



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA  
TRABAJO FIN DE MÁSTER

**PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES PARA LA  
CARACTERIZACIÓN MORFOMÉTRICA DE LA ESPECIE  
*Frankliniella occidentalis*.**

**Alumno:**

**Héctor Górriz Sáez**

**Tutores:**

**Antonio Jesús Álvarez Martínez  
Rocío María Oliva Molina**

**Como conclusión del  
Máster Interuniversitario en Representación y Diseño en  
Ingeniería y Arquitectura.**

**Septiembre 2017**

Héctor Górriz Sáez

*Procesamiento Digital de Imágenes para la Caracterización Morfométrica de la  
Especie Frankliniella occidentalis.*

Copyright © 2017

Contacto:

✉ [hgscid@hotmail.com](mailto:hgscid@hotmail.com)

A la Diosa Probabilidad,  
que por caminos apacibles  
piadosa Ella me guíe.

*Los bueyes doblan la frente,  
impotentemente mansa,  
delante de los castigos:  
los leones la levantan [...]  
Crepúsculo de los bueyes  
está despuntando el alba.*

Miguel Hernández — Vientos del pueblo me llevan



## RESUMEN

Un nuevo algoritmo de procesamiento de imagen ha sido desarrollado para la medición de tres características morfológicas en especímenes de *Frankliniella occidentalis*, es decir, longitud principal, ancho del tórax y ancho del abdomen. Estas medidas se han demostrado efectivas para la caracterización morfométrica en esta especie, permitiendo un procesamiento automático de la imagen sin medición manual. Esta caracterización juega un papel fundamental en las ventanas de los invernaderos, en las mallas anti-insectos y en la protección de los cultivos. En este sentido, distintos métodos basados en procesamiento digital de imagen, comprendiendo segmentación de imagen, caracterización geométrica y operaciones morfológicas, han sido aplicados en imágenes RGB de microscopio. La implementación de estos algoritmos fue programada en C++.

Como punto de partida de esta investigación, una muestra de 35 imágenes fue analizada con el sistema propuesto. El método de Otsu de segmentación ha sido aplicado a la banda de color azul para la clasificación de píxeles en clases de primer plano y fondo. La región más grande de los píxeles del primer plano (el cuerpo del insecto) fue seleccionada y preprocesada. Propiedades geométricas fueron consecuentemente definidas en esta región, tales como área, perímetro, centroide, momentos de inercia, factor de forma elíptico, etc. En segundo lugar, se aplicaron operaciones de erosión de forma iterativa para eliminar algunas partes indeseadas de la imagen (patas, antenas, alas y vellosidades) hasta que el factor de forma elíptico excediera un umbral definido. Finalmente, el sistema calcula la longitud deseada basado en la región procesada. Además, las medidas reales de la muestra fueron obtenidas mediante una medición manual con fines de comparación.

Diversos experimentos se llevaron a cabo en la muestra citada para la validación estadística del rendimiento de nuestro sistema. Los resultados de la longitud principal y del ancho del abdomen muestran similitud estadística entre las medidas reales y aquellas obtenidas por una medición manual con un RMSE reducido. De este modo, pruebas ANOVA, de Kolmogorov-Smirnov o de Shapiro-Wilk, entre otros test, fueron aplicadas en este ámbito. Sin embargo, los resultados derivados de la medición del tórax muestran una discrepancia significativa ante los test estadísticos usados hasta ahora. Un notable incremento de la desviación estándar de la muestra, debido a algunos errores remanentes en la imagen que no fueron realmente eliminados por la erosión, refleja una actuación distinta entre ambos métodos de actuación.

En conclusión, este nuevo algoritmo de procesamiento de imagen puede ser recomendado para la medición automática de la longitud principal y del abdomen en *Frankliniella occidentalis* con alta precisión. Futuras investigaciones se centrarán en la mejora de la cuantificación del tórax.

**Palabras clave:** *Procesamiento y análisis digital de imagen, método de Otsu, operaciones morfológicas, caracterización geométrica, medición automática, ANOVA.*



# ABSTRACT

A novel image processing algorithm has been developed for the measure of three morphological features from specimens of *Frankliniella occidentalis*, that is, main length, thorax and abdomen width. These measures have been demonstrated to be effective for a morphometrical characterisation in this species, allowing an automatic processing of the image without manual intervention. This characterisation has a prime role to play in greenhouse vents, insect-proof screens and crop protection. In this sense, several digital image processing (DIP)-based methods comprising, image segmentation, geometric characterisation and morphological operations, have been successfully applied to microscope RGB images. The implementation of these algorithms were programmed on C++ language.

As a start point of this research, a sample of 35 images were analysed by the proposed system. Otsu's segmentation method has been applied to the blue colour band for classifying pixels into foreground and background classes. The largest region of foreground pixels (insect body) was selected and preprocessed. Geometric properties were accordingly defined on this region, such as area, perimeter, centroid, moments of inertia, elliptical shape factor, etc. Secondly, erosion operations were iteratively applied in order to remove some undesired parts of the image (legs, antennae, wings and setae) until the elliptical shape factor exceeds a user-defined threshold. Finally, the DIP-based system computes the desired length based on the processed region. Moreover, real measures of the sample were obtained by manual labeling of each defined length for comparison purposes.

Several experiments were carried out on the aforementioned dataset in order to statistically validate the performance of our DIP-based system. The results for main length and abdomen width show statistical similarity between our automatic measures and the ones obtained by manual labeling with a reduced RMSE. In this way, one-way ANOVA, Kolmogorov-Smirnov's or Shapiro-Wilk's, among other tests, were applied in this framework. However, the results derived from the thorax width measurements show a significant discrepancy under statistical tests used so far. An noticeable increase of the standard deviation of the sample, due to some remaining artifacts in the image that were not actually removed by erosion, reflects a different performance of the baseline methods.

In a nutshell, this novel image processing algorithm may be recommended for the automatic measurement of the main length and the abdomen width for *Frankliniella occidentalis* with a high accuracy. Ongoing research will be focused on the improvement in thorax quantification.

**Keywords:** *Digital image processing and analysis, Otsu's method, morphological operations, geometric characterisation, automatic measurement, ANOVA.*



## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, querría agradecer a todo el profesorado de la UAL involucrado en este máster por su labor durante el pasado curso. Ha sido un año exigente, con mucho trabajo, dedicación y sacrificio, pero, sin duda, también ha supuesto una etapa de importantísimas satisfacciones académicas. Quisiera destacar en especial a Fernando Carvajal, Antonio Álvarez, Fernando Aguilar y Manuel Aguilar: excelentes docentes y, a la vez, excelentes personas son un tesoro para cualquier institución. Gracias de corazón.

Por supuesto, este proyecto no habría sido posible sin mis tutores Antonio (agradecido por partida doble) y Rocío. Muchas gracias por darme la oportunidad de dedicarme en cuerpo y alma a algo que me fascina y que ya veía inalcanzable. Estos últimos meses han sido complicados y si el desenlace es positivo ha sido, sin duda, por vuestro respaldo. Espero, de verdad, que nuestro esfuerzo os haya merecido la pena porque a mí, sí.

Manuel y Luis, compañeros de trinchera, ha sido un placer compartir tantos momentos divertidos y conversaciones con vosotros. Aguantamos, fuimos fuertes donde otros flaquearon y lo conseguimos juntos. Queda un encuentro pendiente, por supuesto por mi culpa, pero si me honráis con vuestra presencia lo llevaremos a cabo, camaradas.

A mi queridísima Alicia: yo soy uno en la multitud y tú estás salvando el mundo en la ciudad de las estrellas. Aunque dejarse llevar suene demasiado bien, de vez en cuando hay que volver a los orígenes, a aquel lugar donde te vi por primera vez ya sea cantando aquella canción con Santi Campillo a la guitarra o en el rincón de nuestro amigo Rodri. En cualquier caso, siempre te veo cada noche en el cielo.

Queridos amigos de Almería (Álvaro, Jesús, Marta, Teo, Jordán, Juan, Pablo, etc.): hay un mensaje en cierto grupo de WhatsApp que me ronda la cabeza y que me recuerda lo claro que hay que tener las cosas para hacer una promesa. Aun con la espalda agujereada y con los tímpanos desgarrados, sabéis que soy dado al martirio, dejémoslo en que nos debo un verano. Por cierto, Burgos, sé que tengo algo pendiente, que no incumplido: la próxima vez es la próxima y cada día está más próxima.

Y hablando de cosas pendientes, Priscila, ¿sigue íntegro ese título? Ya sí me encuentro preparado para ir a recogerlo e, incluso, para tener nuevas clases contigo; yo pongo los chalecos antibalas. Ten por seguro que, si bien fue duro de compaginar, repetiría todo sólo por disfrutarte cada día.

Axel, hablamos de un libro, ¿qué me dices de dos? No me podría ver de otro modo sino acompañándote el día 13, chaqueta incluida y sin que se mueva ni un milímetro. ¡Qué vértigo! ¡Qué rápido pasa esto!

Claudia y Alba, me sacasteis momentáneamente de mi letargo espiritual para decirme que la vida sigue y que el mundo gira sin yo percatarme. Esta etapa concluye, pero sabed que, desde aquella tarde, pensamientos perturbadores han poblado mi mente a la par que una sonrisa ha engalanado mi barbudo rostro. Muchísimas gracias por aquel agradable rato.

Murianita, como diría un peluche conocido: “Eres un Sol.” Cúmulo de positividad, trato concienzudamente de no quitarte un ápice de ella cuando nos vemos. Así que no me queda otra de dar la talla: contigo no quiero añorar el pasado en momentos más ociosos; sé que construiremos vivencias mejores.

Patri, ¿recuerdas aquella conversación a la salida de la biblioteca? Abrimos miles de conversaciones y dejamos tantas por terminar, como solíamos años ha. Hubo una acerca de la vida y sus caminos con la que descubrí, en un fugaz momento de lucidez, qué quería ser de mayor. Quizás éste sea un primer paso en esa dirección. Gracias por seguir ahí a pesar de todo, a pesar de mí.

Querida familia, las partes más difíciles de escribir aparecen cuando las palabras no hacen honor a la realidad y aquí siempre me pasa lo mismo. Lástima y compasión por aquéllos tan acaudalados, que heredan tierras y negocios y que son miserablemente pobres en comparación con lo que yo tengo: hermanas que actúan con el amor propio de una madre, hermanos que son un faro personal en la vida, sobrinos que adoro y que intentaré apoyar tanto como yo lo he sido y una madre y un padre tan dedicados que ninguna persona los merece. Yo sí soy rico al teneros a todos juntos; si sigo agarrado es por vosotros. Papá, mamá, ¡lo estamos consiguiendo!

