

# UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

## ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA



TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Mecánica

### **PUESTA EN MARCHA Y MEJORA DE MESA DE ENSAYOS DE VIBRACIONES CON INTERFAZ MATLAB**

Autor: Eloy Casas Villalba

Tutor: José Luis Blanco Claraco

Cotutor: Antonio Giménez Fernández

Almería, 2015





*A todos y cada uno que me han apoyado, en especial mis padres*



## Índice General

1. Introducción .....	13
1.1 Intereses .....	13
1.2 Objetivos .....	13
1.3 Planificación del TFG .....	14
2. Revisión bibliográfica.....	15
2.1 Introducción a las vibraciones mecánicas .....	15
2.1.1 Movimiento Armónico .....	15
2.1.2 Oscilaciones amortiguadas.....	18
2.1.3 Oscilaciones forzadas y resonancia .....	20
2.1.4 modos normales de vibración .....	22
2.2 Frecuencias naturales en vigas en voladizo .....	23
2.3 Muestreo de señales .....	26
2.3.1 Teorema del Muestreo.....	26
2.3.2 Sistemas de adquisición de datos .....	28
2.4 Análisis espectral de señales .....	30
2.4.1 Series y Transformada de Fourier .....	32
2.4.2 Algoritmo de Goertzel .....	39
2.5 Modelado de sistemas lineales .....	41
2.5.1 Función de Transferencia .....	42
2.5.2 Diagramadas de Bode.....	43
2.6 Normativa.....	45
2.6.1 Exigencias del ensayo .....	45
2.6.2 Severidad .....	47
3. Materiales y métodos.....	49
3.1 Estructura del banco de ensayos.....	49
3.1.1 Generador de señales Agilent 33220a .....	50
3.1.2 Amplificador LDS PA100E .....	51
3.1.3 Mesa de vibraciones LDS V406/8 .....	52
3.1.4 Acelerómetro piezoeléctrico KS74C.10 .....	54
3.1.5 Acondicionador de señales.....	56
3.1.6 Tarjeta de Adquisición de datos NI USB 6210 .....	57
3.2 Conexiones .....	58
3.2.1 Conexión PC->Agilent .....	59

3.2.2 Conexión Agilent->Amplificador LDS.....	63
3.2.3 Conexión Acondicionador de señales->TAD.....	63
3.2.4 Conexión TAD->PC.....	63
3.3 Software “Resonancia 2.0” .....	65
3.3.1 Estructura del programa.....	65
3.3.2 Código y mejoras introducidas.....	66
3.3.3 Funcionamiento.....	69
3.4 Caracterizar .....	72
3.5 Diseño nuevo soporte .....	75
4. Resultados y discusión.....	79
4.1 Resultado de ensayos.....	79
4.2 Método analítico .....	82
4.3 Método de elementos finitos con SolidWorks.....	82
5. Conclusiones y trabajos futuros .....	85
5.1 Conclusiones.....	85
5.2 Proyectos futuros .....	86
6. Bibliografía.....	87
Bibliografía.....	87

## Índice de Figuras

Figura 1.....	15
Figura 2. Parámetros del MAS.....	18
Figura 3. Curva de oscilación amortiguada .....	18
Figura 4. Oscilador amortiguado .....	19
Figura 5. Resonancia en un amortiguador .....	21
Figura 6. Modos normales de una guitarra .....	23
Figura 7. Viga en voladizo de masa uniforme .....	24
Figura 8. Muestreo con un tren de impulsos .....	27
Figura 9. Efecto Aliasing .....	27
Figura 10. Diagrama de bloques de un sistema de adquisición de datos. ....	29
Figura 11. Estructura interna de una TAD .....	29
Figura 12. Gráfica Amplitud vs Tiempo .....	31
Figura 13. Gráfica Amplitud vs Frecuencia.....	31
Figura 14. Objetivo de Fourier.....	32
Figura 15. Señal no periódica(a) y señal periódica construida a partir de $x[n]$ (b) .....	36
Figura 16. Interpretación gráfica de la ecuación 46.....	37
Figura 17. Diagrama del filtro IIR del algoritmo de Goertzel .....	41
Figura 18. Representación de un diagrama de Bode .....	44
Figura 19. Banco de ensayos de vibraciones al completo.....	49
Figura 20. Generador de señales Agilent 33220a .....	50
Figura 21. Amplificador LDS PA100E .....	51
Figura 22. Mesa de vibraciones LDS V406.....	52
Figura 23. Ventilador .....	53
Figura 24. Elemento piezoeléctrico esquematizado .....	54
Figura 25. Disposición de la masa sísmica.....	55
Figura 26. Respuesta del acelerómetro limitado por resonancia de material sísmico .....	55
Figura 27. InnoBeamer L2 antes de la modificación .....	56
Figura 28. InnoBeamer L2 después de la modificación.....	56
Figura 29. TAD NI USB 6210 .....	57
Figura 30. Diagrama general de conexiones .....	59
Figura 31. <code>cmd-&gt;ipconfig/all</code> .....	60
Figura 32. Propiedades de conexión Ethernet .....	60
Figura 33. Propiedades de protocolo .....	61
Figura 34. Software Keysight.....	62
Figura 35. Esquema de la conexión PC->Agilent .....	62
Figura 36. Conector BNC .....	63
Figura 37. Menú NI DEVICE MONITOR .....	64
Figura 38. Uso del Panel test para calibrado de amplificador.....	64
Figura 39. Estructura de Resonancia 2.0 .....	65
Figura 40. Introducir frecuencias a ensayar .....	67
Figura 41. Menú principal de Resonancia 2.0 .....	70
Figura 42. Selección de duración y amplitud .....	71

Figura 43. Salida por pantalla durante un ensayo.....	71
Figura 44. Posición acelerómetros para INPUT y OUTPUT.....	72
Figura 45. Menú de Caracterizar .....	74
Figura 46. Gráfica FFT de la respuesta del banco a una única frecuencia .....	74
Figura 47. Diagrama de Bode de un barrido de frecuencias a 1VPP.....	74
Figura 48. Antiguo soporte y anclaje a mesa de vibraciones .....	75
Figura 49. Características PLA utilizado.....	76
Figura 50. Detalle de la pieza final .....	77
Figura 51. Detalle de abertura trasera y agujeros de tornillos .....	77
Figura 52. Simulación fuerza ejercida por tornillos pasantes .....	78
Figura 53. Calzo para diferentes diámetros .....	78
Figura 54. Diagrama de Bode barrido 70-900Hz 150 pasos de frecuencia .....	79
Figura 55. Diagrama de Bode barrido 60-100Hz 75 pasos de frecuencia .....	80
Figura 56. Propiedades introducidas del Aluminio que compone la varilla.....	83
Figura 57. Empotramiento con Geometría Fija de SolidWorks Simulation.....	83
Figura 58. Malla con 8247 elementos y 13784 nodos.....	84
Figura 59. Resultado de simulación.....	84

## Índice de Tablas

Tabla 1. Tolerancias de la señal de pilotaje.....	46
Tabla 2. Tolerancia de frecuencias .....	46
Tabla 3. Extremos posibles del rango de frecuencias .....	47
Tabla 4. Duración posible de los ensayos.....	47
Tabla 5. Características Agilent 33220a .....	51
Tabla 6. Características amplificador LDS PA100E .....	52
Tabla 7. Características agitador electrodinámico LDS V406 .....	53
Tabla 8. Características acelerómetro ks 74C-10 .....	55
Tabla 9. Características NI USB 6210.....	58



# **PUESTA EN MARCHA Y MEJORA DE MESA DE ENSAYOS DE VIBRACIONES CON INTERFAZ MATLAB**



# 1. Introducción

## 1.1 Intereses

La resonancia es un fenómeno que se produce cuando a un cuerpo se le somete a una fuerza periódica, suficiente para hacer vibrar el cuerpo, con frecuencia cercana a la frecuencia característica o de resonancia de ese cuerpo; esto hace que la amplitud de oscilación aumente progresivamente pudiendo llegar a ser indeterminada. Todo cuerpo o sistema tiene una, o varias, frecuencias características. Cuando un sistema es excitado a una de sus frecuencias características, su vibración es máxima.

Este fenómeno es indeseado en estructuras y maquinarias puesto que puede derribarlas o afectar negativamente en su funcionamiento. En estructuras el ejemplo más conocido es del puente Tacoma Narrows, cuando en 1940 este exponente de la ingeniería de la época se derrumbó 6 meses después de su inauguración. En cuanto a maquinaria los casos de ejes descentrados, roturas repentinas de piezas en coches o fallas en ejes o cualquier parte de la maquinaria son ejemplos claros.

Todo esto hace necesario un aumento del gasto en mantenimiento y seguridad de maquinarias y estructuras, pero también en seguridad hacia las personas como determina la *Guía técnica para la evaluación y prevención de los riesgos relacionados con las vibraciones mecánicas*, del Real decreto 1311/2004, del 4 de noviembre, dando indicaciones para los trabajadores en cuanto a valores límite y tiempo de exposición.

Así pues el interés de este TFG queda delimitado en el ámbito del estudio preventivo de las vibraciones, para una mejora de la seguridad, diseño y funcionamiento de estructuras y maquinarias.

## 1.2 Objetivos

Este TFG tiene como objetivo volver a poner en funcionamiento la mesa de vibraciones de la que dispone la UAL, que ya se utilizó para el Proyecto Fin de Carrera de Juan José Arévalo, *Montaje y programación bajo MATLAB de una mesa de ensayos de vibraciones* [2] (Arévalo Martín, 2011), y mejora del software implementado mediante interfaz MATLAB en ese proyecto, Resonancia 1.0.

En primer lugar se adaptaran las conexiones a los recursos disponibles, después se procederá a la mejora y optimización del software con el que se buscarán los modos normales de vibración del objeto analizado, para llegar por último a una comparativa de resultados con los obtenidos teóricamente y mediante métodos de elementos finitos con SolidWorks.

### 1.3 Planificación del TFG

En este apartado se expone aproximadamente la cronología de los trabajos realizados en este Trabajo Fin de Grado.

1. A principio de curso comienza el estudio del antiguo trabajo sobre esta mesa de vibraciones en la Universidad de Almería, buscar el código de Matlab anteriormente implementado y recabar información sobre ensayos de vibraciones.
2. Tras esto se delimitan los límites del TFG, descartando el diseño de un acondicionador de señales y dejando claro dónde van a radicar las mejoras de la mesa de ensayos: Mejora y depuración del código Matlab, incorporación de un segundo canal para facilitar la toma de datos y diseño de un nuevo soporte para la pieza a ensayar.
3. A continuación se procede al estudio de los nuevos conceptos como son la Transformada de Fourier, diagramas de Bode y conocimientos básicos de programación Matlab.
4. En Diciembre ya se había diseñado la pieza de soporte y el código estaba prácticamente mejorado en su totalidad, es entonces cuando surge la opción de incorporar al programa la aplicación "Caracterizar" y se comienza a trabajar en ello. Cabe añadir que a la vez que se trabajaba en esto último yo estaba trabajando en unas prácticas de Ícaro y no tenía todo el tiempo que quería para dedicarlo al proyecto.
5. Hasta principios del mes de mayo se trabaja en "Caracterizar" y en terminar de depurar el código.
6. Una vez terminado todo lo anterior se procede a la redacción de la memoria del TFG y a realizar la simulación 3D de los ensayos con SolidWorks y se da por concluido el TFG.

## 2. Revisión bibliográfica

### 2.1 Introducción a las vibraciones mecánicas

Para entender el objetivo del TFG de buscar los modos normales de vibración de objetos como vigas en voladizo, pequeños rodamientos o estructuras... es necesario entender primero términos como el Movimiento Armónico Simple o los tipos de oscilaciones o la resonancia.

Un cuerpo vibra cuando éste pierde su posición de reposo a causa de una perturbación externa y comienza a moverse con una amplitud y una periodicidad según la perturbación aplicada.

Para ello se expone a continuación una explicación del Movimiento Armónico Simple, el concepto de oscilaciones amortiguadas y forzadas, terminando con el concepto de resonancia y modos normales de vibración.

#### 2.1.1 Movimiento Armónico

Como concepto básico comenzamos con el Movimiento Armónico Simple (MAS), en el que encontramos conceptos básicos como la frecuencia, frecuencia angular o la amplitud.

Un tipo de movimiento oscilatorio muy corriente en la naturaleza es el MAS, como el de un cuerpo unido a un muelle (Figura 1)

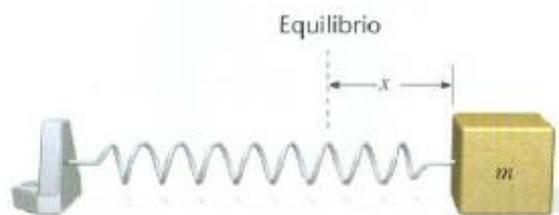


Figura 1

En el equilibrio, el muelle no ejerce ninguna fuerza sobre el cuerpo. Cuando este se va desplazando una distancia  $x$  de su posición de equilibrio, el muelle ejerce una fuerza  $-kx$ , que viene dada por la ley de Hooke:

$$F_x = -kx \quad (1)$$

En donde  $k$  es la constante de muelle, característica de su rigidez. El signo menos indica que se trata de una fuerza restauradora; es decir, se opone al sentido del desplazamiento respecto al punto de equilibrio. Combinando la ecuación (1) con la segunda ley de Newton se obtiene:

$$-kx = ma_x$$

Es decir

$$a_x = \frac{-k}{m} x \quad \left( \text{o } \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-k}{m} x \right) \quad (1)$$

La aceleración es proporcional al desplazamiento y tiene sentido contrario. Esta es la característica que define el movimiento armónico simple y puede utilizarse para identificar sistemas que representan esta clase de movimiento.

El tiempo que emplea el objeto desplazado para realizar una oscilación completa alrededor de su posición de equilibrio se denomina periodo T. El recíproco es la frecuencia f, que es el número de oscilaciones por segundo.

$$f = \frac{1}{T} \quad (2)$$

La unidad de frecuencia es el ciclo por segundo, hercios (Hz).

Resolviendo la ecuación diferencial (1) se obtiene la curva correspondiente a un movimiento armónico simple.

$$x = A \cos(\omega t + \delta) \quad (3)$$

En donde A,  $\omega$  y  $\delta$  son constantes. El desplazamiento máximo respecto a la posición de equilibrio se denomina amplitud A. El argumento de la función coseno  $\omega t + \delta$ , se denomina fase del movimiento y la constante  $\delta$  se denomina constante de fase. Esta constante corresponde a la fase cuando  $t = 0$ .

Podemos demostrar, como antes se dijo, que efectivamente la ecuación (3) es una solución de la ecuación (1) derivando "x" dos veces respecto al tiempo. La primera derivada es la velocidad.

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \text{sen}(\omega t + \delta) \quad (4)$$

Derivando la velocidad respecto al tiempo se obtiene la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta) \quad (5)$$

Sabiendo que  $x = A \cos(\omega t + \delta)$ , véase (3) se obtiene

$$a = -\omega^2 x \quad (6)$$

Comparando la ecuación (1) con la ecuación (6) , vemos que  $x = A \cos(\omega t + \delta)$  es una solución de la ecuación (1) si

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7)$$

La constante  $\omega$  se denomina frecuencia angular. La unidad es el radian por segundo y sus dimensiones son la inversa del tiempo. Sustituyendo  $2\pi/T$  por  $\omega$  en la ecuación (3) se obtiene

$$x = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right)$$

Trabajando en esta relación se ve que cada vez que  $t$  aumenta en  $T$ , la fase crece  $2\pi$  y, por lo tanto, esto indica que se ha completado un ciclo completo del movimiento.

La frecuencia es la reciproca del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Observando la ecuación (7) obtenemos que

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8)$$

La frecuencia crece cuando aumenta  $k$  (rigidez del muelle) y disminuye cuando aumenta la masa.

Como consecuencia vemos que en el movimiento armónico simple, la frecuencia y el periodo son independientes de la amplitud. [1] (A., 2010)

El hecho de que la frecuencia del movimiento armónico simple sea independiente de la amplitud tiene importantes consecuencias en muchos campos, y en relación a este TFG más adelante veremos cómo afecta al cálculo del movimiento del émbolo de la mesa de vibraciones según la onda que se le asigne.

En la Figura 2 podemos ver los parámetros del MAS:

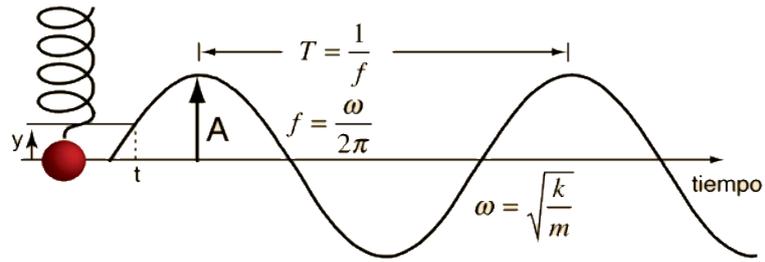


Figura 2. Parámetros del MAS

### 2.1.2 Oscilaciones amortiguadas

Un objeto que oscila libremente siempre terminará por pararse debido al rozamiento que disipa su energía mecánica. Un movimiento con estas características es un movimiento amortiguado. En la Figura 2 podemos ver una curva de oscilación amortiguada.

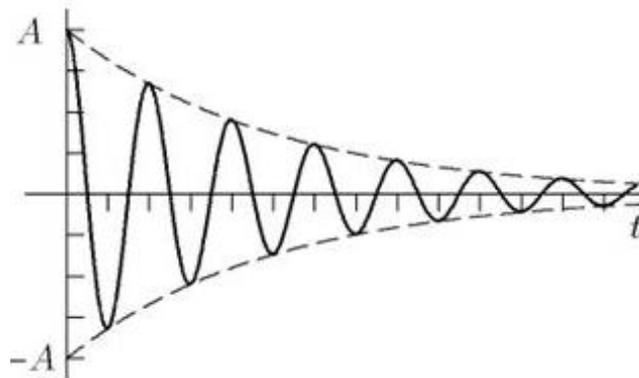


Figura 3. Curva de oscilación amortiguada

Si un movimiento tiene un amortiguamiento muy grande, debido a un rozamiento excesivo, y no llega ni a completar un ciclo acercándose al punto de equilibrio a una velocidad próxima a cero, es un movimiento sobreamortiguado. En cambio si el amortiguamiento es débil, de forma que la amplitud decrece lentamente, es un movimiento subamortiguado. Por último si hay un amortiguamiento que por debajo de este se produce un subamortiguamiento, se habla de amortiguamiento crítico.

La fuerza de amortiguamiento ejercida por un oscilador como el de la Figura 4 puede representarse mediante la expresión empírica

$$\vec{F}_d = -b\vec{v} \quad (10)$$

Donde  $b$  es una constante. Un sistema que cumple la ecuación anterior se dice que está amortiguado linealmente, que es el que nos atañe. La fuerza de amortiguamiento se opone a la dirección del movimiento, por tanto, realiza un trabajo negativo y hace que la energía mecánica del sistema disminuya.

El movimiento de un sistema amortiguado puede deducirse de la segunda ley de Newton. Igualando la fuerza neta con el producto de la masa por la aceleración, se obtiene

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (11)$$

Resolviendo la ecuación diferencial anterior

$$x = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega' t + \delta) \quad (12)$$

En donde  $A_0$  es la amplitud máxima. La frecuencia  $\omega'$  vienen dada por

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{1 - \left( \frac{b}{2m\omega_0} \right)^2} \quad (13)$$

En donde  $\omega_0$  es la frecuencia cuando no hay amortiguamiento ( $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  para una masa ligada a un muelle).



Figura 4. Oscilador amortiguado

### 2.1.3 Oscilaciones forzadas y resonancia

Para mantener en movimiento un sistema amortiguado se debe suministrar energía al sistema, y es entonces cuando hablamos de un oscilador forzado. Si se suministra energía en el sistema a un ritmo mayor del que se disipa, la energía y la amplitud aumentan. Si esa energía se suministra a la misma velocidad que se disipa la amplitud permanece constante, lo que se conoce como estado estacionario.

Básicamente esto es lo que ocurre en este TFG, mueve hacia arriba y hacia abajo un sistema con una amplitud frecuencia determinados, manteniendo un estado estacionario. La amplitud, y por lo tanto la energía, del sistema no sólo depende de la amplitud del sistema impulsor sino que también depende de la frecuencia del mismo.

Se define la frecuencia natural de un oscilador,  $\omega_0$  como la que tendría si no estuviesen presente ni el amortiguamiento ni el sistema impulsor. Por ejemplo la frecuencia angular natural de un muelle es

$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ . Si la frecuencia impulsora es aproximadamente igual a la frecuencia natural del sistema, éste oscilará con una amplitud relativamente grande. Esto es lo que se conoce como resonancia. Cuando la frecuencia de la fuerza impulsora es igual a la frecuencia natural del oscilador, la energía absorbida por éste en cada ciclo es máxima. Así la frecuencia natural del sistema se conoce como frecuencia de resonancia.

Y es este término, esta definición de resonancia la que nos lleva al tema principal de este proyecto. Esa absorción máxima de energía y el aumento de la amplitud con la fuerza impulsora pueden causar roturas o funcionamientos indeseados de estructuras o maquinarias. Por ello debemos buscar esas frecuencias para evitarlas.

La Figura 5 muestra un diagrama de la potencia media transmitida a un sistema oscilatorio en función de la frecuencia de la fuerza impulsora para dos valores diferentes de amortiguamiento. Éstas se conocen como las curvas de resonancia. Cuando el amortiguamiento es pequeño, la anchura del pico de la curva de resonancia es correspondientemente estrecha y se dice que la resonancia es aguda. Cuando el amortiguamiento es grande, la curva de resonancia es ancha. La anchura  $\Delta\omega$  de cada curva de resonancia es la anchura a la mitad de la altura máxima.

