

# PROYECTO FIN DE MÁSTER

POSGRADO EN INFORMÁTICA

UNIVERSIDAD DE ALMERIA  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR  
MÁSTER EN INFORMÁTICA AVANZADA E  
INDUSTRIAL

“Diseño de un laboratorio de control basado  
en el tubo de Rijke”

Curso 2015/2016

**Alumno/a:**  
Alejandro López Munuera

**Director/es:**  
Manuel Berenguel Soria





**Universidad de Almería**

Escuela Superior de Ingeniería

Máster en Informática Avanzada e Industrial



**Diseño de un laboratorio de control basado en el tubo de Rijke**

Autor:

Alejandro López Munuera

Director:

Manuel Berenguel Soria

Septiembre 2016



## ÍNDICE

<b>I</b>	<b>Introducción</b>	9
I-A	Motivación del proyecto y objetivos . . . . .	9
I-B	Estructura del trabajo . . . . .	10
I-C	Metodología y recursos empleados . . . . .	10
I-C1	<i>MATLAB</i> 2016 . . . . .	10
I-C2	Drivers ASIO . . . . .	10
<b>II</b>	<b>El tubo de Rijke</b>	11
II-A	El efecto Rijke . . . . .	11
II-B	Criterio de Rayleigh . . . . .	11
<b>III</b>	<b>Construcción del banco de ensayos</b>	12
III-A	Observaciones empíricas . . . . .	13
<b>IV</b>	<b>Ensayos e identificación de sistemas</b>	14
IV-A	Identificación en lazo cerrado . . . . .	14
IV-B	Estimación de la respuesta frecuencial . . . . .	15
IV-C	Realización del ensayo . . . . .	15
<b>V</b>	<b>Modelado físico del tubo de Rijke</b>	17
V-A	Procesos acústicos . . . . .	17
V-B	Procesos térmicos . . . . .	18
V-C	Linealización . . . . .	19
V-D	Síntesis y resultados . . . . .	20
<b>VI</b>	<b>Conclusiones y trabajo futuro</b>	21
	<b>Referencias</b>	21



## ÍNDICE DE FIGURAS

1	Esquema básico de un tubo de Rijke. [16] . . . . .	9
2	Desfase necesario para cumplir el criterio de Rayleigh. . . . .	11
3	Diagrama de los ciclos acústicos y térmicos. [7] . . . . .	12
4	Tarjeta de audio y altavoz utilizados durante los ensayos. . . . .	12
5	Montaje final del tubo de Rijke. . . . .	13
6	Transformada rápida de Fourier del sonido emitido. . . . .	13
7	Efecto de la realimentación en la salida del sistema para una determinada ganancia. . . . .	14
8	Esquema para la identificación en lazo cerrado. . . . .	15
9	Ensayo para la identificación del sistema en lazo cerrado. Barrido frecuencial (0-800 Hz). . . . .	15
10	Respuesta frecuencial en lazo cerrado y un modelo de orden 16 ajustado por mínimos cuadrados. . .	16
11	Conversión del lazo cerrado a lazo abierto para el sistema identificado. . . . .	16
12	Representación de los polos y ceros del sistema en lazo cerrado ( $T$ ). . . . .	16
13	Lugar de las raíces para el modelo de lazo abierto ( $F$ ). . . . .	17
14	<i>Zoom</i> en el segundo armónico. . . . .	17
15	Capa límite formada en el contorno del cable. [7] . . . . .	18
16	Esquema del acoplamiento de las dinámicas en el sistema. . . . .	20
17	Diagrama de Bode del modelo linealizado. . . . .	20
18	Diagrama en <i>Simulink</i> del modelo lineal. . . . .	21
19	Simulación de realimentación del modelo lineal. . . . .	21



## DEFINICIÓN DE SIGLAS Y ACRÓNIMOS

**ASIO:** *Audio Stream Input/Output*, protocolo de ordenador para audio digital que provee una baja latencia y una interfaz de alta fidelidad entre el software, es decir, la aplicación, el hardware y la tarjeta de sonido.

**LTI:** *Linear Time-Invariant*, sistema lineal e invariante en el tiempo. Como su nombre indica, es un sistema que cumple las propiedades de linealidad (proporcionalidad y aditividad) e invarianza en el tiempo (sus parámetros son siempre los mismos).

## NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidades
$A$	Sección del tubo	$m^2$
$c$	Velocidad del sonido	$m/s$
$c_p$	Capacidad calorífica a presión constante	$J/(kgK)$
$c_v$	Capacidad calorífica a volumen constante	$J/(kgK)$
$d_{cable}$	Diámetro del cable con el que se construye la bobina de Níquel-Cromo	$m$
$f$	Frecuencia	$Hz$
$K_{hr}$	Ganancia del sistema de primer orden entre dinámicas acústicas y térmicas	$J/(kgK)$
$P$	Presión	$N/m$
$L$	Longitud del tubo	$m$
$l_c$	Longitud del cable con el que se construye la bobina de Níquel-Cromo	$m$
$M$	Mach. Magnitud adimensional que muestra la relación entre la velocidad del aire ascendente y la velocidad del sonido	-
$q$	Calor transmitido al aire	$W$
$R$	Constante del gas ideal	$J/(kgK)$
$r$	Magnitud adimensional que muestra la relación entre densidad y densidad nominal del aire	-
$t_{hr}$	Constante de tiempo del sistema de primer orden entre dinámicas acústicas y térmicas	$s$
$v$	Velocidad del aire	$m/s$
<i>Letras griegas</i>		
$\gamma$	Coefficiente de dilatación adiabática	-
$\kappa$	Coefficiente de conductividad térmica del aire	$W/(mK)$
$\lambda$	Longitud de onda	$m$
$\xi$	Magnitud adimensional que muestra la relación entre una distancia y la longitud del tubo	-
$\rho$	Densidad del aire	$kg/m^3$
$\tau$	Magnitud adimensional que muestra la relación entre un periodo de tiempo y el tiempo que tarda una onda en atravesar el tubo	-
$\psi$	Magnitud adimensional que muestra la relación entre presión y presión atmosférica	-



# Diseño de un laboratorio de control basado en el tubo de Rijke

Alejandro López Munuera

**Abstract**—This final project presents the design and construction of a laboratory based on the Rijke Tube that will be placed at the University of Almería. This test bench will expand the list of physical systems currently available in laboratory courses.

In addition, the paper presents an example of system identification based on estimated frequency response and the modeling of the process in order to obtain control oriented models.

**Keywords**—Rijke tube, Thermoacoustics, Frequency response, Closed loop identification.

**Resumen**—En este trabajo fin de máster se exponen los pasos seguidos para el diseño y montaje de una plataforma de ensayos basada en el tubo de Rijke, que será instalada en la Universidad de Almería. Este banco de ensayos expandirá la lista de sistemas físicos disponibles en clases prácticas.

El trabajo también presenta un ejemplo de identificación basado en la respuesta frecuencial estimada del sistema y el modelado del proceso para la obtención de modelos orientados al control.

**Palabras clave**—Tubo de Rijke, Termoacústica, Respuesta frecuencial, Identificación en lazo cerrado.

## I. INTRODUCCIÓN

### A. Motivación del proyecto y objetivos

Actualmente el Área de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Almería cuenta con diversos bancos de ensayo, tanto físicos como virtuales, con los que los alumnos de asignaturas de control pueden aplicar los conocimientos adquiridos durante clases prácticas. El principal objetivo de este proyecto es ampliar el repertorio de sistemas disponibles, añadiendo un banco de ensayos basado en el tubo de Rijke (figura 1).

Dicho proceso consiste en un tubo vertical en cuyo interior se coloca cualquier material capaz de aportar suficiente energía como para generar un flujo estable de aire caliente ascendente. Cuando se dan las condiciones

adecuadas, el tubo produce un sonido relativamente fuerte, producto de realimentaciones inestables entre procesos térmicos y acústicos. El dispositivo y los principios físicos que explican su funcionamiento serán tratados con más detalle en el apartado II del trabajo.

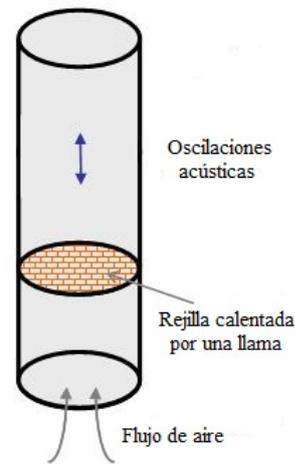


Figura 1. Esquema básico de un tubo de Rijke. [16]

El tubo de Rijke es un experimento bastante conveniente por dos principales motivos: el primero, pero no determinante, es que es muy asequible económicamente. El segundo es que se trata de un sistema con una cierta complejidad al tratarse de un proceso inestable, lo cual le ofrecería a los alumnos la oportunidad de probar experimentalmente controladores con este tipo de sistemas.