*Aunque tú no lo sepas te inventaba conmigo,  
hicimos mil proyectos, paseamos  
por todas las ciudades que te gustan,  
recordamos canciones, elegimos renunciadas,  
aprendiendo los dos a convivir  
entre la realidad y el pensamiento.*

Luis García Montero — Aunque tú no lo sepas





# ÍNDICE GENERAL

|       |  |    |
|-------|--|----|
| I     | Introducción   | 1  |
| 1     | Introducción   | 3  |
| 1.1   | Motivación   | 3  |
| 1.2   | Objetivos  | 5  |
| 2     | Revisión bibliográfica y fundamentos teóricos          | 7  |
| 2.1   | Segmentación de imágenes                               | 9  |
| 2.1.1 | Método de Otsu   | 9  |
| 2.2   | Vecindad de los píxeles                                | 12 |
| 2.3   | Generación de objetos en imágenes binarias             | 13 |
| 2.3.1 | Algoritmos de recursión                                | 13 |
| 2.3.2 | Algoritmos <i>depth-first</i>                          | 14 |
| 2.3.3 | Algoritmos <i>breadth-first</i>                        | 14 |
| 2.4   | Características geométricas de los objetos             | 16 |
| 2.4.1 | Área   | 16 |
| 2.4.2 | Perímetro  | 16 |
| 2.4.3 | Circularidad   | 17 |
| 2.5   | Momentos de área                                       | 18 |
| 2.5.1 | Centro de gravedad y primer momento de área            | 18 |
| 2.5.2 | Momento de inercia y producto de inercia               | 21 |
| 2.5.3 | Momentos centrales                                     | 21 |
| 2.5.4 | Ejes principales de inercia y orientación de la figura | 22 |
| 2.5.5 | Excentricidad y elipse equivalente                     | 22 |
| 2.6   | Análisis morfológico en imágenes digitales             | 24 |
| 2.6.1 | Nomenclatura   | 25 |
| 2.6.2 | Dilatación   | 25 |
| 2.6.3 | Erosión  | 27 |
| II    | Materiales y métodos                                   | 29 |
| 3     | Materiales y datos de partida                          | 31 |
| 3.1   | Obtención de imágenes                                  | 31 |
| 3.2   | Software empleado                                      | 32 |
| 4     | Metodología  | 33 |
| 4.1   | <i>OpenCV</i> y su interpretación de las imágenes      | 33 |
| 4.2   | Segmentación de las imágenes                           | 34 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.3   | Formación de regiones y localización del área de estudio              | 38 |
| 4.4   | Contorno de la región y etiquetado                                    | 39 |
| 4.4.1 | Delimitación inicial  | 39 |
| 4.4.2 | Diferenciación de contorno externo e interno                          | 39 |
| 4.4.3 | Cierre de huecos en la región   | 41 |
| 4.5   | Cálculo de la geometría del objeto                                    | 43 |
| 4.5.1 | Perímetro   | 43 |
| 4.5.2 | Centroide   | 44 |
| 4.5.3 | Momentos y producto de inercia centrales                              | 44 |
| 4.5.4 | Ángulo de giro  | 44 |
| 4.6   | Transformación morfológica de la imagen                               | 45 |
| 4.6.1 | Factor de forma elíptico: adaptación de la circularidad               | 45 |
| 4.6.2 | Procedimiento morfológico iterativo para la corrección de $FF_{elip}$ | 47 |
| 4.7   | Intersección de ejes con el contorno                                  | 50 |
| 4.7.1 | Medida longitudinal   | 50 |
| 4.7.2 | Medidas transversales   | 51 |
| III   | Resultados y discusión  | 53 |
| 5     | Encapsulamiento del código  | 55 |
| 5.1   | Archivo principal   | 55 |
| 5.2   | Clase <i>imgDatos</i>   | 56 |
| 5.3   | Clase eje   | 57 |
| 5.4   | Estructura GeometríaObj   | 57 |
| 5.5   | Estructura CorteEjeInfo   | 58 |
| 6     | Resultados de la caracterización morfométrica                         | 61 |
| 6.1   | Medición manual   | 61 |
| 6.2   | Medición automatizada   | 64 |
| 6.3   | Análisis estadístico de las muestras                                  | 68 |
| 6.3.1 | Gráficos de caja y bigotes  | 68 |
| 6.3.2 | Parámetros estadísticos   | 70 |
| 6.3.3 | Histogramas y normalidad de la muestra                                | 76 |
| 6.3.4 | Aplicación de one-way ANOVA   | 79 |
| 6.3.5 | Comparación de las distribuciones                                     | 80 |
| IV    | Conclusiones  | 83 |
| 7     | Conclusiones y discusión general                                      | 85 |
| 8     | Futuras líneas de investigación                                       | 89 |
|       | Bibliografía  | 91 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Figura 1.1  | Fotografía aérea de la extensión de invernaderos en el Campo de Dalías.                                    | 3  |
| Figura 1.2  | Localización de vértices en los agujeros de una malla anti-insectos mediante <i>Euclides v1.4</i> .        | 4  |
| Figura 1.3  | <i>Frankliniella occidentalis</i> en vista ventral y definición de las longitudes principales del estudio. | 5  |
| Figura 2.1  | Separación del fondo de la imagen mediante segmentación.   | 10 |
| Figura 2.2  | Segmentación por umbral de la fotografía de <i>Lena</i> .  | 10 |
| Figura 2.3  | Vecindad de un píxel para $\mathcal{V}_4$ y $\mathcal{V}_8$ .  | 13 |
| Figura 2.4  | Metodología para la aplicación de algoritmos <i>depth-first</i> y <i>breadth-first</i> .                   | 15 |
| Figura 2.5  | Medida del área y del perímetro de una región para una vecindad de los píxeles $\mathcal{V}_8$ .           | 17 |
| Figura 2.6  | Cálculo de la Circularidad( $\mathcal{R}$ ) para distintas formas.   | 18 |
| Figura 2.7  | Sistemas de fuerzas equivalentes.  | 19 |
| Figura 2.8  | Sistemas equivalentes para la obtención del centroide, $C$ .   | 20 |
| Figura 2.9  | Ejes principales de una sección y círculo de Mohr asociado.  | 23 |
| Figura 2.10 | Elipse equivalente para un región.   | 24 |
| Figura 2.11 | Ejemplo de dilatación para una imagen binaria con un elemento estructural con forma de cruz.               | 26 |
| Figura 2.12 | Ejemplo de erosión para una imagen binaria con un elemento estructural con forma de cruz.                  | 27 |
| Figura 3.1  | Ejemplo de fotografías estudiadas de <i>Frankliniella occidentalis</i> .                                   | 31 |
| Figura 4.1  | Interpretación de las imágenes <i>bmp</i> en <i>OpenCV</i> .   | 34 |
| Figura 4.2  | Diferentes visualizaciones de las bandas de una imagen analizada.  | 35 |
| Figura 4.3  | Segmentación de la banda azul de la imagen por el <i>Método de Otsu</i> .                                  | 36 |
| Figura 4.4  | Diferencias de segmentación mediante el <i>Método de Otsu</i> según la imagen de utilizada.                | 37 |

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Figura 4.5  | Delimitación inicial de la región de estudio.  | 40 |
| Figura 4.6  | Distinción entre contorno externo y contorno interno.  | 41 |
| Figura 4.7  | Distinción entre contorno externo y contorno interno II.   | 42 |
| Figura 4.8  | Región de estudio conformada y delimitada.   | 43 |
| Figura 4.9  | Adaptación de la elipse equivalente a la región de estudio.  | 46 |
| Figura 4.10 | Región antes y después de la erosión con ejes principales de inercia   | 48 |
| Figura 4.11 | Proceso morfológico de erosión iterativo aplicado a la forma.  | 49 |
| Figura 4.12 | Ejes principales de inercia sobre la región de estudio.  | 50 |
| Figura 4.13 | Rectas secundarias obtenidas para la medición de tórax y abdomen.  | 51 |
| Figura 5.1  | Diagrama de las partes y relaciones principales del software de medida.                                      | 59 |
| Figura 6.1  | Longitudes principales de medición manual para la muestra de imágenes de <i>Frankliniella occidentalis</i> . | 62 |
| Figura 6.2  | Longitudes principales de medición automática para imágenes de <i>Frankliniella occidentalis</i> I.          | 65 |
| Figura 6.3  | Longitudes principales de medición automática para imágenes de <i>Frankliniella occidentalis</i> II.         | 66 |
| Figura 6.4  | Diagrama de caja y bigotes de la longitud mediante medición manual y medición automática.                    | 69 |
| Figura 6.5  | Diagrama de caja y bigotes del ancho del tórax mediante medición manual (real) y medición automática.        | 69 |
| Figura 6.6  | Diagrama de caja y bigotes del ancho del abdomen mediante medición manual (real) y medición automática.      | 70 |
| Figura 6.7  | Errores de sobreestimación del ancho del tórax por extremidades remanentes.                                  | 71 |
| Figura 6.8  | Errores de sobreestimación del ancho del abdomen por extremidades remanentes.                                | 72 |
| Figura 6.9  | Errores de medición en el eje longitudinal por asimetría de la forma.  | 74 |
| Figura 6.10 | Errores de medición en el eje longitudinal por asimetría de la forma II.                                     | 75 |
| Figura 6.11 | Errores de sobreestimación del ancho del tórax por extremidades remanentes II.                               | 75 |

- Figura 6.12 Histogramas de la longitud real y detectada y curva de ajuste normal. 76
- Figura 6.13 Histogramas del ancho del tórax real y detectado y curva de ajuste normal. 77
- Figura 6.14 Histogramas del ancho del abdomen real y detectado y curva de ajuste normal. 77
- Figura 6.15 Comparación de frecuencias relativas acumuladas entre las muestras de la longitud del abdomen. 81
- Figure 6.16 Comparación de frecuencias relativas acumuladas entre las muestras del ancho del tórax. 82
- Figure 6.17 Comparación de frecuencias relativas acumuladas entre las muestras del ancho del abdomen. 82



