Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen VII. Número 3 — 29 de abril de 2014

Emma Castelnuovo

Emma Castelnuovo

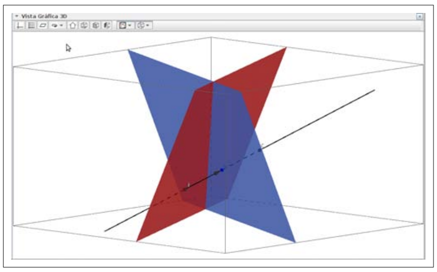
El fallecimiento de la matemática italiana Emma Castelnuovo nos ha sorprendido durante la maquetación de este nuevo número del Boletín.

Para esta edición habíamos planificado un artículo dedicado a ella que, desgraciadamente, nos va a servir para homenajear la figura de esta mujer luchadora que dedicó su vida a las matemáticas y, sobre todo, a trasmitirlas a las jóvenes generaciones.

Nuestras compañeras y editoras de la sección *Mujeres y Matemáticas*, Isabel Ortiz y Maribel Ramírez, glosan brevemente en este artículo la amplísima trayectoria, tanto personal como profesional, de Emma Castelnuovo.

(Artículo completo en la página 11)

Geometría en el espacio



El uso de las TIC se está generalizando en el aula de matemáticas. Uno de los recursos más atractivo desde el punto de vista geométrico es el programa *GeoGebra*.

Se trata de un programa de libre distribución y se encuentra disponible para diferentes sistemas operativos. Permite presentar algunos aspectos matemáticos de una manera sencilla y realista.

En este artículo el profesor del *IES Fuentenueva*, Miguel Pino, describe su experiencia docente en la asignatura *Matemáticas II* de 2.º de *Bachillerato* con el apoyo de este software.

(Artículo completo en la página 6)

Editorial

En octubre de 2008 convocamos la primera edición del *Concurso de resolución de problemas*, han transcurrido casi seis años y dieciocho números del Boletín. A lo largo de este tiempo han sido muchos los estudiantes premiados, algunos de ellos cursan el Grado en Matemáticas en la Universidad de Almería.

A todos ellos nuestra enhorabuena y nuestro agradecimiento a sus profesores del instituto por inculcarles la pasión por las matemáticas.

José Bretones (izda.) y Miguel Ángel Fernández, los recientes ganadores

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

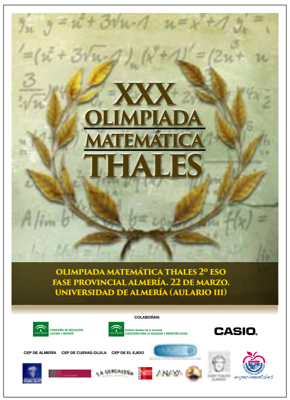
Isabel María Ortiz Rodríguez
iortiz@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

XXX Olimpiada Matemática Thales



Cartel anunciador

Continuando en la línea de apoyo a la celebración de las olimpiadas matemáticas para el alumnado preuniversitario, la comunidad matemática de la Universidad de Almería acogió el 22 de marzo las pruebas de la fase provincial de la *XXX Olimpiada Matemática Thales*.

Participaron 353 estudiantes, acompañados de 62 profesores que fueron recibidos por el vicedecano de la *División de Ciencias* de la *Escuela Politécnica Superior y Facultad de Ciencias Experimentales*, Enrique de Amo, y por el delegado provincial de la *SAEM Thales*, Juan Francisco Guirado, encargados de coordinar la jornada.

Foto de familia con los estudiantes ganadores en la fase provincial de la olimpiada

La entrega de premios tuvo lugar el 26 de abril en la Universidad de Almería. De los 20 ganadores de la fase local, 5 representarán a Almería en la fase regional que se celebrará en Málaga del 13 al 17 de mayo, cuyos nombres se dieron a conocer en la ceremonia de entrega junto al del ganador del *XII Premio Provincial «Paco Anillo»*. A su vez, de los 42 alumnos que competirán en Málaga en pruebas individuales y por equipos, 6 representarán a Andalucía en la fase nacional, que tendrá lugar en Barcelona a finales del mes de junio.

Viernes científicos

El 25 de abril, Marta Macho Stadler, profesora del *Departamento de Matemáticas* en la *Facultad de Ciencia y Tecnología* de la *Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea*, impartió la conferencia titulada *Buscando matemáticas en la biblioteca* dentro del ciclo de los *Viernes Científicos* [1].

Marta Macho Stadler

La ponente hizo gala de su amplia experiencia divulgativa (*www.ehu.es/~mtwmastm*) y nos deleitó realizando un paseo por una biblioteca: eligiendo libros de diferentes épocas y estilos, buscando las matemáticas de sus letras y sus formas, observando la lógica, la aritmética, la geometría, la combinatoria, la topología, el álgebra, la criptografía... que se encuentran en algunas novelas, libros de poesía, cómics, piezas de teatro, cuentos...

[1] Más información en *www.viernescientificos.org*.

Proyecto AMiDST

La Universidad de Almería se sitúa en la cima de la investigación europea en la analítica escalable de datos gracias al *Proyecto AMiDST* (Analysis of Massive Data Streams) en el que participan también universidades de Dinamarca y Noruega, además de cuatro socios comerciales: *Cajamar*, los alemanes *Daimler* –fabricantes de los vehículos de la marca *Mercedes*–, *Hugin Expert* –líder mundial en el desarrollo de sistemas inteligentes– y *Verdande Technology* –dedicada a la monitorización de prospecciones petrolíferas–.

Presentación del proyecto por parte de Antonio Salmerón (izda.) junto con el Vicerrector de Investigación, Desarrollo e Innovación, Javier de las Nieves

El objetivo del proyecto es dotar a todas estas empresas de las herramientas de software necesarias para obtener información útil para la toma de decisiones a partir de grandes volúmenes de datos. De forma específica, el equipo de la Universidad de Almería liderado por el profesor Antonio Salmerón desarrollará, entre otras tareas, un software para *Cajamar* que mejorará la predicción del riesgo en operaciones de crédito.

ISSN 1988-5318

Noticias matemáticas

Premio Abel 2014

Yakov G. Sinai

La *Academia Noruega de Ciencias y Letras* ha concedido el *Premio Abel* de este año a Yakov G. Sinai, investigador ruso de la Universidad de Princeton (EE. UU.) y del Instituto Landau de Física Teórica (Rusia), por *«sus contribuciones fundamentales a los sistemas dinámicos, la teoría ergódica y la física matemática»*. El galardón, considerado el Nobel de las matemáticas y dotado con unos 800 000 euros, reconoce a matemáticos por todas las contribuciones realizadas durante su vida, al contrario que las *Medallas Fields* que premian a matemáticos menores de 40 años.

Carnaval de Matemáticas dedicado a Klein

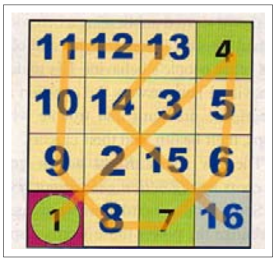
Felix Klein

El 25 de abril de 1849 nació el matemático alemán Felix Klein, bien conocido por inventar la famosa «botella» que lleva su nombre. Y como no podía ser de otro modo, el blog de *Juegos Topológicos* alberga la *Edición* 5.3 *Felix Klein* del *Carnaval de Matemáticas*, entre el 25 y 30 de abril.

Invitamos a nuestros lectores a que se unan a esta gran fiesta matemática virtual, enviando artículos divulgativos, experiencias, una simple fotografía o chistes, o cualquier aportación que haga referencia a las matemáticas.

Hidato

Se trata de un nuevo rompecabezas lógico que, según el *New York Times*, puede llegar a ser el sucesor del *Sudoku*. El *Hidato* ha sido creado por Gyora Benedek, un matemático israelí.



Hidato resuelto

Las reglas del juego son muy sencillas de aprender, sin embargo, es increíblemente complicado de resolver, por tanto, se trata de un buen reto para entrenar la mente. La mecánica del *Hidato* consiste en rellenar las casillas vacías con los números naturales, ordenados de tal modo que los números consecutivos se toquen [2].

Actividades SAEM Thales Almería

La delegación provincial en Almería de la *SAEM Thales* tiene programada la realización de las siguientes actividades: *Desafío Matemático Thales 2014* para quinto y sexto de Educación Primaria, las inscripciones se pueden realizar del 16 de abril al 8 de mayo y la prueba se realizará online el 14 de mayo; *ESTALMAT 2014* para alumnos nacidos en 2000, 2001 y 2002, la prueba de aptitud tendrá lugar el 7 de junio [3].

Nos visitaron...

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Berke Kalebogaz, de la Hacettepe University (Turquía); Joachim Rosenthal, del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Zúrich (Suiza); Joaquín Abellán, de la Universidad de Granada y Maxim Yattselev, del Departamento de Ciencias Matemáticas de Indiana University-Purdue University Indianapolis (EE. UU.).

Preguntas frecuentes

¿Qué me puedo encontrar en el Grado en Matemáticas?

En general, una idea muy extendida en nuestra sociedad es que los estudios de matemáticas consisten en hacer cálculos y saber manejarse bien con los números. Evidentemente se trata de mucho más.

Hay un salto entre las matemáticas que se ven en bachillerato y las que nos vamos a encontrar a lo largo de un título de matemáticas. El estudiante debe enfrentarse a problemas teóricos de razonamiento, no sólo de cálculo analítico, e ir desarrollando durante la realización de estos estudios un espíritu crítico constructivo, así como una capacidad de razonamiento y abstracción que le permitan aplicar técnicas y herramientas matemáticas en la

[2] Más información en *www.microsiervos.com/archivo/puzzles-y-rubik/hidato-rompecanezas-logico.html*.
[3] Más información en *thales.cica.es/almeria* y *thales.cica.es/estalmat*.

 ISSN 1988-5318

formulación y resolución de problemas.

Es en este proceso donde verdaderamente se descubre la belleza de las matemáticas y se disfruta con ellas, cuando uno experimenta satisfacción mientras aprende, explora o trata de entender algo nuevo. Más aún cuando se llega a ser consciente del papel que desarrollan las matemáticas en la sociedad en problemas cotidianos de la vida real, así como en otras ciencias e ingenierías. Un estudiante con inquietudes, motivado, disciplinado y trabajador, al que le gusten las matemáticas verá recompensado su esfuerzo.

¿Qué son las prácticas externas?

Son las actividades formativas que permitirán al estudiante integrar, desarrollar y aplicar en un entorno no estrictamente académico, los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en los estudios de grado, preparándole para el ejercicio de actividades profesionales y facilitando su incorporación al mercado de trabajo. En definitiva, se trata de realizar en un centro o empresa ajeno a la universidad, las actividades que le encomiende la empresa con una finalidad formativa para el estudiante.

La Universidad de Almería se encarga de gestionar y hacer de intermediaria en la firma de acuerdos de colaboración con empresas, entidades e instituciones dirigidos a la incorporación de estudiantes en prácticas de forma temporal mediante la formalización del correspondiente convenio de cooperación.

En el título de Grado en Matemáticas de la Universidad de Almería las prácticas externas constituyen una asignatura de 4.º curso, de carácter obligatorio y 6 créditos, debiendo el estudiante realizar 120 horas en el centro de trabajo. Para poder matricularse, el estudiante debe haber superado 168 créditos de los 240 de los que consta el grado.