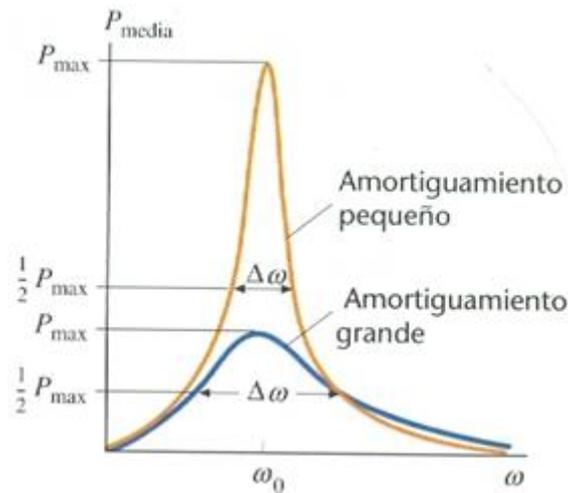


Figura 5. Resonancia en un amortiguador

Debido a la importancia del concepto de resonancia en este TFG se va a proceder a profundizar en el tratamiento matemático de la del mismo.

Suponiendo que el oscilador forzado, además de las fuerzas restauradoras y de amortiguamiento, está sometido a una fuerza externa (impulsora) que varía armónicamente con el tiempo:

$$F_{ext} = F_0 \cos \omega t \quad (13)$$

Donde  $F_0$  y  $\omega$  son el módulo y la frecuencia angular de la fuerza impulsora.

La segunda ley de Newton aplicada a un objeto de masa  $m$  atado a un muelle de constante de fuerza  $k$  y sujeto a una fuerza amortiguadora  $-bv_x$  y a una fuerza externa nos da

$$\begin{aligned} \sum Fx &= ma_x \\ -kx - bv_x + F_0 \cos \omega t &= m \frac{d^2x}{dt^2} \end{aligned}$$

Sustituyendo  $m\omega_0^2$  por  $k$ , ecuación (7), y ordenando los términos se obtiene

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = F_0 \cos \omega t \quad (14)$$

Abordaremos la solución general de la ecuación (14) cualitativamente. La solución de la ecuación consta de dos partes, la solución transitoria y la solución estacionaria.

Las constantes de esta solución dependen de las condiciones iniciales. Transcurrido cierto tiempo, la parte transitoria de la solución se hace despreciable ya que la amplitud disminuye exponencialmente con el tiempo. De este modo sólo queda la solución estacionaria, que puede escribirse en la forma

$$x = A \cos(\omega t - \delta) \quad (15)$$

En donde la frecuencia angular  $\omega$  es la misma que la de la fuerza impulsora. La amplitud A viene dada por

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}} \quad (16)$$

Como se observa en la ecuación (16) si  $\omega = \omega_0$  y si  $b=0$ , la amplitud sería infinita. A medida que  $\omega$  se aleje de  $\omega_0$  y b aumente, la amplitud del movimiento descenderá.

#### 2.1.4 modos normales de vibración

Si trasladamos la teoría aplicada a un solo punto de masa m, descrita anteriormente, a un medio continuo (con infinitos puntos) nos encontramos que no sólo existe una frecuencia de resonancia, sino que existen infinitas frecuencias de resonancia. La frecuencia de resonancia más baja se denomina frecuencia fundamental  $f_1$  y produce los mayores desplazamientos, recibe entonces el nombre de modo fundamental de vibración, primer armónico, o modo normal de vibración, siendo sus múltiplos, sus armónicos.

- La frecuencia de resonancia más baja del sistema se denomina frecuencia fundamental, y junto con todos sus armónicos (sus múltiplos) constituye el modo fundamental de vibración.
- La frecuencia de resonancia siguiente a la fundamental recibe el nombre de primer sobretono y junto con sus múltiplos constituyen el segundo modo de vibración, y así sucesivamente.

Esta denominación tiene su origen en la terminología usada en la teoría musical, donde los armónicos son los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

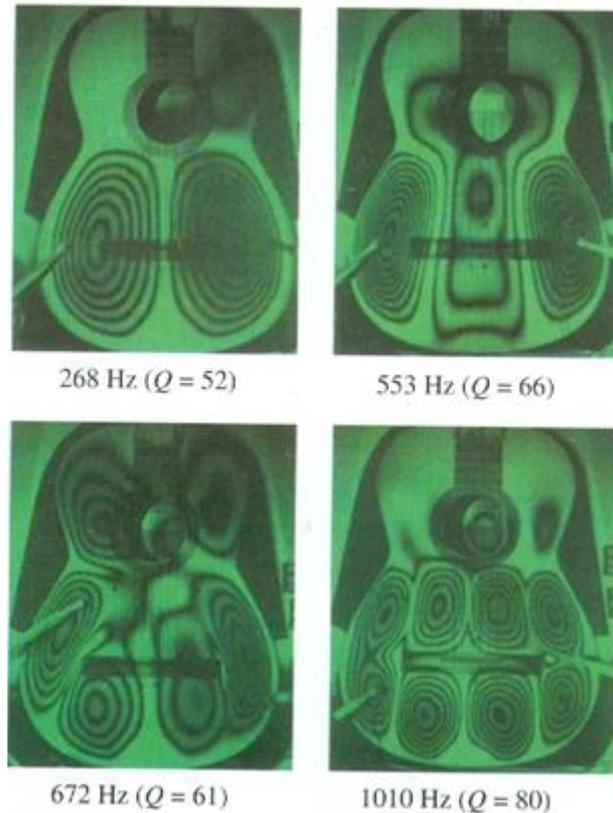


Figura 6. Modos normales de una guitarra

Termina así este breve desarrollo a la teoría básica de vibraciones, alcanzando nuestro objetivo fundamental, explicar de forma precisa que son los modos de vibración que tan insistentemente buscamos a lo largo de todo el proyecto.

## 2.2 Frecuencias naturales en vigas en voladizo

Una vez introducidos los conceptos básicos en el análisis de frecuencia de sistemas mecánicos se expone un ejemplo concreto y que atañe a este proyecto, la viga en voladizo.

Las vigas en voladizo son uno de los sistemas mecánicos más presentes en la vida y más sensibles a las vibraciones. Ejemplos como los retrovisores de los coches, elementos en la construcción que se pueden ver afectados por terremotos, piezas de maquinaria industrial, el brazo de un dron... y así muchos más ejemplos. Todos estos elementos deben ser estudiados respecto a la relación entre la amplitud y la frecuencia de las posibles excitaciones a las que se pueden ver expuestos.

Para este estudio lo mejor es basarse en métodos energéticos, tomando como base [4] (Berrocal, 1991) "Berrocal, L. O. (1991). *Resistencia de materiales*. McGraw-Hill." [12] (Paz, 2002) "Paz, M. (2012). *Structural dynamics: theory and computation*. Springer Science & Business Media." y [3] (Balachandran, 2006) "Balachandran, B., & Magrab, E. B. (2006). *Vibraciones*. Thomson."

En la introducción a las vibraciones realizadas al comienzo de esta memoria se ha obtenido la ecuación diferencial para un sistema de vibración. Sin embargo, la ecuación diferencial del movimiento, para un

sistema sin amortiguamiento en vibración libre, puede también ser obtenida aplicando el principio de Conservación de la Energía. Este principio puede ser enunciado en la siguiente forma:

”Si no hay fuerzas externas actuando sobre el sistema, y no existe disipación de energía (amortiguación), la energía total del sistema permanece constante durante el movimiento y por tanto, su derivada con respecto al tiempo es igual a cero”.

El método de Rayleigh se puede enunciar como:

La solución del problema de elasticidad consiste en encontrar la función desplazamiento que verifique las condiciones de contorno. *El método de Rayleigh propone una solución aproximada para resolver problemas de elasticidad en su formulación energética.*

Este método puede ser utilizado para determinar la frecuencia natural de un sistema continuo.

Se considera que la masa de la viga está uniformemente distribuida. La masa total de la viga es  $m_b$  y su longitud  $L$ . La rigidez de flexión de la viga es  $EI$  y la masa concentrada en su extremo es  $m$ , como se muestra en la Figura 7.

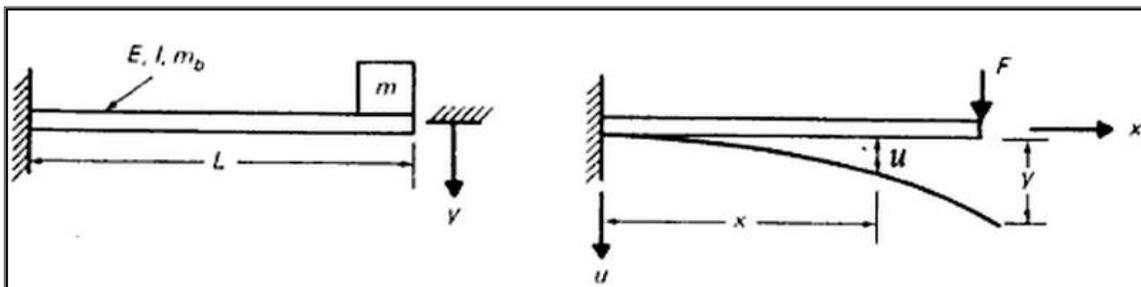


Figura 7. Viga en voladizo de masa uniforme

En la solución de este problema por el método de Rayleigh se da por supuesto que la deformación de la viga es la que produciría una fuerza concentrada  $F$  aplicada a su extremo libre, como se muestra en la Figura 7.

Para esta carga estática, la flecha a la distancia  $x$  desde el apoyo es

$$u = \frac{3y}{L^3} \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \quad (17)$$

Donde  $y$  es la flecha en el extremo libre de la viga. En vibración libre, esta flecha puede expresarse por la función armónica

$$y = C \text{sen}(\omega t + \alpha)$$

Que aplicada a la ecuación (17) resulta

$$u = \frac{3x^2L - x^3}{2L^3} C \text{sen}(\omega t + \alpha) \quad (18)$$

La energía potencial se calcula como el trabajo efectuado por la fuerza F, que aumenta gradualmente de cero a su valor final F. Este trabajo es igual a  $\frac{1}{2} Fy$ , y su valor máximo, igual a la energía potencial máxima, es entonces

$$U_{\max} = \frac{1}{2} FC = \frac{3EI}{2L^3} C^2 \quad (19)$$

Puesto que la fuerza F está relacionada con la deformación máxima, por la fórmula elemental de resistencia de materiales,

$$y_{\max} = C = \frac{FL^3}{3EI} \quad (20)$$

La energía cinética debida a la masa uniformemente distribuida de la viga está dada por

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} \left( \frac{m_b}{L} \right) \dot{u}^2 dx \quad (21)$$

Y su valor máximo, que se obtiene aplicando la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, por

$$T_{\max} = \frac{mb}{2L} \int_0^L \left( \frac{3x^2L - x^3}{2L^3} - \omega C \right)^2 dx + \frac{m}{2} \omega^2 c^2 \quad (22)$$

Después de integrar la ecuación (22) e igualar la expresión resultante para la máxima energía cinética con la máxima energía potencial dada por la ecuación (19) resulta

$$\frac{3EI}{2L^3} C^2 = \frac{1}{2} \omega^2 C^2 \left( m + \frac{33}{140} m_b \right) \quad (23)$$

Despejando  $\omega$  y por tanto  $f$ , obtenemos

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3 \left( m + \frac{33}{140} m_b \right)}} \quad (24)$$

La ecuación (24) dan una buena aproximación, aun en el caso en que  $m=0$ . Para este último caso, el error dado por estas fórmulas es más o menos 1.5%

Obtenemos de esta forma una expresión analítica, la cual usaremos más adelante, para hallar la frecuencia de resonancia de una viga en voladizo.

## 2.3 Muestreo de señales

Toda la introducción teórica anterior ha servido para poner en situación al lector sobre los conceptos básicos de las vibraciones, pero, como bien indica el nombre de este Trabajo Fin de Grado (TFG), todo esto debe aplicarse a un entorno MATLAB. ¿Qué quiere decir esto?, este entorno necesita la información, las muestras, de cómo está vibrando el sistema para poder analizarlo y estudiarlo.

Es así como surge la necesidad de explicar el muestreo de señales, de sus tipos y características y también el cómo recibir esas muestras y trabajar con ellas.

Los datos que utiliza un procesador digital son valores discretos codificados que representan valores instantáneos de las señales continuas provenientes de los sensores y sus sistemas de acondicionamiento por lo que resultan necesarias interfaces que realicen la función de “atrapar” el valor de la señal en un instante dado y convertirlo en un código interpretable por el procesador.

También es necesario conocer con qué cantidad mínima de estos datos o muestras de la señal continua se puede establecer una relación de identidad entre la señal muestreada y la continua para la exactitud requerida de la medida.

La bibliografía consultada para el estudio del muestreo ha sido: “PÉREZ, M. A., ÁLVAREZ, J. C., & CAMPO, J. C. *Instrumentación electrónica*. Madrid: Thomson, 2004.” [13] (PÉREZ, 2004) Donde se explica de forma clara y sencilla todo lo relacionado con el muestreo de señales, y las obras de Oppenheim, “Sistemas y Señales” [8] (Oppenheim A. V., 1998) y “Tratamiento de señales en tiempo discreto” [9] (Oppenheim A. V., 2000) donde se entra en un estudio más profundo sobre el muestreo.

### 2.3.1 Teorema del Muestreo

Bajo ciertas condiciones, una señal continua puede representarse y reconstruirse por completo si se conocen sus valores, o muestras, en puntos igualmente separados en el tiempo. Esto deriva del Teorema del Muestreo.

Este teorema juega un importante papel al ser el puente entre señales continuas y señales discretas; es decir, muestra cómo una señal continua se puede recuperar por completo a partir de una secuencia de sus muestras, proporciona un mecanismo para representar una señal continua mediante una señal discreta. Esto se debe en gran parte al gran desarrollo de la tecnología digital, que nos permite disponer de sistemas discretos económicos, ligeros, programables y de fácil reproducción. Así, el concepto de muestreo sugiere un método ampliamente utilizado en la tecnología de sistemas discretos para construir sistemas continuos y procesar señales de este tipo: convertir una señal continua en una señal discreta, procesar la señal discreta con un sistema discreto, y después, convertirla otra vez a una señal continua.

Una forma de desarrollar este teorema es utilizando un tren de impulsos periódicos multiplicado por la señal continua  $x(t)$  que se desea muestrear. El tren de impulsos periódicos  $p(t)$  se conoce como la función de muestreo, el periodo  $T$  como el periodo de muestreo y la frecuencia fundamental de  $p(t)$ ,  $w_s = 2\pi/T$  como la frecuencia de muestreo. Entonces:

$$x_p(t) = x(t)p(t) \quad (25)$$

Donde

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (26)$$

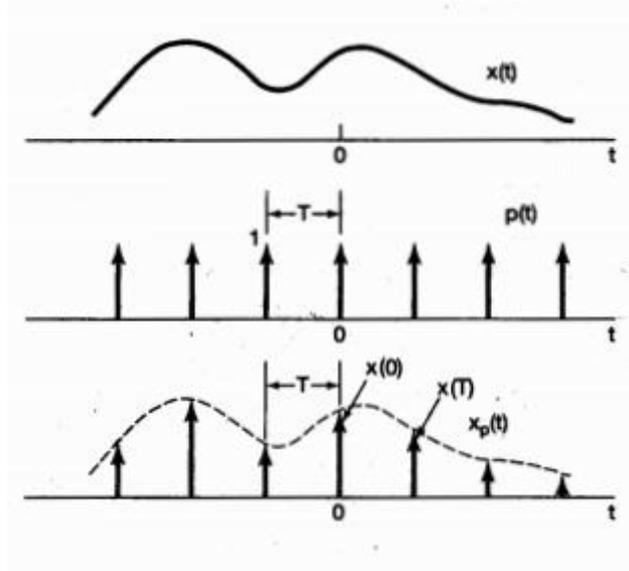


Figura 8. Muestreo con un tren de impulsos

Puede observarse que se ha obtenido un conjunto finito de valores de la variable analógica, espaciados regularmente por el periodo de la señal de muestreo ideal, a cuyo inverso, en adelante, llamaremos frecuencia de muestreo ( $f_s$ )

En el caso representado en la Figura 8 se ha escogido una frecuencia de muestreo  $f_s$  mayor que el doble de la máxima frecuencia del espectro de la señal ( $f_s > 2f_m$ ). Pero, ¿Qué se obtendría si se seleccionara  $f_s < 2f_m$ ? La respuesta es obvia; se perderá información al producirse interferencias por solapamiento de parte del espectro de la señal y las componentes espectrales resultado de la modulación, lo que se conoce normalmente con el término de Aliasing.

En la Figura 9 podemos observar que la señal que queremos muestrear es la roja, pero debido a que se produce el fenómeno de Aliasing  $f_s < 2f_m$ , confundimos la señal por la azul.

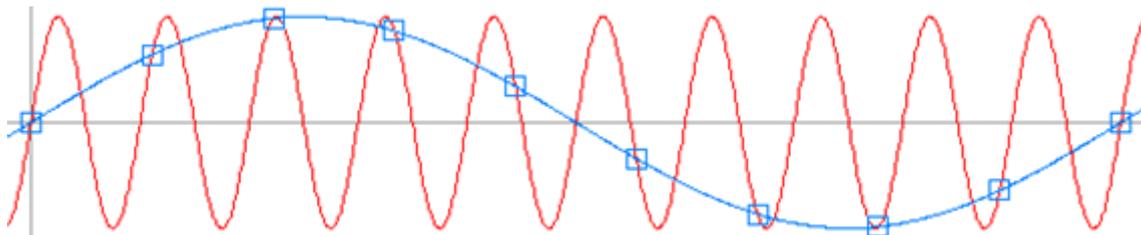


Figura 9. Efecto Aliasing

El teorema del muestreo de Nyquist-Shannon afirma que si  $x(t)$  es una señal de ancho de banda finito, esta puede ser reconstruida en cualquier punto a partir de sus valores muestreados si el muestreo se efectúa a una frecuencia  $f_s$  que sea, al menos, el doble de la máxima frecuencia del espectro de la señal.

$$f_s > 2f_m$$

Este importante y elegante teorema de muestreo apareció explícitamente en la literatura de la teoría de comunicación en 1949 en las notas clásicas de Shannon tituladas "Communication in the Presence of Noise". Sin embargo fue Nyquist ya en 1928, basándose en las series de Fourier, el que enunció que  $2TW$  números son suficientes para representar una función de duración  $T$  y cuya frecuencia más alta es  $W$ , en su obra "Certain Topics in Telegraph Transmission Theory", de ahí el doble nombre de teorema de muestreo de Nyquist-Shannon.

### 2.3.2 Sistemas de adquisición de datos

Como se ha visto en el punto anterior una variable muestreada está formada por un conjunto de valores de una variable analógica espaciados regularmente en el tiempo. Si además estos valores pertenecen a un conjunto finito, la variable está digitalizada.

Cuando se realiza el procesamiento de variables analógicas para convertirlas en un formato digital, no resulta posible para los sistemas reales (además de que pudiera resultar innecesario) tener una representación digital de todos los infinitos valores de la variable analógica.

Tras hablar de términos como analógico y digital, a continuación se aclaran sus diferencias:

**Analógica.** Una variable analógica es aquella que toma infinitos valores entre dos puntos cualesquiera de la misma. Es generada por un fenómeno electromagnético representado por una función matemática continua en la que es variable su amplitud y periodo en función del tiempo.

**Digital.** Una variable digital es aquella que solamente toma un terminado número de valores. En un sistema electrónico digital sólo existen dos niveles de tensión o voltaje. Así, mientras en una variable analógica los valores son continuos e "infinitos", en una señal digital esos valores son discretos y "finitos" y pueden representarse por dos estados "0" o "1". Cuando los datos constituyen un conjunto finito de valores; un caso particular de este tipo de variables es el sistema binario, que permite solo dos valores diferentes denotados normalmente por los símbolos "0" y "1".

Una vez que conocidos los aspectos fundamentales de la teoría del muestreo, es necesario adentrarse en los distintos aspectos que hacen de ese muestreo una realidad, y no solo un concepto teórico, es decir, como realmente se obtienen las muestras que podremos analizar e interpretar.

Se refiere a Adquisición de Datos, cuando la información va desde el sensor hasta el PC, es decir, cuando se conecta el acelerómetro a la mesa de vibraciones y se leen los datos que devuelve, eso es adquirir datos. Un sistema de adquisición de datos es el instrumento del que nos servimos para obtener información de un determinado proceso. En la Figura 10 se muestra un diagrama de bloques de un sistema de adquisición de datos:



Figura 10. Diagrama de bloques de un sistema de adquisición de datos.

En general, los sistemas de adquisición de datos constan de cinco elementos básicos:

- Los sensores que convierten el fenómeno físico en una magnitud eléctrica.
- Un bloque acondicionador; que aísla, filtra, convierte y/o amplía la señal.
- Un sistema de adquisición que convierte la señal de analógico a digital.
- Un sistema de tratamiento que realiza las operaciones precisas con los datos.
- Un sistema de visualización para que el usuario pueda ver los resultados.

Las tarjetas de adquisición de datos son dispositivos en formato de tarjeta de circuito impreso que se conectan directamente al ordenador por conexión USB. La tarjeta de adquisición de datos más sencilla consiste en un hardware de adquisición que solo convierte la señal analógica de entrada en una señal digital que es enviada al computador sin realizar ningún tipo de procesamiento.

El núcleo central de una tarjeta de adquisición de datos está compuesto por los circuitos analógicos de entrada y el convertor A/D. Los circuitos analógicos de entrada incluyen un multiplexor, al que llegan las distintas variables de entrada, un amplificador de ganancia programable y un circuito de muestreo y retención.

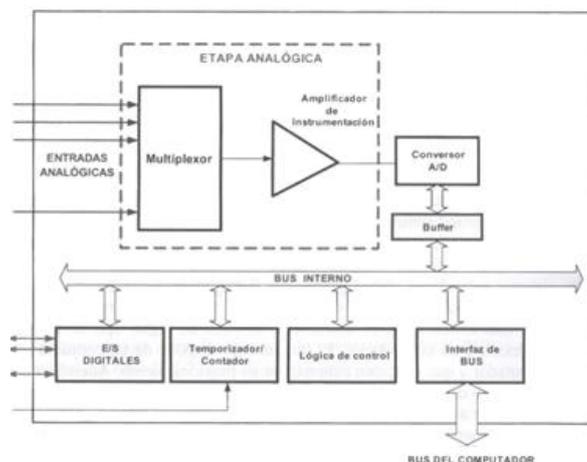


Figura 11. Estructura interna de una TAD

La finalidad de esta tarjeta es la conversión Analógico/Digital, la cual, básicamente, consiste en realizar de forma periódica medidas de la amplitud (tensión) de una señal; por ejemplo, la que proviene de un acelerómetro, el tiempo suficiente para permitir evaluar su nivel (cuantificación). Desde el punto de vista matemático, este proceso no se contempla porque se trata de un recurso técnico debido a limitaciones prácticas, y carece de modelo matemático.