Desde un punto de vista puramente educativo, el sistema permite profundizar en el modelado de los procesos físicos que tienen lugar en su interior (inestabilidades acústicas y térmicas que se realimentan), en la identificación frecuencial de sistemas y en técnicas de control para su estabilización.

En resumen, los objetivos del proyecto son:

- Construcción de un laboratorio de control funcional basado en el tubo de Rijke.
- Obtención de modelos en base a la identificación frecuencial y la linealización de los procesos que tienen lugar en el dispositivo.

## B. Estructura del trabajo

El trabajo se ha dividido en seis partes. Primeramente se hace una breve explicación de los motivos del trabajo, sus objetivos, así como una mención de los métodos, recursos y materiales empleados para llevar a cabo el proyecto.

La segunda parte del trabajo ofrece una explicación en detalle del experimento con el que se trabaja, así como los principios de su funcionamiento, además de su importancia en el mundo académico.

Una vez se conozca con más detalle los fundamentos teóricos del tubo de Rijke, se describirá el montaje físico realizado y las observaciones empíricas que aseguren su correcto funcionamiento, las cuales serán la base del modelado físico y la identificación del sistema.

En la cuarta parte se explicará el proceso de obtención de modelos en base a ensayos en lazo cerrado y se discutirá su validez.

A continuación, en el quinto capítulo se exponen los pasos necesarios para la obtención de modelos linealizados de los procesos físicos que tienen lugar en el tubo y se mostrarán los resultados de la simulación de dichos modelos.

Por último, se hará una revisión del trabajo y se discutirán los resultados obtenidos a lo largo del mismo de forma global.

## C. Metodología y recursos empleados

Para la construcción del banco de ensayos han sido necesarios los siguientes materiales:

- Raíles metálicos.
- Tubo de boro-silicato con una longitud de 1.5 m y 7 cm de diámetro.
- Altavoz.
- Micrófono.
- Resistencia de Níquel-Cromo.
- Fuente de alimentación.
- Tarjeta de sonido externa.

Para el trabajo original iba a ser utilizada la resistencia de níquel-cromo con la fuente de alimentación, sin embargo al ser imposible la obtención de una fuente con la potencia requerida, estos materiales fueron reemplazados por una resistencia de 450 W conectada directamente a corriente alterna. En la sección III del trabajo se exponen los detalles del montaje.

Aparte de los materiales para la planta física, el laboratorio tiene que contar con un ordenador que se

encargue de la adquisición de datos y de su control. Dicho ordenador contará con las siguientes herramientas informáticas:

1) *MATLAB 2016*: *MATLAB* es un *software* altamente extendido en el ámbito de la ciencia y la ingeniería, debido a que es un lenguaje de alto nivel, robusto, orientado al cálculo matricial y cuenta con una gran base de algoritmos ya implementados. La versión utilizada durante el proyecto fue *MATLAB 2016*, por lo que no se puede garantizar la completa compatibilidad de los métodos mostrados en versiones anteriores del programa. Las principales librerías utilizadas son:

- *Toolbox* de identificación de sistemas: esta herramienta provee con una gran variedad de funciones que ayudan a la obtención de modelos a partir de datos en entrada-salida adquiridos de cualquier proceso.
- *Toolbox* de sistemas de audio: provee bloques de *Simulink* que permiten la comunicación con los controladores de audio del ordenador.

2) *Drivers ASIO*: El protocolo *ASIO* juega un papel muy importante y es necesaria su instalación en el ordenador que vaya a controlar los ensayos. *ASIO* permite la comunicación entre *software* y *hardware* con una latencia mucho menor que *DirectSound* de *Windows*. Como se verá en posteriores secciones, la salida del sistema al fin y al cabo es audio que recogerá un micrófono, y que se realimentará al sistema a través de un altavoz. Para poder llevar a cabo esta realimentación sin retardos y no afectar a las condiciones de estabilidad del sistema, el proceso de adquisición y reproducción de audio debe realizarse en un entorno lo más cercano posible al tiempo real. Con *Windows* y *MATLAB*, las soluciones que más se acercan a este cometido son usar *Simulink Desktop Real-Time*, solo compatible con determinadas tarjetas de adquisición de datos, o en su defecto utilizar el protocolo gratuito *ASIO*, compatible con *MATLAB*.

Para la identificación del sistema se utilizarán técnicas de identificación en lazo cerrado basado en la estimación de la respuesta frecuencial. Dichas técnicas serán explicadas con mayor nivel de detalle en el apartado IV de este trabajo.

## II. EL TUBO DE RIJKE

El tubo de Rijke recibe su nombre de Petrus Leonardus Rijke, un profesor holandés de la universidad de Leiden, quien observó y estudió este fenómeno. El tubo de Rijke es un dispositivo capaz de transformar calor en sonido, gracias a la generación y sustentación de una onda estacionaria en su interior mediante la aportación de energía. El ejemplo más simple de este experimento consiste en introducir una rejilla metálica en la parte inferior un tubo abierto por ambos extremos y calentarla con una llama. Si el tubo se sostiene verticalmente comenzará a producir ruido. Si el tubo se coloca horizontalmente o se le da la vuelta, o algún extremo es tapado, el ruido cesará.

Durante un tiempo el fenómeno fue simplemente anecdótico, hasta la aparición de los motores térmicos y de propulsión, en los que el estudio de las inestabilidades termo-acústicas se convirtió en algo de vital importancia para garantizar el correcto funcionamiento del dispositivo, el aumento de su rendimiento evitando pérdidas innecesarias y la mejora de su esperanza de vida al restar esfuerzos de fatiga a todos los materiales del motor [1].

Actualmente los tubos de Rijke pueden presentarse en muchas variantes [2] y se trata de un ejemplo muy práctico y visual utilizado en clases de física para explicar las inestabilidades acústicas.

Además, el estudio del tubo de Rijke y otros dispositivos similares ha dado como fruto la invención de nuevos tipos de motores y refrigeradores termoacústicos, los cuales podrían ser una buena alternativa a sistemas convencionales. Swift [3] implementó varios dispositivos termoacústicos basándose en toda la teoría desarrollada en torno al efecto Rijke. Junto con Scott idearon diferentes tipos de motores, como el motor acústico, motor acústico de onda estacionaria o los motores acústicos en cascada [4].

### A. El efecto Rijke

Rijke explicó que este fenómeno se debía a que el aire se calienta por la rejilla, expandiéndose. Este aire al entrar en contacto con las paredes del tubo se enfriaba, provocando una diferencia de presión entre la zona cercana a la rejilla y el final del tubo. No obstante, este proceso solo explica la aparición de un gradiente de presión y temperatura en el tubo, no la aparición y sustentación de una onda estacionaria.

### B. Criterio de Rayleigh

Cualquier fuente de energía puede establecer una onda estacionaria, debido al reflejo en los extremos abiertos del tubo, sin embargo el efecto termoacústico amplifica y sustenta dicha onda.

Lord Rayleigh explicó cómo estas ondas acústicas eran amplificadas por la adición de calor en sus publicaciones [5]. El criterio de Rayleigh estipula que una onda estacionaria puede sustentarse si durante la etapa de compresión se le añade calor y/o durante la etapa de descompresión se le extrae. Cuantitativamente se puede expresar como:

$$\oint p(t)q(t)dt > 0 \quad (1)$$

Si se representan el flujo de calor  $q(t)$  y la presión del aire  $p(t)$  a lo largo del tiempo, gráficamente podemos ver como es necesario un desfase entre ambas para poder cumplir la condición de sustentación de la onda. Más adelante, Putnam y Dennis [6] derivaron una ecuación de onda impulsada por calor, verificando el criterio de Rayleigh.

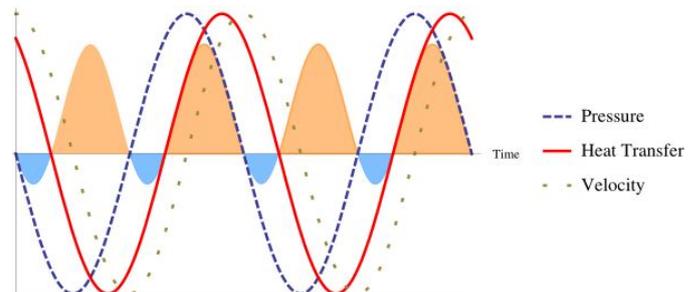


Figura 2. Desfase necesario para cumplir el criterio de Rayleigh.

De acuerdo con esto, el flujo de calor transmitido al aire es mayor durante una parte del ciclo, obteniendo un flujo de calor medio  $\bar{q}$  sobre el que hay acoplada una componente oscilante en el tiempo  $q'$  (mostrada en rojo en la figura 2). En este acoplamiento yace la naturaleza inestable del sistema: las variaciones de presión y velocidad en torno a la rejilla afectan a la cantidad de calor que se le aporta al aire. El diagrama de la figura 3 puede ayudar a entender mejor el fenómeno.