¿Qué es el trabajo fin de grado (TFG)?

Es una asignatura que un estudiante debe superar en el último curso de cada título de grado. En el Grado en Matemáticas de la Universidad de Almería consta de 12 créditos y el objetivo de la misma es profundizar en algún tema abordado durante el grado en el sentido amplio de la expresión.

En este grado los contenidos pueden ser: la profundización en temas matemáticos concretos de carácter teórico o práctico, o proyectos de aplicación de las matemáticas. El estudiante debe realizar de forma individual, bajo la supervisión del director/es asignado/s, un proyecto, memoria o estudio, en el que aplique y desarrolle los conocimientos adquiridos. El TFG está orientado a la evaluación de las competencias asociadas al título y concluye con la defensa del mismo.

Antes del 31 de diciembre de cada curso académico, la *comisión docente* del programa correspondiente aprueba y hace público un listado con los temas que los estudiantes pueden elegir para realizar el TFG, los directores, el número de estudiantes que pueden escogerlo, los criterios de asignación, y unas normas básicas de estilo, extensión y estructura del mismo.

Con arreglo a los criterios establecidos, se asigna a cada estudiante el director y el tema del TFG. Esta adjudicación tendrá una validez máxima de dos cursos académicos, pasados los cuales se procede a una nueva, sin perjuicio de la exigencia de la matrícula anual correspondiente.

Para poder matricularse en el TFG del Grado en Matemáticas el estudiante debe haber superado 168 créditos. Para poder defenderlo debe haber superado al menos 192 créditos.

¿Qué salidas profesionales tiene un titulado en matemáticas?

Además de la carrera docente, el abanico empresarial es bastante amplio, destacando empresas financieras, informáticas, consultoras, administración pública, etc.

La rápida inserción laboral de los egresados en matemáticas está contrastada en diferentes estudios. En 2013 la consultora de trabajo estadounidense *CareerCast.com* incluye la profesión de matemático en sus diversas vertientes entre las mejores de EE. UU. Entre los aspectos valorados se encuentran el sueldo y la demanda laboral futura.

Por otra parte, según los datos que nos aporta el *Instituto Nacional de Estadística* (INE), *matemáticas y estadística* se encuentran entre las profesiones con menos paro en España, ocupando el segundo lugar con una tasa de ocupación del 75,25 %.

EXPERIENCIA DOCENTE

Matemáticas en 3D

José Antonio Mateo Delgado
Francisco Lirola Gutiérrez
IES Emilio Manzano (Laujar de Andarax, Almería)

Desde que comencé en la docencia de las matemáticas hay tres aspectos que me atormentan; el orden de las operaciones, el cálculo con enteros y el cálculo elemental (principalmente restas y divisiones). Estos tres elementos son vitales para el desarrollo matemático del estudiante. La falta de dominio de estos factores suele estar detrás de los estudiantes con dificultades; les provoca un fracaso reiterado en todo lo que abordan, con la consiguiente frustración, desánimo, y rechazo a cualquier experiencia matemática. Una vez que los llega a interiorizar correctamente, su potencial en el campo de las matemáticas suele no tener fin.

Como docente fracaso año tras año, lo que genera un

ISSN 1988-5318

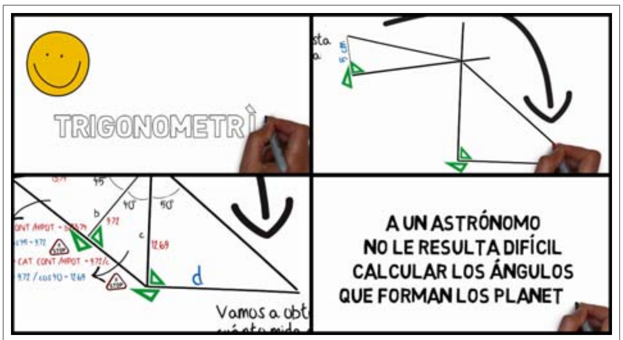
sinfín de dudas alrededor de mi labor. Tras diez años de escolarización obligatoria, incluso más si han repetido, muchos alumnos abandonan la ESO con serias carencias en matemáticas, que arrastran en estudios posteriores, o que los apartan de la vida académica. Pero mi fracaso no es solo privado, sino que es compartido con multitud de docentes con los que he tenido la oportunidad de conversar. Y también debe de ser el fracaso de los medios que usamos, principalmente de los libros de texto, realizados por equipos de profesionales altamente cualificados. ¿Por qué?

Esos procesos tienen un denominador común que dificulta su asimilación; no son procesos «planos», que se realicen de izquierda a derecha, de arriba abajo, como cuando se escribe o se lee. Son procesos que exigen a menudo comenzar por la derecha (restas), por el centro (orden de las operaciones), volver atrás para reflexionar (regla de los signos), o algoritmos más complejos en los que alternas giros en todas las direcciones (división). Todo ello es difícil de mostrar en un formato estático, que siempre intentaremos abordar de izquierda a derecha y de arriba abajo.

Es por ello que llevo años intentado realizar vídeos al respecto. En todos los formatos que había trabajado, había tenido resultados muy frustrantes; tanto por su escaso atractivo, como por el mareante efecto que producía la aparición de textos en cualquier lugar de la pantalla sin previo aviso.

A todo ello le encontré solución recientemente al conocer *Sparkol VideoScribe*. Este programa de vídeo-presentaciones lo humaniza todo con una simple mano que escribe los textos e introduce las imágenes; pero, sobre todo, esa mano es el puntero indispensable que requiere toda exposición.

El resultado es un verdadero docente en pantalla, que realiza una presentación impecable, con el ritmo que deseemos; que podemos ver tantas veces como queramos; a quien le podemos pedir que nos repita cualquier parte una y otra vez, o simplemente que se detenga en determinado momento. Eso es lo que podríamos entender como la tercera dimensión imposible de reflejar en un libro; la temporal. Cada elemento aparece en su orden correcto, en el momento oportuno, donde corresponde.



Fotogramas del vídeo Trigonometría I

Como muestra podemos ver una breve secuencia de fotogramas de mi vídeo *Trigonometría I*. Se trata de un breve ejercicio de dibujo técnico para enlazar dos segmentos distantes con cuatro triángulos rectángulos, para calcular la medida de uno de ellos, una vez conocida la del otro, con ayuda de las razones trigonométricas. Un ejercicio que me encantaba hacer en la pizarra, con unas herramientas penosas, con bastante esfuerzo, y que ahora puedo mostrar a los alumnos en un formato espectacular. Sería prácticamente imposible reflejarlo en un libro.

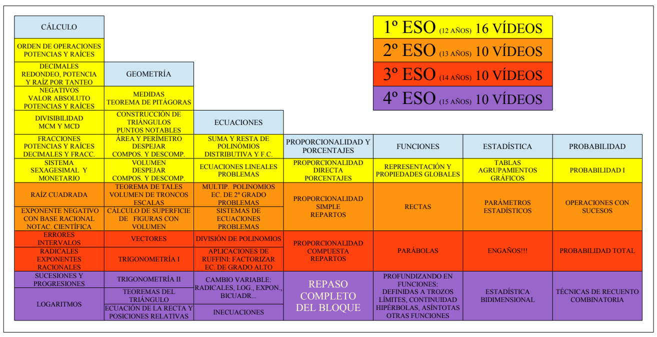
Pero no acabarían aquí las ventajas de tener una videoteca matemática completa. Hace años que los alumnos de nuestra comunidad carecen de los libros de los años anteriores, lo que dificulta que puedan repasar o recuperar los contenidos previos.

De repente, se nos abre la posibilidad de ofrecerles todos los contenidos anteriores en un formato atractivo y completamente gratuito, en internet o en una simple tarjeta de memoria de diez gramos. Un libro de 4.º de ESO tan solo nos podrá mostrar un breve resumen introductorio de los contenidos de 1.º, 2.º y 3.º al principio de cada tema. Ahora podemos ofrecer a los alumnos todo ese material, tal y como lo aprendieron en su día.

Respecto a la atención a la diversidad, tiene un potencial tremendo. Ya no es solo que el alumno tenga la misma explicación de su profesor para ver en casa mil y una veces. También la tienen sus padres si desean ayudarlo, o el profesor particular si lo requiriera. Y en el aula te permite trabajar a distintos niveles si fuera necesario; unos alumnos atenderían a la pizarra digital, mientras otros realizarían otro tipo de tareas en la pizarra tradicional.

Y a todo esto, añadimos la posibilidad de que el profesorado interaccione y comparta sus materiales, sus métodos y sus matemáticas. Porque es así, no hay dos matemáticos iguales. Todos nos hemos nutrido de decenas de profesores que nos han inculcado diversos métodos y enfoques, que nos han marcado de una manera determinada. Todos tenemos distintas formas de enseñar los mismos conceptos.

La realización de vídeos tutoriales no solo permite al docente escoger para sus alumnos los métodos más sencillos y significativos que haya aprendido durante su vida académica y profesional, sino que además le permite compartirlos con los demás y aprovechar los materiales realizados por otros docentes.



Programación de los vídeos

Y por supuesto, nos abre la posibilidad de interaccionar con los compañeros. Si no fuera por mis compañeros del Departamento de Lengua, no habría podido reflejar el mensaje exacto que deseo trasmitir con la calidad que ellos me pueden aportar. Se nos abre la posibilidad de formar equipos de trabajo para elaborar materiales interdisciplinares que serían muy complicados y costosos crear en otros formatos. Todo ello con las licencias que queramos tomarnos, a nuestro propio estilo, con nuestros guiños, y personalizado para nuestros alumnos.

Para el próximo trimestre les he pedido a los alumnos de tres cursos que dejen sus libros en casa. Comienzo una nueva etapa con la ilusión de no volver atrás, pero consciente de los fracasos acumulados. Por ahora, las experiencias previas han sido muy positivas. Ver las caras de asombro de los alumnos, cómo te preguntan si lo has hecho tú, si es tu mano, o sus simples comentarios, ya hacen que haya merecido la pena el esfuerzo hasta el momento. El próximo curso espero tener los 36 vídeos de 1.º, 2.º y 3.º de ESO ya finalizados, con sus correspondientes fichas de trabajo. La posibilidad de secuenciar los contenidos de la ESO de la forma en que lo concibo era uno de mis objetivos prioritarios. Ya no hay Tema 1, Tema 2... A partir de ahora, puedo secuenciar a mi gusto, en función de la experiencia de años anteriores.