Durante el “muestreo” y la “retención”, la señal aún es analógica, puesto que aún puede tomar cualquier valor. No obstante, a partir de la “cuantificación”, cuando la señal ya toma valores finitos, la señal ya es digital. Los cuatro procesos tienen lugar en un conversor analógico-digital.

## 2.4 Análisis espectral de señales

El análisis espectral de una señal digital tiene por objeto la descomposición de dicha señal en sus diversas componentes dentro del dominio de frecuencias. Este análisis, que puede llevarse a efecto en un ordenador, con un software específico, o en un sistema digital con un hardware específico, es una técnica ampliamente utilizada en varias especialidades de ingeniería, ciencias aplicadas, y procesamiento de datos. Una tarea muy común en el análisis espectral es tratar de encontrar una determinada señal que está contaminada por otras, por ejemplo ruido.

Al final lo que se busca en este TFG es descomponer la señal vibratoria, proporcionada por un acelerómetro, en el dominio del tiempo en sus componentes espectrales en frecuencia.

Una forma de estudiar vibraciones es estudiar la señal en el dominio de la frecuencia. Esta es la gráfica de Amplitud vs. Frecuencia y es conocida como ESPECTRO DE FRECUENCIAS. Es la herramienta más utilizada en el análisis de vibraciones en maquinaria.

Este espectro de frecuencias se consigue con la Transformada Rápida de Fourier (FFT), capturando una señal compleja desde la máquina, calculando luego todas las series de señales sinusoidales simples que contiene la señal compleja y mostrándolas en forma individual en el eje X de la frecuencia. En la Figura 12 y la Figura 13 podemos ver la amplitud de onda en el tiempo y el correspondiente espectro de vibración Amplitud vs. Frecuencia.

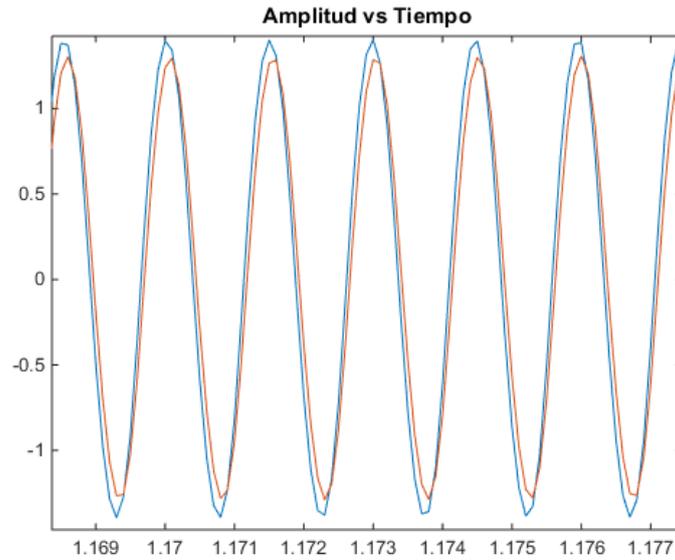


Figura 12. Gráfica Amplitud vs Tiempo

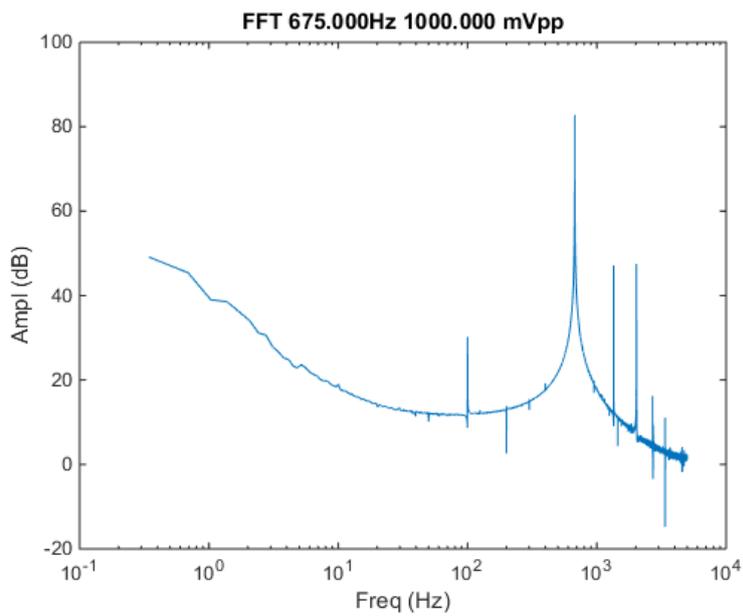


Figura 13. Gráfica Amplitud vs Frecuencia

Más adelante se entrará en profundidad en la interpretación de estas gráficas, grosso modo la Figura 12 representa la onda enviada al actuador respecto al tiempo y la Figura 13 representa la FFT de esa señal. Como se ve se hace vibrar a una frecuencia de 675Hz, que es el pico de mayor amplitud en dB.

### 2.4.1 Series y Transformada de Fourier

Para el estudio de esta parte tan importante del proyecto la bibliografía en la que se basa y de la que se recomienda la lectura profunda es sobre todo “Papoulis, A., Bertrán i Salvans, M., & Nadeu Campubrí, M. (1989). *Sistemas y circuitos: Digitales y analógicos*. Barcelona: Marcombo.” [11] (Papoulis, 1989) y se vuelve a hacer referencia a “Sistemas y Señales” [8] (Oppenheim A. V., 1998).

La importancia de este apartado radica en que no se pueden utilizar directamente los datos muestreados durante el ensayo de vibraciones, es aquí donde entra en juego las Series y Transformada de Fourier. Esta última se utiliza para pasar al dominio de la frecuencia una señal para así obtener información que no es evidente en el dominio temporal. Se utiliza para conocer las características frecuenciales de las señales y el comportamiento de los sistemas lineales ante estas señales.

Todos estos conceptos resultan difícil de comprender si se procede del campo de la Mecánica, y es por eso por lo que se procede a realizar un estudio más profundo de la base matemática y la demostración de Fourier.

El punto de partida para nuestro análisis es el desarrollo de una representación de señales como combinación lineal de un conjunto de señales básicas. Para llevar a cabo esta representación alternativa usaremos las exponenciales complejas. Las representaciones resultantes se conocen como la Serie y la Transformada de Fourier de tiempo continuo y de tiempo discreto.



Figura 14. Objetivo de Fourier

Por exponencial compleja se entiende:

$$e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\text{sen}(\omega t) \quad (27)$$

Dentro del campo de la representación en series de Fourier de señales periódicas discretas se trata en los puntos 2.4.1.1 a 2.4.1.3.

### 2.4.1.1 Combinaciones lineales de exponenciales complejas relacionadas armónicamente

Una señal discreta  $x[n]$  es periódica con periodo  $N$  si

$$x[n] = x[n + N] \quad (28)$$

El periodo fundamental es el entero positivo  $N$  más pequeño para el cual la ecuación (28) se cumple, y  $\omega_0 = 2\pi / N$  es la frecuencia fundamental. Además, el conjunto total de las señales exponenciales complejas discretas que son periódicas con periodo  $N$  está dado por

$$\phi_k[n] = e^{jk\omega_0 n} = e^{jk(2\pi/N)n}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (29)$$

Es decir, cuando  $k$  se cambia por cualquier múltiplo entero de  $N$ , se genera la secuencia idéntica.

Ahora se considera la representación de secuencias periódicas más generales en términos de combinaciones lineales de las secuencias  $\phi_k[n]$  en la ecuación (29). Tal combinación lineal tiene la forma

$$x[n] = \sum_k a_k \phi_k[n] = \sum_k a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (30)$$

En vista de que las secuencias  $\phi_k[n]$  son distintas sólo sobre un rango de  $N$  valores sucesivos de  $k$ , la sumatoria en la ecuación (30) necesita incluir solo términos en este rango. Entonces, la sumatoria es sobre  $k$ , a medida que  $k$  varía sobre un rango  $N$  enteros sucesivos, empezando con cualquier valor de  $k$ .

Esto se indica expresando los límites de la sumatoria como  $k=\langle N \rangle$ . Es decir

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k \phi_k[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (31)$$

Por ejemplo,  $k$  podría asumir los valores  $k=0,1,\dots, N-1$  o  $k=3,4,\dots, N+2$ . En cualquier caso, el mismo conjunto de secuencias exponenciales complejas aparecen en la sumatoria del miembro derecho de la ecuación (31). Esta ecuación se conoce como la Serie discreta de Fourier y los coeficientes  $a_k$ , como los coeficientes de la serie de Fourier.

### 2.4.1.2 Determinación de la representación en serie de Fourier de una señal periódica

Suponiendo ahora que se da una secuencia  $x[n]$  la cual es periódica con periodo fundamental  $N$ . Hay que determinar si existe una representación de  $x[n]$  en la forma dada en la ecuación (31) y, de ser así, cuáles son los valores de los coeficientes de la serie de Fourier. Esta pregunta puede expresarse en otros términos, es decir, encontrar una solución para un conjunto de ecuaciones lineales. En concreto,

si se evalúa la ecuación (31) para N valores sucesivos de n que corresponden a un periodo  $x[n]$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} x[0] &= \sum_{k=\langle N \rangle} a_k, \\ x[1] &= \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{j2\pi k/N} \\ &\vdots \\ x[N-1] &= \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{j2\pi k(N-1)/N} \end{aligned} \quad (32)$$

Así, la ecuación (32) representa un conjunto de N ecuaciones lineales para los n coeficientes desconocidos  $a_k$  conforme k varía sobre un conjunto de K enteros sucesivos. También se puede demostrar que este conjunto de ecuaciones es linealmente independiente y, en consecuencia se puede resolver para obtener los coeficientes  $a_k$  en términos de los valores dados de  $x[n]$ .

Ahora se considera la representación en serie de Fourier de la ecuación (31). Al multiplicar ambos miembros por  $e^{-jk(2\pi/N)n}$  y sumando los N términos se obtiene:

$$\sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jr(2\pi/N)n} = \sum_{n=\langle N \rangle} a_k \sum_{n=\langle N \rangle} e^{j(k-r)(2\pi/N)n} \quad (33)$$

Esto proporciona una expresión cerrada para obtener los coeficientes de la serie de Fourier, y se consigue el par de la serie discreta de Fourier:

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (34)$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \quad (35)$$

La ecuación (34) representa la ecuación de síntesis, mientras que la ecuación (35) representa la ecuación de análisis. Los coeficientes de la serie discreta de Fourier  $a_k$  son a menudo llamados los coeficientes espectrales de  $x[n]$ . Estos coeficientes especifican una descomposición de  $x[n]$  en una suma de N exponenciales complejas relacionadas armónicamente. Son la modificación de estos valores lo que dan poder a los filtros, y lo que se representa en los espectros de frecuencias.

### 2.4.1.3 Series de Fourier y sistemas LTI

Primero es necesario entender qué es un sistema LTI:

*“En procesamiento de señales, un sistema LTI (Linear Time-Invariant) o sistema lineal e invariante en el tiempo, es aquel que, como su propio nombre indica, cumple las propiedades de linealidad e invariancia en el tiempo.”*

Entonces si  $x[n] = z^n$  es la entrada a un sistema LTI discreto, entonces la salida está dada por  $y[n] = H(z)z^n$ , donde

$$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k} \quad (36)$$

Para señales y sistemas discretos, se tomarán valores de  $z$  para los cuales  $|z|=1$ , de manera que  $z = e^{j\omega}$  y  $z^n$  sea de la forma  $e^{j\omega n}$ . Entonces la función del sistema  $H(z)$  para  $z$  restringida a la forma  $z = e^{j\omega}$  se conoce como la respuesta en frecuencia del sistema y está dada por

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n} \quad (37)$$

Sea  $x[n]$  una señal periódica cuya representación en serie de Fourier está dada por

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (38)$$

Si aplicamos esta señal como la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso  $h[n]$ , entonces, con  $z_k = e^{jk(2\pi/N)}$ , la salida es

$$y[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k H(e^{j2\pi k/N}) e^{jk(2\pi/N)n} \quad (39)$$

Entonces  $y[n]$  también es periódica con el mismo periodo de  $x[n]$ , y el  $k$ -ésimo coeficiente de Fourier de  $y[n]$  es el producto del  $k$ -ésimo coeficiente de Fourier de la entrada y el valor de la respuesta en frecuencia del sistema LTI,  $H(e^{j2\pi k/N})$ , a la frecuencia correspondiente.

#### 2.4.1.4 Señales aperiódicas: La transformada de Fourier en tiempo discreto

Un importante caso de estudio es cuando la señal no es periódica, a continuación se expone tal situación:

Considerando una secuencia general  $x[n]$  que tiene duración finita. Esto es, para algunos enteros  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $x[n] = 0$  fuera del intervalo  $-N_1 \leq n \leq N_2$  en la Figura 15 (a) se muestra una señal de este tipo. A partir de esta señal aperiódica podemos construir una secuencia periódica  $\tilde{x}[n]$  para la cual  $x[n]$  sea un periodo, como se muestra en la Figura 15 (b).

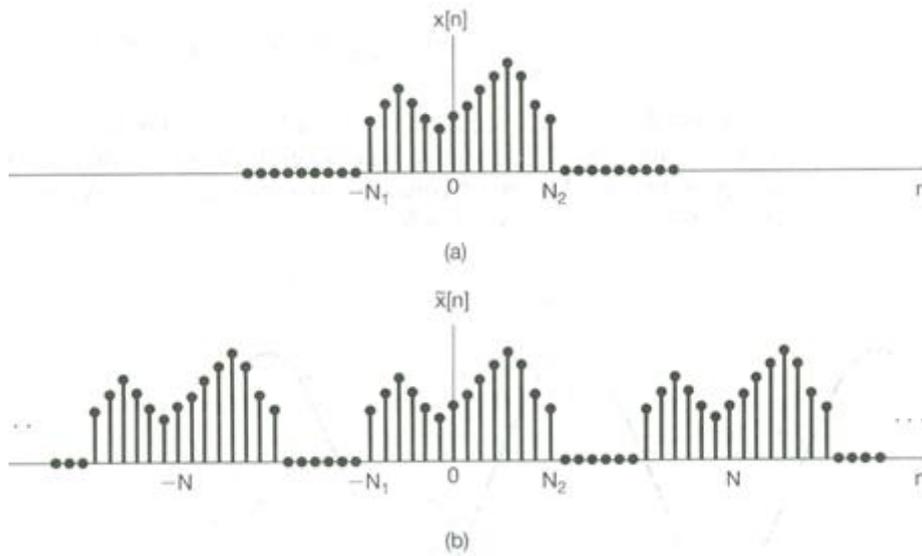


Figura 15. Señal no periódica (a) y señal periódica construida a partir de  $x[n]$  (b)

Cuando se hace que el periodo sea más grande  $\tilde{x}[n]$  es idéntica a  $x[n]$  sobre un intervalo más grande, y conforme  $N \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{x}[n] = x[n]$  para cualquier valor finito de  $n$ .

Examinando ahora la representación en serie de Fourier de  $\tilde{x}[n]$ . En concreto rescribiendo las ecuaciones (34) y (35), tenemos

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (40)$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} \tilde{x}[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \quad (41)$$

Puesto que  $\tilde{x}[n] = x[n]$  sobre un periodo que incluye en intervalo  $-N_1 \leq n \leq N_2$ , es conveniente seleccionar un intervalo de la sumatoria en la ecuación (41) que incluya este intervalo, de manera que  $\tilde{x}[n]$  pueda reemplazarse por  $x[n]$  en la sumatoria. Por tanto,

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-N_1}^{N_2} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \quad (42)$$

Donde en la segunda igualdad se basa en el hecho de que  $x[n]$  es cero fuera del intervalo  $-N_1 \leq n \leq N_2$ . Definiendo la función

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (43)$$

Se aprecia que los coeficientes  $a_k$  son proporcionales a las muestras de  $X(e^{j\omega})$ , es decir

$$a_k = \frac{1}{N} X(e^{jk\omega_0}) \quad (44)$$

Donde  $\omega_0 = 2\pi / N$  es el espaciado de las muestras en el dominio de la frecuencia. Combinando las ecuaciones (40) y (44) resulta que

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} \frac{1}{N} X(e^{jk\omega_0}) e^{jk\omega_0 n} \quad (45)$$

Ya que  $\omega_0 = 2\pi / N$  o de manera equivalente  $1/N = \omega_0 / 2\pi$ , la ecuación (45) se puede reescribir como

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=\langle N \rangle} X(e^{jk\omega_0}) e^{jk\omega_0 n} \omega_0 \quad (46)$$

Conforme  $N$  aumenta,  $\omega_0$  disminuye, y conforme  $N \rightarrow \infty$  la ecuación (46) se vuelve una integral. Para ver esto más claramente, considerando que se representa  $X(e^{j\omega}) e^{j\omega n}$  como el trazo de la Figura 16.

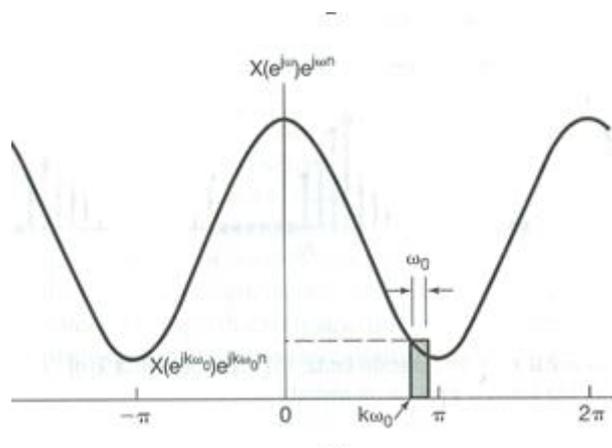


Figura 16. Interpretación gráfica de la ecuación 46

A partir de la ecuación (43) puede verse que  $X(e^{j\omega})$  es periódica en  $\omega$  con periodo  $2\pi$  y también lo es  $e^{j\omega n}$ . Entonces, el producto de ambos también será periódico. Como se ha representado en la Figura 16, cada término en la sumatoria de la ecuación (46) representa el área de un rectángulo de altura  $X(e^{jk\omega_0})e^{jk\omega_0 n}$  y ancho  $\omega_0$ . A medida que  $\omega_0 \rightarrow 0$ , la sumatoria se vuelve una integral. Más aún, puesto que la sumatoria se lleva a cabo sobre  $n$  intervalos consecutivos de ancho  $\omega_0 = 2\pi/N$ , el intervalo total de integración siempre tendrá un ancho de  $2\pi$ . Por lo tanto, a medida que  $N \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{x}[n] = x[n]$ , y la ecuación (46) se convierte en

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (47)$$

Donde, debido a que  $X(e^{j\omega})e^{j\omega n}$  es periódica con periodo  $2\pi$ , el intervalo de integración se puede tomar como cualquier intervalo de longitud  $2\pi$ . En consecuencia, resulta el siguiente par de ecuaciones:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (48)$$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (49)$$

La función  $X(e^{j\omega})$  se conoce como la transformada de Fourier de tiempo discreto y el par de ecuaciones se conoce como el par de transformada de Fourier. La ecuación (48) es la ecuación de síntesis y la (49) es la ecuación de análisis. *Nuestra deducción de estas ecuaciones indica como una secuencia aperiódica puede considerarse como una combinación lineal de exponenciales complejas.* En particular, la ecuación de síntesis es en efecto una representación una representación de  $x[n]$  como una combinación lineal de exponenciales complejas infinitesimales cercanas en frecuencia y con amplitudes  $X(e^{j\omega})(d\omega/2\pi)$ . Por esta razón, a menudo se hace referencia a la transformada de Fourier como espectro de  $x[n]$  dado que nos proporciona la información acerca de cómo  $x[n]$  está compuesta de exponenciales compleja a frecuencias diferentes.

#### 2.4.1.5 Transformada Discreta de Fourier (DFT), Transformada Rápida de Fourier (DFT)

La Transformada de Fourier Discreta (DFT) es un tipo de transformada discreta utilizada en el análisis de Fourier. Transforma una función matemática en otra obteniendo una representación en el dominio de la frecuencia, siendo la función original una función en el dominio del tiempo. Pero la DFT requiere que la función de entrada sea una secuencia discreta y de duración finita. Dichas secuencias se suelen generar a partir del muestreo de una función continua, como puede ser la onda generada por la vibración de la viga.

La Transformada Rápida de Fourier (FFT) es un eficiente algoritmo que permite calcular la Transformada de Fourier discreta (DFT) y su inversa. La FFT es de gran importancia en una amplia

variedad de aplicaciones, desde el tratamiento digital de señales y filtrado digital en general a la resolución de ecuaciones en derivadas parciales o los algoritmos de multiplicación rápida de grandes enteros.

Como se ha visto en los puntos anteriores la Transformada de Fourier descompone la señal como la suma de senos y cosenos de diferentes frecuencias y amplitudes desfasadas en el tiempo. De igual forma también es conocido ya que En las aplicaciones de ingeniería y tratamiento de señales, se considera el proceso de manera discreta y no continua, puesto que los sistemas de adquisición de datos operan de manera digital. Así la definición de DFT queda como:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{(-\frac{2\pi kn}{N})j} \quad (50)$$

#### 2.4.2 Algoritmo de Goertzel

El algoritmo Goertzel es un filtro digital derivado de la transformada discreta de Fourier (DFT) que puede detectar las componentes de frecuencia específica en una señal, sin analizar todo el espectro, resultando en un menor tiempo de ejecución.