## ÍNDICE DE TABLAS

|           |   |  |
|-----------|---|--|
| Tabla 6.1 | Resultados de la medición manual de las longitudes principales. 63  |  |
| Tabla 6.2 | Resultados de la medición automatizada de las longitudes principales. 64  |  |
| Tabla 6.3 | Resultados de la longitud corregida, $L_{\text{CORR}}$ , y del ancho del abdomen corregido, $\text{Abd}_{\text{CORR}}$ , mediante las iteraciones del proceso erosivo. 67 |  |
| Tabla 6.4 | Estadísticos de las medidas reales y automáticas. 72  |  |
| Tabla 6.5 | Parámetros estadísticos del ajuste normal de las muestras. 78   |  |
| Tabla 6.6 | Pruebas de normalidad de las muestras. 78   |  |
| Tabla 6.7 | Pruebas de verificación de la varianza de las muestras. 79  |  |
| Tabla 6.8 | Resultados de la aplicación del test one-way ANalysis Of VAriance (ANOVA). 80   |  |
| Tabla 6.9 | Pruebas de Kolmogorov-Smirnov (KS) para la comparación de las distribuciones 80   |  |



# ACRÓNIMOS

|       |                                    |
|-------|------------------------------------|
| ANOVA | ANalysis Of VAriance               |
| CI    | Confidence Interval                |
| FIFO  | First In First Out                 |
| IDE   | Integrated Development Environment |
| IRM   | Imágenes por Resonancia Magnética  |
| KS    | Kolmogorov-Smirnov                 |
| LIFO  | Last In First Out                  |
| ND    | Nivel Digital                      |
| NRMSE | Normalized Root-Mean-Square Error  |
| PCA   | Principal Component Analysis       |
| RMSE  | Root-Mean-Square Error             |
| SIFT  | Scale-Invariant Local Features     |
| SE    | Structuring Element                |
| SW    | Shapiro-Wilk                       |



Parte I

**INTRODUCCIÓN**



# 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Motivación

Almería y su desarrollo socioeconómico y demográfico se encuentran íntimamente ligados desde hace decenas de años a la actividad agrícola bajo plásticos (figura 1.1). Tanto es así que se ha terminado convirtiendo en la provincia que mayor aporte realiza a la cuota del comercio internacional agroalimentario de toda Andalucía (Valera y col., 2014). Como una parte de este objetivo común, la Universidad de Almería ha desarrollado líneas de investigación parejas a las necesidades de los agricultores almerienses en la búsqueda de la mejora de rendimiento productivo en el invernadero.

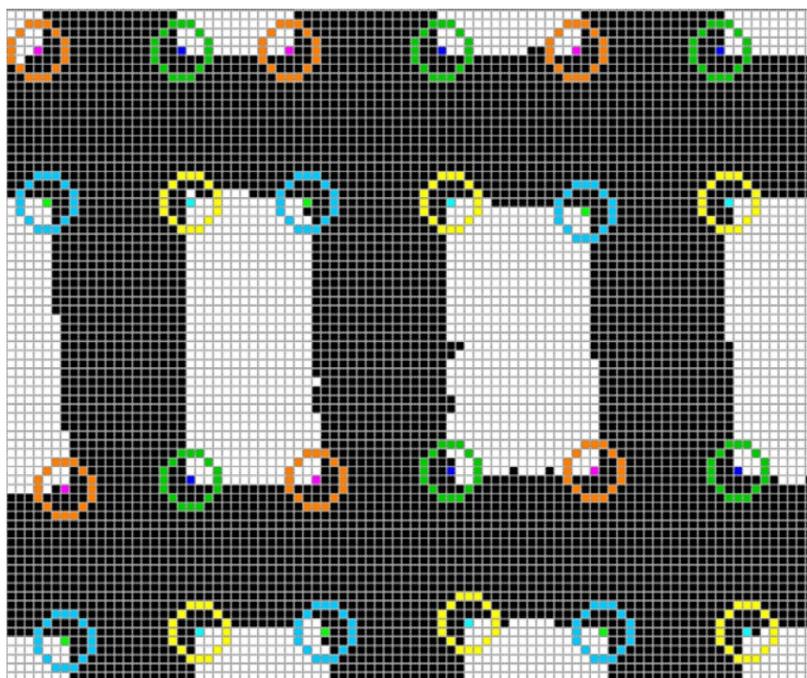


**Figura 1.1:** Fotografía aérea de la extensión de invernaderos en el Campo de Dalías.  
Fuente: [yannarthusbertrand2.org](http://yannarthusbertrand2.org)

A partir de la década de los ochenta, se comenzaron a utilizar mallas de materiales plásticos en las aperturas de ventilación de los invernaderos con el fin de proteger los cultivos de agentes externos como el viento, pájaros, insectos, etc (Pérez y col., 2003). Vista su efectividad, la densidad de hilos de

éstas fue aumentando en busca de evitar el paso a mayor variedad de insectos produciéndose una confrontación de intereses entre la cantidad de especies detenidas por la barrera y la tasa efectiva de renovación del aire dentro del invernadero y la temperatura alcanzada al nivel de los cultivos. Sin mencionar, por supuesto, otros insectos beneficiosos para la producción que veían obstaculizada su entrada y/o su salida del invernaderos. Caso, por ejemplo, de ciertos abejorros utilizados para la polinización.

Dentro de esta dicotomía, la investigación de Álvarez y col. (2012) desarrolla el software *Euclides v1.4* para la obtención de las densidades medias reales de las mallas anti-insectos utilizadas por los agricultores más allá de las medidas ideales proporcionadas por los fabricantes (figura 1.2). El siguiente paso en esta línea de investigación se prevé como la obtención de una herramienta capaz de analizar de forma automática imágenes de insectos, que localice al espécimen en ella y que obtenga una serie de medidas válidas para la caracterización de la población en referencia a su tasa de traspaso de las mallas anti-insectos. De esta forma, se conseguiría un ahorro de tiempo y, por tanto, de costes en la adquisición manual de medidas principales del insecto.

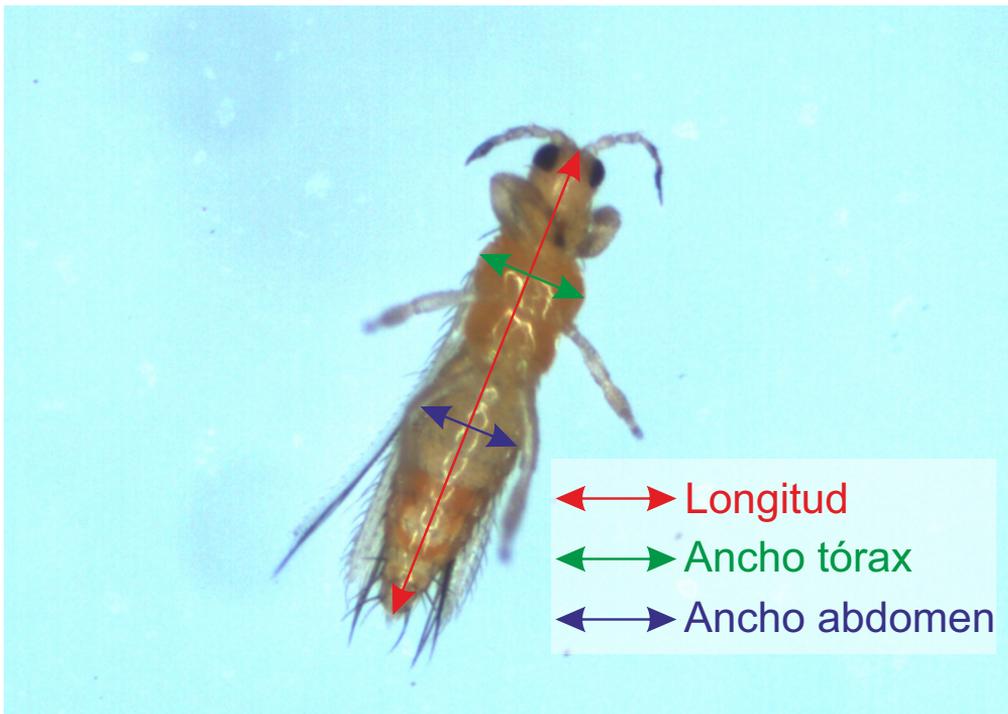


**Figura 1.2:** Localización de vértices en los agujeros de una malla anti-insectos mediante *Euclides v1.4*. Fuente: Álvarez y col. (2012)

## 1.2 Objetivos

Teniendo en cuenta la motivación del proyecto (sección 1.1), los objetivos a cumplir se exponen a continuación:

- Como propósito principal de este trabajo de investigación fin de máster, se busca el desarrollo de un software que, de una forma automatizada y ágil, permita la caracterización morfométrica a través de tres longitudes principales obtenidas en fotos de vista ventral en especies de insectos que supongan importantes plagas en los campos de cultivo. Estas medidas principales son: la longitud del insecto, el ancho del tórax y al ancho del abdomen. Los tamaños obtenidos mejorarán la determinación teórica de la eficacia de las mallas anti-insectos y, a su vez, contribuirán a mejorar el diseño de estos textiles propios de la ventilación de los invernaderos. La especie escogida para el estudio fue *Frankliniella occidentalis*, comúnmente conocida como *Trips*, una de las principales plagas de los cultivos almerienses. En la figura 1.3 se muestran las longitudes de interés en este proyecto.



**Figura 1.3:** *Frankliniella occidentalis* en vista ventral y definición de las longitudes principales del estudio.

- En segundo lugar y aun siendo un objetivo personal del autor, también se quiere destacar como una parte importante del trabajo final el aprendizaje de un lenguaje de programación nuevo como C++. Aunque no se va a hacer mayor mención durante el escrito, se utilizaron en esta investigación las siguientes fuentes como introducción al lenguaje: Ceballos (1995), Souilé (2007) y Chili (2017).

# 2

## REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Se enfoca este capítulo con el propósito de hacer una introducción a conceptos teóricos básicos, que serán utilizados en los apartados siguientes del trabajo y que han sido plasmados y desarrollados previamente en artículos científicos de múltiples áreas del conocimiento. Vistos los objetivos propuestos (sección 1.2), se mostrarán aspectos relacionados con fundamentos del procesamiento digital de imágenes como la segmentación de imagen, la caracterización geométrica o el análisis morfológico.

El procesamiento digital de imagen para la obtención de información es una técnica ampliamente utilizada desde hace años para la resolución de problemas en diversos cometidos. Se pueden encontrar en gran cantidad de estudios médicos como:

- Miura y col. (2002) donde se muestra la manipulación de datos en Imágenes por Resonancia Magnética (IRM) de tejido cerebral. El procedimiento automatizado consta de umbralización de la imagen en escala de grises y de operaciones morfológicas combinadas de erosión y dilatación. Los resultados del artículo evidencian una precisión del 97% en la extracción de las zonas cerebrales de interés para el estudio.
- Luengo-Oroz y col. (2010) que realiza una segmentación del iris en rostros humanos para fotografías en RGB. Analizando las imágenes utiliza conceptos como el centroide, segmentación polar o, nuevamente, operaciones morfológicas de erosión y dilatación.

