

UNIVERSIDAD DE ALMERÍA
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA



TRABAJO FIN DE GRADO
GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

**Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de
fuerza constante en el ejercicio press de banca**

Autor:

Celia Núñez Torres

Tutores:

Javier López Martínez

José Luis Blanco Claraco

Almería, junio de 2018

Resumen

En la actualidad puede encontrarse una gran variedad de sistemas de carga para realizar ejercicio, pudiendo diferenciarse dos grandes grupos: sistemas de carga inercial y sistemas de carga no inercial. Los primeros, como su nombre indica, se basan en cargas inerciales. Éstas son dependientes de la velocidad de ejecución del ejercicio y provocan que las fuerzas ejercidas por el usuario varíen a lo largo del tiempo de ejecución. En cambio, los segundos no utilizan dichas cargas y tienen como objetivo proporcionar una carga constante durante todo el movimiento. Basándose en estos conceptos, este proyecto se centra en obtener una comparación entre los dos sistemas de carga, centrándose principalmente en sistemas de carga no inercial que se caracterizan por usar mecanismos de fuerza constante. Para realizar el análisis comparativo, se escoge como ejercicio el press de banca, que es uno de los ejercicios más comunes para ejercitar el tronco superior del cuerpo; se desarrolla un modelo matemático del conjunto brazo del usuario-sistema de carga y se analiza dinámicamente dicho modelo para la fase concéntrica del ejercicio, diferenciando la ejecución con un sistema inercial y con uno no inercial. De este modo, se obtienen las curvas de fuerza, par y potencia para cada sistema y se realiza una comparación entre ambos. Finalmente, se realiza el diseño de un sistema de carga no inercial que incorpora un mecanismo de fuerza constante y que es fácilmente acoplable a una máquina guiada de press de banca tradicional.

Palabras clave: Mecanismo de fuerza constante, press de banca, modelado dinámico.

Abstract

Nowadays, a great variety of load systems can be found for exercising, and these can be differentiated on two large groups: inertial load systems and non-inertial load systems. The former, as their name suggests, are based on inertial charges. These are dependent on the execution speed of the exercise and cause the forces exerted by the user to vary throughout the execution time. On the other hand, the latter do not use said loads and aim to provide a constant load throughout the movement. Based on these concepts, this project focuses on obtaining a comparison between the two load systems, focusing mainly on non-inertial load systems that are characterized by using constant force mechanisms. To perform the comparative analysis, the bench press is chosen as the exercise, which is one of the most common exercises to exercise the upper trunk of the body; a mathematical model of the user arm-load system is developed and this model is analyzed dynamically for the concentric phase of the exercise, differentiating the execution with an inertial system and a non-inertial one. In this way, the force, torque and power curves for each system are obtained and a comparison is made between both. Finally, the design of a non-inertial loading system that incorporates a constant force mechanism and that is easily coupled to a traditional bench press machine is made.

Keywords: Constant force mechanism, bench press, dynamic modeling.

Índice general

MEMORIA

Capítulo 1.	Interés y objetivos	1
Capítulo 2.	Revisión bibliográfica	5
Capítulo 3.	Material y métodos.....	31
Capítulo 4.	Resultados y discusión	65
Capítulo 5.	Conclusiones.....	117
Bibliografía	119

ANEXOS

Anexo 1.	Diagramas de bloque de SimMechanics.....	125
Anexo 2.	Código de MATLAB.....	131
Anexo 3.	Elección del perfil de leva del prototipo	155

PLANOS

Plano 0.	Conjunto general
Plano 1.	Leva
Plano 2.	Subconjunto Eje de unión de los resortes
Plano 3.	Subconjunto Eje de unión-Barras móviles
Plano 4.	Subconjunto Acople a la máquina guiada
Plano 5.	Subconjunto Eje de apoyo de la polea

Índice de tablas

Tabla 1-1. Cronograma de planificación.....	4
Tabla 3-1. Clasificación de los eslabones del primer modelo.	34
Tabla 3-2. Clasificación de los pares cinemáticos del primer modelo.	34
Tabla 3-3. Clasificación de los eslabones de la simplificación del primer modelo.....	35
Tabla 3-4. Clasificación de los pares cinemáticos de la simplificación del primer modelo.....	36
Tabla 3-5. Clasificación de los eslabones del segundo modelo.....	37
Tabla 3-6. Clasificación de los pares cinemáticos del segundo modelo.....	37
Tabla 3-7. Clasificación de los eslabones de la simplificación del segundo modelo.....	38
Tabla 3-8. Clasificación de los pares cinemáticos de la simplificación del segundo modelo.....	39
Tabla 3-9. Datos antropométricos. [31]	43
Tabla 4-1. Comparación de los valores de fuerza.	78
Tabla 4-2. Comparación de los valores de par.	80
Tabla 4-3. Comparación de los valores de potencia.	85
Tabla 4-4. Resultados obtenidos de elongación para distintos resortes.	95
Tabla 4-5. Resultados de ángulo beta para varios resortes.	96
Tabla 4-6. Parámetros mecánicos Acero AISI 303.....	99
Tabla 4-7. Cálculos de esfuerzos de contacto entre rueda y leva para dimensionamiento de las ruedas.....	103
Tabla 4-8. Dimensiones o denominaciones de los elementos principales del prototipo MFC-1.	116
Tabla A-1. Datos obtenidos de constantes de rigidez para resortes 304819 mediante ensayo con equipo a tracción.....	158
Tabla A-2. Datos obtenidos de constantes de rigidez para resortes 304849 mediante ensayo con equipo a tracción.....	159

Índice de figuras

Figura 2-1. Ejemplos de entrenamiento con cargas. Izquierda: ejercicio de sentadillas con barra y discos. Derecha: zancada frontal con kettlebell.....	6
Figura 2-2 Máquina de resistencia fija para ejercicios de piernas.....	6
Figura 2-3. Máquinas neumáticas Keiser. Izquierda: modelo AIR250 ABDOMINA. Derecha: modelo AIR250 LEG PRESS.....	7
Figura 2-4. Máquinas de hidráulicos.....	8
Figura 2-5. Máquina isocinética para piernas.....	8
Figura 2-6. Máquinas isoinerciales.....	9
Figura 2-7. Comparación de fuerza entre sistema de carga inercial y máquina neumática en flexión de pierna para 4 velocidades de ejecución.....	10
Figura 2-8. Máquina de ejercicio de fuerza seleccionable. [10]	12
Figura 2-9. Máquina de ejercicios con estructura resorte-leva para igualar la fuerza requerida a través del ciclo de ejercicios. [11]	13
Figura 2-10. Mecanismo de conversión de fuerza de resorte a fuerza constante. [12]	13
Figura 2-11. Unidad de ejercicio de fuerza constante independiente de la gravedad. [13].....	14
Figura 2-12. Mecanismo de fuerza constante MFC-1. [14].....	15
Figura 2-13. Mecanismo de fuerza constante MFC-2. Izquierda: MFC-2 con tirantes. Derecha: MFC-2 con eslabón de unión en los tirantes. [14]	15
Figura 2-14. Mecanismo de fuerza constante MFC-3. [14].....	16
Figura 2-15. Ejercicio de press de banca en entrenamiento de peso libre.....	17
Figura 2-16. Principales músculos activados durante el ejercicio de press de banca.	18
Figura 2-17. Realización ejercicio de press de banca. Izquierda: peso libre. Derecha: máquina guiada o máquina Smith.	18
Figura 2-18. Máquina de press de banca modelo: Marcy TSA5762 Sistema Olímpico Half Smith.	20
Figura 2-19. Máquinas de press de banca. Izquierda: modelo Sistema olímpico Marcy SM1050. Derecha: modelo Sistema Marcy SM1000 Smith.....	21
Figura 2-20. Máquinas de press de banca. Izquierda: modelo DKN Smith machine. Derecha: modelo Máquina Smith Body-Solid Serie 7 GS348.	21
Figura 2-21. Máquina de press de banca modelo Multipower X350ETIJ BH con contrapesos. .	22
Figura 2-22. Sistema de marco completo de levantamiento de peso. [25]	23
Figura 2-23. Máquinas de press de banca con dos guías. Izquierda: Máquina de levantamiento de peso de doble acción [26]. Derecha: Aparato de ejercicio doble guiado [27].	24
Figura 2-24. Comparación de curvas de velocidad para entrenamientos balístico, peso libre y neumático. [28]	25

Figura 2-25. Comparación de curvas de fuerza para entrenamientos balístico, peso libre y neumático. [28]	26
Figura 2-26. Comparación de potencia de velocidad para entrenamientos balístico, peso libre y neumático. [28]	27
Figura 2-27. Modelo mecánico de la extremidad superior durante el ejercicio de press de banca con 3 segmentos de extremidades unidos por 2 articulaciones giratorias y articulaciones prismáticas. [30]	29
Figura 3-1. Modelo cinemático para el ejercicio de press de banca.	33
Figura 3-2. Simplificación del modelo cinemático con imposición de simetría.	35
Figura 3-3. Segundo modelo cinemático para el ejercicio de press de banca.	36
Figura 3-4. Simplificación del segundo modelo cinemático con imposición de simetría.	38
Figura 3-5. Esquema de la estructura espacio temporal del movimiento en el mundo deportivo.	40
Figura 3-6. Proporciones de los segmentos del cuerpo humano para hombres. [42]	42
Figura 3-7. Curvas de desplazamiento vertical de las distintas masas para una carga de 44 kg en press banca. [30]	45
Figura 3-8. Curva de desplazamiento vertical de la barra relativa al hombro en press de banca. 1 - Inicio de la fase de descenso, 2 - Fin de la fase de descenso, 3 - Inicio de la fase de elevación, y 4 - Fin de la fase de elevación. [42]	46
Figura 3-9. Simulación con SimMechanics Second Generation del modelo desarrollado de press de banca. Izquierda: inicio del movimiento. Derecha: fin del movimiento.	47
Figura 3-10. Identificación de las distintas dimensiones y ángulos que conforman el modelo desarrollado.	47
Figura 3-11. Representación de las fuerzas de inercia de un eslabón.	54
Figura 3-12. Diagrama de fuerzas exteriores del modelo desarrollado para sistema inercial....	55
Figura 3-13. Diagrama del sólido libre del brazo.....	56
Figura 3-14. Diagrama del sólido libre del antebrazo	57
Figura 3-15. Diagrama del sólido libre de la corredera para carga inercial.	58
Figura 3-16. Diagrama del sólido libre de la corredera para sistema de carga con mecanismo de fuerza constante.....	60
Figura 3-17. Diagrama de fuerzas del mecanismo de fuerza constante MFC-1. [14]	62
Figura 3-18. Relación de fuerza sin fricción (F) y fuerza con fricción (F') frente a ángulo beta para distintos coeficientes de fricción. En línea continua el movimiento ascendente por la leva del MFC-1. [44].....	63
Figura 3-19. Relación de fuerza sin fricción (F) y fuerza con fricción (F') frente a desplazamiento vertical para distintas constantes de rigidez. En línea continua las relacionadas con el MFC-1. [44]	64
Figura 4-1. Captura de pantalla de la herramienta Basic Fitting.....	65
Figura 4-2. Curva de desplazamiento vertical de la muñeca Z.....	66

Figura 4-3. Curvas de posición, velocidad y aceleración angulares del ángulo θ_a utilizadas como datos de entrada en las simulaciones realizadas.....	67
Figura 4-4. Curvas de desplazamiento vertical de la muñeca Z obtenidas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.	68
Figura 4-5. Curvas de aceleraciones en eje x (a) y en eje z (b) para el centro de gravedad del brazo, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.....	69
Figura 4-6. Curvas de aceleraciones en eje x (a) y en eje z (b) para el centro de gravedad del antebrazo, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.	70
Figura 4-7. Curvas de fuerza ejercida por el hombro en el eje z con sistema de carga inercial, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.....	71
Figura 4-8. Curvas de par ejercido por el hombro en el eje y con sistema de carga inercial, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.....	71
Figura 4-9. Curvas de fuerza ejercida por el hombro en el eje z con MFC, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.	72
Figura 4-10. Curvas de par ejercido por el hombro en el eje y con MFC, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.	72
Figura 4-11. Curvas de fuerza ejercida en el eje Z por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC.....	74
Figura 4-12. Curvas de fuerza ejercida en el eje Z por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC para un factor de $b=1$	75
Figura 4-13. Curvas de fuerza ejercida en el eje Z por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC, para un factor de $b=0,5$ en la primera y para un factor de $b=3$ en la segunda.	76
Figura 4-14. Influencia de la inercia en el MFC.....	77
Figura 4-15. Curvas de par ejercido por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC.	79
Figura 4-16. Curvas de par ejercido por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC, para un factor de $b=1$ en la primera y para un factor de $b=0,5$ en la segunda.	81
Figura 4-17. Curvas de par ejercido por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC para un factor de $b=3$	82
Figura 4-18. Curvas de potencia generada en la realización de press de banca con SI y con MFC.	84
Figura 4-19. Curvas de potencia generada en la realización de press de banca con SI y con MFC, para un factor de $b=1$ en la primera y para un factor de $b=0.5$ en la segunda.	86
Figura 4-20. Curvas de potencia generada en la realización de press de banca con SI y con MFC para un factor de $b=3$	87
Figura 4-21. Curvas de aceleración de la carga a elevar junto a curva de fuerza (arriba) y junto a curva de par (abajo) para SI.	88

Figura 4-22 Curvas de aceleración de la carga a elevar junto a curva de fuerza (primera gráfica) y junto a curva de par (segunda gráfica) para MFC.	89
Figura 4-23. Vistas del diseño del sistema de carga basado en el MFC-1 en dos posiciones distintas de la carrera del mecanismo.	92
Figura 4-24. Boceto conjunto sistema de carga diseñado-máquina guiada para press de banca.	93
Figura 4-25. Trayectoria del centro del elemento rodante para el MFC para cada una de las constantes de rigidez válidas con fuerza nominal de 50 N.	95
Figura 4-26. Proporción de fuerza sin fricción (F) y fuerza con fricción (F') frente a desplazamiento vertical para los resortes válidos con μ igual a 0.0015.	96
Figura 4-27. Tabla de datos comerciales del resorte 36941.	97
Figura 4-28. Tabla de datos comerciales del resorte 36923.	97
Figura 4-29. Leva.	98
Figura 4-30. Eje de sujeción de los resortes.	99
Figura 4-31. Diagrama de fuerzas 3D eje de sujeción de los resortes.	100
Figura 4-32. . Diagrama de fuerzas plano XY del eje de sujeción de los resortes.	100
Figura 4-33. Diagrama de fuerzas plano XZ del eje de sujeción de los resortes.	100
Figura 4-34. Diagrama de fuerzas de las estructuras para los resortes.	101
Figura 4-35. Eje de unión.	104
Figura 4-36. Diagrama de fuerzas de los eslabones.	105
Figura 4-37. Barras móviles.	106
Figura 4-38. Diagrama de fuerzas de las barras móviles.	107
Figura 4-39. Datos proporcionados por Trefil Cable sobre el cable 6x7+FC.	108
Figura 4-40. Acople a la máquina guiada.	109
Figura 4-41. Diagrama de fuerzas del eje de la polea horizontal-vertical.	109
Figura 4-42. Eje de apoyo de la polea.	110
Figura 4-43. Diagrama de fuerzas del eje de la polea vertical-horizontal.	111
Figura 4-44. Relación entre el diámetro de las poleas y el diámetro del cable.	112
Figura 4-45. Vistas isométricas del diseño del prototipo MFC-1 en dos posiciones distintas de la carrera del mecanismo.	113
Figura 4-46. Alzado, planta y perfil del diseño del prototipo MFC-1.	115
Figura A-1. Diagrama de bloques de First Generation para simulación con sistema de carga inercial.	125
Figura A-2. Diagramas de bloques de los subsistemas de la simulación del sistema de carga inercial con First Generation.	126
Figura A-3. Diagrama de bloques de Second Generation para simulación con sistema de carga inercial.	127
Figura A-4. Diagramas de bloques de los subsistemas de la simulación del sistema de carga inercial con Second Generation.	128

Figura A-5. Diagrama de bloques de First Generation para simulación con sistema de carga no inercial MFC.	129
Figura A-6. Diagrama de bloques de Second Generation para simulación con sistema de carga no inercial MFC.	130
Figura A-7. Tabla de datos comerciales de los resortes 304819 y 304849.	155
Figura A-8. Ensayo con equipo a tracción de los resortes.	156
Figura A-9. Gráfica de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 3 del tipo 304819.	157
Figura A-10. Gráfica de zona lineal de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 3 del tipo 304819.	157
Figura A-11. Gráfica de zona lineal de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte A del tipo 304849.	158
Figura A-12. Ensayo de resortes con pesas.	159
Figura A-13. Gráfica de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 1 del tipo 304819 mediante ensayo con pesas.	160
Figura A-14. Gráfica de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 1 del tipo 304849 mediante ensayo con pesas.	161

MEMORIA

Índice de la memoria

Capítulo 1. Interés y objetivos	1
1.1 Motivación	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Fases de realización y planificación	3
Capítulo 2. Revisión bibliográfica	5
2.1 Sistemas de carga en máquinas de musculación	5
2.2 Sistemas de carga no inercial en máquinas de musculación	9
2.3 Ejercicio de press de banca	17
2.4 Máquinas de musculación para press de banca	19
2.5 Comparación de sistemas de carga en press de banca.....	24
2.6 Modelos matemáticos para press de banca	28
Capítulo 3. Material y métodos.....	31
3.1 Conceptos básicos de teoría de mecanismos	31
3.2 Desarrollo del modelo matemático para press de banca	33
3.3 Métodos de análisis del ejercicio	40
3.4 Datos necesarios para el análisis	42
3.5 Problema de posición.....	45
3.6 Problema de velocidad y de aceleración.	49
3.7 Dinámica.....	52
3.7.1 Tipos de fuerzas	52
3.7.2 Análisis dinámico inverso	54
3.8 Ecuaciones de modelización del mecanismo de fuerza constante	61
Capítulo 4. Resultados y discusión	65
4.1 Análisis dinámico de press de banca con sistemas de carga inercial y no inercial	65
4.1.1 Curvas de desplazamiento vertical	65
4.1.2 Verificación del modelo matemático desarrollado.....	66
4.1.3 Análisis comparativo	72

4.1.3.1	Curvas de fuerza	74
4.1.3.2	Curvas de par	79
4.1.3.3	Potencia	84
4.1.3.4	Influencia de la inercia	88
4.1.4	Validez de los resultados obtenidos	89
4.1.5	Limitaciones del análisis	90
4.2	Aplicación del mecanismo de fuerza constante en máquinas de musculación para press de banca	91
4.2.1	Requisitos de diseño	91
4.2.2	Solución adoptada y criterios de diseño	92
4.2.2.1	Resortes	94
4.2.2.2	Leva	98
4.2.2.3	Eje de sujeción de los resortes	99
4.2.2.4	Eje de unión	104
4.2.2.5	Barras móviles	106
4.2.2.6	Cable	108
4.2.2.7	Acople a la máquina guiada	109
4.2.2.8	Eje de apoyo de la polea	110
4.3	Prototipo de mecanismo de fuerza constante	113
Capítulo 5.	Conclusiones	117
Bibliografía	119	

Capítulo 1.

Interés y objetivos

1.1 Motivación

Actualmente, existen diversos tipos de máquinas de musculación en el mercado. Pueden encontrarse desde máquinas tradicionales en las que se utilizan poleas, correas, pesas o discos, hasta máquinas en las que la resistencia a ejercer proviene de cilindros hidráulicos. Una posible clasificación divide a los sistemas de carga según sean inerciales o no inerciales, esto es, según el sistema de carga se base en el movimiento (levantamiento) de masas o se base en otros medios de carga.

El desarrollo de los sistemas de carga no inercial surgió con el objetivo de eliminar la variación de fuerza que se produce en los sistemas inerciales. Cuando se realiza ejercicio utilizando el movimiento de una cierta carga o masa, como pueden ser las pesas, la fuerza que ejerce el usuario varía a lo largo del tiempo debido a la componente inercial que posee la carga que se está desplazando. Esta componente inercial es dependiente de la velocidad a la que se realice el ejercicio, y más concretamente de la aceleración de las masas. Así, por ejemplo, cuando se inicia el movimiento se requiere una aceleración de la masa y por tanto una mayor fuerza que cuando la masa se desplaza a velocidad constante. Del mismo modo, cuando se finaliza el movimiento la masa desacelera hasta pararse, suponiendo esto una fuerza menor ejercida por el usuario.

Este comportamiento es el que debe evitarse en entrenamientos en los que el objetivo es ejercer una fuerza constante durante todo el movimiento independientemente de la velocidad a la que se esté realizando. Y es esto precisamente lo que se quiere conseguir con los sistemas de carga no inerciales.

Dentro de los distintos sistemas no inerciales, se encuentran aquellos que incorporan algún Mecanismo de Fuerza Constante (MFC). Éstos proporcionan una fuerza constante utilizando mecanismos flexibles o resortes lineales en transmisiones no lineales. Aunque existe una gran variedad de patentes que emplean MFC en máquinas de musculación, no se han encontrado máquinas comerciales de este tipo. Debido a esto, es de interés y motivación realizar una comparación entre la dinámica de un ejercicio con sistema de carga inercial y con sistema no inercial basado en MFC, y realizar además un diseño detallado del MFC con su correspondiente análisis de funcionamiento y las limitaciones de su empleo. El análisis dinámico de los resultados a obtener permitirá comparar el desempeño de ambos sistemas de carga.

Al igual que existen una gran variedad de sistemas de carga y máquinas de musculación, en la actualidad pueden encontrarse multitud de ejercicios cuyos objetivos son ejercitar alguna o algunas partes del cuerpo humano. Con el fin de obtener una comparación general de los sistemas de carga inercial y no inercial, se decide centrar este Trabajo de Fin de Grado en el ejercicio de press de banca, ya que este ejercicio es de los más frecuentes cuando el usuario quiere ejercitar el tronco superior del cuerpo.

Por todo esto, en el presente proyecto se realizará un modelo matemático de simulación del ejercicio de press de banca, a partir del cual se obtendrán las curvas de fuerza, par y potencia para cada tipo de sistema de carga con el fin de obtener una comparación entre cada uno de ellos. Además, posteriormente, se realizará el diseño de un sistema de carga constante que pueda ser empleado en máquinas guiadas de musculación de press de banca.

1.2 Objetivos

Se pretende alcanzar dos objetivos principales con la realización de este proyecto.

El primero de ellos es la elaboración de un estudio comparativo de los sistemas de carga inerciales y los sistemas no inerciales basados en mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca. Dicho estudio comparativo estará basado en un análisis dinámico del conjunto brazo del usuario-sistema de carga durante la elevación de la carga en el ejercicio.

Mientras que el segundo es proporcionar el diseño de un sistema de carga constante, fácilmente acoplable a las máquinas guiadas de realización de press de banca existentes en las salas de musculación.

Para poder conseguir dichos objetivos principales, deben alcanzarse los siguientes sub-objetivos a lo largo del proyecto:

- Estudio de los sistemas de carga existentes en el mundo de la musculación y el deporte, específicamente en el ejercicio de press de banca.
- Desarrollo de un modelo matemático del ejercicio de press de banca.
- Comparación de los sistemas de carga a estudiar: inerciales y no inerciales, en base al modelo matemático desarrollado.
- Diseño detallado de un sistema de carga constante para máquina de musculación, específicamente del ejercicio de press de banca.

1.3 Fases de realización y planificación

Este proyecto ha sido realizado como complemento a algunas de las tareas en iniciación de la investigación realizadas durante el periodo de realización de la Beca de Colaboración, otorgada por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Almería.

Las fases de realización del proyecto pueden dividirse y enumerarse en:

- **Búsqueda de información.** Se realiza una búsqueda intensiva sobre la información necesaria para realizar este proyecto. Incluye desde búsqueda en artículos, como en libros, foros, etc.
- **Desarrollo del modelo matemático de press de banca y análisis de éste.** En base a la información encontrada se desarrolla el modelo matemático que simula el ejercicio de press de banca y se realiza un análisis dinámico del mismo.
- **Verificación del modelo mediante SimMechanics.** Se simula el modelo desarrollado utilizando el entorno de Simulink- SimMechanics verificando de este modo el modelo.
- **Comparación de sistemas de carga.** Se compara la dinámica del modelo cuando el ejercicio se realiza con un sistema de carga inercial y cuando se realiza con un sistema de carga no inercial con MFC.
- **Dimensionamiento del MFC para máquina guiada.** Se seleccionan los elementos y dimensiones del sistema de carga con MFC a diseñar.
- **Diseño 3D.** Mediante el uso de SolidWorks se realiza el diseño del sistema de carga.
- **Elaboración de planos.** Se elaboran todos los planos necesarios para la definición completa del diseño.
- **Diseño del prototipo.** Se realiza el diseño y dimensionamiento de un prototipo del MFC escogido.
- **Elaboración de documentos.** Se elaboran la memoria y anexos de este proyecto.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

A continuación, puede observarse una tabla con las horas utilizadas para cada una de las fases descritas en cada uno de los meses en los que se ha ido realizando este proyecto.

Tabla 1-1. Cronograma de planificación.

	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Σ
<i>Búsqueda de información</i>	18	6		2					26
<i>Desarrollo del modelo matemático de press de banca</i>		25	10	10					45
<i>Verificación del modelo mediante SimMechanics</i>			3	30	31				64
<i>Comparación de sistemas de carga</i>					22	6			28
<i>Dimensionamiento del MFC para máquina guiada</i>							12	5	17
<i>Diseño 3D</i>							15	17	32
<i>Elaboración de planos</i>								12	12
<i>Diseño de prototipo</i>							18	11	29
<i>Elaboración de documentos</i>					33	17	8	37	95
Σ	18	31	13	42	86	23	53	82	348

Como puede observarse en la Tabla 1-1, el total de horas empleadas ha sido 348.

Capítulo 2.

Revisión bibliográfica

2.1 Sistemas de carga en máquinas de musculación

Realizar ejercicio es muy importante para la salud y el bienestar, y es por ello que en la actualidad hacer deporte forma parte de la vida de la mayoría de personas del mundo. Este hecho hace que la industria del fitness mantenga una búsqueda continua de nuevos equipamientos, nuevas actividades y nuevos productos con lo que captar la atención de los consumidores. La búsqueda de nuevos equipamientos se basa principalmente en el desarrollo e innovación de máquinas con un volumen y peso menores que las ya existentes. Este desarrollo ha llevado a la creación de diversos sistemas de carga que pueden verse hoy en día en gimnasios, centros de fitness o entrenamiento personal...

Dentro de los distintos sistemas de carga, destacan: entrenamiento con cargas, máquinas de resistencia neumática, máquinas de hidráulicos, máquinas isocinéticas y máquinas isoinerciales.

El **entrenamiento con pesas** o **entrenamiento con cargas** es el más habitual y tradicional entre los sistemas de carga existentes. La base de este tipo de entrenamiento es el movimiento de masas dentro del campo gravitacional (bajo la influencia de la aceleración de la gravedad). A mayor masa del elemento a mover, mayor la fuerza a ejercer durante el ejercicio. Sin embargo, por la misma razón por la que aumenta la fuerza si se aumenta la masa, también lo hará si se aumenta la aceleración del ejercicio. Es decir, la fuerza variará durante el ejercicio en proporción a la variación de velocidad con la que se realice.

Este tipo de sistema de carga puede realizarse de distintas maneras:

- **Peso libre.** Se trata de un sistema de carga de resistencia fija, es decir, el peso del elemento o carga es siempre el mismo. En él se desarrolla esencialmente la fuerza muscular y el tamaño de los músculos. Una de sus principales características es que no se trata de un ejercicio guiado o con una dirección marcada por lo que se trabaja de manera tridimensional y requiere de la participación de la musculatura estabilizadora del movimiento realizado [1]. Para variar la resistencia en este tipo de máquinas se aumenta el número de masas o cargas (mancuernas, kettlebell, pesas en extremos de barras...) hasta llegar al peso específico que se quiere trabajar.



Figura 2-1. Ejemplos de entrenamiento con cargas. Izquierda: ejercicio de sentadillas con barra y discos. Derecha: zancada frontal con kettlebell.

- **Máquinas de resistencia fija.** Al igual que en el peso libre la resistencia es fija, es decir, el peso de la carga no varía, pero en este caso los ejercicios suelen realizarse en una dirección específica y la función estabilizadora recae en la máquina y no en el usuario. El diseño de la máquina incluye por lo general un cable que pasa alrededor de una o varias poleas circulares que cambian la dirección de la fuerza que aplica el sujeto o que incluso multiplican dicha fuerza (poleas multiplicadoras). Del mismo modo que en el peso libre, para aumentar la resistencia, debe aumentarse el número de cargas. Esto es un inconveniente a la hora del transporte o cambio de ubicación de la máquina, ya que su peso es muy elevado [2].



Figura 2-2 Máquina de resistencia fija para ejercicios de piernas.

Las **máquinas de resistencia neumática** fueron diseñadas por los hermanos Keiser en 1978. Estas máquinas se basan en la compresión de aire dentro de un cilindro o pistón, por lo que la resistencia a vencer durante el ejercicio es proporcional a la cantidad de aire que se inyecta o se extrae en el pistón mediante un compresor y se comprime utilizando un émbolo conectado a la máquina correspondiente [3].



Figura 2-3. Máquinas neumáticas Keiser. Izquierda: modelo AIR250 ABDOMINA. Derecha: modelo AIR250 LEG PRESS.

Con la tecnología neumática Keiser los músculos se mantienen activos durante todo el movimiento, reduciendo la carga de choque en éstos y permitiendo regímenes de entrenamiento que mejoran de una manera más segura el rendimiento físico [4].

Al igual que se ha utilizado la neumática para diseñar máquinas de gimnasio, pueden encontrarse también máquinas basadas en la hidráulica. Las **máquinas de hidráulicos** o **máquinas de resistencia acomodada** utilizan la compresión del aceite en pistones o cilindros para mantener de forma continua y constante la resistencia movilizada a lo largo del recorrido articular. La variación de la resistencia que ofrece se realiza cambiando o variando el diámetro de una válvula de escape por la que pasa el líquido. Una de sus desventajas es que no se realizan contracciones excéntricas durante el ejercicio [3].



Figura 2-4. Máquinas de hidráulicos.

Las **máquinas isocinéticas**, como su propio nombre indica, se basan en los principios de la isocinética, es decir, tratan de mantener constante la velocidad de movimiento de los músculos durante todo el ejercicio independientemente de la fuerza que se ejerza. La velocidad se fija constante y dependiendo proporcionalmente de la fuerza a ejercer, la máquina ofrecerá una resistencia mayor o menor [5].

Estas máquinas ayudan a desarrollar un fortalecimiento uniforme de los músculos activos, mejoran la fuerza muscular y la resistencia.



Figura 2-5. Máquina isocinética para piernas.

Las **máquinas isoinerciales** surgieron como innovación o desarrollo de la fase excéntrica del movimiento (aquella en la que el músculo se encuentra alargado y en tensión). Se basan en un conjunto de mecanismos que ayudan a frenar la acción de la gravedad produciendo un retorno suave y progresivo, evitando golpes o tirones y disminuyendo de este modo la aparición de pequeñas lesiones. El elemento principal utilizado en estas máquinas es el volante de inercia, el cual almacena energía cinética durante la fase concéntrica del movimiento para luego devolverla durante la fase excéntrica. [6-7]

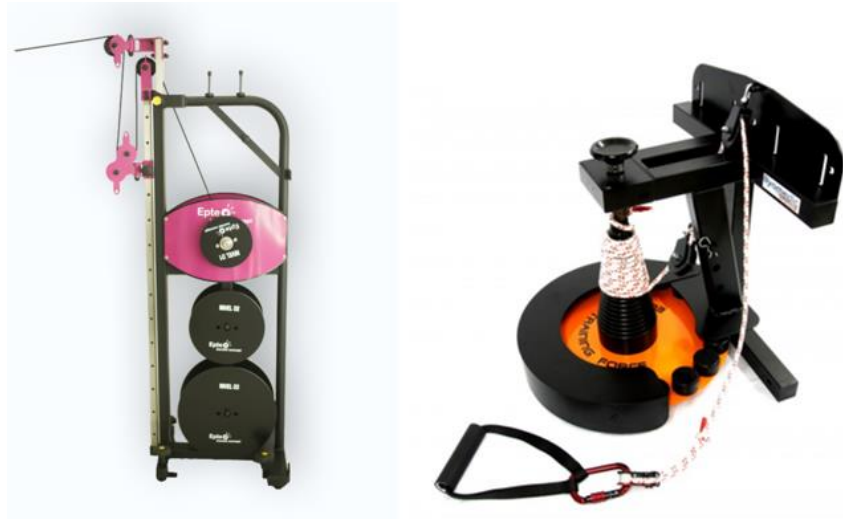


Figura 2-6. Máquinas isoinerciales.

2.2 Sistemas de carga no inercial en máquinas de musculación

Como se ha visto en el apartado anterior, existe una gran variedad de sistemas de carga en las máquinas de acondicionamiento físico. Sin embargo, siguen investigándose y desarrollándose nuevos sistemas que principalmente tienen como fin reducir la complejidad, el tamaño y el coste de las máquinas existentes. De entre las distintas innovaciones, cabe destacar aquellos sistemas que no incluyen cargas inerciales, tales como las máquinas neumáticas, las hidráulicas... o aquellas que incorporan un mecanismo de fuerza constante.

Los sistemas de carga no inercial o sistemas no inerciales se basan en la eliminación o supresión del mayor número de masas posibles que intervienen en la máquina de musculación. Esta eliminación se debe a la variación de fuerza que se produce a lo largo de un ejercicio cuando éste se produce a velocidades altas. Para entender esto, deben observarse las gráficas de la Figura 2-7. Las gráficas proceden de una comparación entre el comportamiento de una carga

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

inercial en una máquina de resistencia fija (curva roja) y el comportamiento de las máquinas de resistencia neumática (curva azul). Para conseguir éstas se modifica una máquina simple de extensión de piernas utilizando en una pierna el sistema neumático y en la otra pierna pesas de hierro.

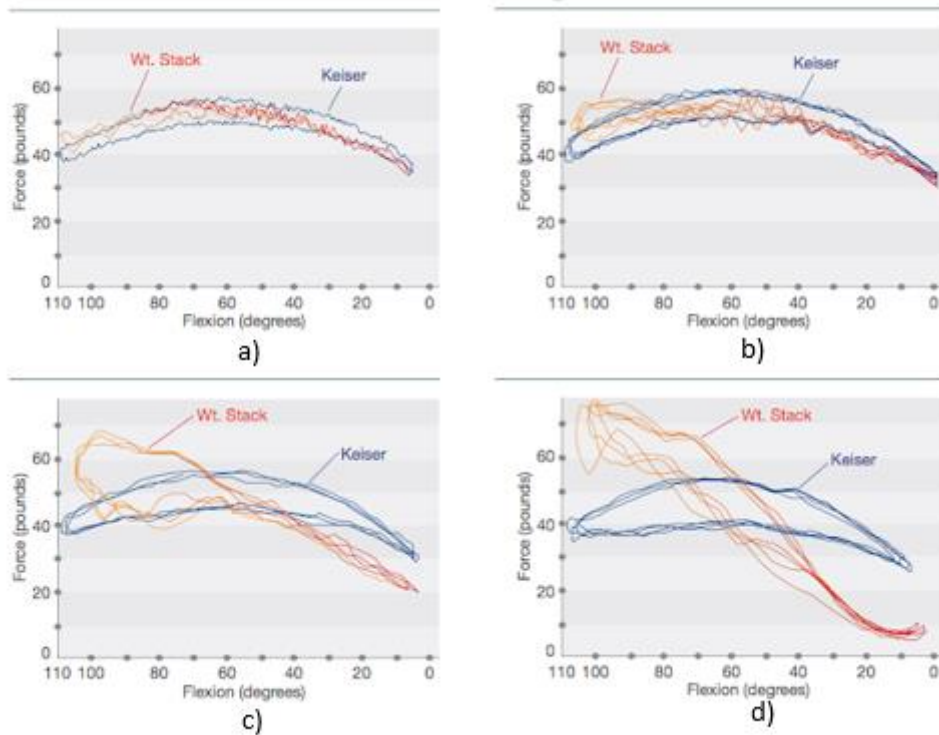


Figura 2-7. Comparación de fuerza entre sistema de carga inercial y máquina neumática en flexión de pierna para 4 velocidades de ejecución.

Estas gráficas representan la fuerza ejercida por el usuario al realizar el ejercicio frente a los grados de flexión de la pierna para distintas velocidades (incrementándose la velocidad de la Figura 2-7. a) a la Figura 2-7. d)).

Como se puede observar, para velocidades lentas (unos 4 segundos de ejecución en la Figura 2-7.a)) no existe casi diferencia entre los distintos sistemas de carga. Sin embargo, a medida que aumenta la velocidad de ejecución puede observarse un pico al comienzo del movimiento y una disminución al final de éste en la curva roja (sistema de carga inercial). Estas dos variaciones son debidas a la componente inercial que tiene una masa que no se mueve a velocidad constante, es decir, que tiene aceleración; y son proporcionales a la masa y a la aceleración de éstas, es decir, a mayor masa a levantar y mayor aceleración producida durante el ejercicio, mayor será la variación de fuerza. Este comportamiento no es siempre deseable, pues el ejercicio pierde efectividad y se pueden llegar a producir lesiones.

Por su parte, la curva azul se mantiene prácticamente constante durante las 4 distintas velocidades de ejecución. Se puede observar una pequeña variación durante el tiempo de ejecución, pero nada comparable con lo que se produce en los sistemas de carga inercial.

Puede afirmarse por tanto que las máquinas tradicionales son eficaces y suficientes si lo que se va a realizar es un movimiento lento, pero si lo que se va a hacer es un entrenamiento de alta velocidad, en el que se quiere mantener la fuerza constante, debe optarse por máquinas de sistemas no inerciales, ya que proporcionan una fuerza que no varía a lo largo del movimiento independientemente de la velocidad del ejercicio [3].

Como se ha dicho anteriormente, además de las máquinas neumáticas, destacan las que incorporan un mecanismo de fuerza constante. Un mecanismo de fuerza constante tiene como principal objetivo mantener o proporcionar un valor de fuerza constante sobre el eslabón de entrada durante un amplio rango de la carrera del mecanismo, independientemente de su posición.

Este tipo de mecanismos es útil para numerosas aplicaciones, las cuales siguen aumentando con el paso de los años. Un ejemplo de aplicación es el campo de la robótica [7],[9], en el que el uso de los MFC disminuye el número de sensores y de sistemas de control complejos a utilizar.

Hasta la fecha, se han utilizado esencialmente dos métodos distintos para implementar mecanismos de fuerza constante: mecanismos flexibles y combinación de resorte lineal con transmisión no lineal.

En el primero de ellos, se obtiene la movilidad del mecanismo de la deflexión que se produce en los miembros flexibles. Se caracterizan por implementarse en pequeños componentes, por su alta precisión y por su reducido desgaste.

En el segundo de ellos, se distinguen dos grupos:

1. Uno de los extremos del resorte lineal está articulado y el otro extremo es arrastrado por un cable que se enrolla sobre una polea no circular o una leva.
2. Uno o ambos extremos del resorte lineal se mueven a lo largo de superficies no lineales evitando la fricción mediante el uso de rodillos.

A cerca de las máquinas de musculación que incorporan un MFC, pueden encontrarse varias patentes para ejercitar distintas partes del cuerpo.

En la Figura 2-8 se observa una máquina de musculación que posee un dispositivo que compensa la fuerza variable de una resistencia elástica (resorte) mediante una transmisión giratoria [10]. El dispositivo posee forma cónica, por lo que la sección transversal de éste va variando a lo largo de la altura del cono. Esta variación de sección es la que compensa la variación de resistencia del resorte, generando una fuerza de salida constante.

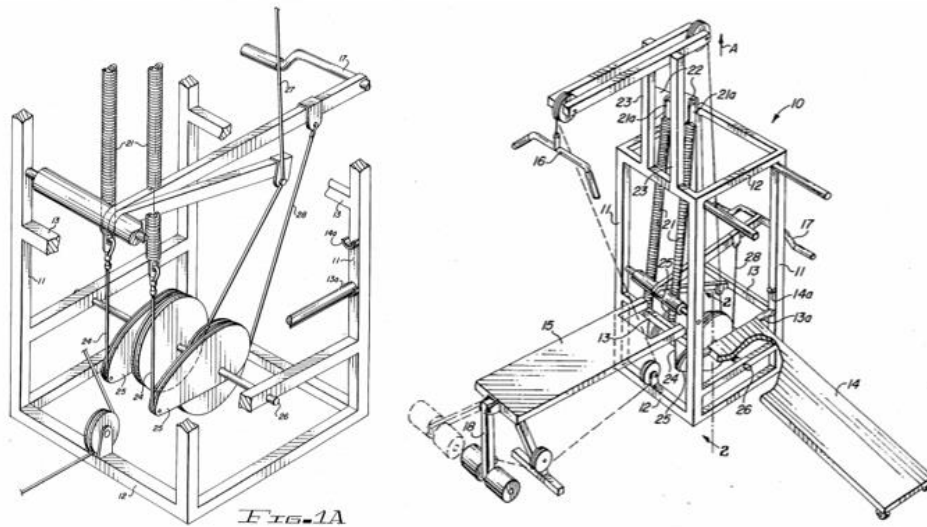


Figura 2-9. Máquina de ejercicios con estructura resorte-leva para igualar la fuerza requerida a través del ciclo de ejercicios. [11]

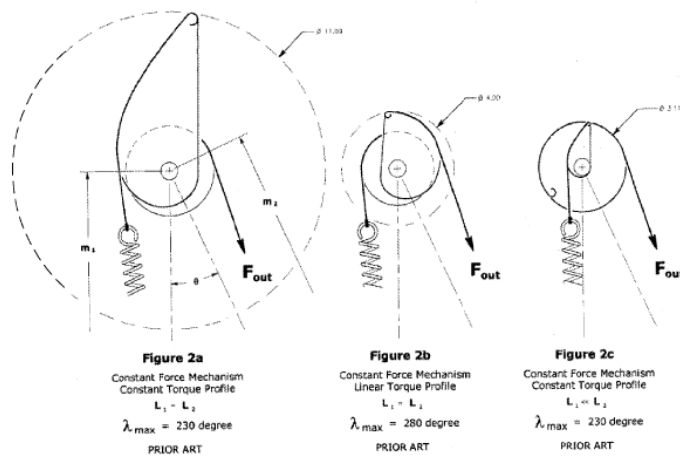


Figura 2-10. Mecanismo de conversión de fuerza de resorte a fuerza constante. [12]

Esta máquina proporciona además distintas combinaciones de poleas, cables y resortes para poder ejercitar y fortalecer varios músculos del cuerpo.

Como se comentó anteriormente, las máquinas de musculación convencionales se basan en el movimiento de masas dentro del campo gravitacional, por lo que no son útiles en misiones espaciales. Centrándose en éstas, se encuentra por ejemplo la patente de Colosky, P. y Ruttley, Jr. [13]. Esta máquina es capaz de proporcionar una fuerza constante independiente de la gravedad tanto para la fase concéntrica como para la excéntrica del ejercicio dentro o fuera del campo gravitacional.

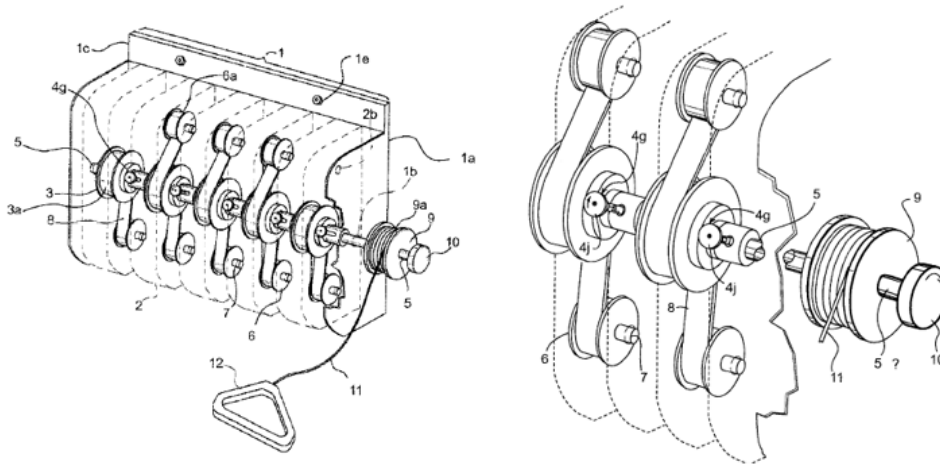


Figura 2-11. Unidad de ejercicio de fuerza constante independiente de la gravedad. [13]

Como se ve en la Figura 2-11, el sistema mecánico está formado por al menos un paquete resistivo modular que tiene al menos un resorte de par constante (resorte helicoidal plano). Cada resorte está enrollado en un tambor de almacenamiento y tiene un extremo acoplado mecánicamente a un tambor de salida. A su vez cada tambor de salida está conectado a un mismo eje de salida, el cual se conecta con un tambor donde se dispone del cable a tirar para realizar el ejercicio.

Puede usarse tanto en misiones espaciales como en casa, ya que una de sus características principales es que posee un tamaño reducido y es un buen suplemento en programas de rehabilitación.

Por último, López et al. [14] no proponen una máquina completa de musculación, sino que proponen tres mecanismos distintos de fuerza constante a incluir en ésta. Todos ellos basados en el empleo de un resorte lineal que, bajo la acción de la fuerza aplicada, se desplaza sobre una superficie curva.

El primer diseño que se propone (Figura 2-12) es simétrico respecto al eje vertical y está compuesto por: dos levas rígidas e iguales enfrentadas entre sí; dos ejes en los que se dispone en cada uno de un rodillo en contacto con las levas que sirven de guía; dos resortes de extensión uno a cada lado de las levas, acoplados a los ejes y en posición perpendicular al eje de simetría; y dos ruedas en cada uno de los ejes para rodar sobre una barra móvil paralela a los resortes.

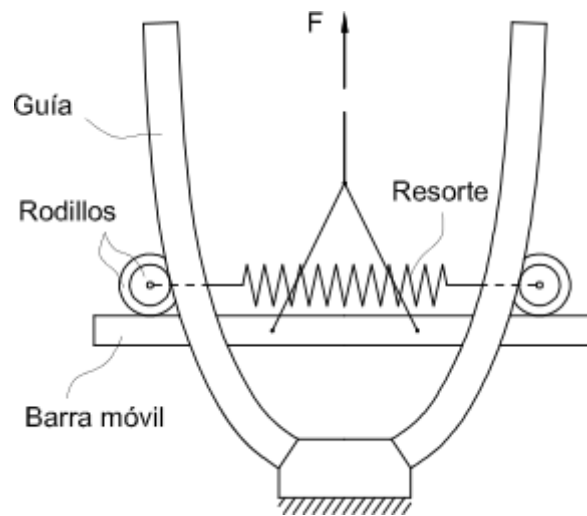


Figura 2-12. Mecanismo de fuerza constante MFC-1. [14]

El mecanismo se acciona ejerciendo fuerza sobre la barra móvil, mediante unos tirantes, siempre en la misma dirección del eje de simetría, haciendo que los rodillos rueden por las caras lisas de las levas separándose uno del otro mientras los resortes se estiran oponiéndose al movimiento. Las curvas de las levas se calculan para un resorte específico, de tal modo que, al irse estirando los resortes, la fuerza de compresión que ejercen es la misma durante todo el recorrido.