Para el estudio de este algoritmo la bibliografía básica han sido dos artículos sobre el mismo, el original de Gerald "Goertzel Goertzel, G. (1958). An algorithm for the evaluation of finite trigonometric series. *The American Mathematical Monthly*, 65(1), 34-35." [6] (Goertzel, 1958) y otro artículo bastante interesante de Jimmy Alexander Cortés Osorio "Osorio, J. A. C., Vargas, J. A. M., & Escobar, J. A. M. (2010). Alternativa al análisis en frecuencia de la FFT mediante el algoritmo Goertzel. *Scientia et Technica*, 1(44), 217-222." [10] (Osorio, 2010)

El algoritmo de Goertzel parte de la definición de la DFT, pero con cierta reestructuración. Tomando en consecuencia las siguientes igualdades podemos reestructurar la definición de DFT.

$$W_N^k = e^{(-\frac{2\pi k}{N})j} \quad (51)$$

$$[W_N^k]^n = \left[ e^{(-\frac{2\pi k}{N})j} \right]^n \quad (52)$$

$$W_N^{kn} = e^{(-\frac{2\pi kn}{N})j} \quad (53)$$

Quedando la definición de DFT como:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad (54)$$

Como

$$W_N^{-kN} = [W_N^k]^{-N} = \left[ e^{\left(\frac{-2\pi k}{N}\right)} \right]^{-N} = e^{\left(\frac{-2\pi kN}{N}\right)} = e^{-2\pi k} \quad (55)$$

Y desarrollando la identidad e Euler

$$e^{(-2\pi k)j} = \cos(-2\pi k) + \sin(-2\pi k)j = 1 \quad (56)$$

Entonces se puede afirmar que

$$W_N^{-kN} = 1 \quad (57)$$

Conociendo la ecuación (57), aplicándola sobre la ecuación (54) y factorizando la ecuación resultante, se obtiene la definición de DFT haciendo uso de la identidad de Euler.

$$x(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{-k(N-n)} \quad (58)$$

Desarrollando esta ecuación, factorizando y aplicando la transformada Z (un procedimiento complicado y que es mejor resumir en el resultado final). La ecuación (59) es la función de transferencia de la DFT desarrollada, y corresponde al filtro derivado del algoritmo de Goertzel. La Figura 17 muestra el diagrama del filtro IIR (“IIR es una sigla en inglés para Infinite Impulse Response o Respuesta infinita al impulso. Se trata de un tipo de filtros digitales en el que, como su nombre indica, si la entrada es una señal impulso, la salida tendrá un número infinito de términos no nulos, es decir, nunca vuelve al reposo”) del algoritmo de Goertzel de la ecuación (59).

$$H(z) = \frac{1 - W_N^k Z^{-1}}{1 - 2 \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right)Z^{-1} + Z^{-2}} \quad (59)$$

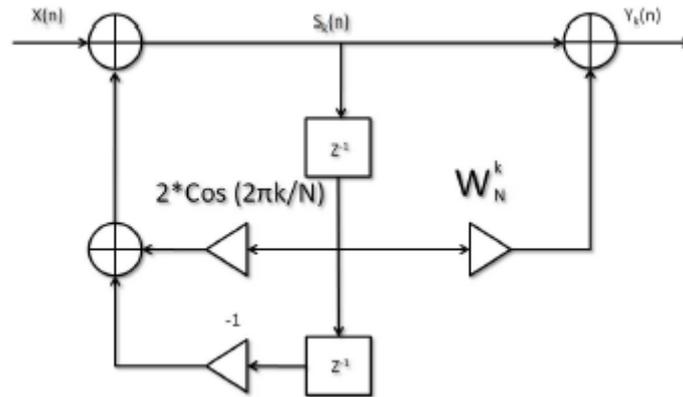


Figura 17. Diagrama del filtro IIR del algoritmo de Goertzel

## 2.5 Modelado de sistemas lineales

Para poder llevar a cabo todo lo descrito anteriormente, la toma de datos y su procesado con Fourier y Goertzel, es necesario diseñar un sistema que recibe una señal de entrada y responde con una señal de respuesta o salida. Esto es el modelado de sistemas lineales y para su explicación y mejor comprensión la bibliografía recomendada y utilizada para este TFG es el libro de Ogata “Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.” [7] (Ogata, 2003)

Se dice que un sistema se denomina lineal si se aplica el principio de superposición. Este principio establece que la respuesta producida por la aplicación simultánea de dos funciones de entradas diferentes es la suma de las dos respuestas individuales. Por tanto, para el sistema lineal, la respuesta a varias entradas se calcula tratando una entrada cada vez y sumando los resultados. Este principio permite desarrollar soluciones complicadas para la ecuación diferencial lineal a partir de soluciones simples. Si en una investigación experimental de un sistema dinámico son proporcionales la causa y el efecto, lo cual implica que se aplica el principio de superposición, el sistema se considera lineal.

Es importante aclarar los conceptos de sistemas lineales invariantes y variantes en el tiempo. Una ecuación diferencial es lineal si sus coeficientes son constantes o son funciones sólo de la variable independiente. Los sistemas dinámicos formados por componentes de parámetros concentrados lineales invariantes con el tiempo se describen mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo —de coeficientes constantes. Tales sistemas se denominan sistemas lineales invariantes en el tiempo (o lineales de coeficientes constantes). Los sistemas que se representan mediante ecuaciones diferenciales cuyos coeficientes son funciones del tiempo, se denominan sistemas lineales variantes en el tiempo.

### 2.5.1 Función de Transferencia

En la teoría de control, a menudo se usan las funciones de transferencia para caracterizar las relaciones de entrada-salida de componentes o de sistemas que se describen mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo. Se comenzará por definir la función de transferencia, para proseguir con el cálculo de la función de transferencia de un sistema de ecuaciones diferenciales. A continuación se analiza la función de respuesta-impulso.

La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero.

En el caso de este TFG la salida (función de respuesta) parte de los datos tomados en la pieza a medir su resonancia y la entrada (función excitación) parte de los datos recogidos directamente en el émbolo del banco de vibraciones.

Considérese el sistema lineal e invariante en el tiempo descrito mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y \\ = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \quad (n \geq m) \end{aligned}$$

donde  $y$  es la salida del sistema y  $x$  es la entrada. La función de transferencia de este sistema es el cociente de la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada cuando todas las condiciones iniciales son cero

$$\begin{aligned} \text{Función de transferencia} &= G(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{salida}]}{\mathcal{L}[\text{entrada}] \Big|_{\text{condiciones iniciales cero}}} \\ &= \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \end{aligned}$$

A partir del concepto de función de transferencia, es posible representar la dinámica de un sistema mediante ecuaciones algebraicas en  $s$ . Si la potencia más alta de  $s$  en el denominador de la función de transferencia es igual a  $n$ , el sistema se denomina sistema de orden  $n$ -ésimo.

La aplicación del concepto de función de transferencia está limitada a los sistemas descritos mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo; sin embargo, el enfoque de la función de transferencia se usa extensamente en el análisis y diseño de dichos sistemas. A continuación se presentan algunos comentarios importantes relacionados con la función de transferencia.

(Obsérvese que en la lista, los sistemas a los que se hace referencia son aquellos que se describen mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo.)

1. La función de transferencia de un sistema es un modelo matemático porque es un método operacional para expresar la ecuación diferencial que relaciona la variable de salida con la variable de entrada.
2. La función de transferencia es una propiedad de un sistema, independiente de la magnitud y naturaleza de la entrada o función de excitación.
3. La función de transferencia incluye las unidades necesarias para relacionar la entrada con la salida; sin embargo, no proporciona información acerca de la estructura física del sistema. (Las funciones de transferencia de muchos sistemas físicamente diferentes pueden ser idénticas.)
4. Si se conoce la función de transferencia de un sistema, se estudia la salida o respuesta para varias formas de entrada, con la intención de comprender la naturaleza del sistema.
5. Si se desconoce la función de transferencia de un sistema, puede establecerse experimentalmente introduciendo entradas conocidas y estudiando la salida del sistema. Una vez establecida una función de transferencia, proporciona una descripción completa de las características dinámicas del sistema, a diferencia de su descripción física.

### 2.5.2 Diagramadas de Bode

Un diagrama de Bode es básicamente una modelización de un sistema, y su relación con la función de transferencia es que supone una representación gráfica de la misma. Así se podrá al fin hallar la frecuencia fundamental que se busca en este proyecto.

Un diagrama de bode (Figura 18) está formado por dos gráficas: una es la gráfica del logaritmo de la magnitud en función de transferencia sinusoidal, y la otra es la gráfica del ángulo de fase; ambas se dibujan contra la frecuencia en escala logarítmica.

La representación común de la magnitud logarítmica de  $G(j\omega)$  es de  $20\log|G(j\omega)|$ , donde la base del logaritmo es 10. La unidad utilizada en esta representación para la magnitud es el decibelio, por lo general abreviado dB. En la representación logarítmica, se dibujan las curvas sobre papel semilogarítmico, con la escala logarítmica para la frecuencia y la escala lineal para cualquier magnitud (en decibelios) o el ángulo de fase (en grados). El rango de frecuencias de interés determina el número de ciclos logarítmicos que se requieren en la abscisa.

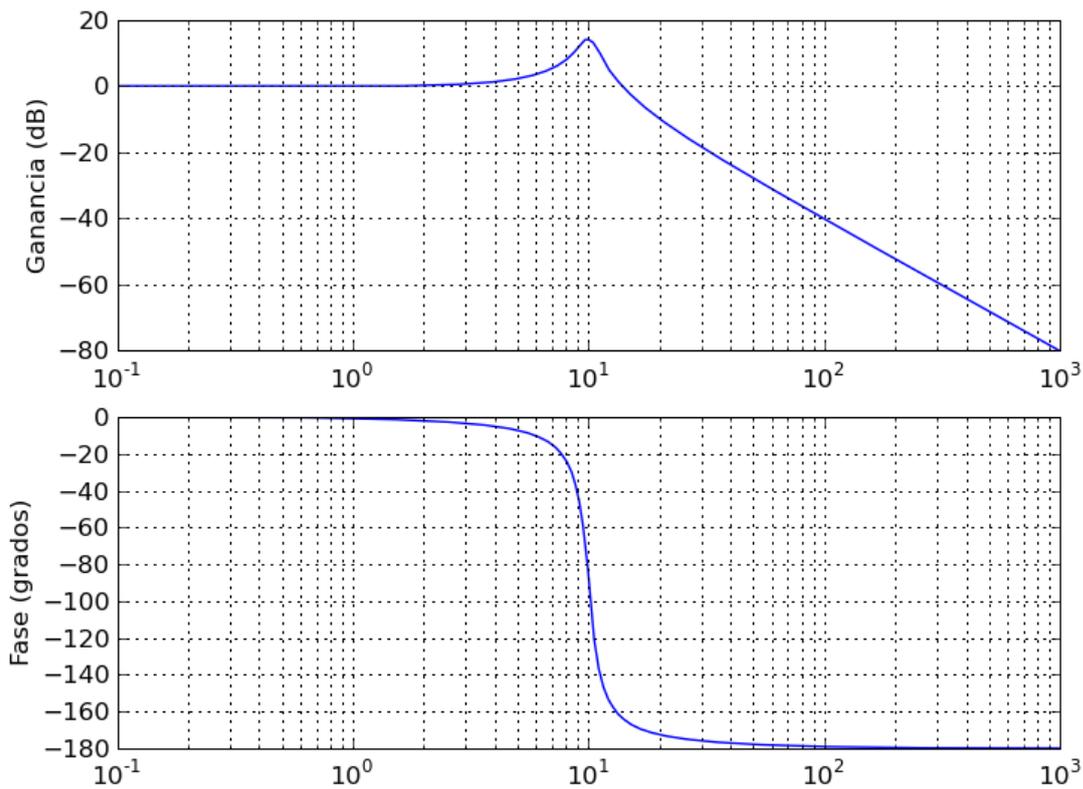


Figura 18. Representación de un diagrama de Bode

La principal ventaja de utilizar el diagrama de Bode es que la multiplicación de magnitudes se convierte en suma. Además, cuenta con un método simple para dibujar una curva aproximada de magnitud logarítmica. Se basa en aproximaciones asintóticas. Esta aproximación, mediante asintotas (líneas rectas), es suficiente si sólo se necesita información general sobre la característica de la respuesta en frecuencia. Si se desea obtener curvas exactas, es fácil corregir las curvas asintóticas. Es muy útil ampliar el rango de bajas frecuencias mediante el uso de una escala logarítmica, debido a que las características de las bajas frecuencias son las más importantes en los sistemas prácticos. Aunque no es posible dibujar las curvas hasta una frecuencia cero, debido a la frecuencia logarítmica  $\log 0 = -\infty$ , esto no es un problema serio.

Obsérvese que la determinación experimental de una función de transferencia se hace simplemente si los datos de la respuesta en frecuencia se presentan como un diagrama de Bode.

## 2.6 Normativa

A la hora de realizar ensayos de cualquier tipo, en este caso de vibraciones, hay que tener en cuenta la normativa vigente para realizar los ensayos de forma correcta y segura.

Para este TFG la normativa a seguir ha sido desarrollada y difundida por la Comisión Electrotécnica Internacional. La CEI es una organización mundial de normalización, compuesta por la unión de los comités electrotécnicos nacionales. La Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR) es el organismo español que forma parte de la CEI.

La CEI tiene por objeto favorecer la cooperación internacional para todas las cuestiones de normalización en el dominio de la electricidad y la electrónica. Para esto la CEI, entre otras actividades, publica normas internacionales sobre especificaciones técnicas, informes técnicos, especificaciones accesibles al público y guías.

Los ensayos de vibraciones están regulados por la norma CEI 60068-2-6:2007, última revisión de la norma sobre ensayos ambientales, más concretamente sobre los ensayos de frecuencia crítica de vibración, bajo la actuación de vibraciones sinusoidales.

El apartado CEI 60068-2-6 proporciona un método de ensayo aplicable a los componentes, materiales y otros artículos que puedan, durante su transporte o utilización, estar sometidos a vibraciones de naturaleza armónica generada principalmente por fuerzas rotativas, pulsatorias u oscilantes.

La norma consiste esencialmente en una especificación concreta de las acciones y especificaciones que se han de tener en cuenta al someter un objeto a vibraciones sinusoidales en un rango de frecuencias o a frecuencias concretas, durante un tiempo específico. El estudio de la respuesta que ofrece la pieza a la vibración, puede utilizarse para determinar las frecuencias críticas de la misma.

La parte principal de esta norma trata sobre los métodos para pilotar el ensayo en puntos específicos, describiendo detalladamente el procedimiento del ensayo, adaptándolo a la pieza y a su utilización.

Mediante la correcta aplicación de esta norma se podrá determinar la fiabilidad mecánica y/o la degradación de las especificaciones de las piezas, y decidir si son o no aceptables para la tarea que desempeñaran en el futuro.

### 2.6.1 Exigencias del ensayo

A continuación se exponen las características requeridas a todos los aparatos del ensayo, incluyendo amplificadores de potencia, generadores de señal, medios de fijación, sistema de pilotaje y elemento ensayado.

El movimiento fundamental debe ser sinusoidal en el tiempo y los puntos de fijación del objeto ensayado deben desplazarse en fase y siguiendo direcciones rectilíneas y paralelas. La tolerancia de la señal de aceleración únicamente debe realizarse si es prescrita en las especificaciones particulares del

ensayo. En caso de ser necesaria debe ejecutarse en el punto de referencia (punto medio de los puntos de fijación), y la tolerancia no debe ser superior al 5% en ningún caso.

Por su parte la amplitud del movimiento fundamental en los puntos de verificación y referencia debe tener una tolerancia igual al valor específico dado en esta norma. Los valores de estas tolerancias se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Tolerancias de la señal de pilotaje

<b>Tolerancias</b>	
<b>Punto de referencia:</b>	$\pm 15\%$
<b>Punto de verificación</b>	$\pm 25\%$ si $f \leq 500\text{Hz}$
	$\pm 50\%$ si $f > 500\text{Hz}$

También son de aplicación las tolerancias sobre la frecuencia contenidas en la tabla 2

Tabla 2. Tolerancia de frecuencias

<b>Tolerancias</b>		
<b>Ensayo a frecuencia fija:</b>	Frecuencia fija:	$\pm 2\%$
	Frecuencia cuasi-fija	$\pm 0.05\text{Hz}$ Si $f \leq 0.25\text{Hz}$
		$\pm 20\%$ Si $0.25 \leq f \leq 5\text{Hz}$
		$\pm 1\text{Hz}$ Si $5 \leq f \leq 50\text{Hz}$
		$\pm 2\%$ Si $f > 50\text{Hz}$
<b>Medida de la frecuencia crítica</b>		$\pm 0.05\text{Hz}$ Si $f \leq 0.25\text{Hz}$
		$\pm 10\%$ Si $0.25 \leq f \leq 5\text{Hz}$
		$\pm 0.5\text{Hz}$ Si $5 \leq f \leq 100\text{Hz}$
		$\pm 0.5\%$ Si $f > 50\text{Hz}$

Para realizar un barrido continuo del rango de frecuencias elegido, la frecuencia debe variar exponencialmente. La velocidad de barrido está fijada por norma en una octava por minuto permitiéndose una tolerancia de  $\pm 10\%$ . Sin embargo la norma permite modificar esta velocidad para la búsqueda y estudio de frecuencias críticas.

Las especificaciones particulares del ensayo deben indicar si el pilotaje ha de realizarse a partir de un punto o de varios. Si fuese necesario realizar más de un pilotaje hemos de utilizar técnicas como la media, la media aritmética o alguna técnica basada en el comportamiento de datos extremos para obtener un único valor de la amplitud del pilotaje.

## 2.6.2 Severidad

La severidad de la vibración está definida por la combinación de tres parámetros: el rango de frecuencias estudiado, la amplitud de la vibración y la duración del ensayo, en número de ciclos de barrido o tiempo.

Cuanto mayor es la frecuencia, la amplitud de vibración en desplazamiento tiene que ser menor para que se conserve la misma severidad. Es decir, si un equipo vibra a 300 RPM con 100 micras P-P, la severidad es “buena”, pero si la misma amplitud corresponde a una frecuencia de 4.000 RPM, entonces la severidad es “muy severa”.

Estos parámetros han de ser decididos previamente, y deben quedar indicados en las especificaciones particulares del ensayo. La elección de estos parámetros debe hacerse de acuerdo a las recomendaciones dadas por la norma.

Se recomienda que el rango de frecuencias del ensayo quede limitado por los valores propuestos en la normativa. Sin embargo, esto no es una exigencia, ya que la norma permite el uso de otros extremos en el rango de frecuencias.

Tabla 3. Extremos posibles del rango de frecuencias

<b>Rango de frecuencias</b>
<b>Frecuencia inferior (<math>f_1</math>): 0.1, 1, 5, 10, 55, 100</b>
<b>Frecuencia superior (<math>f_2</math>): 10, 20, 35, 55, 100, 150, 200, 300, 500, 1000, 2000, 5000</b>

En lo que corresponde a la amplitud de la frecuencia la norma no establece ningún parámetro obligatorio o recomendado, y permite decidir si la amplitud constante que se impone al ensayo es la perteneciente al desplazamiento, la velocidad o la aceleración.

Para la determinación de la duración del ensayo, la especificación particular debe escoger el valor de entre los permitidos por la norma. Estos valores se encuentran recogidos en la tabla 4 y variarán dependiendo de que el ensayo se realice a frecuencias fijas o mediante un barrido continuo el espectro de frecuencias:

Tabla 4. Duración posible de los ensayos

<b>Duraciones</b>
<b>Ensayo de barrido: 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 ciclos</b>
<b>Ensayo a frecuencias fijas: 1' 10', 30' 90' 10h</b>

Ciertos parámetros visuales y dimensionales pertenecientes a la pieza sobre la cual se realiza el ensayo pueden ser medidos antes de realizar el ensayo y tras éste. Mediante la comparación de los valores de estos parámetros se podrá observar el efecto de las vibraciones sobre la pieza.

La búsqueda y el estudio de las frecuencias críticas debe ser efectuado durante un ciclo de barrido, sin embargo se puede disminuir la amplitud de la vibración por debajo del valor especificado si, de esta forma, se puede obtener una determinación más precisa de las características de la respuesta.

Durante la búsqueda y el estudio de las frecuencias críticas, la pieza ensayada y los resultados de la respuesta producida en el ensayo deben ser examinados con el fin de determinar las frecuencias críticas. Estas frecuencias, al igual que las amplitudes aplicadas y el comportamiento de la pieza, deben ser especificadas en el informe del ensayo. Pero, debe ser la especificación particular la que precise las medidas que han de tomarse.

En esta norma además de los apartados especialmente importantes indicados anteriormente, también se puede encontrar en otros de sus capítulos, datos relevantes para la realización del ensayo.

La norma ofrece un listado de los datos de partida que deben estar incluidos en la especificación particular de cualquier ensayo. Sin embargo de las características del ensayo listadas en la norma sólo algunas deben ser dadas obligatoriamente, la mayoría deben proporcionarse en la medida en que son aplicables a cada ensayo.

Así mismo la norma, en otro de sus capítulos, ofrece un listado de la mínima información que debe proporcionar el informe del ensayo realizado.

En esta norma también podemos encontrar, a título informativo, diferentes anexos muy útiles todos ellos para una correcta realización de los ensayos de vibración y de sus respectivos informes.

El anexo A contiene una completa guía para el ensayo de frecuencias propias. Esta guía se seguirá en la medida de lo posible tanto en el ensayo como en el informe del mismo, con el fin de que ambos se realicen lo más fielmente posible a lo marcado en esta norma. En los anexos B y C se adjuntan algunas tablas con sugerencias sobre los valores de las severidades para distintos métodos y condiciones de funcionamiento, lo cual permite elegir las severidades adecuadas para la realización del ensayo objeto de este proyecto.

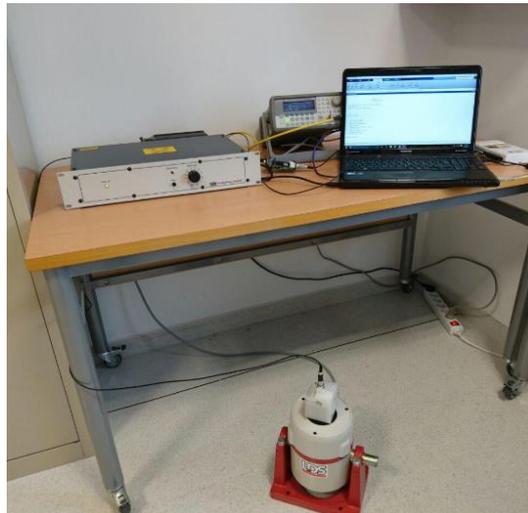
### 3. Materiales y métodos

A continuación se expone la manera de proceder para conseguir hacer funcionar el banco de ensayos y poder llevar a cabo todo lo antes explicado.