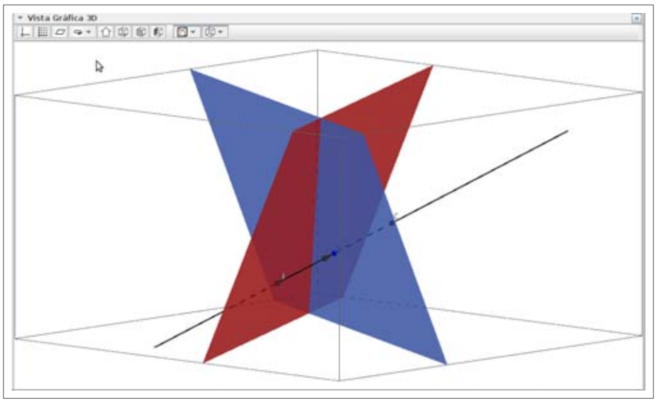
Invito a todos a visitar mi blog, en *mateomaticas.com*, no solo con el objetivo de que vean mis vídeos, sino con la ilusión de que vean lo que ustedes pueden hacer. Con la ilusión de que seamos pronto cientos de docentes los que elaboremos vídeos tutoriales, de problemas resueltos, de curiosidades matemáticas, que puedan compartirse libremente en la red, con la seguridad de que algún día otro formato aún mejor nos cautivará. ■

EXPERIENCIA DOCENTE

Geometría en el espacio

Miguel Pino Mejías
IES Fuentenueva (El Ejido, Almería)

Los docentes periódicamente debemos reflexionar y analizar nuestra labor, potenciar aquello que hagamos correctamente y buscar nuevas metodologías o herramientas que nos ayuden a perfeccionar aquellas facetas en las que detectemos potencial de mejora. En este artículo voy a hacer referencia a una herramienta que ha modificado mi metodología de trabajo y ha contribuido a una mejor asimilación de la materia.



Vista gráfica de dos planos y una recta

La asignatura *Matemáticas II* de 2.º de Bachillerato, se divide en tres bloques temáticos. Uno de ellos es el estudio de la geometría en el espacio. En este bloque hay que relacionar conceptos algebraicos con geométricos. Al tener que trabajar con elementos en el espacio la exposición con tiza no es fácil; además sólo se pueden representar situaciones concretas y puntuales. Durante años he recurrido a la pizarra, a las paredes del aula, simulando planos, a bolígrafos haciendo de rectas, a libros cuyas hojas eran planos que incidían en una recta, el lomo, y así a un sinfín de recursos más o menos artesanales para que los alumnos comprendiesen las relaciones existentes entre puntos, rectas y planos en el espacio.

El curso pasado comprobé que la versión beta de *GeoGebra 5* [4] era bastante estable y permitía representar puntos, rectas y planos en el espacio de forma intuitiva y sencilla. Al ser *GeoGebra* un programa libre, multiplataforma y de código abierto se puede instalar en cualquier ordenador, incluidos los de los propios alumnos.

El hecho de incorporar esta herramienta al aula ha permitido:

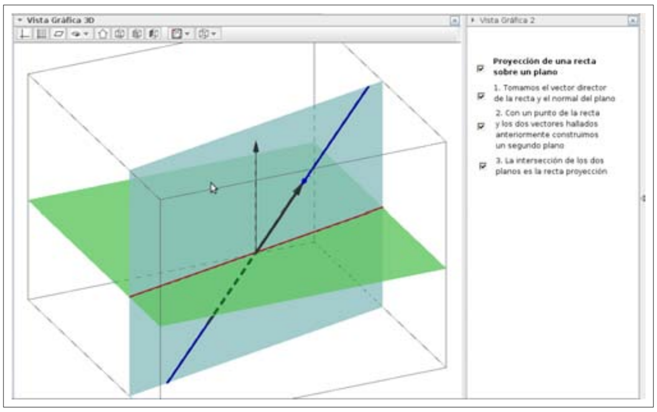
- Que los alumnos puedan visualizar situaciones que de otro modo no era posible, con datos concretos, comprobando que los resultados que se obtienen algebraicamente tienen su correspondencia geométrica.
- Generalizar problemas. Una vez que se realiza un ejercicio con ayuda de *GeoGebra*, aprovechando la construcción si se añaden nuevos parámetros ampliamos la actividad extendiendo los resultados.
- Resolver dudas. Con ayuda del programa se solventan las dudas que planteen los alumnos facilitándose así la comprensión de cuestiones.
- Ver las construcciones desde distintos ángulos ya que puede cambiar de perspectiva de forma muy intuitiva.
- Los propios alumnos pueden realizar sus ejercicios al ser un programa fácil de manejar que no requiere unos conocimientos excesivos.

Cuando realizamos los ejercicios en la pizarra, en algunos casos, es difícil volver hacia atrás para repetir pasos que hayan presentado dudas. Con *GeoGebra* se puede estructurar la construcción de modo que observemos cada uno de los procesos que ocurren. Posteriormente se les

[4]Página oficial *www.geogebra.org*. La versión 5 en fase beta se puede descargar en *download.geogebra.org/installers/5.0/?C=M;O=D*.

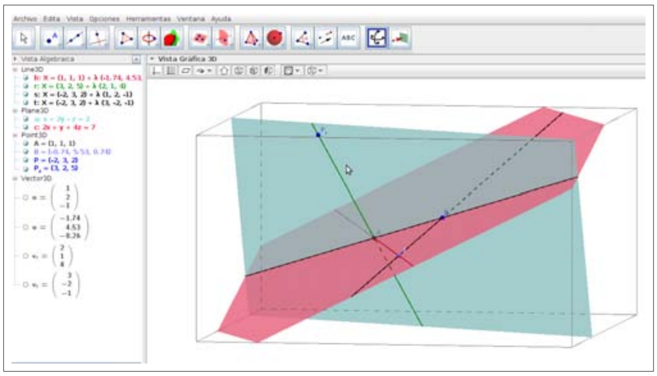
 ISSN 1988-5318

pueden facilitar a los alumnos para que los repasen en casa.



Actividad estructurada paso a paso

GeoGebra es un programa con múltiples ventanas. En nuestro caso nos interesa trabajar con la ventana 3D y la algebraica, pues se muestran simultáneamente las expresiones algebraicas y su relación con las geométricas; ello permite que los alumnos establezcan una mejor relación entre ambos conceptos con la consiguiente asimilación de la materia.



Vistas algebraica y 3D

Desde este artículo animo a los lectores a que prueben esta herramienta pues les facilitará las clases y mejorará la comprensión y el rendimiento de los estudiantes. ■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Thinking about feet and food

María del Carmen Castro Alférez
IES Sierra Nevada (Fiñana, Almería)

CLIL methodology, that's what I've been hearing about since I started on my bilingual adventure. This acronym, which means *Content and Language Integrated Learning*, "refers to situations where subjects, or parts of subjects, are taught through a foreign language with dual-focused aims, namely the learning of content and the simultaneous learning of a foreign language." (David Marsh).

Activity picture

This methodology tries to meet in the same unit content and cognition (which are related to the bilingual subject, in our case Math) with communication and culture (which are related to the second language we are using in our class, in my case English). Everything related to Math is supposed to be easy for us but... how do we teach Math through English communication and culture? For me that's most of the time a headache! It's not easy to adapt our content to a communicative way, however we count on the help of our language assistant, so that is usually solved, but what about culture?

There is one theme where working Math though culture is a piece of cake. It is when we talk about Measurement Systems. As you probably know, the International Measure System is not used in the UK or USA. They use the Imperial System. Meters, kilometers, grams or kilograms are substituted by feet, inches, ounces or pounds just using something as simple as proportionality.

There are many fun activities that you can do in a class of first or second of ESO related to this, like find out how tall you are in feet. My favorite one has to do with cooking and recipes. After explaining what the Imperial System is and doing some exercises about it, you only need a typical British or American recipe, with all its ingredients in oz or lb and convert it into a "Spanish" one, I mean changing the ingredients into g or kg. The best part of this activity is to finally cook every recipe that we have been working on in class and use them to make a little party or to present them to the Bilingual Contest celebrated every year in Almería for first of ESO students. Last year we didn't win the contest but that was the round in which we did the best. ■

 ISSN 1988-5318

Concurso de problemas

Problema propuesto

Un jugador de baloncesto quiere anotar una canasta de 3 puntos desde una distancia de 7 metros sin tocar tablero. Teniendo en cuenta que realiza un tiro parabólico desde 2 metros de altura y que quiere que el punto más alto de la pelota se alcance a 2 metros de la canasta (ya que ahí es donde están los defensores), calcula el ángulo con el que tiene que lanzar la pelota para encestar, así como la máxima altura que alcanza la misma en el tiro.

Si nos envías tu solución a este problema *puedes obtener* un *iPod shuffle* y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es *antes del 12 de octubre*.
Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

José Bretones

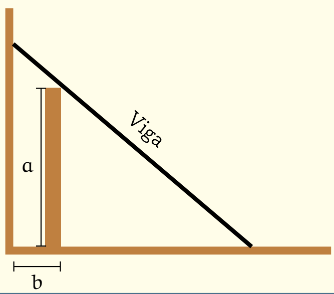
Miguel Ángel Fernández

En esta edición del concurso, el jurado ha decidido premiar a dos de las soluciones recibidas ya que ha sido muy difícil decidirse por una de ellas, dada la calidad y el diferente enfoque de ambas.

En este caso, los ganadores *ex aequo* son José Bretones Baños del *IES Aguadulce* y Miguel Ángel Fernández Grande, del *IES Alborán* de Almería. Felicitamos tanto a los ganadores como a todos los participantes no premiados.

Problema propuesto en el número anterior

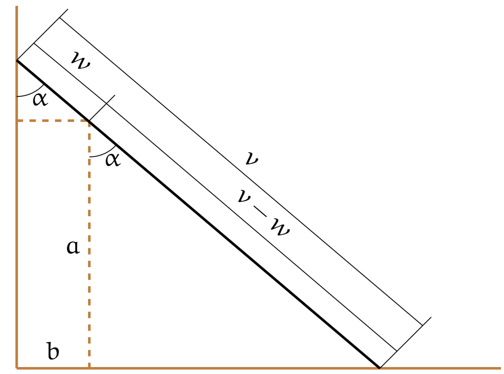
Calcula la longitud mínima de una viga que queremos utilizar para apuntalar un muro apoyándola en el suelo, y que tiene que superar una columna paralela al mismo de a metros de alta que está a b metros del muro tal y como se aprecia en la figura.



A continuación vamos a reproducir las dos soluciones premiadas.

Solución enviada por José Bretones:

Representemos el problema gráficamente:



Como podemos observar en la figura anterior:

- v es la longitud de la viga.
- w es el fragmento de la viga entre la pared y el muro.
- α es el ángulo agudo [5] entre la viga y la pared que es idéntico al ángulo que forma la viga con el muro.

Será este ángulo α el que utilicemos como variable para resolver la longitud de la viga. Aplicando los conceptos de trigonometría tenemos que:

$$\cos\alpha = \frac{a}{v-w} \Longrightarrow v = \frac{a}{\cos\alpha} + w$$
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{b}{w} \Longrightarrow w = \frac{b}{\operatorname{sen}\alpha}$$

[5] Si el ángulo fuera obtuso en esa posición, la viga jamás se apoyaría en el suelo a no ser que el muro estuviera en la izquierda. Si el ángulo fuera recto, la viga estaría paralela al suelo y, por lo tanto no podría tocarlo.