También en el ámbito de la ingeniería civil se encuentra utilidad en el procesamiento digital de imagen con artículos como:

- Su y col. (2011) en el que se utiliza para el diagnóstico y la rehabilitación de las tuberías del alcantarillado buscando prescindir de la subjetividad en el análisis y de otros errores derivados del factor humano. A través de tres algoritmos de detección de bordes (*Sobel*, *Prewitt* y *Roberts*), segmentación de *Otsu* y operaciones morfológicas se conforma un procedimiento para obtener defectos en imágenes de videocámaras en condiciones de baja iluminación.

Por otro lado, se quiere destacar la carestía de literatura entomológica sustentada en el análisis digital de imagen. Aparte de Álvarez y col. (2012), pocas han sido las experiencias halladas; se rescatan las siguientes:

- En Kokko y col. (1996) se propone un método para medir la asimetría de las alas de *Haematobia irritans*. Expone el autor, procedente de estudios previos, cómo el estrés y ciertos contaminantes industriales son capaces de afectar al crecimiento de esta especie. Haciendo uso de imágenes binarias, con operaciones booleanas *AND* y *OR* y cierta edición manual, el método es capaz de extraer formas de interés de las alas en imágenes digitales y realizar mediciones de ellas. El autor la enfoca como una metodología más precisa que cualquier otra puramente manual (dadas las pequeñas dimensiones de estas alas) y fácilmente reproducible para otras especies similares.
- En el artículo de Patten y col. (2011) se utiliza análisis de imagen para evaluar la efectividad de ciertas biotoxinas con distintos niveles de concentración en cultivos de *Helicoverpa zea*. El autor busca una evaluación automática de la bondad del producto químico sobre la plaga prescindiendo de todo el trabajo manual de operarios. Se segmentan los cultivos de insectos del fondo de la imagen a través de modelos probabilísticos gaussianos y los resultados son clasificados mediante una red neuronal entrenada con resultados positivos.

Por último y antes de avanzar en los contenidos teóricos de este capítulo, se exponen las siguientes referencias bibliográficas que han sido utilizadas activamente en el aprendizaje y en la obtención de la metodología utilizada para este trabajo fin de máster: Agresti y Finlay (2009), Burger y Burge (2009a), Burger y Burge (2009b), Burger y Burge (2013), González y Woods (2001) y Kaehler y Bradski (2014).

## 2.1 Segmentación de imágenes

A lo largo de este trabajo fin de máster se aplicaron métodos de segmentación de imágenes. Estos procedimientos, en líneas generales, buscan identificar y aislar partes de la imagen según las distintas estructuras que en ellas se encuentran. Problemas habituales que tratan de solventar estos métodos son la separación del fondo de la imagen de los elementos mostrados en primer plano o la distinción de los patrones en la textura de un tejido (véase la imagen 2.1).

El tipo de segmentación de imagen más habitual por su sencillez de uso es la umbralización (*image thresholding*). Consiste en separar tramos del histograma de las imágenes (segmentos) según el valor del Nivel Digital (ND) de los píxeles. Aquellos incluidos por encima de cierto umbral (un ND determinado) corresponden a un segmento y, por debajo, a otro. En la búsqueda de la separación de estructuras distintas de la imagen, es habitual colocar dichos umbrales en mínimos y máximos de ésta. Un ejemplo sencillo de umbralización se puede ver en la figura 2.2 con la fotografía de *Lena*.

Existen, también, otros procedimientos matemáticos para la colocación del umbral mediante procesos no supervisados, es decir, que no requieren de ninguna información externa más allá de la propia imagen para hacer la segmentación. Uno de los más importantes y que fue utilizado en esta investigación es el *Método de Otsu*.

### 2.1.1 Método de Otsu

El método recibe el nombre de su creador, *Nobuyuki Otsu*, como consecuencia de su investigación en Otsu (1979). Como idea general, propone buscar un umbral concreto que haga minimizar la varianza propia de cada segmento y que, a su vez, maximice la varianza respecto del contrario.

Establece que para una imagen con  $L$  niveles de gris,  $[1, 2, \dots, L]$ , el número de píxeles en cada nivel es  $n_i$  y que el total de píxeles será  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_L$ . Normaliza el histograma y trabaja con la frecuencia relativa,  $p_i$ , de la siguiente manera:

$$p_i = \frac{n_i}{N} ; p_i \geq 0 ; \sum_{i=1}^L p_i = 1 \quad (2.1)$$

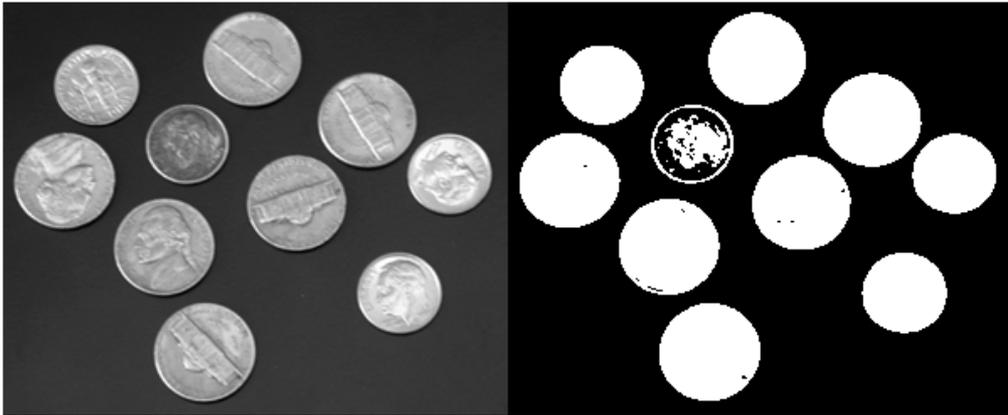


Figura 2.1: Separación del fondo de la imagen mediante segmentación. Fuente: *math-works.com*

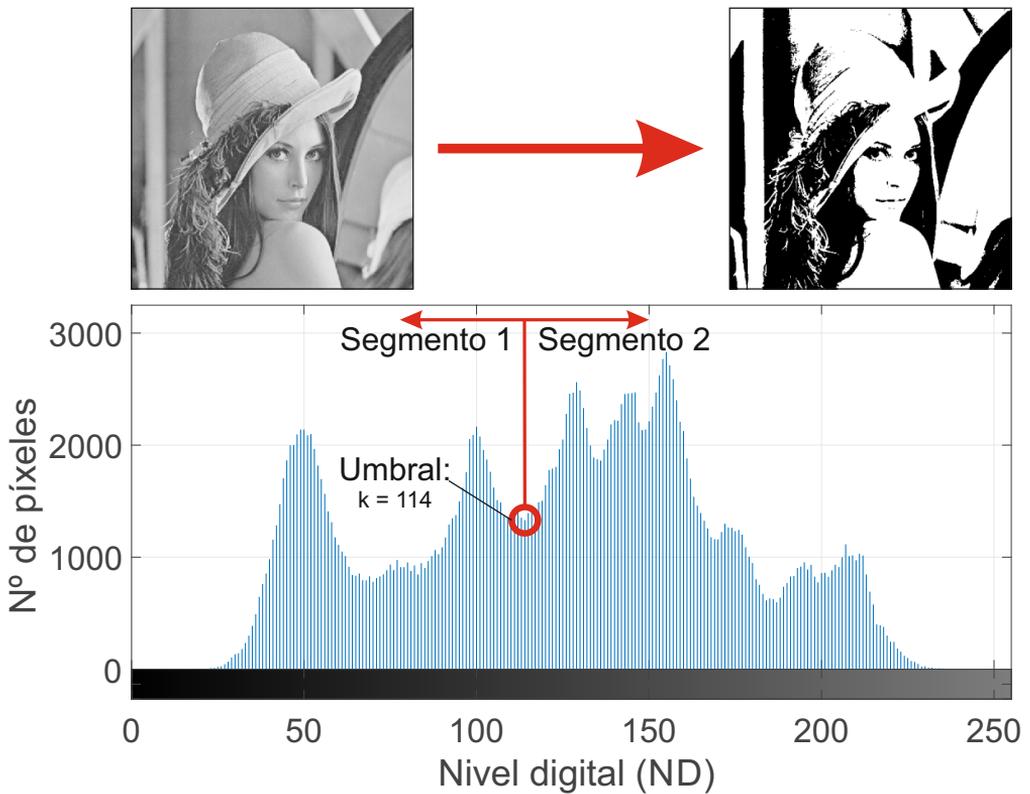


Figura 2.2: Segmentación por umbral de la fotografía de *Lena*. Los segmentos formados por el umbral son  $C_0 : [0, \dots, 114]$  y  $C_1 : [115, \dots, 255]$ .

Establece un umbral,  $k$ , que divide los píxeles en dos clases:  $C_0$  con niveles digitales en  $[1, \dots, k]$  y  $C_1$  con niveles digitales en  $[k + 1, \dots, L]$ . A partir de aquí, la probabilidad de ocurrencia de cada clase será:

$$\begin{aligned}\Pr(C_0) &= \omega_0 = \sum_{i=1}^k p_i = \omega(k) \\ \Pr(C_1) &= \omega_1 = \sum_{i=k+1}^L p_i = 1 - \omega(k)\end{aligned}\quad (2.2)$$

Y la media de ocurrencia de cada clase:

$$\begin{aligned}\mu_0 &= \sum_{i=1}^k i \cdot \Pr(i|C_0) = \sum_{i=1}^k \frac{i \cdot p_i}{\omega_0} = \frac{\mu(k)}{\omega(k)} \\ \mu_1 &= \sum_{i=k+1}^L i \cdot \Pr(i|C_1) = \sum_{i=k+1}^L \frac{i \cdot p_i}{\omega_1} = \frac{\mu_T - \mu(k)}{1 - \omega(k)}\end{aligned}\quad (2.3)$$

con  $\Pr(i|C_0) = \frac{p_i}{\omega_0}$  y  $\Pr(i|C_1) = \frac{p_i}{\omega_1}$ , la probabilidad de cada elemento condicionado a su clase;  $\mu_T = \sum_{i=1}^L i \cdot p_i$ , el valor medio de los píxeles de la imagen, y  $\mu(k) = \sum_{i=1}^k i \cdot p_i$ , el valor medio de los píxeles de la clase  $C_0$ .