Primero se dará una visión general y datos técnicos de cada uno de los componentes del banco de ensayos y sobre la conexión entre los mismo. Éste es un punto importante ya que se explica cómo utilizar el programa y todos los aparatos físicos en cualquier ordenador. Por último se hablará del programa “Resonancia 2.0”, se explicará su funcionamiento y cómo se ha programado en entorno MATLAB, haciendo hincapié en los cambios esenciales introducidos en comparación de “Resonancia 1.0”.

#### 3.1 Estructura del banco de ensayos

En este punto se describe cada uno de los componentes el banco de ensayos, también se entra en su funcionamiento individual y su función dentro del conjunto total. Antes, en la Figura 19, se da una visión general del banco:



*Figura 19. Banco de ensayos de vibraciones al completo*

### 3.1.1 Generador de señales Agilent 33220a

Este es el modelo de generador de señales disponible en la UAL, un generador de fácil uso y de grandes prestaciones, proporciona una fácil conexión con el PC y también una gran facilidad para encontrar sus drivers y controladores.

El generador de señales, que se aprecia en la Figura 20, enviará la onda senoidal excitadora, que se le comanda desde el entorno MATLAB y que nos permite controlar la vibración del banco de ensayos modificando la amplitud y frecuencia de la onda.



Figura 20. Generador de señales Agilent 33220a

En la siguiente tabla (Tabla 5) se muestran las características generales de este generador de señales

<b>Generador de funciones 33220<sup>a</sup></b>		
<b>Formas de onda:</b>	Seno, cuadrado, triángulo, rampa, pulso, aleatoria	
<b>Características de ondas sinusoidales</b>		
<b>Frecuencia:</b>	Rango:	1 $\mu$ Hz – 20 MHz
	Precisión:	$\pm$ (20 ppm + 3 pHz)
	Resolución:	1 $\mu$ Hz
<b>Amplitud:</b>	Rango:	10 mV <sub>pp</sub> – 20 V <sub>pp</sub>
	Precisión:	$\pm$ 1 % $\pm$ 1 mV <sub>pp</sub>
	Resolución:	4 dígitos

<b>Monotonía de la amplitud:</b>	<100 kHz:	0,1 dB
	100 kHz – 5 MHz:	0,15 dB
	5 MHz – 20 MHz:	0,3 dB
<b>Distorsión armónica:</b>		0,04 %
<b>Salida principal:</b>	Impedancia:	50 $\Omega$
	Aislamiento:	42 V <sub>pk</sub> a tierra
	Protección:	Ante cortocircuito y sobrecarga

Tabla 5. Características Agilent 33220a

### 3.1.2 Amplificador LDS PA100E

El amplificador electrónico (Figura 21) es el aparato que nos permite comunicar el generador de señales con la mesa de vibraciones LDS V406/8 y aparte permite también modificar fácilmente la amplitud de la onda enviada, es decir, modifica la potencia o ganancia con un selector que va desde 1 a 10, que es las veces que multiplica la amplitud de la onda.

Este modelo es el compañero de la mesa de vibraciones así que es el único que se puede usar entre otras cosas por las conexiones entre aparatos.



Figura 21. Amplificador LDS PA100E

En la siguiente tabla (Tabla 6) se muestran las características generales de este amplificador

Amplificador LDS PA100E	
<b>Potencia nominal de salida sinusoidal:</b>	147 W
<b>Carga resistiva paralela:</b>	2,9 $\Omega$
<b>Rango de frecuencias a potencia nominal:</b>	10 Hz -10 kHz
<b>Tensión máxima de salida:</b>	20 V <sub>rms</sub>
<b>Tensión máxima sin carga:</b>	32 V <sub>rms</sub>
<b>Regulación del voltaje:</b>	3 %
<b>Intensidad máxima de salida:</b>	7 A <sub>rms</sub>
<b>Eficiencia:</b>	58 %
<b>Protección:</b>	Limitador de corriente de actuación rápida

Tabla 6. Características amplificador LDS PA100E

### 3.1.3 Mesa de vibraciones LDS V406/8

Esta es la mesa de vibraciones propiamente dicha (Figura 22), este agitador electrodinámico ha sido diseñado para reproducir un ambiente de vibración en condiciones de laboratorio de calidad y fiabilidad. Entre sus diferentes usos encontramos el análisis estructura, la prueba de montaje electrónico, experimentos de laboratorio o pequeños montajes y prueba de componentes.

Es una mesa muy optimizada en cuanto al peso de la armadura y ofrece una gran rigidez con un impacto mínimo en el sistema de aceleración.



Figura 22. Mesa de vibraciones LDS V406

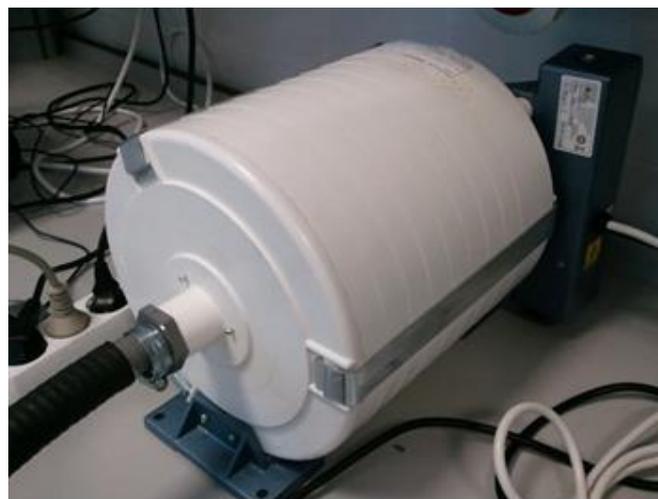
En la siguiente tabla (Tabla 7) se muestran las características generales de este agitador electrodinámico:

Mesa de vibración V406/8 de LDS		
<b>Fuerza sinusoidal pico:</b>	Refrigeración natural:	98 N
	Refrigeración forzada:	196 N
<b>Fuerza eficaz aleatoria máxima:</b>		38 N
<b>Aceleración pico máxima:</b>	Refrigeración natural:	490 m/s <sup>2</sup>
	Refrigeración forzada:	980 m/s <sup>2</sup>
<b>Velocidad pico máxima:</b>		1,78 m/s
<b>Desplazamiento continuo:</b>		17,6 mm pk
<b>Rango de frecuencia útil</b>		5-9000 Hz
<b>Masa del elemento en movimiento:</b>		0,2 Kg

*Tabla 7. Características agitador electrodinámico LDS V406*

Se recomienda que la mesa de vibraciones se sitúe en el suelo, a fin de que la vibración producida no se transmita a los diferentes instrumentos empleados, pudiendo ocasionar su rotura.

Cabe destacar también la importancia de la refrigeración en esta clase de instrumentos, no solo para incrementar su potencia, sino para mantener su vida útil. Es por esta razón por la que siempre se debe de utilizar bajo ventilación forzada.



*Figura 23. Ventilador*

### 3.1.4 Acelerómetro piezoeléctrico KS74C.10

Ésta es una pieza importante dentro del sistema de adquisición de datos ya que sirven para medir aceleración y vibración, convierten la aceleración en una señal eléctrica analógica proporcional a la fuerza aplicada al sistema sometido a vibración o aceleración.

Los acelerómetros pueden ser pasivos o activos. Los pasivos envían la carga generada por el elemento sensor (material piezoeléctrico) y debido a que esta señal es muy pequeña es necesario un amplificador externo para incrementar la señal, un acondicionador de señales. Los activos incluyen circuitos internos para convertirla carga del acelerómetro en una señal de voltaje pero requieren una fuente constante de alimentación.

En el caso de este TFG es un acelerómetro pasivo con un material piezoeléctrico, la piezoelectricidad es un fenómeno que ocurre en determinados cristales que, al ser sometidos a tensiones mecánicas, en su masa adquiere una polarización eléctrica y aparece una diferencia de potencial y cargas eléctricas en su superficie. En la Figura 24 se describe el material piezoeléctrico:

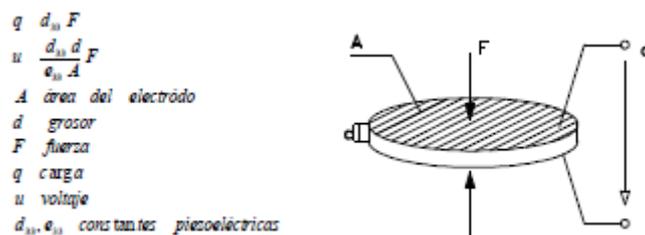


Figura 24. Elemento piezoeléctrico esquematizado

El elemento sensor de un acelerómetro piezoeléctrico consiste en dos partes principales, que son el material piezoeléctrico y la masa sísmica. El material piezoeléctrico está fijado a la base del sensor y la masa sísmica por el otro lado. Cuando el sensor se somete a vibración se genera una fuerza que actúa sobre el material piezoeléctrico. Según la Ley de Newton ( $F=m \cdot a$ ) esta fuerza es igual al producto de la masa sísmica y la aceleración. Por efecto piezoeléctrico una señal de carga eléctrica aparece en la salida, proporcional a la fuerza eléctrica aplicada dado que la masa sísmica es constante la carga de salida también es proporcional a la aceleración de la masa. Esquema en Figura 25:

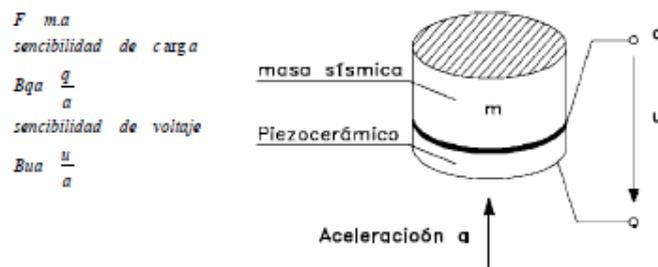


Figura 25. Disposición de la masa sísmica

El rango de frecuencias del acelerómetro es amplio y abarca de frecuencias muy bajas hasta decenas de Kilo hertzios. La respuesta de alta frecuencia está limitada por la resonancia de la masa sísmica, junto con la elasticidad del material piezoeléctrico. Esa resonancia produce un importante pico en la respuesta de la frecuencia natural del transductor y eso se sitúa normalmente alrededor de 30 KHz para los acelerómetros usados normalmente. Una regla general es que un acelerómetro se puede usar alrededor de 1/3 de su frecuencia natural. Valores por encima de esta frecuencia se acentuarán debido a la resonancia. En la Figura 26 se aprecia la gráfica de respuesta el modelo de acelerómetro piezoeléctrico KS74C.10.

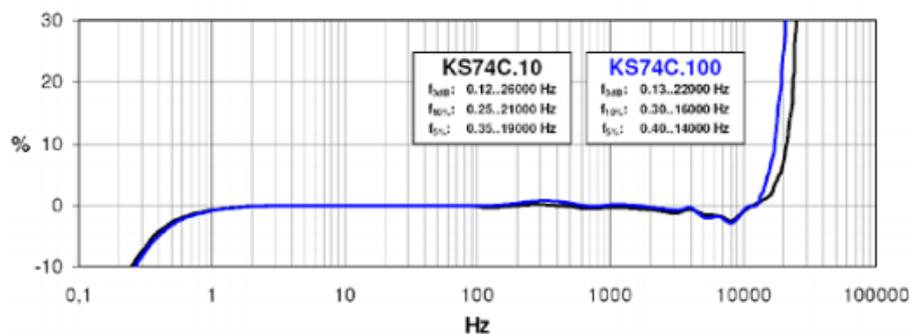


Figura 26. Respuesta del acelerómetro limitado por resonancia de material sísmico

En la siguiente tabla (Tabla 8) se muestran las características generales de este acelerómetro:

Acelerómetro	
Sensibilidad transversal(40Hz)	1.8%
Sensibilidad	1.030mV/m/s <sup>2</sup>   10.1 mV/g
Tensión de salida	12.4V
Menos frecuencia de corte (-3dB)	0.3Hz
Temperatura de trabajo	-20/120 °C
Aceleración máxima	5500m/s <sup>2</sup>
Rango de frecuencias	0.12...26000 Hz

Tabla 8. Características acelerómetro ks 74C-10

### 3.1.5 Acondicionador de señales

Como se indica en el anterior punto es necesario amplificar la señal enviada por el acelerómetro puesto que es de tipo pasivo. Para esto se dispone de un acondicionador de señales que amplifica la señal cierta cantidad de veces (ganancia) según se seleccione. También permite la conexión con la Tarjeta de Adquisición de Datos (TAD) puesto que la conexión del acelerómetro no permite una conexión directa a la TAD.

El acondicionador de señales se ha hecho a partir de una tarjeta que incluía el sistema de medida adjunto con los acelerómetros, USB InnoBeamer L2. Se han hecho ciertas modificaciones para tomar los datos que se requieren, a continuación en las Figuras 27 y 28 se aprecia el antes y el después de la modificación.

En esencia lo que se ha hecho es localizar el chip amplificador de la tarjeta, Chip Analog Mux: DG408 y, una vez conocidas sus entradas, salidas y diferentes ganancias, preparar unas conexiones directas d este chip a la TAD.



Figura 27. InnoBeamer L2 antes de la modificación



Figura 28. InnoBeamer L2 después de la modificación

Las conexiones que se ven en la Figura 27 son las siguientes:

- Cable A:
  - Azul: Pin 4, S1: Canal A, Rango= $\pm 10$  V (Mínima amplificación)
  - Amarillo: Pin 5, S2: Canal A, Rango= $\pm 1$  V
  - Rojo: Pin 6, S3: Canal A, Rango= $\pm 100$  mV
  - Gris: Pin 7, S4: Canal A, Rango= $\pm 10$  mV (Máxima amplificación)
- Cable B:
  - Azul: Pin 12, S5: Canal B, Rango= $\pm 10$  V (Mínima amplificación)
  - Amarillo: Pin 11, S6: Canal B, Rango= $\pm 1$  V
  - Rojo: Pin 10, S7: Canal B, Rango= $\pm 100$  mV
  - Gris: Pin 9, S8: Canal B, Rango= $\pm 10$  mV (Máxima amplificación)

### 3.1.6 Tarjeta de Adquisición de datos NI USB 6210

Como ya se ha indicado anteriormente en la revisión bibliográfica, la adquisición de datos o adquisición de señales, consiste en la toma de muestras del mundo real (sistema analógico) para generar datos que puedan ser manipulados por un ordenador u otros sistemas electrónicos (sistema digital). La principal función es tomar un conjunto de señales físicas en este caso las correspondientes al movimiento del acelerómetro, y convertirlas en tensiones eléctricas. Al digitalizarlas se consigue que puedan ser procesadas en el ordenador.



Figura 29. TAD NI USB 6210

Para este TFG la tarjeta disponible en la Universidad de Almería y que cumple con los requisitos necesarios es TAD NI USB 6210 (Figura 29), cuyas características se exponen en la Tabla 9

Tarjeta de adquisición de datos NI USB-6251 Screw Term		
<b>Entrada analógica:</b>	Canales:	16
	Resolución:	16 bits
	Frecuencia de muestreo:	1,25 MS/s
	Rango de tensión máximo:	-10 V, 10 V
	Rango de tensión mínimo:	-100 mV, 100 mV
<b>Salida analógica:</b>	Canales:	2
	Resolución:	16 bits
	Frecuencia de actualización:	2,86 MS/s
	Rango de tensión máximo:	-10 V, 10 V
	Rango de tensión mínimo:	-5 V, 5 V
<b>E/S Digital:</b>	Canales bidireccionales:	24
	Máxima velocidad del reloj:	1 MHz
	Sincronización:	Hardware, Software
	Rango de E/S:	0 V, 5 V

Tabla 9. Características NI USB 6210

### 3.2 Conexiones

Tras conocer cada uno de los componentes del banco de ensayos es necesario saber cómo se comunican entre ellos y cuál es el flujo de datos dentro del banco de ensayos.

El proceso es básicamente el que a continuación se describe. Desde el PC se le ordena al generador de señales que envíe una onda senoidal de cierta amplitud y frecuencia, esta onda va al amplificador LDS que amplifica la señal según la ganancia seleccionada y envía la onda al agitador electrodinámico, donde está acoplada la pieza que va a vibrar y los acelerómetros a esta. Los acelerómetros envían señales eléctricas según la aceleración que recogen, estas señales van al acondicionador de señales, de ahí a la TAD y después al PC donde se procesan y se puede hacer un estudio del ensayo. En la Figura 30 se expone un esquema del banco completo.

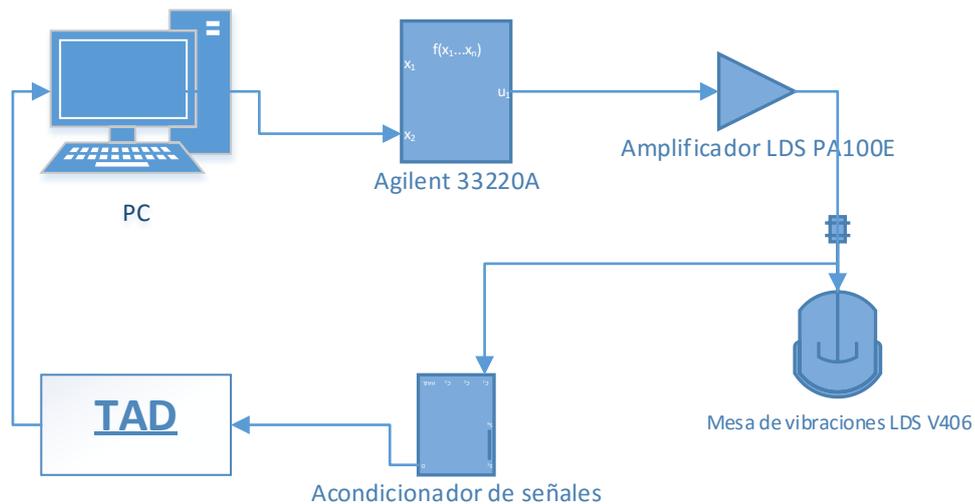


Figura 30. Diagrama general de conexiones

### 3.2.1 Conexión PC->Agilent

El generador de funciones Agilent 33220A es el aparato que va a mandar la señal sinusoidal al amplificador y éste a la Mesa de vibración LDS V406/8. Se controlará la amplitud en Vpp y la frecuencia en Hz de la onda que se envíe.

La conexión entre el PC y el Agilent es una conexión LAN con protocolo TCP/IP, ya que todos los ordenadores hoy en día tienen tarjeta de conexión de red y esto facilita el uso de la mesa de vibraciones por cualquier persona.

Para realizar esta conexión es necesario configurar el ordenador y asignar una dirección IP a cada componente, generador de funciones y PC. La mejor forma de obtener información sobre la configuración actual de nuestro ordenador en este campo es teclear en Ejecutar el comando `cmd`, y una vez que estemos en la pantalla de Símbolo del Sistema teclearemos el comando `ipconfig/all`. Véase Figura 31.

```

C:\> Símbolo del sistema
Microsoft Windows [Versión 10.0.10586]
(c) 2015 Microsoft Corporation. Todos los derechos reservados.

C:\Users\Eloy>ipconfig/all

Configuración IP de Windows

Nombre de host. . . . . : TOSH
Sufrido DNS principal . . . . . :
Tipo de nodo. . . . . : híbrido
Enrutamiento IP habilitado. . . : no
Proxy WINS habilitado . . . . . : no
Lista de búsqueda de sufijos DNS: ual.es

Adaptador de Ethernet Ethernet:

Estado de los medios. . . . . : medios desconectados
Sufrido DNS específico para la conexión. . :
Descripción . . . . . : Realtek PCIe GBE Family Controlle

Dirección física. . . . . : 88-AE-1D-55-9A-72
DHCP habilitado . . . . . : no
Configuración automática habilitada . . . : sí

Adaptador de LAN inalámbrica Conexión de área local* 1:

```

Figura 31. cmd->ipconfig/all

Para realizar esta conexión es necesario configurar el ordenador y asignar una dirección IP a cada componente, generador de funciones y PC, procedemos como sigue: Centro de Redes y Recursos Compartidos → Cambiar Configuración del Adaptador. Una vez ahí abrimos propiedades de la conexión Ethernet y vamos a propiedades de Protocolo de Internet versión 4 (TCP/IPv4). En las Figuras 32 y 33 se detalla el procedimiento.