 ISSN 1988-5318

Sustituyendo la segunda igualdad en la primera, tenemos que

$$v = \frac{a}{\cos\alpha} + \frac{b}{\operatorname{sen}\alpha}. \tag{1}$$

Como queremos encontrar la viga de longitud mínima, derivaremos, igualaremos a cero y resolveremos la ecuación resultante. Así pues,

$$v' = \frac{a \operatorname{sen}\alpha}{\cos^2\alpha} - \frac{b\cos\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha} = 0.$$

Operando, tenemos que

$$\frac{a\operatorname{sen}\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{b\cos\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}^3\alpha}{\cos^3\alpha} = \frac{b}{a} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt[3]{\frac{b}{a}}. \tag{2}$$

Como sabemos que $\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, nos queda que

$$\sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^2} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^2}}}. \tag{3}$$

De (2) y (3) obtenemos que

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}\sqrt{1+\sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^2}}.$$

Con el valor del seno y del coseno, si sustituimos en la ecuación (1) tenemos que la longitud de la viga es [6]:

$$v = a\sqrt{1+\sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^2}} + b\sqrt[3]{\frac{a}{b}}\sqrt{1+\sqrt[3]{\left(\frac{b}{a}\right)^2}}$$

y simplificando llegamos a la solución

$$v = \sqrt{\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{b^2}\right)^3}.$$

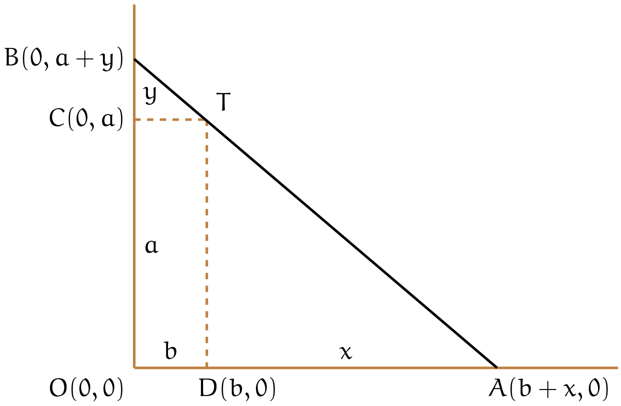
Fácilmente se ve que se trata de un mínimo calculando la segunda derivada de v en (1):

$$v'' = \frac{a(\cos^2\alpha + 2\operatorname{sen}^2\alpha)}{\cos^3\alpha} + \frac{b(\operatorname{sen}^2\alpha + 2\cos^2\alpha)}{\operatorname{sen}^3\alpha}.$$

Puesto que el ángulo α es agudo y, por lo tanto, se encuentra entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ radianes, tanto el coseno como el seno son positivos para cualquier valor de α y, en consecuencia, v'' siempre es positiva.

Solución enviada por Miguel Ángel Fernández:

Tomemos como origen del sistema de referencia el vértice del ángulo recto en el que confluyen la pared y el suelo tal y como aparece en la siguiente figura:



Denominaremos x e y a las partes de los catetos desconocidas.

Como se puede observar en la figura, los triángulos $\widehat{CBT}$ y $\widehat{DTA}$ son semejantes, por lo que:

$$\frac{y}{b} = \frac{a}{x} \Longrightarrow y = \frac{ab}{x}. \tag{4}$$

Por otro lado, si denotamos por l a la longitud de la viga y aplicamos el *teorema de Pitágoras*, tenemos que:

$$l = \sqrt{(b+x)^2 + (a+y)^2}.$$

Si sustituimos en esta igualdad la cantidad y por la relación obtenida en la ecuación (4) y realizamos todas las operaciones, obtenemos que

$$l = \frac{b+x}{x}\sqrt{x^2+a^2}.$$

Puesto que buscamos la viga de longitud mínima, derivaremos l con respecto a x, igualaremos a cero y resolveremos la ecuación resultante.

El resultado obtenido por nuestro participante ha sido que el valor de x que minimiza la longitud de la viga es $x = \sqrt[3]{a^2b}$, en cuyo caso $y = \sqrt[3]{ab^2}$ y , por lo tanto, la viga tiene que tener una longitud.

$$l = \sqrt{(b+\sqrt[3]{a^2b})^2 + (a+\sqrt[3]{ab^2})^2}.$$

Para garantizar que, efectivamente, se trata de un mínimo hay que comprobar que la segunda derivada en ese punto es positiva:

$$l''(\sqrt[3]{a^2b}) = \frac{3}{\sqrt{a^2+\sqrt[3]{ab^2}}}$$

que, como se puede observar, es positiva.

Se puede comprobar con facilidad que las expresiones de la solución obtenidas por los dos estudiantes son idénticas.

[6] Aunque en las soluciones recibidas se han detallado todos los pasos intermedios, hemos considerado oportuno omitir los de carácter mecánico para no alargar en exceso la exposición.

ISSN 1988-5318

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

El producto a lo largo de la historia

Irene Hernández Peregrina
José Ojeda López
Estudiantes del Grado en Matemáticas
(Universidad de Almería)

La multiplicación, al igual que todos los aspectos de la vida, ha sufrido un proceso evolutivo a lo largo de la historia. Las antiguas civilizaciones realizaban la multiplicación utilizando métodos que no requerían conocer las «tablas» y que eran, además, más visuales que nuestro formato actual. Presentamos la operación producto en las diferentes épocas de la historia humana.

Egipcios

Los antiguos egipcios datan del 3000 a. C., cuando se constituye el pueblo a orillas del río Nilo, aunque su máximo esplendor fue hacia el 2700 a. C., cuando se empezaron a construir las pirámides.

El método egipcio es el más antiguo y consiste en la elaboración de una tabla, la cual está encabezada por dos números: a la izquierda el primer factor de la multiplicación, y a la derecha un uno. Tras ello, ambos números se multiplican por dos reiteradamente mientras el número de la derecha no sobrepase al segundo factor. Luego se buscan los números de la segunda columna cuya suma sea el segundo factor de la multiplicación. El resultado de la multiplicación será la suma de los que están en la misma fila que los números que hemos elegido anteriormente. Veamos un par de ejemplos, 80×14 y 83×13:

80	1	83	1
160	2	166	2
320	4	332	4
640	8	664	8

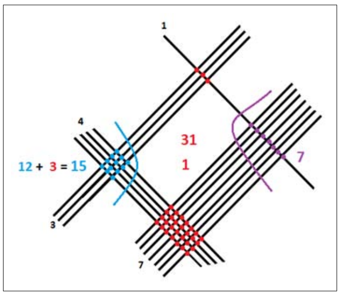
- Resultado 80×14: $160 + 320 + 640 = 1120$ (ya que $14 = 2 + 4 + 8$).
- Resultado 83×13: $83 + 332 + 664 = 1079$ (ya que $13 = 1 + 4 + 8$).

Chinos

La numeración china data del siglo XIII a. C., y su libro más antiguo que trata sobre cuestiones matemáticas, del 1043 a. C.

Es un método muy interesante por su claridad visual. Para realizar el producto se comienza representando cada número de cada factor con líneas rectas, paralelas y cercanas, ordenándolos de manera que las líneas de las unidades quedan a la derecha de las líneas de las decenas, y éstas a la derecha de las de las centenas, etc.

Cada número se separa una distancia suficiente para distinguir qué líneas equivalen a cada uno, y cada factor de la operación se representa siendo las líneas del primer factor perpendiculares al del segundo.

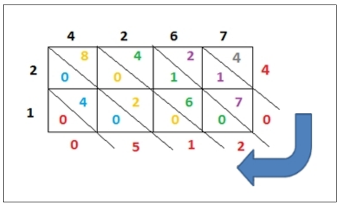


El siguiente paso es contar los puntos de las intersecciones, empezando por la derecha y, siguiendo el dibujo, hacia la izquierda, separándolas en los grupos de intersecciones que estén en la misma vertical. Si en las sumas aparece un número de dos cifras, el número de las decenas se suma como unidades al número de su izquierda (a no ser que sea la intersección más a la izquierda).

Por ejemplo, en la multiplicación de la figura anterior se aprecia mejor el algoritmo para realizar el producto $37 \times 41 = 1517$.

Musulmanes

Las ciencias y técnicas musulmanas tuvieron su apogeo a la par que su propia cultura entre los siglos VIII y XIV, donde desarrollaron, entre otras cosas, un álgebra y un método de multiplicar que son la base del actual.



Este método consiste en hacer una tabla con tantas filas como números tenga el primer factor, y lo ponemos de abajo arriba, y tantas columnas como tenga el segundo factor. Además, partimos por la mitad cada cuadrado resultante como se muestra en la figura. Se multiplica en cada cuadro el valor de su fila por el valor de su columna, donde la parte izquierda son las decenas y la parte derecha las unidades, y se escribe el resultado. Después sumamos las diagonales que se han formado, desde la esquina superior derecha a la esquina inferior izquierda (llevándonos en las sumas si corresponde). El resultado de la multiplicación es el número que resulta si lo escribimos en la dirección contraria de la flecha: $12 \times 4267 = 51\,204$.

Rusos

Por último, el inicio de la cultura rusa fue difícil, ya que desde el siglo I hasta la Edad Media fue asediada por pueblos como hunos, otomanos y persas, y alcanzó su máximo esplendor entre los siglos X y XII. Su multiplicación se parece a la egipcia, sólo que en este caso en la segunda columna, en vez de multiplicar por dos, se divide entre dos.

En el encabezado de la tabla aparecen los dos factores a multiplicar (recordemos que en la segunda columna de la multiplicación egipcia se colocaba un 1). El primer factor se multiplica por dos repetidas veces (primera columna) y el segundo se divide entre dos hasta llegar a 1 (segunda columna).

El resultado de la multiplicación es el número que se encuentra en la misma fila que el 1. En el caso de que en las divisiones apareciese un número impar, se marca esa fila y se le resta uno, para poder seguir el proceso con normalidad. En este caso, el resultado de la multiplicación sería la suma del número que se encuentra en la fila del uno, más todos los que se encuentren en las filas marcadas. Veamos dos ejemplos, uno en el que no aparezcan impares y otro en el que sí:

$24 \times 8 = 192$	
24	8
48	4
96	2
192	1

$115 \times 23 = 2645$			
115	$\rightarrow$	23(22)	1840
230	$\rightarrow$	11(10)	460
460	$\rightarrow$	5(4)	230
920		2	+115
1840		1	
			2645

Actividades para el lector

- Proponemos al lector que realice algunas multiplicaciones, como 54×35 o 46×18, utilizando el método que más le haya llamado la atención. Además, en el método chino se puede intentar hacer una multiplicación algo más complicada, como 304×516. Esta operación tiene dos hándicaps extra, por un lado un cero intercalado, y por otro una multiplicación de dos números de tres factores, donde se podrá observar que el dibujo se hace más intrincado.
- Otra técnica más conocida que las que aquí se exponen la tenemos en el ábaco. Resulta interesante el documento que podéis encontrar en esta página web [7], donde se trata de una iniciativa de multiplicación para personas invidentes.

Referencias

[1] *formasdemultiplicar.webnode.es/culturas*.

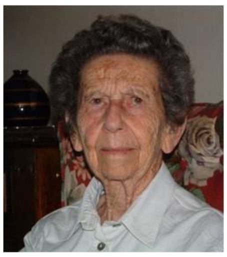
■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Emma Castelnuovo

Las matemáticas de lo cotidiano

Isabel María Ortiz Rodríguez
Maribel Ramírez Álvarez
Universidad de Almería



Emma Castelnuovo

El pasado 13 de abril falleció en Roma la matemática italiana Emma Castelnuovo (1913-2014).

Su pasión eran las matemáticas vivas, capaces de activar la inteligencia de niños, niñas y adolescentes. Destacó por su innovación en la forma de enseñar, particularmente la geometría euclídea. Queremos rendir homenaje a Emma con estas líneas sobre su vida, obra y personalidad.

