del Norte, quien publicó en *The Mathematical Intelligencer* (otoño de 1995) la combinación que emplea los cordones más cortos.

Para realizar estos cálculos no considera la deformación entre los ojales al apretar con más fuerza y supone que los cordones pasan alternativamente del lado derecho al izquierdo del zapato. Se fija solamente en los tramos rectos (ignorando la parte extra del nudo) e idealiza los cordones y los ojales como líneas matemáticas (sin grosor) y puntos que se sitúan en un plano.

Vamos a asignarle variables a cada una de las partes del sistema. Llamemos n al número de pares de ojales en situación horizontal (por tanto $2n$ al número total de ojales), sea d su distancia horizontal e identifiquemos por h a su distancia vertical.

Aquí se muestran una serie de combinaciones para $n = 8$:

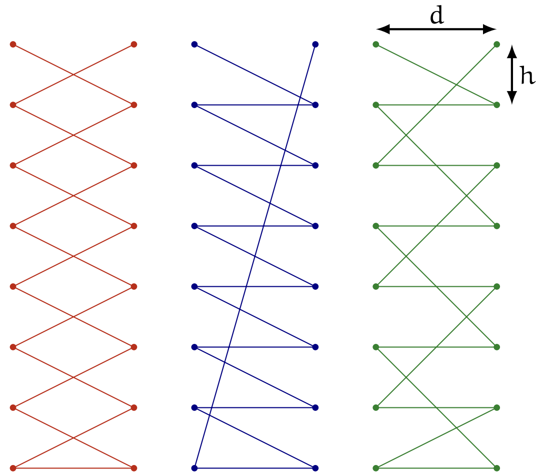


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Empleando el *teorema de Pitágoras* y sumando segmento a segmento vamos a obtener la fórmula general de la medida de los cordones en las figuras 1, 2 y 3.

Si nos fijamos en la Figura 1, vemos que todos los segmentos están en zigzag excepto el último (el que queda atado ya lo habíamos omitido al principio). Como esto siempre ocurre dado cualquier n, tendremos entonces $n-1$ zigzags, y por tanto $2(n-1)$ segmentos transversales. Tal cantidad la multiplicamos por la longitud de dichos segmentos, esta es $\sqrt{h^2+d^2}$, que sumada a la longitud del último en horizontal da como resultado:

$$L_1 = d + 2(n-1)\sqrt{h^2+d^2}.$$

En la Figura 2 se tienen $n-1$ segmentos horizontales, $n-1$ segmentos diagonales paralelos y otro segmento diagonal que cruza a los anteriores. Los diagonales paralelos quedarán multiplicados por su longitud $\sqrt{h^2+d^2}$ y los horizontales por d. Ahora bien, para calcular la longitud del último, tenemos d como base del triángulo y $(n-1)h$ como altura. Con lo cual, este medirá $\sqrt{(n-1)^2h^2+d^2}$ y su suma total será:

$$L_2 = (n-1)d + (n-1)\sqrt{h^2+d^2} + \sqrt{(n-1)^2h^2+d^2}.$$

En la 3, siguiendo el mismo razonamiento que en los casos anteriores, se obtiene:

$$L_3 = (n-1)d + 2\sqrt{(h^2+d^2} + (n-2)\sqrt{4h^2+d^2}.$$

Mediante sencillos cálculos algebraicos, elevando al cuadrado de forma conveniente y reagrupando, se demuestra que si n es mayor o igual que cuatro (para cualquier valor de d y h), entonces:

$$L_1 < L_3 < L_2.$$

Si $n = 3$, entonces $L_1 < L_3 = L_2$.

Y si $n = 2$, $L_1 = L_3 = L_2$.

Sin embargo, con este otro método de representación (véase la Imagen 1), Halton llega de forma más ingeniosa a la misma conclusión. Se trata de representar las filas y las columnas de ojales en un plano. Posteriormente, se van trazando los segmentos.

Halton prueba, con pericia geométrica, que la Figura 1 es la más corta bajo las condiciones que hemos impuesto. Para ello, primero se eliminan los segmentos comunes y después, si es necesario, se reflejan las trayectorias de forma conveniente.

ISSN 1988-5318

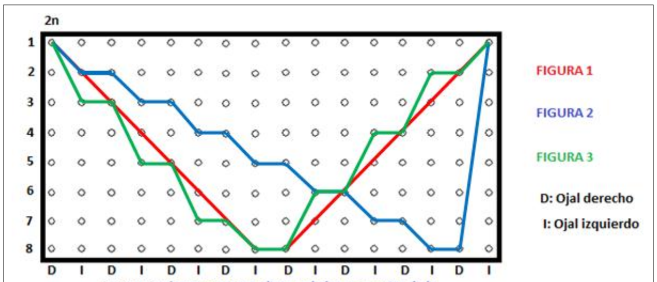


Imagen 1: véase que se van alternando los segmentos de la columna derecha a la izquierda por cada ojal, así que se necesitan tantas columnas como ojales: 2n

Veamos las comparaciones en estos tres casos:

• Figuras 1 y 3.

Eliminando los tres segmentos comunes vemos que se obtienen una serie de triángulos. Como la longitud de dos lados de un triángulo es mayor que la del restante se tiene entonces que la Figura 1 es más corta que la 3.

• Figuras 1 y 2.

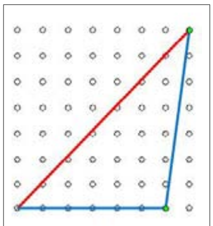


Imagen 2

Tras la eliminación de segmentos y reordenación de los restantes se tiene la Imagen 2, esto es, un caso como el anterior. Luego la figura 1 sigue siendo la más corta.

Los elementos horizontales de la Figura 2 forman la base azul de este triángulo, ya que los diagonales paralelos se han eliminado con los semejantes a éstos en la Figura 1. Las líneas roja y azul que quedan se mantienen exactamente en la misma posición que en la Imagen 1.

• Figuras 2 y 3.

Procediendo como en los casos anteriores se obtienen los segmentos continuos de la Imagen 3. En la construcción de las imágenes, se han desplazado las trayectorias para que compartan el ojal final.