Mediante algunas modificaciones de este primer diseño, se obtiene el segundo (Figura 2-13). En este caso no se dispone de una barra móvil y los tirantes se fijan en los ejes de los rodillos. De este modo se obtiene un diseño más sencillo, pero en el que ahora influye la posición angular de los tirantes.

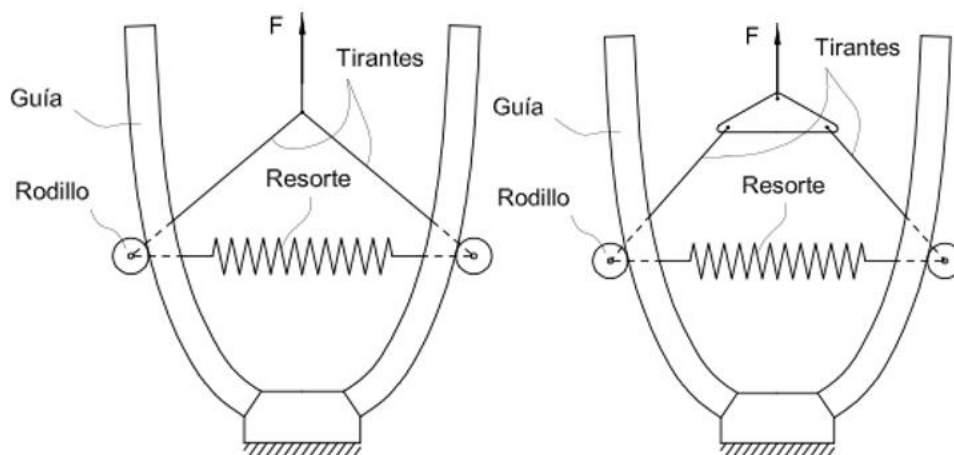


Figura 2-13. Mecanismo de fuerza constante MFC-2. Izquierda: MFC-2 con tirantes. Derecha: MFC-2 con eslabón de unión en los tirantes. [14]

Para accionar el mecanismo se debe tirar del cable, que puede estar unido directamente a los tirantes en un solo punto o estar unido mediante el uso de un eslabón triangular como el que aparece en la figura. Su funcionamiento es el mismo que el del primer diseño.

El último diseño (Figura 2-14) posee una disposición distinta a los anteriores. Éste posee un resorte de extensión que rota respecto a un extremo fijo o impedido. El otro extremo del resorte está acoplado a un rodillo que rueda sobre la superficie exterior de una guía curva convexa. Para accionarlo se utiliza una cadena de rodillos que se apoya y rueda sobre la guía curva. Como en los diseños anteriores, la curva se calcula para que la fuerza de accionamiento sea la misma durante todo el recorrido.

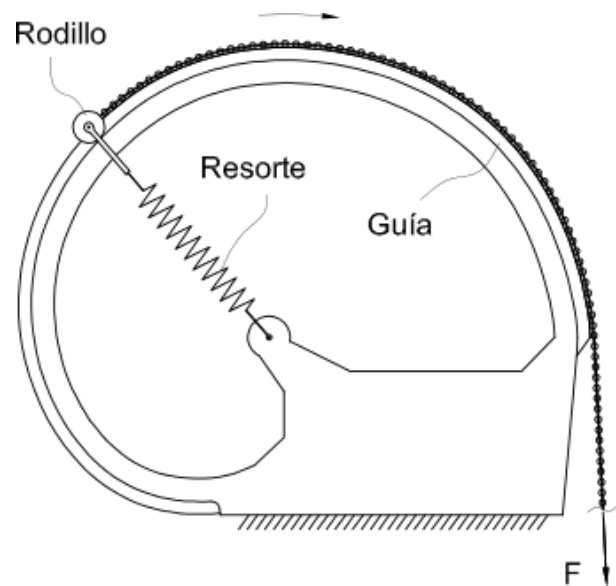


Figura 2-14. Mecanismo de fuerza constante MFC-3. [14]

Una de las desventajas de este diseño es que presentará un mayor rozamiento por el contacto de la cadena en la curva. Sin embargo, esta solución sí admite cambios en la dirección de la fuerza, mientras los anteriores debían ser siempre en la dirección del eje de simetría.

Para variar la resistencia en estos tres mecanismos pueden acoplarse pares de resortes, uno a cada lado de la leva o curva.

2.3 Ejercicio de press de banca

Actualmente el press de banca o press de pecho es uno de los ejercicios con pesas extensamente más utilizados para entrenar la fuerza de los músculos del tren superior. Este ejercicio es realizado tanto en deportistas recreacionales como en profesionales del alto rendimiento, de ahí que exista una gran variedad de estudios o artículos sobre ello. Este ejercicio se basa en el levantamiento de una barra que suele estar dispuesta de pesas con la misma masa en cada uno de sus extremos. La persona se encuentra en decúbito supino (posición corporal acostado boca arriba) sobre un banco horizontal durante la realización del ejercicio. [17]



Figura 2-15. Ejercicio de press de banca en entrenamiento de peso libre.

Como se observa en la Figura 2-15, el ejercicio consta de dos fases: fase ascendente y fase descendente. La primera de ellas puede denominarse fase concéntrica del movimiento o fase positiva, es la que se produce cuando el músculo se acorta o se concentra. En el press de banca esta fase se produce en el movimiento ascendente de la barra (hasta el momento en el que se tienen los brazos casi completamente extendidos), ya que es cuando el pectoral se encuentra acortado en su mayor fase de congestión. La fase descendente es la que se realiza inicialmente en el ejercicio y es denominada también fase excéntrica o negativa. En ella el pectoral se encuentra alargado.

Para poder realizar un ejercicio de press de banca se necesita ejecutar tres movimientos principales: flexión en el hombro, flexión horizontal en el hombro y extensión en el codo.

Con respecto a los músculos, los principales que participan en la ejecución del movimiento son el pectoral mayor, el tríceps braquial, el deltoides anterior y el bíceps [18]. Aunque dependiendo de la forma en la que se ejecute el ejercicio se activarán fibras en una sección u otra del mismo grupo muscular.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

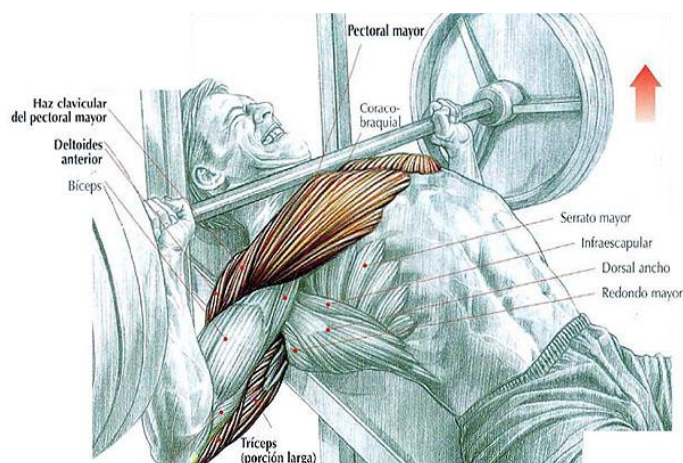


Figura 2-16. Principales músculos activados durante el ejercicio de press de banca.

Existen muchas variantes de este ejercicio, pero pueden diferenciarse 3 tipos de entrenamiento básico de press de banca en función de la inclinación del tren superior [19]:

- Press horizontal. Se trata del más común de todos y es el que se realiza con el cuerpo completamente horizontal, es decir, paralelo con el suelo.
- Press inclinado. En este caso existe una inclinación positiva (cabeza más alta que el tronco) de aproximadamente 45 grados. Con este tipo se busca incidir en la parte superior del pectoral.
- Press declinado. Es el opuesto al anterior: inclinación negativa (cabeza por debajo del nivel del tronco) de 45 grados e incidencia en la parte baja del pectoral.

El ejercicio de press de banca se puede realizar principalmente con pesas o en máquina Smith.



Figura 2-17. Realización ejercicio de press de banca. Izquierda: peso libre. Derecha: máquina guiada o máquina Smith.

En la máquina Smith, el movimiento está predeterminado, de tal modo que el único rango de movimiento es hacia arriba y hacia abajo, y no existe posibilidad de salirse bruscamente de dicha posición. Sin embargo, con el peso libre puede producirse un movimiento asimétrico entre el brazo derecho y el izquierdo, y además existe movilidad tanto para adelante como para atrás [19]. En base a esto, como se dijo en el Apartado 2.1, cuando el ejercicio se realiza en peso libre se trabaja de manera tridimensional haciendo que aparezca una función estabilizadora en los músculos, a diferencia del trabajo en máquinas en el que normalmente la función estabilizadora recae sobre la propia máquina.

En relación con el press de banca, es especialmente relevante el efecto del peso libre sobre los músculos de los hombros (deltoides). Este músculo tiene una función estabilizadora, por lo que la porción anterior tiende a resistir una rotación lateral del húmero al mismo tiempo que el deltoides medial tiende a resistir la abducción. Es por ello, que puede afirmarse que cuando el ejercicio se realiza en peso libre existe una mayor activación muscular que cuando se realiza en máquina.

Se puede establecer entonces que el press de banca en máquina Smith es de gran utilidad para aquellos sujetos, como pueden ser sujetos novatos en el entrenamiento de fuerza o sujetos en rehabilitación, que aún no han desarrollado las adaptaciones neuromusculares necesarias para la correcta estabilización durante el ejercicio. Estos sujetos podrían combinar en su entrenamiento el press de banca libre con cargas bajas para ir mejorando su estabilización y control [18].

2.4 Máquinas de musculación para press de banca

Este apartado se centra en máquinas para realizar press de banca basadas en la máquina Smith o máquina guiada.

La máquina Smith fue inventada en 1950 por Jack Lalanne, uno de los hombres más influyentes en la industria del acondicionamiento físico de Estados Unidos. El fin principal de su diseño era construir un aparato de deslizamiento, por lo que utilizó rodamientos lineales (elemento principal de este tipo de máquinas) para conseguirlo [21].

Se pueden distinguir 3 tipos de máquinas guiadas. La primera de ellas es la básica, en la que se realizan únicamente movimientos de arriba a abajo. La segunda es en ángulo, es decir, posee cierto grado de inclinación, por lo que es útil para press de banca inclinado. Y la tercera es también en ángulo pero tiene ciertos complementos que hacen que puedas realizar casi cualquier ejercicio [22].

En el mercado actual existen cientos de diseños de máquinas basadas en la guiada que combinan robustez, diseño e innovación.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

La búsqueda de máquinas se centró principalmente en dos comerciales: *Fitnessdigital* [23] y *Fitnessboutique* [24]. A continuación, se mostrarán algunas de ellas destacando sus características principales.

Un diseño sencillo de máquina guiada que además incorpora ya el banco es el de la Figura 2-18. La máquina *Marcy TSA5762 Sistema Olímpico Half Smith* tiene una construcción tubular en acero de alta resistencia, utiliza manguitos extra deslizantes para el movimiento de la barra y sirve tanto para discos estándar como para olímpicos.



Figura 2-18. Máquina de press de banca modelo: Marcy TSA5762 Sistema Olímpico Half Smith.

Los diseños de las máquinas *Sistema olímpico Marcy SM1050* y *Sistema Marcy SM1000 Smith* (Figura 2-19) permiten realizar otros ejercicios además del press de banca ya que el banco y la jaula pueden separarse. Sus barras poseen puntos de seguridad, deteniendo la barra cuando ésta pasa una cierta altura y permitiendo al usuario maximizar su carga de peso mientras que reduce el riesgo de lesiones. Ambas poseen ganchos para colocar la barra cuando no se está realizando el ejercicio. Dichos ganchos se colocan en la primera de ellas en unos huecos que posee la propia máquina, mientras que en la segunda se colocan en unas piezas tubulares que sobresalen de la jaula. También disponen de cierres de seguridad en el exterior del bastidor de la jaula para ajustar la barra de peso a varias alturas, y postes para almacenamiento de discos estándar y olímpicos.



Figura 2-19. Máquinas de press de banca. Izquierda: modelo Sistema olímpico Marcy SM1050. Derecha: modelo Sistema Marcy SM1000 Smith.

En la Figura 2-20 pueden verse la máquina *DKN Smith machine* y la *Máquina Smith Body-Solid Serie 7 GS348*. Ambas son máquinas Smith en ángulo, ya que poseen una inclinación de 7° para acompañar el movimiento natural del cuerpo al realizar el ejercicio. Destaca de sus diseños el rack multiposición que sirve tanto para colocar la barra de la guía cuando no se está realizando el ejercicio, como para trabajar también sin guía, es decir, en peso libre.



Figura 2-20. Máquinas de press de banca. Izquierda: modelo DKN Smith machine. Derecha: modelo Máquina Smith Body-Solid Serie 7 GS348.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

De la máquina *Multipower X350ETIJ BH con contrapesos* (Figura 2-21) cabe destacar que utiliza contrapesos para disminuir el peso de la barra en aproximadamente 14 kg, facilitando así el uso de la máquina para todo tipo de usuarios. Su estructura es de 4 mm de espesor de acero calidad ST-37/40.



Figura 2-21. Máquina de press de banca modelo Multipower X350ETIJ BH con contrapesos.

Además de la búsqueda comercial, se realizó una búsqueda de patentes, las cuales se exponen a continuación.

En la Figura 2-22 puede verse un sistema de levantamiento de pesas modular compacto con el que el usuario puede realizar con seguridad una gran variedad de ejercicios de levantamiento proporcionando un entrenamiento total del cuerpo [25].

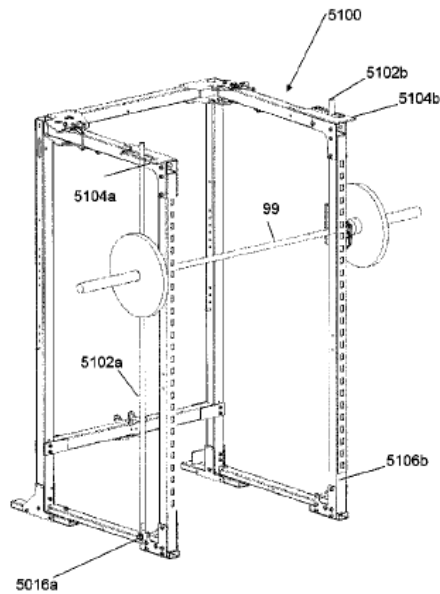


Figura 2-22. Sistema de marco completo de levantamiento de peso. [25]

El sistema incluye una estructura de soporte o caja de seguridad que se puede reconfigurar fácilmente como una posición compacta o como una posición de uso. Esta caja posee barras de seguridad para evitar que una carga de peso aplaste al usuario, admite barras pesadas y placas de peso extra cuando no están usándose y sirve de marco para los cables a los que se pueden acoplar varios accesorios [25].

Las patentes mostradas en la Figura 2-23, poseen una diferenciación o innovación destacable en su diseño en comparación con otras patentes encontradas. Ambas máquinas de musculación disponen tanto de dos guías verticales como de dos guías horizontales, uniéndolas mediante un travesaño móvil acoplado de manera deslizante [26][27]. La incorporación a la máquina guiada de unas guías horizontales hace que se pueda trabajar simultáneamente en el plano vertical y horizontal, provocando la activación de algunos músculos estabilizadores que con la máquina guiada vertical no son activados.

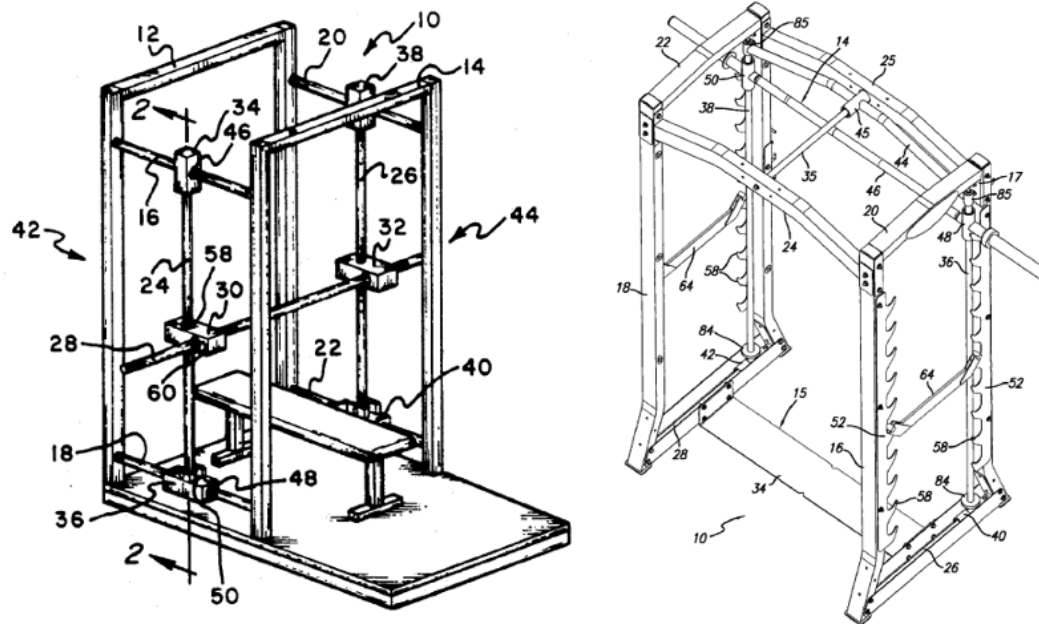


Figura 2-23. Máquinas de press de banca con dos guías. Izquierda: Máquina de levantamiento de peso de doble acción [26]. Derecha: Aparato de ejercicio doble guiado [27].

2.5 Comparación de sistemas de carga en press de banca

Hasta ahora se ha hablado de los distintos sistemas de carga que existen y en particular de los que se utilizan principalmente para el ejercicio de press de banca. Pero ¿qué diferencias hay entre unos y otros? Este apartado va a centrarse en las diferencias cinéticas y cinemáticas que se producen cuando se realiza el ejercicio de press de banca de distintos modos.

Michael-Frost et al. [28] presentan un análisis comparativo de la cinética, cinemática y la actividad muscular entre el ejercicio de press de banca en máquina neumática y en máquina tradicional guiada. Para conseguirlo, se realiza un estudio a 30 hombres entrenados, los cuales deben realizar 3 tipos de sesión: peso libre (FW), balístico (BALL) y neumática (P). El entrenamiento balístico en press de banca es aquel en el que se ejecuta la fase positiva a la máxima velocidad posible, pudiéndose incluso despegar la barra de las manos. En este estudio tanto el peso libre como el balístico se realizarán en máquina Smith restringiendo el movimiento en el plano vertical, mientras que la neumática podrá tener 6 direcciones de movimiento posibles.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Se realizan 6 medidas para cada usuario: 15, 30, 45, 60, 75 y 90% de 1RM (repetición máxima). Los valores medios obtenidos se grafican con respecto al porcentaje de desplazamiento de la fase concéntrica del ejercicio, obteniendo:

- Curvas de velocidad.

Como puede observarse en la Figura 2-24, a bajos porcentajes de RM existe cierta diferencia entre los 3 entrenamientos, sin embargo a medida que el porcentaje de RM aumenta, es decir, a medida que aumenta la carga, las curvas de BALL y FW son más parecidas y con valores más cercanos, mientras la neumática sigue siendo distinta y siempre superior.

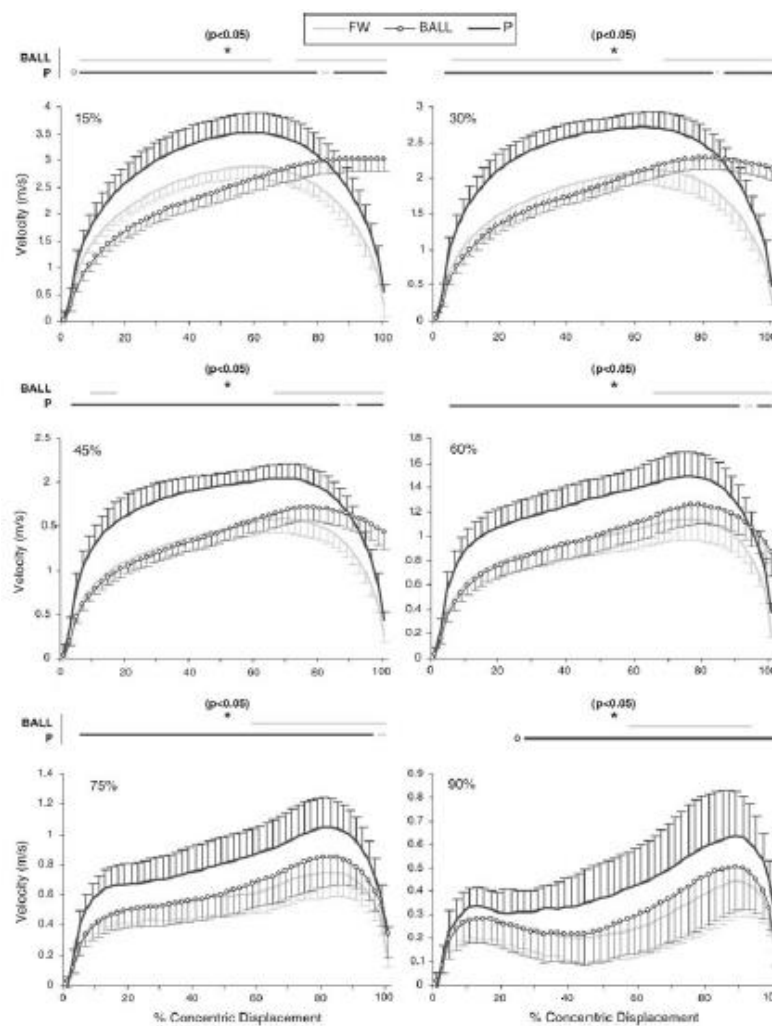


Figura 2-24. Comparación de curvas de velocidad para entrenamientos balístico, peso libre y neumático.

[28]

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

- Curvas de fuerza.

No se encuentran casi diferencias entre los valores pico del BALL y el P durante las distintas cargas. Sin embargo, estas dos sí son mayores que el FW en las 6 cargas. Por otra parte, cabe destacar que, para los 3 tipos de sesión, el mayor pico de fuerza se produjo para una carga del 15% del 1RM.

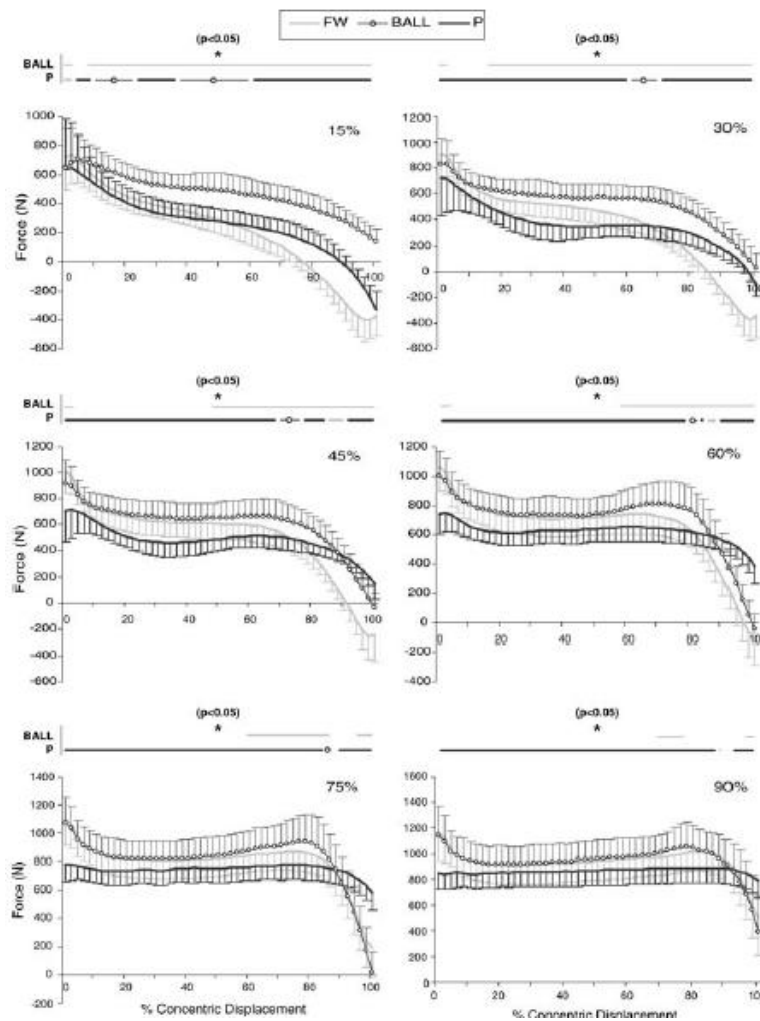


Figura 2-25. Comparación de curvas de fuerza para entrenamientos balístico, peso libre y neumático. [28]

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

- Curvas de potencia.

Expresado como un porcentaje de la velocidad máxima de contracción y la fuerza dinámica máxima, las contribuciones de velocidad y fuerza a la producción máxima de potencia fueron mayores durante el P y el BALL. Debido esto a que en el P se consigue la mejor contribución de velocidad, mientras que en el BALL se consigue la mayor contribución de fuerza (excepto en 15 y 45%).

Referente a la potencia media, el P es el que posee la mayor de todas por encima del BALL y el FW.

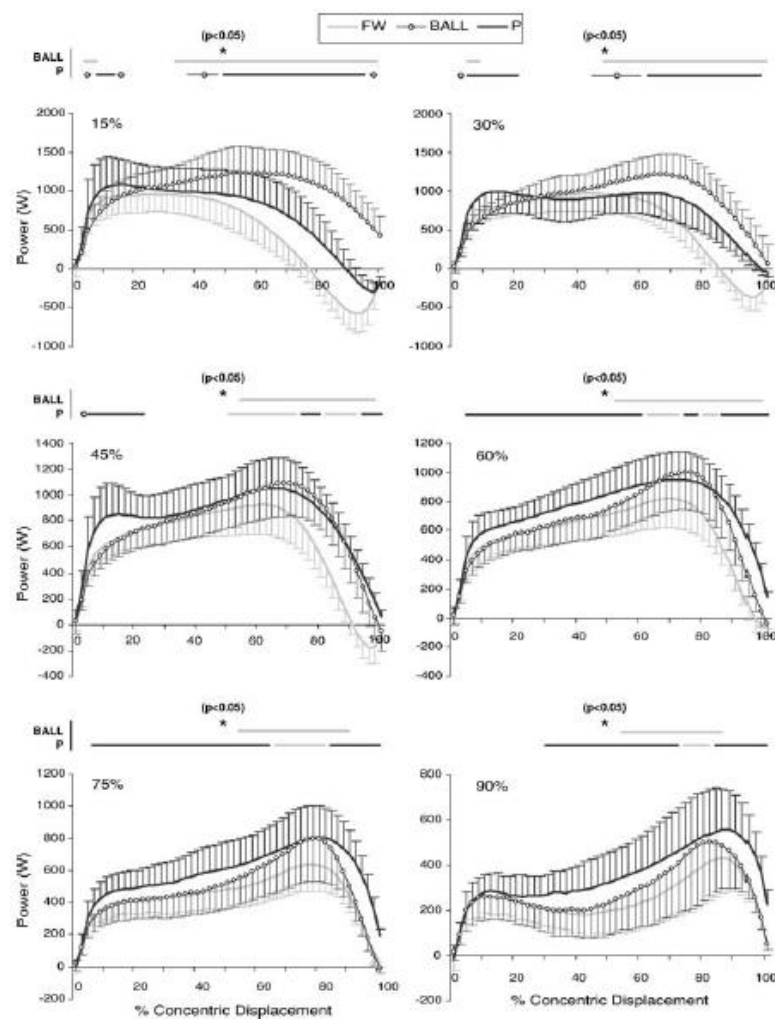


Figura 2-26. Comparación de potencia de velocidad para entrenamientos balístico, peso libre y neumático. [28]

Como conclusiones en este artículo, los autores opinan que la tecnología neumática ofrece ventajas específicas sobre los entrenamientos de resistencia con peso libre, ya que permite mayores velocidades de movimiento y no se encuentra sujeta a la inercia de cargas externas como sucede con el peso libre o el balístico.

2.6 Modelos matemáticos para press de banca

Este apartado se centra en cómo modelizar el ejercicio de press de banca, tras haber estudiado anteriormente en el Apartado 2.3 sus características principales.

De la información encontrada a cerca de un modelo matemático para el press de banca, destaca la proporcionada por Wang et al. [29] y Rahmani et al. [30].

Wang et al. [14] estudian la distribución de fuerza en el pectoral y en la musculatura de la extremidad superior del cuerpo según la posición de la muñeca en el ejercicio de press de banca. Para ello, construyen un modelo del cuerpo humano utilizando el software AnyBody 5.2. Éste se trata de un sistema de software para Windows que simula el funcionamiento del cuerpo humano en relación con su entorno. En él, se puede realizar el modelado y simulación musculoesqueléticos del cuerpo humano. En el artículo, se introducen en el software distintos parámetros, como pueden ser: la altura, el peso, las medias de sus principales índices morfológicos, el tiempo de ejecución, el valor de las masas a elevar, la posición de la muñeca... Todos ellos obtenidos de un estudio real realizado a 6 participantes. Para validar el modelo, se simulan esos datos y se comparan los resultados con medidas reales tomadas con la electromiografía (EMG) superficial Noraxon. Esta última se trata de una prueba diagnóstica que se realiza con la finalidad de evaluar la actividad muscular tras un estímulo eléctrico, el estado de los nervios que están encargados de activar al músculo evaluado y el funcionamiento de la unión neuromuscular.

Por su parte, Rahmani et al. [30] no utiliza un software especial para modelizar el cuerpo humano, puesto que no está centrado en estudiar la musculatura. Este artículo tiene como objetivo diseñar y validar un modelo matemático de 3 grados de libertad en el plano sagital para el ejercicio de press de banca.

Para crear el modelo, asumen que las acciones de las dos extremidades superiores son simétricas, por lo que pueden quedarse con la mitad de la barra obteniendo así un modelo con 3 grados de libertad (Figura 2-27). Además, consideran que el desplazamiento de la barra (Z) es solo en el plano vertical al realizarse bajo una barra guiada. Por esta misma razón, consideran que la posición de la muñeca (X_0) se mantiene constante durante todo el ejercicio. El modelo matemático se basa en segmentos rígidos conectados por dos revoluciones, una en el hombro y otra en el codo, para modelar las articulaciones, y un par prismático para el desplazamiento vertical del hombro (Z_s).

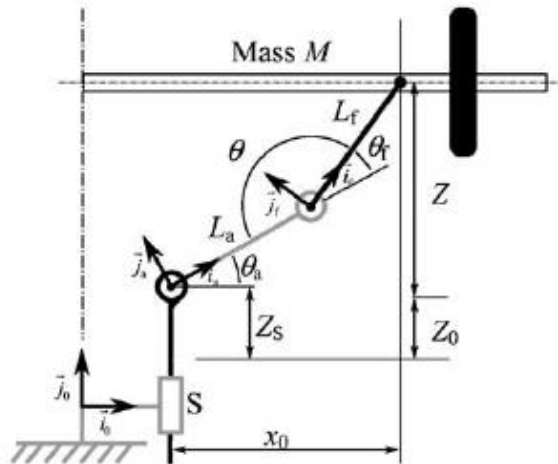


Figura 2-27. Modelo mecánico de la extremidad superior durante el ejercicio de press de banca con 3 segmentos de extremidades unidos por 2 articulaciones giratorias y articulaciones prismáticas. [30]

Con respecto a los ángulos, pueden verse los más importantes en la Figura 2-27. Mientras que las longitudes del brazo y el antebrazo se estiman utilizando datos de la bibliografía [31].

Para validar el modelo creado, realizan el estudio a ocho hombres que deberán realizar la fase concéntrica del press de banca con diferentes masas. Las fuerzas que éstos ejercen se miden utilizando una plataforma de fuerza en la que se sitúa el banco, mientras que el desplazamiento vertical de la barra se mide utilizando un encoder.

Los resultados obtenidos mostraron que no hubo diferencias prácticas entre las fuerzas calculadas a partir del modelo de press de banca y las medidas de la plataforma de fuerza. Por lo que pudieron afirmar que el modelo matemático era correcto y que éste modelizaba con suficiente aproximación el ejercicio de press de banca.

Con respecto al análisis dinámico de cualquiera de los modelos comentados, cabe destacar que para poder solucionarlo debe introducirse una ecuación que relacione las incógnitas del sistema. Para ello, existen tres enfoques distintos utilizados actualmente: (i) modelos de músculo único equivalente (single-equivalent muscle models); (ii) modelos basados en optimización (optimization-driven models); (iii) y modelos basados en electromiografía (EMG-driven models).

En los modelos de músculo único equivalente, la redundancia de músculos se resuelve agrupando todos los músculos agonistas en un único músculo e ignorando los músculos antagonistas [32]. De esta manera el número de incógnitas se reduce y la solución del problema matemático es directa. Lógicamente estos modelos no permiten obtener las fuerzas individuales ejercidas por cada músculo, y además, la simplificación en el número de músculos supone una pérdida de precisión y una amplia incertidumbre en la predicción de las fuerzas [33].

En los modelos basados en técnicas de optimización, la redundancia en las fuerzas musculares se resuelve mediante el uso de funciones de coste que deben ser minimizadas o maximizadas (optimizadas) mientras se mantiene el equilibrio estático o dinámico del conjunto. Entre las funciones de coste empleadas, las más comunes se basan en minimizar el estrés muscular a diferentes potencias [34]. Las desventajas o inconvenientes de este modelo son: dificultad de predecir la actividad de los músculos antagonistas [35], falta de base fisiológica de las funciones de optimización... Aun así, es el método más empleado para predecir las fuerzas musculares.

Una alternativa a las funciones de coste es el uso de datos recogidos mediante EMG de los músculos del tronco, lo que aporta una “solución biológica” al problema de la redundancia muscular. En este caso, para poder estimar las fuerzas musculares es necesario establecer una relación entre la actividad EMG de los músculos y el valor de la fuerza [36] [37]. Dado que los modelos basados en este método fallan en el cumplimiento de equilibrio, se han desarrollado modelos que unen el empleo de datos de la EMG y las funciones de optimización.

Capítulo 3.

Material y métodos

3.1 Conceptos básicos de teoría de mecanismos

El modelo matemático a desarrollar del cuerpo humano cuando realiza el ejercicio de press de banca puede obtenerse a partir de las teorías clásicas de mecanismos de máquinas, por lo que antes de comenzar con el desarrollo de éste, deben tenerse claro varios conceptos. Para ello, el proyecto se basa en la información descrita sobre teoría de máquinas y mecanismos [40].

Todos los mecanismos están compuestos por uno o más elementos/eslabones/barras, teniendo todos ellos la posibilidad de movimiento, exceptuando uno que será considerado el elemento fijo o tierra del mecanismo. Estos elementos son considerados sólidos rígidos indeformables al ser despreciables los movimientos relativos que se producen en sus partículas internas.

Los pares cinemáticos son las uniones en contacto permanente que existen entre los eslabones y son los causantes del movimiento relativo entre estos.

Tanto los pares cinemáticos como los eslabones se clasifican en binarios, ternarios, etc. En el caso de los eslabones la clasificación se basa en el número de conexiones que posee con otros eslabones. Paralelamente, para los pares cinemáticos, la clasificación está basada en el número de eslabones que confluyen en él.

Además de esta clasificación, los pares cinemáticos se diferencian también según el número de grados de libertad que permiten en movimiento relativo. Distinguiéndose, por tanto:

- Pares de clase I: permiten un único grado de libertad y restringen dos. Por ejemplo: par prismático (describe una línea recta), par de rotación (el punto describe una circunferencia), par helicoidal (describe una hélice).
- Pares de clase II: permiten dos grados de libertad y restringen uno. Por ejemplo: par plano (describe un plano), par cilíndrico (describe un cilindro).
- Pares de clase III: permiten tres grados de libertad. Por ejemplo: par esférico (describe una esfera).

CRITERIO DE GRÜBLER

Los grados de libertad (gdl) de un mecanismo son el número de parámetros independientes que se deben conocer para poder definir unívoca y completamente su posición en cada instante de tiempo. Este número se puede determinar a partir del número de eslabones y de pares cinemáticos que posee el mecanismo mediante el uso del criterio de Grübler. Este criterio se basa en las características estructurales del mecanismo sin tener en cuenta las características geométricas y dimensiones del mismo.

Si se considera un mecanismo plano 2D de N eslabones no unidos por pares cinemáticos, el número de grados de libertad que posee es $3 \cdot N$, ya que cada eslabón posee 3 grados de libertad en el plano. Si se fija uno de los elementos (el elemento fijo o tierra) el conjunto pasa a tener $3 \cdot (N-1)$ grados de libertad, pues existen ahora $N-1$ eslabones libres. Si tras esto, se unen los eslabones con pares cinemáticos, se restringen posibilidades de movimiento. Por lo que, finalmente el número de grados de libertad del mecanismo se obtiene de restar a los $3 \cdot (N-1)$ los grados que queden restringidos.

$$G = 3 \cdot (N - 1) - 2 \cdot p_I - p_{II} \quad (1)$$

$G =$ grados de libertad del mecanismo

$N =$ número de eslabones que forman el mecanismo

$p_I =$ pares de clase I

$p_{II} =$ pares de clase II

Como se puede observar de la ecuación (1), para poder calcular los grados de libertad del mecanismo debe primero conocerse el número de eslabones y pares de cada tipo que posee.

El número de gdl posee gran importancia, pues en un mecanismo puede generarse un movimiento de salida controlado como respuesta al control del movimiento de tantos eslabones como grados de libertad tenga el mecanismo.

Según el número de grados de libertad que posea el mecanismo, se pueden distinguir los siguientes casos:

- $G = 0 \rightarrow$ Se le denomina estructura debido a que su movimiento está impedido.
- $G < 0 \rightarrow$ Se le denomina sistema hiperestático o estructura estáticamente indeterminada, pues existe redundancia en el número de restricciones.
- $G = 1 \rightarrow$ Es posible conocer o definir el movimiento de todo el mecanismo a partir del movimiento de solo uno de ellos.
- $G > 1 \rightarrow$ Deben controlarse tantos eslabones como grados de libertad tenga el mecanismo.

3.2 Desarrollo del modelo matemático para press de banca

Para el desarrollo del modelo matemático del ejercicio de press de banca se toma como base el proporcionado por Rahmani et al. [30], si bien se incluirán algunas mejoras al modelo, como son la inclusión de la inercia de rotación del brazo y antebrazo, la posibilidad de obtener los pares articulares..

En el modelo planteado se establecen las siguientes condiciones o hipótesis de partida:

- El ejercicio se realiza en una máquina guiada tanto para sistemas de carga inercial como para no inerciales, imponiendo así la realización del ejercicio en un solo plano (XZ).
- Se suponen ideales las articulaciones del brazo.
- Se representa la actuación de los músculos como pares equivalentes.

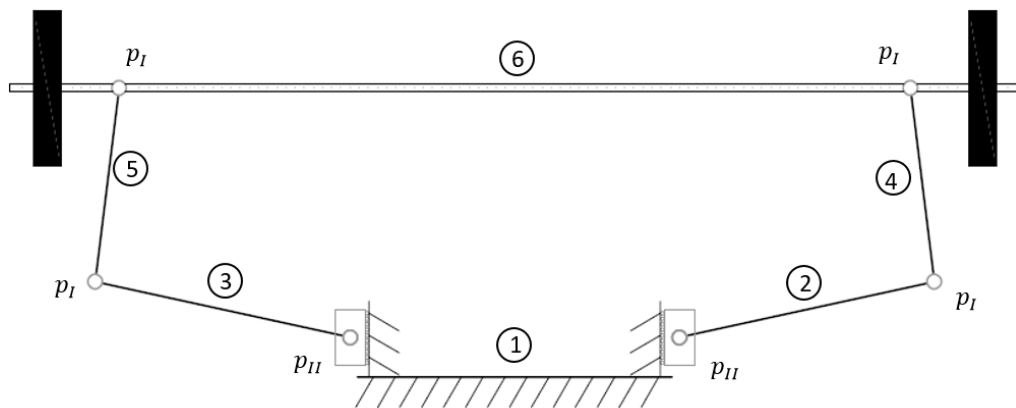


Figura 3-1. Modelo cinemático para el ejercicio de press de banca.

El modelo matemático a desarrollar se basa en el mecanismo mostrado en la Figura 3-1, en el cual puede verse que para modelar todas las articulaciones (hombros, codos y muñecas) se han colocado pares de revolución. Adicionalmente, el movimiento vertical del hombro se ha representado mediante un par prismático.

En base a la teoría comentada en el capítulo anterior, se realiza una pequeña clasificación o análisis de los componentes del mecanismo (Tabla 3-1 y Tabla 3-2) para su posterior estudio.

Tabla 3-1. Clasificación de los eslabones del primer modelo.

Eslabones		
	Tipo	Cantidad
Brazo	Binario	2
Antebrazo	Binario	2
Tronco superior o cuerpo	Binario	1
Barra	Binario	1
		$\Sigma = 6$

Tabla 3-2. Clasificación de los pares cinemáticos del primer modelo.

Pares cinemáticos			
	Tipo	Tipo de clase	Cantidad
Codo	Binario	Par de clase I (revolución)	2
Hombro	Binario	Par de clase II	2
Muñeca	Binario	Par de clase I (revolución)	2
			$\Sigma = 6$

Conociendo esto, pueden calcularse los grados de libertad del mecanismo mediante Gröbler:

$$G = 3 \cdot (N - 1) - 2 \cdot p_I - p_{II} = 3 \cdot (6 - 1) - 2 \cdot 4 - 2 = 5 \text{ gdl}$$

Lo que quiere decir que se necesita conocer 5 de los movimientos o grados de libertad para poder obtener la posición del mecanismo completa.

Puesto que no se conoce ni se dispone de valores para esos cinco grados de libertad, se impone en el mecanismo que exista simetría entre el movimiento que realiza el brazo derecho y el que realiza el brazo izquierdo, imponiendo además que el movimiento de la muñeca sea en todo momento vertical (a lo largo del eje Z). De este modo, se obtiene el modelo o mecanismo de la Figura 3-2.

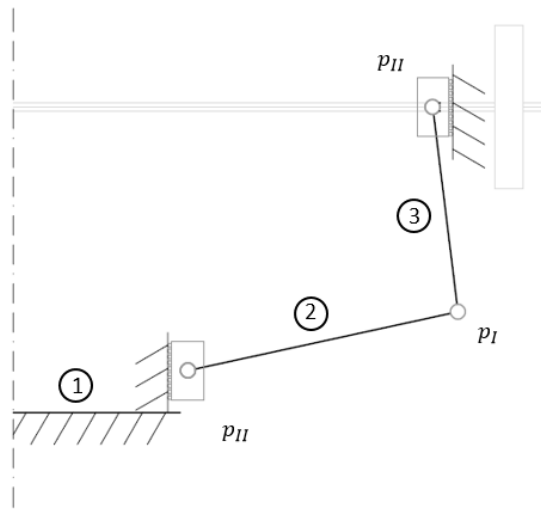


Figura 3-2. Simplificación del modelo cinemático con imposición de simetría.

En este caso, al igual que el hombro, la muñeca posee además del par de revolución, un par prismático para simular su desplazamiento vertical. De esta manera se puede asemejar el modelo a un mecanismo formado por dos deslizaderas y dos barras.

La clasificación de los elementos queda ahora como indican la Tabla 3-3 y la Tabla 3-4.

Tabla 3-3. Clasificación de los eslabones de la simplificación del primer modelo.

Eslabones		
	Tipo	Cantidad
Brazo	Binario	1
Antebrazo	Binario	1
Tronco superior o cuerpo	Binario	1
		$\sum = 3$

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Tabla 3-4. Clasificación de los pares cinemáticos de la simplificación del primer modelo.

Pares cinemáticos			
	Tipo	Tipo de clase	Cantidad
Codo	Binario	Par de clase I (revolución)	1
Hombro	Binario	Par de clase II	1
Muñeca	Binario	Par de clase II	1
			$\Sigma = 3$

El número de grados de libertad mediante Grübler es:

$$G = 3 \cdot (N - 1) - 2 \cdot p_I - p_{II} = 3 \cdot (3 - 1) - 2 \cdot 1 - 2 = 2 \text{ gdl}$$

Lo que quiere decir que necesitan conocerse 2 de los movimientos o grados de libertad para poder obtener la posición del mecanismo completa. Este caso sí es posible realizarlo, ya que pueden conocerse tanto el desplazamiento vertical del hombro como el desplazamiento vertical de la muñeca. A partir de estos dos datos de entrada, puede obtenerse la posición del mecanismo completa.

Como variación al modelo creado, se plantea otro en el que no se tiene en cuenta el desplazamiento vertical del hombro, es decir, se elimina el par prismático de éste, resultando el modelo cinemático de la Figura 3-3.

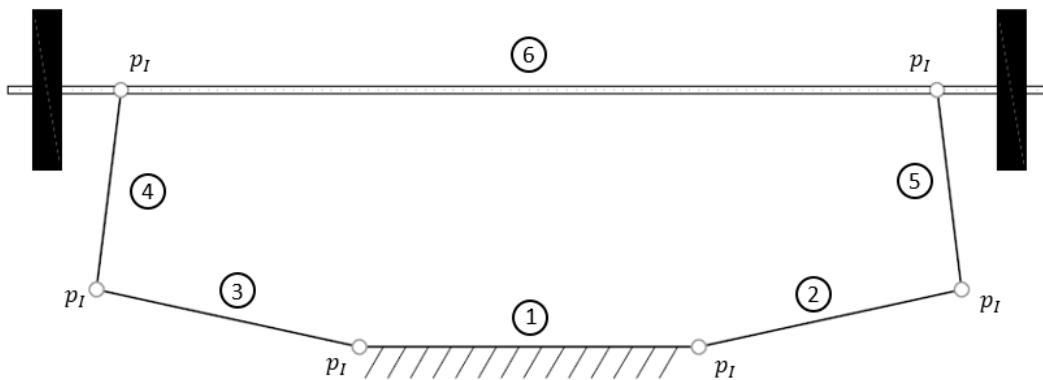


Figura 3-3. Segundo modelo cinemático para el ejercicio de press de banca.

Al igual que en el primer modelo, se hace una pequeña clasificación o análisis de los componentes del mecanismo (Tabla 3-5 y Tabla 3-6) y se calculan los grados de libertad.

Tabla 3-5. Clasificación de los eslabones del segundo modelo.

Eslabones		
	Tipo	Cantidad
Brazo	Binario	2
Antebrazo	Binario	2
Tronco superior o cuerpo	Binario	1
Barra	Binario	1
		$\Sigma = 6$

Tabla 3-6. Clasificación de los pares cinemáticos del segundo modelo.