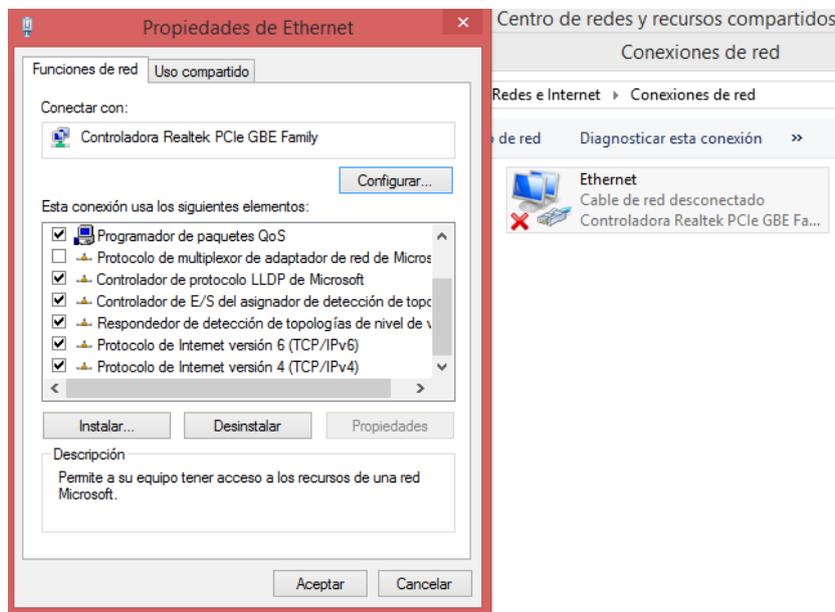


Figura 32. Propiedades de conexión Ethernet

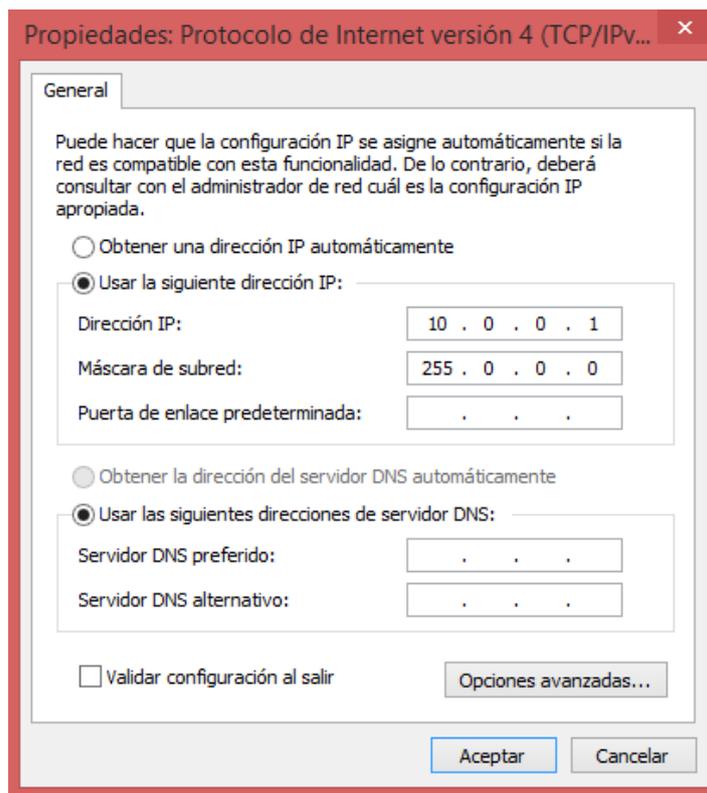


Figura 33. Propiedades de protocolo

Como se puede observar en la imagen tal la dirección IP del PC es 10.0.0.1, la Máscara de subred es 255.0.0.0 y las direcciones de servidor DNS deben quedar en blanco.

Ahora es el momento de asignarle una IP al generador de señales y para esto es necesario instalar el Software Keysight Connection Expert, disponible en la página web oficial de Keysight. Una vez instalado se debe introducir la dirección IP que le corresponde al generador y ya podrán comunicarse generador y PC. En el apartado *Connection Strings* que encontramos en la pantalla inicial, se debe introducir en VISA Addresses "TCPIP0::10.0.0.2::inst0::INSTR", como se ve en la Figura 34. Con esto tenemos totalmente definido cada aparato de la conexión y en la Figura 35 se aprecia un esquema de la conexión.

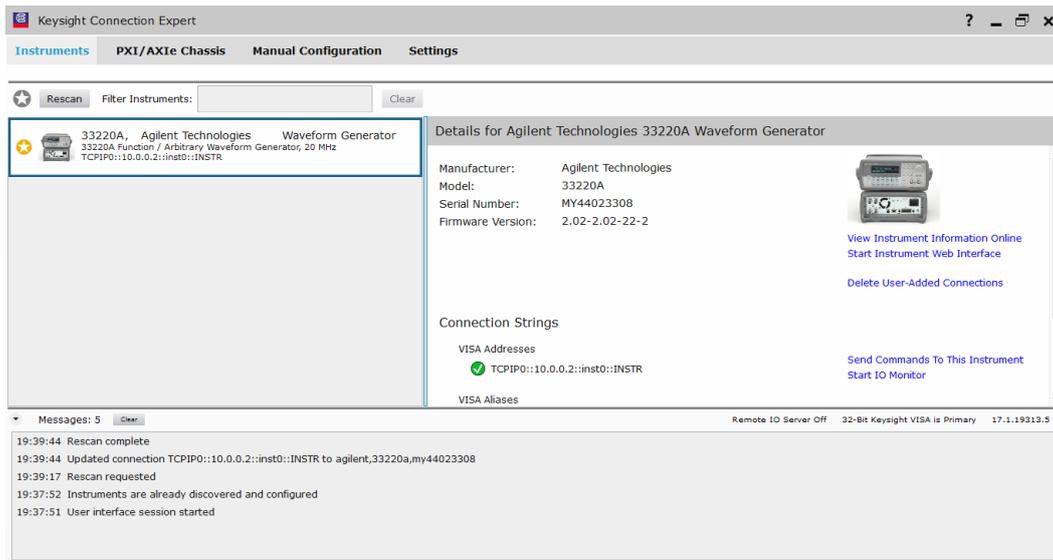


Figura 34. Software Keysight

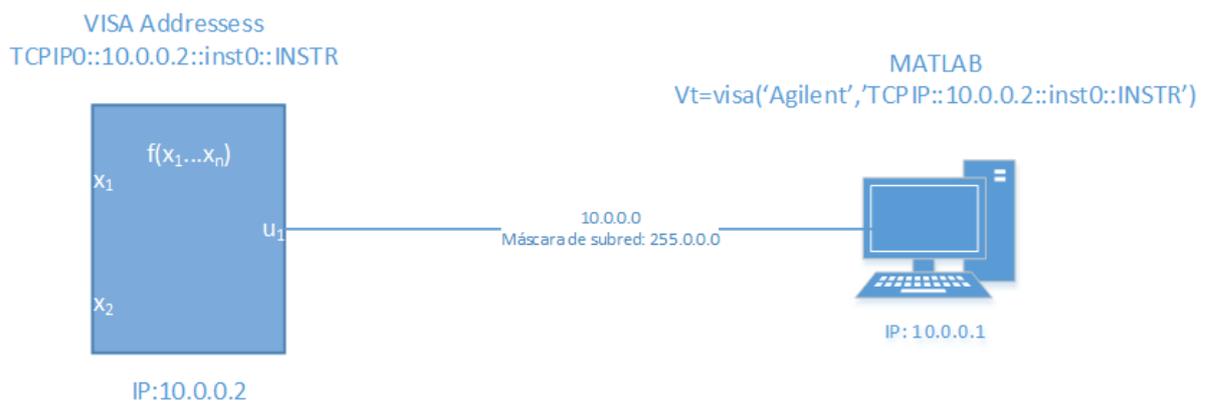


Figura 35. Esquema de la conexión PC->Agilent

Por último es necesario descargar e instalar el driver IVI del generador desde la página oficial. Este driver permite configurar la conexión con la interfaz MATLAB.

Una vez descargado el driver este se instala en la base de datos de Instrument Control Toolbox de MATLAB y tras esto ya se puede comunicar MATLAB con el generador mediante los comandos que se verán más adelante cuando se entre en profundidad en el software "Resonancia 2.0".

### 3.2.2 Conexión Agilent->Amplificador LDS

La señal será conducida al amplificador de potencia mediante un cable triaxial proporcionado por el fabricante. Un conector triaxial se utilizará para el acoplamiento al amplificador, mientras que la comunicación con el generador se realiza mediante un conector BNC (Figura 36).



*Figura 36. Conector BNC*

### 3.2.3 Conexión Acondicionador de señales->TAD

El Acondicionador está conectado a los acelerómetros con una conexión BNC y de las patillas del mux analógico salen directamente soldados unos cables que van al regletero de la TAD donde es importante conectar también la tierra para obtener una señal más limpia.

### 3.2.4 Conexión TAD->PC

Esta conexión es a través de cable USB y con la instalación del Software proporcionado por National Instrument el PC será capaz de reconocer la TAD. Dicho Software, NI DEVIDE MONITOR, permite realizar multitud de cosas como dar nombre al dispositivo, calibrado y teste del dispositivo, esquema de conexiones...etc. En la Figura 37 se ve el menú principal del NI DEVICE MONITOR.

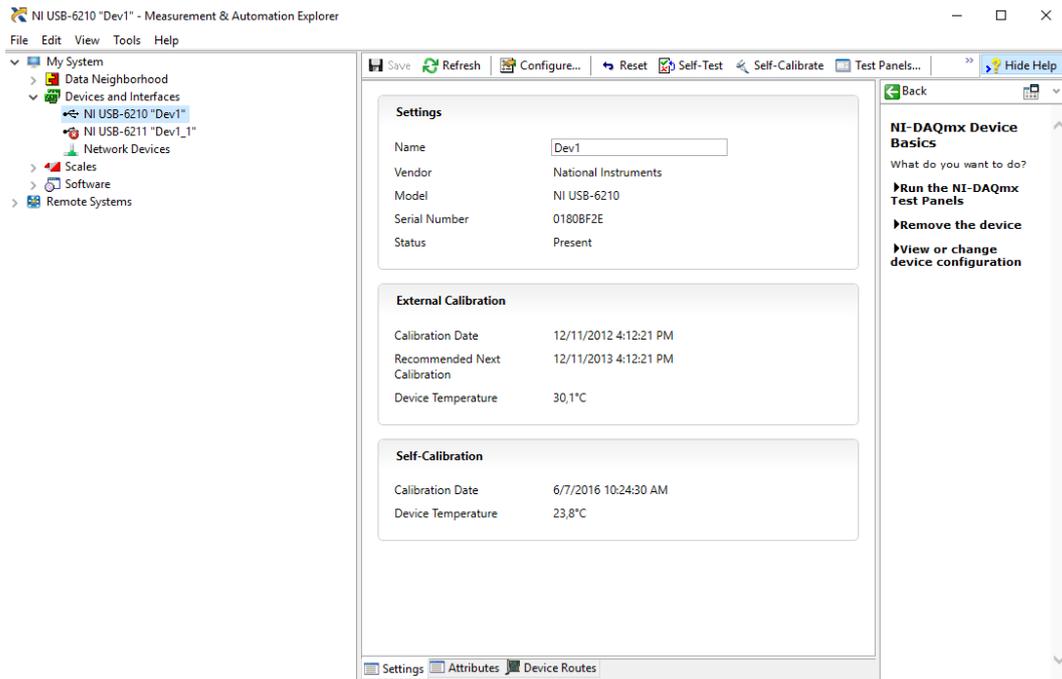


Figura 37. Menú NI DEVICE MONITOR

Cada vez que se conecte la tarjeta al PC es recomendable hacer uso de las opciones de auto-calibrado y de Test que comprueban el buen estado de la tarjeta. Una vez se han realizado estas comprobaciones se recomienda entrar en el panel de test y utilizar el mismo para calibrar la ganancia del Amplificador LDS. En la Figura 38 se aprecia el uso de este panel de test.

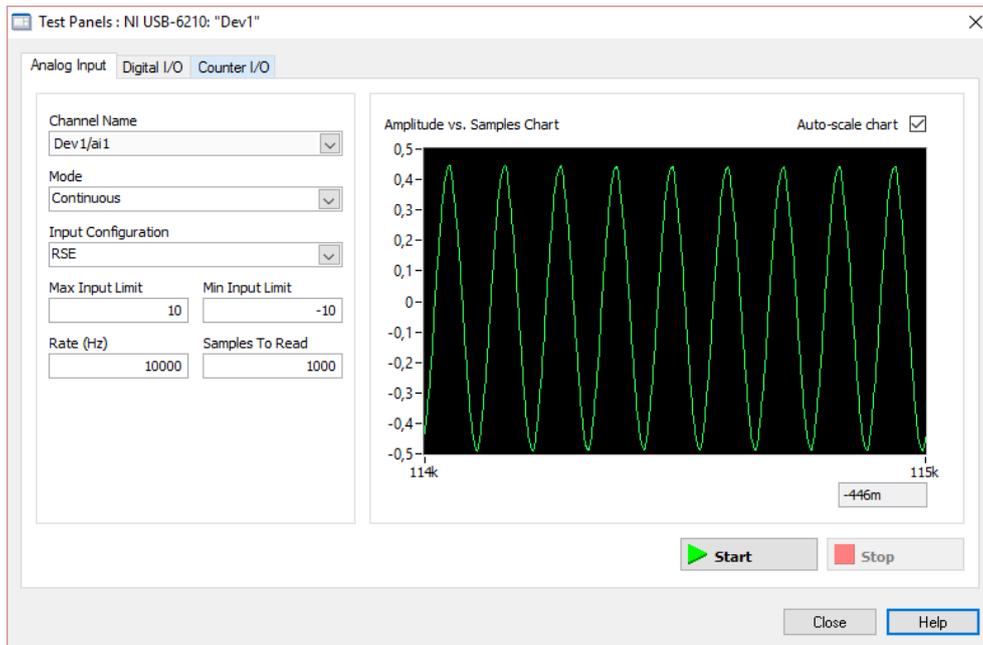


Figura 38. Uso del Panel test para calibrado de amplificador

### 3.3 Software “Resonancia 2.0”

Como se ha comentado a lo largo del desarrollo de la memoria, este TFG está basado en el software con interfaz MATLAB “RESONANCIA 2.0”. Este software está desarrollado a partir de “RESONANCIA 1.0” desarrollado por Juan José Arévalo en su proyecto fin de carrera “Montaje y programación bajo MATLAB de una mesa de ensayos de vibraciones” [2] (Arévalo Martín, 2011) y se introducen numerosas mejoras y cambios en el código fuente que hacen más eficiente el programa. Entre otras cosas se ha mejorado el proceso de toma de datos, pudiendo utilizar 2 acelerómetros a la vez para tomar datos INPUT y OUTPUT simultáneamente. También se ha incluido una nueva aplicación como es “Caracterizar”, de la cual se ha escrito un artículo para el XXI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica.

MATLAB proporciona un entorno ideal para lo que se quiere en este TFG, una programación “sencilla”, facilidad para conexión de todo tipo de periféricos, facilidad a la hora de implementar la Transformada de Fourier, diagramas de bode y demás gráficas y también permite una fácil conexión de todo tipo de periféricos. Para todos los conocimientos básicos sobre MATLAB se ha consultado la obra “Aprende MATLAB como si estuvieras en primero” [5] (García de Jalón, 2015)

#### 3.3.1 Estructura del programa

Resonancia 2.0 es un programa que permite realizar ensayos de una sola frecuencia o un barrido de frecuencias, permite modificar el tiempo de duración del ensayo, seleccionar la amplitud de la onda, trabajar con datos recogidos anteriormente...etc. Todo esto lo hace apoyándose en una serie de subprogramas y sigue una estructura que se detalla en la Figura 39.

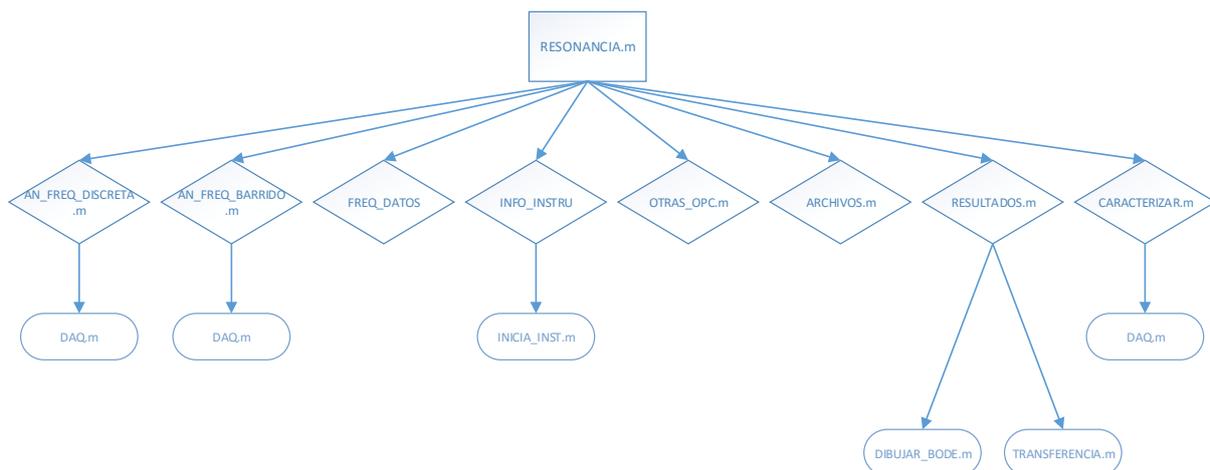


Figura 39. Estructura de Resonancia 2.0

Se ha buscado conseguir un código sencillo y depurado, manteniendo una relación entre los subprogramas que ayuda a un mejor funcionamiento del software. En los siguientes puntos a tratar se habla de las mejoras introducidas respecto al código anterior, el funcionamiento de Resonancia 2.0 y cometido de cada uno de los subprogramas y por último se explica el subprograma “Caracterizar”, una importante aportación que ayuda a comprender mejor el comportamiento del banco de ensayos.

### 3.3.2 Código y mejoras introducidas

La principal mejora introducida es la incorporación de un segundo canal que permite conectar 2 acelerómetros a la vez y así poder medir a la vez INPUT y OTPUT, lo que agiliza muchísimo el proceso de toma de datos y el ensayo en general. Esta parte del código se encuentra en daq.m, donde se programa la conexión de la TAD y los canales de la misma. A continuación se transcribe la parte del código que realiza esta función:

```
dev=devs(1);

% Create session:
s = daq.createSession ('ni');

%Canal entrada
[ch1,idx1] = s.addAnalogInputChannel(dev.ID, 'ai1', 'Voltage');

%Canal salida
[ch2,idx2] = s.addAnalogInputChannel(dev.ID, 'ai2', 'Voltage');

ch1.TerminalConfig='SingleEnded';
ch2.TerminalConfig='SingleEnded';
```

La variable “GRAB” es la encargada de registrar las muestras de los acelerómetros y guarda los datos en una matriz de 3 columnas, en la primera registra el tiempo, en la segunda los datos del acelerómetro 1 y en la tercera los datos del acelerómetro 2.

```
global GRAB;
GRAB=[];
time=GRAB(:,1);
data=GRAB(:,2);
data2=GRAB(:,3);
```

Dentro de daq.m también se ha simplificado muchísimo el proceso para realizar la Transformada de Fourier, puesto que en el código anterior se llamaba a una función específica aparte de daq.m y bastante compleja y enrevesada. Ahora la FFT está implementada directamente en el código de daq.m con la función “fft” de MATLAB. Y se usa solamente para CARACTERIZAR.

```
fft_amps = fft(GRAB(:,2));
% Quitamos la mitad "espejo":
fft_amps = fft_amps(1:(L/2));
freqs= linspace (0,s.Rate/2,length(fft_amps));
```

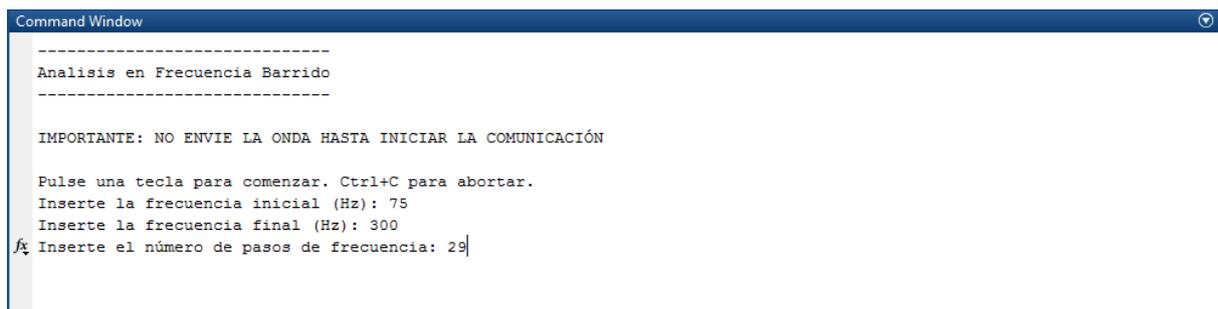
Y para la implementación del Algoritmo de Goertzel el código es el siguiente

```
% Determinar la amplitud a "freq_" (Hz)
L = length(data);

freq_index= round(freq_/10000*L)+1;
amp_daq = goertzel(data,freq_index);
amp_daq2 = goertzel(data2,freq_index);
```

Como se ve, se aplica el algoritmo a las 2 amplitudes capturadas por los 2 canales de la TAD.