Las líneas discontinuas muestran la reflexión que se ha empleado. Como vemos, el caso se vuelve a reducir al de los anteriores (Imagen 4), por lo que la Figura 3 es más corta que la 2.

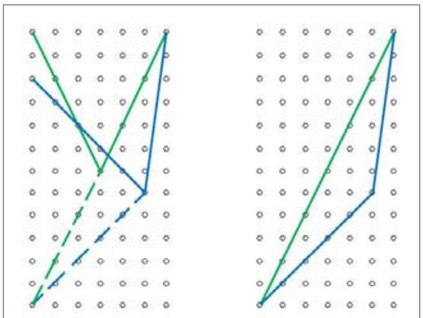


Imagen 3 Imagen 4

De este modo se concluye que la Figura 1 es la que emplea un cordón de menor longitud.

Halton probó de forma más general que dicha figura es la más corta bajo las condiciones expuestas. Su idea, la de emplear la reflexión con objeto de rectificar el entrelazado, forma parte de la teoría matemática de las geodésicas.

Referencias

[1] Halton, J. H. *The shoelace problem.* The Matematical Intelligencer 17 (1995), 37-41.

[2] Gale, D. y Misiurewicz, M. *Mathematical Entertainments.* The Matematical Intelligencer 18 (1996), 32-34.

[3] Polster, B. *The shoelace book.* American Mathematical Society. Providence, Rhode Island, 2006.

■

PARADOJAS MATEMÁTICAS

La paradoja de Bertrand

José Ramón Sánchez García
IES Los Ángeles (Almería)

Hay ocasiones en las que tenemos conocimiento de problemas de matemáticas llamados clásicos que, bien porque no nos llamen excesivamente la atención, bien porque tienen un enunciado realmente abstruso, no les dedicamos demasiado tiempo y terminan almacenados en nuestro particular rincón del olvido. En cambio luego hay otros que, precisamente por la sencillez de su planteamiento, nos invitan a indagar un poco en ellos, seducidos sin duda por su atractiva simplicidad.

Ejemplos de los primeros serían la *hipótesis de Riemann* o la *conjetura de Poincaré* (ya demostrada, por cierto), que encierran conceptos sólo accesibles a los muy avezados en matemáticas superiores. Y entre lo segundos podemos citar resultados como el *teorema de Fermat*, la *conjetura de Goldbach*, el *teorema de los cuatro colores* o el *problema de Monty Hall* (que ya apareció en este Boletín, en el número de octubre de 2011), que son fáciles de entender para cualquier alumno del primer ciclo de ESO, se explican rápidamente en una o dos líneas y, a partir de ahí, adelante, a juguetear y a intentar encontrar —en su caso— esa piedra filosofal que los resuelva y que hasta ahora se les ha escapado a los matemáticos más ilustres.

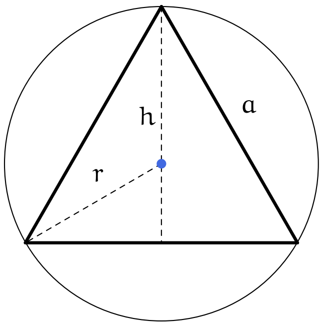
El problema del que nos vamos a ocupar en estas páginas es fácil de entender, pero no goza de la popularidad de los anteriores porque para su comprensión se necesita —quizá— un escalón más de conocimientos matemáticos. El enunciado es el siguiente:

> *¿Cuál es la probabilidad de que, al trazar una cuerda aleatoria en un círculo, su longitud sea mayor que la del lado del triángulo equilátero inscrito en él?*

 ISSN 1988-5318

Este problema fue planteado en 1898 por el matemático francés Joseph Louis Bertrand (y no por Sir Bertrand Russell, como yo creí durante unos años), y su interés radica en que se puede llegar a distintos resultados según cómo se plantee el método de resolución, siendo todos aparentemente válidos.

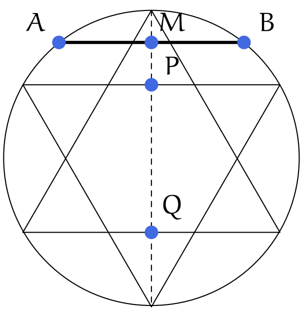
Partimos, por tanto, de un triángulo equilátero inscrito en un círculo. Llamemos r al radio del círculo, h a la altura del triángulo y a su lado, a:



Con el objeto de acomodar el razonamiento, y sin perder por ello generalidad, podemos suponer que $r = 1$. Se deja como sencillo ejercicio al lector probar que, con este radio, los valores de los otros elementos son $a = \sqrt{3}$ y $h = 3/2$.

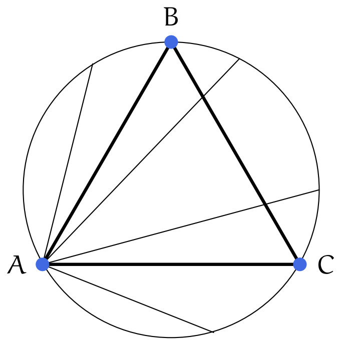
Como señalábamos antes, existen varios métodos de resolución. A continuación se expondrán cinco de ellos, de los cuales los tres primeros suelen ser los más habituales.

Método 1. Tracemos una cuerda cualquiera, y sean A y B sus extremos; a partir de ellos obtenemos su punto medio M y el único diámetro que pasa por él. Si consideramos ahora los dos triángulos equiláteros que tienen una altura sobre ese diámetro tenemos la siguiente figura:



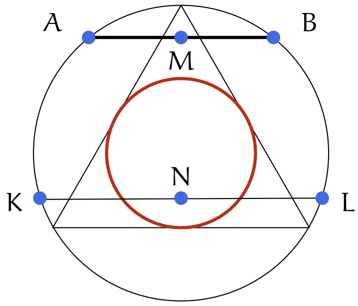
En el dibujo se puede ver que la longitud de la cuerda $\overline{AB}$ será mayor que el lado del triángulo sólo cuando el punto M esté entre P y Q, y dado que el segmento $\overline{PQ}$ tiene la mitad de longitud que el diámetro (nuevamente, razone el lector por qué), la probabilidad pedida será $p = 1/2$.