En dicho diagrama se observan las principales variables que intervienen en el proceso: en la primera fila se muestra la temperatura del aire a lo largo del tubo en una escala de colores, así como la velocidad del aire en los extremos mediante flechas. En la segunda fila se representan la presión y la velocidad del aire a lo largo del tubo (nótese que dichas componentes siempre

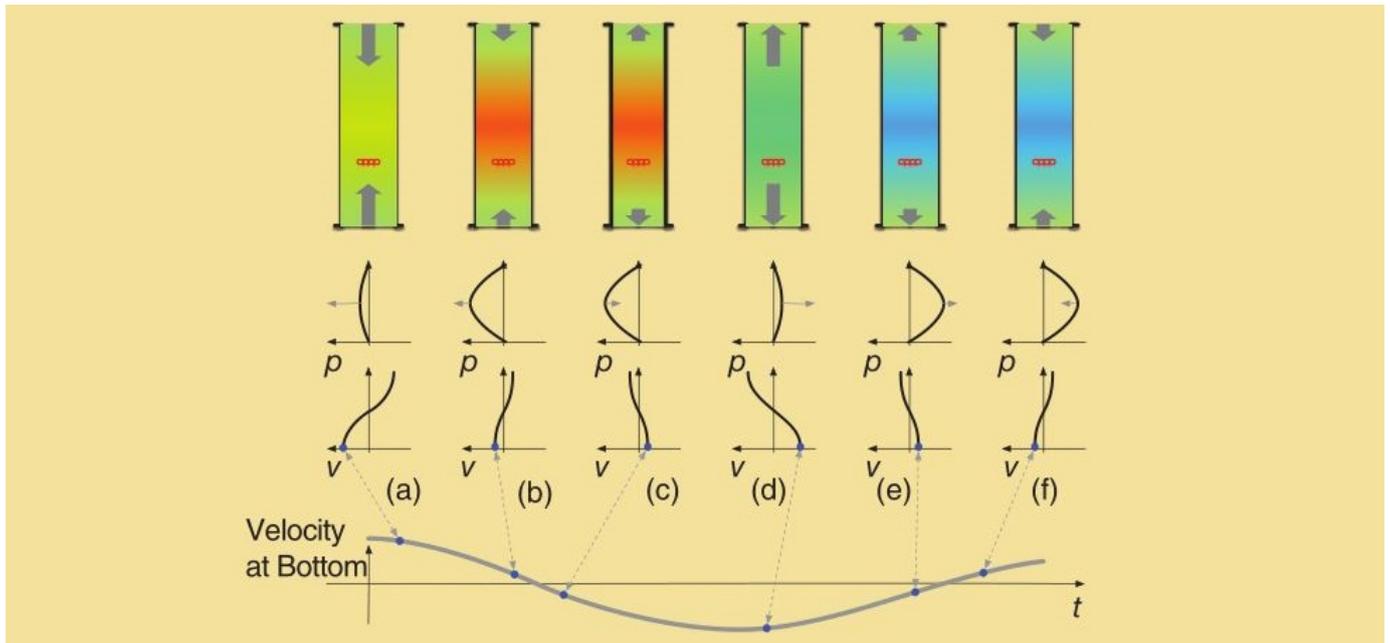


Figura 3. Diagrama de los ciclos acústicos y térmicos. [7]

tienen un desfase de 90 grados). La última fila muestra la velocidad en la parte baja del tubo.

Durante el comienzo de un ciclo, el aire fluye desde ambos extremos hacia el interior del tubo provocando que se alcance un máximo de presión en su interior (de *a* pasamos a *b*). En este instante la presión provoca que la velocidad decaiga, hasta el punto en que se produce una inversión de la misma (*c*), haciendo que el aire salga del tubo, en el que por consiguiente decae la presión (*d*). En (*e*) la presión alcanza un mínimo, lo que nos lleva a (*f*), donde la velocidad vuelve a cambiar y el aire comienza a entrar en el tubo nuevamente debido a la depresión.

En la mitad de un ciclo la rejilla entra en contacto con aire frío, favoreciendo la transmisión térmica (durante la fase en la que se incrementa la presión). Cuando la presión es máxima, el aire vuelve a salir, sin embargo al pasar por la rejilla la transmisión térmica es menor debido a que ese aire ya está caliente. Vemos como el criterio de Rayleigh se cumple dentro del tubo: el aire recibe la mayor parte de la energía cuando se está comprimiendo, y al expandirse recibe una menor cantidad, permitiendo que la onda estacionaria se sustente.

### III. CONSTRUCCIÓN DEL BANCO DE ENSAYOS

La figura 5 muestra el montaje final realizado. Un marco construido a base de raíles permite que el montaje sea relativamente rápido y, en caso de ser necesario, fácilmente desmontable (por motivos de transporte o

almacenamiento temporal). Dicho marco está anclado a una base con unas escuadras para conseguir firmeza. La estructura simplemente sirve para mantener el tubo en una posición vertical y estable.

En su interior se ha colocado la resistencia que calentará el aire, a una altura desde el extremo inferior del tubo de 38 cm, aproximadamente un cuarto de la longitud total del tubo. Está sujeta por fricción con ayuda de una tira metálica flexible rodeada en sus extremos por funda termoretráctil.

El actuador (altavoz) y el sensor (micrófono) se colocan en ambos extremos del tubo e irán conectados directamente a la placa de audio del ordenador que adquirirá los datos. Para que los ensayos no dependieran de las especificaciones del ordenador que en ese momento se esté usando, se adquirió una tarjeta de audio externa.



Figura 4. Tarjeta de audio y altavoz utilizados durante los ensayos.

La placa de audio es una SODIAL de 6 canales con un muestreo analógico de hasta 48 kHz, suficiente para el muestreo de las frecuencias con las que se va a trabajar.



Figura 5. Montaje final del tubo de Rijke.

El altavoz elegido fue un *HMDX Burst* (figura 4). Se utilizó un micrófono convencional *Neewer* de 3.5 mm.

En un principio se pensó que como el rango de frecuencias con el que se iba a trabajar estaba dentro del espectro audible y de la voz humana, a pesar de no ser dispositivos profesionales ni de alta fidelidad, éstos no presentarían dinámicas desfavorables en dicho rango, sin embargo más adelante se podrá comprobar que tanto el micrófono como el altavoz presentan alguna distorsión en un rango de frecuencias bajas que entran dentro del rango de trabajo (80 – 120 Hz). Este hecho no impide la identificación de sistemas, pero sería recomendable la utilización de otro dispositivo que tenga una mejor respuesta a bajas frecuencias.

El cambio más prioritario actualmente en la instalación es la obtención de una fuente de alimentación de corriente continua con una potencia suficiente como para alimentar la bobina de Níquel-Cromo. La resistencia de 450 W utilizada es de unas dimensiones considerables, afectando a la realimentación entre los procesos acústicos y térmicos al producirse el calentamiento del aire a lo largo de una mayor sección de tubo. El aire se debe calentar repentinamente al llegar a la bobina (de hecho, la adición de calor se modelará como un impulso en una posición  $x_0$ ).

Esta es la causa probable de que la onda no tenga una amplitud suficiente y sea menos audible de lo que debería. Este hecho impedía la colocación del micro en el interior del tubo, ya que su emplazamiento era capaz de cancelar la onda estacionaria, apagando el ruido. Por este motivo todos los ensayos se han realizado sujetando el micrófono justo en la apertura del tubo.

Si este problema se soluciona, en un futuro podría plantearse la ampliación del montaje añadiendo un soporte para poder regular la posición del micro en el interior del tubo, ya que ésta tiene relevancia en el sistema, pudiendo alterar la localización de sus ceros (los polos son fijos).

En general el montaje se ha comportado dentro de los márgenes esperados, permitiendo que el trabajo de identificación se desarrolle sin muchos contratiempos.

#### A. Observaciones empíricas

Para poder apreciar la inestabilidad termoacústica basta con conectar el tubo a una toma de corriente alterna a 230 V. Para acelerar el proceso de calentamiento de la resistencia, se puede tapan la parte superior del tubo. Cuando lleve conectado cerca de 2 minutos, la resistencia comenzará a adquirir un tono incandescente. Si se destapa el tubo, se generará la onda estacionaria y comenzará a sonar. Un rápido análisis espectral del sonido que produce el tubo nos revela la frecuencia de la onda, unos 120 Hz:

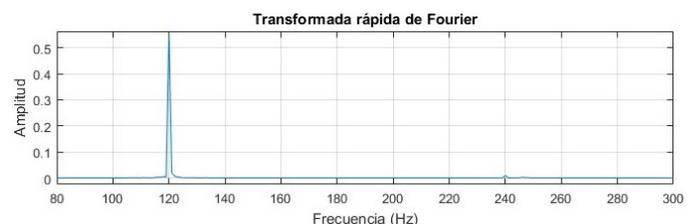


Figura 6. Transformada rápida de Fourier del sonido emitido.