Pares cinemáticos			
	Tipo	Tipo de clase	Cantidad
Codo	Binario	Par de clase I (rotación)	2
Hombro	Binario	Par de clase I (rotación)	2
Muñeca	Binario	Par de clase I (rotación)	2
			$\Sigma = 6$

$$G = 3 \cdot (N - 1) - 2 \cdot p_I - p_{II} = 3 \cdot (6 - 1) - 2 \cdot 6 = 3 \text{ gdl}$$

Dado que posee 3 grados de libertad, se necesita conocer el movimiento de 3 de los eslabones que forman el mecanismo para poder obtener la posición del mecanismo completa.

Como en el caso anterior, no se dispone de valores para esos tres grados de libertad, por lo que se hacen las mismas imposiciones: simetría entre el brazo derecho y el izquierdo, y movimiento vertical de la muñeca durante todo el ejercicio. El resultado se muestra en la Figura 3-4.

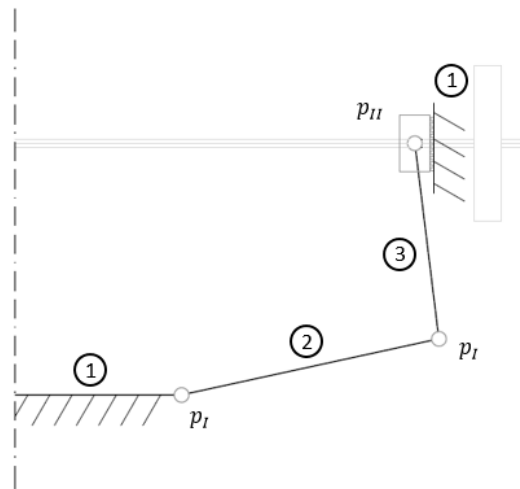


Figura 3-4. Simplificación del segundo modelo cinemático con imposición de simetría.

Para este modelo, puede considerarse el brazo de la persona como una manivela, pues posee las mismas características que ésta: se encuentra conectado al elemento fijo (cuerpo o tronco superior) y posee movimiento de rotación. Por su parte, el antebrazo será considerado como una biela ya que: posee un movimiento de superposición de una rotación y una translación y sus pares cinemáticos están conectados a otros dos eslabones. Y por último la muñeca será considerada como una corredera al poseer un movimiento de traslación.

Teniendo en cuenta estos cambios, se rehace la clasificación o análisis de los componentes del mecanismo.

Tabla 3-7. Clasificación de los eslabones de la simplificación del segundo modelo.

Eslabones		
	Tipo	Cantidad
Brazo	Binario	1
Antebrazo	Binario	1
Tronco superior o cuerpo	Binario	1
		$\Sigma = 3$

Tabla 3-8. Clasificación de los pares cinemáticos de la simplificación del segundo modelo.

Pares cinemáticos			
	Tipo	Tipo de clase	Cantidad
Codo	Binario	Par de clase I (rotación)	1
Hombro	Binario	Par de clase I (rotación)	1
Muñeca	Binario	Par de clase II	1
			$\Sigma = 3$

Aplicando Grübler, se obtiene:

$$G = 3 \cdot (N - 1) - 2 \cdot p_I - p_{II} = 3 \cdot (3 - 1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1 \text{ gdl}$$

Lo que quiere decir que se necesita conocer el movimiento de uno de los eslabones para poder obtener la posición del mecanismo completa. Por tanto, este también será otro modelo a poder analizar, ya que se puede conocer el desplazamiento vertical de la muñeca.

Si se analiza este último modelo, puede observarse que se trata del mismo que el primero simplificado, pero con la única distinción de que en este último existe un desplazamiento nulo del hombro durante todo el ejercicio. Por ello, se decide hacer el análisis del modelo primero simplificado, ya que con él se podrá simular o no simular dicho desplazamiento.

3.3 Métodos de análisis del ejercicio

Realizado el modelo matemático del ejercicio, puede pasarse a analizar su comportamiento a lo largo de la ejecución del ejercicio.

A diferencia de los análisis cuantitativos del movimiento biomecánico en el que se utilizan como parámetros mecánicos sus características temporales, en el mundo deportivo se suelen utilizar las características del movimiento [41]. Estas características se clasifican en 8 elementos, siendo el principal la estructura básica general o estructura espacio-temporal del movimiento (Figura 3-5). Es por esto, que, el análisis a realizar del modelo creado se centrará principalmente en la cinética y la cinemática del ejercicio.

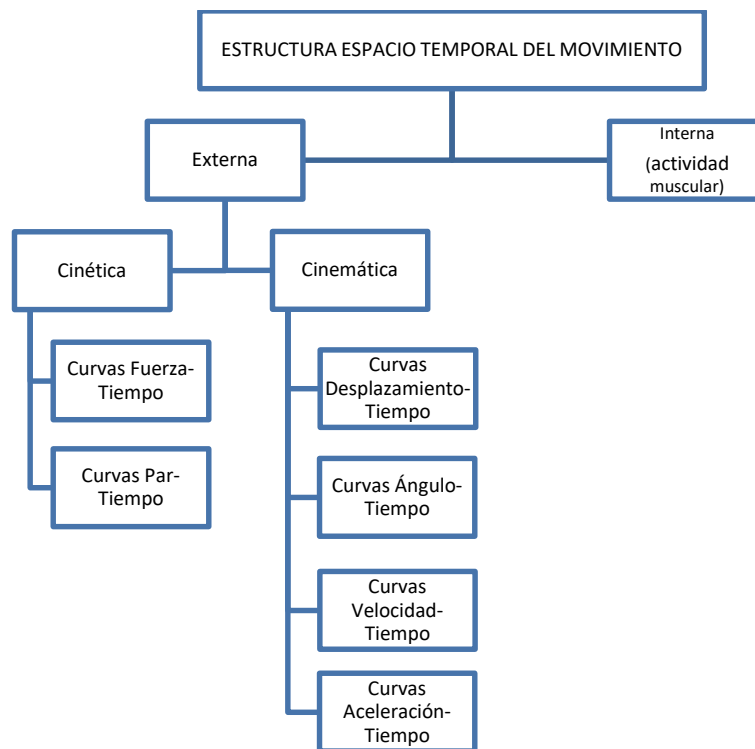


Figura 3-5. Esquema de la estructura espacio temporal del movimiento en el mundo deportivo.

Para poder analizar la cinética y cinemática, se debe primero obtener la posición, velocidad y aceleración de cualquier punto del mecanismo. Existen diversas técnicas para obtenerlas, pudiéndose diferenciar esencialmente las que están basadas en cálculos de vectores y las que no lo están. Dentro de las primeras se diferencian: técnicas analíticas y técnicas gráficas, las cuales sirven para resolver el mecanismo en una única posición. Mientras que en las segundas se encuentran técnicas basadas en métodos numéricos, las cuales resuelven el mecanismo para todas las posiciones.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Las técnicas analíticas vectoriales obtienen ecuaciones vectoriales de movimiento de los eslabones al analizar los vectores de los bucles cerrados de éstos. Estas ecuaciones vectoriales pueden ser replanteadas como ecuaciones escalares, que serán las que se resuelvan obteniendo los valores de las incógnitas en función de los datos geométricos del mecanismo.

Las técnicas gráficas están basadas en una combinación de álgebra vectorial y de conocimientos de la geometría descriptiva del mecanismo. A partir de las propiedades geométricas de las velocidades y aceleraciones y de la geometría de los eslabones en un instante de tiempo, se obtienen los resultados del problema cinemático para dicho instante.

Estas dos técnicas anteriores son las más utilizadas en problemas de reducido tamaño por su facilidad y comodidad, sin embargo, poseen ciertas limitaciones cuando se trabaja con mecanismos complejos, pues la complejidad de las ecuaciones a resolver es muy elevada.

Las técnicas basadas en métodos numéricos son aquellas que suelen realizarse mediante el uso de la programación en ordenador. El ingeniero, a partir de conocimientos teóricos y de la creación de un modelo matemático simple y eficiente del mecanismo, transforma los conceptos básicos de éste en un conjunto de datos matricial. Es este conjunto de datos el que se programa para generar los resultados a interpretar.

Todas estas técnicas pueden complementarse entre ellas, es decir, pueden utilizarse para obtener de distintas maneras los mismos resultados y de este modo cerciorarse de la veracidad de estos.

En este proyecto se utilizarán principalmente como método de resolución las técnicas analíticas vectoriales, aunque la resolución de las ecuaciones planteadas se resolverá posteriormente mediante la programación de éstas en MATLAB.

Para poder obtener el análisis cinético y cinemático del modelo se establece el siguiente orden de cálculos: problema de posición, problema de velocidad, problema de aceleración (cinemática), y, por último, dinámica.

Posteriormente, una vez obtenida la dinámica, se realizará la verificación de los resultados de la implementación. Para ello, se simulará el modelo mediante Simulink. Éste se trata del entorno de programación visual que posee MATLAB y es una herramienta de simulación de modelos o sistemas, con cierto grado de abstracción de los fenómenos físicos involucrados en los mismos. Dentro del entorno de Simulink se utilizará SimMechanics para simular el modelo. Éste forma parte de Simscape, el cual es un conjunto de bibliotecas de bloques para el modelado de sistemas físicos reales.

Se realizarán dos simulaciones, una en SimMechanics First Generation y otra en SimMechanics Second Generation. En ambas se implementará el modelo desarrollado con los distintos bloques y funciones de las que dispone el entorno Simulink, verificando así los resultados del modelo.

3.4 Datos necesarios para el análisis

Antes de comenzar con el análisis, deben establecerse los valores de distintas magnitudes que serán útiles posteriormente.

Con respecto a las dimensiones del brazo y el antebrazo, se hace uso de los parámetros de segmentos del cuerpo a partir de datos de la bibliografía [42]. Utilizando la Figura 3-6 se ven las longitudes de las partes del cuerpo en función de la altura de la persona.

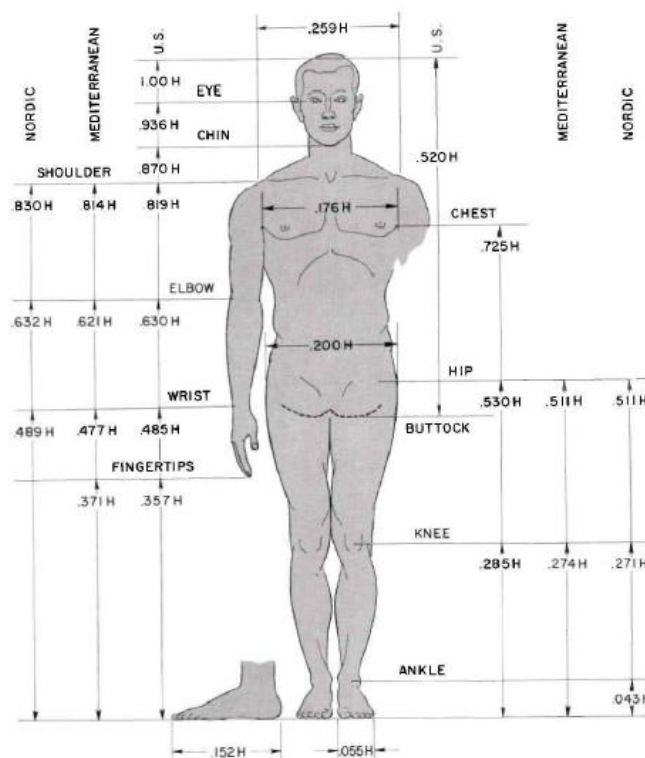


Figura 3-6. Proporciones de los segmentos del cuerpo humano para hombres. [42]

Los valores serán, por tanto:

- Longitud del brazo (arm):

$$L_a = (0,814 - 0,621) \cdot H$$

- Longitud del antebrazo (forearm):

$$L_f = (0,621 - 0,477) \cdot H$$

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Por otra parte, necesita utilizarse la Tabla 3-9, proporcionada por Winter [31].

Tabla 3-9. Datos antropométricos. [31]

Segment	Definition	Segment Weight/Total Body Weight	Center of Mass/ Segment Length		Radius of Gyration/ Segment Length		Density	
			Proximal	Distal	C of G Proximal	Distal		
Hand	Wrist axis/knuckle II middle finger	0.006 M	0.506	0.494 P	0.297	0.587	0.577 M	1.16
Forearm	Elbow axis/ulnar styloid	0.016 M	0.430	0.570 P	0.303	0.526	0.647 M	1.13
Upper arm	Glenohumeral axis/elbow axis	0.028 M	0.436	0.564 P	0.322	0.542	0.645 M	1.07
Forearm and hand	Elbow axis/ulnar styloid	0.022 M	0.682	0.318 P	0.468	0.827	0.565 P	1.14
Total arm	Glenohumeral joint/ulnar styloid	0.050 M	0.530	0.470 P	0.368	0.645	0.596 P	1.11
Foot	Lateral malleolus/head metatarsal II	0.0145 M	0.50	0.50 P	0.475	0.690	0.690 P	1.10
Leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.0465 M	0.433	0.567 P	0.302	0.528	0.643 M	1.09
Thigh	Greater trochanter/femoral condyles	0.100 M	0.433	0.567 P	0.323	0.540	0.653 M	1.05
Foot and leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.061 M	0.606	0.394 P	0.416	0.735	0.572 P	1.09
Total leg	Greater trochanter/medial malleolus	0.161 M	0.447	0.553 P	0.326	0.560	0.650 P	1.06
Head and neck	C7-T1 and 1st rib/ear canal	0.081 M	1.000	— PC	0.495	0.116	— PC	1.11
Shoulder mass	Sternoclavicular joint/glenohumeral axis	—	0.712	0.288	—	—	—	1.04
Thorax	C7-T1/T12-L1 and diaphragm*	0.216 PC	0.82	0.18	—	—	—	0.92
Abdomen	T12-L1/L4-L5*	0.139 LC	0.44	0.56	—	—	—	—
Pelvis	L4-L5/greater trochanter*	0.142 LC	0.105	0.895	—	—	—	—
Thorax and abdomen	C7-T1/L4-L5*	0.355 LC	0.63	0.37	—	—	—	—
Abdomen and pelvis	T12-L1/greater trochanter*	0.281 PC	0.27	0.73	—	—	—	1.01
Trunk	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.497 M	0.50	0.50	—	—	—	1.03
Trunk head neck	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.578 MC	0.66	0.34 P	0.503	0.830	0.607 M	—
Head, arms, and trunk (HAT)	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.678 MC	0.626	0.374 PC	0.496	0.798	0.621 PC	—
HAT	Greater trochanter/mid rib	0.678	1.142	—	0.903	1.456	—	—

*NOTE: These segments are presented relative to the length between the greater trochanter and the glenohumeral joint.
 Source Codes: M, Dempster via Miller and Nelson; *Biomechanics of Sport*, Lea and Febiger, Philadelphia, 1973. P, Dempster via Plagenhoef; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ, 1971. L, Dempster via Plagenhoef from living subjects; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1971. C, Calculated.

De esta tabla se obtienen 3 magnitudes distintas. Las primeras son la distancia proximal y distal al centro de gravedad de cada parte del cuerpo. La distancia proximal es la distancia que se encuentra más cercana al punto de unión con el cuerpo, mientras que la distal es la que se encuentra más alejada. Por ejemplo, para el brazo la distancia proximal será desde el hombro al centro de gravedad y la distal desde el centro de gravedad al codo.

Los valores a utilizar serán:

- Para el brazo:

$$L_{ap} = 0,436 \cdot L_a$$

$$L_{ad} = 0,564 \cdot L_a$$

- Para el antebrazo:

$$L_{fp} = 0,430 \cdot L_f$$

$$L_{fd} = 0,570 \cdot L_f$$

La segunda magnitud es el radio de giro sobre el centro de gravedad del eslabón (L_{cg}). La tabla proporciona el cociente entre el radio de giro y la longitud del segmento, por lo que multiplicando ese cociente por la longitud del eslabón puede obtenerse el radio de giro:

- Brazo:

$$L_{ar} = 0,322 \cdot L_a$$

- Antebrazo:

$$L_{fr} = 0,303 \cdot L_f$$

Y las terceras son las proporciones del peso de cada parte del cuerpo en referencia al cuerpo completo (B_{mass}). Se tiene, por tanto:

- Brazo:

$$M_a = 0,028 \cdot B_{mass}$$

- Antebrazo:

$$M_f = 0,016 \cdot B_{mass}$$

- Muñeca:

$$M_h = 0,006 \cdot B_{mass}$$

Finalmente, se establece como modelo de cuerpo humano la media de los atletas que participaron en el estudio de Rahmani et al. [30]. Los valores son: altura (H) de 1,847 m y masa (B_{mass}) de 101 kg.

3.5 Problema de posición

Como se ha comentado en el Apartado 3.2, para conocer la posición completa del modelo desarrollado debe introducirse el movimiento conocido de dos de los eslabones. Estos dos movimientos serán: la altura de la muñeca (Z) y la altura del hombro (Z_s), ambos desde el origen de coordenadas en el hombro. Dado que no ha sido posible realizar un estudio real del ejercicio de press de banca, se utilizarán los valores que proporcionan artículos en los que sí se han realizado, principalmente los que aporta Rahmani et al. [30].

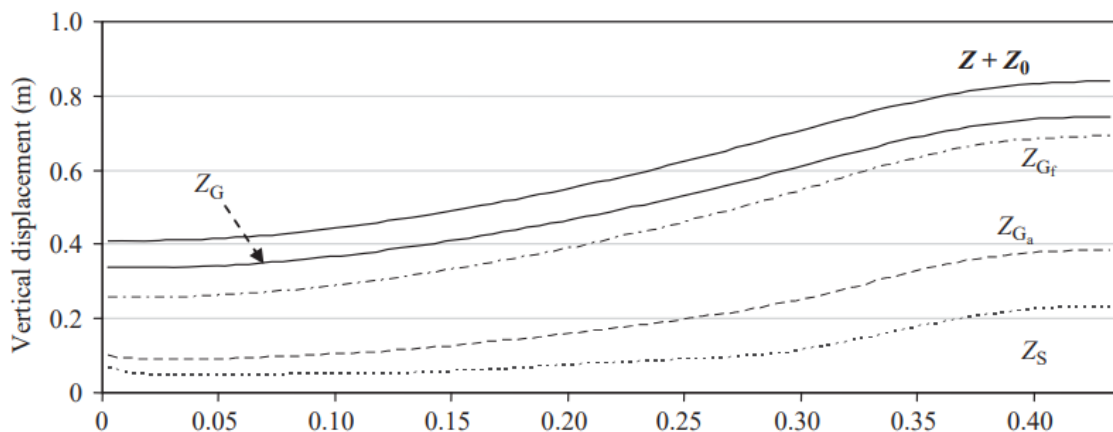


Figura 3-7. Curvas de desplazamiento vertical de las distintas masas para una carga de 44 kg en press banca. [30]

En la Figura 3-7 puede verse una gráfica que representa varias curvas de desplazamiento vertical frente a tiempo de ejecución de la fase concéntrica del ejercicio de press de banca. De todas las curvas dadas, hay que centrarse en la altura de la muñeca más la altura inicial de ésta ($Z+Z_0$) y en la altura del hombro (Z_s). La segunda se corresponderá con la curva de altura del hombro del modelo creado, en el caso de querer tenerla en cuenta. Mientras que la primera servirá para obtener los valores de altura de la muñeca (Z).

Según la gráfica, la altura de la muñeca comienza cerca de los 40 cm y llega a una altura máxima de uno 83 cm. Sin embargo, otras fuentes como la [42], proporcionan una altura desde unos 10 cm a unos 40 en la fase concéntrica (puntos del 2 al 4 de la Figura 3-8).

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

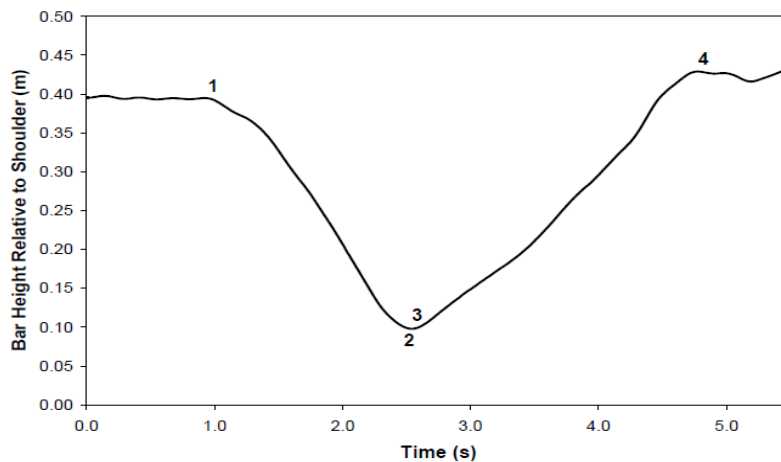


Figura 3-8. Curva de desplazamiento vertical de la barra relativa al hombro en press de banca. 1 - Inicio de la fase de descenso, 2 - Fin de la fase de descenso, 3 - Inicio de la fase de elevación, y 4 - Fin de la fase de elevación. [42]

Tomando en consideración ambas gráficas, se adaptan los valores hasta conseguir la que será la curva de altura de la muñeca del modelo creado.

Por otro lado, e independientemente de los movimientos de los eslabones, otro dato que debe conocerse es la posición de la muñeca en el eje X (X_0). Esta posición no variará con el tiempo, pues la muñeca no se desplaza horizontalmente durante todo el ejercicio al realizarse en una máquina guiada. El valor de esta dimensión varía de unos usuarios a otros según la técnica de ejecución del ejercicio y de la comodidad de éstos. Dado que el valor de este dato no es proporcionado por Rahmnaï et al. [30], se supone un valor de X_0 de 0,315 m.

Este valor de X_0 escogido no es arbitrario, su elección se ha basado en artículos como el de Jaimes et al. [16], en el que se proporcionan los valores de posición de la muñeca que adoptaron los sujetos de su estudio; y también en valores tomados directamente de un usuario al realizar el ejercicio.

En la Figura 3-9, se puede apreciar el inicio y el fin del ejercicio de press de banca para la altura Z y X_0 escogidas.

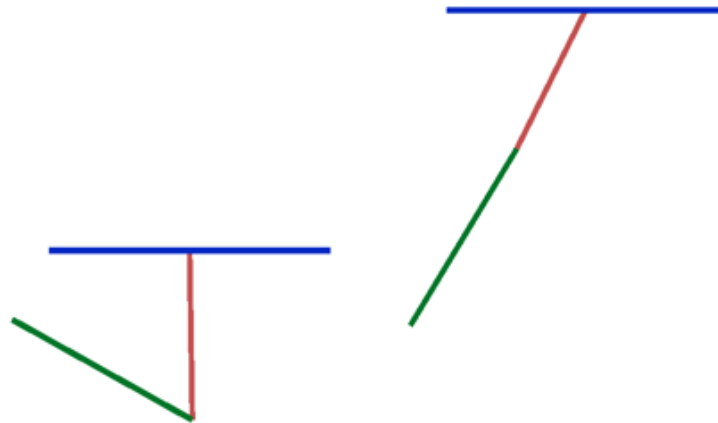


Figura 3-9. Simulación con SimMechanics Second Generation del modelo desarrollado de press de banca. Izquierda: inicio del movimiento. Derecha: fin del movimiento.

Establecidos ya estos valores, se procede al cálculo del problema de posición.

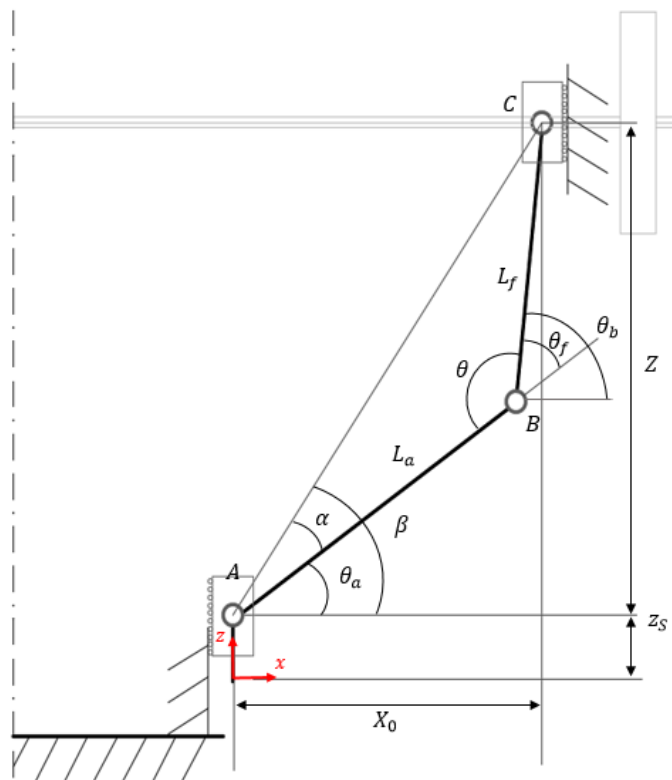


Figura 3-10. Identificación de las distintas dimensiones y ángulos que conforman el modelo desarrollado.

Como se observa en la Figura 3-10, se establecen 3 puntos en el mecanismo: A, B y C. El punto A se corresponde con la articulación del hombro, el B con la articulación del codo y el C con la muñeca. Fijándonos en éstos, los tres puntos forman un triángulo del que se conocen dos de sus lados: L_a, L_f , y del que se puede calcular AC mediante el teorema de Pitágoras en el triángulo recto que forman A,C y la proyección de C en el eje X (posición de la muñeca). Conociendo los tres lados del triángulo y utilizando el teorema del coseno, se obtiene el ángulo θ , que será el que formen el brazo y el antebrazo en todo momento.

$$AC^2 = L_a^2 + L_f^2 - 2 \cdot L_a \cdot L_f \cdot \cos \theta$$

$$AC^2 = X_o^2 + (Z - Z_s)^2$$

$$X_o^2 + (Z - Z_s)^2 = L_a^2 + L_f^2 - 2 \cdot L_a \cdot L_f \cdot \cos \theta \rightarrow$$

$$\rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{X_o^2 + (Z - Z_s)^2 - L_a^2 - L_f^2}{-2 \cdot L_a \cdot L_f} \right)$$

A partir de este ángulo, se podrá conocer el ángulo θ_f , que se trata del ángulo que forma el antebrazo con la dirección del brazo. Dado que el brazo y el antebrazo pueden formar como mucho 180° (brazos extendidos), se tiene:

$$\theta_f = \pi - \theta$$

Para conocer el valor del ángulo que forma el brazo con el eje X (θ_a) se necesitan conocer los valores del ángulo β y el ángulo α . Como se ha dicho anteriormente, A, C y la proyección de C en el eje X forman un triángulo rectángulo, con lo que puede obtenerse por Pitágoras el ángulo β .

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{Z - Z_s}{X_o} \right)$$

Del mismo modo, A, C y la proyección de C en la dirección del brazo forman un triángulo rectángulo, por lo que puede obtenerse por Pitágoras el valor de α .

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{L_f \cdot \sin(\theta_f)}{L_a + L_f \cdot \cos(\theta_f)} \right)$$

Por lo que θ_a será:

$$\theta_a = \beta - \alpha$$

Conociendo θ_a y θ_f , se puede obtener el ángulo que forma el antebrazo con el eje X:

$$\theta_b = \theta_f + \theta_a$$

Resolviendo estas ecuaciones para cada uno de los valores de la curva Z, se obtienen todos los valores de posición del mecanismo durante la fase concéntrica.

3.6 Problema de velocidad y de aceleración.

Una vez resuelto el problema de posición, puede pasarse al cálculo de la cinemática.

Para la resolución del ejercicio, se usa el caso de un punto en un sólido rígido. Conociendo la velocidad y aceleración de un punto A perteneciente a dicho cuerpo y la velocidad angular del cuerpo completo, puede determinarse la velocidad y aceleración de cualquier otro punto B del sólido, a partir del vector posición que los una. Las fórmulas a usar son:

$$\text{(Posición)} \quad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} \quad (2)$$

$$\text{(Velocidad)} \quad \overrightarrow{v_B} = \overrightarrow{v_A} + \vec{\omega} \times \overrightarrow{AB} \quad (3)$$

$$\text{(Aceleración)} \quad \overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_A} + \dot{\vec{\omega}} \times \overrightarrow{AB} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}) \quad (4)$$

A partir de los valores de posición, pueden obtenerse las siguientes curvas, que serán útiles para cálculos posteriores:

- Velocidad y aceleración lineales tanto de la muñeca como del hombro, derivadas de las curvas de desplazamiento de éstas (Z y Zs) respecto del tiempo.
- Velocidad y aceleración angulares del brazo, derivadas de la curva del ángulo θ_a respecto del tiempo.
- Velocidad y aceleración angulares del antebrazo, derivada de la curva del ángulo θ_b respecto del tiempo.

Para obtenerlas, se hace uso de las ecuaciones de velocidad y aceleración instantáneas:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$

Conocidos estos valores puede pasarse a calcular las velocidades y aceleraciones de los puntos de interés: centro de gravedad del brazo y centro de gravedad del antebrazo.

Para calcular la velocidad lineal del centro de gravedad del brazo ($\overrightarrow{v_{ga}}$), se utiliza la velocidad angular de éste ($\overrightarrow{w_a}$) y la velocidad lineal del punto A ($\overrightarrow{v_s}$) (hombro/shoulder).

$$\overrightarrow{v_{ga}} = \overrightarrow{v_s} + \overrightarrow{w_a} \times \overrightarrow{U_{sga}}$$

$$\overrightarrow{v_s} = v_s \hat{k}$$

$$\overrightarrow{w_a} = \dot{\theta}_a \hat{j}$$

$$\overrightarrow{U_{sga}} = L_{ap} \cdot \cos(\theta_a) \hat{i} + L_{ap} \cdot \sin(\theta_a) \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_{ga}} &= v_s \hat{k} + \dot{\theta}_a \hat{j} \times (L_{ap} \cdot \cos(\theta_a) \hat{i} + L_{ap} \cdot \sin(\theta_a) \hat{k}) \\ &= v_s \hat{k} + L_{ap} \cdot \dot{\theta}_a \cdot (\cos(\theta_a) \hat{k} - \sin(\theta_a) \hat{i}) \end{aligned}$$

Reescribiendo esta ecuación de manera matricial distinguiendo entre eje X y eje Z, se obtienen las siguientes componentes de velocidad para el centro de gravedad del brazo:

$$\begin{bmatrix} v_{gax} \\ v_{gaz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_s \end{bmatrix} + L_{ap} \cdot \dot{\theta}_a \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\theta_a) \\ \cos(\theta_a) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Se realiza el mismo procedimiento para la velocidad del centro de gravedad del antebrazo ($\overrightarrow{v_{gf}}$), basándose el cálculo ahora en la velocidad angular de éste ($\overrightarrow{w_b}$) y en la velocidad lineal del codo ($\overrightarrow{v_B}$). Esta última debe calcularse antes utilizando la ecuación (5), pero sustituyendo L_{ap} , por la longitud total del brazo.

$$\overrightarrow{v_B} = v_{Bx} \hat{i} + v_{Bz} \hat{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_s \end{bmatrix} + L_a \cdot \dot{\theta}_a \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\theta_a) \\ \cos(\theta_a) \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{v_{gf}} = \overrightarrow{v_B} + \overrightarrow{w_b} \times \overrightarrow{U_{Bga}}$$

$$\overrightarrow{w_b} = \dot{\theta}_b \hat{j}$$

$$\overrightarrow{U_{Bga}} = L_{fp} \cdot \cos(\theta_b) \hat{i} + L_{fp} \cdot \sin(\theta_b) \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_{gf}} &= v_{Bx} \hat{i} + v_{Bz} \hat{k} + \dot{\theta}_b \hat{j} \times (L_{fp} \cdot \cos(\theta_b) \hat{i} + L_{fp} \cdot \sin(\theta_b) \hat{k}) \\ &= v_{Bx} \hat{i} + v_{Bz} \hat{k} + L_{fp} \cdot \dot{\theta}_b \cdot (\cos(\theta_b) \hat{k} - \sin(\theta_b) \hat{i}) \end{aligned}$$

Distinguiendo entre eje X y eje Z, se obtienen las siguientes componentes de velocidad para el centro de gravedad del antebrazo:

$$\begin{bmatrix} v_{gfx} \\ v_{g fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{Bx} \\ v_{Bz} \end{bmatrix} + L_{fp} \cdot \dot{\theta}_b \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\theta_b) \\ \cos(\theta_b) \end{bmatrix}$$

Introduciendo los distintos valores en sus correspondientes ecuaciones, se obtienen las soluciones al problema velocidad del modelo durante el tiempo de la fase concéntrica del ejercicio.

Una vez calculadas las velocidades de estos dos puntos, se procede a calcular sus aceleraciones haciendo uso de la ecuación (4).

El cálculo de la aceleración del centro de gravedad del brazo se basará en la aceleración lineal del punto A (\vec{a}_s) y en la aceleración y velocidad angular del brazo ($\vec{w}_a, \dot{\vec{w}}_a$).

$$\vec{a}_{ga} = \vec{a}_s + \dot{\vec{w}}_a \times \overrightarrow{ACG_a} + \vec{w}_a \times (\vec{w}_a \times \overrightarrow{ACG_a})$$

$$\vec{a}_s = a_{sz} \hat{k}$$

$$\vec{w}_a = \dot{\theta}_a \hat{j}$$

$$\dot{\vec{w}}_a = \ddot{\theta}_a \hat{j}$$

$$\overrightarrow{ACG_a} = L_{ap} \cdot (\cos \theta_a \hat{i} + \sin \theta_a \hat{k})$$

$$\vec{a}_{ga} = a_{sz} \hat{k} + \ddot{\theta}_a \hat{j} \times [L_{ap} \cdot (\cos \theta_a \hat{i} + \sin \theta_a \hat{k})] + \dot{\theta}_a \hat{j} \times [\dot{\theta}_a \hat{j} \times (L_{ap} \cdot (\cos \theta_a \hat{i} + \sin \theta_a \hat{k}))]$$

$$\begin{bmatrix} a_{gax} \\ a_{gaz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{sz} \end{bmatrix} + \ddot{\theta}_a \cdot L_{ap} \cdot \begin{bmatrix} -\sin \theta_a \\ \cos \theta_a \end{bmatrix} - L_{ap} \cdot \dot{\theta}_a^2 \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_a \\ \sin \theta_a \end{bmatrix}$$

La aceleración en X será:

$$a_{gax} = -\ddot{\theta}_a \cdot L_{ap} \cdot \sin \theta_a - L_{ap} \cdot \dot{\theta}_a^2 \cdot \cos \theta_a$$

La aceleración en Z será:

$$a_{gaz} = a_{sz} + \ddot{\theta}_a \cdot L_{ap} \cdot \cos \theta_a - L_{ap} \cdot \dot{\theta}_a^2 \cdot \sin \theta_a$$

Al igual que en las velocidades, necesita calcularse la aceleración del codo antes que la del centro de gravedad del antebrazo. Ésta tiene las mismas ecuaciones que la aceleración del centro de gravedad del brazo pero para una longitud de L_a , en vez de L_{ap} :

La aceleración en X será:

$$a_{bx} = -\ddot{\theta}_a \cdot L_a \cdot \sin \theta_a - L_a \cdot \dot{\theta}_a^2 \cdot \cos \theta_a$$

La aceleración en Z será:

$$a_{bz} = a_{sz} + \ddot{\theta}_a \cdot L_a \cdot \cos \theta_a - L_a \cdot \dot{\theta}_a^2 \cdot \sin \theta_a$$

Se obtienen las siguientes ecuaciones para el centro de gravedad del antebrazo, en las que se necesita la aceleración lineal del punto B ($\overline{a_B}$) y la aceleración y velocidad angular del antebrazo ($\overline{\dot{w}_b}, \overline{w_b}$):

$$\overline{a_{gf}} = \overline{a_B} + \overline{\dot{w}_b} \times \overline{BCG_f} + \overline{w_b} \times (\overline{w_b} \times \overline{BCG_f})$$

$$\overline{a_B} = a_{bx}\hat{i} + a_{bz}\hat{k}$$

$$\overline{w_b} = \dot{\theta}_b\hat{j}$$

$$\overline{\dot{w}_b} = \ddot{\theta}_b\hat{j}$$

$$\overline{BCG_f} = L_{fp} \cdot (\cos \theta_b \hat{i} + \sin \theta_b \hat{k})$$

$$\overline{a_{gf}} = (a_{bx}\hat{i} + a_{bz}\hat{k}) + \ddot{\theta}_b\hat{j} \times [L_{fp} \cdot (\cos \theta_b \hat{i} + \sin \theta_b \hat{k})] + \dot{\theta}_b\hat{j} \times [\dot{\theta}_b\hat{j} \times (L_{fp} \cdot (\cos \theta_b \hat{i} + \sin \theta_b \hat{k}))]$$

$$\begin{bmatrix} a_{gfx} \\ a_{g fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{bx} \\ a_{bz} \end{bmatrix} + \ddot{\theta}_b \cdot L_{fp} \cdot \begin{bmatrix} -\sin \theta_b \\ \cos \theta_b \end{bmatrix} - L_{fp} \cdot \dot{\theta}_b^2 \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_b \\ \sin \theta_b \end{bmatrix}$$

La aceleración en X será:

$$a_{gfx} = a_{bx} - \ddot{\theta}_b \cdot L_{fp} \cdot \sin \theta_b - L_{fp} \cdot \dot{\theta}_b^2 \cdot \cos \theta_b$$

La aceleración en Z será:

$$a_{g fz} = a_{bz} + \ddot{\theta}_b \cdot L_{fp} \cdot \cos \theta_b - L_{fp} \cdot \dot{\theta}_b^2 \cdot \sin \theta_b$$

Introduciendo los valores que se corresponden en cada ecuación, se resuelve el problema de la aceleración del modelo desarrollado. Y por ello, se resuelve el análisis cinemático.

3.7 Dinámica

3.7.1 Tipos de fuerzas

Antes de comenzar con el análisis dinámico o cinético, es conveniente conocer los tipos de fuerzas que pueden darse en un mecanismo, pudiéndose diferenciar dos tipos: fuerzas internas y fuerzas externas.

Las fuerzas externas son aquellas que no son ni de inercia ni de articulación, como pueden ser las fuerzas de un resorte, el par de un motor, la fuerza de gravedad...

Las internas son aquellas que impiden el movimiento relativo entre las distintas partículas del sólido rígido y pueden dividirse en fuerzas de inercia y fuerzas de articulación.

Las fuerzas de articulación surgen como resultado de la conectividad entre los diferentes eslabones que forman el mecanismo. Son fuerzas de reacción que suelen denominarse también fuerzas internas o fuerzas de restricción. Las fuerzas de reacción que actúan en las articulaciones cumplen la tercera Ley de Newton (principio de acción y reacción), es decir, son para cada uno de los eslabones que confluyen en él de misma magnitud y llevan la dirección de la recta que las une, pero de signos contrarios.

Las fuerzas de inercia son aquellas de las que ya se ha hablado anteriormente en este proyecto. Puede definirse la inercia como la propiedad que posee un cuerpo a resistir un esfuerzo que le haga cambiar su movimiento. Las fuerzas de inercia son dependientes de la masa, de la forma que tiene el cuerpo, de su velocidad y su aceleración. Cuando un cuerpo se encuentra en reposo, las fuerzas de inercia son nulas, ya que no existe cambio de movimiento. Sin embargo, si presentan movimientos acelerados, como ocurre en el ejercicio de press de banca, aparecerán en él esfuerzos de inercia.

Los esfuerzos de inercia se calculan desde el centro de masa del eslabón y se componen de fuerzas de inercia o fuerzas efectivas y pares de inercia o pares efectivos. Estos esfuerzos poseen la misma dirección que las aceleraciones que lo crean, pero en sentido contrario (Figura 3-11).

$$\vec{F}_i = -m_i \cdot \vec{a}_{gi}$$

$$\vec{M}_i = -I_g \cdot \vec{\alpha}_i$$

Siendo I_g el momento de inercia del cuerpo.

Para el cálculo de los momentos de inercia de los eslabones respecto al centro de gravedad, se utiliza la ecuación que relaciona el radio de giro sobre el centro de gravedad del eslabón y la masa del mismo:

$$I_{cg} = M_{eslabon} \cdot L_{cg}^2$$

Siendo por tanto para el brazo (I_a) y el antebrazo (I_f):

$$I_a = M_a \cdot L_{ar}^2$$

$$I_f = M_f \cdot L_{fr}^2$$

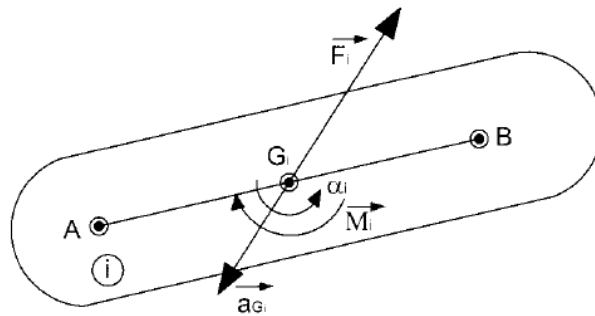


Figura 3-11. Representación de las fuerzas de inercia de un eslabón.

Para el modelo desarrollado en sistemas con carga inercial, hay que considerar tanto las fuerzas de inercia del brazo y del antebrazo, como las fuerzas de inercia de la masa a levantar, que será la que mayor componente inercial tenga de todas. Sin embargo, cuando el modelo se simule en sistemas no inerciales, las únicas fuerzas inerciales a considerar serán las de cuerpo humano. En ambos casos, tanto la fuerza inercial de la muñeca como la del hombro se considerarán despreciables debido a sus bajas masas.

3.7.2 Análisis dinámico inverso

Llegados a este punto, se procede al cálculo de las curvas en las que se centra este proyecto: el par y la fuerza ejercidos por el hombro durante la fase concéntrica del ejercicio. Para ello debe realizarse un análisis dinámico inverso.

Un análisis dinámico inverso es aquel mediante el cual se quieren obtener las reacciones en los pares cinemáticos y las fuerzas o torques motrices del mecanismo necesarios para su completo movimiento. Para poder obtener dichas magnitudes es necesario conocer la geometría del mecanismo, las propiedades másicas e inerciales de los eslabones y las variables de entrada (posición) y sus primera y segunda derivadas (velocidad y aceleración).

Para la resolución de dicho análisis, se utiliza como método el de Newton-Euler.

En primer lugar, se dibujan los diagramas de sólido rígido para cada uno de los eslabones del sistema, teniendo en cuenta la aplicación de la tercera Ley de Newton, es decir, las reacciones en los dos elementos de los pares cinemáticos (articulaciones) son iguales y de sentidos contrarios.

Tras esto se desarrollan las ecuaciones dinámicas de equilibrio estático por separado para cada uno de los eslabones que componen el sistema completo. Dado que se trabaja en el plano XZ, para cada uno de los cuerpos se obtendrán las siguientes tres ecuaciones: sumatoria de fuerzas en el eje X igual a cero, sumatoria de fuerzas en el eje Z igual a cero y sumatoria de momentos respecto al eje Y igual a cero.

A partir de éstas se obtendrá un sistema de ecuaciones, en el que las ecuaciones son funciones explícitas de las fuerzas de reacción conjunta.

El análisis se realizará para un valor de masa a elevar (M) de 44 kg, ya que este es el valor que se corresponde con la masa elevada en la gráfica de la Figura 3-7 de donde se han obtenido los valores de entrada. Dado que el modelo está desarrollado imponiendo simetría, la masa correspondiente a simular será la mitad de la total (22 kg).

Se distinguen los cálculos para el sistema de carga inercial (máquina guiada con barra y discos) y para el sistema de carga no inercial (máquina que incorpora un mecanismo de fuerza constante).

- **Sistema de carga inercial**

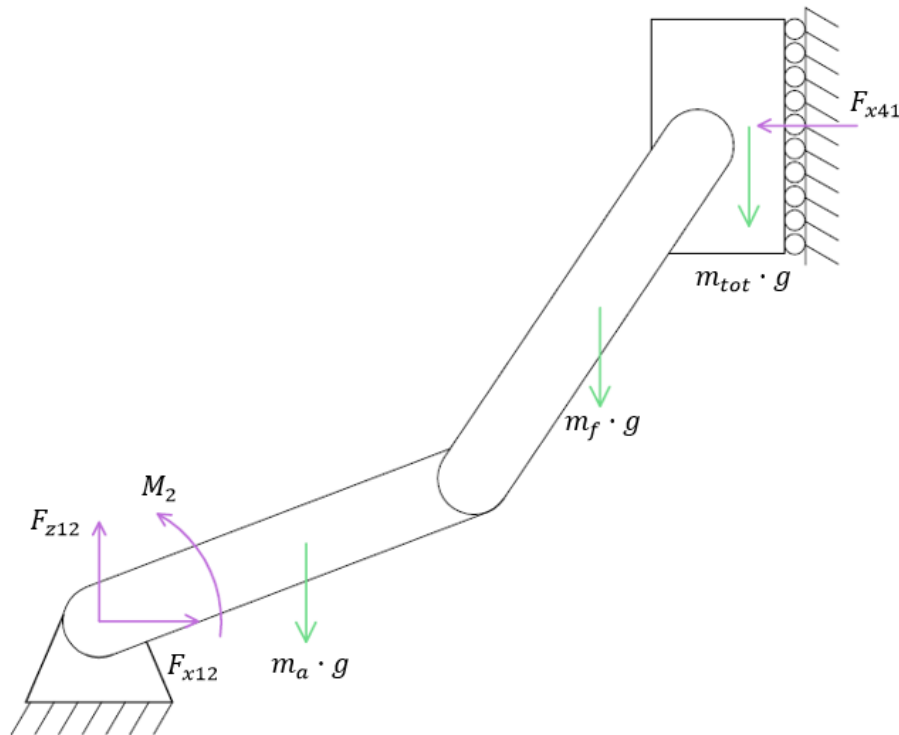


Figura 3-12. Diagrama de fuerzas exteriores del modelo desarrollado para sistema inercial.

— Equilibrio estático en el hombro:

Dado que se considera despreciable la masa del hombro por tener un valor muy pequeño, las ecuaciones de este eslabón no son necesarias para el análisis dinámico.

— Equilibrio estático en el brazo:

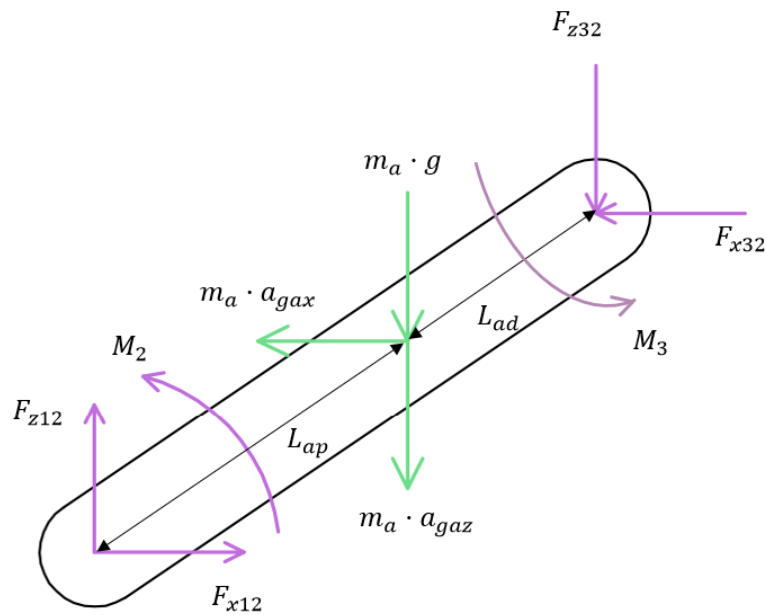


Figura 3-13. Diagrama del sólido libre del brazo.