Método 2. Para este razonamiento vamos a fijar uno de los extremos de la cuerda, llamémosle A, y movamos libremente el otro extremo. Si consideramos ahora el triángulo equilátero con vértice en A:



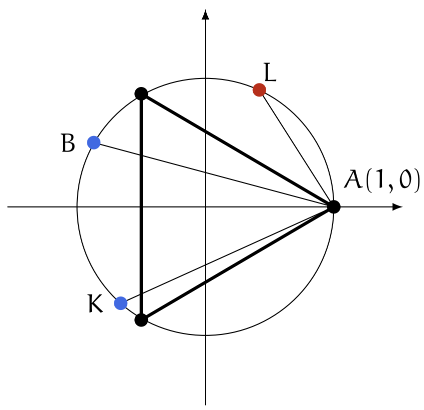
Se ve claramente que la cuerda trazada sólo será mayor que el lado del triángulo cuando el otro extremo esté en el arco BC. Dado que este arco mide la tercera parte de la longitud total de la circunferencia, la probabilidad pedida será $p = 1/3$.

Método 3. Partimos de nuevo de una cuerda de extremos A y B, cuyo punto medio es M. Si consideramos ahora el círculo inscrito en el triángulo equilátero, tendremos:



Lo que observamos en este caso es que la longitud de la cuerda será mayor que el lado del triángulo cuando el punto M caiga dentro del círculo pequeño, como le ocurre a la cuerda $\overline{KL}$ y su punto medio N. Dado que cada cuerda queda biunívocamente determinada por su punto medio, la probabilidad será el cociente entre las áreas de los dos círculos. Como el radio del pequeño es $1/2$, su área será $\pi/4$ y por lo tanto la probabilidad pedida será: $p = \frac{\pi/4}{\pi} = 1/4$.

Método 4. Para este método vamos a situar el centro del círculo en el origen de coordenadas. De nuevo fijamos uno de los extremos de la cuerda, en este caso en el punto $A(1, 0)$, y movemos el otro libremente. De este modo tenemos:



ISSN 1988-5318

Vemos que la longitud de la cuerda será mayor que la del lado del triángulo cuando la primera coordenada del otro extremo esté entre -1 y $-0{,}5$ (como les ocurre a B y K, pero no a L), y como esta coordenada varía entre -1 y 1, la probabilidad pedida será el cociente entre las dos longitudes: $p = \frac{1/2}{2} = 1/4$.

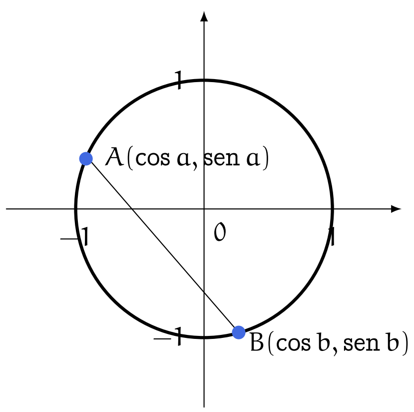
Método 5. En este caso no recurrimos a ninguna construcción geométrica, sino a un sencillo razonamiento. Dado que la longitud de estas cuerdas está comprendida entre 0 y 2, que el lado del triángulo es $\sqrt{3}$, y suponiendo que las longitudes de las cuerdas —así como las cuerdas mismas— están distribuidas de una manera uniforme, el problema se reduce a calcular la probabilidad de que, al elegir al azar un número entre 0 y 2, éste sea mayor que $\sqrt{3}$.

Dicha probabilidad será, por tanto, el cociente entre las dos longitudes: $p = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

La pregunta surge de manera natural: *¿cuál es la verdadera probabilidad?* Ya que todos los métodos anteriores parecen válidos, el único camino que nos queda es el de realizar el experimento repetidas veces, cuantas más mejor, según nos enseñó Jakob Bernoulli. Para ello no hay mejor aliado que un ordenador, pero ¿cómo se le dice a un ordenador que trace una cuerda al azar?

Quizá el mejor modo de asegurar la aleatoriedad del proceso no pase por usar el punto medio de la cuerda, ya que entonces podríamos estar dirigiendo el experimento hacia un método determinado, sino encontrar la mejor manera de elegir al azar las coordenadas de los extremos de la cuerda. Para ello, y por no recurrir a otros programas matemáticos más sofisticados, una sencilla hoja de cálculo nos puede ser de gran utilidad.

Si volvemos a centrar el círculo en el origen de coordenadas, cada punto de su circunferencia será de la forma $(\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha)$ y por lo tanto nos bastará con elegir al azar dos valores a y b entre 0 y 2π para obtener las coordenadas de los extremos $A(\cos a, \operatorname{sen} a)$, y $B(\cos b, \operatorname{sen} b)$; la fórmula de la distancia entre dos puntos hará el resto.



Obviamente, con este método los resultados nunca pueden considerarse definitivos, pero sí muy indicativos. Construida artesanalmente dicha hoja de cálculo, los resultados del experimento doméstico fueron:

N	n	$f_r = \frac{n}{N}$
100	32	0,32
507	170	0,3353
4500	1460	0,3298

donde N es el número total de cuerdas; n, el número de las que son más largas que el lado del triángulo y, por lo tanto, f_r la frecuencia relativa (probabilidad).

Todo parece indicar, por tanto, que el método válido es el segundo, que concluía con una probabilidad de $1/3$ [9].

Y claro, la siguiente pregunta también surge de forma natural: si el único método que encaja con los resultados experimentales es el segundo, ¿en qué fallan los otros cuatro? La explicación más plausible es la que propone el matemático serbio Bozur Vujicic[10], donde muestra que los métodos 1, 3 y 4 esconden, de una forma más o menos velada en cada caso, una transformación no lineal entre los extremos de las cuerdas y los ejes cartesianos o los puntos del círculo, lo cual invalida las conclusiones, como veremos más adelante. El método 5 sencillamente parte de una hipótesis cuya veracidad se desconoce, y es que la distribución de longitudes de las cuerdas del círculo están uniformemente distribuidas en el intervalo $[0, 2]$; es el mismo error que pensar que la probabilidad de que nos toque la lotería siempre es $1/2$, porque el espacio muestral sólo tiene dos sucesos: «Toca» y «No toca».