Su biografía

Emma nació en Roma el 12 de diciembre de 1913. Hija del geómetra italiano Guido Castelnuovo (1865-1952) y de Elbina Enriques. Tanto su padre como su tío, Federico Enriques (1871-1946), también matemático, tuvieron en ella una gran influencia en su carrera profesional.

Estudió en el *Instituto Matemático* de la Universidad de Roma, donde obtuvo la licenciatura en Matemáticas en el año 1936. Al terminar sus estudios trabaja como bibliotecaria en el mismo *Instituto Matemático*. En 1938 obtuvo una plaza de profesora de secundaria, de la que fue desposeída unos días más tarde en aplicación de las leyes raciales de Mussolini por ser judía. Por la misma razón perdió su trabajo de bibliotecaria.

Desde 1939 a 1943 trabaja como profesora en la *Escuela Israelita* de Roma, organizada en ese periodo. En 1943 la familia Castelnuovo escapa de las redadas nazis, refugiándose en casas de amigos, hospitales e instituciones religiosas. Emma imparte clases clandestinas de casa en casa, para refugiados y perseguidos. La liberación de Roma en 1944 le permite obtener una cátedra de Enseñanza Secundaria y trabajar en el *Instituto Torquato Tasso* de Roma, aquí permaneció hasta su jubilación en 1979.

Sus obras

Desde 1946 escribe numerosos artículos y libros sobre el método intuitivo para enseñar geometría a alumnos entre 11 y 14 años: *Geometría intuitiva* (1948, edición en español en 1963), *Didáctica de la Matemática Moderna* (1963, edición en español en 1970), *De viaje con la matemática: imaginación y razonamiento matemático* (1993, edición en español en 2001). Otros de sus libros *Documenti di un'esposizione matematica* (1972) y *Matematica nella realtà* (con Mario Barra, 1976) tratan de exposiciones de sus alumnos.

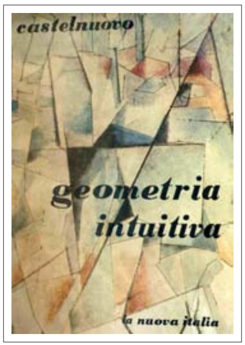
> *«...el curso de geometría intuitiva debe suscitar, a través de la observación de miles de hechos, el interés del alumno por las propiedades fundamentales de las figuras geométricas y el gusto por la investigación. Este gusto nace haciendo participar al alumno en el trabajo creativo...»*
>
> (Fragmento del libro *Geometría intuitiva*)

[7] *www.colombiaaprende.edu.co/recursos/software/palabrasycuentas/OrientacionesAbierto.pdf*

ISSN 1988-5318

Su didáctica

Emma Castelnuovo revolucionó la forma de enseñar las matemáticas. Siempre fomentó que sus estudiantes pensaran por sí mismos y fueran creativos. Su método didáctico era la enseñanza activa, solo si el alumno participa en la construcción de su conocimiento puede llegar a aprender.



En 1951 es nombrada miembro de la recién creada *Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas* (CIEAEM) cuyo objetivo era y sigue siendo, estudiar las condiciones de la enseñanza de las matemáticas y analizar las posibilidades de realizar cambios y mejoras en el futuro con vistas a incrementar la calidad tanto de la enseñanza como del aprendizaje de este materia.

Emma tiene una gran influencia en la reforma de la Enseñanza Secundaria italiana en 1979. Esta reforma fue precedida de un movimiento de renovación en la educación matemática, promovido por diversas iniciativas personales y organismos oficiales.

También fue profesora de matemáticas en África, especialmente en Níger, convencida de que las matemáticas son *«una parte integrante de la emancipación humana»*.

Su influencia ha seguido vigente a través de muchos de sus discípulos que se ocupan de la formación metodológica y actualización de los profesores en el *Laboratorio Didáctico* del *Instituto Matemático* de Roma. Constituyen una generación de maestros empeñados en continuar transmitiendo la *«bellezza della matemática»*.

Reconocimientos

Emma durante el homenaje por sus 90 años. Con su cordel muestra que se pueden hacer muchos rectángulos con el mismo perímetro, pero el área de todos ellos ¿es la misma?

En 2009 fue galardonada con el honor de *Gran Oficial de la Orden del Mérito de la República Italiana*, por la pasión y el compromiso en su trabajo, lo que le permitió desarrollar propuestas educativas verdaderamente innovadoras.

En 2013 recibió el premio *Nesi* por haber dedicado su vida e inteligencia a la teoría y práctica de la enseñanza de las matemáticas activas, como componente esencial de la educación cultural de los ciudadanos.

Este año la *Comisión Internacional de Instrucción Matemática* (ICMI) ha creado el *Premio «Emma Castelnuovo»* en reconocimiento de los logros excepcionales en la práctica de la educación matemática [8].

¿Cómo era Emma?

Con motivo de su 90 aniversario, desde el Ayuntamiento de Roma se organizó un homenaje al que asistieron amigos, alumnos y compañeros. En el número 45 de la revista *SUMA* se publicó un artículo sobre este acontecimiento, a continuación entresacamos algunos comentarios de aquellos que la conocieron.

- Uno de sus alumnos, Walter Veltroni, alcalde de Roma de 2001 a 2008, destaca entre sus rasgos como profesora su seriedad, rigor y compromiso.

- Francisco Martín Casalderrey de la *Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas «Emma Castelnuovo»* subraya el compromiso permanente de Emma con los alumnos en primer lugar, y después con la enseñanza y los docentes de matemáticas. *«Emma es más que una profesora de tiza, es la profesora de lo tangible, de la visualización, de la geometría intuitiva, de las cazuelas y de las sombras»*.

- Carla degli Esposti, del *Centro Territoriale di Formazione Permanente «Nelson Mandela»*, Roma, estudió Matemáticas e hizo las prácticas de enseñanza con Emma. En el transcurso de las prácticas, mientras observaba la clase, entendió que enseñar es un verdadero arte, que es fundamental conocer a fondo una disciplina, que se necesita rigor y humanidad en la relación con los alumnos. Y aún más: que las matemáticas pueden llegar al cerebro empezando por las manos, que es necesario utilizar un lenguaje simple, pero eficaz para hablar a los chicos, que mirar el mundo con los ojos de las matemáticas crea verdaderas emociones. Destaca Carla que Emma seguía de lejos a sus alumnos hasta que se hacían adultos y, en caso de que lo necesitaran, estaba dispuesta a escucharles, sin escandalizarse, sin prejuicios, libre de los normales miedos de los padres, capaz así de mirar objetivamente a la realidad y aconsejar.

Figuras geométricas con pulseras

Emma se jubiló en 1979 pero se mantuvo muy activa hasta los 98 años, dedicando toda su vida a la enseñanza de las matemáticas y la promoción de una cultura científica moderna. Sus libros nos corroboran que dedicarse a la profesión de enseñar (y aprender) matemáticas

[8] *www.mathunion.org/icmi/activities/awards/emma-castelnuovo-award*.

ISSN 1988-5318

puede ser una actividad creativa y reconfortante, que, de verdad, vale la pena.

Referencias

[1] Guerrero, T. (2014) *La centenaria que revolucionó la enseñanza de las matemáticas.* Diario El Mundo 1/4/2014.

[2] Guerrero, T. (2014) *La maestra que enseñaba matemáticas para la vida.* Diario El Mundo 22/4/2014.

[3] *Mujeres matemáticas.* Museo de la Ciencia y el Agua, 2007.

[4] Ramellini, G., Bas, M., Ferrán, J.M., Azacárate, C. (2004) *BIBLIOTECA: Libros de Emma Castelnuovo.* SUMA 45, 121-128.

[5] Ramellini, G., Veltroni, W., Martín, F., Esposti, C. degli (2004) *Emma Castelnuovo cumple noventa años.* SUMA 45, 5-16.

■

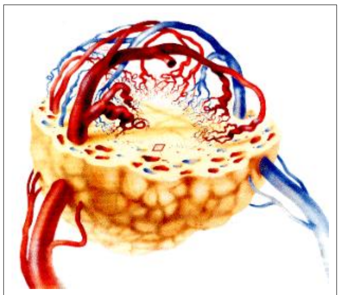
MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Algunas aportaciones matemáticas al estudio del cáncer

Manuel Delgado Delgado
Universidad de Sevilla

El cáncer es en realidad un conjunto de más de 150 enfermedades cuyo origen, desarrollo y mecanismo es diferente. Son además enfermedades en las que se desarrollan muchos procesos. Algunos son:

- Cambios genéticos que rompen el equilibrio normal de los procesos de división (mitosis) y muerte (apoptosis) de las células. Ello origina un aumento desordenado del número de células que forman el tumor.
- La lucha entre las células del sistema inmunitario del organismo y las células cancerígenas de genética anormal, invasoras.
- La emisión de sustancias químicas por parte de las células tumorales que debilitan a las células normales del entorno, para que el tumor pueda crecer.
- La emisión de sustancias químicas por parte de las células tumorales que atraen a los vasos sanguíneos próximos para crear una red de capilares que les asegure el aporte de oxígeno de nutrientes (proceso llamado angiogénesis).
- El viaje de las células tumorales por los vasos sanguíneos o linfáticos y su desembarco en otro lugar del organismo para crear un nuevo tumor (metástasis).



Angiogénesis

Estos procesos, mirados en detalle, son el resultado de complejas cadenas de reacciones bioquímicas que además son diferentes en distintos tipos de cáncer. Cada uno de ellos tiene además diferente importancia en diferentes fases de la enfermedad. Y por otra parte se desarrollan en escalas temporales diferentes, es decir, unos son mucho más rápidos que otros; por ejemplo, la difusión de una substancia química es más rápida que un proceso de división celular.

Algunos modelos simplificados

Por lo dicho anteriormente, es misión imposible obtener un modelo universal válido para todos los cánceres o para todo el desarrollo de un tipo de cáncer. Se pueden estudiar modelos simplificados que se centren en aspectos particulares. Por ejemplo, se puede estudiar:

- El crecimiento del tumor en su fase inicial, antes de que se originen nuevos vasos sanguíneos. Aquí puede plantearse saber la forma que va a ir adoptando.
- El proceso de creación de nuevos vasos por donde puedan llegar a las células el oxígeno y los nutrientes necesarios para alimentar a las células tumorales y desarrollarse así el tumor.
- El proceso de traslado de las células cancerígenas para originar metástasis.
- El efecto de la medicación en cualquiera de estos procesos y las formas óptimas de la administración de fármacos.

Utilidad de los modelos

Cuando se construye el modelo y se resuelve, uno puede comprobar con los datos de los enfermos que hay en los hospitales, si las predicciones se ajustan a la realidad o no. En caso de que no se ajusten, se debe variar el modelo (tener en cuenta factores despreciados o darles más o menos peso) hasta conseguir que los resultados se ajusten razonablemente a los datos. A esto se le llama *Validar el modelo.*

Una vez que el modelo se ha validado, se puede utilizar en nuevos enfermos para los que tendremos entonces una predicción razonable de lo que va a suceder. Esto es un dato, como otros muchos (radiografías, análisis, TAC,...), que se ponen a disposición del médico.