Como sabemos que el sonido lo produce una onda estacionaria en el interior de un tubo con ambos extremos abiertos, su longitud de onda  $\lambda$  será dos veces la longitud del tubo. Conociendo la velocidad del sonido en condiciones ambientales  $c = 343 \text{ m/s}$  nos permite comprobar la frecuencia de la onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

Se obtiene una frecuencia de 114 Hz, variando 6 Hz con lo medido.

Si se conectan el micrófono y el altavoz a un ordenador y se realimenta la salida del sistema con una determinada ganancia  $k$  puede observarse como el sistema se estabiliza y la onda estacionaria desaparece.

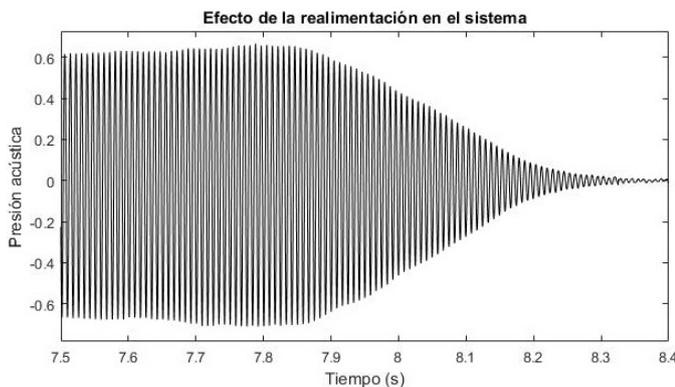


Figura 7. Efecto de la realimentación en la salida del sistema para una determinada ganancia.

Nótese que este efecto se produce por la estabilización de los procesos termoacústicos y no por una cancelación de ondas acústicas. La diferencia fundamental es que si se tratara de una cancelación la señal emitida por el altavoz sería siempre distinta de cero, mientras que puede observarse como ésta tiende a cero tras la estabilidad del sistema.

#### IV. ENSAYOS E IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

##### A. Identificación en lazo cerrado

Las técnicas de identificación en lazo cerrado son bastante frecuentes en la industria [8] ya que en ocasiones es difícil detener un proceso para modelarlo, e incluso así puede ser difícil aislarlo de las perturbaciones que, en caso de estar en lazo cerrado, la realimentación atenuaría [9]. Dichas técnicas también son necesarias a la hora de identificar procesos que en lazo abierto son inestables, como el tubo de Rijke.

La mayor parte de las técnicas de identificación parten de la asunción de un sistema de la forma:

$$y(t) = Fu(t) + v(t) \quad (3)$$

donde  $v$  representa el ruido de medición y  $F$  la relación entrada-salida a identificar, que en nuestro caso es el conjunto de altavoz, tubo y micrófono (figura 8). En lazo abierto se puede suponer que no existe correlación entre el ruido  $v$  y la entrada del sistema  $u$ , algo que es falso si un sistema opera en lazo cerrado, ya que en ese caso la entrada del sistema se calcula a partir de su salida, existiendo relación entre ruido y entrada.

La técnica empleada en la identificación será calcular la respuesta frecuencial del sistema, suponiendo el conjunto completo de controlador ( $k$ ), altavoz, el tubo y el micrófono como una caja negra que recibe y emite señales. A este bloque, una vez que esté estabilizado por la realimentación, se le introducirá una señal  $w$  de identificación externa para la obtención de dicha respuesta frecuencial. El sistema ahora puede describirse como:

$$y(t) = Tw(t) + v(t) \quad (4)$$

en esta ocasión garantizando que la señal añadida externamente  $w$  es independiente de  $v$ , siendo  $T$  la función de transferencia de lazo cerrado que relaciona la señal de ensayo  $w$  con la salida  $y$ :

$$T = \frac{KF}{1 - KF} \quad (5)$$

donde  $K$  es la ganancia total de todos los componentes del sistema, incluyendo el controlador, la cual es difícil de calcular ya que incluye factores como la conversión a voltaje de la presión acústica captada por el micro, la ganancia del volumen introducida por el sistema operativo, etc. No obstante, mientras se pueda garantizar que es independiente de la frecuencia, dicha ganancia no afectará a la dinámica del sistema en cuanto a su respuesta en frecuencia se refiere.

Como en el ensayo se está calculando la respuesta frecuencial  $T(e^{j\omega})$ , que representa la dinámica de lazo cerrado del sistema, bastará con una conversión algebraica para recuperar la respuesta frecuencial en lazo abierto:

$$F = \frac{1}{K} \frac{T}{1 + T} \quad (6)$$

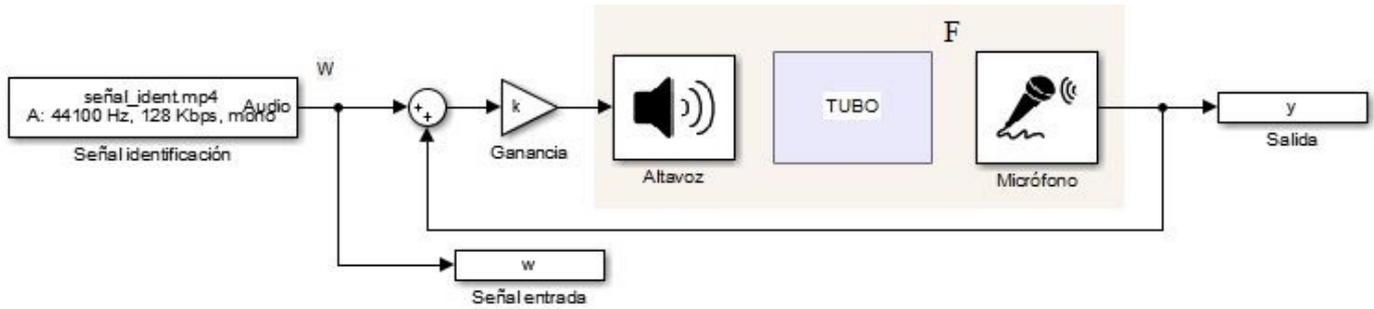


Figura 8. Esquema para la identificación en lazo cerrado.

### B. Estimación de la respuesta frecuencial

Se llama respuesta frecuencial de un sistema a la medición cuantitativa del espectro de salida de dicho sistema como respuesta a un estímulo frecuencial, y caracteriza la dinámica del mismo. Todo sistema real cuenta con dinámicas de infinito orden, pero a la hora de trabajar con ellas se aproximan a órdenes más bajos. Los procesos termoacústicos en un tubo de Rijke no presentan esta ventaja, ya que incluso una aproximación de orden finito requiere de la capacidad de captar dinámicas muy complejas, y por lo tanto, de alto orden. El método de identificación frecuencial seleccionado para este proceso tiene ventaja respecto a otros por este motivo, ya que no es necesario establecer el orden del modelo a priori.

La respuesta frecuencial  $T(e^{j\omega})$  puede identificarse directamente, para más adelante ajustar un modelo del orden deseado a dicha respuesta. *MATLAB* cuenta en su *toolbox* de identificación con las funciones *spa* y *spafdr* [10], con las que obtener la respuesta frecuencial en base al ratio entre el espectro cruzado de la salida y la señal de identificación  $y\omega$ , y el espectro de la señal de control  $w$ :

$$T_N(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{y\omega}(\omega)}{\Phi_w(\omega)} \quad (7)$$

El método empleado en este trabajo es el *spafdr*, que nos permitirá seleccionar el rango deseado en el dominio de la frecuencia, así como la resolución con la que se aplica el algoritmo, algo determinante a la hora de obtener buenas aproximaciones de la respuesta frecuencial del sistema.

### C. Realización del ensayo

La señal de entrada  $\omega$ , al igual que cualquier señal destinada a la identificación, debe excitar el sistema en un amplio rango de frecuencias. En la literatura, se proponen señales como el ruido blanco o senos con barrido

frecuencial. Esta última opción ha sido la elegida para los ensayos, ya que ha demostrado ser muy beneficiosa en la identificación de sistemas acústicos [11].

La señal será un seno cuya frecuencia variará linealmente con el tiempo desde 0 a 800 Hz. Se ha escogido un rango de frecuencias lo suficientemente amplio como para captar los seis primeros armónicos del sistema. Identificar el sistema a altas frecuencias (por encima de 1 kHz) añadiría mucha más información y cómputo, además de ser innecesario ya que en esas zonas pueden predominar distorsiones introducidas por el micrófono y/o el altavoz.