Esta paradoja de Bertrand, que quizá lo es menos, muestra el cuidado que hay que tener con el cálculo de probabilidades cuando el espacio muestral es infinito, como le ocurre a las longitudes o las superficies, porque entonces no se puede aplicar la *regla de Laplace*, por más que de alguna manera su idea esté subyacente; y si además añadimos transformaciones no lineales, los resultados finales pueden ser imprevisibles.

Pensemos por un momento en el siguiente problema: ¿Cuál es la probabilidad de que, al escoger un número real al azar entre 0 y 8 éste sea mayor que 1? La proporción de las longitudes nos daría el resultado: $7/8$, un suceso sin duda muy probable. Ahora bien, nada nos impide razonar del siguiente modo: si consideramos que cada número real está biunívocamente determinado por su raíz cúbica, elegir un número al azar entre 0 y 8 equivaldría a buscarlo entre 0 y 2, y elegir otro entre 1 y 8 sería equivalente a elegirlo entre 1 y 2; ergo la probabilidad pedida vendría dada por la nueva proporción entre las longitudes: $1/2$, un resultado mucho más modesto que el anterior. Pensemos en cualquier otra transformación biyectiva no lineal, y los resultados pueden variar casi tanto como queramos. ■

[9] Se pueden encontrar buenos simuladores en la red. Concretamente la página *www.cut-the-knot.org/bertrand.shtml* ofrece, además, una breve explicación de las tres primeras soluciones expuestas más arriba.

[10] *web.archive.org/web/20080123052501/http://user.sezampro.yu/~seik/Bertrands%20paradox.htm*.

ISSN 1988-5318

CULTURA Y MATEMÁTICAS

Meditaciones topológicas de Salvador Dalí

Frank Neumann
Universidad de Leicester (Reino Unido)
José Luis Rodríguez Blancas
Universidad de Almería

Salvador Dalí (1904-1989) fue un lector asiduo de libros y revistas científicas y a menudo intentaba plasmar en sus obras los hallazgos y teorías importantes del momento (véase [3, 5]).

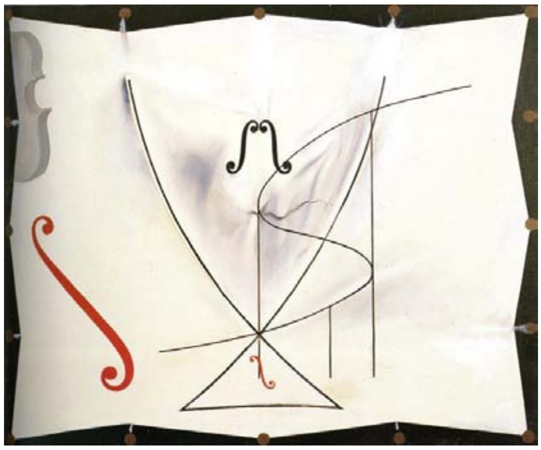
René Thom.
Fuente: Wikipedia

Así, entre muchas otras, se interesó por la teoría de catástrofes de su viejo amigo René Thom (1923-2002)[11], y que publicó en 1977 en un artículo titulado *Stabilité structurelle et morphogénèse* (véase [4]). Dalí afirmaba en una conferencia en 1979, en la Academia de Bellas Artes de Paris, en referencia a esta teoría de Thom, que era *«la más bella de las teorías estéticas»* [2].

La teoría de catástrofes estudia fenómenos modelados matemáticamente por sistemas dinámicos que tienen la propiedad de que alteraciones pequeñas en los parámetros iniciales, pueden provocar cambios bruscos al final. Esta brusquedad se debe a la existencia de singularidades o puntos críticos en las funciones algebraicas que aparecen en dichos sistemas.

En el mencionado artículo [4], Thom demuestra que cuando las funciones algebraicas del sistema dependen de, como mucho, 2 variables y 4 parámetros, entonces sólo pueden existir 7 tipos de puntos críticos o singularidades que son: *«el pliegue»* $y = x^3 + ax$, *«la cúspide»* $y = x^4 + ax^2 + bx$, *«la cola de golondrina»* $y = x^5 + ax^3 + bx^2 + cx$, *«el ombligo hiperbólico»* $z = x^3 + y^3 + y^3 + axy + bx + c$, *«el ombligo elíptico»* $z = x^3/3 - xy^2 + a(x^2 + y^2) + bx + cy$, *«la mariposa»* $y = x^6 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx$ y *«el ombligo parabólico»* $z = x^2y + y^4 + ax^2 + by^2 + cx + dy$. A pequeñas variaciones de los parámetros a, b, c y d las gráficas resultantes pueden cambiar totalmente (véanse por ejemplo los pliegues y cúspides en superficies de Witney [2] o [4]).

Dalí dedicó una serie a las catástrofes de Thom. El último cuadro que pintó en su vida fue *La cola de golondrina* en mayo de 1983. En él se cruzan la cola de golondrina y la cúspide produciéndose arrugas y una rotura catastrófica, adornados con signos musicales de la integral y un violoncelo. Se trata de la misma rotura que apareció antes en *Abducción topológica de Europa–homenaje a René Thom*.



La cola de golondrina (Serie de catástrofes), de Salvador Dalí, 1983

Dalí junto a su «cola de golondrina».
Fuente: www.daliphoto.com

En la obra de Dalí aparecen objetos blandos, objetos que se deforman con el paso del tiempo. Recordaréis por ejemplo sus famosos relojes blandos en *Persistencia de la memoria* de 1931. Pues en 1983 pinta *Contorsión topológica de una figura de mujer convirtiéndose en un violoncelo*, donde, inspirado por ideas sobre morfogénesis de Thom, busca el origen de la forma del violoncelo, mediante una deformación topológica que comienza en una figura femenina y termina en un violoncelo.

Contorsión topológica de una figura de mujer convirtiéndose en un violoncelo, Salvador Dalí, 1983

[11] Thom obtuvo la medalla Fields en 1958 por su teoría del cobordismo en topología algebraica.

ISSN 1988-5318

Referencias

[1] Teoría de catástrofes en Wikipedia[12].

[2] Étienne Ghys et Jos Leys, *Le pli et la fronce: Un théorem de Whitney*, (2009)[13].