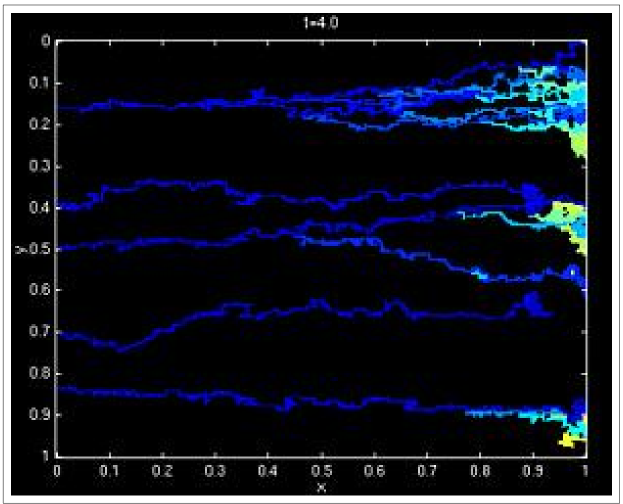
ISSN 1988-5318

Indudablemente, los modelos no curan la enfermedad, pero son útiles: pueden hacer innecesarias nuevas pruebas al paciente, orientar la terapia, etc.

Algunas de las matemáticas que se utilizan

Las matemáticas que se utilizan son tan variadas como los modelos que se pueden construir. En esta breve exposición, nos vamos a referir principalmente a modelos continuos, dejando quizá para otro momento la descripción de modelos discretos, multiescala, probabilísticos, de autómatas celulares, estadísticos y otros.

Una parte de los modelos, pues, están formados por sistemas de ecuaciones cuyas incógnitas son funciones. Estas funciones indican cómo van a variar a lo largo del tiempo y en distintos puntos del organismo, los elementos que hemos considerado en el modelo.



Resultado de un método numérico aplicado a un modelo que describe un movimiento celular originado por un estímulo químico

Por ejemplo, en un modelo tumoral para la fase inicial de la enfermedad, puede considerarse que hay tres tipos de células cancerígenas: el núcleo del tumor formado por células necróticas (que han muerto por falta de oxígeno o de alimento), una capa más o menos gruesa de células quiescentes (células inactivas, que pueden empezar a proliferar o morir según que les lleguen nutrientes o no) y una capa exterior de células proliferantes (que se van dividiendo exageradamente y haciendo que crezca el tumor). Además están los nutrientes que llegan al tumor por los capilares que hay en ese punto del organismo.

Las incógnitas del modelo son funciones que, convenientemente normalizadas, indican la distribución de cada tipo de células y de nutrientes en cada punto de un conjunto que rodea el tumor. Las ecuaciones del modelo son relaciones entre las derivadas de esas funciones, que son sus tasas de variación con respecto al tiempo en un mismo punto o con respecto al espacio en cada instante de tiempo. Se llaman *sistemas de ecuaciones en derivadas parciales*.

En otras ocasiones, son solo relevantes las variaciones con respecto al tiempo y las ecuaciones son *diferenciales ordinarias*.

¿Qué problemas se plantean?

Uno puede querer saber, por ejemplo:

- Si el modelo tiene solución (si no tiene, no sirve) y cuántas tiene. O bien, cómo se comportan las soluciones cuando pasa mucho tiempo, es decir, cómo evolucionará la enfermedad si sigue así. De todo esto se ocupa el *estudio teórico de las ecuaciones.*

- Los valores que van a tomar las soluciones a partir de un instante dado. De ello se ocupa el *estudio numérico de las ecuaciones*, que se lleva a cabo con sofisticados programas de computación.

- La forma que irá adoptando el tumor cuando vaya transcurriendo el tiempo. Este tipo de problema se llama *problema de frontera libre.*

- La manera óptima de suministrar una terapia para minimizar los daños que esas medicaciones tan agresivas causan al organismo es un ejemplo de lo que se denomina *teoría de control.*

- El tratamiento que se debe suministrar para que, al cabo de cierto tiempo, el estado del organismo sea el que uno desea. Por ejemplo, si el tumor debe disminuir de tamaño para poder ser operado, se modela el tratamiento y se pone como estado final deseado el del tumor con tamaño reducido. Para estas cuestiones se aplica la *teoría de la controlabilidad.*

- En ocasiones hay que buscar previamente el valor de los parámetros o coeficientes que aparecen en el modelo. El valor de esas tasas de variación se obtiene a veces directamente a partir de datos experimentales; pero en otras ocasiones hay que estimarlos a partir de mediciones indirectas, acudiendo a métodos que constituyen un objeto de estudio reciente.

Conclusión

El cáncer en realidad agrupa más de 150 enfermedades cuyo origen, desarrollo y mecanismo es diferente. Es misión imposible obtener un modelo universal. Pero se han hecho progresos que tienen la utilidad inmediata que antes hemos comentado y que generan además un número importante de nuevos problemas matemáticos cuya resolución tiene posibilidades insospechadas.

Hay otras técnicas matemáticas que llevan a resultados igualmente interesantes: modelos estadísticos, modelos basados en *autómatas celulares* o en la *teoría de la probabilidad*, etc.

Como se ve, hay muchas matemáticas interesadas en lo que pasa en el mundo real. ■

 ISSN 1988-5318

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

¿Es posible ganar jugando a la ruleta?

Ana Almansa Carricondo
Miguel Ángel Andrés Mañas
Estudiantes del Grado en Matemáticas
(Universidad de Almería)

La ruleta es uno de los juegos más emblemáticos de los casinos. Su mecanismo es muy simple: consiste en predecir en cuál de las 37 casillas caerá la bola que el crupier lanza sobre una ruleta en movimiento [9].

Imagen de la ruleta francesa

Vamos a analizar matemáticamente este juego para determinar si realmente es posible obtener beneficios con él.

De antemano, el lector ha de saber que este juego está diseñado para que el casino gane, pues cuenta con una casilla más a su favor, el 0. Esto se debe a que el 0 no pertenece a ninguno de los grupos de 18 casillas más usuales a los que se suele apostar (rojo/negro, par/impar, 1-18/19-36). Por tanto, si sale 0 es el casino el que gana, luego posee una ventaja del $\frac{1}{37} \approx 2{,}7\,\%$ sobre el jugador. Para más información sobre el juego y las diversas apuestas véase el enlace *www.casino.es/ruleta/como-jugar-ruleta*.

Ahora bien, como para casi todos los juegos, para la ruleta también se han diseñado estrategias con objeto de ganarle al casino. El más utilizado es el *método de la martingala*, que se usa para las apuestas citadas anteriormente. Consiste en doblar la cantidad apostada, después de una pérdida, hasta obtener una ganancia, siempre jugando a las mismas casillas. Pero poniendo en práctica esta táctica, ¿realmente tiene el jugador la certeza de que obtendrá beneficios? Veamos el fundamento matemático de este método para responder a esta cuestión.

Para ello, definamos primero los siguientes conceptos:

- *Ronda*: secuencia de apuestas perdidas consecutivas seguida de una ganancia o de la bancarrota del jugador.
- p: probabilidad de perder. Para el tipo de apuesta considerado (rojo/negro, par/impar, 1-18/19-36), $p = \frac{19}{37}$, pues el casino tiene 19 casillas que le son favorables (el 0 y las 18 casillas a las que no ha apostado el jugador).
- A: cantidad inicial apostada.
- n: número de apuestas en una ronda.

La probabilidad de que el jugador pierda n apuestas consecutivas es p^n. Cuando esto ocurre, la cantidad de dinero perdida es:

$$\sum_{i=1}^{n} A2^{i-1} = A(2^n - 1).$$

La probabilidad de que el apostante no pierda n apuestas es $1 - p^n$. Cuando esto ocurre, el apostante gana A (la apuesta inicial). Luego, el beneficio esperado (la esperanza matemática) por ronda es:

$$(1 - p^n)A - p^n A(2^n - 1) = A(1 - (2p)^n).$$

Si $p > \frac{1}{2}$, entonces $1 - (2p)^n < 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$ y, por tanto, la esperanza matemática resulta negativa, lo que significa que la *ganancia media* que obtenemos por ronda es negativa, es decir, perdemos dinero.

Para una mayor claridad, veamos un ejemplo de la aplicación de este método y su viabilidad.

Imaginemos que disponemos de 35 euros. Comenzamos apostando 1 euro a los números pares, por ejemplo. Si perdemos, apostamos 2 euros la segunda vez (de nuevo a los pares), 4 la tercera, 8 la cuarta y 16 la quinta (no hay sexta vez porque no disponemos de suficiente dinero).

Si hubiésemos perdido la primera apuesta y ganásemos en la segunda, nos llevaríamos $2 \cdot 2 = 4$ euros y habríamos perdido $2 + 1 = 3$ euros, luego nuestro beneficio sería de 1 euro y el juego empezaría de nuevo. Si hubiésemos perdido las dos primeras apuestas y ganásemos la tercera, nuestro beneficio sería nuevamente de 1 euro, pues ganaríamos $2 \cdot 4 = 8$ euros y habríamos invertido $1 + 2 + 4 = 7$ euros.

Así vemos que la ganancia es siempre la apuesta inicial. En este ejemplo, la probabilidad de perder y no poder continuar jugando es $p^5 = \left(\frac{19}{37}\right)^5 \approx 3{,}57\,\%$. La probabilidad de ganar 1 euro es $1 - p^5 = 1 - \left(\frac{19}{37}\right)^5 \approx 96{,}43\,\%$, que es una probabilidad bastante alta. Sin embargo, el beneficio esperado de la martingala en este caso es, aplicando la fórmula anterior,

$$1 \cdot \left(1 - \left(2 \cdot \frac{19}{37}\right)^5\right) \approx -0{,}1426.$$

Esto es, en cada ronda perdemos 14 céntimos de media, pues, como se dijo anteriormente, la esperanza matemática representa la ganancia media obtenida en el juego.

Observamos entonces que aunque la probabilidad de ganar alguna partida sea muy elevada, de media perdemos dinero, luego este método no es para nada viable. Y

[9] En este artículo se considera la *ruleta francesa* o *europea* que consta de 37 casillas, a diferencia de la *ruleta americana* que tiene 38 casillas –una casilla adicional 00 en la que también gana la banca–.

ISSN 1988-5318

es que cuando ganamos una partida el premio es la apuesta inicial (en el ejemplo anterior 1 euro), mientras que si perdemos después de haber doblado n veces perderemos la suma de las n apuestas (en el ejemplo anterior 31 euros), por lo que las pérdidas, cuando ocurren, son mucho mayores que las ganancias.

No obstante, existe un contexto en el que el apostante siempre ganaría por el *método de la martingala.*

Sucede que cuanto mayor sea n en el cálculo de la esperanza matemática, menores son las probabilidades de perder. Este exponente denota el número de veces que el jugador puede seguir apostando, por lo cual está íntimamente ligado a la capacidad presupuestaria. Por tanto, si el presupuesto fuera infinito, podríamos continuar apostando un número ilimitado de veces y la probabilidad de perder sería $p^\infty = 0$.

Por este motivo, los casinos tienen normalmente límites mínimos y máximos de apuesta, evitando así que el número de veces que el jugador es capaz de afrontar la pérdida sea un número alto. Por ejemplo, si el casino establece que la apuesta mínima ha de ser de 10 euros y la máxima de 100 euros, un jugador que esté haciendo uso de la martingala solo podrá doblar 3 veces consecutivas.