Cuyas ecuaciones de equilibrio estático son:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{x12} - F_{x32} = M_a \cdot a_{gax}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{z12} - F_{z32} = M_a \cdot a_{gaz} + M_a \cdot g$$

$$\sum M = 0 \rightarrow F_{x12} \cdot L_{ap} \cdot \sin \theta_a + F_{x23} \cdot L_{ad} \cdot \sin \theta_a - F_{z12} \cdot L_{ap} \cdot \cos \theta_a - F_{z23} \cdot L_{ad} \cdot \cos \theta_a + M_2 - M_3 = I_a \cdot \ddot{\theta}_a$$

(Tomando momentos desde el centro de gravedad del brazo)

Donde las fuerzas 12 son las del hombro, las fuerzas 32 son las del codo, y M_2 y M_3 son respectivamente el par del hombro y el par del codo.

— Equilibrio estático en el antebrazo:

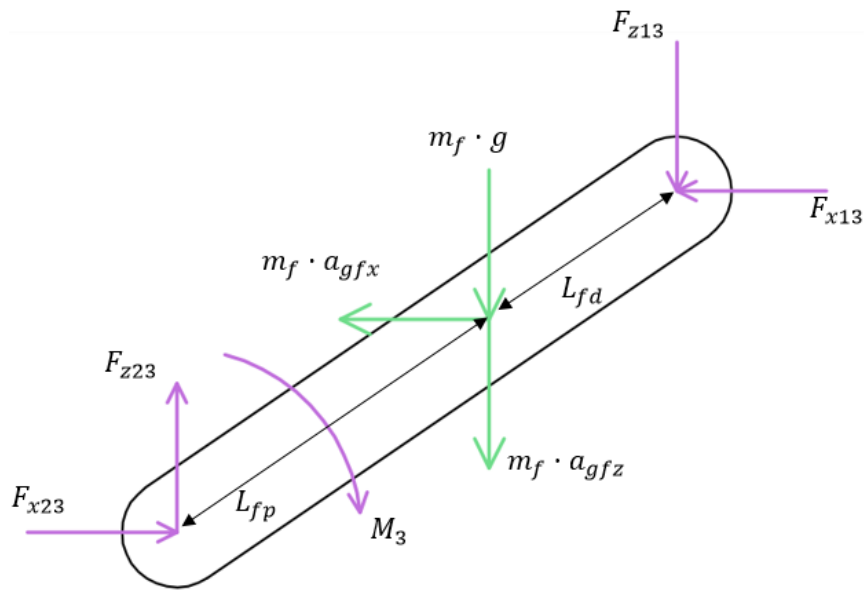


Figura 3-14. Diagrama del sólido libre del antebrazo

Cuyas ecuaciones de equilibrio estático son:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{x23} - F_{x13} = M_f \cdot a_{gfx}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{z23} - F_{z13} = M_f \cdot a_{gfz} + M_f \cdot g$$

$$\sum M = 0 \rightarrow F_{x23} \cdot L_{fp} \cdot \sin \theta_b + F_{x13} \cdot L_{fd} \cdot \sin \theta_b - F_{z23} \cdot L_{fd} \cdot \cos \theta_b - F_{z13} \cdot L_{fp} \cdot \cos \theta_b - M_3 = I_f \cdot \ddot{\theta}_b$$

(Tomando momentos desde el centro de gravedad del antebrazo)

Donde las fuerzas 23 son las mismas que las fuerzas 32 (las del codo), las fuerzas 13 son las de la muñeca, y M_3 sigue siendo el par del codo.

— Equilibrio estático en la corredera:

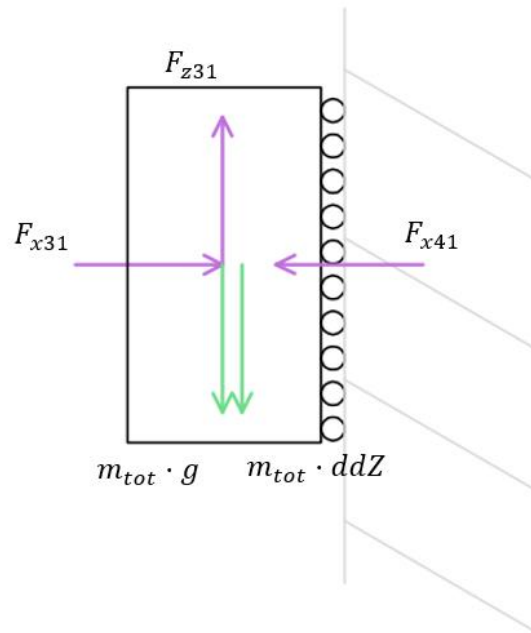


Figura 3-15. Diagrama del sólido libre de la corredera para carga inercial.

Cuyas ecuaciones son:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{x31} = F_{x41}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{z31} = M_{tot} \cdot g + M_{tot} \cdot ddZ$$

Donde ddZ es la aceleración lineal de la muñeca, las fuerzas 31 son las mismas que las 13 (las de la muñeca), y M_{tot} es:

$$M_{tot} = \frac{M}{2} + M_h$$

En este caso, no se hace uso de la tercera ecuación del equilibrio estático, ya que todas las fuerzas pasan por el mismo punto y no existen por ello momentos.

Las condiciones mecánicas del mecanismo estudiado conducen a un total de ocho ecuaciones lineales con nueve incógnitas, siendo siete de ellas las fuerzas de reacción de las articulaciones y las otras dos los pares del hombro y el codo.

De las ocho ecuaciones, la correspondiente con el equilibrio en X de la muñeca, no va a incluirse en el sistema de resolución, ya que al tener el valor de F_{x31} se tendrá automáticamente el de F_{x41} , pues esta última no está relacionada con ningún otro parámetro.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Por lo que se tienen finalmente siete ecuaciones y ocho incógnitas. Al tener un número de ecuaciones menor al número de incógnitas, no puede solucionarse el análisis. La existencia de un mayor número de incógnitas es debida a que biomecánicamente durante el ejercicio de press de banca, tanto el codo como el hombro ejercen par para poder elevar la carga, sin embargo, mecánicamente, este sistema o mecanismo es altamente redundante, ya que se están introduciendo dos pares (o dos motores) cuando en realidad solo haría falta uno de ellos para poder realizar todo el movimiento.

Teniendo en cuenta lo comentado en el Apartado 2.6 y dado que en este momento no se dispone de una ecuación que nos relacione las incógnitas, va a suponerse que todo el trabajo lo realiza el hombro, es decir, que el par del codo es nulo y el levantamiento de la carga se realiza mediante el par del hombro. Esto no será un problema para el posterior análisis del press de banca en sistema de carga inercial y sistema de carga no inercial con MFC, ya que solo analizando el par del hombro se podrán obtener unas diferencias claras entre el uso de un sistema u otro.

Reescribiendo las ecuaciones y escribiéndolas en forma de matriz, añadiendo además la imposición de que el par del codo es nulo, se obtiene la siguiente ecuación matricial:

$$A = x \cdot b$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{ap} \cdot A & -L_{ap} \cdot B & L_{ad} \cdot A & -L_{ad} \cdot B & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{fp} \cdot C & -L_{fp} \cdot D & L_{fd} \cdot C & -L_{fd} \cdot D & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \sin(\theta_a) \quad B = \cos(\theta_a) \quad C = \sin(\theta_b) \quad D = \cos(\theta_b)$$

$$x = \begin{bmatrix} F_{x12} \\ F_{z12} \\ F_{x23} \\ F_{z23} \\ F_{x31} \\ F_{z31} \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} M_a \cdot a_{gax} \\ M_a \cdot a_{gaz} + M_a \cdot g \\ I_a \cdot \ddot{\theta}_a \\ M_f \cdot a_{gfx} \\ M_f \cdot a_{g fz} + M_f \cdot g \\ I_f \cdot \ddot{\theta}_b \\ M_{tot} \cdot g + M_{tot} \cdot ddZ \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$$x = A^{-1} \cdot b$$

Se obtiene, por tanto, los valores de fuerza y par a lo largo de la fase concéntrica cuando se realiza el ejercicio con un sistema inercial.

- **Sistema de carga no inercial con MFC**

Las ecuaciones para el brazo y el antebrazo son las mismas que en el caso anterior, mientras que en las ecuaciones de la muñeca varía ahora que no se tiene en cuenta la componente inercial de la barra y los discos.

— Equilibrio estático en la corredera:

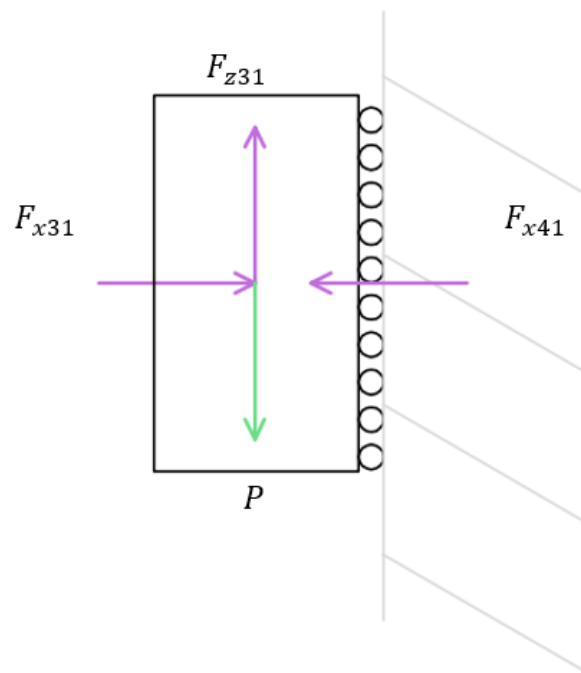


Figura 3-16. Diagrama del sólido libre de la corredera para sistema de carga con mecanismo de fuerza constante

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{x31} = F_{x41}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{z31} = P$$

Donde P es el peso a elevar durante el ejercicio cuando se realiza en sistema no inercial y se representa como una fuerza puntual de valor:

$$P = \frac{M}{2} \cdot g$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Cambiando solo del sistema de ecuaciones matricial la matriz b:

$$b = \begin{bmatrix} M_a \cdot a_{gax} \\ M_a \cdot a_{gaz} + M_a \cdot g \\ I_a \cdot \ddot{\theta}_a \\ M_f \cdot a_{gfx} \\ M_f \cdot a_{g fz} + M_f \cdot g \\ I_f \cdot \ddot{\theta}_b \\ P \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo como antes, se obtienen los valores de fuerza y par a lo largo de la fase concéntrica cuando el ejercicio es realizado con un sistema no inercial que posee un MFC.

3.8 Ecuaciones de modelización del mecanismo de fuerza constante

Para la realización del diseño de una máquina de musculación de press de banca que incorpora un mecanismo de fuerza constante, se establece la utilización del diseño MFC-1 proporcionado por López et al. [14], el cual se encuentra más especificado en el trabajo posterior [44].

En los citados artículos se realiza, para cada uno de los mecanismos, el estudio de la geometría de la curva con la que se consigue fuerza constante mediante las ecuaciones de equilibrio de fuerzas, obteniendo la ecuación que describe la trayectoria del centro del elemento rodante.

Para el MFC-1, aplicando equilibrio de fuerzas en el elemento rodante en una posición cualquiera del mecanismo, despreciando las fuerzas inerciales e incluyendo las de rozamiento, se obtiene:

$$F_K + F_{f1} + F_{f2} \cdot \sin \beta = N_2 \cdot \cos \beta$$

$$N_1 = N_2 \cdot \sin \beta + F_{f2} \cdot \cos \beta$$

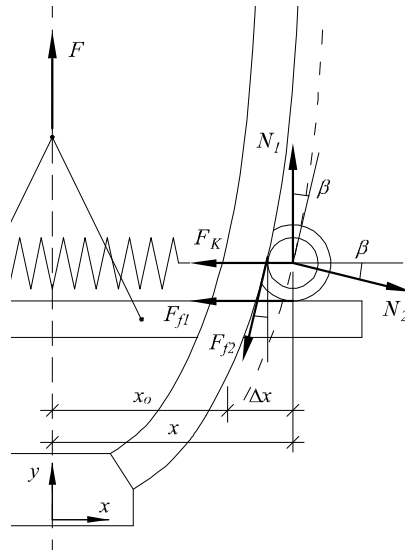


Figura 3-17. Diagrama de fuerzas del mecanismo de fuerza constante MFC-1. [14]

Sabiendo que la fuerza N_1 (fuerza que ejerce el cable sobre el extremo del resorte) es la mitad de la fuerza de accionamiento, que la relación entre la fuerza de rozamiento y la normal a la superficie es el producto de esta última por el coeficiente de rozamiento μ , y además que la fuerza del resorte F_K viene dada por la expresión:

$$F_K = 2 \cdot K \cdot \Delta x$$

Se sustituye esta información en el equilibrio de fuerzas y se obtiene:

$$F = 4 \cdot K \cdot \Delta x \cdot \left(\frac{1 - \mu_2 \tan \beta}{\tan \beta + \mu_2} - \mu_1 \right)^{-1}$$

Por lo que para que sea constante la fuerza debe cumplirse que:

$$\Delta x \cdot \left(\frac{1 - \mu_2 \tan \beta}{\tan \beta + \mu_2} - \mu_1 \right)^{-1} = A \equiv cte$$

Si se considera nulo el rozamiento, la expresión resulta:

$$F_{nom} = 4 \cdot K \cdot \Delta x \cdot \tan \beta \quad (6)$$

$$\tan \beta = dx / dy$$

Lo que quiere decir que para ser constante la fuerza, debe mantenerse constante el producto:

$$\Delta x \cdot \tan \beta = A \equiv cte$$

Por lo que la ecuación de la trayectoria del elemento rodante es la siguiente:

$$y = \frac{2 \cdot x^2 \cdot K}{F_{nom}} \quad (7)$$

Esta ecuación indica que existirán infinitas curvas con las que obtener una fuerza constante, y que ésta dependerá: de la fuerza nominal y de la constante del muelle del mecanismo.

Por otra parte, López et al. [44] también relaciona la fuerza sin fricción y la fuerza con fricción, obteniendo la siguiente relación:

$$\frac{F_{nom}}{F} = \tan \beta \cdot \left(\frac{1 - \mu_2 \cdot \tan \beta}{\tan \beta + \mu_2} - \mu_1 \right)$$

Esta relación se grafica en función de dos parámetros:

- Ángulo beta. Obteniendo que para ángulos pequeños y cercanos a $\pi/2$ la fuerza de rozamiento es muy influyente.

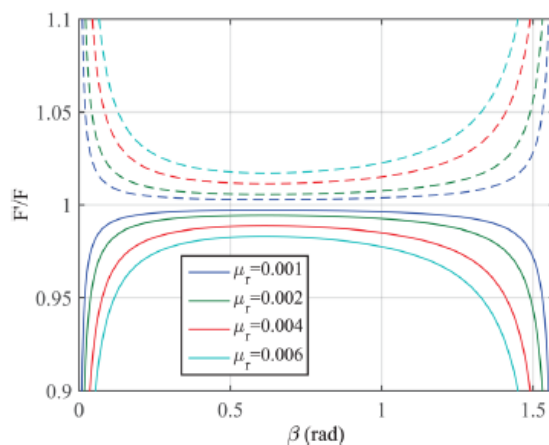


Figura 3-18. Relación de fuerza sin fricción (F) y fuerza con fricción (F') frente a ángulo beta para distintos coeficientes de fricción. En línea continua el movimiento ascendente por la leva del MFC-1. [44]

- Constante de rigidez del resorte. Obteniendo que para constantes de rigidez altas existe una mayor influencia de la fricción.

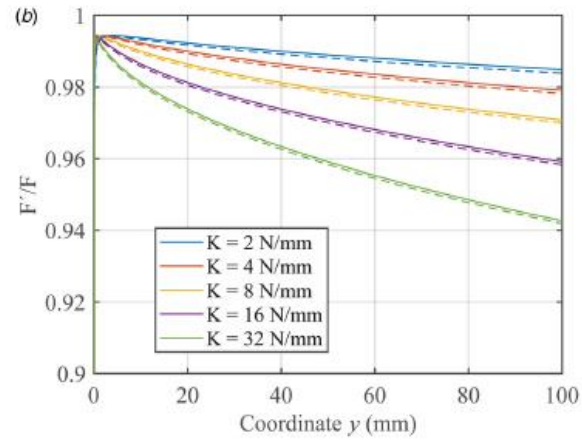


Figura 3-19. Relación de fuerza sin fricción (F) y fuerza con fricción (F') frente a desplazamiento vertical para distintas constantes de rigidez. En línea continua las relacionadas con el MFC-1. [44]

Capítulo 4.

Resultados y discusión

4.1 Análisis dinámico de press de banca con sistemas de carga inercial y no inercial

4.1.1 Curvas de desplazamiento vertical

Como se ha comentado en el Apartado 3.5, la gráfica de altura de la muñeca del modelo creado se ha basado en la curva proporcionada por Rahmani et al. [30]. Para su obtención final se realiza una serie de pasos explicados a continuación.

En primer lugar, se obtiene el valor de aproximadamente unos 50 puntos distintos de la curva del artículo, los cuales se modifican para adaptarse al modelo matemático creado. Tras esto, dichos puntos se grafican mediante MATLAB para poder utilizar la herramienta “Basic fitting”. Con ella, se obtiene un polinomio de grado 7 que se ajusta lo suficientemente bien a la curva.

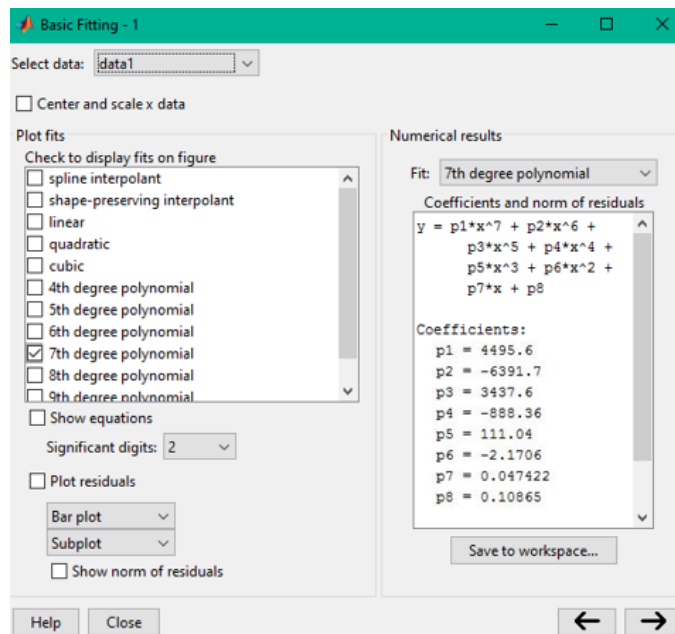


Figura 4-1. Captura de pantalla de la herramienta Basic Fitting.

Una vez realizado esto, dado que los valores de tiempo de los puntos obtenidos no tienen la misma separación unos de otros, se realiza la discretización del vector tiempo obtenido de la gráfica (Figura 3-7), creando un nuevo vector de tiempo con 500 intervalos del mismo valor. Este nuevo vector de valores de tiempo se introduce como valor de x en el polinomio de grado 7, obteniendo así la curva Z definitiva de altura de la muñeca del modelo.

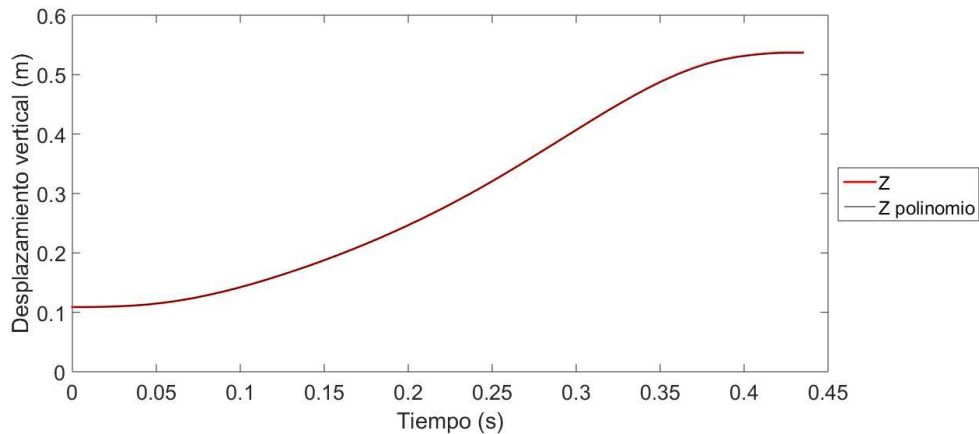


Figura 4-2. Curva de desplazamiento vertical de la muñeca Z.

Con respecto a la altura del hombro, debe realizarse el mismo proceso, sin embargo, durante la realización de la simulación del modelo, la cual se explica posteriormente, se pudo comprobar que los valores de esta altura procedentes de Rahmani et al. [30] no eran válidos.

Se decide, por tanto, no tomar en consideración el movimiento vertical del hombro, no afectando esto a los cálculos, pues simplemente habrá que tomar como nulos los valores de altura del hombro. Esto tampoco afectará a la similitud del modelo con el ejercicio real, ya que el desplazamiento del hombro suele ser pequeño, e incluso existen algunas modalidades de realización de press de banca en las que se intenta bloquear dicho movimiento, es decir, se trata de mantener el hombro siempre a la misma altura evitando lesiones en éste.

4.1.2 Verificación del modelo matemático desarrollado

Una vez realizado todo el desarrollo y el análisis del modelo matemático del ejercicio de press de banca, se procede a su implementación en el software MATLAB, cuyo código puede encontrarse en el Anexo 2 de este proyecto.

Tras esto, el procedimiento a seguir será el de realizar las simulaciones en Simmechanics y comprobar primero que éstas se comportan como el modelo desarrollado, para después comprobar que los valores cinemáticos y los valores cinéticos obtenidos mediante el análisis se corresponden con los valores que proporcionan las simulaciones en Simmechanics.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Inicialmente, para realizar la verificación se ha utilizado el caso de sistema de carga inercial (barras y discos en máquina guiada), en el que se ha introducido como eslabón del mecanismo la barra, a la que se le ha impuesto un valor de masa igual al de M_{tot} . De este modo, las simulaciones tendrán en cuenta en sus cálculos la inercia de la carga a elevar durante el ejercicio.

Las simulaciones de SimMechanics, cuyos diagramas de bloques se encuentran en el Anexo 1 de este proyecto, trabajan como mecanismos y poseen las mismas características que el modelo desarrollado, es decir, poseen el mismo número de grados de libertad, por lo que para poder ejecutarlas y que éstas simulen el modelo, se necesita introducir dos datos de entrada distintos. Estos datos de entrada serán: movimiento angular y movimiento lineal del hombro. El primero se trata de la posición (θ_a), velocidad ($\dot{\theta}_a$) y aceleración ($\ddot{\theta}_a$) angulares del hombro y el segundo de la posición (Z_s), velocidad (dZ_s) y aceleración (ddZ_s) lineales del mismo. Estos datos se corresponden con los calculados analíticamente según los Apartados 3.5 y 3.6, y pueden observarse en las gráficas de la Figura 4-3.

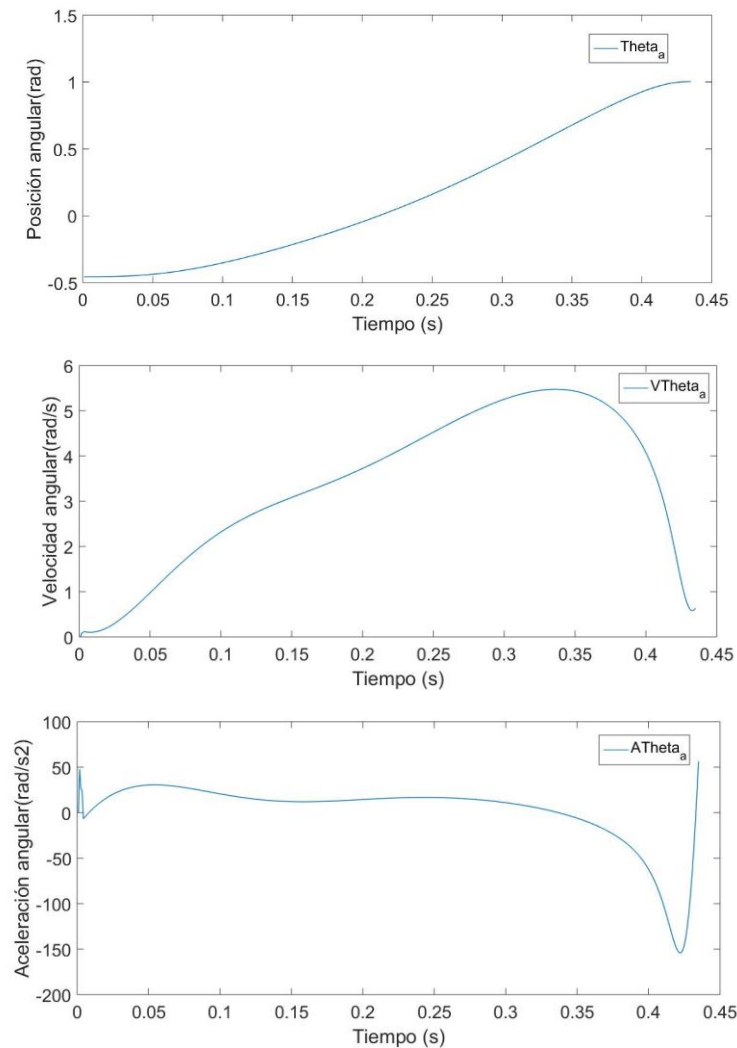


Figura 4-3. Curvas de posición, velocidad y aceleración angulares del ángulo θ_a utilizadas como datos de entrada en las simulaciones realizadas.

Introducidos dichos valores y ejecutadas las dos simulaciones, puede hacerse una primera comprobación para asegurar que las simulaciones se corresponden con el modelo desarrollado. Para ello, se obtiene la posición de la muñeca en cada simulación y se observa que la curva de altura obtenida se corresponde con la curva de altura de la muñeca Z del modelo.

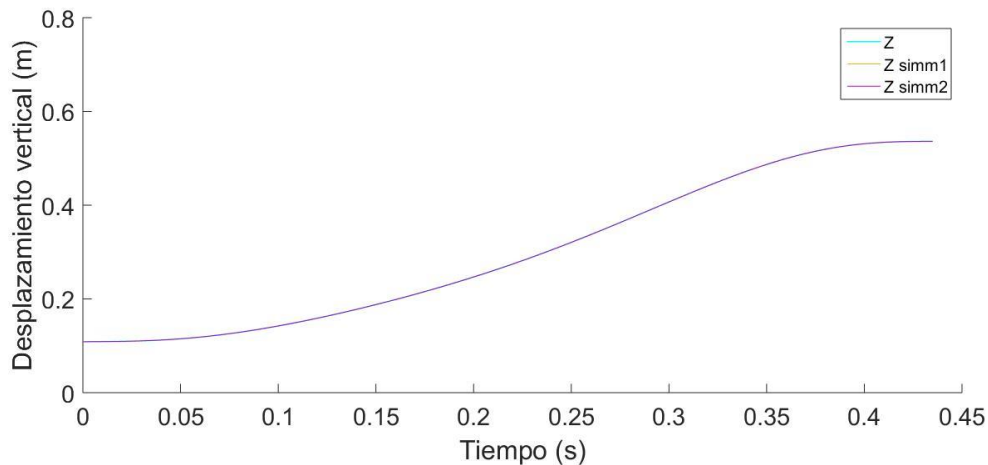


Figura 4-4. Curvas de desplazamiento vertical de la muñeca Z obtenidas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.

Como se observa en la Figura 4-4, las tres curvas se superponen, por lo que se puede afirmar que las simulaciones y el modelo están siendo analizados para el mismo desplazamiento de altura de la muñeca.

Una vez hecha esta comprobación, hay que centrarse en la cinemática. Para ello, se obtienen la velocidad y aceleración lineales en las simulaciones, concretamente las del centro de gravedad del brazo y las del centro de gravedad del antebrazo. Estos valores se comparan con los valores realizados analíticamente, obteniendo las gráficas de aceleración en X y en Z de la Figura 4-5 y Figura 4-6.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

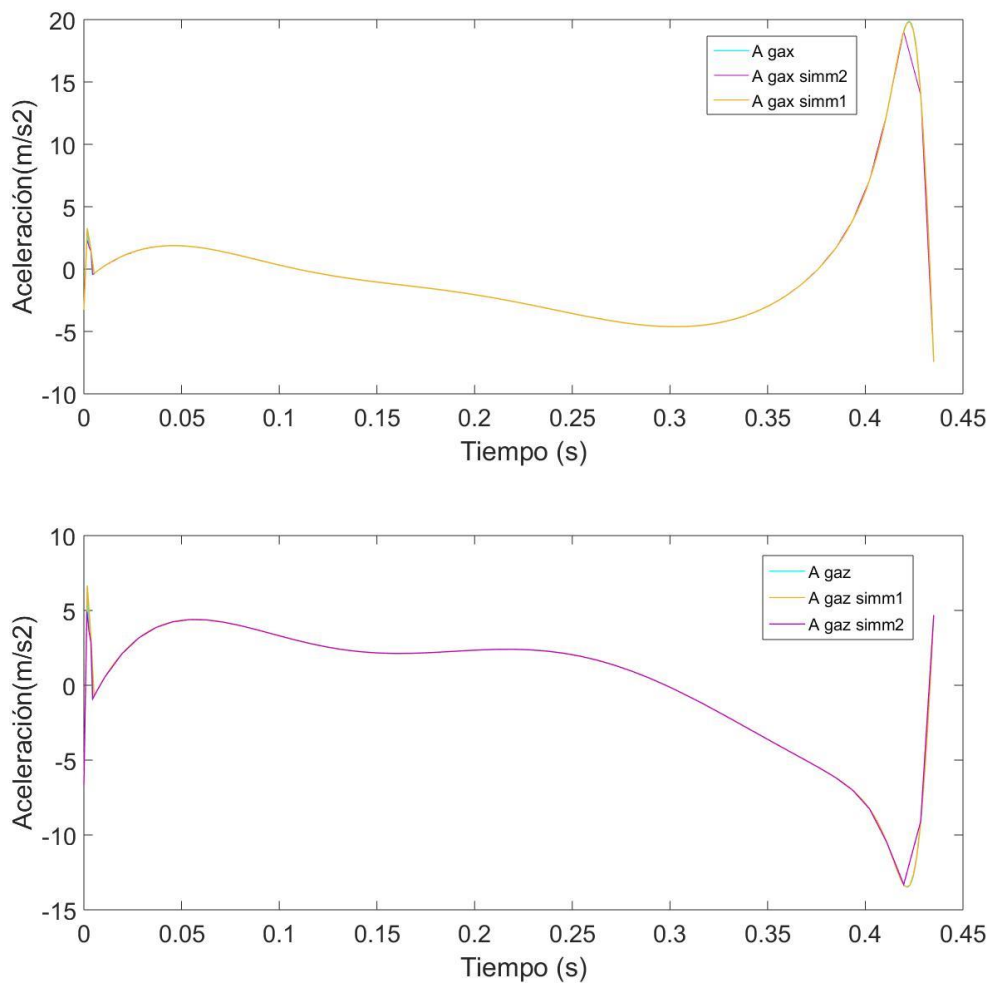


Figura 4-5. Curvas de aceleraciones en eje x (a) y en eje z (b) para el centro de gravedad del brazo, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.

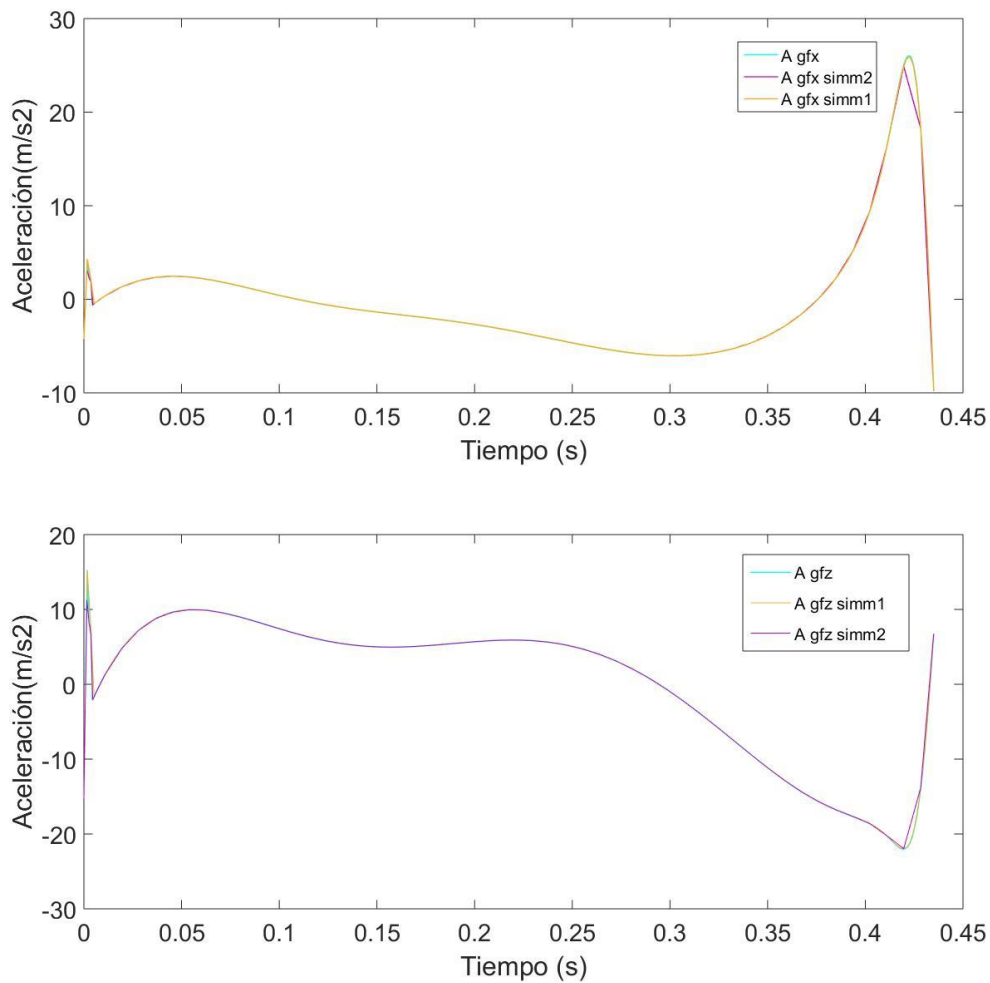


Figura 4-6. Curvas de aceleraciones en eje x (a) y en eje z (b) para el centro de gravedad del antebrazo, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.

Como puede observarse, las curvas de aceleración son las mismas en los tres casos, por lo que las curvas de velocidad de las que provienen también son iguales.

Finalmente, queda comprobar que los valores dinámicos o cinéticos son correctos. Para ello, se obtienen el par y la fuerza en el eje Z de las simulaciones. Estos valores deberán corresponderse con las curvas de fuerza y par obtenidas analíticamente y en las que se centra este trabajo.

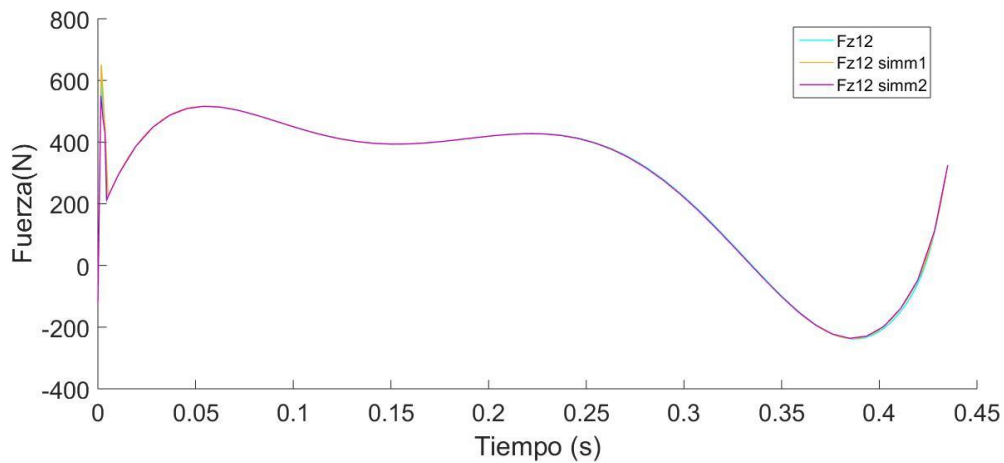


Figura 4-7. Curvas de fuerza ejercida por el hombro en el eje z con sistema de carga inercial, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.

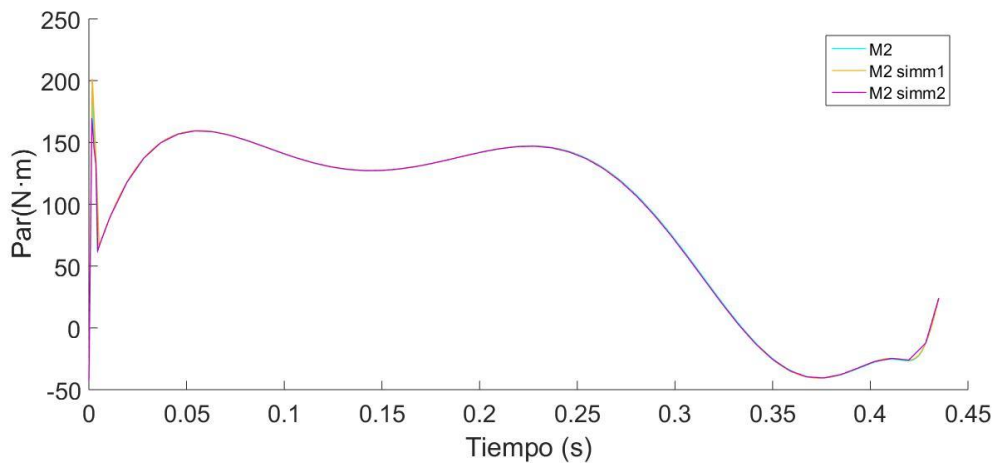


Figura 4-8. Curvas de par ejercido por el hombro en el eje y con sistema de carga inercial, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.

Si se observa la Figura 4-7 y la Figura 4-8, puede afirmarse que los valores tanto de par como de fuerza en el eje Z son los mismos para las simulaciones y para el análisis, concluyendo de este modo con la verificación del análisis realizado, asegurando los resultados obtenidos.

Del mismo modo que se ha realizado esta verificación para el modelo en sistemas de carga inercial, se realiza para el modelo en máquina guiada que incorpora un MFC. En éste se elimina del mecanismo la barra y se introduce una fuerza puntual de valor constante que simule la fuerza ejercida por el MFC, eliminando así la componente inercial de la barra al no existir dicha masa. Los resultados obtenidos en la Figura 4-9 y en la Figura 4-10 demuestran que las simulaciones y el análisis proporcionan los mismos valores, verificando así el análisis de este caso.

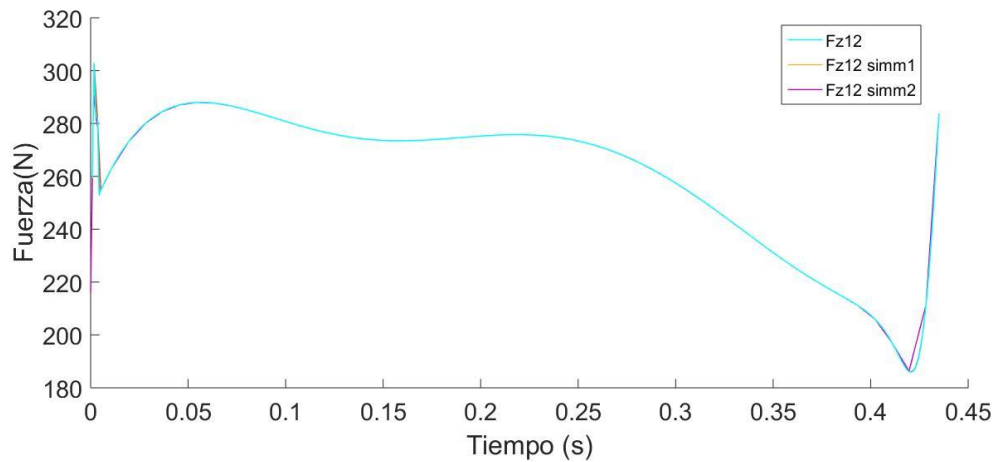


Figura 4-9. Curvas de fuerza ejercida por el hombro en el eje z con MFC, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.

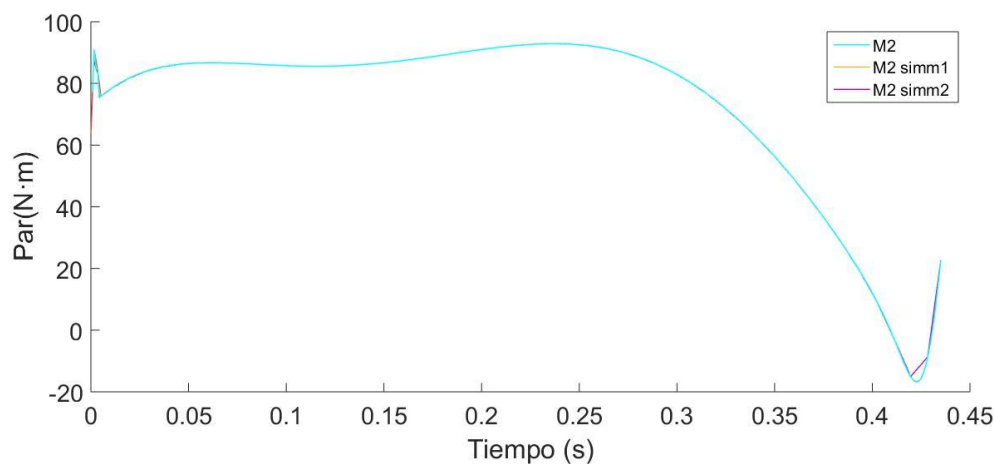


Figura 4-10. Curvas de par ejercido por el hombro en el eje y con MFC, calculadas analíticamente y mediante las 2 simulaciones.

4.1.3 Análisis comparativo

Tras haber verificado el modelo matemático, puede pasarse ahora a realizar la comparación cuando el ejercicio se realiza en sistema de carga inercial (SI) y cuando se realiza en sistema de carga no inercial con un MFC (MFC).

Este análisis comparativo se basará en la comparación de las curvas de par, fuerza y potencia del hombro obtenidas analíticamente frente al porcentaje de desplazamiento de altura de la muñeca para 4 velocidades de ejecución del ejercicio distintas. Dado que solo se tiene una curva de velocidad procedente de la curva de altura de la muñeca Z, se establecen las otras 3 a partir

de ésta, multiplicando el tiempo de ejecución por un factor (b). Así, cuando el factor sea mayor que 1, aumentará el tiempo de ejecución y disminuirá la velocidad de ejecución, mientras que, si es utilizado un factor menor de 1, el tiempo disminuirá y aumentará la velocidad de ejecución. Las velocidades de ejecución utilizadas no son arbitrarias, ya que se han obtenido teniendo en cuenta las velocidades de estudios reales, como por ejemplo el realizado por Michel-Frost et al. [28].

Para cada una de las magnitudes a comparar, se dispondrá de una tabla en la que se recogen los valores estadísticos que se consideran más relevantes, siendo estos: valor máximo, valor mínimo y valor medio de cada curva. Cabe destacar que para la obtención de estos valores se han despreciado los primeros y los últimos 5 puntos de cada gráfica, correspondiéndose estos con un 0.0314% y un 0.0163% respectivamente del desplazamiento total de la muñeca. La eliminación de estos puntos de la gráfica se debe a los valores de la curva de entrada de altura de la muñeca en la simulación, ya que al realizar el cálculo de la velocidad de la muñeca a partir de ésta y representarla, se aprecia la existencia de dos picos, uno al inicio y otro al final, que no se corresponden con la realidad.

Para comprobar la validez de los resultados obtenidos, se compararán con las curvas de fuerza y potencia recogidos en trabajos previos y obtenidas en test de medición [28]. El par, sin embargo, no ha sido estudiado en profundidad anteriormente en la literatura, por lo que no se han encontrado referencias con las que poder comparar los resultados.

4.1.3.1 Curvas de fuerza

En primer lugar, el análisis se centra en la comparación de las fuerzas.

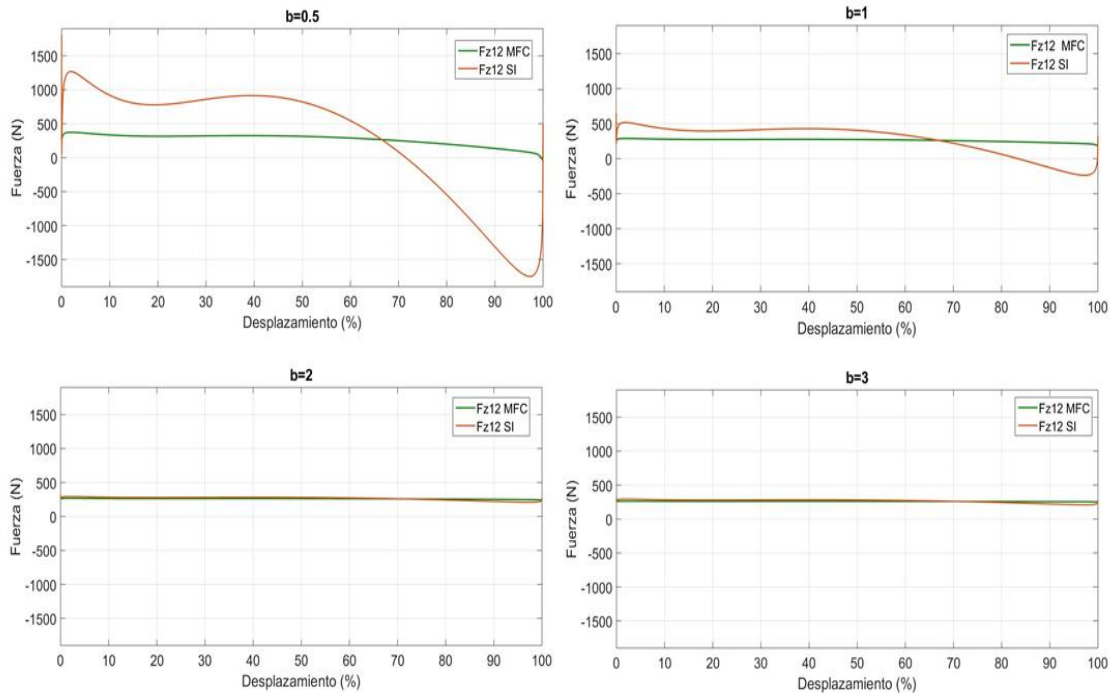


Figura 4-11. Curvas de fuerza ejercida en el eje Z por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC.