[3] Rafael Pérez Gómez : *¿Paranoia o topología transcendental? Salvador Dalí, 100 años*. La Gaceta de la RSME, Vol. 7.3 (2004), Págs. 655–664.

[4] René Thom, *Stabilité structurelle et morphogénèse*, Interédition, París, 1977.

[5] Joan Úbeda, Susi Marqués, Eli Pons: *The Dalí Dimension - A Genius' Lifelong Obsession with Science*[14].

■

LA HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Mujeres pioneras de la Matemática española

Juan Núñez Valdés
Universidad de Sevilla

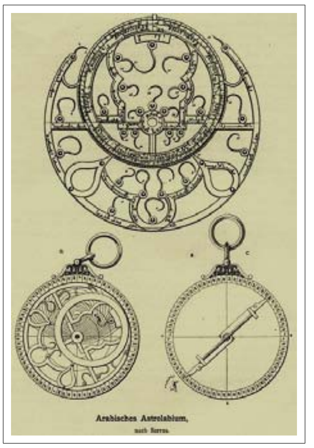
En este artículo se muestran las biografías de dos mujeres españolas nacidas con bastante anterioridad al siglo en el que nos encontramos, prácticamente desconocidas para la sociedad aunque muy relevantes en matemáticas, que pueden considerarse pioneras en el desarrollo actual de esta ciencia, si bien las escasas fuentes bibliográficas encontradas permiten asegurar la existencia de solo una de ellas. Unas brevísimas líneas biográficas sobre las mismas ya aparecen en un artículo anterior publicado en este mismo *Boletín* ([1], páginas 12 y 13). Estas dos mujeres, tratadas en orden cronológico, son las siguientes:

Fátima de Madrid

Sobre esta mujer existe una gran controversia en lo que se refiere a su existencia, dado que unas fuentes dudan de la misma, mientras que en otras se dan incluso datos de donde se encuentran conservadas sus publicaciones.

Para algunas fuentes, Fátima de Madrid simplemente no existió (véanse [3] o [2], página 191, por ejemplo). Sin embargo, para otras ([5], por ejemplo), Fátima de Madrid, nacida en Madrid, aunque no existe constancia de la fecha exacta de su nacimiento, fue hija del astrónomo, filósofo, polígrafo y matemático hispanoárabe Maslama al-Mayriti (cuyo nombre significa «hombre de Madrid»), nacido en esa ciudad a mediados del siglo X y fallecido en Córdoba entre 1007 y 1008, al que se le llegó a conocer como el «Euclides de España». Para Juan Vernet Ginés (arabista e historiador español), Maslama *«es el personaje más importante del mundo científico cordobés durante el califato y el padre de la posterior expansión y florecimiento de las Matemáticas en Al-Andalus»*.

Para esas fuentes, Fátima de Madrid fue una notable astrónoma musulmana del siglo X, que vivió presumiblemente en Córdoba en la época del Califato (que en ese siglo vivía momentos de gran esplendor), que trabajó junto a su padre en importantes investigaciones astronómicas y matemáticas, aprendiendo a medir la altura de los astros sobre el horizonte. Sobre estas observaciones escribió las conocidas *Correcciones de Fátima*. También hizo correcciones al *Almagesto* de Ptolomeo, tradujo junto a su padre los años persas a árabes y determinó las posiciones medias de los planetas para el primer día de la Hégira. Se les reconoce a ambos también los trabajos sobre calendarios, cálculos de las posiciones verdaderas del Sol, la Luna y los planetas, tablas de senos y tangentes, astronomía esférica, tablas astrológicas, cálculos de paralaje, eclipses y visibilidad de la Luna.



El astrolabio

Su obra titulada *Tratado del astrolabio*, acerca del uso de este instrumento, aún se conserva en la biblioteca del Monasterio del Escorial, contrariamente a *Las correcciones de Fátima*, obra que no puede ser encontrada en bibliotecas antiguas ni con ayuda de expertos archiveros.

Por todas estas ¿presuntas? razones, Fátima fue incluida en el calendario *«Astrónomas que hicieron historia»*, creado en el año 2009 con motivo del año internacional de la Astronomía (véase [5]).

No obstante, y desafortunadamente, no puede llegarse a una conclusión definitiva en esta enrevesada controversia sobre la existencia de Fátima, aunque su padre figurado, Maslama, sí está ciertamente reconocido como una figura histórica incuestionable.

María Andrea Casamayor y de la Coma

En la mayoría de las escasas fuentes que hablan de esta mujer no aparece ni siquiera la fecha exacta de su nacimiento (véanse [4] o [6], por ejemplo). En otras se indica que nació el año 1705, aunque todas ellas sí coinciden en señalar que nació en Zaragoza y en todas se dice también

[12] *en.wikipedia.org/wiki/Catastrophe_theory*.
[13] *images.math.cnrs.fr/Le-pli-et-la-fronce.html*.
[14] Documental disponible en *www.dalidimension.com/eng*.

ISSN 1988-5318

que María Andrea no fue propiamente una investigadora pero sí una mujer de ciencia y matemática, muy elogiada por sus contemporáneos.

El tiempo que le tocó vivir a María Andrea en Zaragoza fue el *«Siglo de las Luces»*, en el que la Ilustración trajo significados avances en política y especialmente en cultura. Así, la preocupación de María Andrea era educar a la población con sus libros. En aquella época era imposible para los ciudadanos tener un texto donde aprender las cuatro reglas básicas de la aritmética porque sólo había enormes tratados que no estaban a su alcance. María Andrea quiso entonces poner remedio a esto con la publicación de sus libros. No obstante, debido a las exigencias de la época, en la que a las mujeres no les estaba permitido desarrollar la mayor parte de las funciones propias del varón, María Andrea tuvo que firmar esos libros con un nombre masculino, eligiendo el de Casandro Mames de la Marca y Airoa, que era una especie de anagrama de su nombre (obsérvese que ese nombre y apellidos masculinos se podía escribir exactamente con las mismas letras que el suyo propio).