Existen otros tipos de estrategias basadas en suposiciones del tipo *«si ha salido este número varias veces no puede volver a salir»*, o al contrario, *«si este número ha salido varias veces va a volver a salir»*. Ejemplos de esto son el sistema D'Alembert (fundamentado en que debe salir el mismo número de veces un tipo de apuesta y su contrario; por ejemplo, tiene que salir el mismo número de veces par que impar), el sistema «basado en las terminaciones» (observar las terminaciones, que son las unidades, de los números que han salido en las 37 últimas tiradas, y apostar a los números cuyas unidades hayan aparecido con más frecuencia; por ejemplo, si se toma una muestra de 37 números y las dos terminaciones que más han salido son el 3 y el 9, se procederá entonces a apostar a los números 3, 13, 23, 33 y 9, 19, 29) y el método de «el espejo» (anotar las 7 últimas tiradas y apostar a los números inversos en las siguientes 7).

Cabe mencionar el caso de los Pelayo, una familia española que fue más allá de las suposiciones y las fórmulas matemáticas, y consiguió millones de pesetas basándose en que toda ruleta tiene pequeñas imperfecciones físicas, por lo que controlaban qué números aparecían más frecuentemente a lo largo de miles de tiradas y apostaban en consecuencia. Si el lector lo desea, puede ver la película titulada *The Pelayos*, que está basada en la historia de esta familia.

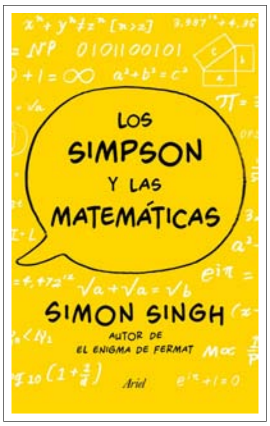
Podemos concluir, en respuesta al interrogante que da título al artículo, que sí es posible ganar jugando a la ruleta, pero siempre con una gran dosis de suerte, pues no existe ninguna estrategia ganadora, ningún método que matemáticamente nos asegure la ganancia. Además, en caso de existir, el casino muy probablemente trataría de evitar su uso, tomando como ejemplo el hecho de establecer límites de apuesta para evitar el uso repetido de la martingala.

Para finalizar este artículo citaremos a una mente prodigiosa como Albert Einstein, quien un día dijo: *«La forma más segura de ganar dinero en un casino es asaltarlo con una pistola»*. ■

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Los Simpson y las matemáticas.

Simon Singh.



Ficha Técnica
Editorial: Ariel.
300 páginas.
ISBN: 978-84-344-1217-0.
Año: 2013.

Posiblemente *Los Simpson* es uno de esos programas de televisión que ha marcado a toda una generación. Se puede decir que hay un antes y un después de la aparición de esta serie en la parrilla televisiva y no cabe duda que se ha convertido en todo un referente.

Los Simpson han sido objeto de análisis y estudios de todo tipo. Probablemente, uno de los hechos más desconocidos por el gran público es el contenido científico y, en particular, matemático que aparece en algunos episodios de la serie.

Simon Singh, autor de *El enigma de Fermat* –obra que fue reseñada en esta misma sección en el número 3 del Volumen III–, nos acerca el contenido matemático que es posible encontrar en *Los Simpson.*

El autor presenta un relato en el que nos describe el perfil del equipo de guionistas de la serie –con un amplio curriculum científico– y nos propone un viaje muy completo que arranca en los entresijos de la gestación de la serie y que finaliza en nuestros días.

Todo ello, sin descuidar el análisis de los conceptos matemáticos que los guionistas han incluido en la serie. El autor expone dichos conceptos de una manera sencilla y amena, por lo que no es necesario disponer de una formación matemática avanzada para poder disfrutar de este libro.

Algunos de los «chistes matemáticos» que podemos encontrar en la serie son muy elaborados y, en la mayoría de los casos, solamente aparecen unos breves segundos en escena, lo que muestra el entusiasmo por las matemáticas de la que hace gala el equipo de guionistas.

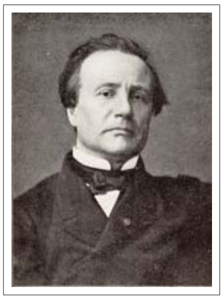
También se menciona en este libro a *Futurama*, serie en la podemos descubrir una gran cantidad de conceptos matemáticos –¿qué tiene de especial el número 1729?–, hecho que se debe a que sus creadores, Matt Groening y David S. Cohen, son parte fundamental del equipo de *Los Simpson*.

En definitiva, otra gran obra de Simon Singh que hará disfrutar al lector y, en muchos casos, le hará ver a *Los Simpson* de una forma que, posiblemente, nunca se hubiera imaginado.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Citas Matemáticas

«La Matemática es la llave de oro que abre todas las ciencias.»



Victor Duruy (1811–1894), historiador francés.

«Un matemático es una máquina que convierte café en teoremas.»

Alfréd Rényi (1921–1970), matemático húngaro.

Páginas web de interés

Proyecto ed@d

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad

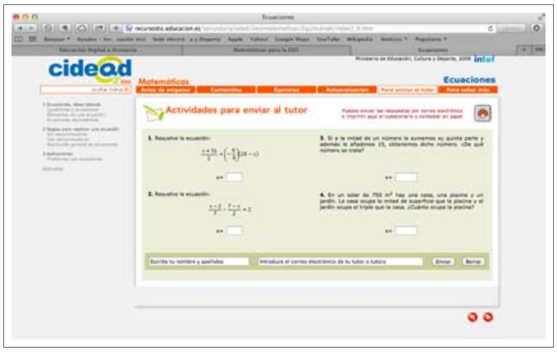
El *proyecto ed@d* del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España proporciona *«un nuevo modelo de libro interactivo, que permite a los estudiantes aprovechar las ventajas de las TIC, para mejorar su aprendizaje autónomo y agilizar la comunicación con sus tutores»*.

En lo concerniente a *Matemáticas para la ESO*, una vez seleccionado el curso y el idioma, encontramos una bienvenida con los contenidos distribuidos en doce unidades.

Cada una de esas unidades está distribuida en seis apartados: *Antes de empezar*, *Contenidos*, *Ejercicios*, *Autoevaluación*, *Para enviar al tutor* y *Para aprender más*.

Antes de empezar contiene los objetivos de la unidad y un apartado para recordar lo estudiado anteriormente. Los contenidos se van exponiendo secuencialmente con una breve explicación y un «applet» de Descartes para practicar y resolver ejercicios. Al final contiene un esquema-resumen de la unidad.

Además de los ejercicios para resolver en el cuaderno y la autoevaluación contiene unas actividades para enviar al tutor.



Los materiales pueden ser descargados por materia, curso y lengua, de manera que se pueda trabajar con ellos offline. Además los contenidos, ejercicios y autoevaluación de cada unidad pueden descargarse en formato pdf.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

ISSN 1988-5318

Acertijos

En casa de herrero

Un saludo era siempre insuficiente. Dos o tres veces tuve que insistir para captar su atención. *«¿Qué puedo hacer por ti?»* o una frase equivalente habría sido la respuesta en cualquier otro establecimiento, pero no ante Manuel el herrero. Absorto en su pasión por los acertijos ignoró mi condición de cliente y me aseguró que podría adivinar el número de tres cifras que yo eligiese si le daba el resultado final de una serie de operaciones. Como de costumbre, decidí seguirle la corriente (sus ocurrencias eran muy divertidas y a menudo sorprendentes). Me entregó un trozo de papel y un lápiz. Cuando tengas pensado el número, me dijo, haz lo siguiente:

—*Multiplica la primera cifra por diez y suma la segunda cifra a lo que obtengas. El siguiente paso es aún más sencillo pues consiste simplemente en sumar uno. Dobla el resultado y a continuación resta siete. Multiplica todo por cinco y, para terminar, suma la tercera cifra.*

Le comuniqué el número resultante y en menos de un segundo adivinó el número que había pensado. No podía dar crédito a lo ocurrido y repetimos el experimento dos veces más (con los números 204 y 527, que también acertó instantáneamente). Salía ya del taller cuando una voz enérgica, a unos metros de mi espalda, deshizo mi propio embeleso:

—*Por cierto, ¿qué deseas?*

¿Hay una explicación razonable o es Manuel verdaderamente un adivino?

(En el próximo número aparecerá la solución).

Solución al acertijo del número anterior

Habíamos propuesto una adivinanza muy arraigada en la tradición oral que merecía la pena recoger por escrito:

«El cura y su hermana, el médico y su mujer, repartieron nueve naranjas y tocaron a tres. ¿Es esto posible?»

La respuesta es afirmativa y muy sencilla: la hermana del cura es la mujer del médico.

ARTÍCULO DE OPINIÓN

El Máster en Profesorado

¿Una forma real de aprender a ser docente?

María Rosa Monaj Martos
Becaria de la División de Ciencias Experimentales

Para todos aquellos que tengan vocación y quieran dedicarse profesionalmente al mundo de la enseñanza en Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional o Enseñanza de Idiomas, el Máster en Profesorado es un requisito indispensable y obligatorio. Tanto si se quiere realizar las oposiciones docentes para incorporarse al cuerpo de profesores de los centros públicos como para optar a una vacante en cualquier centro educativo privado y/o concertado. Por esta necesidad y desde hace varios años, se imparte dicho máster en las universidades españolas.

El máster es una titulación de postgrado que complementa la formación académica universitaria previa con conocimientos, tanto teóricos como prácticos, con objeto de habilitar, cualificar y especializar a sus estudiantes en el ejercicio de la docencia. Para acceder al mismo, se requiere una titulación universitaria y el dominio de una lengua extranjera, equivalente al nivel B1 del *Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas*. Éste último requisito ya está incorporado en la obtención de los nuevos títulos de Grado.

El *Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas* viene a sustituir al antiguo CAP (Curso de Aptitud Pedagógica) y para los que no conozcan sus características, su duración es de un curso académico y se estructura según la siguiente tabla:

Módulos	Créditos	Materias (Créditos)
Módulo genérico	12	• Procesos y contextos educativos (4) • Aprendizaje y desarrollo de la personalidad (4) • Sociedad, familia y educación (4)
Módulo específico	6	• Innovación docente e investigación educativa (6)
	18	• Complementos de formación disciplinar en la especialidad (6) • Aprendizaje y enseñanza de las materias de la especialidad (12)
Libre elección	8	• Asignaturas optativas (8)
Módulo de prácticum	16	• Prácticas docentes en centros de secundaria (10) • Trabajo Fin de Máster (6)

¿Muchos requisitos para los futuros profesores del siglo XXI? El mercado laboral cada vez exige más, pero no solo a los docentes, sino a todos sus profesionales. El número de requisitos es, en general, cada vez más elevado y por tanto, la sociedad es aún más competitiva, lo cual implica la necesidad de especializarse en algo y tener un título que lo acredite. Esto irremediablemente es así, pero no hay que olvidar que en la gran mayoría de las profesiones la

 ISSN 1988-5318

experiencia es vital y es lo que en cierta forma este máster intenta proporcionar.