A la hora de realizar un ensayo con barrido de frecuencias se ha mejorado el proceso respecto al anterior cambiando la forma que se introduce las frecuencias a ensayar y se ha simplificado bastante el código, ahora se debe introducir la frecuencia inicial y final e insertar el número de intervalos y el programa se encarga de la división y cálculo de cada frecuencia a ensayar. En la Figura 40 se puede ver cómo el programa pide las frecuencias a ensayar.



```
Command Window
-----
Análisis en Frecuencia Barrido
-----

IMPORTANTE: NO ENVIE LA ONDA HASTA INICIAR LA COMUNICACIÓN

Pulse una tecla para comenzar. Ctrl+C para abortar.
Inserte la frecuencia inicial (Hz): 75
Inserte la frecuencia final (Hz): 300
fx Inserte el número de pasos de frecuencia: 29|
```

Figura 40. Introducir frecuencias a ensayar

Este menú se ha cambiado totalmente considerando que es mejor introducir el número de pasos de frecuencia que el paso entre ellas, para esto el código modificado ha sido el siguiente:

```
disp('Pulse una tecla para comenzar. Ctrl+C para abortar.');
```

```
pause;
freq_barr_inicio=input('Inserte la frecuencia inicial (Hz): ');
freq_barr_fin=input('Inserte la frecuencia final (Hz): ');
freq_barr_num_pasos=input('Inserte el número de pasos de frecuencia: ');

freqs= exp(linspace(log(freq_barr_inicio), log(freq_barr_fin),
freq_barr_num_pasos));
```

Entonces se crea la matriz DATOS, una matriz de 3 columnas. En la columna 1 guarda la frecuencia ensayada y en las otras 2 columnas guarda las amplitudes registradas por los acelerómetros 1 y 2.

```
DATOS(i,1)=freq_  
    DATOS(i,2)=amp_daq;  
    DATOS(i,3)=amp_daq2;
```

También se ha introducido la opción de guardar los datos pudiendo modificar el nombre del archivo y la ubicación del mismo.

```
%Guardar datos  
sDefaultName = sprintf(datestr(now(),'yyyy_mm_dd_HH_MM_SS'));  
FileName = uiputfile( '*.mat', 'Grabar datos del experimento',  
sDefaultName);  
  
save(FileName, 'DATOS');
```

A la hora de la conexión del Agilent 33220A se ha modificado el código puesto que la forma de conexión con el PC es más sencilla que antes. En `inicia_inst.m` se introducen los comandos que activan el generador y se le da la dirección IP que se explicaba en el apartado de conexiones.

```
function vt=inicia_inst  
vt=visa('Agilent','TCPIP0::10.0.0.2::inst0::INSTR') %Creamos el objeto  
fopen(vt) %Abrimos la comunicacion  
vt.status  
fprintf(vt, '*IDN?') %Comando SCPI que prueba la comunicacion  
z=fscanf(vt) %Lectura de la respuesta del anterior comando  
z  
end
```

Otra novedad introducida en el barrido de frecuencias, pequeña pero importante puesto que mira por la salud del aparato, es que al terminar no corta directamente comunicación sino que lo resetea y lo deja preparado para el siguiente ensayo con la instrucción

```
fprintf(vt, '*RST');
```

A la hora de dibujar los Diagrama de Bode, el programa `dibujar_bode.m` es nuevo puesto que antes se llamaba `BODE.m`. Ahora es un programa más sencillo que hace más fácil la comprensión del código y también dibuja de una manera diferente los diagramas. Se considera importante incluir el código que dibuja los diagramas de Bode, es el siguiente:

```
transfer_func= DATOS(:,3)./DATOS(:,2); %Dividimos la salida entre la  
entrada  
    bode_magdb=20*log10(abs(transfer_func)); %Pasamos a decibelios  
    bode_phase=angle(transfer_func);  
    phase_deg=radtodeg(bode_phase);  
    bode_freq=DATOS(:,1);  
    [maxmagbd,maxmagbdindex]=max(bode_magdb);  
    [minmagbd,minmagbdindex]=min(bode_magdb);  
    freq_resonancia=bode_freq(maxmagbdindex);  
  
fprintf('_____');
```

```

fprintf('\nFRECUENCIA DE RESONANCIA %f Hz \n',freq_resonancia);
cla;
subplot(2,1,1)
semilogx (bode_freq, bode_magdb);
hold on; semilogx (bode_freq, bode_magdb, '.');
v=size(bode_freq);

grid on;
ylabel('Magnitud (dB)')
xlabel('Frecuencia (Hz)')
title('Bode Plot')
subplot(2,1,2)% Segunda gráfica con la fase [2filas,1columna, N°2]
semilogx(bode_freq,phase_deg)
grid on
ylabel('Fase(Grados)')
xlabel('Frecuencia (Hz)')

```

En primer lugar calcula la función de transferencia dividiendo los datos de salida entre los datos de entrada. Seguidamente hay que transformar a decibelios puesto que a la hora de representar el diagrama de Bode el eje x se representa en escala logarítmica y el eje y se representa la amplitud en decibelios ya que se ajusta mejor a la escala logarítmica. Se conoce la fase del número complejo y se convierte a grados para la segunda gráfica del diagrama de Bode. Por último se registran los valores máximo y mínimo y se dibuja el diagrama.

La parte de análisis de resultados se ha modificado para una mayor sencillez a la hora de cargar los datos de ensayos anteriores y se han hecho las modificaciones necesarias al haber añadido un segundo canal. Antes había que cargar por separado entrada y salida, ahora como todo está en la misma matriz solamente hay que cargar un archivo.

En general se ha dado un repaso a todo el código, corrigiendo errores y simplificando el código. Se han añadido algunos filtros para obtener unas gráficas más limpias.

Todo el código está disponible en:

<https://github.com/ual-arm/vibration-test-matlab>

### 3.3.3 Funcionamiento

Una vez que se conocen las bases del programa como son los aparatos que lo componen, las operaciones y tratamiento de datos que realiza, cómo toma los datos...etc. Es el momento de empezar a utilizar el programa, a continuación se expone el funcionamiento de “Resonancia 2.0”.

El primer paso es colocar bien los acelerómetros, el acelerómetro 1 será el que tome los datos INPUT y se colocará en el hueco específico de la pieza de soporte y el acelerómetro 2 será el que tome los datos OUTPUT y se colocará en el punto más desfavorable de la pieza

En el menú principal se encuentra el acceso a las diferentes opciones que ofrece Resonancia 2.0, Figura 41.

- Frecuencia Discreta: Ensayo de una sola frecuencia durante el tiempo especificado y la amplitud especificada.
- Barrido de frecuencias: Ensayo de varias frecuencias consecutivas según frecuencia inicial, final y número de saltos de frecuencia introducidos.
- Datos tomados: Permite conocer los datos tomados en los ensayos.
- Comunicación con Agilent: Permite iniciar, finalizar y conocer el estado de la comunicación con el generador de señales.
- Otras opciones: Aquí se introducen la amplitud de onda para los ensayos y la duración de los mismos.
- Cargar archivos: Permite recuperar datos de ensayos anteriores para poder trabajar con ellos.
- Analizar resultados: Permite cargar datos y realizar el diagrama de Bode.
- Caracterizar: Nuevo programa introducido que permite conocer mejor el funcionamiento del banco de ensayos. Se explica en profundidad en el punto “3.4 Caracterizar”

El proceso de adquisición de datos es bastante sencillo e intuitivo, el primer paso es ejecutar el programa y en su menú principal seleccionar “Comunicación con Agilent 33220A” con lo que se puede establecer o cortar la comunicación entre PC y generador de funciones.

```

Command Window
=====
RESONANCIA 2.0
=====

Programa para ensayo de vibraciones de la Universidad de Almería
Año 2016
Todos los derechos reservados ©

-----
Menu principal
-----

0: Salir del programa
1: Frecuencia discreta
2: Barrido de frecuencias
3: Datos tomados
4: Comunicacion con Agilent 33220A
5: Otras opciones
6: Cargar y Salvar archivos
7: Analizar Resultados
8: Caracterizar Banco

Inserte Opcion:

```

Figura 41. Menú principal de Resonancia 2.0

Una vez establecida esta comunicación se puede empezar a trabajar, ahora es el momento de establecer la duración de cada señal y su amplitud que serán las mismas durante todo el ensayo. Para esto existe la opción 5 “Otras opciones” que muestra lo que se ve en la Figura 42.

```
Command Window
-----
Opciones Actuales
-----
Amplitud: 1.00 V
Offset: 0.00 V
Duracion del ensayo: 3.00 segundos.

Cambiar Opciones
-----
1: Cambiar la amplitud de la onda
2: Cambiar el desplazamiento de la onda
3: Cambiar la duración de cada ensayo
0: Salir

OPCION: |
```

Figura 42. Selección de duración y amplitud

Ya está en condiciones de realizar un barrido de frecuencias o un ensayo con una frecuencia discreta, pero se considera más importante el barrido y es lo que a continuación se explica. Seleccionando la opción 2 “Barrido de frecuencias” aparece el menú de la Figura 39 y se deben introducir la frecuencia inicial, final y el número de pasos de frecuencia. Es entonces cuando comienza la comunicación TAD->PC y el generador de funciones envía la onda senoidal para que el agitador comience el movimiento. En la Figura 43 se puede ver lo que Resonancia 2.0 muestra por pantalla mientras se realiza el ensayo.

```
Command Window
-----
Análisis en Frecuencia Barrido
-----

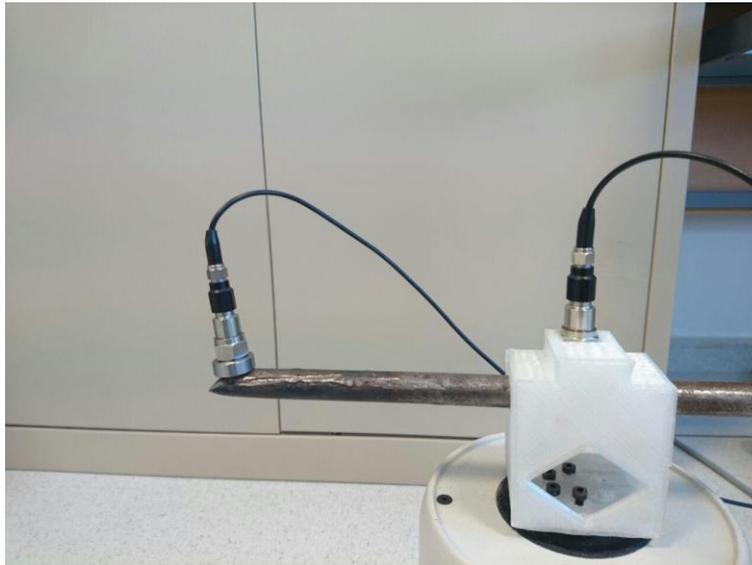
IMPORTANTE: NO ENVIE LA ONDA HASTA INICIAR LA COMUNICACIÓN

Pulse una tecla para comenzar. Ctrl+C para abortar.
Inserte la frecuencia inicial (Hz): 83
Inserte la frecuencia final (Hz): 195
Inserte el número de pasos de frecuencia: 4
Midiendo en 83.000Hz...
Medido en 83.000Hz -> 5227.043674
Midiendo en 110.339Hz...
Medido en 110.339Hz -> 4674.639275
Midiendo en 146.684Hz...
Medido en 146.684Hz -> 5121.973544
Midiendo en 195.000Hz...
Medido en 195.000Hz -> 5209.645852
```

Figura 43. Salida por pantalla durante un ensayo

Los acelerómetros registran este movimiento y envían señales al acondicionador de señales que se comunica con la TAD que ya puede enviar esas señales al PC para que MATLAB las procese. Las señales recogidas por los acelerómetros hay que distinguir:

- Respuesta INPUT ACELERÓMETRO 1, señal que verdaderamente excita al objeto, el acelerómetro colocado en el soporte impreso en 3D. Se aprecia en la Figura 44 que está justo en el eje de movimiento.
- Respuesta OUTPUT ACELERÓMETRO 2, señal de respuesta del objeto, el acelerómetro se situara en el punto más desfavorable del objeto de estudio, donde se produzcan las mayores vibraciones. En la Figura 44 se aprecia su colocación.



*Figura 44. Posición acelerómetros para INPUT y OUTPUT*

MATLAB guarda cada uno de los datos que le llegan desde la TAD en una matriz de 3 columnas. Una vez en el ensayo la matriz "DATOS" guarda en la primera columna la frecuencia ensayada, en la segunda almacena la respuesta INPUT para cada frecuencia y en la tercera la respuesta OUTPUT.

Para trabajar con las muestras tomadas debe ejecutarse el programa Dibujar Bode, dentro de Analizar resultado. A la hora de realizar el diagrama de BODE es necesario dividir los OUTPUT entre los INPUT, como ya se explicó en el apartado de Función de Transferencia.

### 3.4 Caracterizar

Este es un punto importante del TFG ya que ha dado pie a un artículo científico para el XXI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, que se realiza bianualmente promovido por la Asociación Nacional de Ingeniería Mecánica.

Esta opción dentro del programa Resonancia 2.0 surge, principalmente, por la necesidad de conocer la veracidad de los ensayos realizados con el banco de vibraciones. También brinda la posibilidad de conocer los límites de los aparatos que componen el banco o el estado general del mismo. Todo esto apoyándose en el análisis espectral de señales.

El objetivo es encontrar los límites en la amplitud de señales actuadoras en un gran margen de frecuencias, de forma que se conozca la cantidad de ruido presente, asegure una buena relación señal/ruido en la medida de los acelerómetros y se verifique de manera simultánea que el actuador no esté introduciendo componentes espectrales adicionales (distorsión armónica) que perturben el análisis. De esta manera se conoce la veracidad de los ensayos de vibraciones realizados.

El programa en si es sencillo, realiza un barrido de X frecuencias para cada amplitud de onda introducido, por pantalla muestra una gráfica de la FFT para cada frecuencia (Figura 45) y un diagrama de Bode para cada amplitud con su barrido de frecuencias (Figura 46). Ofrece la posibilidad de realizar un ensayo o de cargar datos de un ensayo anterior, como se puede ver en la Figura 44.

La programación para este barrido de amplitudes y frecuencias es bastante sencillo:

```
for iAmp=1:length(AMP)
    for iFreqs=1:length(FREQS)
        freq_=FREQS(iFreqs);
        fprintf('Midiendo en %.03fHz...\n',freq_);
        c=sprintf('APPL:SIN %f HZ, %f mVPP, %f V',freq_,AMP(iAmp),offset);
        %Enviamos la señal al generador de funciones
        fprintf(vt,c);

        % esperamos a que la nueva vibracion sea estable:
        pause(1.0);

        % Medimos la amplitud en esta frecuencia.
        % amp_daq: It returns the magnitude & phase of the signal in channel #1
        % fft_amps: Returns the full FFT (useful for armonic detection, etc.)
        [amp_daq,freqs,fft_amps]=daq(duration,freq_);

        fprintf('Medido en %.03f Hz %.03f mVpp -> %f\n',freq_,AMP(iAmp),
        abs(amp_daq) );

        DATOS(iFreqs,1)=freq_;
        DATOS(iFreqs,2)=amp_daq;
        DATOS_ALL_FFT.FFTs{iAmp,iFreqs}=fft_amps;

        % Una gráfica de FFT para cada caso:
        figure;
        semilogx(freqs, 20*log10(abs(fft_amps)));
        xlabel('Freq (Hz)');
        ylabel('Ampl (dB)');
        title(sprintf('FFT %.03fHz %.03f mVpp',freq_,AMP(iAmp) ));
```

Un doble bucle “for” permite ir haciendo el barrido y la matriz DATOS guarda las frecuencias ensayadas y amplitudes registradas. Se dibuja a tiempo real una gráfica de la FFT.

A la hora de dibujar el diagrama de Bode es prácticamente el mismo código, pero teniendo en cuenta que sólo hay un canal que toma datos, quedando:

```
bode_magdb=20*log10(abs(DATOS(:,2))); %Pasamos a decibelios
bode_phase=angle(DATOS(:,2));
phase_deg=radtodeg(bode_phase);
bode_freq=DATOS(:,1);
subplot(2,1,1)
semilogx(bode_freq,bode_magdb);
hold on;
semilogx(bode_freq,bode_magdb, '.');
v=size(bode_freq);
```

```

Command Window
>> caracterizar
Elija una opción
0: Salir del programa
1: Ensayar
2: Cargar Datos
fx Inserte Opcion: |

```

Figura 45. Menú de Caracterizar

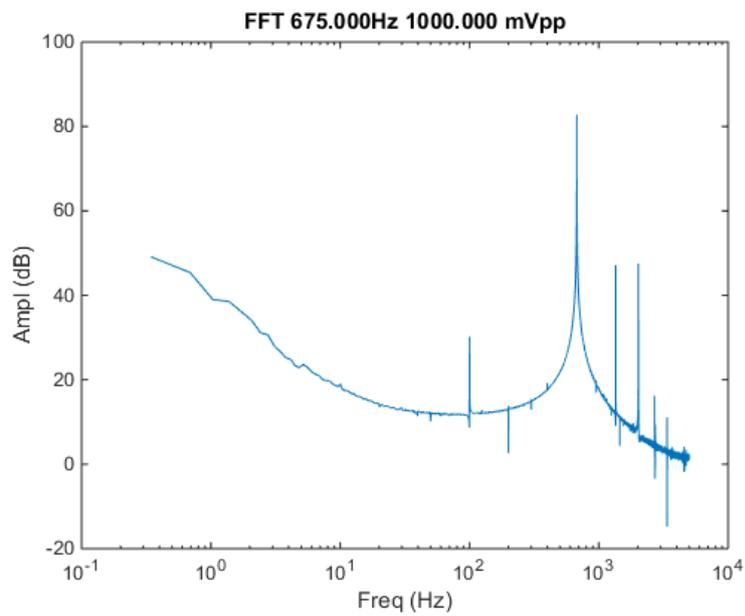


Figura 46. Gráfica FFT de la respuesta del banco a una única frecuencia

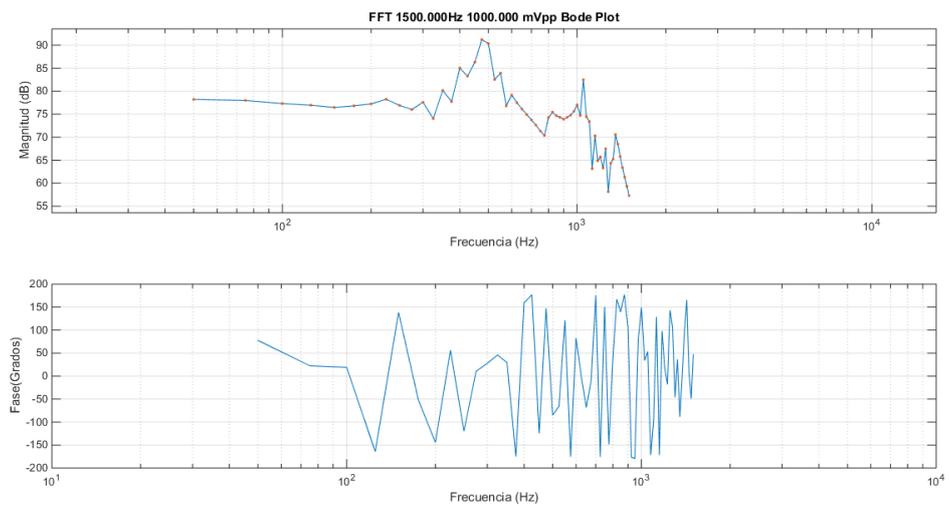


Figura 47. Diagrama de Bode de un barrido de frecuencias a 1VPP

*“En cuanto a los resultados, gracias a esta aplicación se ha podido comprobar que el amplificador LDS PA100E introduce ruido en los ensayos, un armónico a 100Hz y de amplitud variable según la ganancia seleccionada en el amplificador. Este armónico mantiene una diferencia de amplitud de al menos 20 dB en casi todos los casos, lo que permite prácticamente no tomarlo en consideración respecto a los armónicos reales – nótese que 20 dB en amplitud corresponde a una señal indeseada de amplitud en torno al 10% de la señal deseada.*

*Como se puede ver en la figura 2, la curva de amplitud de la función de transferencia del actuador del banco de ensayos no es todo lo plana que se pudiera desear, ya que aunque es prácticamente plana desde 50 Hz hasta 300 Hz, existen claras variaciones de hasta 20 dB de amplitud en los ensayos a altas frecuencias. En cualquier caso, esto obliga a realizar todos los ensayos de vibraciones empleando un mínimo de dos acelerómetros: uno para determinar con precisión la amplitud de la señal en el eje de actuación (donde está la mordaza que sujeta al espécimen bajo ensayo) y otro en el punto de interés, para poder así determinar sin inexactitudes qué parte de la variación de las vibraciones con las frecuencias se debe al actuador y cuál a la función de transferencia del sólido elástico en sí.” [14] (Villalba, Claraco, Martínez, & Fernández, 2016)*

### 3.5 Diseño nuevo soporte

Una de las mejoras más importantes introducidas al banco de ensayos es el soporte para la viga en voladizo, ya que el anterior soporte no reunía condiciones para realizar ensayos veraces. Como se puede ver en la Figura 48 la viga estaba soldada al anclaje al banco, el cual era una chapa metálica que interfería bastante en las vibraciones que realmente llegaban a la viga en voladizo y absorbía gran cantidad de la vibración producida por el banco.



Figura 48. Antigo soporte y anclaje a mesa de vibraciones

El nuevo soporte debía cumplir una serie de condiciones, como son:

- Rigidez, para no interferir en la vibración ni absorber ningún movimiento.
- Ligereza, puesto que la mesa LDS V406 tiene una limitación de peso y puede afectar en el movimiento del émbolo
- Facilidad a la hora de poner y quitar piezas a ensayar
- Posibilidad de colocar un acelerómetro en la pieza en el mismo eje de movimiento del émbolo para medir la señal INPUT
- Facilidad a la hora atornillar a la mesa

Teniendo en cuenta estas condiciones y las herramientas disponibles en la UAL, se decide realizar la pieza mediante impresión 3D con previo diseño utilizando métodos CAD y CAE.

El material con el que se ha fabricado de la pieza es el material de impresión de la impresora 3D, ácido poliláctico (PLA), que tiene las características que se ven en la Figura 49.

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	1500000000	N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson	0.3	N/D
Módulo cortante	300000000	N/m <sup>2</sup>
Densidad de masa	900	kg/m <sup>3</sup>
Límite de tracción	30000000	N/m <sup>2</sup>
Límite de compresión		N/m <sup>2</sup>
Límite elástico		N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica		/K
Conductividad térmica	0.2256	W/(m·K)
Calor específico	1386	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

Figura 49. Características PLA utilizado

El software utilizado para el diseño de la pieza ha sido SolidWorks, un software de gran potencia y fácil utilización. Este programa se utilizó en la asignatura Diseño Asistido por Ordenador del Grado en Ingeniería Mecánica y por eso se decidió utilizar.

Tras varios diseños el definitivo fue el que se ve en la Figura 50. Es un diseño que cumple las condiciones antes enumeradas; ligero, rígido, con soporte para acelerómetro y con relativamente fácil acceso para atornillar.

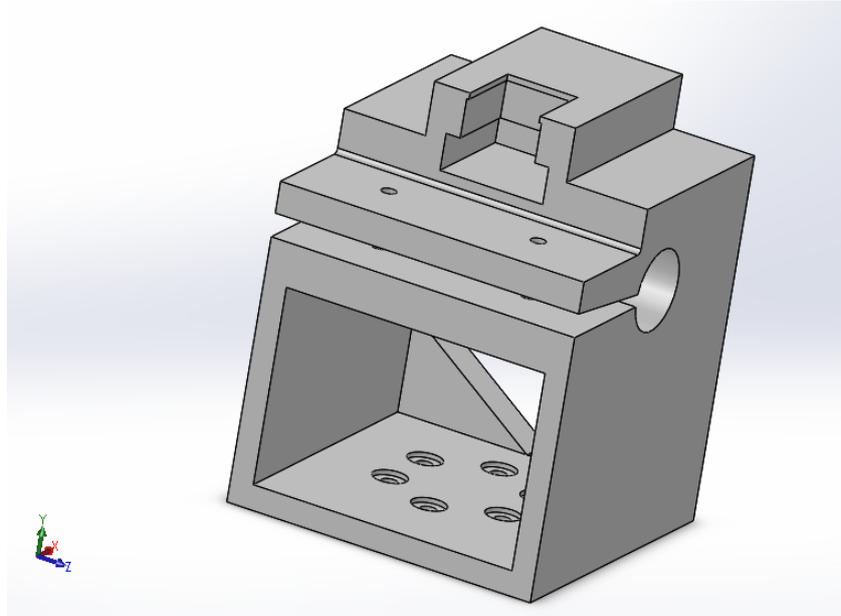


Figura 50. Detalle de la pieza final

La parte trasera tiene una apertura que aligera la pieza y unas escuadras en las esquinas que dan rigidez a la estructura. En los laterales no se pueden hacer esas aberturas por las condiciones de impresión. En la Figura 51 hay un detalle de esa abertura y de los agujeros para tornillos con su hueco para las cabezas de tornillos.