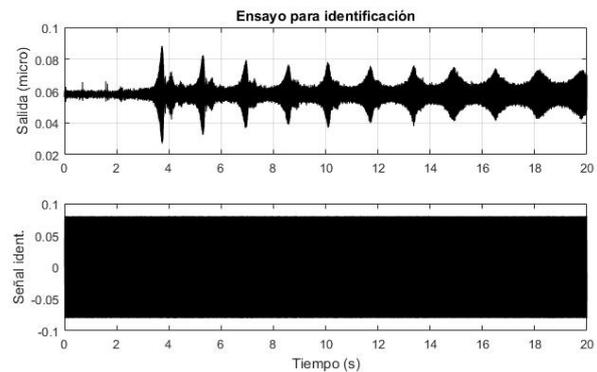


Figura 9. Ensayo para la identificación del sistema en lazo cerrado. Barrido frecuencial (0-800 Hz).

En la figura superior pueden verse los datos de entrada y salida del ensayo. Es necesario recordar que éste es el proceso en lazo cerrado  $T(s)$ , el cual se podrá identificar con técnicas de identificación de lazo abierto considerándolo como una caja negra de entrada  $w$  y salida  $y$ . Por lo tanto, antes de realizar la adquisición de datos el sistema debe llevarse a su estado de inestabilidad, aplicar la realimentación con una ganancia  $k$  que lo estabilice, para posteriormente aplicar la señal de identificación.

Un análisis visual de esta información en el dominio del tiempo puede ofrecer algunas pistas sobre la dinámica del sistema, pues existe una relación entre el

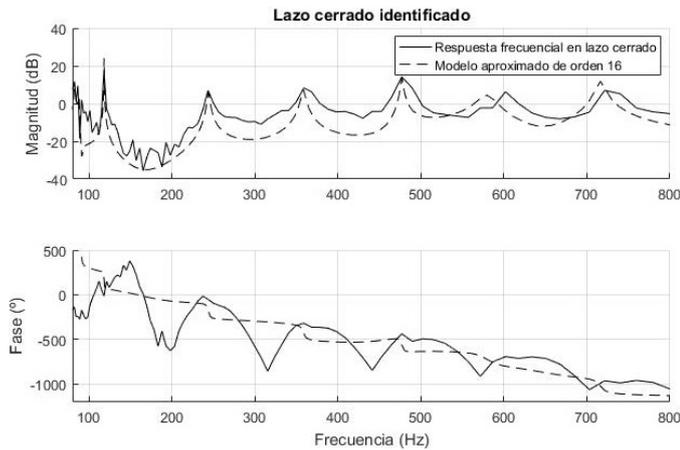


Figura 10. Respuesta frecuencial en lazo cerrado y un modelo de orden 16 ajustado por mínimos cuadrados.

tiempo del ensayo y la frecuencia del seno. Como era previsible, existen unas frecuencias para las cuales el sistema amplifica la señal de entrada (los armónicos de la frecuencia natural del sistema).

Para reducir el efecto del ruido en la aproximación de la respuesta frecuencial, pueden realizarse diversos ensayos para obtener una respuesta promediada. Con ayuda de la función *fitfrd* se aproxima dicha respuesta frecuencial a un sistema de orden determinado. En este caso, se ha escogido un modelo de orden 16, con el que se ha podido capturar correctamente los seis primeros armónicos del sistema (figura 10).

Aplicando la ecuación (6) se obtiene la respuesta frecuencial del sistema en lazo abierto a la cual poder realizar una aproximación por mínimos cuadrados, o directamente se puede aplicar (6) al modelo  $T$  ya aproximado por mínimos cuadrados. A pesar de las pequeñas distorsiones a bajas frecuencias, se puede apreciar la diferencia fundamental entre los lazos cerrado y abierto aproximados en sus fases. El lazo cerrado parte de una fase superior a 0 grados, mientras que el lazo abierto parte desde una fase negativa. Idealmente, el modelo identificado debería mostrar una fase menor de  $-180$  grados para el primer armónico inestable (superior a 0 dB). La realimentación estabiliza el sistema llevándose los polos de la frecuencia fundamental hacia el semiplano izquierdo.

Como se comentó con anterioridad, el micrófono parece presentar ciertas distorsiones en la zona frecuencial más baja, reflejándose en la aparición de picos antes del armónico fundamental, cercano a 120 Hz. Estos picos en la respuesta frecuencial implica que el modelo aproximado va a contener polos que teóricamente no deberían existir.

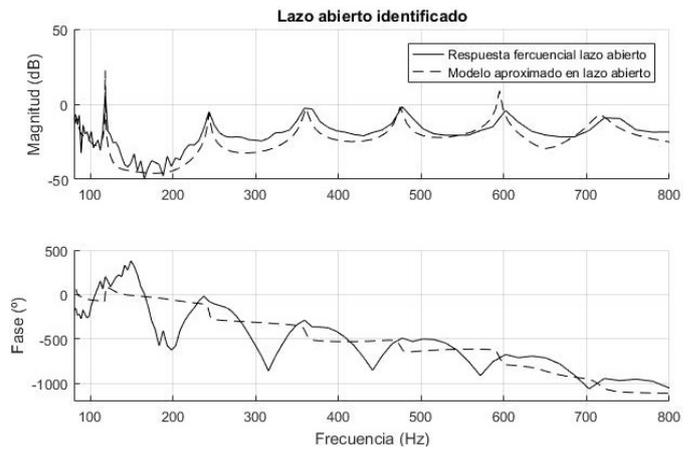


Figura 11. Conversión del lazo cerrado a lazo abierto para el sistema identificado.

La figura 12 muestra la localización de los polos y los ceros en el sistema en lazo cerrado identificado. Se pueden ver los polos situados cerca del eje imaginario, en múltiplos de la frecuencia fundamental del sistema. La localización de los ceros en el semiplano derecho es importante debido a que son los responsables de desplazar los polos de armónicos más altos hacia la zona inestable cuando la ganancia  $k$  del controlador aumenta. Este efecto ayuda en la validación del modelo, ya que explica por qué a partir de cierta ganancia  $k_{max}$  de realimentación el tubo no se estabiliza, sino que vuelve a producir sonido, esta vez en un armónico distinto.

Este efecto no se ha podido apreciar en el montaje realizado porque el aumento de la ganancia de realimentación provocaba la amplificación de distorsiones del altavoz, haciendo impracticable el ensayo.

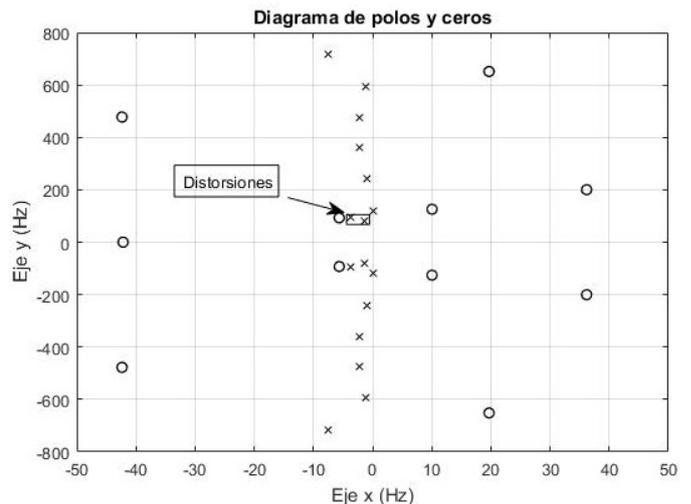


Figura 12. Representación de los polos y ceros del sistema en lazo cerrado ( $T$ ).

En la figura 13 se muestra el lugar de las raíces del lazo abierto identificado, junto con un *zoom* (figura 14) en la zona de interés, donde se puede apreciar cómo los ceros que surgen en el semiplano derecho arrastran armónicos superiores hacia la inestabilidad cuando aumentamos la ganancia del controlador. Nótese que en estas figuras los ejes del plano están en radianes por segundo.

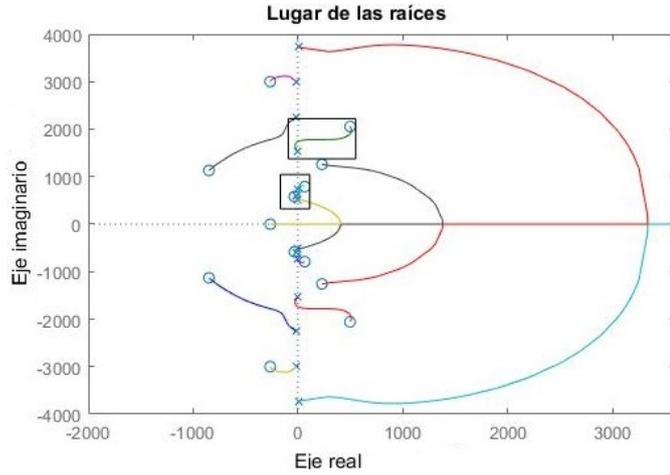


Figura 13. Lugar de las raíces para el modelo de lazo abierto ( $F$ ).