Con respecto a los conocimientos teóricos adquiridos en el máster, destaco los nuevos métodos de enseñanza diferentes al sistema tradicional con metodologías basadas en una participación activa de los alumnos, que ellos mismos sean los encargados de crear su propio conocimiento, que aprendan a aprender. Estas nuevas formas de enseñanza promueven mucho el trabajo cooperativo entre los alumnos, que trabajen en grupo y se ayuden unos a otros, fomentando el compañerismo y las buenas prácticas. Dentro de estas formas alternativas se encuentran el *aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje cooperativo*.

Otra de las cuestiones que se pretenden es que a través de juegos y talleres, los alumnos se diviertan y aprendan al mismo tiempo para hacer del aprendizaje un proceso ameno y constructivo. En la docencia de mi especialidad, las matemáticas, adquiere gran importancia la tarea de acercarla a la realidad, que los alumnos vean sus aplicaciones en la vida cotidiana y que no caigan en el error de considerarla una asignatura abstracta y alejada del mundo, puesto que es todo lo contrario.

Otro aspecto a recalcar que me hizo reflexionar, es la necesidad de integrar las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en la enseñanza. Si se dan cuenta casi todas las profesiones se han modernizado y actualizado integrando el uso de las nuevas tecnologías: los médicos utilizan aparatos más técnicos y eficaces, las empresas utilizan internet para promocionarse, programas para llevar la contabilidad, bases de datos para almacenar la información, etc. En cambio, en la docencia este cambio no ha sido tan visible. Probablemente, uno de los motivos sea que integrar las TIC en el aula conlleva horas de trabajo extra, pero usándolas de una forma adecuada, puede contribuir a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Desde mi punto de vista, las prácticas externas es la parte que realmente te proporciona cierta experiencia y por consiguiente, una de las más importantes. Es aquí donde tienes la posibilidad de vivir la realidad, experimentarla y donde te das cuenta si realmente te gusta e incluso si estás capacitado para ejercer esta profesión. Con anterioridad a esta experiencia, no tienes la seguridad completa para poder afirmar que quieres ser docente si nunca te has visto en la tesitura de estar delante de una clase. En cuyo caso, puedes reafirmar tu vocación o todo lo contrario.

María Rosa Monaj

En mi caso, disfruté mucho trabajando con los chicos y aprendí cosas que considero nadie te enseña, como por ejemplo, hacer que estén atentos y que te escuchen, cómo llamarles la atención, conocer sus inquietudes, etc. Observas también las ventajas y desventajas de ser docente, algo relevante si va a ser tu profesión en un futuro. Por todo lo anterior, pienso que el período de prácticas debería ser más largo para tener una mayor experiencia en el aula y así, formar a los futuros profesionales de la educación de la forma más real posible.

Respondiendo a la pregunta que me ha llevado a escribir este artículo, considero necesario un plan de estudios especializado en aprender a enseñar pero la *mejor manera de aprender a ser docente es siéndolo y el contacto con los estudiantes es la forma más deseable y motivadora de aprender y mejorar.* ■

ENTREVISTA

Erasmus matemático

Alicia Cabrerizo Lamarca
José Gálvez Rodríguez
Laura Martín Valverde
Beatriz Navarro Vicente
Paula Pérez López
Estudiantes de Matemáticas
(Universidad de Almería)

María del Pilar Escudero

Entrevistamos a dos compañeras de la Universidad de Almería que están viviendo la experiencia de cursar tercero del Grado en Matemáticas en dos países distintos gracias a la beca Erasmus.

Nos hemos puesto en contacto con ellas para que nos cuenten algo de su experiencia, María del Pilar Escudero Alonso desde París (Francia) y Helena Palenzuela Rodríguez desde Sheffield (Inglaterra).

¿Por qué decidiste pedir la beca Erasmus? ¿Tenías pensado irte desde el principio de la carrera o fue una idea que tomaste llevando ya un tiempo en la universidad?

[M.P.] Porque es una gran oportunidad para aprender un idioma y para aprender a ser totalmente independiente. Tenía pensado desde antes de empezar mis estudios partir un año fuera.

[H.] Realmente, tenía muy claro que quería pedir esta beca desde antes incluso de entrar en la universidad. Siempre me la han recomendado personas cercanas a mí, me habían hablado de ella como una experiencia inolvidable, conocer nuevos lugares y culturas, personas que en poco tiempo se convierten en amigos para toda la vida. Erasmus es un modo de madurar.

¿Qué destino has elegido? Y a la hora de elegirlo,

ISSN 1988-5318

¿qué factores tuviste en cuenta?

[M.P.] He elegido París (Francia). El principal factor que tuve en cuenta fue la reputación de la universidad de destino, en segundo lugar me fijé en el tipo de ciudad y el nivel de vida de ésta.

[H.] Mi destino Erasmus es Sheffield, una ciudad en el centro de Gran Bretaña. A la hora de pedir la beca, tuve en cuenta el idioma, quería sobre todo un destino en el que poder mejorar mi nivel de inglés. Aparte de eso, valoré mucho cómo podría ser la vida en cada ciudad, los gastos que podría tener, etc. Sin embargo, yo pienso que me hubiese ido a la ciudad que me hubiese tocado, de alguna manera, el destino Erasmus siempre será un sitio inolvidable sea cual sea.

¿Te está costando mucho adaptarte al idioma?

[M.P.] No, la primera semana o el primer mes puede ser un poco difícil pero después todo va sobre ruedas.

[H.] Las primeras semanas no me enteraba de nada, de nada. Con el tiempo va mejorando. Aunque tú pienses que sigues en el mismo nivel, hay cosas que te hacen ver que te vas defendiendo mucho mejor que al principio. En las clases, entender al profesor las primeras semanas era misión imposible, ahora tomas apuntes como si fuese en español.

¿Te gustaría trabajar en tu destino en un futuro?

[M.P.] Sí, me encantaría, es una ciudad que ofrece muchas oportunidades a los jóvenes.

[H.] Sinceramente, me gustaría quedarme por aquí durante algunos años más. Si me diesen la oportunidad de terminar mis estudios aquí en vez de en Almería me lo tendría que pensar realmente bien. Sheffield tiene su encanto y es una de las mejores ciudades universitarias. Sería realmente increíble poder estar aquí unos años más estudiando o trabajando.

¿Piso o residencia? ¿Tuviste dificultades a la hora de encontrar alojamiento?

[M.P.] Estoy viviendo en una residencia. Tuve muchas dificultades para encontrarla. Aquí el alojamiento es escaso y además bastante caro.

[H.] Piso. En realidad, casita típica inglesa. Siempre se tiene dificultad a la hora de buscar casa y más si es en el extranjero. Sheffield es una ciudad principalmente de estudiantes (hay dos universidades, ¡la ciudad está plagada de estudiantes!) y por ese motivo, hay gran cantidad de agencias que ofertan casas para las personas que vienen a estudiar aquí. En mi caso, después de estar un par de meses buscando casa por internet, decidí venir unos días a Sheffield para estar segura de qué casa escoger y así tener una primera toma de contacto con la ciudad.

¿Cómo ha cambiado la situación desde que llegaste hasta ahora?

[M.P.] Mi situación ha cambiado favorablemente, a estas alturas de la beca ya estoy habituada a la ciudad y a la facultad, tengo muchos amigos y me manejo sin problema con el idioma.

[H.] Llegar a una ciudad en un país diferente, con un idioma y una cultura totalmente distintos hace que tengas miedo. Aún así, la ilusión y las ganas de aprender cosas nuevas hacen que ese miedo poco a poco se vaya esfumando, aunque hay momentos en los que desearías volver a casa. Siempre hay que aprender tanto de los buenos como de los malos momentos.

Por otra parte, echando la vista hacia atrás, te das cuenta de que ahora entiendes mucho mejor la cultura de tu nueva ciudad, entiendes mucho mejor el idioma y que todo lo que has vivido hasta el momento ha hecho que cambies y que crezcas.

¿Qué es lo que echas de menos de la UAL?

[M.P.] El horario de clase porque en la UAL hay unas 10 horas menos de clase por semana.

[H.] ¡EL SOL! Poder salir entre clase y clase fuera del aulario y notar el sol en la cara. Ir a la universidad por las mañanas y ver el mar ahora mismo es un sueño para mi. Por supuesto, echo mucho de menos a mis amigos de la universidad, las clases en español y la cercanía a los profesores. En Matemáticas, normalmente las clases son pequeñas y todos los profesores te conocen, aquí las clases son muy grandes, 100 alumnos de media.

¿Cómo definirías esta experiencia? ¿Se la recomendarías a tus compañeros?

[M.P.] La experiencia es fantástica, sin duda la mejor de mi vida. Se la recomiendo a todos mis compañeros ya que con Erasmus no se pierde sino que se gana un año de experiencia y madurez.

Helena Palenzuela

[H.] La definiría como una experiencia inolvidable, estar de Erasmus es como estar en un mundo paralelo, te enfrentas solo a tus problemas, no tienes a tus familiares ni a tus amigos de siempre cerca para que te ayuden, pero conoces a personas que en poco tiempo se convierten en una nueva familia. Es una experiencia que te ayuda a valorar y a madurar. Cuando estás lejos de lo que siempre tienes, de algún modo lo pierdes, por ello estar fuera de casa, lejos de los tuyos durante un tiempo, hace que lo valores todo mucho más. En este periodo de tiempo, no todos son momentos buenos, hay momentos en los que te sientes perdido y lo que más deseas es volver a casa y ver una cara familiar y son esos momentos los que hacen que te hagas fuerte y te ayudan a aprender.

Por supuesto que se la recomiendo a mis compañeros, todo el mundo debería disfrutar de un periodo así.

¿Qué consejos le darías a un estudiante que quisiera irse de Erasmus?

[M.P.] Que mantenga la mente fría, piense en todas las cosas buenas que le proporcionará la beca y deje atrás

ISSN 1988-5318

el miedo a salir de España, porque te aporta muchísimas cosas.

[H.] En cuanto a temas académicos, que tenga muy claro qué asignaturas y cuantos créditos quiere cursar. No agobiarse nunca por los estudios, es lo peor que se puede hacer.

Pero mi principal consejo es que trate de aprovechar la experiencia lo máximo posible. Que haga de su Erasmus una etapa que al pensar en ella se le vengan miles de recuerdos a la cabeza y le saque una sonrisa. ■

Responsables de las secciones

➼ ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN LA UAL

- *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno (balcazar@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: María Inmaculada López (milopez@ual.es).

➼ DE LA ENSEÑANZA MEDIA A LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA:

- *Experiencias docentes*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es), Nuria Pardo (penuria@gmail.com), Miguel Pino (mpinomej@gmail.com) y Tomás Ruiz (targ53@hotmail.com).
- *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: María del Carmen Castro (mccastroalferez@gmail.com).

➼ DIVULGACIÓN MATEMÁTICA

- *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo (edeamo@ual.es), Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
- *Problemas de interés*: Alicia Juan (ajuan@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es), Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y Matemáticas*: José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez (jramon_sg@hotmail.com).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales (amorales@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).

➼ TERRITORIO ESTUDIANTE: Alicia Cabrerizo (aliciacl92@gmail.com), José Gálvez (josegal-2@hotmail.com), Laura Martín (lmartinvalverde@gmail.com), Beatriz Navarro (beatriznavic@gmail.com) y Paula Pérez (perezlopezpau@gmail.com).

ISSN 1988-5318