Dos son sus principales libros, de gran importancia sobre aritmética. El primero se titula *Tirocinio Aritmético, instrucción de las cuatro reglas llanas que saca a la luz Casandro Mames de la Marca y Airoa*. Fue impreso en el año 1738 y en él, María Andrea, además de enseñar las reglas básicas de la aritmética, sumar, restar, multiplicar y dividir de una manera sencilla y accesible para todos hace también una relación muy valiosa de todos los pesos y medidas de Aragón y de sus diferentes localidades en el siglo XVIII, lo que suponía una gran dificultad porque muchas comarcas tenían sus propias medidas. Este manual estuvo dedicado a la Escuela Pía en su colegio de Santo Tomás de Zaragoza.

Su segundo libro es el *El parasisolo de Casandro Mames de la Marca y Airoa. Noticias especulativas y prácticas de los números*, aunque ella no llegó a publicarlo, siendo sus herederos quienes divulgaron el manuscrito. En él, un manuscrito de 109 hojas, de las que se indica que *«son muchas las cuentas, cálculos, sumas y reglas que se dan en dicho escrito...»*, María Andrea demuestra sus profundos conocimientos matemáticos al mostrar distintas aplicaciones matemáticas en la vida cotidiana, en particular prácticas de los números, uso de las tablas de raíces, y reglas generales para responder a algunas demandas que en dichas tablas se resuelven sin álgebra. Esta obra está considerada como un importante estudio de aritmética aplicada y acercamiento de la aritmética a las clases populares. Sin embargo, actualmente esta obra está perdida.

Después de su segundo libro, no se encuentra ningún otro rastro de su vida, salvo que vivió en la calle zaragozana «de la Coma» (quizá a la que ella misma o su propia familia dieron el nombre), actual «Forment». Sí se conocen, no obstante, algunos datos de su muerte, que ocurrió el 24 de octubre de 1780 (esta fecha da cuenta de su gran longevidad, pues vivió 75 años, tiempo muy superior a la vida media de las mujeres en la España del siglo XVIII). Fue enterrada en la iglesia del Pilar.

María Andrea Casamayor y de la Coma es actualmente algo conocida por la sociedad por varios hechos: María José Casado ha publicado un libro de biografías titulado *Las Damas del Laboratorio* en el que la incluye. El programa L'OREAL-UNESCO *«For Women In Science»*, dedicado a sacar a la luz historias de mujeres que han dedicado y dedican su vida a la investigación, ha organizado una exposición itinerante que ha recorrido gran parte de nuestra geografía, y aún la recorre, titulada *«La estirpe de Isis. Mujeres en la historia de la ciencia»* con la intención de dar visibilidad y protagonismo a las mujeres investigadoras que han ejercido su trabajo durante toda la historia, cuyo trabajo y esfuerzo se ocultó sistemáticamente. Entre ellas se encuentra María Andrea.

Rótulo del bloque de viviendas dedicado a Andrea, en Zaragoza

Decir finalmente que en su honor se va a rotular, próximamente, con su nombre una calle de Zaragoza, ciudad en la que vivió, y en la que actualmente existe un bloque de viviendas con su nombre.

Referencias

[1] Casado, María José (2012).*Las descubridoras. Mujeres científicas que cambiaron el mundo*, Bol. titul. mat. UAL, vol. 5 (2), 11-13.

[2] Marín, Manuela (2011). *«Arabismo en Madrid»*, en Daniel Gil Flores (ed.), *De Maŷrit a Madrid. Madrid y los árabes, del siglo IX al siglo XXI*, Madrid/Barcelona: Casa Árabe/Lunwerg.

[3] Requena Fraile, Ángel[15].

[4] *El Periódico de Aragón*[16] (Sobre María Andréa Casamayor).

[5] Tomado de *«Calendario Astrónomas que hicieron historia»* (2009)[17].

[6] Sobre Andrea Casamayor[18].

■

[15] Recuperado de *www.andalucia.cc/viva/mujer/vidas/fatima_de_madrid.htm*.
[16] *www.elperiodicodearagon.com/noticias/aragon/la-mujer-que-nos-acerco-a-ciencia_493331.html*.
[17] *www.astronomia2009.es/Documentos/ELLA/Calendario_Astronomas_alta-resolucion.pdf*.
[18] *www.geocities.ws/fqportada/Mujeres/Casamayor.pdf*.

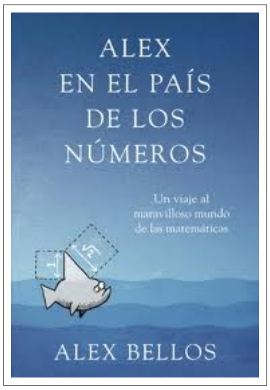
ISSN 1988-5318

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Alex en el país de los números.

Un viaje al maravilloso mundo de las matemáticas.

Alex Bellos



Ficha Técnica
Editorial: Grijalbo
587 páginas
ISBN: 978-84-253-4546-6
Año: 2011

En la contraportada de este libro aparece la frase *«El primer libro de matemáticas que no podrás dejar de leer»*. En este caso, no puedo por menos que dar la razón al publicista que ha diseñado este lema, pues he de reconocer que es exactamente lo que me ha pasado; comencé a leerlo con la esperanza de encontrarme con un buen libro de divulgación matemática y me encontré que, además de ser un buen libro divulgativo, está escrito de forma que el lector queda atrapado en sus redes y se resiste a dejar de leer.

Alex Bellos, matemático y filósofo de formación y periodista de profesión presenta en este libro un paseo por las matemáticas de una forma amena entroncandolas con diferentes aspectos de la vida cotidiana y, en muchos casos, proporcionando anécdotas históricas, algunas muy populares, otras no tanto, que hacen que la comprensión de los conceptos matemáticos sean accesibles a todos los públicos. En particular, me parece muy sugerente la experiencia con ciertas tribus amazónicas que no disponen de vocablos para nombrar los números superiores a cinco y, en consecuencia, no poseen el concepto numérico más allá de esa cantidad, lo que hace plantearse cuales son las capacidades numéricas innatas y cuales las adquiridas por nuestra cultura.

El libro está organizado en capítulos que pueden leerse de forma independiente, aunque su ordenación está hecha de tal forma que es recomendable hacerlo secuencialmente, pues hay cierta cronología en su narración.

Sería complicado resumir en esta breve reseña los temas tratados en este libro, pues se abordan conceptos de muchas ramas de las matemáticas, incluso algo tan sorprendente —y reconozco que desconocido por mí— como las *«matemáticas védicas»*, en las que se mezcla la filosofía y espirtualidad hindú con las matemáticas.