Se pueden comprobar, a su vez, relaciones básicas como:

$$\omega_0 \cdot \mu_0 + \omega_1 \cdot \mu_1 = \mu_T ; \omega_0 + \omega_1 = 1 \quad (2.4)$$

Las varianzas de cada una de las clases se definen como:

$$\begin{aligned}\sigma_0^2 &= \sum_{i=1}^k (i - \mu_0)^2 \cdot \Pr(i|C_0) = \sum_{i=1}^k \frac{(i - \mu_0)^2 \cdot p_i}{\omega_0} \\ \sigma_1^2 &= \sum_{i=k+1}^L (i - \mu_1)^2 \cdot \Pr(i|C_1) = \sum_{i=k+1}^L \frac{(i - \mu_1)^2 \cdot p_i}{\omega_1}\end{aligned}\quad (2.5)$$

El autor introduce, entonces, ciertos discriminantes de publicaciones previas para evaluar la bondad del umbral seleccionado:

$$\lambda = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_W^2} ; \kappa = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_W^2} ; \eta = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_T^2} \quad (2.6)$$

siendo  $\sigma_B^2$  la varianza entre las clases,  $\sigma_W^2$  la varianza de las clases y  $\sigma_T^2$  la varianza total de los niveles de la imagen. Estos tres elementos se definen como sigue:

$$\begin{aligned}\sigma_B^2 &= \omega_0 \cdot (\mu_0 - \mu_T)^2 + \omega_1 \cdot (\mu_1 - \mu_T)^2 \\ \sigma_W^2 &= \omega_0 \cdot \sigma_0^2 + \omega_1 \cdot \sigma_1^2 \\ \sigma_T^2 &= \sum_{i=1}^L (i - \mu_T)^2 \cdot p_i\end{aligned}\quad (2.7)$$

Cumplen, estas tres varianzas, la siguiente relación:

$$\sigma_T^2 = \sigma_B^2 + \sigma_W^2 \quad (2.8)$$

Por último, desarrollando la expresión de  $\sigma_B^2$  con la relación de  $\mu_T$  de la ecuación 2.4, resulta:

$$\sigma_B^2 = \omega_0 \cdot \omega_1 \cdot (\mu_1 - \mu_0)^2 \quad (2.9)$$

Será  $\eta$  el discriminante que utilice finalmente el autor al ser el más simple ya que trabaja con estadísticos de primer orden ( $\sigma_B^2$  usa las medias de las clases) y con  $\sigma_T^2$ , que es independiente del umbral escogido (sólo depende de la imagen). Desarrollando la expresión  $\sigma_B^2$  en la ecuación 2.9 mediante la sustitución de  $\mu_1 = \frac{\mu_T - \omega_0 \cdot \mu_0}{1 - \omega_0}$  (ecuación 2.5) y  $\omega_1 = 1 - \omega(k)$  (ecuación 2.2), queda una igualdad en función de  $\mu_T$ ,  $\mu(k) = \mu_0 \cdot \omega(k)$  y  $\omega(k) = \omega_0$ :

$$\sigma_B^2 = \frac{[\mu_T \cdot \omega(k) - \mu(k)]^2}{\omega(k) \cdot [1 - \omega(k)]} \quad (2.10)$$

La ecuación 2.10 será la expresión de la varianza entre clases,  $\sigma_B^2$  que se propone maximizar en Otsu (1979) para la segmentación de la imagen escogiendo el umbral óptimo  $k^*$ . Se vuelve a insistir que, al maximizar  $\sigma_B^2$ , se minimiza la varianza entre las clases,  $\sigma_W^2$ , por sus propias definiciones (se puede verificar fácilmente con la ecuación 2.8).

## 2.2 Vecindad de los píxeles

Una definición fundamental y que va a ser usada en este trabajo fin de máster es la vecindad o adyacencia de los píxeles (figura 2.3). Los píxeles, como elemento más pequeño en la formación de la imagen, suelen considerarse conectados con su entorno bajo las siguientes formas:

- Vecindad de 4 píxeles ( $\mathcal{V}_4$ ): Las celdas se conectan con los píxeles inmediatamente unidos horizontal y verticalmente.
- Vecindad de 8 píxeles ( $\mathcal{V}_8$ ): Las celdas se conectan con los píxeles de  $\mathcal{V}_4$  y además con los píxeles de sus diagonales.

En futuros capítulos se asumirá que las imágenes y las operaciones realizadas sobre ellas actúan bajo una vecindad  $\mathcal{V}_8$ .

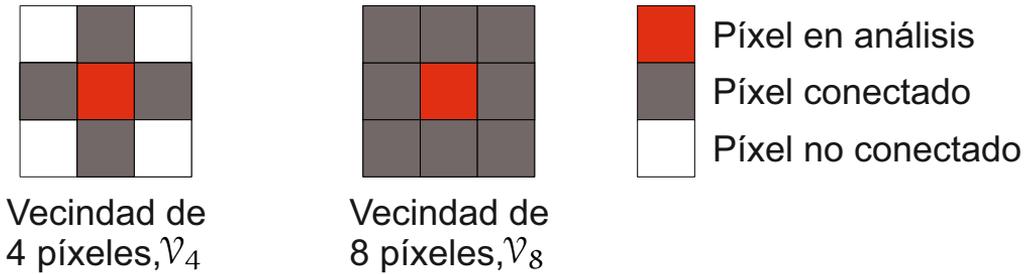


Figura 2.3: Vecindad de un píxel para  $\mathcal{V}_4$  y  $\mathcal{V}_8$ .

## 2.3 Generación de objetos en imágenes binarias

A través de la segmentación de Otsu (apartado 2.1.1) o de cualquier otro tipo de segmentación que divida los píxeles en dos categorías se puede obtener una imagen binaria. Estas imágenes diferencian dos elementos reseñables de la misma. Una aplicación típica es separar el objeto en primer plano y el fondo:

$$I(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{píxel del fondo} \\ 1, & \text{píxel en primer plano} \end{cases} \quad (2.11)$$

siendo  $I$  la imagen binaria y  $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$  las coordenadas enteras de un píxel cualquiera de ésta.

A partir de una imagen con estas características y teniendo en cuenta la vecindad establecida para la imagen (sección 2.2) se pueden definir tres tipos de algoritmos para la formación de regiones interconectadas o diferenciación de objetos que formen parte de  $I(x, y) = 1$ :

### 2.3.1 Algoritmos de recursión

Se analizan por orden los píxeles de la imagen y, al encontrarse uno que cumpla  $I(x, y) = 1$ , se buscan en su entorno ( $\mathcal{V}_8$ ) otros conectados y que no sean parte del fondo. En el caso de encontrar nuevos píxeles que cumplan las condiciones, la función recursiva se llama a sí misma en este segundo píxel y ejecuta las operaciones de búsqueda en su entorno. Para objetos e imágenes pequeñas esta forma de localizar píxeles conectados entre sí es una posibilidad, aunque costosa en recursos de memoria *stack*. No es recomendable en cualquier otro caso ya que se pueden derivar situaciones de *stack overflow*.

### 2.3.2 Algoritmos *depth-first*

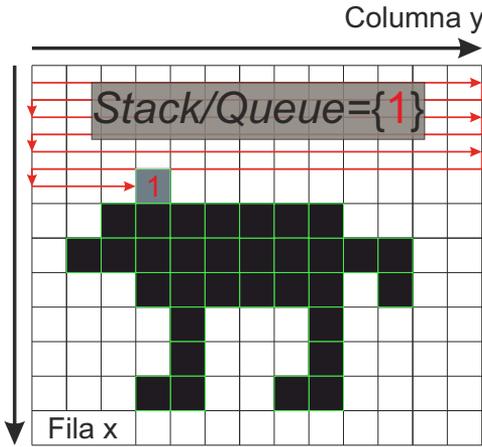
Sustituyen el uso de la propia memoria *stack* por una estructura creada dentro de la memoria dinámica del ordenador (*heap*) y conocida, valga la redundancia, como estructura tipo *stack*. Dichas estructuras *stack* actúan como vectores de tamaño variable que, al alcanzar un píxel deseado de la imagen y comprobar su entorno, son capaces de almacenar las coordenadas de estos nuevos píxeles de interés. El algoritmo se encarga de ir operando con las coordenadas que se van introduciendo en el *stack* y, finalizadas las operaciones y la recolección de coordenadas útiles del entorno, sacar el elemento analizado de la estructura para dar paso a la siguiente posición. El algoritmo se ejecutará hasta que el *stack* se vacíe. Estas estructuras, además, operan con un comportamiento Last In First Out (**LIFO**), es decir, que el último elemento en añadirse es el primero que ejecuta las funciones del algoritmo y, por ende, el primero en salir.

### 2.3.3 Algoritmos *breadth-first*

Con la misma idea que los algoritmos anteriores, usan en este caso estructuras conocidas como *queue* que utilizan un comportamiento First In First Out (**FIFO**), es decir, el primer elemento que es introducido en ella es el primero en ser operado y en salir.

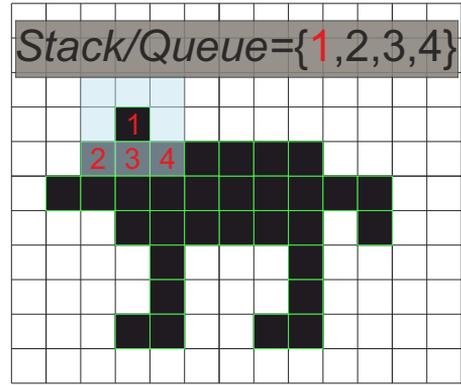
Para más detalle, en la figura 2.4 se explica visualmente la secuencia seguida por los algoritmos *depth-first* y *breadth-first*.

1. Búsqueda del 1<sup>er</sup> píxel objeto



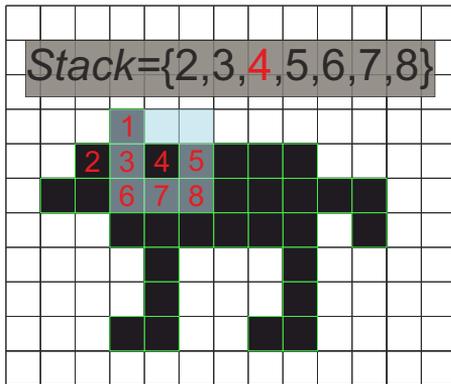
- Píxel objeto,  $I(x,y) = 1$
- Píxel fondo,  $I(x,y) = 0$
- Píxel introducido al *stack/queue*
- Orden de búsqueda

2. Análisis de la vecindad para 1



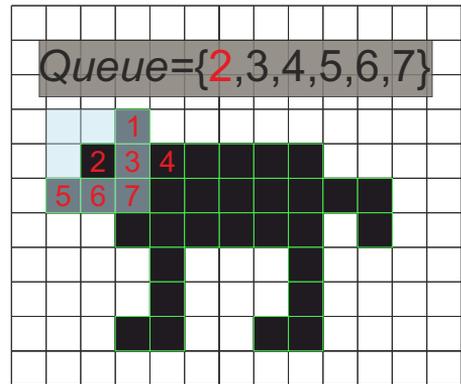
- Píxel objeto,  $I(x,y) = 1$
- Píxel fondo,  $I(x,y) = 0$
- Vecindad de búsqueda
- Píxel introducido al *stack/queue*

3.1 Salida de 1 y continuación del algoritmo depth-first, LIFO



- Píxel objeto,  $I(x,y) = 1$
- Píxel fondo,  $I(x,y) = 0$
- Vecindad de búsqueda
- Píxel introducido al *stack*

3.2 Salida de 1 y continuación del algoritmo breadth-first, FIFO



- Píxel objeto,  $I(x,y) = 1$
- Píxel fondo,  $I(x,y) = 0$
- Vecindad de búsqueda
- Píxel introducido al *queue*

Figura 2.4: Metodología para la aplicación de algoritmos *depth-first* y *breadth-first*.