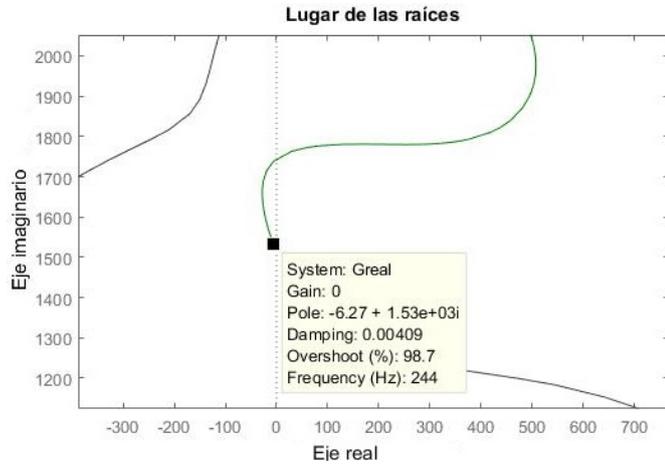


Figura 14. *Zoom* en el segundo armónico.

Idealmente, si en el modelo aproximado no existieran los polos identificados por debajo de la frecuencia fundamental, el efecto se apreciaría mejor. Los ceros en el semiplano izquierdo cercanos a los polos en la frecuencia fundamental serían los encargados de proporcionarle estabilidad en lazo cerrado, mientras que los ceros del semiplano derecho provocarían lo contrario, la inestabilidad a frecuencias más altas por culpa de una realimentación con una ganancia demasiado grande.

## V. MODELADO FÍSICO DEL TUBO DE RIJKE

A continuación se exponen las leyes físicas que rigen el comportamiento del tubo de Rijke, con el fin de obtener modelos lineales que capturen adecuadamente su dinámica y que ayude a desarrollar y simular nuevas técnicas de control para el mismo.

Se divide principalmente en dos partes, en una se explicarán las dinámicas acústicas (que son LTI, lineales e invariantes en el tiempo), el mecanismo de transferencia de calor desde la resistencia al gas y cómo ambos interactúan entre sí (la dependencia de la transmisión térmica con la velocidad y la dependencia de onda estacionaria con el calor).

### A. Procesos acústicos

Los fenómenos acústicos pueden describirse fácilmente con un modelo simplificado de dinámica de gases en una dimensión. El modelo (11) consiste en un conjunto de tres ecuaciones en derivadas parciales basadas en la conservación de masa, momento y energía, respectivamente. En estas ecuaciones se están obviando fenómenos que provocarían dinámicas amortiguadas, como la fricción y la difusión. [7]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -v \frac{\partial \rho}{\partial x} - \rho \frac{\partial v}{\partial x} \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\rho v \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -v \frac{\partial p}{\partial x} - \gamma p \frac{\partial v}{\partial x} + (\gamma - 1)q \quad (10)$$

Escrito matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial t} \\ \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial p}{\partial t} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} v & \rho & 0 \\ 0 & v & 1/\rho \\ 0 & \gamma p & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\gamma - 1)q \end{bmatrix} \quad (11)$$

Donde  $q(t, x)$  es el calor proporcionado externamente por la resistencia y  $\gamma$  es el coeficiente de dilatación adiabática.

Un modelo de una sola dimensión es una aproximación válida ya que el tubo de Rijke cuenta con una relación entre su longitud y su ancho bastante grande, por lo que la mayor parte de las fluctuaciones en la densidad  $\rho$ , velocidad  $v$  y la presión  $p$  se producen en la dirección axial.

Al tener ambos extremos abiertos, el tubo de Rijke se modela imponiendo condiciones de contorno. En este caso, la presión en el extremo inferior y superior serán, respectivamente:

$$p(t, 0) = p_0 + u(t) \quad (12)$$

$$p(t, L) = p_0 \quad (13)$$

### B. Procesos térmicos

Las ecuaciones anteriormente vistas describen la respuesta acústica ante un estímulo térmico  $q$ . Ahora se modelará cómo afectan las variaciones termoacústicas a la transferencia de calor. Se considerará que la resistencia es la única fuente de calor en el sistema, suponiendo que las paredes del tubo ni el ambiente interactúan con el gas. Modelamos el calor cedido por la resistencia como un impulso en su posición  $x_o$ :

$$q(t, x) = \frac{1}{A} \delta(x - x_o) Q(t) \quad (14)$$

siendo  $\delta$  un impulso de Dirac,  $Q(t)$  el calor liberado por la resistencia en  $W$  y  $A$  la sección del tubo.

El siguiente paso es determinar la dependencia de esta  $Q(t)$  con la velocidad del flujo en la posición de la resistencia  $v(x_o, t)$ . La ley de King [12] tiene en cuenta los efectos conductivos y convectivos que rodean a la resistencia. Dicha ley establece la cantidad de transferencia de calor  $Q_K$  de un cable circular de longitud  $l_c$ :

$$Q_K = l_c \left( \kappa + \kappa_v \sqrt{|v|} \right) (T_{cable} - T_{gas}) \quad (15)$$

donde  $\kappa$  es la conductividad térmica del fluido y  $\kappa_v$  una constante determinada empíricamente. La ley de King expresa bien la relación entre la velocidad del aire y la transmisión de temperatura, sin embargo no incluye ninguna dinámica temporal. Lighthill [13] investigó sobre este fenómeno, demostrando la existencia de una capa límite formada en torno a un cable inmerso en un fluido (figura 15). Visualmente puede verse como el calor cedido desde la capa límite al aire ( $Q_{b \rightarrow f}$ ) reacciona a cambios instantáneos en la velocidad del flujo de acuerdo a la ley de King. No obstante el calor cedido del cable ( $Q_{s \rightarrow b}$ ) necesita atravesar esa primera capa límite para interactuar con las fluctuaciones de  $v$ . Esto se traduce en un retardo con dinámica de primer orden de la forma:

$$\frac{1}{t_{hr}s + 1} \quad (16)$$

siendo  $t_{hr}$  la constante de tiempo de esta dinámica, la cual Lighthill aproximó con la expresión:

$$t_{hr} = 0,2 \frac{d_{cable}}{\bar{v}} \quad (17)$$

donde  $d_{cable}$  es el diámetro del cable y  $\bar{v}$  la componente estática de la velocidad del aire ascendente en el tubo. Esta dinámica de primer orden resulta ser crucial para que el modelo lineal pueda predecir correctamente la frecuencia a la que oscila el sistema, ya que debe existir un desfase entre el intercambio de calor con el aire y la fluctuación de velocidad (y presión), como ya dictaba el criterio de Rayleigh.

Colocando el retardo provocado por la capa límite tras la transmisión térmica dependiente de la velocidad del aire nos lleva a la expresión final que relaciona los procesos acústicos con los térmicos en el sistema:

$$t_{hr} \dot{Q}(t) = -Q(t) + Q_K(t) \quad (18)$$

$$Q_K(t) = l_c (T_{cable} - T_{gas}) \left( \kappa + \kappa_v \sqrt{|v(t, x_o)|} \right) \quad (19)$$

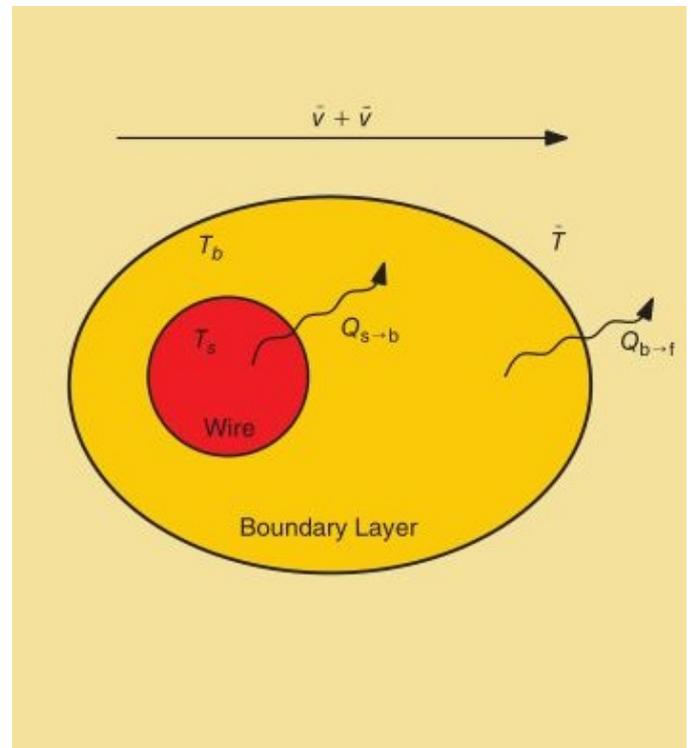


Figura 15. Capa límite formada en el contorno del cable. [7]

### C. Linealización

Asumiendo estados estacionarios, se puede pasar a describir las variables del sistema (11) como variaciones respecto a un punto de trabajo  $p(t, x) = \bar{p} + \tilde{p}(t, x)$ , dando como resultado:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{v} \\ \tilde{p} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{v} & \bar{\rho} & 0 \\ 0 & \bar{v} & 1/\bar{\rho} \\ 0 & \gamma\bar{p} & \bar{v} \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{v} \\ \tilde{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\gamma-1) \end{bmatrix} \tilde{q} \quad (20)$$

Sabiendo que  $\bar{p} = p_o$ , de las ecuaciones (12) y (13) se obtiene  $\tilde{p}(t, 0) = u(t)$  y  $\tilde{p}(t, L) = 0$ .