En la Figura 4-11 puede observarse el comportamiento de la fuerza en el hombro en la dirección vertical para las 4 velocidades distintas analizadas utilizando la misma escala de valores de fuerza (-2000 N, 2000 N). Realizando con estas curvas un análisis general, se puede confirmar lo que se introdujo en el Apartado 2.5: la curva del MFC (sistema de carga no inercial) mantiene una fuerza casi constante durante todo el ejercicio independientemente de la velocidad de ejecución, mientras que la curva del SI varía a lo largo del recorrido, observándose esta variación con mayor amplitud a velocidades de ejecución altas.

A continuación, se va a realizar un análisis con más detalle de algunas de las curvas obtenidas.

En la Figura 4-12 se pueden observar las curvas de fuerzas que se producen en el hombro cuando se introduce en el análisis un factor b igual a 1, es decir, cuando se introduce sin modificación alguna la curva de altura de la muñeca Z de la Figura 4-2.

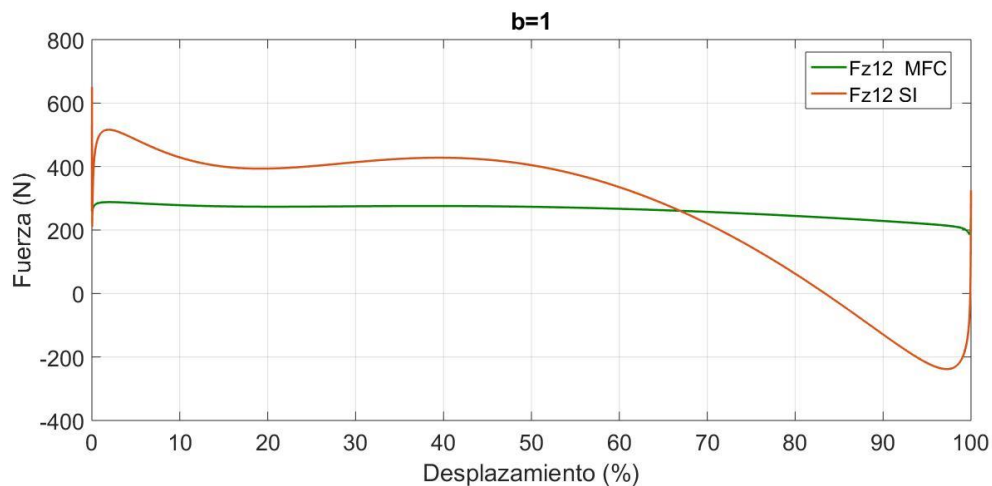


Figura 4-12. Curvas de fuerza ejercida en el eje Z por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC para un factor de $b=1$.

Con esta curva se aprecia claramente la variación que se produce de fuerza en el SI debido a la componente inercial de la carga a elevar, pues se puede observar como la curva de fuerza con el SI posee mayor variación tanto al inicio del movimiento como al final, justo en los instantes en los que se produce una mayor aceleración o desaceleración. Estas variaciones se producen también con el MFC debido a las inercias del brazo y el antebrazo, pero los valores de variación son mucho menores que los producidos en el SI. Para justificar lo dicho, hay que centrarse en los valores obtenidos (Tabla 4-1): en el SI se tiene una diferencia entre el valor máximo y el medio de 251,27 N, y entre el valor mínimo y el medio de 503 N. Mientras que en el MFC la primera diferencia es de 28,19 N y la segunda de 73,93 N. Por lo que como variación total se tiene en el SI un valor de 754,27 N, mientras que en el MFC la diferencia entre el máximo y el mínimo es de 102,12 N. Es decir, la variación en el SI es más de 7 veces la que se produce en el MFC.

Puede observarse como varía la curva de fuerza con la velocidad de ejecución en las gráficas de la Figura 4-13.

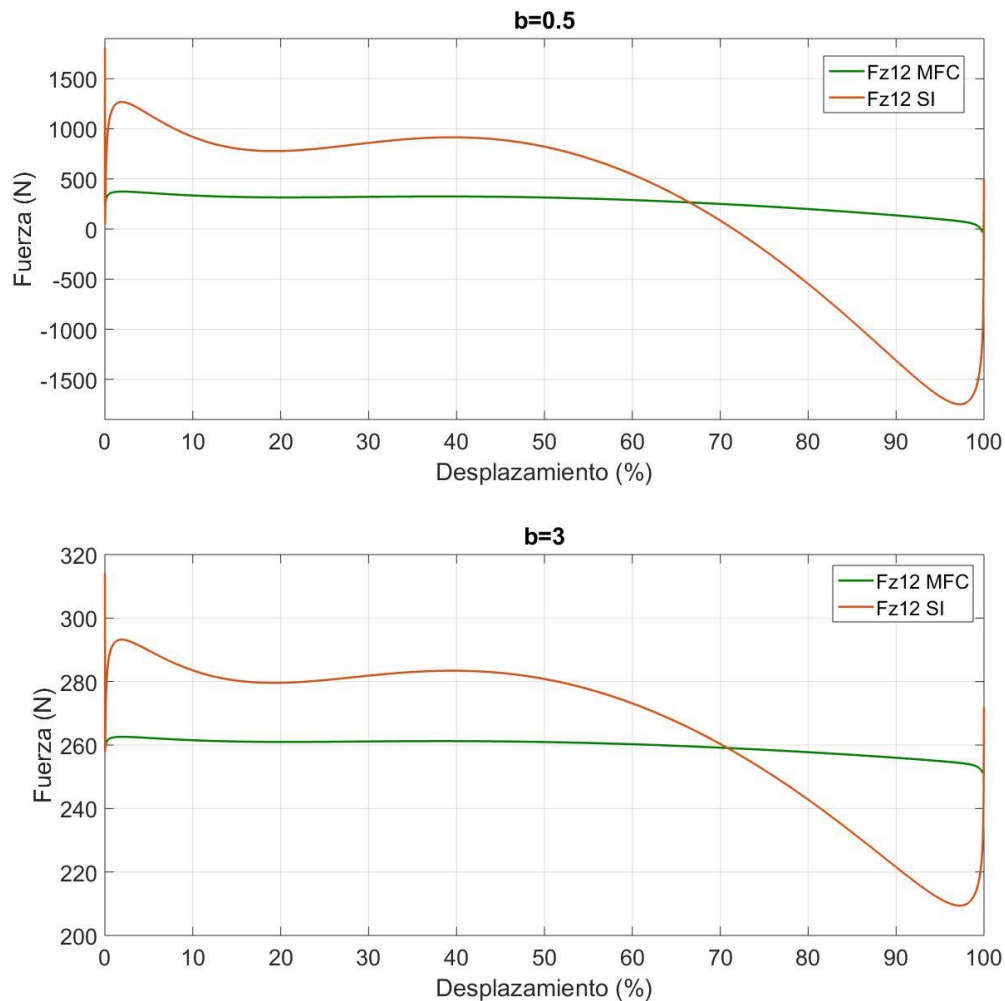


Figura 4-13. Curvas de fuerza ejercida en el eje Z por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC, para un factor de $b=0,5$ en la primera y para un factor de $b=3$ en la segunda.

En la primera de ellas, el ejercicio se realiza a mayor velocidad de ejecución que en la gráfica de la Figura 4-12, lo que implica un aumento de velocidad y aceleración para todos los elementos implicados en el ejercicio. Puede observarse en ambas curvas que se ha producido un aumento de la diferencia entre el valor mínimo y el máximo de fuerza, pasando a ser en el SI de 3017,1 N y en el MFC de 467,73 N, siendo entonces en el SI más de 6 veces mayor la variación. De esta gráfica llama la atención el aumento significativo en los valores máximos que se producen en ambas curvas, ya que, si se comparan con las curvas para factor b igual a 1, puede verse que para el SI la fuerza máxima es más del doble y para el MFC es casi el doble. Este suceso indica que a medida que aumenta la velocidad de ejecución, y con ella las aceleraciones iniciales y finales, aumenta la fuerza máxima en el hombro, siendo más notorio este aumento en el sistema de carga inercial que en el no inercial.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

En la segunda gráfica, la velocidad se reduce un tercio de lo que era en la Figura 4-12, disminuyendo en consecuencia las velocidades y aceleraciones de los elementos implicados en el ejercicio. En ésta se puede ver que se ha producido una gran disminución en cuanto a la diferencia entre los valores extremos (mínimo y máximo) en ambas curvas, siendo ahora: SI 83,83 N y MFC 11,38 N.

Por tanto, se extrae de las distintas gráficas estudiadas, que tanto a velocidades lentas como rápidas la fuerza en el MFC se mantiene más constante que la del SI al no poseer la componente inercial de la carga a elevar; y que además en velocidades de ejecución lentas, las diferencias de fuerza entre los dos sistemas de carga no son muy grandes, mientras que si se realiza el ejercicio a altas velocidades, el SI posee una variación de fuerza elevada y el MFC trata de mantener esa variación lo más baja posible.

Como se ha dicho anteriormente, el sistema de carga con MFC no mantiene constante en su totalidad la fuerza ejercida por el hombro, siendo esto debido a la imposibilidad de eliminación de la componente inercial que posee el cuerpo humano. Esta componente inercial depende principalmente de las aceleraciones que alcancen el brazo y el antebrazo, ya que sus valores de masa son bastante pequeños. Puede verse como afecta esta componente a la fuerza según la velocidad de ejecución del ejercicio en la Figura 4-14.

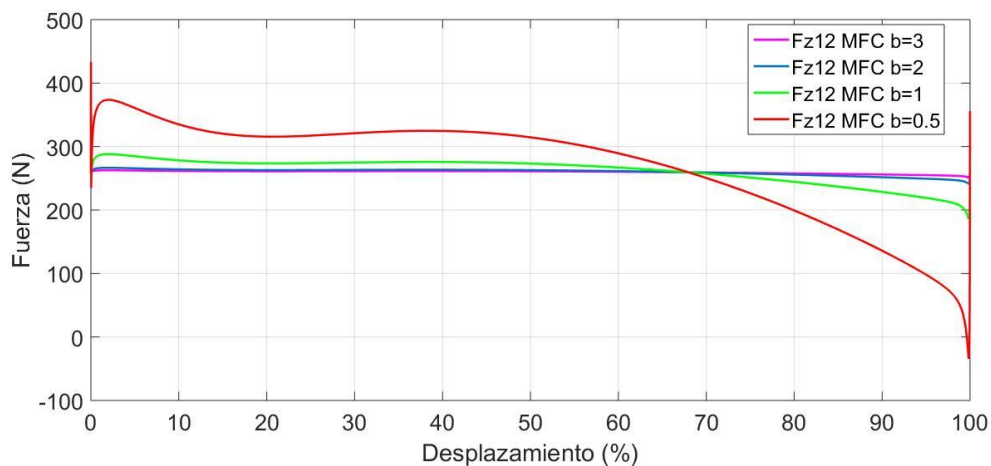


Figura 4-14. Influencia de la inercia en el MFC.

Para finalizar con el análisis de la fuerza, hay que fijarse en la Tabla 4-1. Cabe destacar de los datos de ésta que tanto los valores de fuerza media como los valores de fuerza máxima son mayores para el sistema de carga inercial que para el sistema no inercial con MFC en las 4 velocidades distintas. Aunque también puede observarse que los valores medios para ambos sistemas de carga son muy parecidos, variando entre los 260 N y los 265 N, pudiendo ser por tanto este valor de fuerza el que como media general se da en los hombros cuando se realiza press de banca elevando una carga, inercial o no, de 44 kg. Por otro lado, cabe destacar que los valores de fuerza media del SI aumentan cuando disminuye la velocidad, al contrario de los del MFC, que disminuyen cuando lo hace la velocidad.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Tabla 4-1. Comparación de los valores de fuerza.

b	Tipo de sistema de carga	$V_{media}(m \cdot s^{-1})$	$F_{m\acute{a}x}(N)$	$F_{min}(N)$	$F_{media}(N)$
0.5	SI	2	1268,4	-1748,7	263,33
	MFC		433,27	-34,46	260,86
1	SI	1	516,12	-238,15	264,85
	MFC		287,97	185,85	259,78
2	SI	0,5	328,05	139,48	265,23
	MFC		266,55	241,05	259,51
3	SI	0,33	293,23	209,4	265,30
	MFC		262,59	251,21	259,45

4.1.3.2 Curvas de par

Se pasa ahora a realizar el análisis del par en el hombro para las mismas 4 velocidades, obteniendo las gráficas de la Figura 4-15.

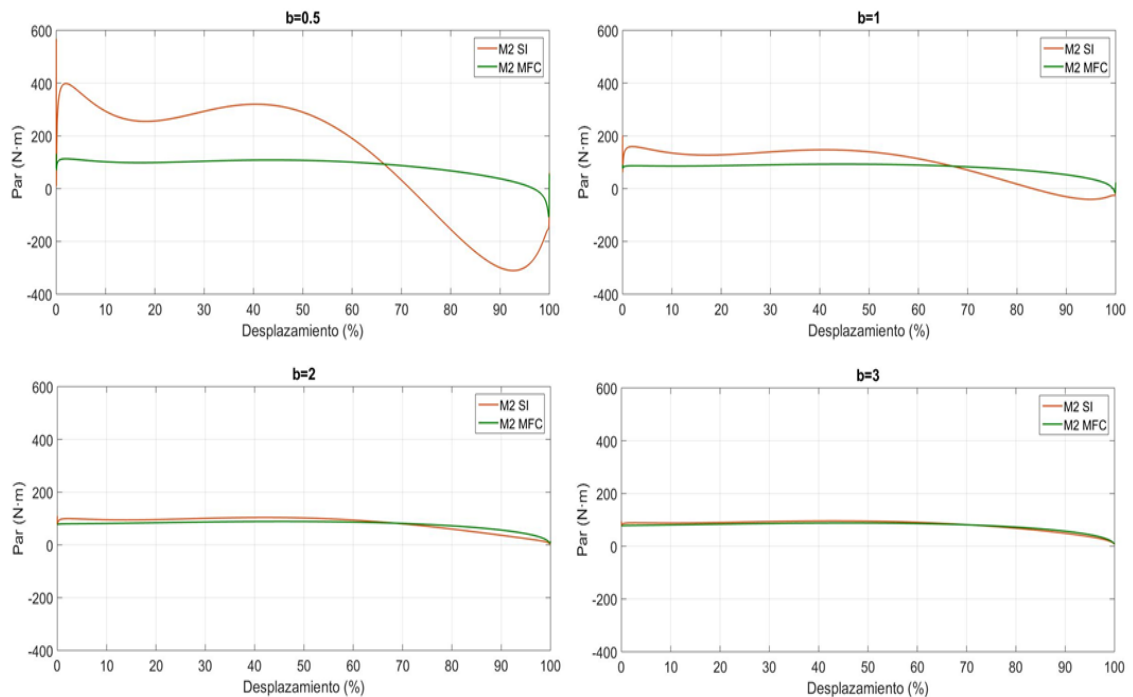


Figura 4-15. Curvas de par ejercido por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC.

Utilizando como base la Figura 4-15 puede hacerse un análisis general del comportamiento del par ejercido por el hombro, afirmando que existe una clara influencia de la inercia. Pues puede observarse como existen variaciones en el par tanto en el sistema de carga inercial como en el sistema de MFC, siendo menores en este último.

Para comprender mejor el comportamiento del par, se analizan con detalle algunas de las gráficas, diferenciando entre velocidades de ejecución alta y ejecución lenta, y se observan los valores obtenidos.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Tabla 4-2. Comparación de los valores de par.

b	Tipo de sistema de carga	$V_{media}(m \cdot s^{-1})$	$M_{m\acute{a}x}(N \cdot m)$	$M_{min}(N \cdot m)$	$M_{media}(N \cdot m)$
0.5	SI	2	398,47	-310,63	134,91
	MFC		113,13	-108,06	75,06
1	SI	1	159,44	-40,56	88,95
	MFC		92,87	-16,8	72,68
2	SI	0,5	104,03	4,04	77,46
	MFC		88,97	5,78	72,09
3	SI	0,33	96,08	9,24	75,34
	MFC		88,25	9,7	71,98

Con respecto a los valores de la Tabla 4-2 para el ejercicio con carga inercial, puede destacarse que, a diferencia de lo que ocurría con la fuerza, los valores medios de par no son similares en las 4 velocidades. Aunque sí puede verse como éste tiende a estabilizarse a medida que disminuye la velocidad de ejecución. Sin embargo, centrándose en el ejercicio realizado con MFC, los valores medios de par sí se comportan como los de fuerza, siendo similares en los 4 casos. Este hecho es importante, ya que implica que cuando se realiza el ejercicio con cargas inerciales y a alta velocidad, el par que ejerce el hombro es muy elevado, siendo casi el doble del que ejercería el hombro si el ejercicio se realizara con el mecanismo de fuerza constante.

Además, puede apreciarse que tanto los valores medios del MFC como la tendencia de los valores medios del SI son de aproximadamente unos 70-75 N·m, pudiendo ser entonces este valor el que se tome como media general del par que ejercen los hombros cuando elevan una carga de 44 kg realizando el ejercicio de press de banca.

A continuación, se representan las curvas de par obtenidas para lo que se considerará alta velocidad: factor b igual a 1 y factor b igual a 0,5.

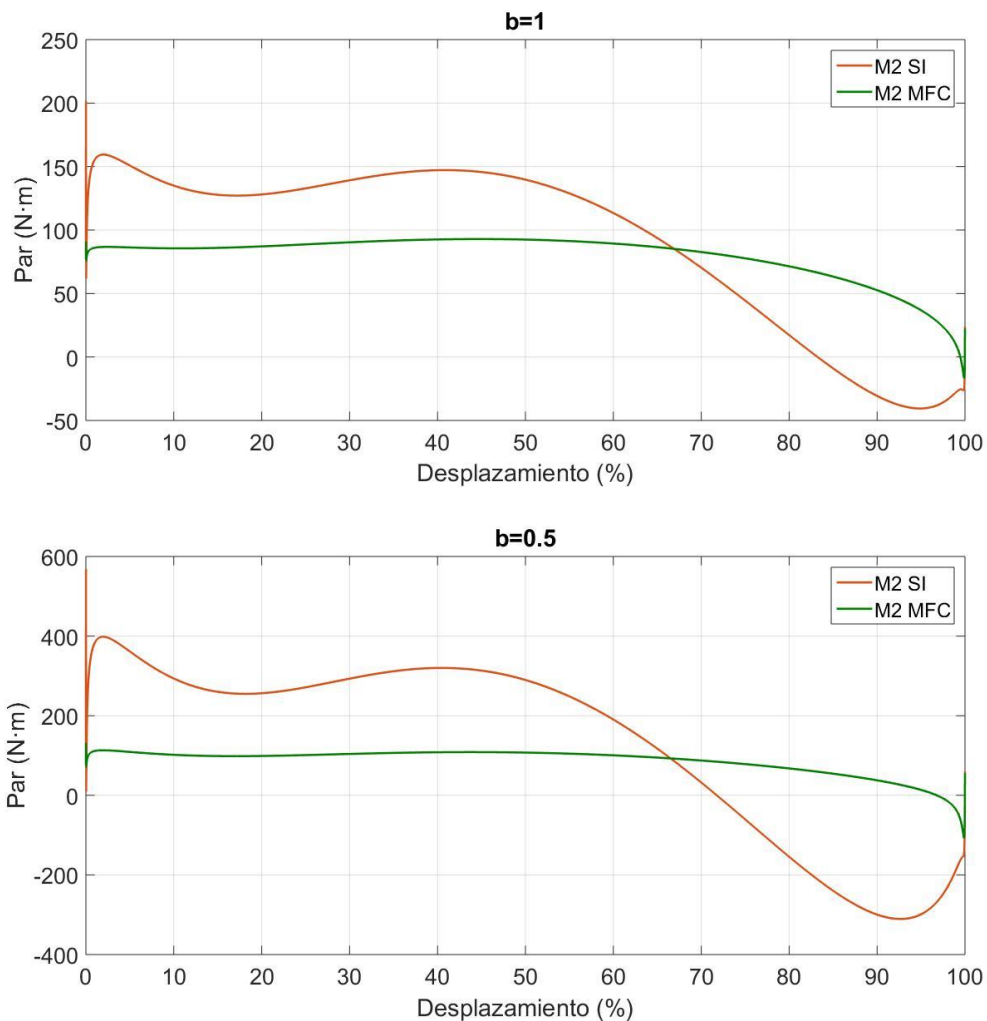


Figura 4-16. Curvas de par ejercido por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC, para un factor de $b=1$ en la primera y para un factor de $b=0,5$ en la segunda.

Como se observa en la Figura 4-16, existe una gran diferencia entre las curvas de par realizadas con SI y las realizadas con MFC a altas velocidades. Por ello, se analiza primero la forma que poseen dichas curvas:

Fijándose en las curvas de par cuando el ejercicio es realizado con un sistema de carga inercial a altas velocidades, se pueden diferenciar principalmente 4 zonas:

1. La primera de ellas se produce en el inicio del movimiento, y es en la cual la curva de par posee una pendiente positiva elevada, alcanzando su valor máximo absoluto para un porcentaje de desplazamiento de la muñeca cercano al 1,5-2%.
2. Tras alcanzar su valor máximo absoluto, la curva desciende hasta un valor mínimo relativo, a partir del cual vuelve a tener pendiente positiva y alcanza un valor máximo relativo.

3. Una vez alcanzado este valor máximo relativo, la curva desciende llegando a tener valores de par negativo hasta que alcanza el valor mínimo absoluto para un porcentaje aproximado del 90-95%.
4. La última zona, comienza en el mínimo absoluto y posee pendiente positiva, haciendo que la curva de par ascienda.

Estas curvas indican que para velocidades altas en ejercicios realizados con SI el hombro necesita ejercer el mayor valor de par al inicio del movimiento y valores de par negativos durante el final de éste. Estos dos instantes se corresponden con las aceleraciones y desaceleraciones que se producen al inicio y final del movimiento, las cuales generan las mayores componentes inerciales. Por lo que puede apreciarse la influencia de la inercia de la carga a elevar en el par, como se hizo anteriormente con la fuerza.

Sin embargo, al centrarse en las mismas curvas, pero para el caso del MFC, puede verse que la curva de par estaría formada por solo 3 zonas:

1. Una zona inicial en la que la curva posee pendiente positiva y en la que se alcanza un máximo, pudiendo ser éste relativo o absoluto.
2. Una segunda zona en la que desciende para volver a ascender y alcanzar otro máximo, que podrá ser relativo o absoluto según el que se de en la primera zona.
3. Y una última zona, en la que la curva desciende hasta alcanzar su valor mínimo absoluto.

Para este caso, la curva indica que se debe ejercer un par prácticamente constante durante todo el ejercicio, salvo al finalizar este, en el que el par disminuye hasta ser cercano a cero cuando los brazos están extendidos.

Se pasa ahora a analizar el par para velocidades lentas, utilizando de ejemplo la gráfica para un factor $b=3$.

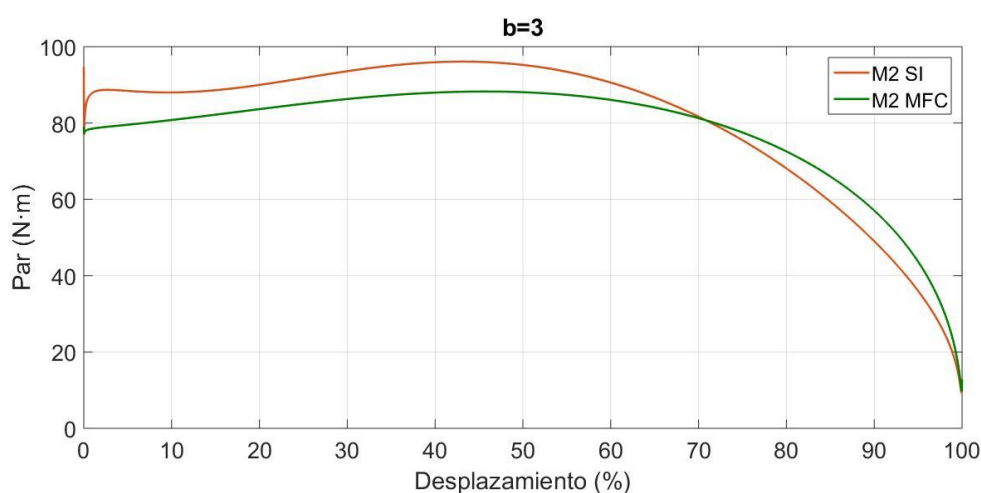


Figura 4-17. Curvas de par ejercido por el hombro en la realización de press de banca con SI y con MFC para un factor de $b=3$.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

A diferencia de lo que ocurría en las curvas de par cuando el ejercicio se realizaba a alta velocidad, cuando se realiza a velocidades lentas no existen tantas diferencias entre los dos sistemas de carga. Como puede observarse en la Figura 4-17, ambas curvas describen casi la misma trayectoria, aunque hay pequeñas diferencias entre una y otra:

- La curva del SI posee ahora una forma que se asemeja más a la curva del MFC para velocidades altas, es decir, que puede dividirse en las tres zonas descritas anteriormente.
- La curva del MFC pasa a tener ahora dos zonas claras: una ascendente desde el inicio hasta el máximo absoluto y una descendente desde el máximo al final del ejercicio.
- Cabe destacar que, aunque ambas curvas son similares, la del MFC mantiene el par que ejerce el hombro durante más tiempo, es decir, el descenso de par se produce a mayores porcentajes de desplazamiento que en el SI, haciendo que el hombro trabaje durante una mayor parte del recorrido del ejercicio.

Por tanto, todas estas curvas analizadas indican que, para velocidades lentas, el par que ejerce el hombro es prácticamente el mismo si se realiza con un sistema de carga inercial o con un sistema de carga no inercial con MFC. Mientras que, para altas velocidades, el par que ejerce el hombro con un sistema de carga inercial es mucho más variable y de mayor valor que el que ejercería con el mecanismo de fuerza constante.

4.1.3.3 Potencia

La potencia del hombro es proporcional a la velocidad angular con la que éste gira, por lo que se calcula la curva de potencia del hombro realizando el producto de la curva de par del hombro por la curva de velocidad angular de éste para cada sistema de carga y para cada velocidad de realización del ejercicio, obteniendo las gráficas de la Figura 4-18.

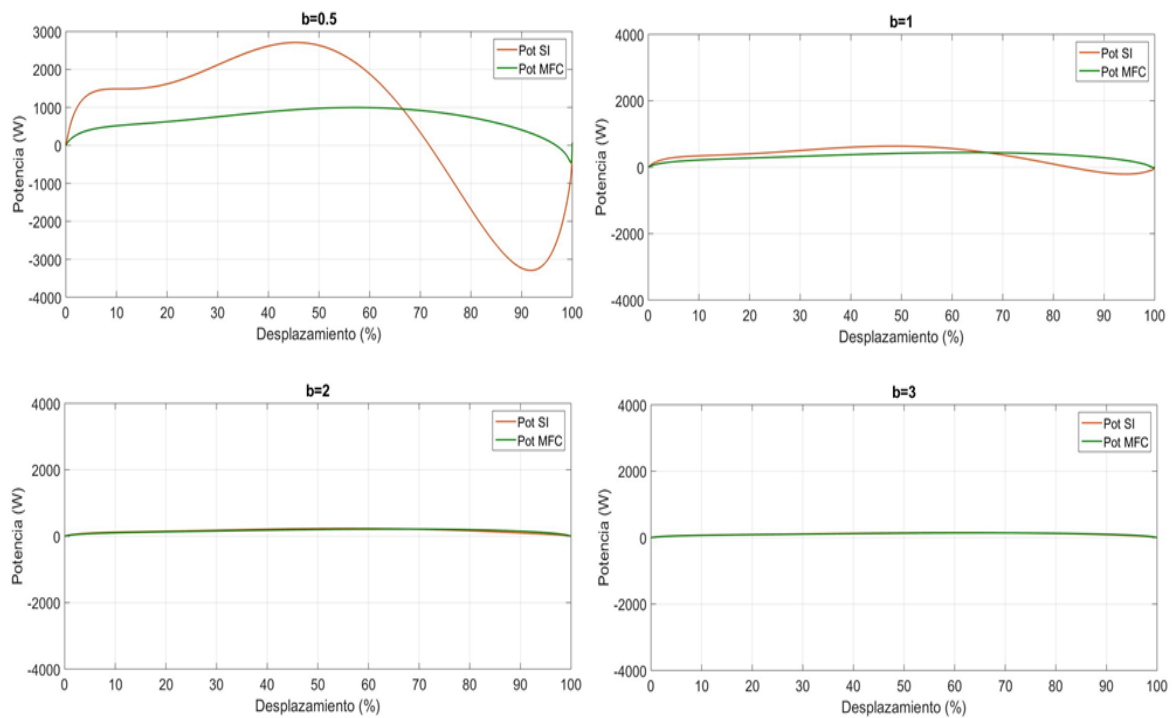


Figura 4-18. Curvas de potencia generada en la realización de press de banca con SI y con MFC.

Como era de esperar, ya que la potencia se ha calculado en base al par ejercido por el hombro, puede verse en la Figura 4-18 que la inercia también influye en la potencia generada durante el ejercicio.

A continuación, se realizará el mismo proceso que el realizado en el análisis de par: análisis de los valores obtenidos y análisis de algunas de las gráficas, diferenciando velocidades altas de velocidades lentas de ejecución.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Los resultados característicos de las curvas obtenidas se recogen en la Tabla 4-3.

Tabla 4-3. Comparación de los valores de potencia.

b	Tipo de sistema de carga	$V_{media}(m \cdot s^{-1})$	$P_{m\acute{a}x}(W)$	$P_{min}(W)$	$P_{media}(W)$
0.5	SI	2	2709,63	-329,97	513,67
	MFC		997,56	-461,58	490,74
1	SI	1	636,12	-208,13	252,06
	MFC		443,24	-30,81	244,75
2	SI	0,5	235,29	2,55	125,43
	MFC		216,01	2,8	122,52
3	SI	0,33	149,36	2,14	83,55
	MFC		143,39	2,13	81,52

Como puede verse en la Tabla 4-3, los valores medios de potencia tanto para el SI como para el MFC disminuyen con la disminución de velocidad de ejecución del ejercicio. Esto es así, ya que al aumentar el tiempo de ejecución y disminuir la velocidad de la muñeca, disminuye también la velocidad angular del hombro, de la cual dependen los datos de potencia calculados. Además, a diferencia de lo que ocurriría con el resto de magnitudes estudiadas, los valores medios de potencia con sistema de carga inercial y con MFC son muy parecidos entre sí en las 4 velocidades de ejecución. Esto es debido a que, aunque existan mayores variaciones en el SI, las variaciones hacia valores mayores se compensan con las variaciones hacia valores menores, consiguiendo un valor medio similar al del MFC. Es también cierto que, en los 4 casos, la potencia media del SI es mayor que la del MFC, y que a velocidades altas la diferencia entre el valor medio del MFC y del SI es algo más elevada.

Con respecto a los valores picos de potencia, es decir, los puntos máximos, se puede apreciar que, para velocidades altas, el SI posee unos valores bastantes más elevados que los correspondientes al MFC, siendo por ejemplo para $b=0.5$ casi el triple. Esta diferencia entre los valores máximos disminuye cuando disminuye la velocidad de ejecución, haciendo que por ejemplo para $b=3$ los valores picos de los dos sistemas de carga sean prácticamente iguales.

A continuación, al igual que se realizó con el par, se realizará el análisis de las curvas de potencia para velocidades altas y posteriormente para velocidades lentas de ejecución.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

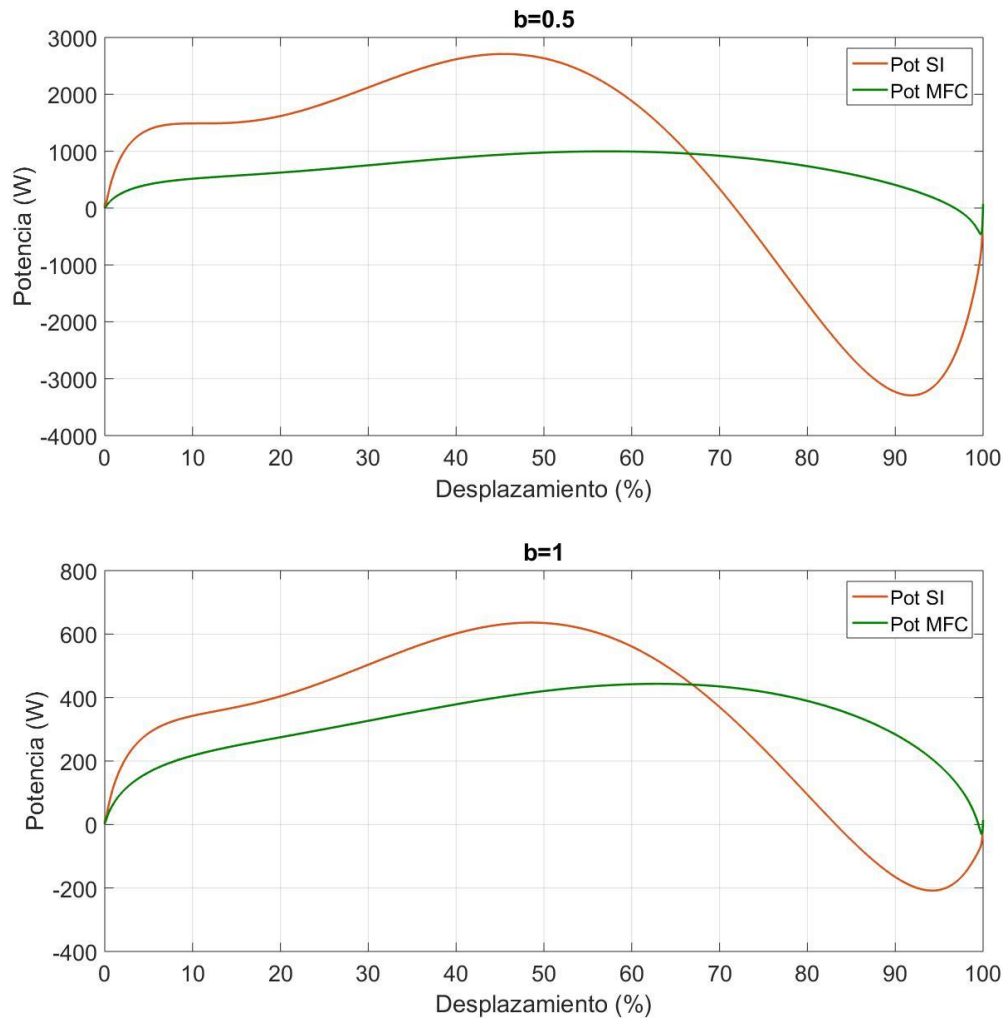


Figura 4-19. Curvas de potencia generada en la realización de press de banca con SI y con MFC, para un factor de $b=1$ en la primera y para un factor de $b=0.5$ en la segunda.

Puede observarse en la Figura 4-19, que las curvas de potencia para altas velocidades y en sistema de carga inercial poseen las mismas 4 zonas de diferenciación que las descritas para la curva de par en el apartado anterior. Mientras que para la curva de potencia del MFC en altas velocidades pueden diferenciarse 3 zonas según el cambio de pendiente de la curva:

1. Zona inicial con pendiente positiva elevada que llega aproximadamente a un 10% del desplazamiento de la muñeca.
2. Zona secundaria en la que la pendiente sigue siendo positiva, pero no tan elevada. En esta zona se encuentra el punto máximo absoluto.
3. Y la última zona, que comienza a partir del punto máximo y que llega hasta el final del ejercicio con una pendiente negativa.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Con estas dos gráficas se resalta el hecho de que la inercia influye mucho más en la curva de potencia del SI debido a la carga a elevar, pues pueden observarse las grandes variaciones que se producen a lo largo del ejercicio cuando se realiza a alta velocidad.

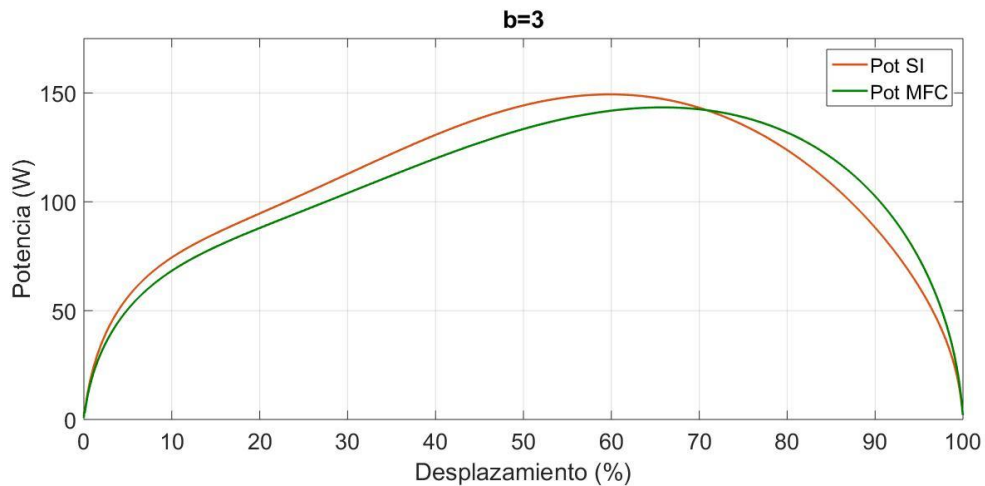


Figura 4-20. Curvas de potencia generada en la realización de press de banca con SI y con MFC para un factor de $b=3$.

Fijándonos en la Figura 4-20 puede verse que para velocidades lentas, las curvas de potencia para el SI y para el MFC son muy similares. Ambas poseen ahora las tres zonas según la pendiente de la curva descritas en este apartado. Y, además, como ocurría con el par, en el sistema no inercial la potencia generada se mantiene durante un mayor recorrido del ejercicio.

4.1.3.4 Influencia de la inercia

Se ha podido comprobar que las tres magnitudes en las que se centra este trabajo se ven afectadas por la inercia, sobre todo por la inercia de la carga a elevar cuando el ejercicio es realizado con un sistema de carga inercial tradicional a velocidades de ejecución altas. Para realizar otra comprobación de esta influencia, este apartado se centra en la curva de aceleración de la muñeca, o lo que es lo mismo, en la curva de aceleración de la carga a elevar frente al porcentaje de desplazamiento del ejercicio con un factor b igual a 1. Si se representa esta curva junto a las de fuerza y par para el SI (Figura 4-21), puede observarse claramente que las dos magnitudes poseen curvas que siguen una trayectoria muy similar a la de la aceleración, reafirmando por tanto la importancia e influencia de la inercia.

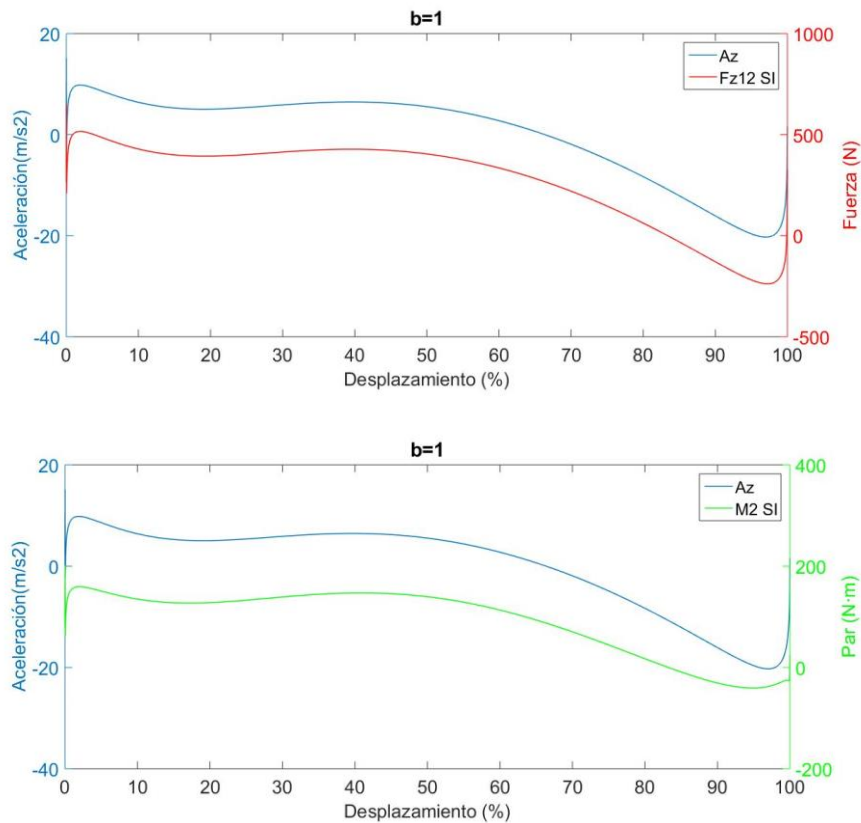


Figura 4-21. Curvas de aceleración de la carga a elevar junto a curva de fuerza (arriba) y junto a curva de par (abajo) para SI.

Del mismo modo, si por ejemplo se observa la curva de aceleración en el eje Z del centro de gravedad de brazo para factor b igual 1 (Figura 4-5), y se realiza una comparación con los valores de fuerza y par para el ejercicio realizado con MFC (Figura 4-22), puede apreciarse la gran influencia de la inercia del cuerpo humano en dichas curvas, pues sus trayectorias son muy similares.

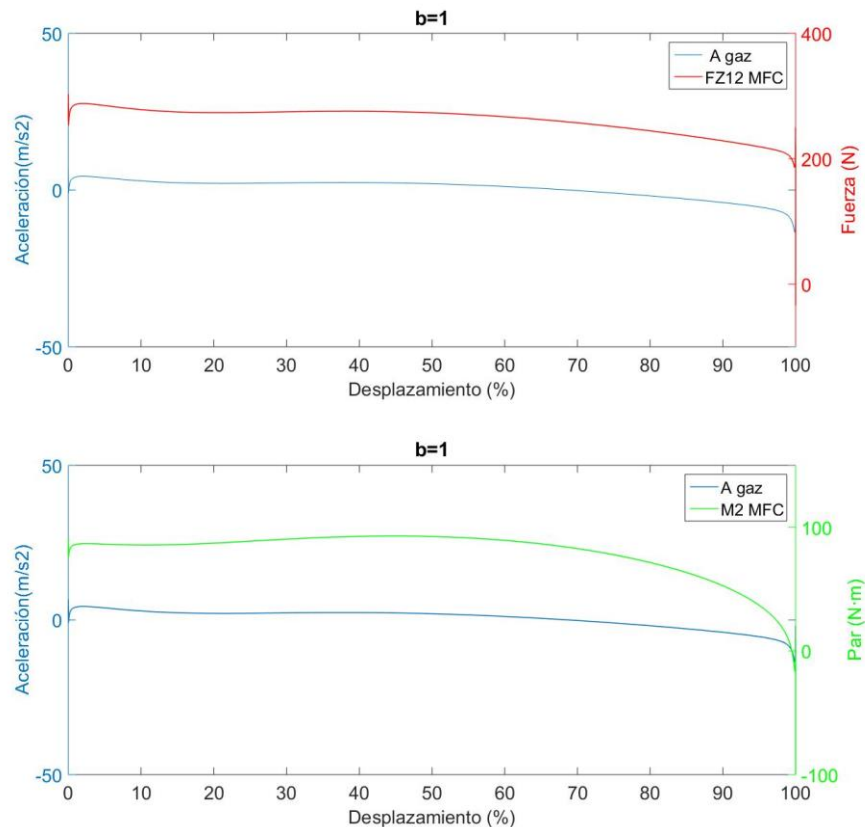


Figura 4-22 Curvas de aceleración de la carga a elevar junto a curva de fuerza (primera gráfica) y junto a curva de par (segunda gráfica) para MFC.

4.1.4 Validez de los resultados obtenidos

Para comprobar la validez de los resultados que se han obtenido en el análisis comparativo, pueden compararse dichos resultados con los aportados por estudios reales como el de Michael-Frost et al. [28], que ya han sido comentados en este proyecto en el Apartado 2.5.

Si se comparan las curvas de fuerza obtenidas en este proyecto (Figura 4-11) con las proporcionadas por el artículo (Figura 2-25), puede apreciarse que en ambos casos:

- Las curvas de fuerza poseen formas muy similares en función de la velocidad del ejercicio y del tipo de sistema de carga.
- Para un sistema de carga inercial la fuerza experimenta mayores variaciones al realizar el ejercicio a velocidades altas.

- Los sistemas de carga inercial, ya sean neumáticos o con MFC, poseen una menor variación de fuerza.

Por otra parte, si se comparan las curvas de potencia de la Figura 2-26 y la Figura 4-18, se aprecia que:

- Las curvas no poseen exactamente la misma forma en las distintas velocidades.
- Los valores pico en el artículo son siempre mayores para el sistema no inercial, no ocurriendo lo mismo en el análisis realizado en este proyecto.

Estas diferencias en la potencia se deben a que en este proyecto se utiliza la misma curva de velocidad en las 4 velocidades estudiadas, no correspondiéndose esto con la realidad, en la que las curvas cambian según la velocidad de ejecución.

4.1.5 Limitaciones del análisis

A la hora de realizar este análisis dinámico del press de banca, se han encontrado una gran variedad de limitaciones. Todas ellas tienen que ver con el hecho de no haber realizado un estudio real de los dos sistemas de carga a comparar, el cual no pudo realizarse debido a la falta de material y, sobretodo, por no haberse realizado la fabricación del mecanismo de fuerza constante elegido para una máquina de musculación.

Las primeras limitaciones aparecieron en la verificación del modelo matemático desarrollado. Para la verificación del modelo tuvo que introducirse como valores de entrada la altura de la muñeca y la altura del hombro. Como se comentó en el Apartado 4.1.1, hubo que adaptar los valores de la altura de la muñeca y despreocuparse los del hombro, ya que con los aportados por el Rahmni et al. [30] no se realizaba de manera correcta la simulación completa del ejercicio.

La limitación principal está también relacionada con los datos de entrada de la simulación, y es la más relevante, porque a partir de estos datos están calculados todos los demás. Esta limitación se basa en que se utiliza la misma curva de altura de la muñeca para el sistema de carga inercial y para el sistema de carga con el MFC. Esto no debería ser así, puesto que se cree que la curva de desplazamiento de la muñeca que se obtendría si se realizara el estudio con el MFC no seguirá la misma trayectoria que la que sigue la del sistema tradicional.

Por otra parte, el hecho de poseer solo una curva de altura de la muñeca para una carga de 44 kg, hizo que no se pudiera realizar el análisis comparativo para distintas cargas o distintos porcentajes de RM, como realizan por ejemplo Michael-Frost et al. [28]. Como solución, se optó por modificar el tiempo de ejecución, como se indica en el Apartado 4.1. Pero, como se ha comentado en el apartado anterior, esto en realidad no es del todo correcto, ya que las curvas de velocidad obtenidas poseen la misma forma, pero con otros valores, mientras que las curvas de velocidad reales son distintas en función de la carga que se esté elevando.