## 2.4 Características geométricas de los objetos

Extraídos y diferenciados los objetos de la imagen binaria, las características geométricas más asequibles que se pueden identificar de ellos son las siguientes.

### 2.4.1 Área

Un simple recuento del número de píxeles que forman el objeto dan cuenta del área de la forma (figura 2.5):

$$A(\mathcal{R}) = \sum_{i=1}^n 1 \quad (2.12)$$

siendo  $\mathcal{R}$ , una región diferenciada de la imagen, y  $n$ , el número total de píxeles de la región  $\mathcal{R}$ .

### 2.4.2 Perímetro

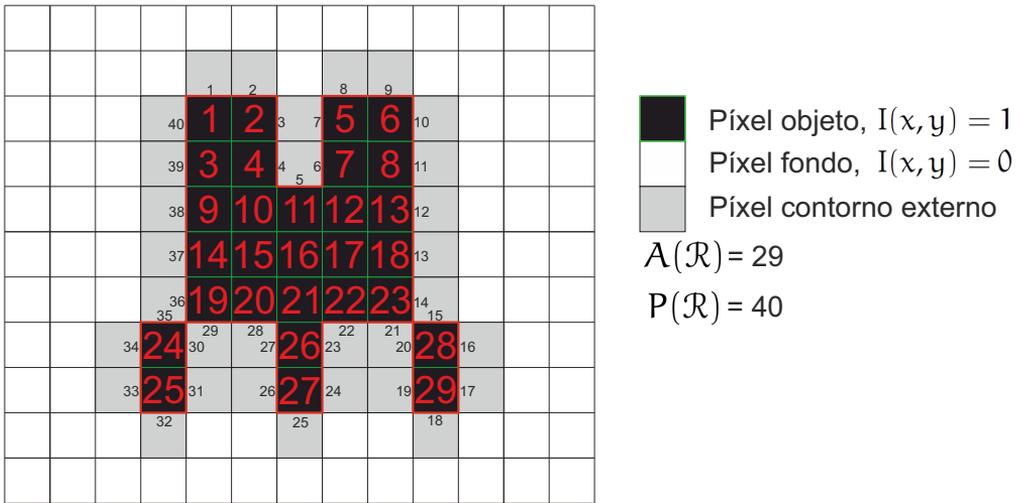
El perímetro de un objeto se puede definir como la cantidad de píxeles de éste que están en contacto con el fondo en su contorno externo (ya que cabe la posibilidad que este objeto albergue huecos dentro de sí). Este contorno externo, con una vecindad de píxeles de  $\mathcal{V}_8$ , se comportaría como la línea de píxeles interconectados de fondo que delimitan el objeto en su zona externa (figura 2.5). De esta forma, contando la cantidad de lados de los píxeles del contorno externo que están en contacto con la región estudiada se puede definir el perímetro de la figura.

$$P(\mathcal{R}) = \sum_{i=0}^N l_i \quad (2.13)$$

con  $\mathcal{R}$ , la región (objeto) diferenciada de la imagen;  $N$ , el número de píxeles del contorno externo que contiene la región  $\mathcal{R}$ , y  $l_i$ , la cantidad de lados del píxel del contorno externo  $i$  que limitan con el objeto  $\mathcal{R}$ .

Algunos autores realizan una corrección del perímetro,  $P_{\text{corr}}(\mathcal{R})$ , exponiendo una sobreestimación del mismo al ser calculado por métodos tradicionales (Burger y Burge, 2009b) mediante la siguiente formulación:

$$P_{\text{corr}}(\mathcal{R}) = 0.95 \cdot P(\mathcal{R}) \quad (2.14)$$



**Figura 2.5:** Medida del área y del perímetro de una región para una vecindad de los píxeles  $\mathcal{V}_8$ .

### 2.4.3 Circularidad

Una manera de analizar las regiones u objetos extraídos en una imagen es mediante el establecimiento de factores de forma que indiquen la disposición de éstos en la imagen comparándolos con formas ideales. Un factor de forma muy habitual es la circularidad:

$$\text{Circularidad}(\mathcal{R}) = k \cdot \frac{A(\mathcal{R})}{P^2(\mathcal{R})} \tag{2.15}$$

siendo  $k$  una constante que condiciona  $\text{Circularidad}(\mathcal{R}) = 1$  para una círculo perfecto. Sustituyendo en la ecuación 2.15 los valores ideales de  $A(\mathcal{R})$  y de  $P^2(\mathcal{R})$  para el caso circular se obtiene  $k$ :

$$\text{Circularidad}(\mathcal{R}) = 1 = k \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{(2 \cdot \pi \cdot r)^2} \rightarrow k = 4\pi \tag{2.16}$$

Finalmente, la ecuación 2.15 quedaría de la siguiente forma:

$$\text{Circularidad}(\mathcal{R}) = 4\pi \cdot \frac{A(\mathcal{R})}{P^2(\mathcal{R})} \tag{2.17}$$

Esta ecuación 2.17 dará resultados entre  $[0, 1]$  según la semejanza de la forma a la relación área-perímetro ideal de un círculo perfecto (véase la figura 2.6). Regiones con exceso de perímetro, según la relación propia de un círculo con área equivalente, harán que la  $\text{Circularidad}(\mathcal{R})$  se aproxime a valores cercanos al cero.

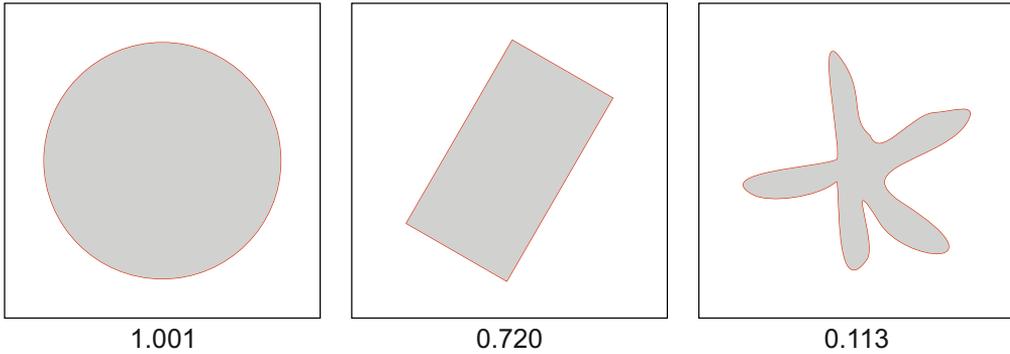


Figura 2.6: Cálculo de la Circularidad( $\mathcal{R}$ ) para distintas formas.

## 2.5 Momentos de área

Los momentos de área, también conocidos como primer y segundo momento de área o momento estático y momento de inercia, son igualmente propiedades geométricas muy utilizadas en la ingeniería civil por sus implicaciones físicas en la teoría de estructuras. Son conceptos que, también, pueden ser utilizados en el tratamiento digital de imágenes con el fin de encontrar propiedades de las áreas de estudio como el centroide o los ejes principales de inercia.

### 2.5.1 Centro de gravedad, primer momento de área y centroide

El concepto de centro de gravedad aparece como resultado de considerar la atracción gravitatoria de la Tierra sobre los cuerpos. El efecto de la gravedad sobre las partículas de una región plana horizontal consiste en una serie de pequeñas fuerzas distribuidas sobre cada una de éstas, con la misma dirección y el mismo sentido. Este sistema con multitud de fuerzas  $F_i$  puede ser simplificado y sustituido por una única fuerza equivalente aplicada en el centro de gravedad  $(x_g, y_g)$ .

Para asegurar esa equivalencia, la resultante de las fuerzas y de momentos en ambos sistemas han de iguales (véase la figura 2.7). Establecido un sistema de coordenadas cartesianas  $(X, Y, Z)$ , la fuerza equivalente,  $F$ , corresponderá a la suma de todos los vectores  $F_i$  en el eje  $Z$ :

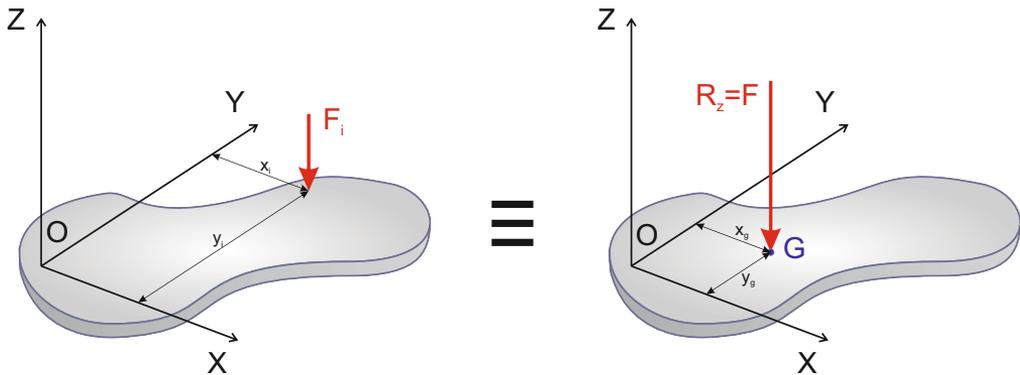
$$R_z = F = F_1 + F_2 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i \quad (2.18)$$

para  $R_z$ , la resultante de las fuerzas en el eje Z;  $F_i$ , cada una de las fuerzas aplicadas en las partículas del objeto, y  $n$ , el número total de partículas.