El modelo (20) puede simplificarse más si se realiza una conversión de las variables a números adimensionales, una práctica común que permite reducir el número de parámetros, obteniendo expresiones menos complejas y permiten la comparación de tamaños más fácilmente (normalización). En el sistema hay tres variables dependientes ( $p$ ,  $v$  y  $\rho$ ) y dos variables independientes ( $t$  y  $x$ ). El valor de referencia de la presión es la presión atmosférica  $\psi = p/\bar{p}$ . Para la velocidad se utiliza el número Mach, dividiendo por la velocidad del sonido  $M = v/c$ . La densidad se escala con el valor nominal de densidad del aire  $r = \rho/\bar{\rho}$ . La variable  $x$  se escalará con la longitud del tubo  $\xi = x/L$  y, finalmente, el tiempo se medirá respecto a lo que tarda la onda en propagarse el tubo  $\tau = ct/L$ .

Si introducimos estas variables en el modelo de espacio de estados (20) puede reescribirse como:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \begin{bmatrix} \tilde{r} \\ \tilde{m} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M & 1 & 0 \\ 0 & M & 1/\gamma \\ 0 & \gamma & M \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \begin{bmatrix} \tilde{r} \\ \tilde{m} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\gamma-1) \end{bmatrix} \delta(\xi - \xi_o)u \quad (21)$$

Asumiendo que en este caso, el número Mach va a ser muy próximo a cero (la velocidad del sonido es mucho mayor que la velocidad del aire ascendente) la densidad  $r$  se desacopla de la velocidad y la presión, y estas dos últimas quedan descritas por la ecuación de una onda:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \begin{bmatrix} \tilde{M} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 1/\gamma \\ \gamma & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \begin{bmatrix} \tilde{m} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (\gamma-1) \end{bmatrix} \delta(\xi - \xi_o)u \quad (22)$$

Aplicando transformadas de Laplace, se obtiene un problema de condición de frontera con dos condiciones (los extremos del tubo):

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} M \\ \Psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & s/\gamma \\ s\gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\gamma-1) \\ \gamma \\ 0 \end{bmatrix} \delta(\xi - \xi_o)U(s) \quad (23)$$

$$\Psi(s, 0) = A(s) \quad (24)$$

$$\Psi(s, 1) = 0 \quad (25)$$

Siendo  $A(s)$  la transformada de Laplace de la señal del altavoz. La resolución de este problema nos permite obtener funciones de transferencia lineales que describen la acústica del sistema. Una solución válida para una posición de la resistencia en  $x_0 = L/4$  y el micrófono por encima de la resistencia, proporciona el sistema LTI 2x2 que viene dado por la siguiente matriz [7]:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{\sinh\left(\frac{(L-x_m)s}{c}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{c}s\right)} & \frac{(\gamma-1)}{c} \frac{\sinh\left(\frac{L}{4c}s\right) \sinh\left(\frac{(L-x_m)s}{c}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{c}s\right)} \\ \frac{1}{\rho c} \frac{\cosh\left(\frac{3L}{4c}s\right)}{\sinh\left(\frac{L}{c}s\right)} & -\frac{(\gamma-1)}{4\rho c^2} \frac{1}{\cosh\left(\frac{L}{2c}s\right)} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Nótese que dichas funciones de transferencia tienen polos y ceros infinitos situados en el eje imaginario, ya que las soluciones para los senos y cosenos hiperbólicos se presentan de la forma:

$$\sinh(\alpha s) = 0 \rightarrow s = \frac{\pi n}{\alpha} i \quad (27)$$

$$\cosh(\alpha s) = 0 \rightarrow s = \frac{\pi n - \pi/2}{\alpha} i \quad (28)$$

para cualquier valor de  $n$  entero.

Para facilitar la linealización del proceso térmico, la temperatura  $T$  en la ley de King puede expresarse en términos de las variables de estado  $p$  y  $\rho$  de la forma  $T = p/(\rho R)$ . De nuevo, expresamos la ecuación de la ley de King suponiendo estados estacionarios y las variables pasan a representar variaciones de ese estado  $v = \bar{v} + \tilde{v}$ :

$$\tilde{Q}_K = \begin{bmatrix} f(\bar{v})\frac{\bar{T}}{\bar{p}} & f'(\bar{v})(T_{cable} - \bar{T}) & -f(\bar{v})\frac{\bar{T}}{\bar{p}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{v} \\ \tilde{p} \end{bmatrix} \quad (29)$$

siendo  $\bar{T} = \bar{p}/(\bar{\rho}R)$  la temperatura en estado estacionario y  $f(v) = l_c(\kappa + \kappa_v\sqrt{|v|})$  es el coeficiente de transmisión térmica dependiente de la velocidad según la ley de King. Esta expresión demuestra que las tres variables que fluctúan en la parte acústica del sistema afectan a la transmisión térmica, sin embargo lo hacen con distintas ganancias. Un estudio adimensional como en el caso del proceso acústico demuestra que la componente que más afecta al proceso térmico es la variación de velocidad, por lo que las otras dos se pueden suponer despreciables, obteniendo una versión linealizada de (15) con una sola entrada:

$$\tilde{Q}_K = f'(\bar{v})(T_v - \bar{T})\tilde{v} \quad (30)$$

Esta expresión lineal, junto con la dinámica de primer orden introducida por la capa límite pueden unirse en una función de transferencia con una ganancia que depende del punto de operación, y con constante de tiempo  $t_{hr}$ :

$$B(s) = \frac{f'(\bar{v})(T_v - \bar{T})}{t_{hr} + 1} = \frac{K_{hr}}{t_{hr} + 1} \quad (31)$$

que representará la dinámica entre las fluctuaciones de velocidad en la resistencia  $\tilde{v}(t, x_0)$  y el calor liberado al gas  $\tilde{Q}(t)$ .

#### D. Síntesis y resultados

El esquema de la figura 16 muestra de forma resumida el sistema modelado. Nótese que la función de transferencia  $B(s)$  representa un bucle interno del proceso al que no tenemos acceso en la planta real, por lo tanto a efectos prácticos el sistema cuenta con una entrada y una salida.

A la hora de hacer simulaciones con los modelos muchas de las variables presentes son desconocidas. Esto no impide poder testear los modelos y comprobar su validez en función de su comportamiento frecuencial o ante control por realimentación. Debido a que en la planta real van a introducirse cambios más adelante (el más importante es la resistencia térmica) no se ha orientado este modelo lineal a representar fielmente la planta, sino a la obtención y validación de modelos genéricos que más adelante podrán testearse con un mayor nivel de fidelidad cuando se conozcan más variables del sistema (longitud del cable de la bobina, su temperatura, la conversión de presión a voltaje del actuador y del sensor, etc.)

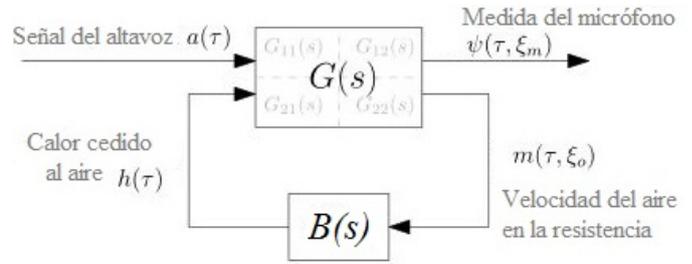


Figura 16. Esquema del acoplamiento de las dinámicas en el sistema.

La implementación de  $G(s)$  es complicada, debido a que hay que seleccionar cuidadosamente la cantidad de polos y ceros a introducir en las funciones de transferencia. La función de transferencia desde la entrada a la salida  $F(s)$  es:

$$F(s) = G_{11}(s) + \frac{G_{12}(s)B(s)G_{21}(s)}{1 - G_{22}(s)B(s)} \quad (32)$$

La simulación de esta función de transferencia (tanto en lazo abierto como en lazo cerrado con una ganancia  $k$ ) se muestra en la figura 17, donde puede apreciarse la naturaleza estable del sistema con realimentación.