A pesar de las limitaciones, se ha conseguido realizar el objetivo principal de este trabajo, obteniendo un modelo matemático del ejercicio de press de banca con el que poder realizar el análisis comparativo entre la realización de dicho ejercicio con un sistema de carga inercial y con un sistema no inercial que posee un MFC. Este modelo y análisis podrá ser utilizado en trabajos posteriores en los que ya se haya realizado la fabricación del mecanismo de fuerza constante para una máquina de musculación y realizado un estudio real del ejercicio de press de banca.

4.2 Aplicación del mecanismo de fuerza constante en máquinas de musculación para press de banca

Una vez analizado y comparado el ejercicio de press de banca en los dos sistemas de carga, y tras haber afirmado la influencia de la inercia en dicho ejercicio, se procede a realizar un diseño de incorporación de un mecanismo de fuerza constante a una máquina de musculación guiada tradicional de press de banca.

Para realizar este diseño, se va a utilizar como mecanismo de fuerza constante el MFC-1 [14], como se indica en el Apartado 3.8. Se basará concretamente en éste porque es el diseño más general de los proporcionados en el artículo y se puede obtener el MFC-2 realizando algunos cambios sobre el MFC-1 una vez esté diseñado.

4.2.1 Requisitos de diseño

Antes de la realización del diseño, deben establecerse unos requisitos o exigencias mínimas del mecanismo a diseñar, con el fin de obtener un diseño que cumpla dichas especificaciones.

Los requisitos básicos a tener en cuenta son:

- Carrera del mecanismo.

Ésta es dependiente principalmente del desplazamiento total de la carga a elevar. En el análisis ejecutado en este proyecto, este desplazamiento es de aproximadamente unos 40-45 cm. Para estar del lado de la seguridad, teniendo en cuenta las distintas técnicas de ejecución del press de banca y la variedad de longitudes que pueden medir los brazos, se establece una carrera de unos 70 a 80 cm.

- Carga a elevar.

En base a la carga que puede elevarse mediante la adición de discos en una máquina tradicional y al peso medio que puede elevar normalmente un usuario, se establece que la carga máxima total a elevar mediante el mecanismo de fuerza constante sea de como máximo 1000 N, es decir, de aproximadamente unos 100 kg.

- Fricción mínima.

La fricción o rozamiento es el principal efecto físico a eliminar en el diseño del mecanismo, ya que éste produce variaciones en la fuerza haciendo que ésta no se mantenga constante durante todo el recorrido de la leva. Entre los distintos contactos en los que se produce fricción en el mecanismo, debe prestarse especial atención al contacto entre la leva y el elemento rodante (rueda, rodillo...), ya que este contacto es el que puede tener una mayor influencia en la fuerza. Por ello, deben buscarse como soluciones de diseño aquellas que nos aporten el menor rozamiento.

4.2.2 Solución adoptada y criterios de diseño

La solución final adoptada del diseño puede observarse en la Figura 4-23, en la que se aprecian dos posiciones distintas de la carrera del mecanismo.

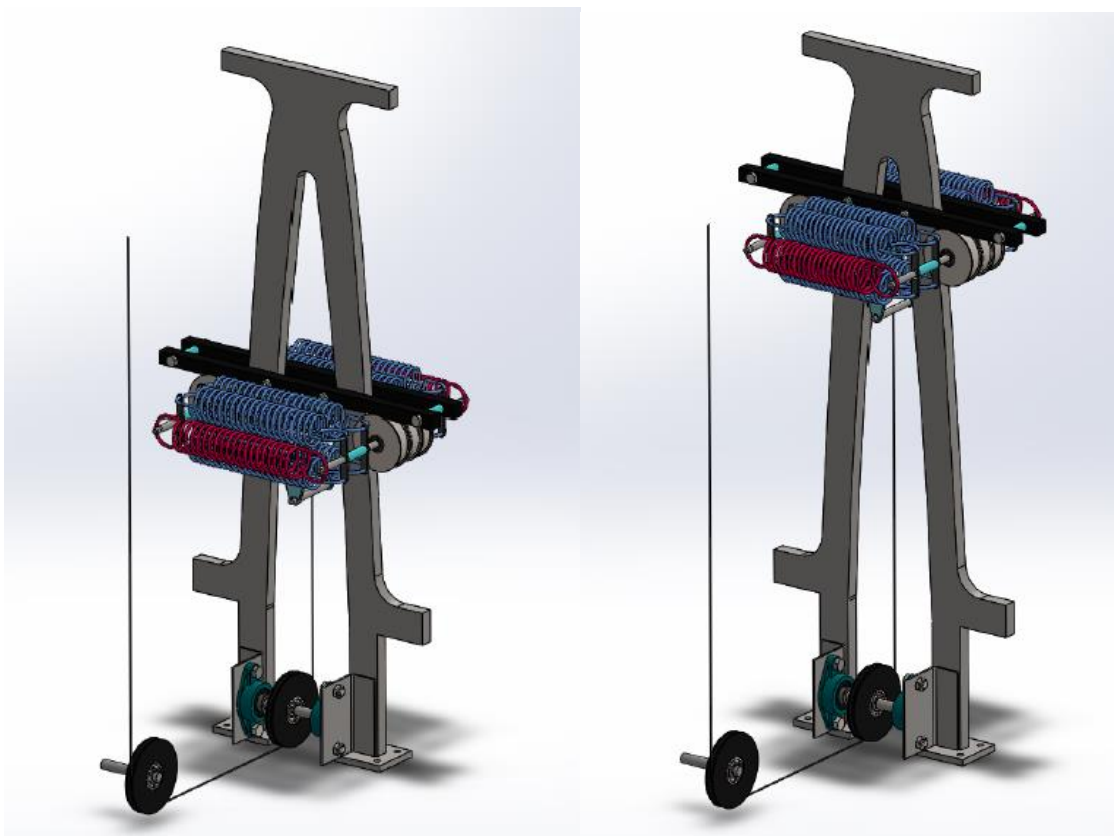


Figura 4-23. Vistas del diseño del sistema de carga basado en el MFC-1 en dos posiciones distintas de la carrera del mecanismo.

Este diseño se caracteriza por disponer inversamente el diseño del MFC-1 con el fin de ocupar el menor espacio posible y por su sencillez de acople a una máquina guiada mediante el uso de un cable a colocar, el que transmite la carga del MFC, en la barra horizontal de la máquina.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

El diseño está compuesto esencialmente por:

- Los elementos básicos que componen el MFC-1:
 - Los resortes, en dos colores para la diferenciación de los dos distintos tipos.
 - La leva, con un diseño específico.
 - Las ruedas, que serán los elementos rodantes, dispuestas en dos ejes iguales.
 - Las barras móviles, a las que se atornillan los eslabones.
- El eje de unión de los eslabones, en el que se encuentra conectado además el cable transmisor de carga.
- El sistema de trasmisión de carga, formado por dos poleas y el cable.

En el dibujo de la Figura 4-24, puede apreciarse además como sería el conjunto completo de la máquina guiada y los dos sistemas de carga diseñados cuando un usuario esté realizando el ejercicio de press de banca.

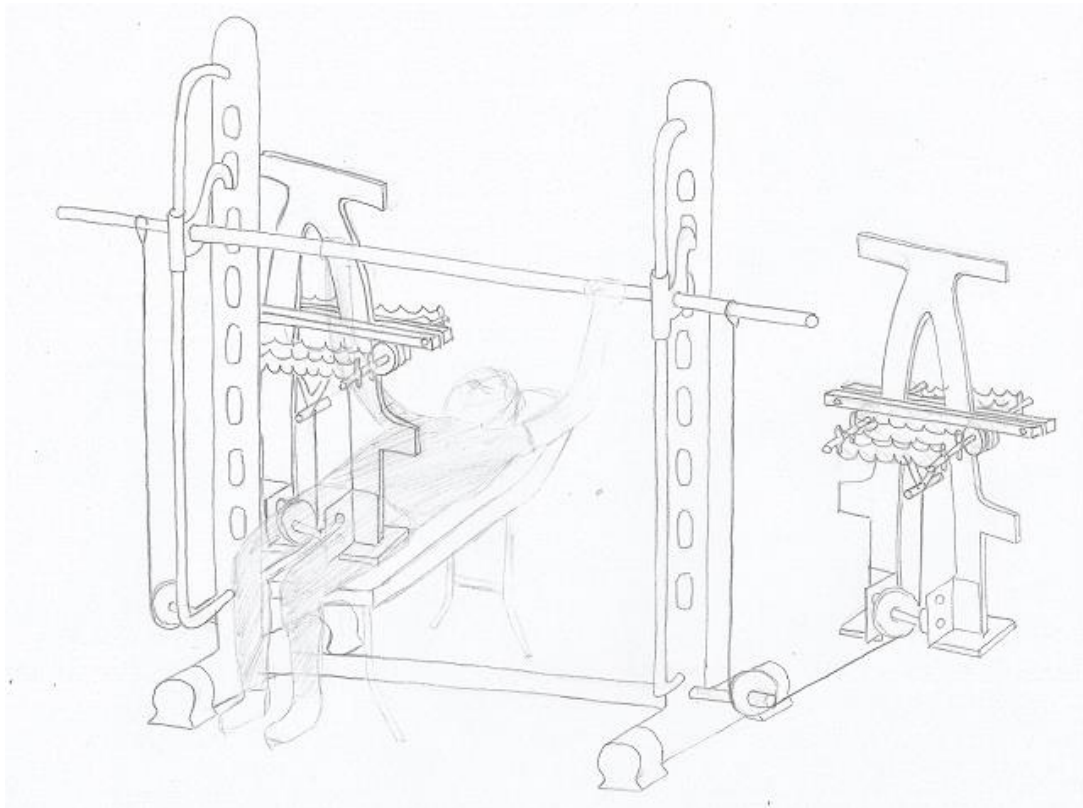


Figura 4-24. Boceto conjunto sistema de carga diseñado-máquina guiada para press de banca.

A continuación, se exponen las distintas medidas tomadas para los elementos que conforman el diseño.

4.2.2.1 Resortes

En primer lugar, este proyecto se centra en el diseño del MFC, para posteriormente establecer el diseño del resto del conjunto.

Se dispone de dos mecanismos de fuerza constante MFC-1, uno a cada lado de la barra de ejercicio, con el fin de poder repartir la carga. Los elementos principales de los que dispone el mecanismo MFC-1 son la leva y los resortes de tracción, ya que son los encargados de proporcionar la fuerza constante.

Dado que ambos elementos son dependientes el uno del otro, para poder diseñarlos debe seguirse el siguiente proceso:

1. Establecer la altura máxima de la leva y la fuerza nominal a mantener constante.
En este caso, la altura será de unos 700 – 800 mm como establecen los requisitos.
Por su parte, la fuerza nominal será de 50 N, es decir, cada resorte deberá ejercer 50 N de fuerza. El valor proviene de dividir la fuerza máxima a elevar (1000 N) en los dos MFC (uno a cada lado de la máquina) y considerando un número máximo de resortes de 5 a cada lado de la leva (10 resortes por mecanismo).
2. Utilizando catálogos de distintos fabricantes (Muellestock y Oldisfer), elegir una variedad de resortes con constantes de rigidez distintas y que a primera vista posean una elongación máxima elevada.
3. Despejar de la ecuación (7) la variación de x , para poder calcular con la fuerza nominal y la constante de rigidez dadas, la máxima elongación que sufrirá el resorte cuando se encuentre en la altura máxima de la leva.

$$\Delta x = \sqrt{\frac{F_{nom} \cdot y}{2 \cdot K}}$$

$$\Delta x_{resorte} = 2 \cdot \Delta x$$

4. Comparar el valor obtenido de elongación máxima con la elongación máxima real de cada uno de los resortes.
Si la elongación del resorte real es mayor que la calculada, el resorte puede utilizarse.
En cambio, si es menor que la calculada, el resorte no servirá para el diseño.

Una vez realizado este proceso, lo que se obtiene es una serie de resortes con sus curvas de leva correspondientes.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Para facilitar y simplificar los cálculos, se utiliza una hoja de cálculo. Algunos de los resortes estudiados quedan recogidos en la Tabla 4-4.

Tabla 4-4. Resultados obtenidos de elongación para distintos resortes.

F_{nom} [N]	$y_{m\acute{a}x}$ [mm]	Δx_{calc} [mm]	K [N/mm]	L [mm]	$L_{m\acute{a}x}$ [mm]	Δx_{calc} [mm]
50	800	155,6	3,292	180	322,98	142,98
50	800	97	8,573	160	242,72	82,72
50	750	54	26,089	193	247,15	54,15
50	800	124,72	5,144	200	337,87	137,87
50	800	157,04	3,265	190	350,25	160,25

De la Tabla 4-4 los valores sombreados en verde son aquellos válidos para el diseño. Las trayectorias del centro del elemento rodante para estas constantes de rigidez pueden verse en la Figura 4-25.

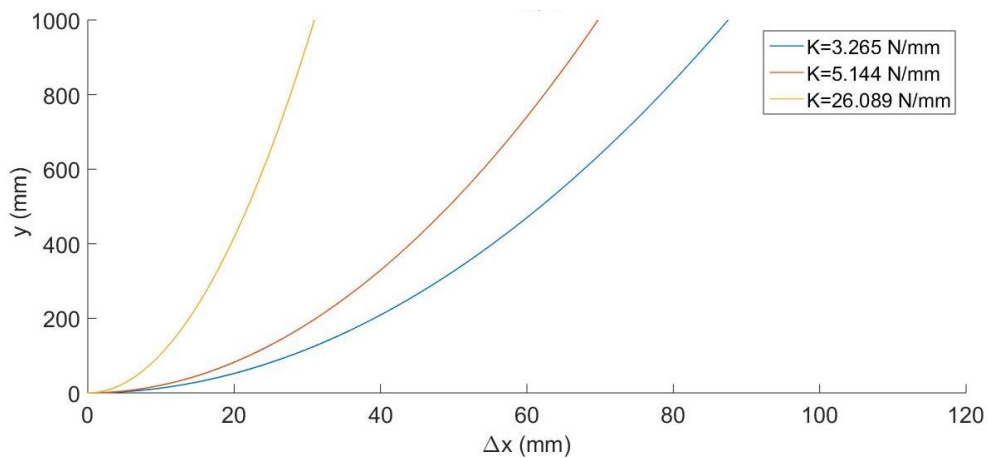


Figura 4-25. Trayectoria del centro del elemento rodante para el MFC para cada una de las constantes de rigidez válidas con fuerza nominal de 50 N.

La elección ahora de uno entre los resortes válidos, se basa principalmente en el efecto de la fricción, diferenciando los dos aspectos comentados anteriormente en el Apartado 3.8:

- Efecto de la fricción según el ángulo beta.
López et al. [44] relacionan la fuerza sin fricción y la fuerza con fricción concluyendo que para ángulos beta cercanos a 0° o a 180° la influencia de la fricción es mayor.

- Efecto de la fricción según la altura.

López et al. [44] indican que el efecto de la fricción cuando el recorrido de la leva es grande en curvas basadas en constantes de rigidez altas es mucho mayor que en curvas con una K pequeña.

Por tanto, en base a estos dos aspectos, debe elegirse un resorte que posea una K pequeña y que proporcione un ángulo beta lo más alejado posible de 0 y 180 grados. En la Figura 4-26 puede verse el comportamiento de la proporción entre fuerza sin fricción (F) y con fricción (F') para los resortes elegidos según el desplazamiento vertical con un coeficiente de rozamiento μ de valor igual a 0,0015:

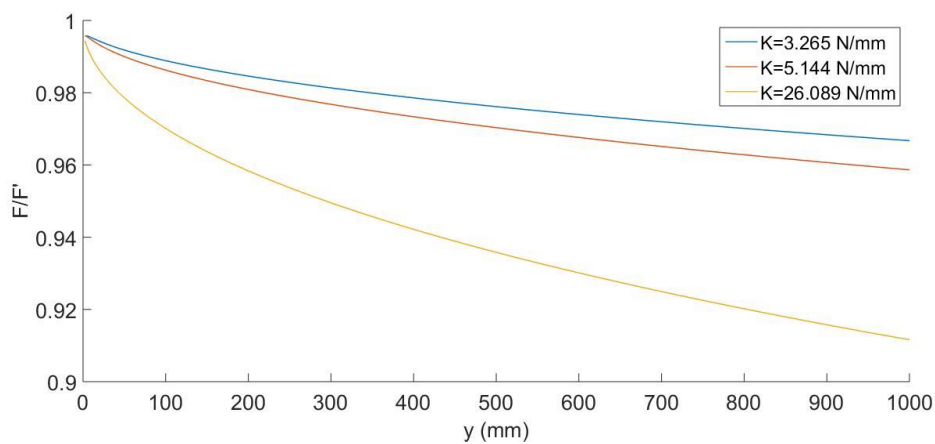


Figura 4-26. Proporción de fuerza sin fricción (F) y fuerza con fricción (F') frente a desplazamiento vertical para los resortes válidos con μ igual a 0.0015.

Despejando de la ecuación (6) el ángulo beta y calculando el valor máximo de éste para cada resorte válido, se obtiene:

Tabla 4-5. Resultados de ángulo beta para varios resortes.

F_{nom} [N]	K [N/mm]	$y_{m\acute{a}x}$ [mm]	A [mm]	β [rad]
50	26,089	750	0,479	0,018
50	5,144	800	2,430	0,039
50	3,265	800	3,828	0,049

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Por lo que se elige como resorte para el diseño el que posee una K de 3,265 N/mm (modelo 36941 del fabricante Oldisfer), ya que será el que proporcione una fuerza de rozamiento menor.

Diám. Ext.	Hilo	Largo parcial	Largo total	Diám. Int.	Espiras útiles	(DaN/mm) k	15%		25%		35%		Max.		Material	Código del prod.
							Carga	Largo	Carga	Largo	Carga	Largo	Carga	Largo		
50.00	4.50	90	190	41.00	20.00	0.3265	9.310	218.50	15.51	237.50	21.71	256.50	52.32	350.25	cp	36941

Figura 4-27. Tabla de datos comerciales del resorte 36941.

Con este resorte se consigue tener por cada par de resortes a poner en cada MFC, una carga a elevar de aproximadamente 20 kg, es decir, que pueden ejercitarse de 20 a 100 kg con un escalonamiento de 20 kg. Dado que se considera que este escalonamiento es un poco grande, ya que hay bastante diferencia entre elevar 40 kg o 60, se busca otro resorte con la mitad de la constante de rigidez del resorte buscado, con dimensiones muy similares y con una elongación suficiente para trabajar en el perfil de la leva de $k=3,365$ N/mm a la altura máxima establecida. El resorte encontrado es el modelo 36923 del fabricante Oldisfer.

Diám. Ext.	Hilo	Largo parcial	Largo total	Diám. Int.	Espiras útiles	(DaN/mm) k	15%		25%		35%		Max.		Material	Código del prod.
							Carga	Largo	Carga	Largo	Carga	Largo	Carga	Largo		
50.00	4.00	95	195	42.00	23.75	0.1661	4.860	224.25	8.10	243.75	11.34	263.25	37.26	419.34	cp	36923

Figura 4-28. Tabla de datos comerciales del resorte 36923.

Disponiendo de estos dos tipos de resortes, se puede ahora variar la carga de 10 en 10 kg o de 20 en 20, según sea necesario.

4.2.2.2 Leva

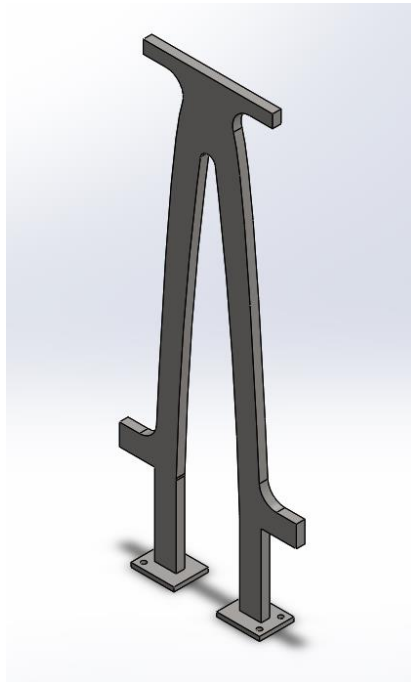


Figura 4-29. Leva.

Dado que ya se han elegido los resortes, puede establecerse el perfil de la leva. Las características principales de ésta son:

- Perfil obtenido para una fuerza nominal de 50 N y una constante de rigidez de 3.265 N/mm.
- Disposición inversa de la aportada en el diseño del MFC-1 [14].
- Simetría respecto al eje vertical.
- Topes en la parte inferior y superior. De este modo se consigue delimitar el desplazamiento máximo, asegurando que las ruedas se desplazan por el tramo diseñado para ello.
- Prolongación lineal tras el tope inferior para salvar el hueco necesario de la polea y los eslabones de unión.
- Dimensiones: altura máxima definida anteriormente de 750-800 mm y espesor de 20 mm.
- Bases soldadas de espesor 10 mm con agujeros pasantes de diámetro 10 mm para su posterior colocación con pernos al suelo.

- Material de fabricación: acero AISI 303.

Tabla 4-6. Parámetros mecánicos Acero AISI 303.

<i>HB</i>	<i>S_u[MPa]</i>	<i>S_y[MPa]</i>	<i>E [Pa]</i>	<i>μ</i>
230	500-750	190	$1,93 \cdot 10^{11}$	0,3

4.2.2.3 Eje de sujeción de los resortes

Este sub-ensamblaje aparece dos veces en el diseño y está formado por varios elementos, como puede verse en la Figura 4-30.

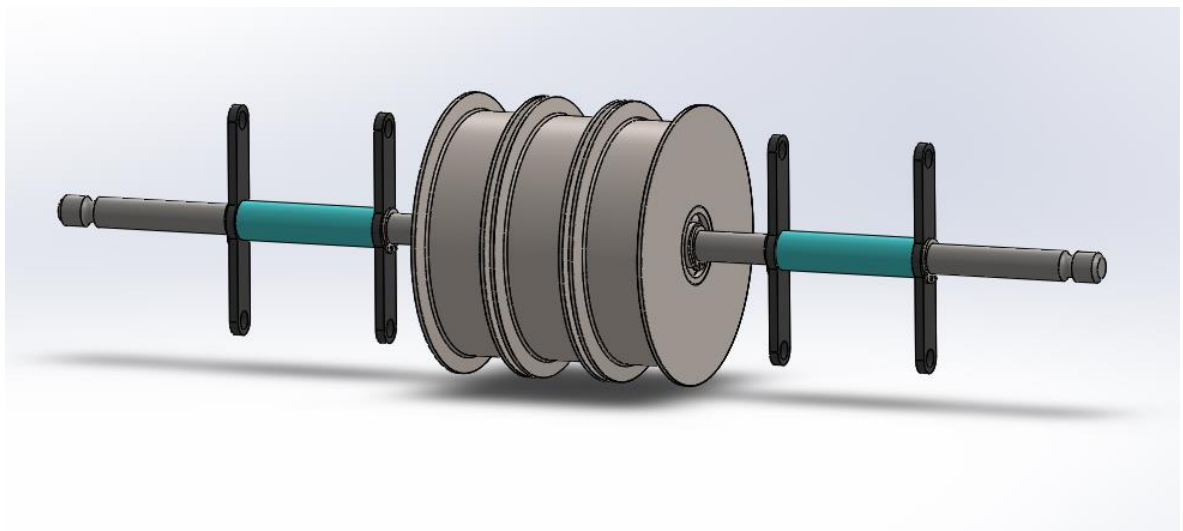


Figura 4-30. Eje de sujeción de los resortes.

Los cálculos realizados para cada uno de los elementos son:

- **Eje**

Para obtener el diámetro del eje en los que se enganchan los resortes, se realiza un cálculo sencillo de fallo estático mediante el criterio de Von Mises, en el que la tensión máxima en el eje debe ser menor que el producto del límite de fluencia del material y un coeficiente de seguridad igual a 2.

Cada eje dispone de cuatro estructuras verticales, en las que colocar dos muelles, y dos hendiduras en los extremos en los que irán directamente acoplados los muelles al eje. Para realizar los cálculos, se considera la mitad del eje (por su simetría) como una viga en voladizo.

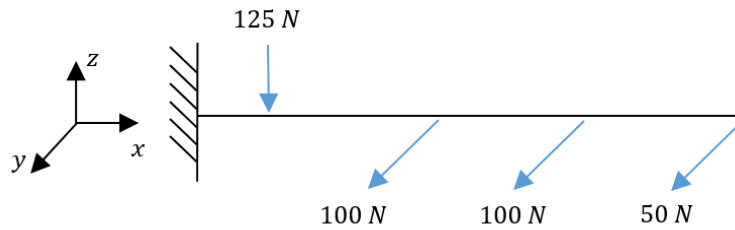


Figura 4-31. Diagrama de fuerzas 3D eje de sujeción de los resortes.

La longitud exacta del eje no es conocida, pero se puede suponer un valor aproximado de 380 mm, teniendo en cuenta el número de muelles a colocar y los demás elementos que irán en el eje. Con respecto a las cargas, se supone que el mecanismo está ejerciendo la fuerza máxima de 500 N, y se distinguen:

- Cargas en el plano XY: las realizadas por los resortes, siendo éstas dos cargas de 100 N en cada posición de las estructuras verticales y una carga de 50 N, en la posición del muelle acoplado directamente.

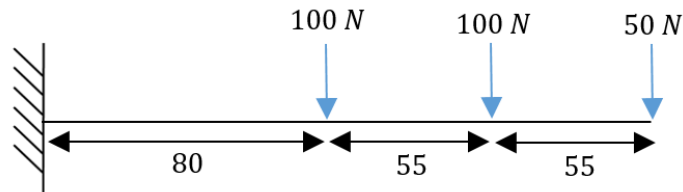


Figura 4-32. . Diagrama de fuerzas plano XY del eje de sujeción de los resortes.

El momento máximo se encuentra en el empotramiento y posee el siguiente valor:

$$M_{z-\text{máx}} = 80 \cdot 100 + 135 \cdot 100 + 190 \cdot 50 = 31\,000 \text{ Nmm}$$

- Cargas en el plano XZ: la fuerza normal de la rueda en contacto con la barra móvil, de valor N_1 partido dos, es decir, una carga de 125 N.



Figura 4-33. Diagrama de fuerzas plano XZ del eje de sujeción de los resortes.

Al igual que en el plano XY, el momento máximo está en el empotramiento, con valor:

$$M_{y-m\acute{a}x} = 125 \cdot 30 = 3\,750 \text{ Nmm}$$

Se calcula ahora la tensión máxima en el eje debida a los esfuerzos flectores tanto del eje Y como del eje Z mediante la ley de Navier, dejando todo en función del diámetro del eje. Se impone que dicha expresión sea menor o igual que la resistencia de fluencia por el coeficiente de seguridad y se despeja el valor del diámetro. Se despreciarán los cortantes debido a su poca influencia en comparación con los flectores.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{I_z} \cdot y_{m\acute{a}x} \leq S_y \cdot n_{seg} \quad (8)$$

$$M_{m\acute{a}x} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = 31\,226 \text{ Nmm}$$

$$y_{m\acute{a}x} = \frac{\phi}{2}$$

$$I_z = \frac{\pi \cdot \phi^4}{64}$$

$$\frac{31\,226}{\frac{\pi \cdot \phi^4}{64}} \cdot \frac{\phi}{2} \leq 190 \cdot 2 \rightarrow \phi \geq 9,42 \text{ mm}$$

Por lo que se obtiene que el diámetro debe ser mayor de 9.42 mm para que no se produzca fallo estático. Se fija un valor final de 10 mm.

- **Estructura para los resortes**

Con respecto a las estructuras donde se acoplan los resortes, se realiza un cálculo de fallo estático igual al del eje recientemente realizado.

Para este caso, se supone una viga en voladizo (por su simetría) de longitud 35 mm aproximadamente y con una carga máxima en el extremo de 50 N ejercida por el muelle.

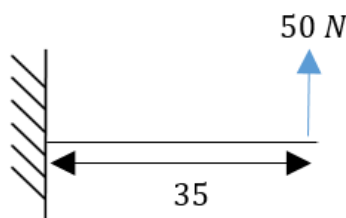


Figura 4-34. Diagrama de fuerzas de las estructuras para los resortes.

El momento máximo se encuentra en el empotramiento y tiene un valor de:

$$M_{m\acute{a}x} = 50 \cdot 35 = 1\,750 \text{ Nmm}$$

Vuelve a aplicarse la ecuación, pero en este caso dejando todo en función del espesor (h) de la estructura, que será la dimensión a calcular, ya que se establece un ancho (b) de 10 mm. Se obtiene, por tanto:

$$y_{m\acute{a}x} = \frac{h}{2}$$

$$I_z = \frac{10 \cdot h^3}{12}$$

$$\frac{1\,750}{10 \cdot h^3} \cdot \frac{h}{2} \leq 190 \cdot 2 \rightarrow h \geq 1,66 \text{ mm}$$

Como puede observarse el espesor debe ser mayor a 1,66 mm, por lo que se escoge un valor de 3 mm asegurando de este modo que no rompe estáticamente.

- **Ruedas**

El dimensionamiento de las ruedas está basado esencialmente en los esfuerzos de contacto o de Hertz. En el diseño existen estos esfuerzos entre las ruedas y el perfil de la leva, y entre las ruedas y las barras móviles. Debido a que la fuerza de presión entre los cuerpos es mayor para el caso de la leva y las ruedas, se dimensionan éstas en base a este contacto, utilizando dichas dimensiones en todas las ruedas del diseño.

Al estar presionándose la rueda contra la leva, estos dos se someten a un esfuerzo tridimensional, pudiéndose considerar el contacto entre ellos como el del contacto entre dos cilindros de ejes paralelos de longitud l y de diámetros d₁ y d₂. El área de contacto de estos dos es un rectángulo de ancho 2b y longitud l, donde b viene dado por:

$$b = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot (1 - \mu_1^2)/E_1 + (1 - \mu_2^2)/E_2}{\pi \cdot l \cdot (1/d_1 + 1/d_2)}}$$

Donde F es la fuerza con la que se presionan los cuerpos, en este caso N₂, y E₁, μ₁, E₂, μ₂ son las constantes elásticas de los dos cuerpos, que en este caso son iguales al considerar la leva y las ruedas del mismo material (acero AISI 303).

La presión máxima (P_{máx}) en la superficie de contacto se calcula mediante:

$$P_{max} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b \cdot l}$$

Ese valor de presión máxima debe ser menor que la resistencia a la fatiga superficial (S_c) de los cuerpos para que éstos no rompan o fracturen durante su contacto. Este parámetro indica la

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

presión que produce la primera evidencia de fatiga a los 10^8 ciclos y está relacionado con la dureza mediante la ecuación (solo para aceros):

$$S_c = 2,76 \cdot HB - 70$$

Siendo HB la dureza Brinell.

Por tanto, se calcula para distintos diámetros de rueda las presiones máximas, suponiendo la máxima fuerza, hasta obtener un diámetro que proporcione una presión menor que la resistencia a la fatiga superficial. Haciendo uso de una hoja de cálculo para facilitar los cálculos, se obtiene:

Tabla 4-7. Cálculos de esfuerzos de contacto entre rueda y leva para dimensionamiento de las ruedas.

N_2 [N]	L [m]	d_1 [m]	d_2 [m]	b [m]	$P_{m\acute{a}x}$ [MPa]	S_c [MPa]
5116.88	0,02	0,5	0,05	0,0003	616,4	564,8
5116.88	0,02	0,5	0,08	0,0026	500,4	564,8

Por lo que se establece un diámetro de rueda de 80 mm.

Cabe destacar del diseño de las ruedas que poseen una pestaña a cada lado para asegurar que no se desplazan lateralmente saliéndose del recorrido de la leva ni del de las barras móviles. De este modo aumenta el ancho total de la rueda hasta 26 mm.

- **Rodamientos**

Para homogeneizar el diseño, las ruedas en contacto con la leva y las ruedas en contacto con la barra móvil tendrán el mismo tipo de rodamientos, aunque estén sometidas a distintos valores de esfuerzos.

Se escogen rodamientos de bolas rígidas ya que son aptos para velocidades muy altas en las que se necesitan bajas pérdidas de potencia, soportan cargas radiales y axiales en ambos sentidos, son silenciosos y requieren poco mantenimiento.

El rodamiento escogido debe tener un diámetro interior de 10 mm, debido al diámetro del eje donde va acoplado, y debe soportar una carga máxima cercana a los 5 kN (N_2). Dado que esta carga es elevada y que la rueda es de 2,6 cm de espesor, se dispone de dos rodamientos por rueda, haciendo así que la carga máxima a soportar por rodamiento sea de 2,5 kN.

Finalmente, el rodamiento escogido es el W 6000 del fabricante SKF.

- **Separadores**

Se distinguen dos separadores en el subconjunto:

- Los utilizados para asegurar la posición de las distintas ruedas. Se utilizan separadores de 2 mm entre ellas con un diámetro interior de 11 mm y uno exterior de 13 mm, escogiéndose éste último en base a los rodamientos, conociendo que debe ser menor que el d_2 proporcionado por el fabricante.
- Los utilizados para asegurar la posición de las estructuras para los resortes. Éstos tienen los mismos diámetros interior y exterior que los utilizados en las ruedas, pero con longitud de 49 mm.

- **Anillos de retención**

Por último, la elección de los anillos de retención se ha basado en el diámetro del eje en el que van colocados, escogiendo por tanto del catálogo del fabricante Otia el anillo DIN 471 A para diámetro nominal de 10 mm.

4.2.2.4 Eje de unión



Figura 4-35. Eje de unión.

Se pueden ver en la Figura 4-35 los distintos elementos que componen este sub-ensamblaje, cuyos cálculos realizados son los siguientes:

- **Eje**

Para dimensionar este eje se supone una viga biapoyada de longitud 120 mm con una carga central de 500 N, la máxima que podrá ejercer el cable.

Realizado un cálculo de fallo estático como el del apartado anterior, se obtiene que el diámetro debe ser mayor de 7,82 mm.

Dado que al eje se le realiza una disminución del diámetro en los extremos para que los eslabones no se desplacen lateralmente y que las cargas a las que está sometido son menores a las del cálculo realizado para el eje de los resortes, se establece que el diámetro central del eje que sirve de unión sea el mismo que el calculado en el apartado anterior para la sujeción de los resortes (10 mm), asegurando así que no falla estáticamente. Y se dispondrá en los extremos de un diámetro de 8 mm.

Cabe destacar del diseño del eje que éste posee un agujero pasante en el centro para la colocación del cable.

- **Eslabones**

Para el cálculo de la sección de los eslabones se realiza también un cálculo de fallo estático mediante Von mises. En este caso, se supone una viga en voladizo (por su simetría) de longitud 185 mm aproximadamente y con una carga en el extremo de N_1 partido dos, que posee la inclinación de los eslabones con respecto a la vertical.

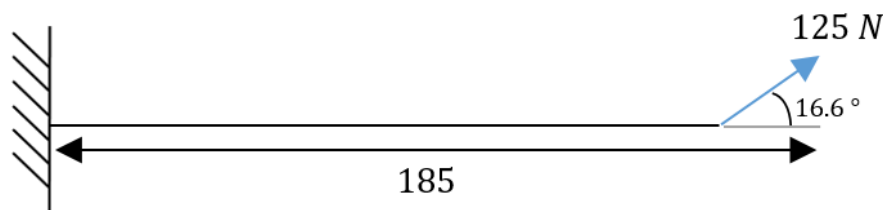


Figura 4-36. Diagrama de fuerzas de los eslabones.

Se debe utilizar el criterio de Von Mises teniendo en cuenta ahora que el eslabón está sometido principalmente a esfuerzos axiales y a esfuerzos flectores, despreciando los cortantes por su poca influencia. Por lo que debe calcularse tanto la tensión normal mediante Navier como mediante la hipótesis de Bernouilli, dejando todo en función del ancho de la sección y estableciendo un espesor de 5 mm:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{F}{A} + \frac{M_{m\acute{a}x}}{I_z} \cdot y_{m\acute{a}x} \leq S_y \cdot n_{seg}$$

$$\sigma_{axil} = \frac{F}{A} = \frac{125 \cdot \cos\left(\frac{33,2}{2}\right)}{b \cdot 5}$$

$$\sigma_{flector} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{I_z} \cdot y_{m\acute{a}x} = \frac{125 \cdot \sin\left(\frac{33,2}{2}\right) \cdot 185 \cdot \frac{5}{2}}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot 5^3}$$
$$\frac{125 \cdot \cos\left(\frac{33,2}{2}\right)}{5 \cdot b} + \frac{125 \cdot \sin\left(\frac{33,2}{2}\right) \cdot 185 \cdot \frac{5}{2}}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot 5^3} \leq 190 \cdot 2 \rightarrow b \geq 4,23 \text{ mm}$$

Por lo que se obtiene que el ancho debe ser mayor de 4,23 mm y se establece uno de 14 mm, ya que los eslabones disponen de dos agujeros de métrica 6 avellanados para su posterior acople a las barras móviles y un agujero de diámetro 8 mm para introducirlos en el eje de unión. Se asegura de este modo que no falle estáticamente cuando trabaje a máxima carga.

- **Anillos de retención.**

En este caso, los anillos se disponen en el diámetro menor del eje, por lo que se utilizan los anillos de retención DIN 471 A de diámetro nominal 8 mm del fabricante Otia.

4.2.2.5 Barras móviles

Las dos barras móviles de las que dispone el diseño (Figura 4-37) tendrán un ancho igual al de contacto con las ruedas, es decir, serán de ancho igual a 2 cm. Para calcular su altura, se realizará de nuevo un cálculo sencillo de fallo estático mediante el criterio de Von Mises como el ya realizado en los ejes.

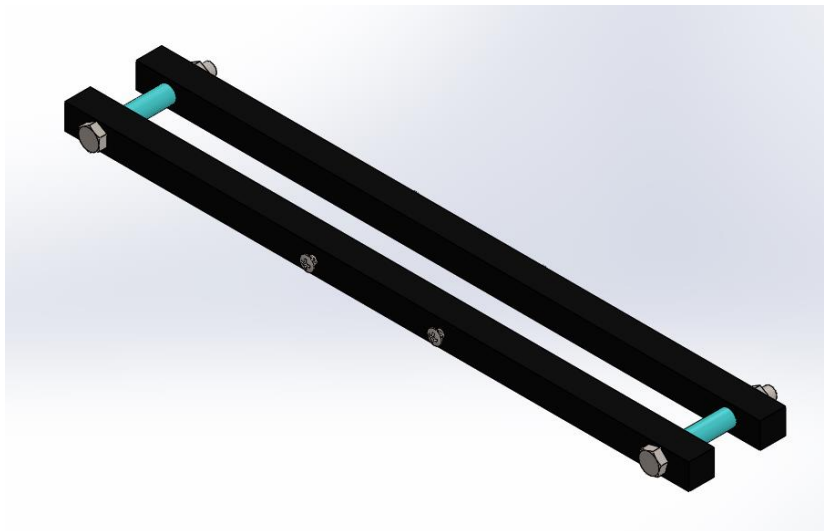


Figura 4-37. Barras móviles.

Para obtener la tensión máxima, se observa la Figura 4-38, en la que se considera a cada barra móvil como una viga con dos apoyos cada uno a la misma distancia del centro y con una carga en cada uno de sus extremos.

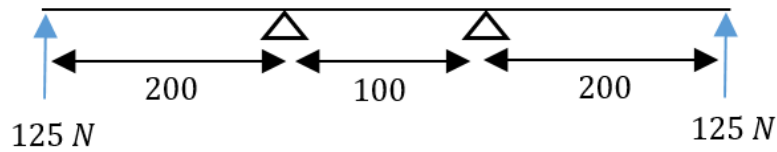


Figura 4-38. Diagrama de fuerzas de las barras móviles.

Las cargas son de valor igual a $N_1/2$ ya que son las fuerzas que ejercen las ruedas sobre la barra móvil y la longitud L es de aproximadamente 500 mm. Se sitúan las cargas en los extremos porque es la situación en la que se dan los mayores momentos, cuando el mecanismo se encuentra en la zona más ancha de la leva.

Se desprecian los cortantes por su baja influencia y se centra el estudio estático en los flectores.

Se vuelve a aplicar la ecuación (8), conociendo que el momento máximo se encuentra entre los dos apoyos, teniendo ahora los siguientes valores:

$$M_{\max} = \frac{250}{2} \cdot 200 = 25\,000 \text{ Nmm}$$

$$y_{\max} = \frac{h}{2}$$

$$I_z = \frac{20 \cdot h^3}{12}$$

$$\frac{25\,000}{\frac{20 \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} \leq 190 \cdot 2 \rightarrow h \geq 4,44 \text{ mm}$$

Por lo que la altura debe ser mayor de 4,44 mm. Dado que a estas barras deben ir atornillados los eslabones y que ambas barras móviles deben unirse, se decide establecer la altura en 20 mm. De este modo se tendrá espacio suficiente para la unión de los eslabones con métrica 6 y para la unión de las barras mediante un tornillo de métrica 10, sin que falle estáticamente.

- **Separador**

Además, se coloca un separador de longitud 36 mm y de diámetro interior 7 y exterior 10 mm para fijar la separación de las dos barras.

4.2.2.6 Cable

Existe una gran variedad de cables en el mercado de la industria, de entre todos ellos se ha escogido para el diseño un cable 6x7+1, es decir, un cable formado de 6 cordones de 7 alambres cada cordón con 1 alma textil, del fabricante Trefil Cable.

El diámetro de este cable puede variar desde 2 a 18 mm, para escoger uno de ellos hay que fijarse en la carga de rotura efectiva proporcionada por el fabricante. Ese valor debe ser mayor que el producto de la carga máxima (500 N) a elevar durante el ejercicio de press de banca por cada MFC y un coeficiente de seguridad. El coeficiente establecido es de valor igual a 3, ya que estos cables serán usados como elevadores, pero no suponen un peligro para la seguridad de las personas. Obteniendo por tanto una fuerza a comparar de 1500 N. Utilizando los datos de la Figura 4-39, se elige un cable de diámetro 2 mm.


		CABLES PARA LA INDUSTRIA RIGGING ROPES Gris engrasado o galvanizado Bright or drawn galvanizad 180 Kgs./mm ² 1770 N/mm ²	
Diámetro nominal Nominal Diameter	Peso aprox. Approx. Weight	Carga de rotura efectiva Minimum breaking force	DIN 3055 ISO 2408
ø mm	kg./100 m	180 Kgf.	1770 kN
2	1.38	210	2.1
3	3.11	480	4.7
4	5.54	850	8.3
5	8.65	1.330	13.0
6	12.50	1.910	21.1
7	17.00	2.600	28.8
8	22.10	3.400	37.6
10	34.60	5.310	58.8
12	49.80	7.650	84.7
14	67.00	10.400	115.0
16	88.60	13.600	151.0
18	112.00	17.200	191.0

Figura 4-39. Datos proporcionados por Trefil Cable sobre el cable 6x7+FC.

La longitud de cable a necesitar dependerá de la posición exacta del mecanismo en torno a la máquina tradicional y del tipo de máquina guiada.

4.2.2.7 Acople a la máquina guiada

Como se observa en la Figura 4-23, la polea que cambia la dirección del cable para tenerlo en posición vertical debe ir o acoplada a la máquina guiada tradicional. Este acoplamiento puede realizarse de distintas maneras y depende del tipo y dimensión de la máquina guiada. Dado que existe una gran variedad de máquinas distintas, este proyecto no se centra en diseñar esta parte, aunque en aspectos generales, se supondrá que este acoplamiento se realiza mediante un eje, en el que se sitúa la polea.

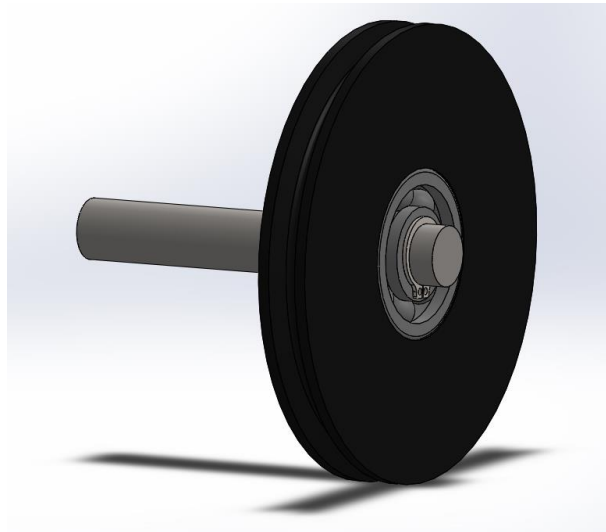


Figura 4-40. Acople a la máquina guiada.

Si se supone que la polea va acoplada en la máquina tradicional mediante un eje, se puede realizar un cálculo estático de éste aplicando de nuevo la ecuación (8), considerando que éste es una viga empotrada con una carga en el extremo.

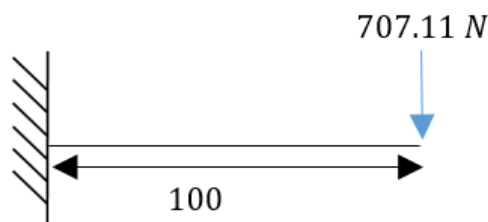


Figura 4-41. Diagrama de fuerzas del eje de la polea horizontal-vertical.

En este caso la carga será la resultante de las fuerzas que se ejercen en la polea. En ésta se encuentran una fuerza vertical de 500 N y una horizontal de 500 N, suponiendo que se está elevando la carga máxima. Por lo que la resultante de ambas es:

$$F = \sqrt{2} \cdot F_{polea} = 707,11 \text{ N}$$

Mientras que la longitud L del eje será de aproximadamente 100 mm.

El momento máximo se encuentra en el empotramiento y es entonces:

$$M_{m\acute{a}x} = 707,11 \cdot 100 = 70\,711 \text{ Nmm}$$

Por lo que, se obtiene que el diámetro debe ser mayor a 12,37 mm.

Para simplificar el diseño, se establece que las dos poleas existentes en el conjunto completo tengan las mismas dimensiones. Por ello, para establecer el diámetro del eje y las dimensiones de este sub-ensamblaje se deben realizar primero los cálculos del sub-ensamblaje del eje y polea que modifican la dirección vertical del cable para que sea horizontal.

4.2.2.8 Eje de apoyo de la polea

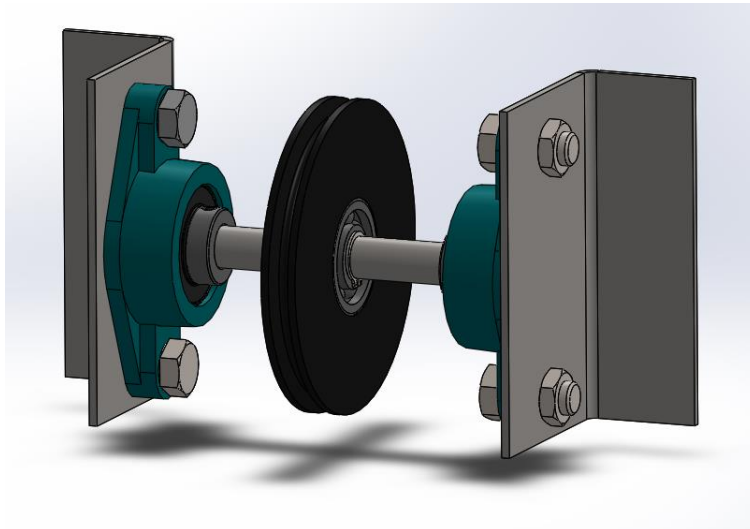


Figura 4-42. Eje de apoyo de la polea.