Por último, el punto de aplicación de esta fuerza deberá mantener invariable la sumatoria de momentos del sistema en los ejes X e Y:

$$\begin{aligned} M_x &= F \cdot y_g = F_1 y_1 + F_2 y_2 + \cdots + F_n y_n = \sum_{i=1}^n F_i y_i \\ M_y &= F \cdot x_g = F_1 x_1 + F_2 x_2 + \cdots + F_n x_n = \sum_{i=1}^n F_i x_i \end{aligned} \quad (2.19)$$

siendo  $M_x$  y  $M_y$ , la resultante de los momentos en los ejes X e Y respectivamente, y  $(x_g, y_g)$ , las coordenadas del centro de gravedad del objeto.



**Figura 2.7:** Sistemas de fuerzas equivalentes: fuerzas  $F_i$  aplicadas a las partículas de un cuerpo plano y fuerza resultante  $F$  aplicada en el centro de gravedad  $(x_g, y_g)$ .

La fuerza  $F$  para el objeto puede ser interpretada como  $F = \gamma h A$  con  $\gamma$ , el peso específico del material;  $h$ , el espesor de la región, y  $A$ , el área de la misma. Dentro del tratamiento digital de imagen, se puede considerar a todos los efectos que  $\gamma$  y  $h$  se mantienen constantes en todo el objeto y, además, que el  $A_i$  de cada píxel tiene un valor unitario. Por lo que, sustituyendo este valor en la ecuación 2.19 y dividiendo entre  $\gamma h$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} M_x &= A \cdot y_g = A \cdot y_c = y_1 + y_2 + \cdots + y_n = \sum_{i=1}^n y_i \\ M_y &= A \cdot x_g = A \cdot x_c = x_1 + x_2 + \cdots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned} \quad (2.20)$$

En el instante en el que la resultante de los momentos de las ecuaciones 2.20 dejan de depender del peso fuerzas aplicadas sobre las partículas del objeto, ese centro de gravedad,  $(x_g, y_g)$ , pasa a convertirse en una propiedad puramente geométrica dependiente del área y de su distribución. Entonces, es cuando se define este punto como  $(x_c, y_c)$ , coordenadas del *centroide* de la región de estudio (figura 2.8).

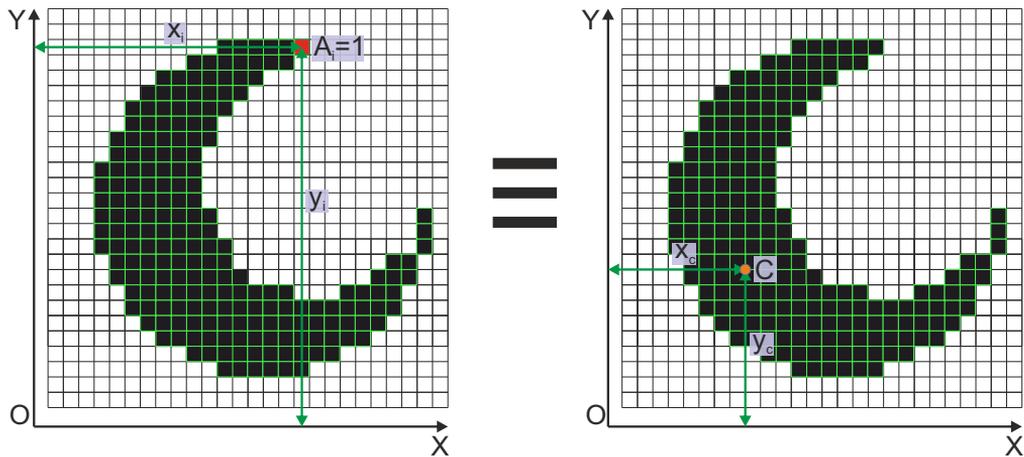


Figura 2.8: Sistemas equivalentes para la obtención del centroide, C.

Por otro lado, de las ecuaciones 2.20 se obtienen  $M_x$  y  $M_y$ , conocidos como el primer momento de área para un objeto plano en un análisis discreto según los ejes X e Y, respectivamente. Este proyecto fin de máster va a tratar con imágenes y píxeles, ergo se prevé más interesante exponer esta formulación con sumatorios que un análisis continuo de las formas con integrales.

### 2.5.2 Momento de inercia y producto de inercia

Sin llegar a entrar en profundidad sobre conceptos de resistencia de materiales o de una flexión pura en la sección de una viga, el momento de inercia o segundo momento de área respecto de un eje se puede interpretar como la resistencia que ejerce un forma a ser girada alrededor de él. Esta resistencia será mayor cuanto más grande sea la distancia de cada elemento de área del objeto al eje en estudio. En el caso de una formulación discreta con área  $A_i = 1$  se tiene que:

$$I_x = y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_n^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (2.21)$$

$$I_y = x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

siendo  $I_x$  e  $I_y$  los momentos de inercia respecto de los ejes X e Y, respectivamente.

El producto de inercia,  $I_{xy}$ , se obtiene del producto de la distancia a ambos ejes de cada elemento del área. Se define como:

$$I_{xy} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_n y_n = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (2.22)$$

### 2.5.3 Momentos centrales

Hasta ahora se han expuesto los cálculos de los momentos de área en referencia a unos ejes X e Y cualesquiera. Sin embargo, para el cálculo de propiedades, que serán útiles para el proyecto, conviene desplazar este origen al centroide de la propia figura. De esta manera se obtendrán características de la figura independientes de la posición de ésta en la imagen. Estos momentos centrales cobran interés en el caso de las ecuaciones 2.21 y 2.22 que se reformulan de la siguiente manera:

$$I_x = \sum_{i=1}^n (y_i - y_c)^2$$

$$I_y = \sum_{i=1}^n (x_i - x_c)^2 \quad (2.23)$$

$$I_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - x_c)(y_i - y_c)$$

### 2.5.4 Ejes principales de inercia y orientación de la figura

Los momentos de inercia centrales respecto de unos ejes  $(X, Y)$  se modifican al rotar éstos y transformarse en  $(X', Y')$ . En dicha rotación los ejes encuentran dos posiciones singulares donde  $I_{xy} = 0$  y los momentos de inercia toman valor mínimo y máximo,  $(I_{\min}, I_{\max})$ , y se conocen como *ejes principales de inercia* (Beer y col., 2007).

Volviendo a la definición dada en el apartado 2.5.2, el eje correspondiente al menor momento de inercia sería aquel respecto del cual los píxeles se encuentran más próximos y, por tanto, una hipotética rotación alrededor suyo requeriría un menor par de momentos. Al tratarse del eje que mejor agrupa los píxeles alrededor de él, resulta útil como indicador de la orientación de una región dentro de la imagen. A través del *círculo de Mohr* o mediante la formulación integral de los momentos centrales de inercia se puede obtener el giro requerido para transformar estos ejes cualesquiera  $(X, Y)$  en ejes principales de inercia:

$$\tan(2\theta) = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \rightarrow \theta = \frac{1}{2} \arctan\left(-\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}\right) \quad (2.24)$$

Otra metodología aplicada al cálculo de la orientación de una región dentro en una imagen es el *Análisis de Componentes Principales* o Principal Component Analysis (PCA). La idea en ella es realizar un giro de los ejes suficiente hasta que la variación de la muestra para el primer eje sea máxima, en este caso la dispersión de los puntos de la forma. El siguiente eje ha de ser ortogonal y, por lo tanto, para una imagen bidimensional, se encontraría ya plenamente definido a falta del criterio de signos que se quiera utilizar para el sistema de coordenadas.

### 2.5.5 Excentricidad y elipse equivalente

La excentricidad de un objeto hace referencia a una proporción entre el largo y el ancho de éste. Rotar la figura hasta que se maximice la relación de aspecto de un marco delimitador de la forma es un modo (costoso en recursos) de evaluar la excentricidad. Además de esto, se pierde la noción de la distribución de los píxeles del objeto dentro de dicho marco (Burger y Burge, 2009b). Otra forma de evaluarla es a través de la siguiente ecuación:

$$\text{Exc}(\mathcal{R}) = \frac{a_1}{a_2} = \frac{I_x + I_y + \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4 \cdot I_{xy}^2}}{I_x + I_y - \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4 \cdot I_{xy}^2}} \quad (2.25)$$

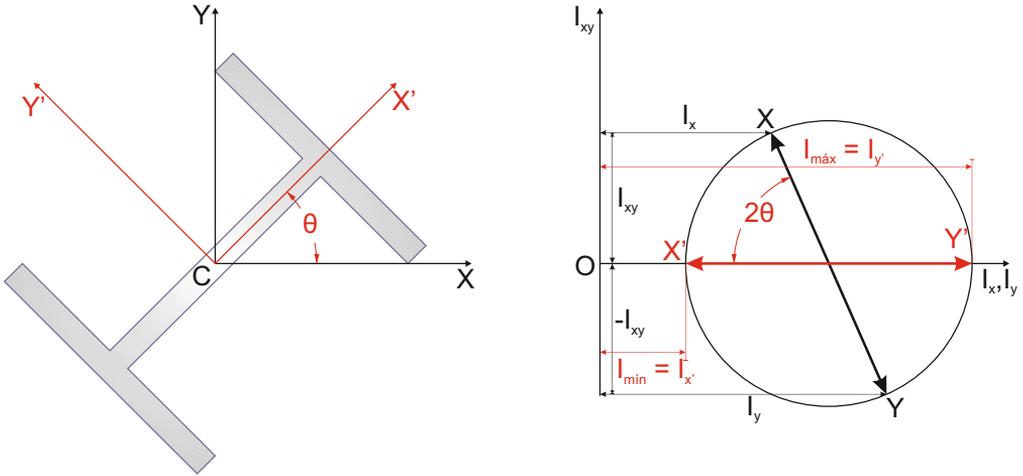


Figura 2.9: Ejes principales de una sección y círculo de Mohr asociado.

siendo  $\text{Exc}(\mathcal{R})$ , la excentricidad de la región  $\mathcal{R}$ , y  $\alpha_1 = 2\lambda_1$  y  $\alpha_2 = 2\lambda_2$  múltiplos de los valores propios  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  de la matriz  $\mathbf{A}$  de momentos centrales:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} I_x & I_{xy} \\ I_{xy} & I_y \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

La excentricidad  $\text{Exc}(\mathcal{R})$  se encuentra en un rango de  $[1, +\infty)$  donde valores cercanos a la unidad reflejan formas compactas y formas elongadas conforme ésta aumenta. Estos valores propios  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  se encuentran relacionados con la *elipse equivalente* o *elipse de mejor ajuste* cuyos momentos principales de inercia coinciden con los del objeto analizado (Jain, 1989). Se obtiene el eje mayor,  $r_a$ , y el eje menor,  $r_b$ , de esta elipse con la siguiente formulación:

$$\begin{aligned} r_a &= 2 \cdot \sqrt{\frac{\lambda_1}{A(\mathcal{R})}} = \sqrt{\frac{2\alpha_1}{A(\mathcal{R})}} \\ r_b &= 2 \cdot \sqrt{\frac{\lambda_2}{A(\mathcal{R})}} = \sqrt{\frac{2\alpha_2}{A(\mathcal{R})}} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Se puede dibujar el contorno de la elipse, finalmente, mediante sus ecuaciones paramétricas:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_c + \cos \theta \cdot r_a \cdot \cos t - \sin \theta \cdot r_b \cdot \sin t \\ y(t) &= y_c + \sin \theta \cdot r_a \cdot \cos t + \cos \theta \cdot r_b \cdot \sin t \end{aligned} \quad (2.28)$$

con  $0 \leq t < 2\pi$ .