En resumidas cuentas, nos encontramos con un libro totalmente recomendable para todo tipo de público que quiera acercarse a las matemáticas y, cuya lectura, especialmente amena, no necesita de conocimientos matemáticos previos.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Acertijos

¿Cuántos pintan?

Un equipo de trabajadores recibe el encargo de pintar dos viviendas idénticas. Concluyen su tarea en tres jornadas completas con el siguiente plan de trabajo:

- **Primera jornada:** la totalidad de los miembros del equipo se concentra en la primera vivienda.
- **Segunda jornada:** la tercera parte del equipo en la primera vivienda y el resto en la segunda.
- **Tercera jornada:** trabajan cuatro personas en la segunda vivienda y el resto descansa.

¿De cuantos pintores consta el equipo?
(En el próximo número aparecerá la solución).

Solución al acertijo del número anterior

El acertijo consistía en localizar todos los números de seis cifras que cumplen la siguiente propiedad: el número obtenido al suprimir el último dígito y colocarlo delante del primero es la tercera parte del original.

Supongamos que $x = abcdef$ verifica la citada propiedad:

$$fabcde = \frac{abcdef}{3}.$$

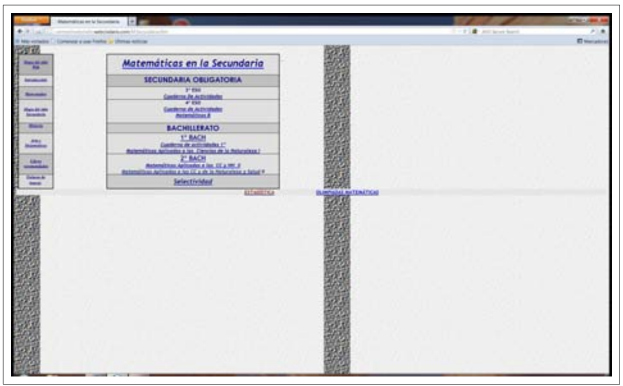
Entonces $abcdef = 3fabcde$ y, si ponemos $v = abcde$, la ecuación precedente puede expresarse en la forma

$$10v + f = 3(10^5 f + v).$$

Por tanto, $7v = 299\,999f$ y, por lo tanto, $v = 42\,857f$. Teniendo en cuenta que v es un natural de cinco cifras es inmediato que $f \leq 2$. Descartamos el caso $f = 0$ (pues para tal valor de f se tiene también que $v = 0$ y, en consecuencia $x = 0$, que no es un natural de seis cifras como se nos ha pedido). Así pues, $f = 1$ o $f = 2$. En el primer caso $v = 42\,857$ y en el segundo, $v = 85\,714$. Puesto que $x = 10v + f$ obtenemos finalmente que $x = 428\,571$ o $857\,142$. Estos son por tanto los únicos naturales que cumplen las condiciones exigidas.

Páginas web de interés

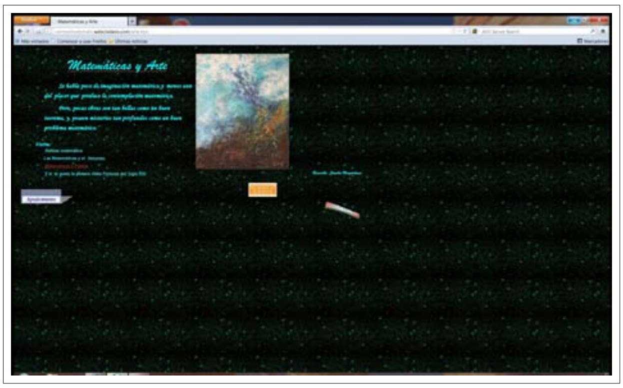
carmesimatematic.webcindario.com



carmesimatematic.webcindario.com/Bienvenidos.htm

Hay varios centros de Enseñanza Secundaria y de Bachillerato que cuentan con el mantenimiento y creación de páginas web sobre matemáticas como actividad para sus alumnos. En estos casos, prima el contenido sobre la forma o la belleza plástica. Es el caso de la página web del Instituto Jorge Juan de Alicante *Bienvenidos a matemáticas para todos*, realizada por alumnos de Informática de 4.º de ESO.

Se presenta un mapa de toda la educación Secundaria y del Bachillerato y numerosos ejercicios muy bien organizados por temas, cursos y dificultad. Se han seleccionado y expresado de forma divulgativa y aplicada, buscando la conexión entre mundo y problemas reales con las ciencias matemáticas. También se exhibe una batería de ejercicios de mayor complejidad cuyo fin es profundizar en determinados asuntos. Existen enlaces a páginas donde se pueden realizar ejercicios interactivos sobre muchos conceptos matemáticos que ayudarán a los estudiantes a comprender mejor las ideas y mecanismos de resolución de muchos problemas planteados. También hay lugar para la Historia de las matemáticas o su relación con el arte.

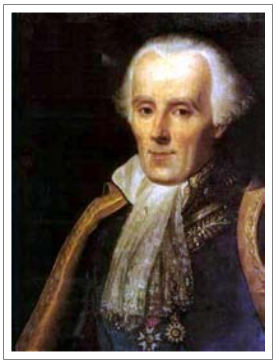


La información referente a cada apartado es actualizada y revisada por los nuevos alumnos cada curso. Hay puntos de enlace con otros lugares virtuales de información similares, una sección dedicada a libros recomendados para temas concretos y un foro para matemática en el siglo XXI que mantiene viva en cada momento la página.

Reseña de José Carmona Tapia
Reseña de José Escoriza López
Universidad de Almería

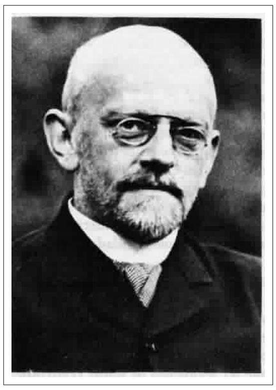
Citas Matemáticas

«Es un hecho destacable que una ciencia que empezó analizando juegos de azar, acabe convirtiéndose en el más importante objeto del conocimiento humano».