Como se puede observar en la imagen posterior se distinguen principalmente los siguientes elementos en este sub-ensamblaje, con sus cálculos respectivos:

- **Eje**

Con respecto al eje de apoyo de la polea, se realiza el mismo cálculo de fallo estático que en el eje de unión del Apartado 4.2.2.4, también considerando el eje como una viga biapoyada con una carga central.

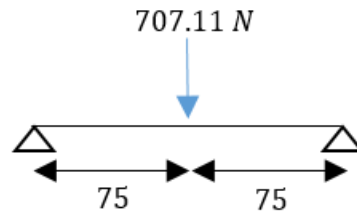


Figura 4-43. Diagrama de fuerzas del eje de la polea vertical-horizontal.

La carga central será la resultante de las fuerzas que se ejercen en la polea, es decir 707,11 N, y la longitud de este eje será de aproximadamente unos 150 mm.

Se aplica de nuevo la ecuación (8) teniendo ahora:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{707,11}{2} \cdot 75 = 26\,516\, Nmm$$

Obteniendo que el diámetro de este eje debe ser mayor a 8,92 mm.

- **Rodamientos con soporte**

Como solución para la disposición de este eje se optó por utilizar rodamientos con soporte, en especial los denominados UCFL.

Como se ha comentado anteriormente, las poleas del conjunto tendrán las mismas dimensiones, por lo que para elegir la dimensión de este rodamiento debe tenerse presente no solo el diámetro mínimo del eje recién calculado, sino también el del Apartado 4.2.2.7. Considerando estos dos diámetros mínimos, se escoge entre las posibles dimensiones de los rodamientos la de diámetro interior igual a 15 mm, siendo entonces los dos rodamientos del tipo UCFL 202.

Finalmente, se puede ahora establecer que el diámetro del eje de cada polea del diseño será de 15 mm.

- **Poleas**

Con respecto a las poleas, su diámetro exterior se establece en función de la relación del mínimo de éste y el del cable. Para ello se hace uso de tablas en las que se indica cuáles son las relaciones adecuadas para cada tipo de cable (Figura 4-44)

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

VALORES DE LAS RELACIONES DE FLEXIÓN EN FUNCIÓN DE LA COMPOSICIÓN DEL CABLE

Damos a continuación los valores mínimos admisibles y críticos de la relación D/d y su equivalencia D/δ (segundo valor mínimo, pág. 59):

COMPOSICION DEL CABLE	Aconsejables		Críticos	
	D/d	D/δ	D/d	D/δ
6 × 7 + 1 Normal	48	430	38	344
6 × 12 + 1 Normal	40	480	32	384
6 × 19 + 1 Seale	37	462	30	370
6 × 19 + 1 Normal	35	525	28	420
6 × 19 + 1 Warrington	33	445	26	356
6 × 25 + 1 Relleno	30	480	24	384
6 × 37 + 1 Normal	24	504	19	400
6 × 36 + 1 Warr. Seale	24	430	19	344
6 × 61 + 1 Normal	20	540	16	432
8 × 19 + 1 Seale	30	560	24	448
8 × 19 + 1 Normal	29	535	24	437
8 × 19 + 1 Warrington	28	460	22	370
8 × 25 + 1 Relleno	24	455	19	364
19 × 7 + 0 Antigiratorio	41	615	32	492
37 × 7 + 0 Antigiratorio	32	670	25	536
18 × 3 + (19×7+0) Antigir.	44	700	35	560

Figura 4-44. Relación entre el diámetro de las poleas y el diámetro del cable.

Utilizando la primera fila, pues es la correspondiente al cable utilizado, se obtiene, por tanto, un diámetro mínimo de polea de: $D = 48 \cdot 2 = 96 \text{ mm}$

Por lo que se establece una polea de 100 mm de diámetro.

El espesor de la polea dependerá del espesor del rodamiento usado para acoplarla al eje.

- **Rodamientos de las poleas**

Los rodamientos a utilizar serán de bolas rígidas por las mismas razones que en el caso de los rodamientos de las ruedas y deberán tener las siguientes características: diámetro interior de 15 mm y capacidad de carga mayor de 707,11 N.

El rodamiento encontrado es el 6302 del fabricante SKF, que posee un espesor de 13 mm, siendo por tanto éste también el de las poleas.

- **Anillos de retención**

En este caso, para los ejes de cada polea se usarán anillos de retención del tipo DIN 471 A para diámetro nominal de 15 mm del fabricante Otia.

- **Chapas**

Para acoplar el conjunto del eje con la polea y los rodamientos con soporte, se utilizan dos chapas plegadas de espesor 3 mm, estando cada una soldada por uno de sus pliegues a las prolongaciones lineales de la estructura de la leva.

Los soportes del rodamiento irán atornillados a estas chapas mediante tornillos de métrica 12.

4.3 Prototipo de mecanismo de fuerza constante

Antes de realizar la fabricación del diseño realizado en el apartado anterior de este Trabajo de Fin de Grado, es conveniente realizar un prototipo en tamaño reducido del mecanismo de fuerza constante. De este modo se podrá comprobar que éste proporciona una fuerza constante durante todo el recorrido mediante un análisis de su funcionamiento sometiéndolo a distintos ensayos, haciendo hincapié en el estudio de la influencia del rozamiento.

Los requisitos de diseño para el prototipo son los siguientes:

- Se considera en este caso una carrera máxima del mecanismo de unos 250-300 mm.
- La fuerza máxima a ejercer será de 200 N, consiguiendo ésta mediante la adición de resortes que ejerzan cada uno una fuerza nominal de unos 25 a 50 N, dependiendo de la constante de rigidez del mismo.
- Mínima fricción posible en los distintos contactos del mecanismo.

El diseño adoptado para el prototipo es el de la Figura 4-45.

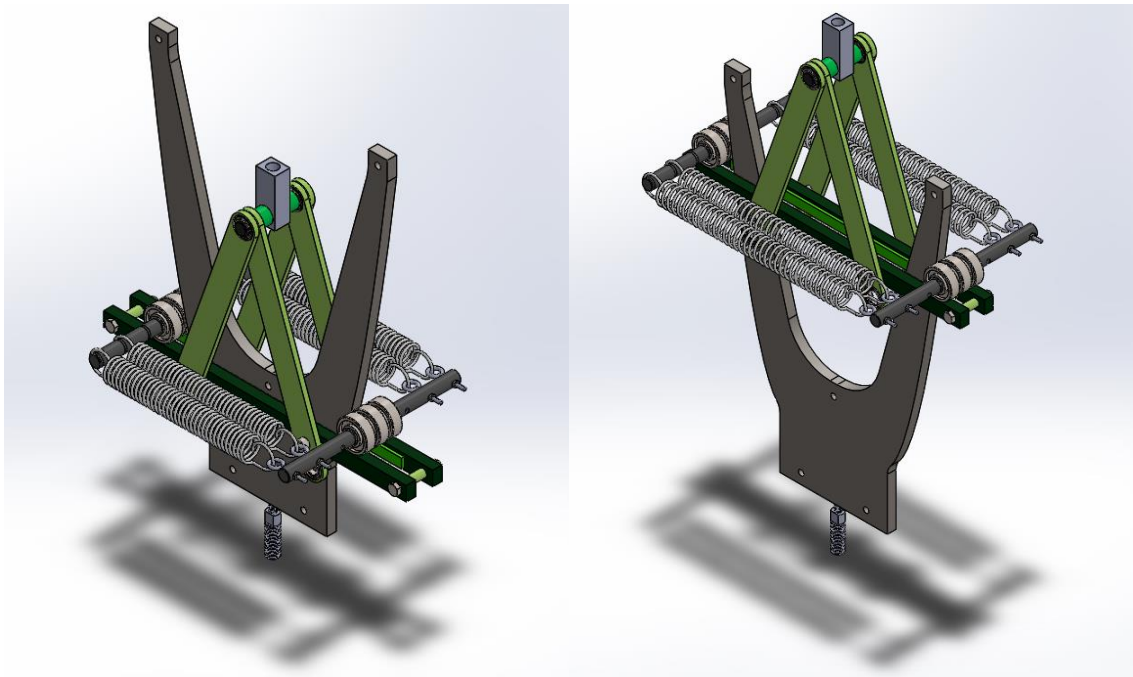


Figura 4-45. Vistas isométricas del diseño del prototipo MFC-1 en dos posiciones distintas de la carrera del mecanismo.

Puede verse en la imagen posterior que existen varias diferencias con respecto al diseño de la máquina de musculación. Las diferencias principales están basadas en el factor económico y en la sencillez, y son las siguientes:

- Dos ejes distintos para la disposición de los muelles. En este caso, en lugar de disponer de dos ejes iguales con estructuras para los resortes, se dispone de un eje en el que los muelles irán apoyados directamente y un eje en el que se colocan pernos de ojo. Se utilizan estos últimos para poder variar la longitud del muelle hasta tenerlo en la posición exacta para el correcto funcionamiento del mecanismo.
- Dos eslabones a cada lado de la leva. En el diseño de la máquina de gimnasio se utiliza un eslabón con una forma específica para poder tirar de las barras móviles. En este caso, para disminuir el coste de fabricación, se utilizan dos eslabones individuales.
- Diseño de la leva. Esta no dispone de prolongaciones puesto que no son necesarias, pero sí dispone de varios orificios y elementos específicos con el fin de poder acoplarla fácilmente a los distintos equipos en los que se analizará el comportamiento del mecanismo. Además, se prescinde de los topes puesto que encarecen la fabricación y no son necesarios para los ensayos.
- Utilización de rodamientos en contacto directo con la leva y con las barras móviles. Se opta por esta opción para reducir el coste y poder añadir posteriormente una corona circular de distintos materiales para poder ensayar y analizar la fuerza según el contacto entre los distintos materiales.

Además de estas diferencias, cabe destacar que este prototipo de MFC-1 está diseñado con el objetivo de poder ser utilizado posteriormente para el MFC-2, reutilizando la mayoría de sus componentes y acoplándolos a la leva correspondiente de ese diseño.

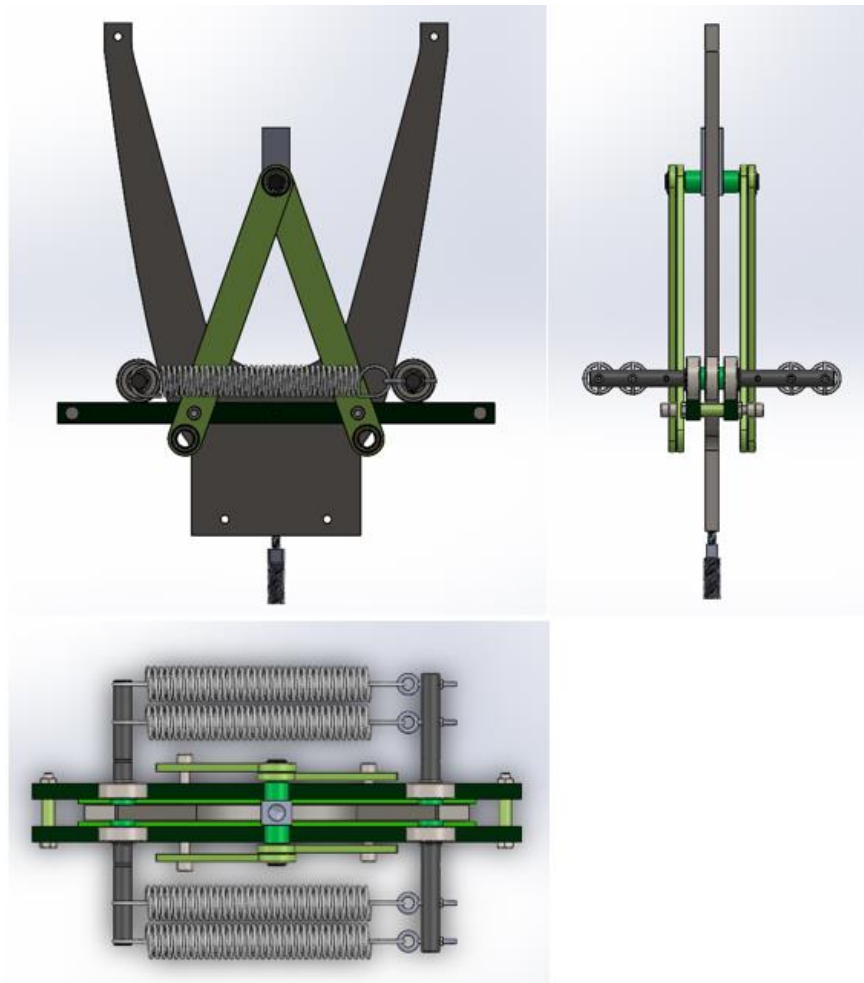


Figura 4-46. Alzado, planta y perfil del diseño del prototipo MFC-1.

El diseño del perfil de la leva se realiza para una constante de rigidez de 0.6857 N/mm y una fuerza nominal de 25 N . En el Anexo 3 se encuentran los distintos ensayos realizados para la elección de dicho perfil de leva.

Con respecto a la selección de los demás elementos que componen el prototipo, los cálculos son los mismos que los realizados para el diseño del sistema de carga, pero teniendo en cuenta ahora las nuevas condiciones impuestas de fuerza, recorrido, etc.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

En la Tabla 4-8 se encuentra un resumen de las dimensiones o denominación y las unidades de los elementos principales del prototipo.

Tabla 4-8. Dimensiones o denominaciones de los elementos principales del prototipo MFC-1.

Elementos	Dimensiones/Denominación	Unidades
Ejes	$L = 182 \text{ mm}, \phi = 12 \text{ mm}$	2
	$L = 69.2 \text{ mm}, \phi = 12 \text{ mm}$	1
Resortes de tracción	D=24 mm , d=2.2 mm , Lo=128 mm , Nt= 36.36	4
	D=24 mm , d=2.5 mm , Lo=128 mm , Nt=32	4
Rodamientos	6201 SKF $\phi_{int} 12 \text{ mm}$	6
	61801 SKF $\phi_{int} 12 \text{ mm}$	8
Anillos de retención	DIN 471 A $\phi 12 \text{ mm}$	6
Pernos de ojo	M3, L=34 mm	4
Eslabón	L=225 mm	4

Capítulo 5.

Conclusiones

Todos los objetivos establecidos han sido alcanzados durante la realización de este proyecto, puesto que se ha podido realizar una comparación de los dos sistemas de carga (inercial y no inercial) y se ha aportado un diseño de aplicación del mecanismo de fuerza constante a una máquina guiada de press de banca. Además, cabe destacar de los sub-objetivos alcanzados el desarrollo de un modelo matemático del ejercicio de press de banca realizado en máquina guiada, ya que éste puede ser de gran utilidad para estudios posteriores.

En base a los análisis comparativos realizados en este Trabajo Fin de Grado para el par, la fuerza y la potencia, y debido a que la mayoría de entrenamientos para el rendimiento físico tiene como objetivo alcanzar una mayor velocidad ante la misma carga, o lo que es lo mismo, aplicar una fuerza a mayor velocidad, puede afirmarse que la realización del ejercicio de press de banca mediante la utilización de un mecanismo de fuerza constante como sistema de carga es una mejor opción que su realización mediante un sistema de carga inercial tradicional. Las razones principales de esta afirmación son:

- La gran influencia que posee la componente inercial de carga a elevar en los sistemas de carga inercial tradicional y el aumento de esta influencia en correspondencia con el aumento de velocidad de ejecución del ejercicio. Se ha podido observar en el Apartado 4.1.3 que esta componente provoca la aparición de variaciones en las tres magnitudes estudiadas, haciéndose más notorias éstas en velocidades altas.
- Utilizando el sistema con MFC, tanto la fuerza como el par que ejerce el hombro se mantienen prácticamente constantes durante todo el recorrido por su parcial eliminación de la inercia.
- Tanto la fuerza media como el par medio que ejerce el hombro cuando utiliza el sistema con MFC son prácticamente independientes de la velocidad a la que se realiza el ejercicio. Esto implica que con este sistema se alcance de manera satisfactoria el objetivo del entrenamiento comentado en el comienzo de este apartado. Ya que se mantiene la fuerza a ejercer del ejercicio, aunque se aumenta la velocidad de ejecución del mismo.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Tras comprobar las ventajas de utilización de un sistema de carga no inercial basado en MFC frente al sistema de carga inercial, se procedió a diseñar la aplicación del mecanismo de fuerza constante. Con este diseño, basado en el mecanismo MFC-1 (Figura 2-12), se consigue obtener una sistema de carga no inercial con MFC de fácil y sencilla aplicación a las distintas máquinas guiadas existentes en el mercado.

Asimismo, con el fin de asegurar el correcto funcionamiento del mecanismo de fuerza constante utilizado en el diseño de aplicación, se ha realizado el diseño de un prototipo a pequeña escala. Este prototipo se fabricará posteriormente orientado a tareas de experimentación y será ensayado principalmente para comprobar si mantiene la carga constante durante todo el recorrido.

Bibliografía

- [1] Universidad de Castilla La Mancha. Tema 3: Biomecánica de las máquinas de musculación [online] [Fecha de consulta: 17/11/17] Disponible en: <https://previa.uclm.es/profesorado/xaguado/ASIGNATURAS/BTD/4-Apuntos/03.pdf>
- [2] Alfonso Blanco Nespereira. Equipamiento para el entrenamiento de la fuerza [online] [Fecha de consulta: 17/11/17] Disponible en: <http://www.efdeportes.com/efd157/equipamiento-para-el-entrenamiento-de-la-fuerza.htm>
- [3] Alex Ventura. La resistencia neumática en centros fitness [online] [Fecha de consulta: 22/11/17] Disponible en: <http://functionalintegratedtraining360.blogspot.com.es/2015/07/la-resistencia-neumatica-en-los-centros.html>
- [4] Keiser pneumatic resistance system [online] [Fecha de consulta: 22/11/17] Disponible en: <https://www.keiser.com/science>
- [5] Máquinas isocinéticas [online] [Fecha de consulta: 22/11/17] Disponible en: <http://prevencionendeportes.blogspot.com.es/2013/04/maquinas-isocineticas.html>
- [6] Javier Felipe López. Máquinas isoinerciales y su aplicación al entrenamiento [online] [Fecha de consulta: 22/11/17] Disponible en: <https://sportadictos.com/2014/12/maquinas-isoinerciales>
- [7] Epte inertial concept. Máquina isoinercial [online] [Fecha de consulta: 22/11/17] Disponible en: <http://isoinercial.electrolisisterapeutica.com/epte-inertial-concept-2/>
- [8] Lan, C-C., Wang, J-Y., (2011). Design of Adjustable Constant-force Forceps for Robot-Assisted Surgical Manipulation. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Shangai, China, Mayo 9-13.
- [9] Lui, Y., Li, D-J., Yu, D-P., Miao, J-g., Yao, J., (2017). Design of a curved surface constant force mechanism. Mechanics Based Design of Structures and Machines. 45: 160-172.
- [10] Ashley, P., "Selectable force exercise machine", "US 7014599 B2", March 21, 2006.
- [11] Riley, R. Q., Carey, D. L., "Exercise machine with spring-cam arrangement for equalizing the force required through the exercise stroke", "US 4231568 A" January 29, 1979.
- [12] F. Duval, E., "Dual pulley constant force mechanism", "US 7677540 B1" April 4, 2004.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

- [13] Colosky, P., Ruttley, Jr., “Gravity-independent constant force resistive exercise unit”, “US 6,685,602 B2”, United States February 3, 2004.
- [14] López-Martínez, J., García-Vallejo, D., Arrabal-Campos, F.M., García-Manrique J.M., (2017). Estudio de nuevos mecanismos de fuerza constante. 13º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica.
- [15] Król, H., Golás, A., (2017). Effect of barbell weight on the structure of the flat bench press. The Journal of Strength and Conditioning Research.
- [16] Jaimes, M. F., Bautista, I. J., Chiroso, I. J., Arguelles, J., Monje, J. M., Chiroso, L. J., (2012). Análisis cinético y cinemático del press de banca en dos situaciones de evaluación: press banca libre vs press banca máquina smith. Proyecto piloto.
- [17] Golás, A., Maszczyk, A., Król, H., Wilk, M., Statsny, P., Petr, M., Wróbel, G., (2015). Changes in bar velocity and muscular activity during the bench press in relation to the load lifted. Central European Journal of Sport Sciences and Medicine. Vol. 11, No. 3.
- [18] Manuel Herrera. Press de banca libre vs press de banca en máquina [online] [Fecha de consulta: 11/01/18] Disponible en: <https://www.vitonica.com/entrenamiento/press-de-banca-libre-vs-press-de-banca-en-maquina>
- [19] Javier Felipe López. Tipos de press banca y seguridad [online] [Fecha de consulta: 11/12/17] Disponible en: <https://sportadictos.com/2013/11/seguridad-tipos-press-banca>
- [20] Press de banca con pesas vs. press de banca en máquina Smith. ¿Cuál es mejor? [online] [Fecha de consulta: 11/01/18] Disponible en: <https://www.prozis.com/blog/es/press-banca-maquina-smith/>
- [21] Connor Heffernan. The History of the Smith Machine [online] [Fecha de consulta: 11/12/17] Disponible en: <https://physicalculturestudy.com/2015/12/15/the-history-of-the-smith-machine/>
- [22] Tipos de máquina Smith [online] [Fecha de consulta: 11/12/17] Disponible en: <http://www.lowstars.com/jzPKDZk/>
- [23] [online] [Fecha de consulta: 20/02/18] Disponible en: <https://www.fitnessdigital.com>
- [24] [online] [Fecha de consulta: 20/02/18] Disponible en: <https://www.fitnessboutique.es>
- [25] Knapp, J. M., “Compact weightlifting frame system”, “US 7488277 B1”, February 10, 2009.
- [26] Webber, R. T., “Dual action weightlifting machine”, “US 2007/0203002 A1”, August 30, 2007.
- [27] Baran, J., “Dual-guided exercise apparatus”, “US 5215510”, June 1, 1993.

- [28] Michael-Frost, D., Barry-Cronin, J., Usher-Newton, R., (2008). A comparison of the kinematics, kinetics and muscle activity between pneumatic and free weight resistance. *Eur J Appl Physiol* 104, 937–956.
- [29] Wang, H., Ji, Z., Jiang, G., Li, L., (2016). Analysis of Muscle Activity Utilizing Bench Presses in the AnyBody Simulation Modelling System. Hindawi Publishing Corporation: Modelling and Simulation in Engineering. Volume 2016, Article ID 3649478.
- [30] Rahmani, A., Rambaud, O., Bourdin, M., Mario, JP., (2009). A virtual model of the bench press exercise. *Journal of Biomechanics* 42, 1610–1615.
- [31] Winter, D.A., (2009). Biomechanics and motor control of human movement, fourth edition. Editorial: John Wiley & Sons, Inc. ISBN: 978-0-470-39818-0.
- [32] Chaffin, D.B., 1969. A computerized biomechanical model-Development of and use in studying gross body actions. *Journal of Biomechanics*, 2(4): p. 429-441.
- [33] Nussbaum, M.A., Chaffin, D.B., Rechten, C.J., 1995. Muscle lines-of-action affect predicted forces in optimization-based spine muscle modeling. *Journal of Biomechanics*. 28(4): p. 401-409.
- [34] Bean, J.C., Chaffin, D.B., Schultz, A.B., 1988. Biomechanical model calculation of muscle contraction forces: A double linear programming method. *Journal of Biomechanics*, 21(1): p. 59-66.
- [35] El Ouaid, Z., et al., 2013. Coupled objective function to study the role of abdominal muscle forces in lifting using the kinematics-driven model. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 16(1): p. 54-65.
- [36] Anders, C., et al., 2008. Evaluation of the EMG-force relationship of trunk muscles during whole body tilt. *Journal of Biomechanics*, 41(2): p. 333-339.
- [37] Dolan, P., Adams, M.A., 1993. The relationship between EMG activity and extensor moment generation in the erector spinae muscles during bending and lifting activities. *Journal of Biomechanics*, 26(4-5): p. 513-522.
- [38] Ahmed A. Shabana. *Computational Dynamics*, third edition. Editorial: John Wiley & Sons. ISBN: 9780470686157.
- [39] García-Prada, J.C., Castejón-Sisamón, C., Rubio-Alonso, H., 2007. *Problemas resueltos de Teoría de Máquinas y Mecanismos*. ISBN: 978-84-9732-495-3.
- [40] Avello, A., *Teoría de Máquinas. Segunda Edición*. (2014). Tecnun – Universidad de Navarra. ISBN: 978-84-8081-250-4.
- [41] Król, H., Garbaciak, B., (2017). Movement features which describe the flat bench press. *Pol. J. Sport Tourism*, 24, 79-85.
- [42] Contini, R., (1972) Body segment parameters, Part II. *Artificial Limbs*, 16 (1) 1-19.

- [43] Duffey, M.J., (2008). A biomechanical analysis of the bench press. A Dissertation in Kinesiology.
- [44] López-Martínez, J., García-Vallejo, D., Arrabal-Campos, F.M., García-Manrique J.M., (2018). Design of Three New Cam-Based Constant-Force Mechanisms. Journal of Mechanical Design, Vol. 140.
- [45] Jandacka, D., Vaverka, F., 2009. Validity of Mechanical Power Output Measurement at Bench Press Exercise. Journal of Human Kinetics volume 21, 33-43.
- [46] García-Ramos, A., Jaric, S., Padial, P., Feriche, B., 2016. Force–Velocity Relationship of Upper Body Muscles: Traditional Versus Ballistic Bench Press. Journal of Applied Biomechanics, 32, 178 -185.

ANEXOS

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Anexo 1.

Diagramas de bloques de SimMechanics

Cuatro diagramas de bloques de SimMechanics han sido realizados durante este proyecto, diferenciándose éstos en First Generation y Second Generation, y a su vez éstos dividiéndose en sistema de carga inercial y sistema de carga no inercial MFC.

A continuación, se exponen gráficamente cada uno de ellos con sus respectivos subsistemas.

- SISTEMA DE CARGA INERCIAL

En las dos siguientes figuras, puede observarse el diagrama de bloques, y sus subsistemas, realizado para simular el modelo desarrollado mediante First Generation con el fin de verificar los cálculos realizados.

Simulación sistema de carga inercial First Generation

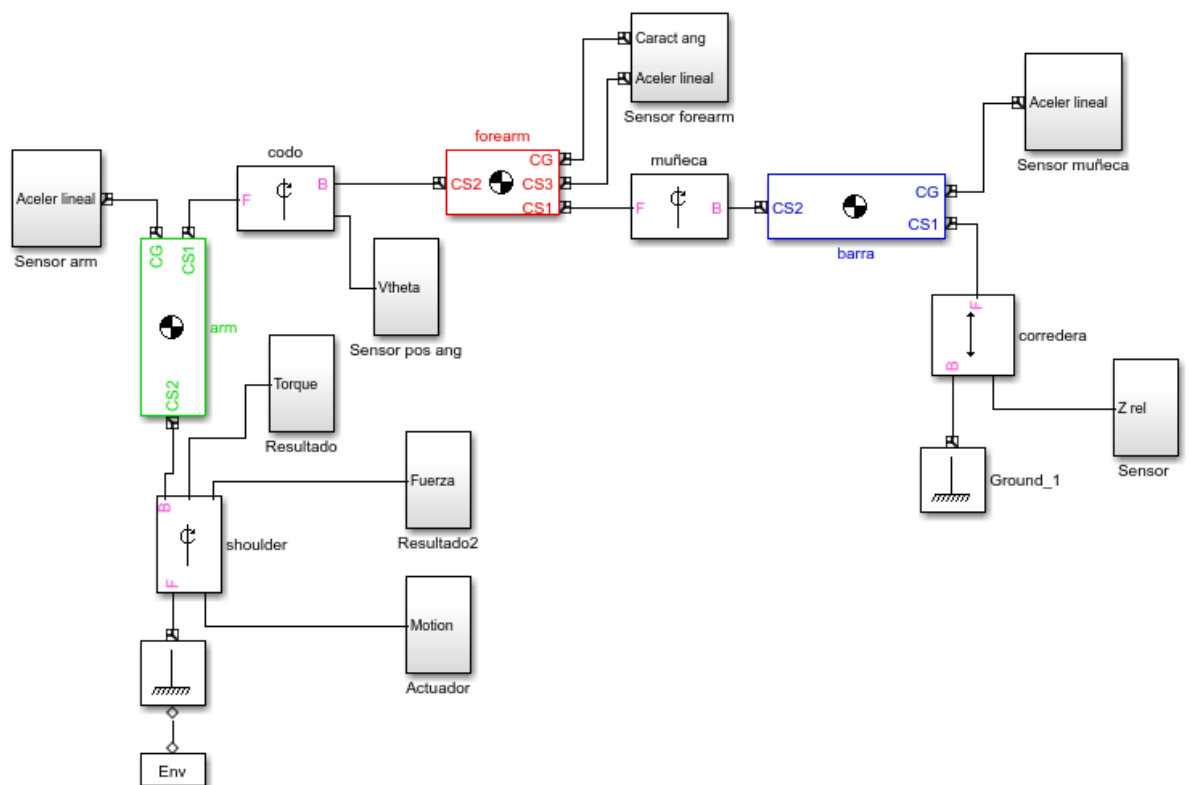


Figura A-1. Diagrama de bloques de First Generation para simulación con sistema de carga inercial.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

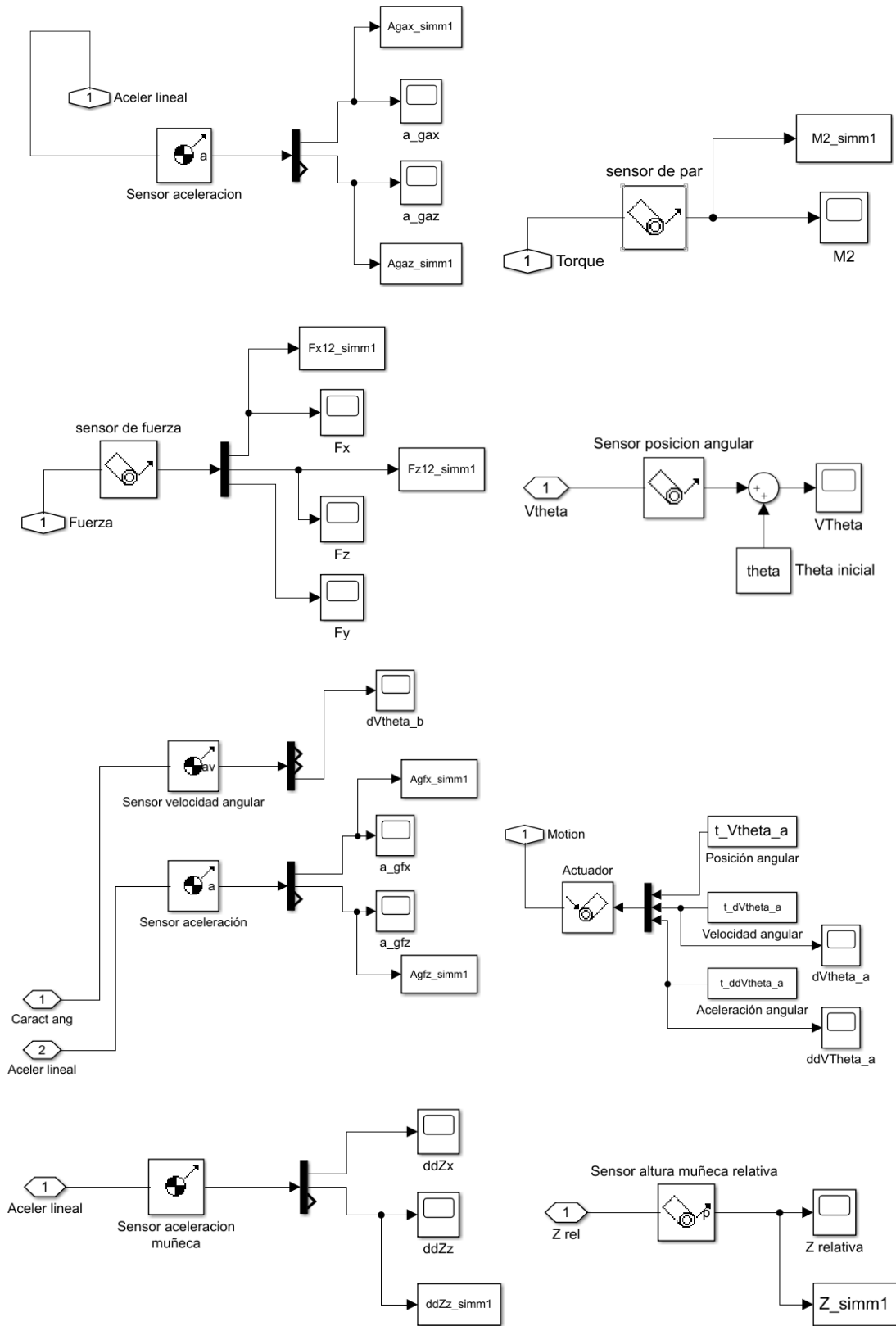


Figura A-2. Diagramas de bloques de los subsistemas de la simulación del sistema de carga inercial con First Generation.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Puede observarse en las siguientes figuras el diagrama de bloques, y sus subsistemas, realizado para simular el modelo desarrollado mediante Second Generation.

Simulación sistema de carga inercial Second Generation

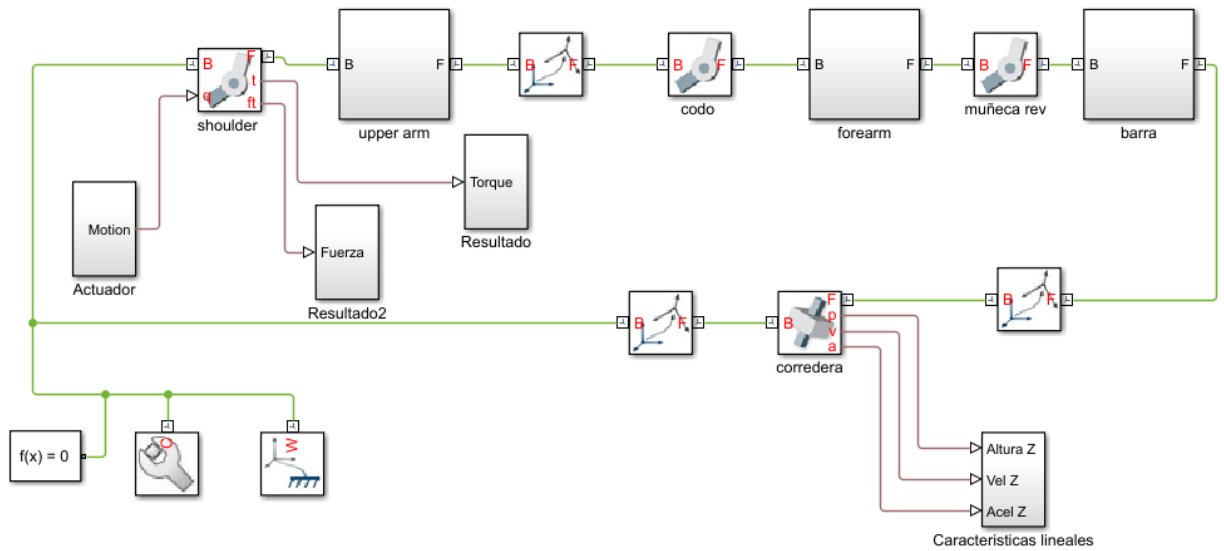
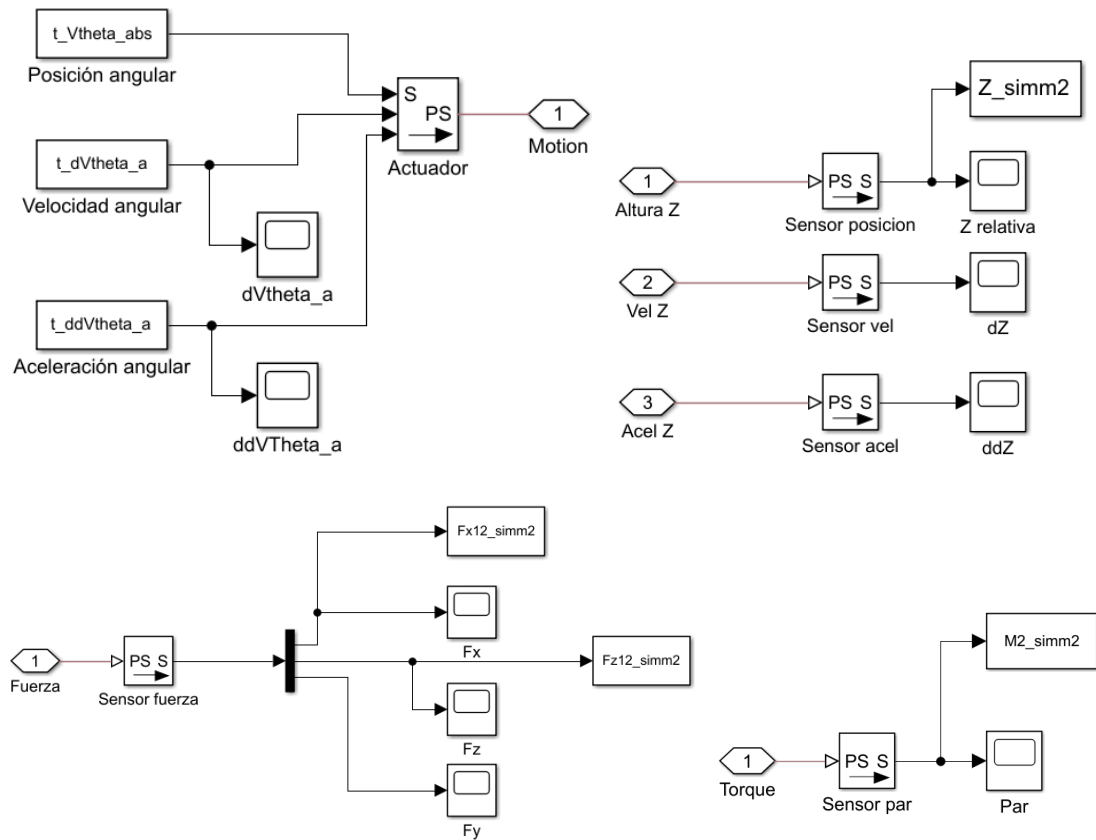


Figura A-3. Diagrama de bloques de Second Generation para simulación con sistema de carga inercial.



“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

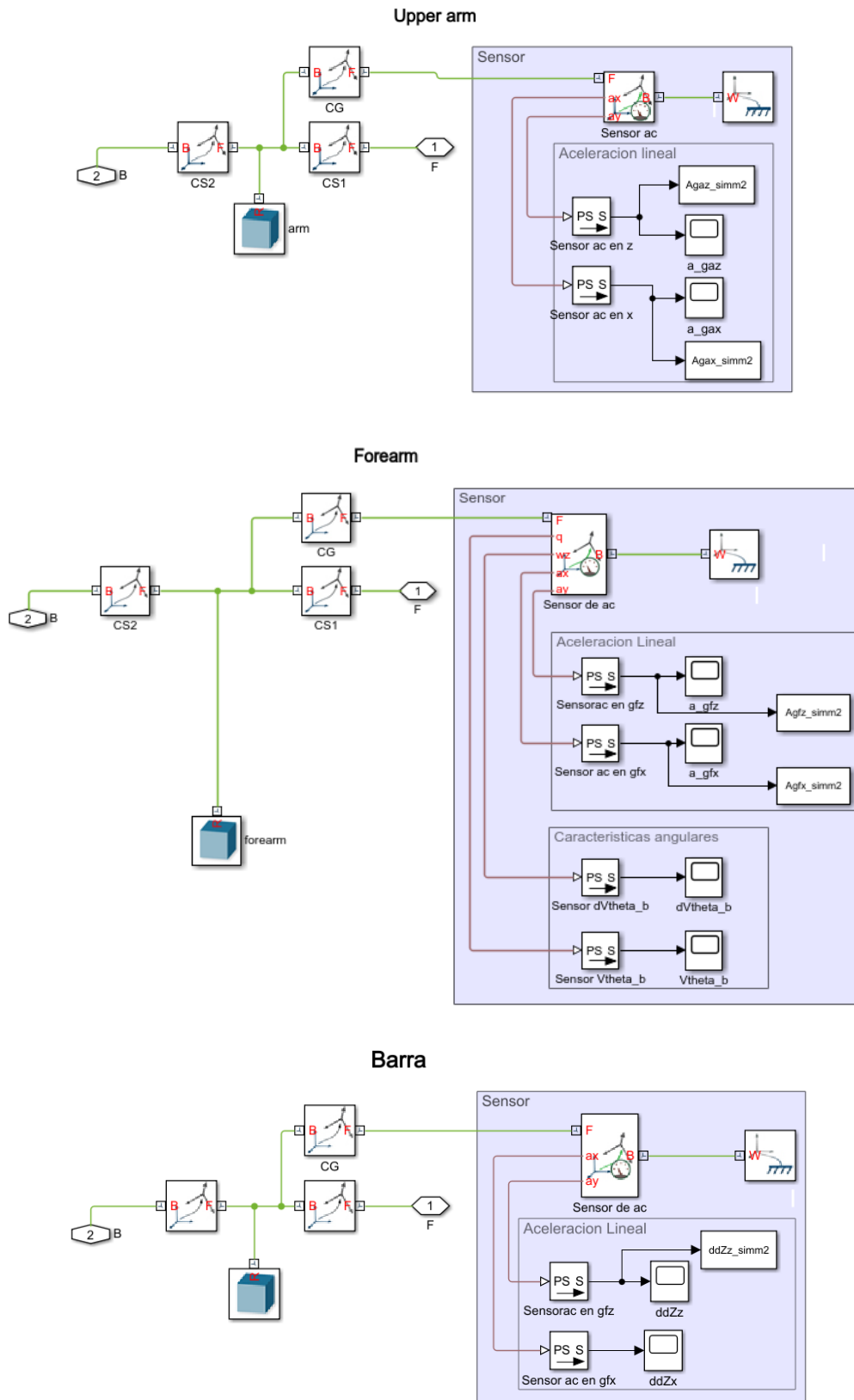


Figura A-4. Diagramas de bloques de los subsistemas de la simulación del sistema de carga inercial con Second Generation.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

- SISTEMA DE CARGA NO INERCIAL MFC

Puede observarse en las Figura A-5 y Figura A-6 los diagramas de bloque de First y Second Generation, respectivamente, utilizados para simular el modelo desarrollado con un sistema de carga no inercial de MFC.

Simulación sistema de carga no inercial MFC First Generation

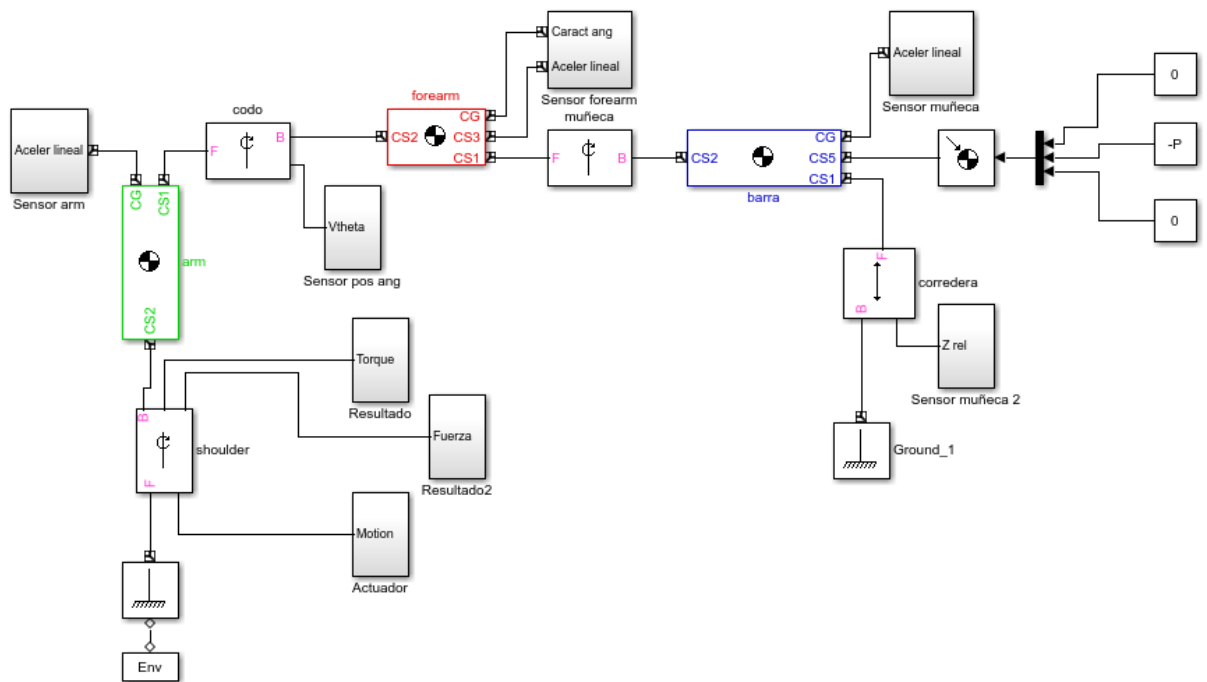


Figura A-5. Diagrama de bloques de First Generation para simulación con sistema de carga no inercial MFC.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

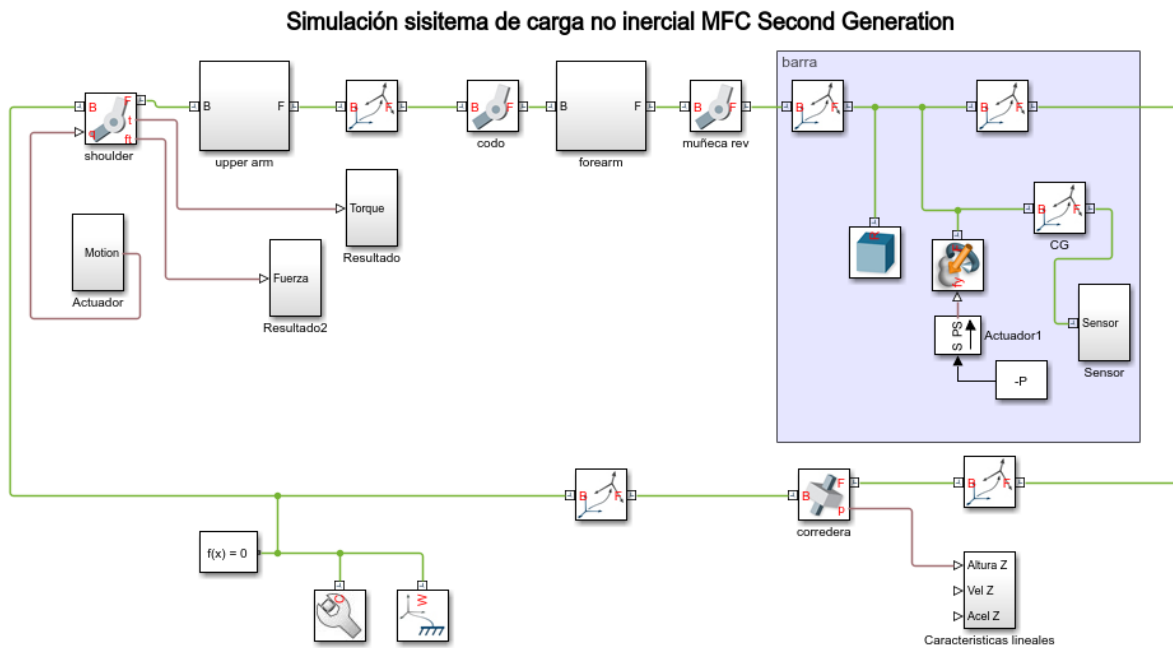


Figura A-6. Diagrama de bloques de Second Generation para simulación con sistema de carga no inercial MFC.