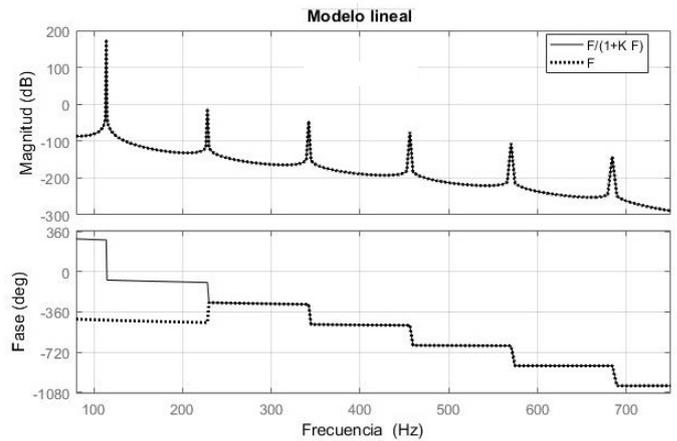


Figura 17. Diagrama de Bode del modelo linealizado.

Se comprueba fácilmente que el sistema linealizado responde correctamente a las expectativas, a pesar de las simplificaciones llevadas a cabo para facilitar su obtención. Uno de los principales problemas es la falta de amortiguamiento de los armónicos superiores, ya que en el sistema real solo el primer armónico es inestable, mientras que los demás caen en el semiplano izquierdo. Asumir que no existe amortiguamiento en la dinámica de gases provoca que todos los polos estén sobre el eje imaginario, haciendo difícil la comparación entre el modelo lineal y la respuesta frecuencial obtenida mediante técnicas de identificación.

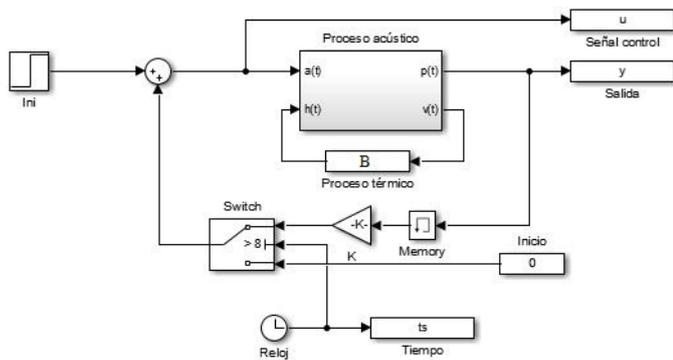


Figura 18. Diagrama en *Simulink* del modelo lineal.

Un último ensayo utilizando *Simulink* (figura 18) muestra cómo se comporta el sistema ante la adición de una realimentación en mitad de la simulación.

El momento en que la realimentación es distinta de 0 la salida del sistema se estabiliza. Nótese que el bloque escalón *Ini* solo sirve como impulso inicial para poner en marcha el sistema.

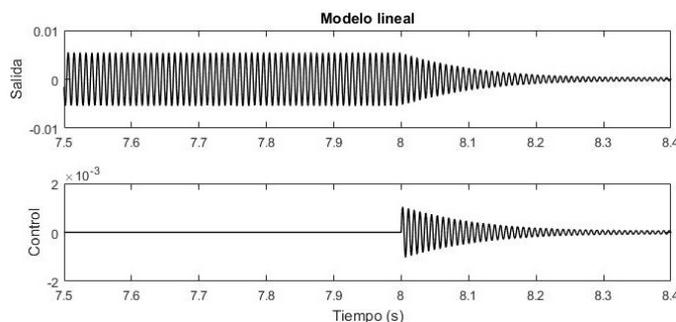


Figura 19. Simulación de realimentación del modelo lineal.

## VI. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En el presente trabajo se ha llevado a cabo la construcción de un banco de ensayos basado en el tubo de Rijke. A pesar de las limitaciones que ha presentado el montaje final, se han conseguido llevar a cabo los ensayos que permiten apreciar las dinámicas más importantes del dispositivo. Se ha logrado aproximar modelos de alto orden con métodos de identificación de lazo cerrado obteniendo los resultados esperados.

Además se ha propuesto el modelado del proceso, obteniendo como resultado modelos lineales que, a pesar de contener parámetros desconocidos, permiten comprobar que las dinámicas del sistema pueden representarse fielmente con modelos orientados al control.

Se espera que la instalación inspire futuros trabajos y que sirva como herramienta educativa para la ampliación de conocimientos en el campo de la identificación de sistemas y el control frecuencial.

Las líneas de trabajo futuras pueden orientarse en dos ramas, la mejora de la instalación y el uso de la misma para realizar estudios. A continuación se enumeran unos ejemplos:

- Con una inversión de tiempo y dinero más importante podría adaptarse la instalación para trabajar directamente en tiempo real con una tarjeta de adquisición de datos más potente.
- Estudio de los efectos de la posición del micrófono en el interior del tubo, si se soluciona previamente el problema de la falta de potencia acústica (derivada del uso de la resistencia en lugar de la bobina).
- Estudio de otros tipos de controladores. Existen una variedad de controladores que pueden utilizarse en la planta, aunque uno tan simple como una ganancia sirva para estabilizarlo. Se pueden desarrollar trabajos basados en control por redes neuronales, lógica difusa, control predictivo [14] o controles de avance-retraso de fase [15].
- Ampliación del estudio de modelos no lineales de la planta.
- Ampliación de los modelos lineales para ajustarlos a la planta real y realizar comparaciones y validaciones de datos reales.

## REFERENCIAS

- [1] K. Vijaykrishnan and N. Ananthkrishnan, *Understanding Thermoacoustic Instabilities in Rocket Engines. The Rijke Tube as a Prototypical Example. Seminar on advances in propulsion*, Obtenido de: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.493.8110&rep=rep1&type=pdf>.
- [2] R.L. Raun, M.W. Beckstead, J.C. Finlison and K.P. Brooks, *A review of Rijke tubes, Rijke burners and related devices. Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 19, pp. 313-364, 1993.
- [3] G.W. Swift *Thermoacoustic Engines. Journal of Acoustic Society of America*, vol. 84, pp. 246, 1988.
- [4] S. Backhaus, Swift G. *New varieties of Thermoacoustic Engines. 9<sup>th</sup> International Congress on Sound and Vibration*, Orlando FL, USA, July 2002.
- [5] J.W. Strutt (Lord Rayleigh) *The explanation of certain acoustical phenomena. Nature*, vol. 18, pp. 319-321, 1878.
- [6] A.A. Putnam and W.R. Dennis, *Survey of organ-pipe oscillations in combustion systems. Journal of Acoustic Society of America*, vol. 28, pp. 246, 1956.
- [7] P.E. Jonathan, B. Bassam and K. Aström, *Thermoacoustics and the Rijke Tube. IEEE Control System Magazine*, vol. 35, n.2, pp. 57-77, April 2015.
- [8] U. Forssell and L. Ljung *Closed-loop identification revisited. Automatica*, vol. 35, pp. 1215-1241, 1999.

- [9] R. Padma Sree and M. Chidambaram, *Improved closed loop identification of transfer function model for unstable systems. Journal of the Franklin Institute*, vol. 343, pp. 152-160, 2006.
- [10] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User. System Identification: Theory for the User. Upper Saddle River, NJ: PTR Prentice Hall*, 1999.
- [11] J. Burgess, *Chirp design for acoustical system identification. Journal of Acoustic Society of America*, vol. 91, n. 3, pp. 1525, 1992.
- [12] L.V. King, *On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry. Transactions of the Royal Society*, vol. 214, pp. 373-432, 1914.
- [13] M.J. Lighthill, *The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuations in the stream velocity. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 224, n.1156, pp. 123, 1954.
- [14] F. Jarmolowitz, C. G. Weege, T. Lammersen and D. Abel, *Robust output Model Predictive Control of an unstable Rijke tube. Journal of Combustion*, vol. 2012, 2012.
- [15] Michael L. Webber (2003) *Phase-Shift control: applications and performance limitations with respect to thermoacoustic instabilities. PhD Thesis, 2003*, Obtenido de: [https://theses.lib.vt.edu/theses/available/etd-12232003-133822/unrestricted/Webber\\_Thesis.pdf](https://theses.lib.vt.edu/theses/available/etd-12232003-133822/unrestricted/Webber_Thesis.pdf).
- [16] Matveev, K.I. (2003) *Thermoacoustic Instabilities in the Rijke Tube: Experiments and Modeling. Tesis doctoral*, Obtenido de: <http://www.mme.wsu.edu/~matveev/rijke.htm>.



## Resumen

En este trabajo fin de máster se exponen los pasos seguidos para el diseño y montaje de una plataforma de ensayos basada en el tubo de Rijke, que será instalada en la Universidad de Almería. Este banco de ensayos expandirá la lista de sistemas físicos disponibles en clases prácticas. El trabajo también presenta un ejemplo de identificación basado en la respuesta frecuencial estimada del sistema y el modelado del proceso para la obtención de modelos orientados al control.

## Abstract

This final project presents the design and construction of a laboratory based on the Rijke Tube that will be placed at the University of Almería. This test bench will expand the list of physical systems currently available in laboratory courses. In addition, the paper presents an example of system identification based on estimated frequency response and the modeling of the process in order to obtain control oriented models.