Pierre Simon, Marqués de Laplace (1749-1827), astrónomo, físico y matemático francés.

«¡El infinito! Nunca ningún otro asunto ha movido tan profundamente el espíritu del hombre».



David Hilbert (1862-1943), matemático alemán.

ISSN 1988-5318

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

El número estuπendo

Francisco Carlos del Pino Gallardo
Alumno del Grado en Matemáticas
Universidad de Almería

Todos conocemos el número *pi*, pero, ¿cómo se calcula *pi*? Como sabes *pi* es el cociente del perímetro de cualquier circunferencia y de su diámetro. Este número se representa por la letra griega π, que es la letra inicial de la palabra griega περίμετρος, que significa perímetro. El método usual de calcular π es dibujar polígonos regulares que queden lo más próximo al contorno de la circunferencia.

El número π tiene una gran historia a sus espaldas y grandes civilizaciones han logrado importantes avances en su cálculo. Ya en el Antiguo Egipto (2500 a. C.) se consiguió una aproximación bastante certera, como se puede observar en la pirámide de Keops, cuya base es de 230,38 metros de longitud y una altura de 146,6 metros; tomando dos veces la longitud de la base y dividiendo por su altura obtenemos el valor 3,14297. Este valor de π se mantuvo hasta la era Babilónica (1600 a. C.).

En la ciudad de Susa se encontró una tablilla en la que se plantea encontrar el radio de un círculo en el cual se inscribe un triángulo isósceles de lados 50, 50, 60. Aplicando el *teorema de Pitágoras*, obtenemos que ese radio es 31,25.

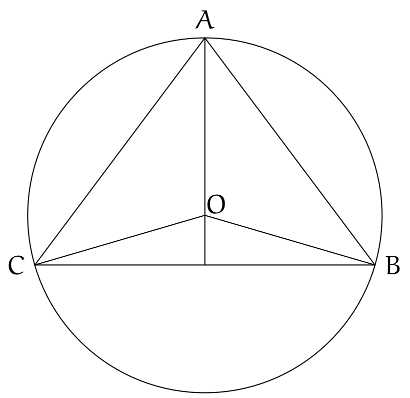


Diagrama de la tablilla hallada en la ciudad de Susa

Con estos conocimientos los babilonios fueron capaces de formar una tabla que contenía la relación entre un círculo y los perímetros de los polígonos inscritos. A mayor número de lados del polígono, mejor es la aproximación que se consigue entre el perímetro del círculo con el de su polígono inscrito. Así, los babilonios consiguieron una aproximación de la relación entre el perímetro del círculo y su diámetro, es decir de π, que es de 3 y $\frac{1}{8}$, o sea $\pi \approx 3{,}125$.

En Europa, destacamos al genio Arquímedes (s. III a. C.) que sabía que π estaba entre $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$ con un error relativo del 0,024 % y 0,040 %.

En China (s. V d. C.), veremos la mejor aproximación de π, ya que el gran astrónomo chino, llamado Tsu Ch'ung Chi (430-501), calculó que π se acerca enormemente a $\frac{355}{113}$. En Occidente, hubo que esperar 1000 años para llegar a la aproximación del astrónomo Tsu Ch'ung Chi.

Destacamos en la Edad Media a Al Kashi (1380-1429) que elaboró un tratado sobre la circunferencia donde determinó 14 dígitos del número con una magnífica precisión.

En la Edad Moderna, Ludolph Van Cenlen (1540-1610) descubrió 35 dígitos del número π, por ello π fue conocido durante tiempo como la *constante de Ludolph*. Johan Heinrich Lambert (1728-1777) probó que π es un número irracional.

Durante el s. XVII los matemáticos empezaron a desarrollar algoritmos para el cálculo de π. Por ejemplo:

- Algoritmo de Wallis: $\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \ldots}{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \ldots}$.
- Algoritmo de Leibniz: $\frac{\pi}{8} = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \ldots$
- Algoritmo de Euler : $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{n^2} + \ldots$

En la Edad Contemporánea, William Shanks (1812-1882) obtuvo 707 dígitos del número, pero D.F. Ferguson descubrió un error en sus resultados por lo que solo eran correctos los 527 primeros decimales.

Ferdinand Lindemann (1852-1939) investigó a π mediante el problema de la cuadratura del círculo y lo denominó como número trascendental, es decir, que el problema de la cuadratura del círculo no tiene solución.

La historia del número π abarca desde Mesopotamia hasta la era computacional, aquí solo se recogen los datos más significativos.

Algo curioso acerca de π es que se realizan concursos de memorizar dígitos del número; actualmente el récord lo ostenta el colombiano Jaime García con 150 000 dígitos, que superó al anterior tras tres días seguidos escribiendo.

El dígito dos mil billones o último dígito hallado de π, un cero, fue calculado por el investigador de *Yahoo!* Nicholas Sze. ■

ISSN 1988-5318

Responsables de las secciones

- Actividad Matemática en la UAL
    - *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
    - *Entrevistas e investigación*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Juan José Moreno (balcazar@ual.es).
    - *Foro abierto y preguntas frecuentes*: María Gracia Sánchez-Lirola (mgsanche@ual.es). Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
- De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria:
    - *Experiencias docentes*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es), Miguel Gea (miguel.gea.linares@gmail.com) y Miguel Pino (mpinomej@gmail.com).
    - *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es) y Cándida Hernández (candihernandez@hotmail.com). Colaboradora: Johanna Walsh (Cardiff, UK).
- Divulgación Matemática
    - *La Historia y sus personajes*: Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
    - *Problemas de interés*: Alicia Juan (ajuan@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
    - *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
    - *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
    - *Cultura y Matemáticas*: José Ramón Sánchez (jramon_sg@hotmail.com) y José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es).
    - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Fernando Reche (freche@ual.es) y Antonio Morales (amorales@ual.es).
    - *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).
    - *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
    - *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
    - *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).
- Territorio Estudiante: Laura Martín (lmartinvalverde@gmail.com), Macarena Cristina Molina (pirista_mmg@hotmail.com, Beatriz Navarro (beatriznavic@gmail.com) y Paula Pérez (perezlopezpau@gmail.com).

ISSN 1988-5318