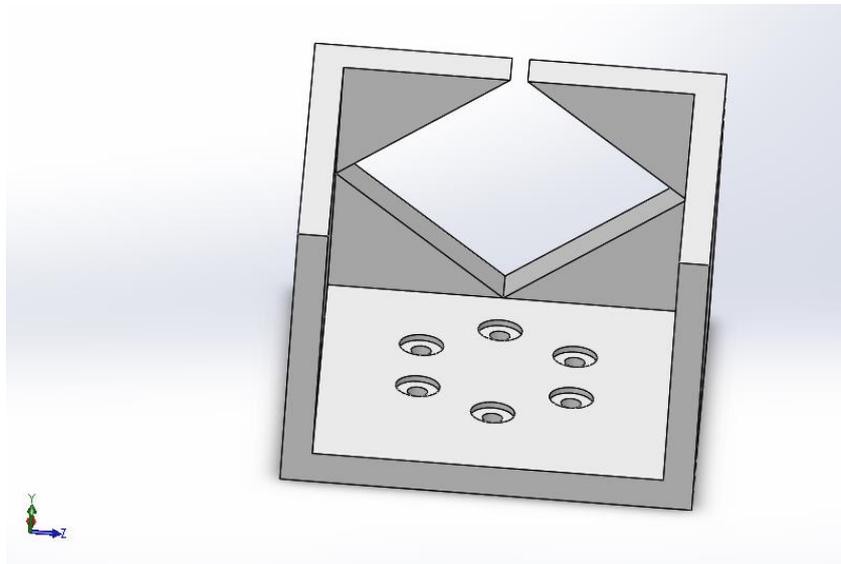


Figura 51. Detalle de abertura trasera y agujeros de tornillos

En la Figura 49 se ve el agujero donde encaja la viga en voladizo, es un agujero un poco más grande que la viga para su fácil colocación y retirada. Para sujetar la viga existe la abertura con agujeros pasantes que aprieta el agujero y sujeta la viga. Se ha hecho un estudio estático de la pieza para saber si soporta la fuerza ejercida por esos tornillos pasantes y la respuesta es sí, sí soporta y está bien diseñada. En la Figura 52 los resultados, la deformación de la pieza está exagerada 10 veces para que se pueda apreciar:

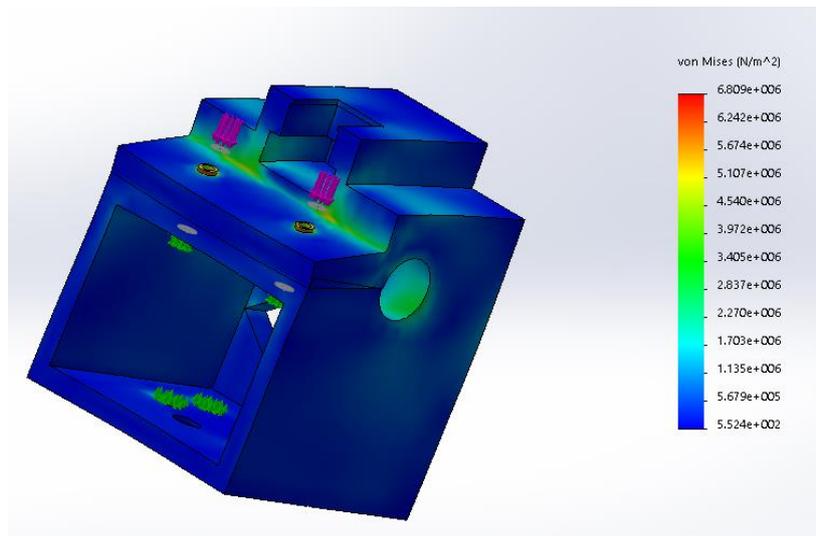


Figura 52. Simulación fuerza ejercida por tornillos pasantes

A bajas frecuencias este soporte presenta algunos problemas debido a su altura. Cuando se ensaya a bajas frecuencias (20-50Hz) la barra genera un momento en su extremo y hace que el soporte se mueva en direcciones no deseadas, para ello se debe diseñar un soporte que cumpla todas las condiciones de diseño y que sea más bajo.

Por último se imprimió un calzo para poder ensayar con barras de diferentes diámetros, simplemente cambiando las dimensiones del mismo en SolidWorks e imprimiendo un soporte para el diámetro deseado. En la Figura 53 un detalle del calzo.

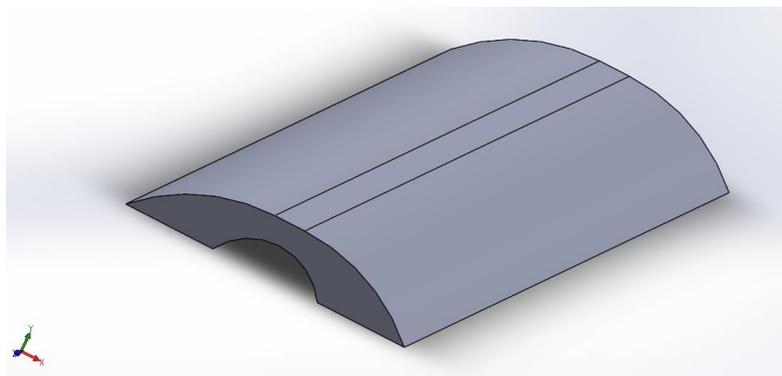


Figura 53. Calzo para diferentes diámetros

## 4. Resultados y discusión

Los resultados que a continuación se muestran son los correspondientes a una varilla de aluminio RS 559-167, con unas dimensiones de 33,2cm de largo y 1,27cm de diámetro. Se ha calculado analíticamente y mediante elementos finitos la frecuencia de resonancia y se ha realizado un ensayo en el banco de vibraciones de la Universidad de Almería, haciendo uso de software Resonancia 2.0.

### 4.1 Resultado de ensayos

Este ensayo se ha realizado con la varilla anteriormente mencionada en el despacho 1.08.0 del CITE IV, utilizando el banco de ensayos aquí disponible con el único inconveniente que el agitador electrodinámico no se ha podido fijar al suelo, algo que puede influir en los resultados debido al posible movimiento del agitador sobre el pavimento.

El primer barrido se ha realizado desde 70 a 900 Hz con 150 pasos de frecuencia y resultando la frecuencia de resonancia 70Hz, como se puede apreciar en la Figura 53. Entonces hay que focalizar alrededor de esos 70 HZ y es lo que se hace en el siguiente barrido desde 60 a 100 HZ con 75 pasos de frecuencia, como se ve en la Figura 54.

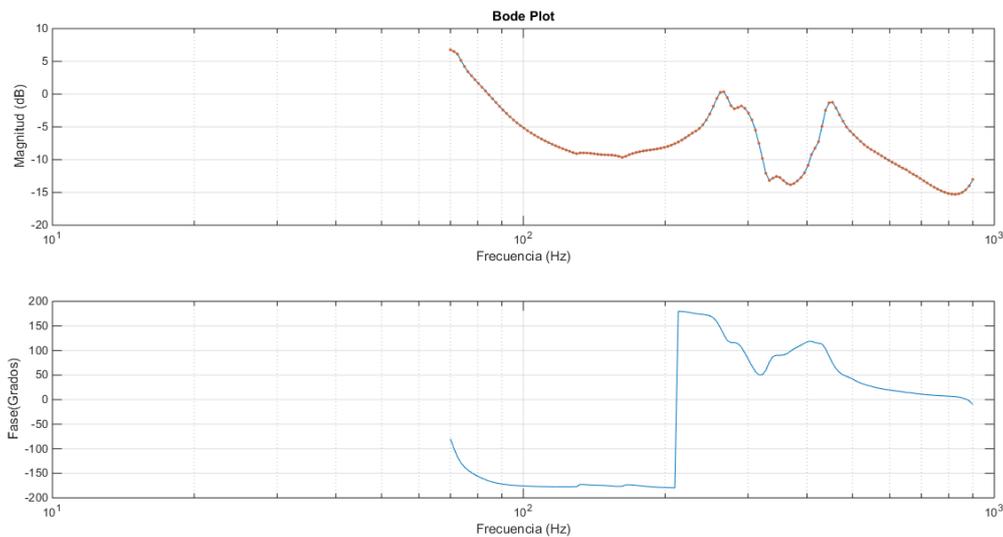


Figura 54. Diagrama de Bode barrido 70-900Hz 150 pasos de frecuencia

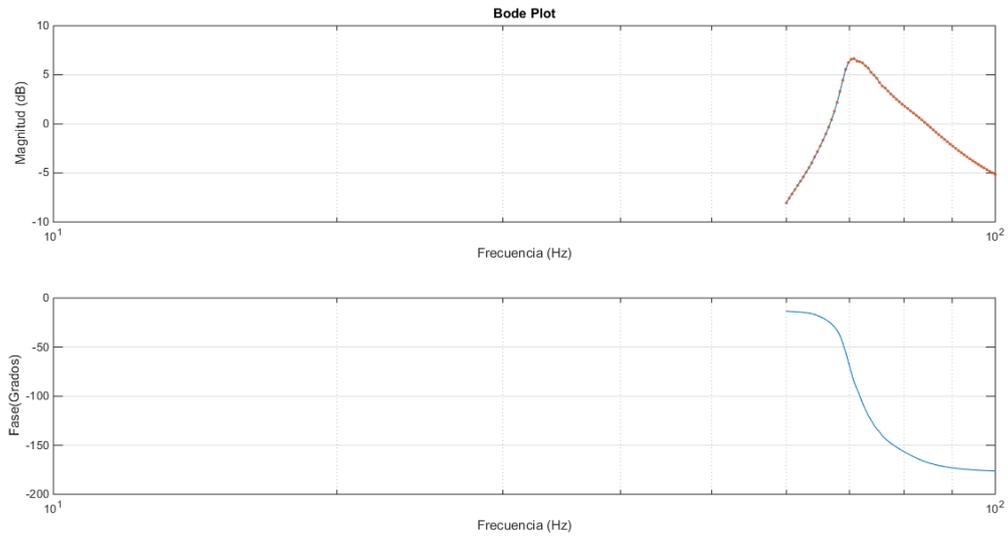


Figura 55. Diagrama de Bode barrido 60-100Hz 75 pasos de frecuencia

En este segundo barrido se afina un poco más, encontrando la frecuencia de resonancia en

70.811239 Hz

A continuación se adjunta una hoja de ensayos donde dejar reflejado cada ensayo que se realice:

# Hoja de ensayos para Banco de Vibraciones

## Universidad de Almería. Resonancia 2.0

Ensayo realizado por:

Fecha:

### Condiciones del ensayo

Temperatura:

Fijación del agitador (SI/NO):

Pieza ensayada (material y dimensiones):

Acelerómetros utilizados y fijación de los mismos a la pieza:

Amplitud de onda establecida en "otras opciones":

Frecuencia inicial:

Frecuencia final:

Pasos de frecuencia:

### Resultados

Diagrama de Bode:

Frecuencia de resonancia y modos encontrados:

Comentarios:

## 4.2 Método analítico

Para encontrar el modo normal de vibración de una viga en voladizo mediante un método analítico nos valdremos de la ecuación (24) expuesta en el apartado 2.2 *Frecuencias naturales de vigas en voladizo*

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3 \left( m + \frac{33}{140} m_b \right)}}$$

Donde:

$$E = 7 \times 10^{10}$$
$$I = \frac{1}{4} \pi R^4 = 1.27698 \times 10^{-9}$$
$$L = 0.332m$$
$$m_b = 0.130kg$$
$$m = 0$$

Dando como resultado: 75.5741 Hz

## 4.3 Método de elementos finitos con SolidWorks

Para la completar este apartado ha sido necesario dibujar en 3D la varilla de aluminio en SolidWorks, introducir los datos del aluminio del que está compuesta la varilla puesto que no viene en la base de datos (Figura 56) y por último realizar la simulación con SolidWorks Simulation, una potente herramienta que brinda multitud de ensayos posibles, utilizando sólo el ensayo de frecuencia.

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	7e+010	N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson	0.33	N/D
Límite de tracción	3139200000	N/m <sup>2</sup>
Límite elástico	2648700000	N/m <sup>2</sup>
Módulo tangente		N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica		/K
Densidad de masa	2830	kg/m <sup>3</sup>
Factor de endurecimiento		N/D

Figura 56. Propiedades introducidas del Aluminio que compone la varilla

Una vez en Simulation lo primero que se debe hacer es determinar las sujeciones, en este caso un empotramiento, y seleccionar geometría fija, quedando como en la Figura 57.

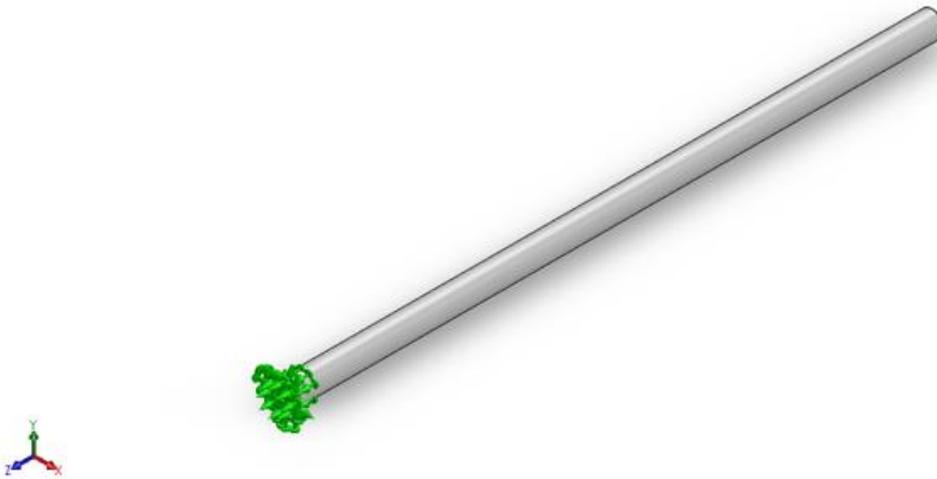


Figura 57. Empotramiento con Geometría Fija de SolidWorks Simulation

El siguiente paso es crear la malla de elementos finitos que delimitara la precisión de la simulación. En la Figura 58 se ve la malla creada.

Nombre del modelo:PIEZA ALUMINIO  
Nombre de estudio:Estudio de frecuencia 2(-Predeterminado-)  
Tipo de malla: Malla sólida

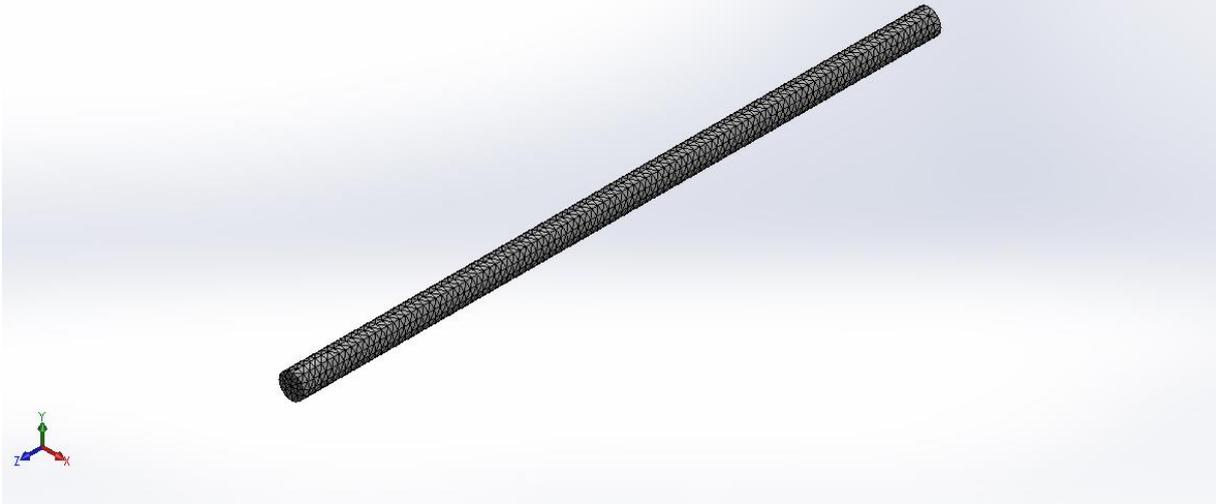


Figura 58. Malla con 8247 elementos y 13784 nodos

A continuación se ejecuta la simulación y el ordenador nos devuelve lo se ve en la Figura 59:



Figura 59. Resultado de simulación

El resultado de la simulación es 80.279Hz como frecuencia de resonancia.

## 5. Conclusiones y trabajos futuros

### 5.1 Conclusiones

Cunando se comenzó con este proyecto el principal objetivo era volver a hacer funcionar la mesa de vibraciones y mejorar lo que ya había; bien con la colocación del segundo acelerómetro, bien con la mejora del código. Este objetivo se ha cumplido ampliamente.

- En primer lugar se ha mejorado y simplificado el código del programa, de ahí que cambie la versión a 2.0.
- También se mejorado y agilizado la realización de ensayos pudiendo conectar 2 acelerómetros a la vez y no teniendo que realizar por duplicado los ensayos.
- Se ha diseñado un soporte que hace más versátil la mesa.
- El funcionamiento del software es correcto como se explica a continuación.

En el capítulo 4 *Resultados y discusión* los resultados varían entre 70.811239 Hz que resultan en Resonancia 2.0, 75.5741 Hz que resultan en el método analítico y 80.279 Hz que resultan de la simulación 3D con elementos finitos. Como se puede ver son valores muy cercanos, lo que nos indica que son unos valores bastantes veraces y Resonancia 2.0 funciona correctamente. Se recuerda que con el método analítico tiene un error aproximado de  $\pm 1.5\%$ .

Las diferencias entre los valores se pueden deber a los siguientes condicionantes:

- En el ensayo real no se ha podido fijar al suelo el agitador electrodinámico, algo que puede influir en el resultado (sobre todo a frecuencias bajas) aun teniendo en cuenta que el agitador pesa mucho y está preparado para trabajar sin sujeción al pavimento.
- La pieza diseñada como soporte admite mejoras tales como: material, diseño sobre todo sería conveniente que fuese más baja.
- En la simulación 3D el empotramiento es perfecto, algo que en la realidad es muy difícil de conseguir y más con la posibilidad de introducir varios diámetros en la pieza.
- En la comparación del ensayo real y la simulación 3D hay que tener en cuenta que, aunque se hayan introducido bien las propiedades del material, en la simulación la varilla es completamente perfecta y en la realidad puede haber variaciones respecto a la composición y a la densidad de la varilla.

Por último y como valoración personal creo que la realización de este proyecto me ha aportado muchas cosas interesantes y complementarias a mi formación durante el grado, tales como conceptos nuevos más habituales en el Grado de Electrónica y Automática, conocimientos de programación en Matlab y como se ha dicho antes la publicación de un artículo para el Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica.

## 5.2 Proyectos futuros

Esta mesa de vibraciones ofrece la posibilidad de realizar muchísimos trabajos con ella y sobre ella. Pueden realizarse diversos ensayos, mejorar el código o mejorar el hardware que la compone. A continuación se enumeran ideas para futuros proyectos:

- Realización de una GUIDE para facilitar el uso del software
- Diseñar nuevos soportes par diferentes piezas y mejorar el de vigas en voladizo
- Modificar lo que sea necesario para ensayar con otros agitadores o motores para ensayos más grandes
- Realizar simulaciones en 3D más precisas y utilizar la opción de Simulation “Ensayo Dinámico”
- Realizar ensayos con objetos de la vida real, como un retrovisor o una miniatura de una estructura
- Introducir la posibilidad de conectar muchos más acelerómetros y obtener diagramas de Bode para cada uno de ellos respecto a la señal INPUT y así conocer la respuesta en muchas más zonas de la pieza ensayada.

## 6. Bibliografía

### Bibliografía

- [1] A., T. P. (2010). *Física para la ciencia y la tecnología* (6ª ed.). Barcelona: Reverté.
- [2] Arévalo Martín, J. J. (2011). *Montaje y programación bajo MATLAB de una mesa de ensayos de vibraciones*. Universidad de Almería, España.
- [3] Balachandran, B. &. (2006). *Vibraciones*. Thomson.
- [4] Berrocal, L. O. (1991). *Resistencia de materiales*. McGrawHill.
- [5] García de Jalón, J. I. (2015). *Aprenda Matlab como si estuviera en primero*.
- [6] Goertzel, G. (1958). An Algorithm for the Evaluation of Finite Trigonometric Series. *The American Mathematical Monthly*, 34-35.
- [7] Ogata, K. (2003). *Ingeniería del control moderna*. Pearson Educación.
- [8] Oppenheim, A. V. (1998). *Señales y sistemas*. Pearson Educación.
- [9] Oppenheim, A. V. (2000). *Tratamiento de señales en tiempo discreto*. México: Prentice Hall.
- [10] Osorio, J. A. (2010). Alternativa al análisis en frecuencia de la FFT mediante el algoritmo Goertzel. *Scientia et Technica*, 217-222.
- [11] Papoulis, A. B. (1989). *Sistemas y circuitos: Digitales y analógicos*. Barcelona: Marcombo.
- [12] Paz, M. (2002). *Structural dynamics*. Springer Science & Business Media.
- [13] PÉREZ, M. A. (2004). *Instrumentación electrónica*. Madrid: Thomson.
- [14] Villalba, E. C., Claraco, J. B., Martínez, J. L., & Fernández, A. G. (2016). Caracterización de mesa de vibraciones mediante análisis espectral. *Anales de Ingeniería Mecánica*.