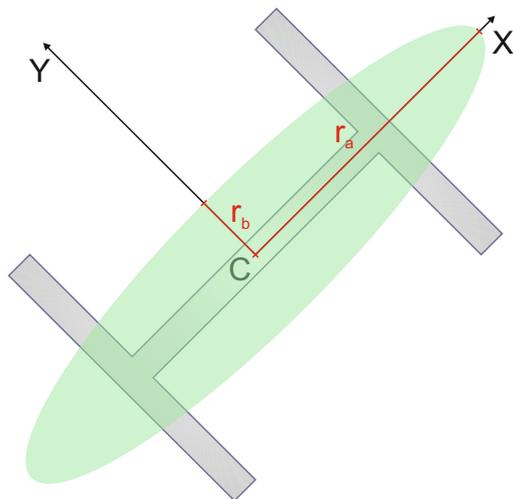


Figura 2.10: Elipse equivalente para un región.

## 2.6 Análisis morfológico en imágenes digitales

El análisis morfológico en el procesamiento de imágenes digitales nace como una rama de la teoría de conjuntos. Es utilizado, principalmente, como una forma de simplificar la información de partida sin producir alteraciones importantes en la forma de los objetos. Las aplicaciones de esta técnica abarcan desde el filtrado, la segmentación y hasta la medición sobre imágenes, entre otras.

El origen de la morfología matemática se inicia en Francia en los años 60 a partir de las investigaciones sobre medios porosos mediante imagen binaria con los científicos *G. Matheron* y *J. Serra* (Soille, 2003). Esta técnica que, por la naturaleza de la información, se basaba en un inicio en transformaciones de la imagen mediante comparadores lógicos *AND* y *OR* fue posteriormente generalizada para imágenes en escala de grises en Goetcherian (1980) intercambiando dichos comparadores por conceptos de mínimo y máximo propios de la teoría del orden.

El elemento estructural, Structuring Element (*SE*), es la base de las operaciones ejecutadas en las imágenes. Se trata de una matriz bidimensional (generalmente y que se conoce entonces como un *SE* plano),  $SE(i, j)$ , y que responde a una cierta geometría de ceros y unos a evaluar sobre la imagen de estudio en el caso binario. Otros nombres que recibe también el *SE* en la literatura científica son *kernel* o matriz de convolución. Otro aspecto de sus aspectos

fundamentales es su origen o *anchor point* que es el encargado de solaparse con el píxel analizado de la imagen, aquel que es modificado con la operación morfológica.

$$SE(i, j) \in \{0, 1\} \quad (2.29)$$

Las transformaciones básicas del análisis morfológico en procesamiento de imagen, y en cuya combinación dan lugar a resultados y procedimientos bastante más complejos, son la dilatación y la erosión.

### 2.6.1 Nomenclatura

Considerando una imagen bidimensional binaria  $I(x, y) \in \{0, 1\}$  se define el conjunto de puntos del primer plano  $P_I$  a través de sus pares de coordenadas  $p = (x, y)$  de la siguiente manera:

$$P_I = \{ p \mid I(p) = 1 \} \quad (2.30)$$

Se consideran, pues,  $I(x, y)$  y  $P_I$  como representaciones alternativas de la misma imagen. También se puede expresar el conjunto de puntos inverso de  $P_I$ , es decir, los puntos del fondo de la imagen, como:

$$\bar{P}_I = \{ p \in \mathbb{Z}^2 \mid p \notin P_I \} \quad (2.31)$$

Del mismo modo, los puntos del SE se pueden definir como el conjunto de puntos  $P_{SE}$  y su inverso, por tanto, como  $\bar{P}_{SE}$ .

Por último, se define el *desplazamiento* de una imagen  $I(x, y)$  mediante un vector  $d$  según:

$$I_d \equiv \{ (p + d) \mid p \in I \} \quad (2.32)$$

Este desplazamiento, gracias al vector  $d$ , creará un nuevo conjunto de puntos para la imagen  $P_I \equiv I(p) = I_d(p + d)$ .

### 2.6.2 Dilatación

La dilatación para elementos binarios se puede ver como la composición de una imagen  $I(x, y)$  con un *kernel*  $SE(i, j)$ , es decir, se aplicaría un desplazamiento o *expansión* de cada elemento  $I(x, y) = 1$  según la disposición de los elementos  $SE(i, j) = 1$ . Matemáticamente se expresa:

$$I \oplus SE \equiv \{ (p + q) \mid \forall p \in I, q \in SE \} \quad (2.33)$$

Otra forma de interpretar la dilatación es visualizando que cada elemento  $I(x, y) = 1$  se expande en semejanza al patrón representado por SE. En la figura 2.11 se muestra un ejemplo del resultado de una dilatación para una imagen binaria.

En el caso de una imagen en escala de grises esta operación, que como se dijo al inicio de la sección 2.6 actúa como operador lógico OR, es intercambiada por una matriz de convolución en la que se escoge el valor máximo que se solape de la imagen para cada elemento analizado:

$$(I \oplus SE)(x, y) = \max_{(i,j) \in SE} \{ I(x + i, y + j) + SE(i, j) \} \tag{2.34}$$

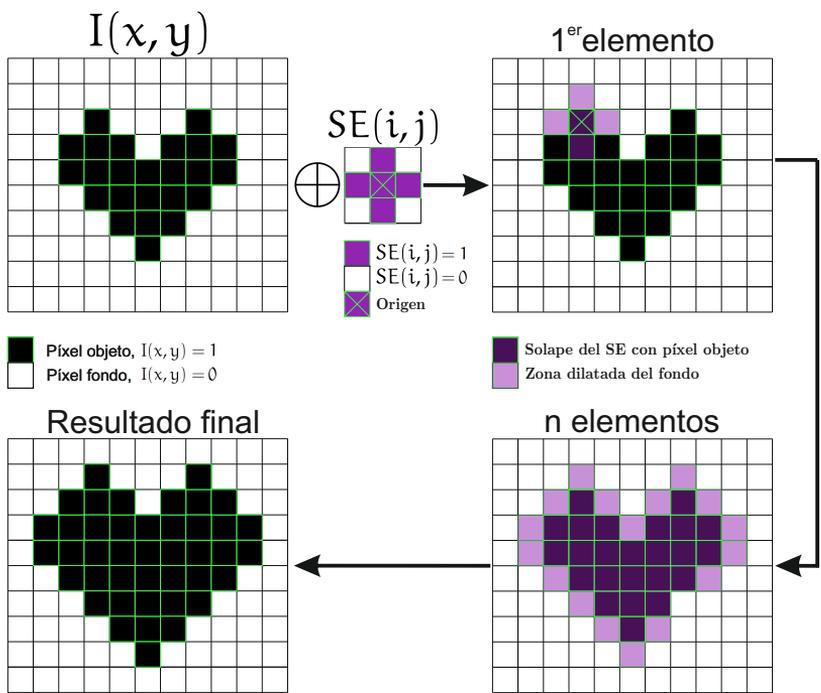


Figura 2.11: Ejemplo de dilatación para una imagen binaria con un elemento estructural con forma de cruz.

### 2.6.3 Erosión

La erosión, sin embargo, busca encajar  $SE(i, j)$  para cada elemento  $I(x, y) = 1$ . Aquellos elementos de  $I(x, y)$  que produzcan en la comparación lógica una salida positiva mantendrán su valor y el resto son erosionados de la figura inicial. Se definiría de la siguiente manera:

$$I \ominus SE \equiv \{ p \in \mathbb{Z}^2 \mid (p + q) \in I, \forall q \in SE \} \quad (2.35)$$

En la figura 2.12 se muestra un ejemplo del resultado de una dilatación para una imagen binaria.

De la misma manera que en el apartado 2.6.2, la erosión vista para una imagen en escala de grises adoptaría una selección del mínimo valor para cada elemento de la imagen analizada:

$$(I \ominus SE)(x, y) = \min_{(i, j) \in SE} \{ I(x + i, y + j) - SE(i, j) \} \quad (2.36)$$

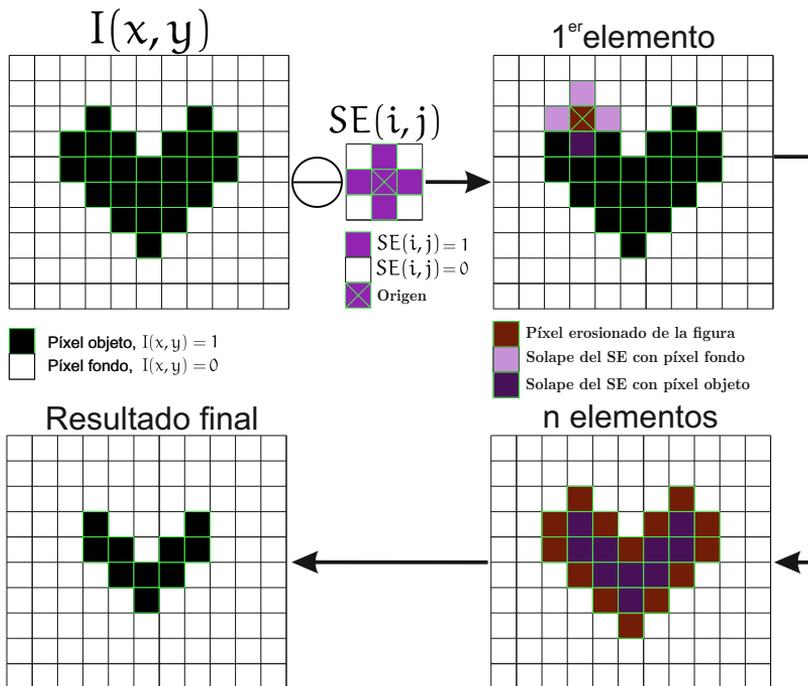


Figura 2.12: Ejemplo de erosión para una imagen binaria con un elemento estructural con forma de cruz.