Los subsistemas de estos dos diagramas son los mismos que los del sistema inercial, diferenciándose únicamente en la existencia de una carga puntual en el bloque denominado “barra”.

Anexo 2.

Código de MATLAB

A continuación, se encuentran los scripts que han sido necesarios para la realización del proyecto. En concreto, se diferencian:

- VERIFICACIÓN

1. **Script datos.**

En este Script se encuentran los datos necesarios para la realización del modelo desarrollado.

Se utiliza para la verificación de cada uno de los sistemas de carga.

2. **Script Z_Zo.**

Este script es el encargado de obtener la curva de altura de la muñeca durante el ejercicio.

Se utiliza el mismo en la verificación de cada uno de los sistemas de carga.

3. **Script posición.**

Con este script se resuelve el problema de posición explicado anteriormente en el Apartado 3.5.

Se utiliza el mismo en la verificación de cada uno de los sistemas de carga.

4. **Script cinemática.**

Con este script se resuelve el problema de velocidad y problema de aceleración del Apartado 3.6.

Es el mismo también en la verificación de los dos sistemas de carga.

5. **Script dinámica MFC.**

Este se utiliza para resolver dinámicamente el modelo cuando el ejercicio se realiza con un sistema de carga no inercial.

6. **Script dinámica SI.**

Este se utiliza para resolver dinámicamente el modelo cuando el ejercicio se realiza con un sistema de carga inercial.

7. **Script comp SI y Script comp MFC.**

Sirven para verificar los resultados de cada uno de los sistemas mediante la comparación de los resultados calculados y las simulaciones en SimMechanics First y Second Generation.

Se utiliza uno para el sistema inercial y otro para el no inercial.

En este proyecto se expone solo uno de ellos, ya que el código es el mismo para los dos y solo varía el nombre de los archivos a llamar desde el script.

- **ANÁLISIS COMPARATIVO**

Para este caso, se reutilizan los scripts de la verificación, pero ahora transformados en funciones, salvo el Script datos, que es el mismo que el utilizado en la verificación.

Además, se utiliza un script principal (Script resultados) para cada sistema de carga que llama a todas las funciones, que representa las curvas características del proyecto y que calcula las características estadísticas principales de los resultados obtenidos de cada sistema.

Todos los scripts presentados a continuación serán duplicados (salvo datos y Z_Zo), siendo unos para resolver el sistema de carga inercial y otros para el sistema de carga no inercial, únicamente cambiando el contenido de cálculo respectivo a la dinámica, como en la verificación.

Por ello, en este proyecto se expone el código utilizado para resolver el caso del sistema no inercial, sabiendo que para el sistema inercial se realizan los mismos cálculos con nombres distintos, y se expone la dinámica del sistema inercial, por ser el único código con diferencias en los cálculos.

- 1. Script datos.**
- 8. Función Z_zo MFC**
- 9. Función posición MFC.**
- 10. Función cinemática MFC.**
- 11. Función dinámica MFC.**
- 12. Función dinámica SI.**
- 13. Script Resultados MFC.**

1. SCRIPT DATOS

```
%% DATOS

% Definimos los valores de las magnitudes que conocemos para el
% posterior análisis (Utilizamos las designaciones del artículo)

% Dimensiones [m]
H=1.847;

La=(0.814-0.621)*H;
La_p=0.436*La; % proximal= dist del hombro al centro de gravedad
La_d=0.564*La; % distal= dist del centro de gravedad al codo
La_r=0.322*La; % radio de giro para momento de inercia

Lf=(0.621-0.477)*H;
Lf_p=0.430*Lf; % proximal= dist del codo al centro de gravedad
Lf_d=0.570*Lf; % distal= dist del centro de gravedad a la muñeca
Lf_r=0.303*Lf; % radio de giro para momento de inercia

Lh=(0.485-0.377)*H;
Lh_p=0.506*Lh;
Lh_d=0.494*Lh;
Lh_r=0.297*Lh;

% Valores de masa [kg]
body_mass=101;

Ma=0.028*body_mass; % masa del brazo
Mf=0.016*body_mass; % masa del antebrazo
Mh=0.006*body_mass; % masa de la mano
M=44; % masa a elevar durante el press de banca
Mtot=(M/2)+Mh; % masa que soporta la corredera de simetría

g=9.81; % gravedad [m/s2]
P=(M/2)*g; % Peso a elevar durante el press de banca

% Momentos de inercia del brazo y el antebrazo [kg*m^2]
Ia=Ma*La_r^2;
If=Mf*Lf_r^2;
```

2. SCRIPT Z_Zo

```
%% GRÁFICA Z+Zo

close all
global t2

% Obtención de la matriz de datos de Z respecto al tiempo recogidos en
% excel.
matriz=xlsread('Z-Zo');
time=matriz(1:52,3); %valores de tiempo de la fase concéntrica [m]
Z=matriz(1:52,4); % valores de Z durante la fase concéntrica [m]

% Obtenemos el valor de tiempo final, es decir, el tiempo total de la
% fase concéntrica del movimiento:
t2=time;
size_t=length(t2);
t_end=t2(size_t);

% Definimos polinomio de grado 7 obtenido tras haber graficado
% anteriormente en matlab la gráfica de la altura de la muñeza (menos
% 0.3 m) en autocad que pasamos a excel:
syms x y real

p1 = 4495.6      ;
p2 = -6391.7    ;
p3 = 3437.6     ;
p4 = -888.36    ;
p5 = 111.04     ;
p6 = -2.1706    ;
p7 = 0.047422   ;
p8 = 0.10865    ;

y = p1*x^7 + p2*x^6 + p3*x^5 + p4*x^4 + p5*x^3 + p6*x^2 + p7*x + p8;

% Creamos vector de tiempo con mismo valor de intervalo:
Nint=500; % número de divisiones de la curva Z
Vint=(1:1:Nint);
t2=(t_end/Nint*Vint)';

% Creamos el vector posición utilizando el polinomio y el nuevo vector
% de tiempo:
n=length(t2);
Zfnc=zeros(n,1);
for i=1:n
    x=t2(i);
    Zfnc(i)=eval(y);
end
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
size(t2);
size(Zfnc);
Zfnc;

% Creamos la matriz de posición y tiempo de la muñeca:
PosZ=[t2,Zfnc];

% El valor de la posición inicial de la muñeca es:
Zo=PosZ(1,2);

%Graficamos los valores de Z y tiempo:
figure();
hold all
plot(PosZ(:,1), PosZ(:,2))
legend('Z')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Desplazamiento vertical (m)')
axis([0 0.45 0 0.8])

% Calculamos porcentaje de desplazamiento para posteriores gráficas:
Zmin=Zfnc(1);
Zfnc2=Zfnc-Zmin;
Zmax=Zfnc2(Nint);
Zporc=(Zfnc2)*100./(Zmax);
```

3. SCRIPT POSICION

```
%% PROBLEMA POSICIÓN
clc
clear all

% Llamamos a los programas necesarios para resolver éste:
Datos
Z_Zo

% Posición inicial del mecanismo [m]:
Xo=0.315;
Z=Zo;
Zs=0;

% Cálculos trigonométricos para la obtención de los ángulos
% característicos en la posición inicial del mecanismo [rad]:
theta=acos((Xo^(2)+(Zo-Zs)^2-La^2-Lf^2)/(-2*La*Lf));
theta_f=pi()-theta;
beta=atan((Z-Zs)/Xo);
alpha=atan((Lf*sin(theta_f))/(La+Lf*cos(theta_f)));
theta_a=beta-alpha;
```

```
theta_b=theta_f+theta_a;

% Creación de vectores de posición de los ángulos del mecanismo en
% función del tiempo de fase concéntrica a partir de la variación de
% altura de la barra (Z):
% vector de valores del ángulo theta con respecto al tiempo:
Vtheta=acos((Xo^(2)+(PosZ(:,2)).^(2)-La^(2)-Lf^(2))/(-2*La*Lf));
% vector de valores del ángulo theta_f (codo) con respecto al tiempo:
Vtheta_f=pi()-Vtheta;
% vector de valores de beta con respecto al tiempo:
Vbeta=atan(PosZ(:,2)./Xo);
% vector de valores de alpha con respecto al tiempo:
Valpha=atan((Lf*sin(Vtheta_f))./(La+Lf*cos(Vtheta_f)));
% vector de valores de theta_a (hombro) con respecto al tiempo:
Vtheta_abs=Vbeta-Valpha;
% vector de valores de theta_b (codo) con respecto al tiempo:
Vtheta_b=Vtheta_f+Vtheta_abs;

% Vector de valores del ángulo theta_a restándole el theta_a inicial
% del mecanismo para su posterior simulación en SimMechanics (valores
% relativos):
Vtheta_a=(Vtheta_abs-theta_a);

% Matriz con 2 columnas: tiempo y vector posición del ángulo theta_a
% durante la fase concéntrica (absoluto y relativo):
t_Vtheta_a=[PosZ(:,1),Vtheta_a];
t_Vtheta_abs=[PosZ(:,1),Vtheta_abs];

% Graficamos los valores de theta_a y tiempo:
figure ()
plot(t2,Vtheta_abs)
legend('Theta_a')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Posición angular(rad)')
```

4. SCRIPT CINEMATICA

```
%% VELOCIDADES Y ACELERACIONES

%Llamada a otros scripts necesarios para la resolución:
Posicion

%% THETA_A

% Calculamos los vectores velocidad y aceleración del ángulo theta_a
% utilizando la fórmula de velocidad y aceleración instantáneas:
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
for i=2:length(t2)
    dVtheta_a(i,1)=(Vtheta_a(i)-Vtheta_a(i-1))/(t2(i)-t2(i-1));
    ddVtheta_a(i,1)=(dVtheta_a(i)-dVtheta_a(i-1))/(t2(i)-t2(i-1));
end

% Suavizamos curvas:
dVtheta_a=smooth(t2,dVtheta_a);
ddVtheta_a=smooth(t2,ddVtheta_a);

% Creamos matriz de vectores velocidad y aceleración junto al tiempo:
t_dVtheta_a=[t2,dVtheta_a];
t_ddVtheta_a=[t2,ddVtheta_a];

% Graficamos estas matrices para observar la variación de la velocidad
% y la aceleración de theta_a en el tiempo:
figure ()
plot(t2,dVtheta_a)
legend('VTheta_a')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Velocidad angular(rad/s)')
figure ()
plot(t2,ddVtheta_a)
legend('ATheta_a')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración angular(rad/s2)')

%% THETA_B

%Seguimos el mismo procedimiento que en theta_a:
for i=2:length(t2)
    dVtheta_b(i,1)=((Vtheta_b(i)-Vtheta_b(i-1))/(t2(i)-t2(i-1)));
    ddVtheta_b(i,1)=(dVtheta_b(i)-dVtheta_b(i-1))/(t2(i)-t2(i-1));
end

dVtheta_b=smooth(t2,dVtheta_b);
ddVtheta_b=smooth(t2,ddVtheta_b);

t_dVtheta_b=[t2,dVtheta_b];
t_ddVtheta_b=[t2,ddVtheta_b];

figure ()
plot(t2,dVtheta_b)
legend('VTheta_b')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Velocidad angular(rad/s)')
figure ()
plot(t2,ddVtheta_b)
legend('ATheta_b')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración angular(rad/s2)')
```

```
%% Z (ALTURA MUÑECA)

%Seguimos el mismo procedimiento que en theta_a:
for i=2:length(t2)
    dZ(i,1)=(PosZ(i,2)-PosZ(i-1,2))/(t2(i)-t2(i-1));
    ddZ(i,1)=(dZ(i)-dZ(i-1))/(t2(i)-t2(i-1));
end

dZ=smooth(t2,dZ);
ddZ=smooth(t2,ddZ);

t_dZ=[t2,dZ];
t_ddZ=[t2,ddZ];

figure ()
plot(t2,dZ)
legend('VZ')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Velocidad (m/s)')
figure ()
plot(t2,ddZ)
legend('AZ')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración(m/s2)')

%% ACELERACIONES PARA DINÁMICA INVERSA

% Aceleración del centro de gravedad del brazo-----

for i=1:length(t2)
    a_ga=[0; 0]+ddVtheta_a(i)*La_p*[-sin(Vtheta_abs(i));
    cos(Vtheta_abs(i))]-
    La_p*dVtheta_a(i)^2*[cos(Vtheta_abs(i));sin(Vtheta_abs(i))];
    a_gax(i,1)=a_ga(1);
    a_gaz(i,1)=a_ga(2);
end

figure ()
plot(t2,a_gax)
legend('A_gax')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración(m/s2)')
figure ()
plot(t2,a_gaz)
legend('A_gaz')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración(m/s2)')
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
% Aceleración del centro de gravedad del antebrazo-----

% Primero necesitamos calcular la aceleración del punto B (el codo):

for i=1:length(t2)
    aB=[0; 0]+ddVtheta_a(i)*La*[-sin(Vtheta_abs(i));
    cos(Vtheta_abs(i))]-
    La*dVtheta_a(i)^2*[cos(Vtheta_abs(i));sin(Vtheta_abs(i))];
    aBx(i,1)=aB(1);
    aBz(i,1)=aB(2);
end

%Para ahora calcular la del antebrazo:

for i=1:length(t2)
    a_gf=[aBx(i); aBz(i)]+ddVtheta_b(i)*Lf_p*[-sin(Vtheta_b(i));
    cos(Vtheta_b(i))]-
    Lf_p*dVtheta_b(i)^2*[cos(Vtheta_b(i));sin(Vtheta_b(i))];
    a_gfx(i,1)=a_gf(1);
    a_gfz(i,1)=a_gf(2);
end

figure ()
plot(t2,a_gfx)
legend('A_gfx')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración(m/s2)')
figure ()
plot(t2,a_gfz)
legend('A_gfz')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración(m/s2)')
```

5. SCRIPT DINAMICA MFC

```
%% DINÁMICA INVERSA MFC

% Llamada a otros scripts necesarios para la resolución:
Cinematica

% Resolvemos sistema de ecuaciones de equilibrio estático de los
eslabones mediante matrices:
for i=1:length(t2)
    A=[1 0 -1 0 0 0 0 0;
    0 1 0 -1 0 0 0 0;
    La_p.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_p.*cos(Vtheta_abs(i))
    La_d.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_d.*cos(Vtheta_abs(i)) 0 0 1 -1;
    0 0 1 0 -1 0 0 0;
    0 0 0 1 0 -1 0 0;
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
0 0 Lf_p.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_p.*cos(Vtheta_b(i))
Lf_d.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_d.*cos(Vtheta_b(i)) 0 -1;
    0 0 0 0 0 1 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 1];
    B=[Ma*a_gax(i); Ma*a_gaz(i)+Ma*g; Ia*ddVtheta_a(i); Mf*a_gfx(i);
Mf*a_gfz(i)+Mf*g; If*ddVtheta_b(i); P; 0];
    X=A\B;
    Fx12(i,1)=X(1);
    Fz12(i,1)=X(2);
    Fx23(i,1)=X(3);
    Fz23(i,1)=X(4);
    Fx31(i,1)=X(5);
    Fz31(i,1)=X(6);
    M2(i,1)=X(7);
    M3(i,1)=X(8);
end

% Gráficas del par del hombro y la fuerza vertical del hombro frente a
% porcentaje de desplazamiento:

figure ()
plot(Zporc, M2)
legend('M2 MFC')
xlabel('Desplazamiento (%)')
ylabel('Par (N·m)')
figure ()
plot(Zporc, Fz12)
legend('FZ12')
xlabel('Desplazamiento (%)')
ylabel('Fuerza (N)')

% Relación entre la aceleración en Z del centro de gravedad del brazo
% y las curvas de fuerza y par obtenidas:

figure ()
[ax,h1,h2]=plotyy(Zporc, a_gaz, Zporc, Fz12, 'plot')
xlabel('Desplazamiento (%)')
set(get(ax(1), 'Ylabel'), 'String', 'Aceleración(m/s2)', 'FontSize', 20)
set(get(ax(2), 'Ylabel'), 'String', 'Fuerza (N)', 'FontSize', 20)
figure ()
[ax,h1,h2]=plotyy(Zporc, a_gaz, Zporc, M2, 'plot')
xlabel('Desplazamiento (%)')
set(get(ax(1), 'Ylabel'), 'String', 'Aceleración(m/s2)', 'FontSize', 20)
set(get(ax(2), 'Ylabel'), 'String', 'Par (N·m)', 'FontSize', 20)
```


6. SCRIPT DINAMICA SI

```
%% DINÁMICA INVERSA SI

% Llamada a otros scripts necesarios para la resolución:
Cinematica

% Resolvemos sistema de ecuaciones de equilibrio estático de los
eslabones mediante matrices:
for i=1:length(t2)
    A=[1 0 -1 0 0 0 0 0;
      0 1 0 -1 0 0 0 0;
      La_p.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_p.*cos(Vtheta_abs(i))
      La_d.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_d.*cos(Vtheta_abs(i)) 0 0 1 -1;
      0 0 1 0 -1 0 0 0;
      0 0 0 1 0 -1 0 0;
      0 0 Lf_p.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_p.*cos(Vtheta_b(i))
      Lf_d.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_d.*cos(Vtheta_b(i)) 0 -1;
      0 0 0 0 0 1 0 0;
      0 0 0 0 0 0 0 1];
    B=[Ma*a_gax(i); Ma*a_gaz(i)+Ma*g; Ia*ddVtheta_a(i); Mf*a_gfx(i);
      Mf*a_gfz(i)+Mf*g; If*ddVtheta_b(i); Mtot*g+Mtot*ddZ(i); 0];
    X=A\B;
    Fx12(i,1)=X(1);
    Fz12(i,1)=X(2);
    Fx23(i,1)=X(3);
    Fz23(i,1)=X(4);
    Fx31(i,1)=X(5);
    Fz31(i,1)=X(6);
    M2(i,1)=X(7);
    M3(i,1)=X(8);
end

% Gráficas del par del hombro y la fuerza vertical del hombro frente a
% porcentaje de desplazamiento:

figure ()
plot(Zporc, M2)
legend('M2 MFC')
xlabel('Desplazamiento (%)')
ylabel('Par (N·m)')
figure ()
plot(Zporc, Fz12)
legend('FZ12')
xlabel('Desplazamiento (%)')
ylabel('Fuerza (N)')

% Relación entre la aceleración de la carga a elevar y las curvas de
fuerza y par obtenidas:
```

```
figure()
[ax,h1,h2]=plotyy(Zporc, ddZ, Zporc, Fz12, 'plot')
xlabel('Desplazamiento (%)')
set(get(ax(1),'Ylabel'),'String','Aceleración(m/s2)','FontSize',20)
set(get(ax(2),'Ylabel'),'String','Fuerza (N)','FontSize',20)
```

```
figure()
[ax,h1,h2]=plotyy(Zporc, ddZ, Zporc, M2, 'plot')
xlabel('Desplazamiento (%)')
set(get(ax(1),'Ylabel'),'String','Aceleración(m/s2)','FontSize',20)
set(get(ax(2),'Ylabel'),'String','Par (N·m)','FontSize',20)
```

7. SCRIPT COMP MFC

```
%% RESULTADOS DE ANÁLISIS MFC
clc
clear all

% Llamamos a los distintos scripts y archivos de SimMechanics:
Dinamica
sim('PressBench_first_MFC')
sim('PressBench_second_MFC')

% Comparamos los resultados obtenidos en cada uno de ellos:
% Par del hombro obtenido [N·m]:
figure
hold all
plot(t2,M2)
plot(M2_simm1)
plot(M2_simm2)
legend('M2-matlab','M2-simm1','M2-simm2')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Par(N·m)')

% Aceleración vertical de la muñeca [m/s2]:
figure
hold all
plot(t2,ddZ)
plot(ddZz_simm1)
plot(ddZz_simm2)
legend('Az-matlab','Az-simm1','Az-simm2')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Aceleración(m/s2)')

% Fuerza de reacción en el hombro [N]:
figure
hold all
```

```
plot(t2,Fz12)
plot(Fz12_simm1)
plot(Fz12_simm2)
legend('Fz12-matlab','Fz12-simm1','Fz12-simm2')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Fuerza (N)')
```

8. FUNCIÓN Z_Zo

```
%% GRÁFICA Z+Zo
```

```
function [PosZ,Zporc]=Z_Zo(b)
close all
global t2

% Obtención de la matriz de datos de Z respecto al tiempo recogidos en
% excel.
matriz=xlsread('Z-Zo');
time=matriz(1:52,3);
Z=matriz(1:52,4);

% Obtenemos el valor de tiempo final:
t2=time;
size_t=length(t2);
t_end=t2(size_t);

% Definimos polinomio de grado 7:
syms x y real

p1 = 4495.6;
p2 = -6391.7;
p3 = 3437.6;
p4 = -888.36;
p5 = 111.04;
p6 = -2.1706;
p7 = 0.047422;
p8 = 0.10865;

y = p1*x^7 + p2*x^6 + p3*x^5 + p4*x^4 + p5*x^3 + p6*x^2 + p7*x + p8;

% Creamos vector de tiempo con mismo valor de intervalo:
Nint=500; % número de divisiones de la curva Z
Vint=(1:1:Nint);
t2=(t_end/Nint*Vint)';

% Creamos el vector posición:
n=length(t2);
Zfnc=zeros(n,1);
for i=1:n
    x=t2(i);
```

```
Zfnc(i)=eval(y);
end
size(t2);
size(Zfnc);
Zfnc;

% Creamos la matriz de posición y tiempo de la muñeca:
PosZ=[t2*b,Zfnc];

% Calculamos porcentaje de desplazamiento:
Zmin=Zfnc(1);
Zfnc2=Zfnc-Zmin;
Zmax=Zfnc2(Nint);
Zporc=((Zfnc2)*100)./(Zmax);

End
```

9. FUNCIÓN POSICIÓN MFC

```
%% PROBLEMA POSICIÓN

function [t_Vtheta_a,t_Vtheta_abs,Vtheta_a,
Vtheta_b,Vtheta_abs]=Posicion_MFC (PosZ)

% Llamada a otros scripts necesarios para la resolución
Datos

% Posición inicial del mecanismo [m]
Xo=0.315;
Zo=PosZ(1,2);
Z=Zo;
Zs=0;

% Cálculos trigonométricos: [rad]
theta=acos((Xo^2)+(Zo-Zs)^2-La^2-Lf^2)/(-2*La*Lf);
theta_f=pi()-theta;
beta=atan((Z-Zs)/Xo);
alpha=atan((Lf*sin(theta_f))/(La+Lf*cos(theta_f)));
theta_a=beta-alpha;
theta_b=theta_f+theta_a;

% Vectores de posición:
Vtheta=acos((Xo^2)+(PosZ(:,2)).^2-La^2-Lf^2)/(-2*La*Lf);
Vtheta_f=pi()-Vtheta;
Vbeta=atan(PosZ(:,2)./Xo);
Valpha=atan((Lf*sin(Vtheta_f))/(La+Lf*cos(Vtheta_f)));
Vtheta_abs=Vbeta-Valpha;
```

```
Vtheta_b=Vtheta_f+Vtheta_abs;
Vtheta_a=(Vtheta_abs-theta_a);

% Matriz con 2 columnas: tiempo y vector posición del ángulo theta_a:
t_Vtheta_a=[PosZ(:,1),Vtheta_a];
t_Vtheta_abs=[PosZ(:,1),Vtheta_abs];

end
```

10. FUNCIÓN CINEMÁTICA MFC

```
%% VELOCIDADES Y ACELERACIONES MFC

Function[dZ,ddZ,dVtheta_b,dVtheta_a,ddVtheta_a,ddVtheta_b,a_gax,a_gaz,
a_gfx,a_gfz]= Cinematica_MFC (PosZ,Vtheta_a, Vtheta_b,Vtheta_abs)

% Llamada a otros scripts necesarios para la resolución
Datos

% THETA_A

for i=2:length(PosZ(:,1))
    dVtheta_a(i,1)=(Vtheta_a(i)-Vtheta_a(i-1))/(PosZ(i,1)-PosZ(i-
1,1));
    ddVtheta_a(i,1)=(dVtheta_a(i)-dVtheta_a(i-1))/(PosZ(i,1)-PosZ(i-
1,1));
end

dVtheta_a=smooth(PosZ(:,1),dVtheta_a);
ddVtheta_a=smooth(PosZ(:,1),ddVtheta_a);

t_dVtheta_a=[PosZ(:,1),dVtheta_a];
t_ddVtheta_a=[PosZ(:,1),ddVtheta_a];

% THETA_B

for i=2:length(PosZ(:,1))
    dVtheta_b(i,1)=(Vtheta_b(i)-Vtheta_b(i-1))/(PosZ(i,1)-PosZ(i-
1,1));
    ddVtheta_b(i,1)=(dVtheta_b(i)-dVtheta_b(i-1))/(PosZ(i,1)-PosZ(i-
1,1));
end

dVtheta_b=smooth(PosZ(:,1),dVtheta_b);
ddVtheta_b=smooth(PosZ(:,1),ddVtheta_b);

t_dVtheta_b=[PosZ(:,1),dVtheta_b];
t_ddVtheta_b=[PosZ(:,1),ddVtheta_b];

%Z (ALTURA MUÑECA)
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
for i=2:length(PosZ(:,1))
    dZ(i,1)=(PosZ(i,2)-PosZ(i-1,2))/(PosZ(i,1)-PosZ(i-1,1));
    ddZ(i,1)=(dZ(i)-dZ(i-1))/(PosZ(i,1)-PosZ(i-1,1));
end

dZ=smooth(PosZ(:,1),dZ);
ddZ=smooth(PosZ(:,1),ddZ);

t_dZ=[PosZ(:,1),dZ];
t_ddZ=[PosZ(:,1),ddZ];
% ACELERACIONES PARA DINÁMICA INVERSA

% Aceleración del centro de gravedad del brazo-----
-----

for i=1:length(PosZ(:,1))
    a_ga=[0; 0]+ddVtheta_a(i)*La_p*[-sin(Vtheta_abs(i));
cos(Vtheta_abs(i))]-
La_p*dVtheta_a(i)^2*[cos(Vtheta_abs(i));sin(Vtheta_abs(i))];
    a_gax(i,1)=a_ga(1);
    a_gaz(i,1)=a_ga(2);
end

%Aceleración del centro de gravedad del antebrazo-----
-----

for i=1:length(PosZ(:,1))
    aB=[0; 0]+ddVtheta_a(i)*La*[-sin(Vtheta_abs(i));
cos(Vtheta_abs(i))]-
La*dVtheta_a(i)^2*[cos(Vtheta_abs(i));sin(Vtheta_abs(i))];
    aBx(i,1)=aB(1);
    aBz(i,1)=aB(2);
end

for i=1:length(PosZ(:,1))
    a_gf=[aBx(i); aBz(i)]+ddVtheta_b(i)*Lf_p*[-sin(Vtheta_b(i));
cos(Vtheta_b(i))]-
Lf_p*dVtheta_b(i)^2*[cos(Vtheta_b(i));sin(Vtheta_b(i))];
    a_gfx(i,1)=a_gf(1);
    a_gfz(i,1)=a_gf(2);
end

end
```

11. FUNCIÓN DINÁMICA MFC

```
%% DINÁMICA INVERSA MFC

Function[Fz12,M2]=Dinamica_MFC(PosZ,Vtheta_abs,Vtheta_b,a_gax,a_gaz,a_gfx,a_gfz,ddVtheta_a,ddVtheta_b)

% Llamada a otros scripts necesarios para la resolución
Datos

% Resolvemos sistema de ecuaciones de equilibrio estático de los
% eslabones mediante matrices:
for i=1:length(PosZ(:,1))
    A=[1 0 -1 0 0 0 0 0;
        0 1 0 -1 0 0 0 0;
        La_p.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_p.*cos(Vtheta_abs(i))
        La_d.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_d.*cos(Vtheta_abs(i)) 0 0 1 -1;
        0 0 1 0 -1 0 0 0;
        0 0 0 1 0 -1 0 0;
        0 0 Lf_p.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_p.*cos(Vtheta_b(i))
        Lf_d.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_d.*cos(Vtheta_b(i)) 0 -1;
        0 0 0 0 0 1 0 0;
        0 0 0 0 0 0 0 1];
    B=[Ma*a_gax(i); Ma*a_gaz(i)+Ma*g; Ia*ddVtheta_a(i); Mf*a_gfx(i);
        Mf*a_gfz(i)+Mf*g; If*ddVtheta_b(i); P; 0];
    X=A\B;
    Fx12(i,1)=X(1);
    Fz12(i,1)=X(2);
    Fx23(i,1)=X(3);
    Fz23(i,1)=X(4);
    Fx31(i,1)=X(5);
    Fz31(i,1)=X(6);
    M2(i,1)=X(7);
    M3(i,1)=X(8);
end

Fx12_MFC=Fx12;
Fz12_MFC=Fz12;

end
```

12. FUNCIÓN DINÁMICA SI

```
%% DINÁMICA INVERSA SI
```

```
function[Fz12,M2]=Dinamica_SI(PosZ,Vtheta_abs,Vtheta_b,a_gax,a_gaz,a_gfx,a_gfz,ddVtheta_a,ddVtheta_b,ddZ)
```

```
% Llamada a otros scripts necesarios para la resolución  
Datos
```

```
% Resolvemos sistema de ecuaciones de equilibrio estático de los  
% eslabones mediante matrices:
```

```
for i=1:length(PosZ(:,1))  
    A=[1 0 -1 0 0 0 0 0;  
      0 1 0 -1 0 0 0 0;  
      La_p.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_p.*cos(Vtheta_abs(i))  
      La_d.*sin(Vtheta_abs(i)) -La_d.*cos(Vtheta_abs(i)) 0 0 1 -1;  
      0 0 1 0 -1 0 0 0;  
      0 0 0 1 0 -1 0 0;  
      0 0 Lf_p.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_p.*cos(Vtheta_b(i))  
      Lf_d.*sin(Vtheta_b(i)) -Lf_d.*cos(Vtheta_b(i)) 0 -1;  
      0 0 0 0 0 1 0 0;  
      0 0 0 0 0 0 0 1];  
    B=[Ma*a_gax(i); Ma*a_gaz(i)+Ma*g; Ia*ddVtheta_a(i); Mf*a_gfx(i);  
      Mf*a_gfz(i)+Mf*g; If*ddVtheta_b(i); Mtot*g+Mtot*ddZ(i); 0];  
    X=A\B;  
    Fx12(i,1)=X(1);  
    Fz12(i,1)=X(2);  
    Fx23(i,1)=X(3);  
    Fz23(i,1)=X(4);  
    Fx31(i,1)=X(5);  
    Fz31(i,1)=X(6);  
    M2(i,1)=X(7);  
    M3(i,1)=X(8);  
end
```

```
Fx12_PL=Fx12;  
Fz12_PL=Fz12;
```

```
end
```


13. SCRIPT RESULTADOS MFC

```
%% GRAFICAS PARA MFC

clc
clear all

% Obtenemos los vectores de los parámetros necesarios cuando b es
% igual a 0.5, 1, 2 y 3:

for b=0.5:0.5:3

    if b==0.5
        [PosZ1,Zporc]=Z_Zo(b);
        [t_Vtheta_a1,t_Vtheta_abs1,Vtheta_a1,
Vtheta_b1,Vtheta_abs1]=Posicion_MFC (PosZ1);

        [dZ1,ddZ1,dVtheta_b1,dVtheta_a1,ddVtheta_a1,ddVtheta_b1,a_gax1,a_gaz1,
a_gfx1,a_gfz1]= Cinematica_MFC (PosZ1,Vtheta_a1,
Vtheta_b1,Vtheta_abs1);

        [Fz12_1,M2_1]=Dinamica_MFC(PosZ1,Vtheta_abs1,Vtheta_b1,a_gax1,a_gaz1,a
_gfx1,a_gfz1,ddVtheta_a1,ddVtheta_b1);
        Pot1=M2_1.*dVtheta_a1;
    end

    if b==1
        PosZ2=Z_Zo(b);
        [t_Vtheta_a2,t_Vtheta_abs2,Vtheta_a2,
Vtheta_b2,Vtheta_abs2]=Posicion_MFC (PosZ2);

        [dZ2,ddZ2,dVtheta_b2,dVtheta_a2,ddVtheta_a2,ddVtheta_b2,a_gax2,a_gaz2,
a_gfx2,a_gfz2]= Cinematica_MFC (PosZ2,Vtheta_a2,
Vtheta_b2,Vtheta_abs2);

        [Fz12_2,M2_2]=Dinamica_MFC(PosZ2,Vtheta_abs2,Vtheta_b2,a_gax2,a_gaz2,a
_gfx2,a_gfz2,ddVtheta_a2,ddVtheta_b2);
        Pot2=M2_2.*dVtheta_a2;
    end

    if b==2
        PosZ3=Z_Zo(b);
        [t_Vtheta_a3,t_Vtheta_abs3,Vtheta_a3,
Vtheta_b3,Vtheta_abs3]=Posicion_MFC (PosZ3);

        [dZ3,ddZ3,dVtheta_b3,dVtheta_a3,ddVtheta_a3,ddVtheta_b3,a_gax3,a_gaz3,
a_gfx3,a_gfz3]= Cinematica_MFC (PosZ3,Vtheta_a3,
Vtheta_b3,Vtheta_abs3);

        [Fz12_3,M2_3]=Dinamica_MFC(PosZ3,Vtheta_abs3,Vtheta_b3,a_gax3,a_gaz3,a
_gfx3,a_gfz3,ddVtheta_a3,ddVtheta_b3);
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
Pot3=M2_3.*dVtheta_a3;
end

if b==3
    PosZ4=Z_Zo(b);
    [t_Vtheta_a4,t_Vtheta_abs4,Vtheta_a4,
Vtheta_b4,Vtheta_abs4]=Posicion_MFC (PosZ4);

[dZ4,ddZ4,dVtheta_b4,dVtheta_a4,ddVtheta_a4,ddVtheta_b4,a_gax4,a_gaz4,
a_gfx4,a_gfz4]=Cinematica_MFC (PosZ4,Vtheta_a4,
Vtheta_b4,Vtheta_abs4);

[Fz12_4,M2_4]=Dinamica_MFC(PosZ4,Vtheta_abs4,Vtheta_b4,a_gax4,a_gaz4,a
_gfx4,a_gfz4,ddVtheta_a4,ddVtheta_b4);
    Pot4=M2_4.*dVtheta_a4;
end
end

%Representamos las gráficas:

%% PARA B=0.5:

% Altura en Z frente al tiempo:
figure (1)
plot(PosZ1(:,1), PosZ1(:,2))
legend('Z')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Desplazamiento vertical (m)')

% Velocidad del ejercicio frente porcentaje de desplazamiento:
figure (2)
plot(Zporc,dZ1)
legend('VZ')
xlabel('Desplazamiento (%)')
ylabel('Velocidad (m/s)')

% Fuerza de reaccion en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
figure (3)
plot(Zporc,Fz12_1)
legend('Fuerza del hombro')
xlabel('Desplazamiento (%)')
ylabel('Fuerza (N)')

% Par y potencia en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
figure (4)
plot(Zporc,M2_1,Zporc,Pot1)
legend('Par del hombro')
xlabel('Desplazamiento (%)')
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
        ylabel('Par (N·m)')

%% PARA B=1:

%      Altura en Z frente al tiempo:
        figure (5)
        plot(PosZ2(:,1), PosZ2(:,2))
        legend('Z')
        xlabel('Tiempo (s)')
        ylabel('Desplazamiento vertical (m)')

%      Velocidad del ejercicio frente porcentaje de desplazamiento:
        figure (6)
        plot(Zporc,dZ2)
        legend('VZ')
        xlabel('Desplazamiento (%)')
        ylabel('Velocidad (m/s)')

%      Fuerza de reaccion en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
        figure (7)
        plot(Zporc,Fz12_2)
        legend('Fuerza del hombro')
        xlabel('Desplazamiento (%)')
        ylabel('Fuerza (N)')

%      Par y potencia en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
        figure (8)
        plot(Zporc,M2_2,Zporc,Pot2)
        legend('Par del hombro','Potencia')
        xlabel('Desplazamiento (%)')
        ylabel('Par(N·m)/Potencia (W)')

%% PARA B=2:

%      Altura en Z frente al tiempo frente porcentaje de
desplazamiento:
        figure (9)
        plot(PosZ3(:,1), PosZ3(:,2))
        legend('Z')
        xlabel('Tiempo (s)')
        ylabel('Desplazamiento vertical (m)')

%      Velocidad del ejercicio frente porcentaje de desplazamiento:
        figure (10)
        plot(Zporc,dZ3)
        legend('VZ')
        xlabel('Desplazamiento (%)')
        ylabel('Velocidad (m/s)')
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
% Fuerza de reaccion en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
    figure (11)
    plot(Zporc,Fz12_3)
    legend('Fuerza del hombro')
    xlabel('Desplazamiento (%)')
    ylabel('Fuerza (N)')

% Par y potencia en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
    figure (12)
    plot(Zporc,M2_3,Zporc,Pot3)
    legend('Par del hombro','Potencia')
    xlabel('Desplazamiento (%)')
    ylabel('Par(N·m)/Potencia (W)')

%% PARA B=3:

% Altura en Z frente al tiempo frente porcentaje de
desplazamiento:
    figure (13)
    plot(PosZ4(:,1), PosZ4(:,2))
    legend('Z')
    xlabel('Tiempo (s)')
    ylabel('Desplazamiento vertical (m)')

% Velocidad del ejercicio frente porcentaje de desplazamiento:
    figure (14)
    plot(Zporc,dZ4)
    legend('VZ')
    xlabel('Desplazamiento (%)')
    ylabel('Velocidad (m/s)')

% Fuerza de reaccion en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
    figure (15)
    plot(Zporc,Fz12_4)
    legend('Fuerza del hombro')
    xlabel('Desplazamiento (%)')
    ylabel('Fuerza (N)')

% Par y potencia en el hombro frente porcentaje de
desplazamiento:
    figure (16)
    plot(Zporc,M2_4,Zporc,Pot4)
    legend('Par del hombro','Potencia')
    xlabel('Desplazamiento (%)')
    ylabel('Par(N·m)/Potencia (W)')
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

```
%% Valores estadísticos de los valores obtenidos:

% Fuerza:
Mat_F=[min(Fz12_1(5:496)) max(Fz12_1(5:496)) mean(Fz12_1(5:496));
       min(Fz12_2(5:496)) max(Fz12_2(5:496)) mean(Fz12_2(5:496));
       min(Fz12_3(5:496)) max(Fz12_3(5:496)) mean(Fz12_3(5:496));
       min(Fz12_4(5:496)) max(Fz12_4(5:496)) mean(Fz12_4(5:496))];

% Par:
Mat_M=[min(M2_1(5:496)) max(M2_1(5:496)) mean(M2_1(5:496));
       min(M2_2(5:496)) max(M2_2(5:496)) mean(M2_2(5:496));
       min(M2_3(5:496)) max(M2_3(5:496)) mean(M2_3(5:496));
       min(M2_4(5:496)) max(M2_4(5:496)) mean(M2_4(5:496))];

% Potencia:
Mat_P=[min(Pot1(5:496)) max(Pot1(5:496)) mean(Pot1(5:496));
       min(Pot2(5:496)) max(Pot2(5:496)) mean(Pot2(5:496));
       min(Pot3(5:496)) max(Pot3(5:496)) mean(Pot3(5:496));
       min(Pot4(5:496)) max(Pot4(5:496)) mean(Pot4(5:496))];

% Resultados de las estadísticas:
fprintf('Mat_F=%.02fN\n',Mat_F)
fprintf('Mat_M=%.02fN·m\n', Mat_M)
fprintf('Mat_P=%.02fW\n', Mat_P)
```

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Anexo 3.

Elección del perfil de leva del prototipo

Inicialmente se dispone de dos tipos distintos de resortes a utilizar en el prototipo diseñado, teniendo uno el doble de rigidez que el otro, pero las mismas características dimensionales. Ambos muelles fueron adquiridos del fabricante MuelleStock y las características que éste nos proporciona quedan recogidas en la Figura A-7.

Diám. Ext.	Hilo	Largo parcial	Largo total	Diám. Int.	Espiras útiles	(DaN/mm) k	15%		25%		35%		Max.		Material	Código del prod.
							Carga	Largo	Carga	Largo	Carga	Largo	Carga	Largo		
24.00	2.20	80	128	19.60	36.36	0.0933	1.790	147.20	2.98	160.00	4.18	172.80	14.33	281.59	cp	304819
24.00	2.50	80	128	19.00	32.00	0.1842	3.540	147.20	5.90	160.00	8.25	172.80	20.72	240.48	cp	304849

Figura A-7. Tabla de datos comerciales de los resortes 304819 y 304849.

Dado que, como se ha explicado anteriormente en este proyecto, el perfil de la leva depende de la constante de rigidez del resorte a utilizar, influyendo esto también en la fuerza que ejercerá el resorte, se decide realizar dos tipos de ensayos para comprobar que la constante de rigidez de los resortes no varía en exceso de la que proporciona el fabricante: ensayo con equipo a tracción y ensayo con pesas.

A continuación, se exponen la realización y los resultados de cada uno de los ensayos.

- **ENSAYO CON EQUIPO A TRACCIÓN**

Este ensayo consiste en someter a los resortes a esfuerzos de tracción mediante la utilización de un equipo con este fin. El equipo utilizado es el “Hounsfield Test Equipment model H5KS”, el cual proporciona los datos de fuerza (N), recorrido (mm) y tiempo (s) para cada ensayo realizado.

Como puede verse en la Figura A-8, se dispone el resorte de forma vertical sujetándolo mediante dos mordazas. La mordaza inferior es fija, mientras que la superior se desplaza verticalmente haciendo así que el resorte se someta a los esfuerzos de tracción.



Figura A-8. Ensayo con equipo a tracción de los resortes.

Antes de iniciar el ensayo, se debe colocar el resorte de forma que la fuerza indicada en la pantalla sea lo más cercana a cero, para que no se produzcan variaciones en los resultados.

Los parámetros principales prestablecidos para el ensayo son:

- Recorrido máximo: 100 mm para el resorte 304849 y 150 mm para el resorte 304819. (Estos valores se establecen en función de la longitud máxima proporcionada por el fabricante)
- Velocidad lineal: 500 mm/min.

Se realizan 3 repeticiones distintas de un mismo ensayo con las mismas condiciones para 3 resortes de cada tipo y se guardan los datos que proporciona el equipo para posteriormente analizarlos y obtener la constante del muelle de cada uno de ellos.

Se grafican los valores obtenidos, se identifica la zona lineal y se obtiene la ecuación de interpolación lineal para cada resorte ensayado.

- Resortes 304819

A continuación, se representa el ensayo obtenido para uno de los resortes de este tipo:

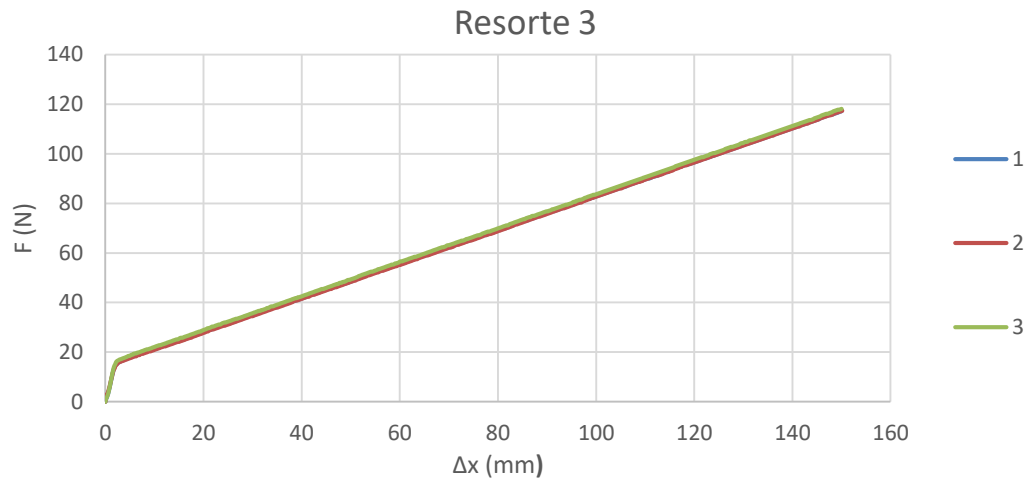


Figura A-9. Gráfica de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 3 del tipo 304819.

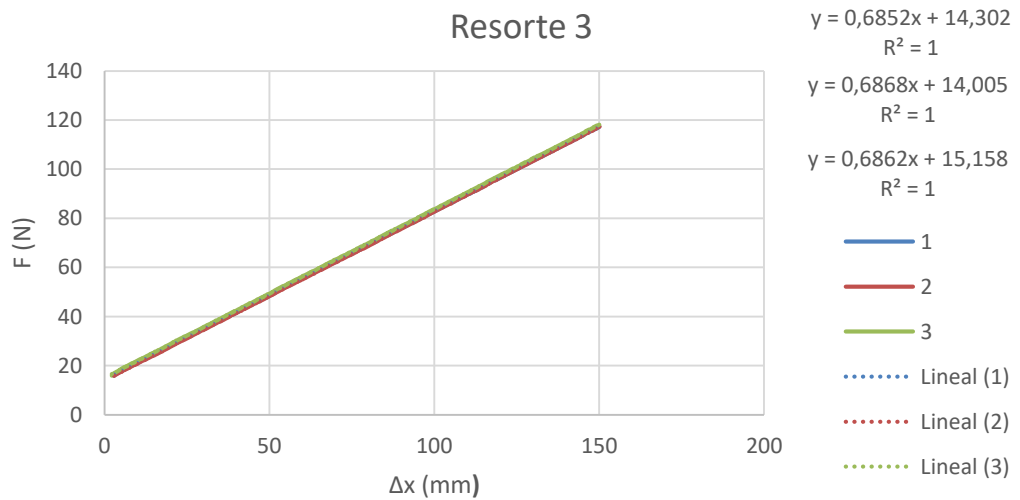


Figura A-10. Gráfica de zona lineal de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 3 del tipo 304819.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Se recopilan las constantes de rigidez obtenidas para cada uno de los resortes ensayados en la Tabla A-1.

Tabla A-1. Datos obtenidos de constantes de rigidez para resortes 304819 mediante ensayo con equipo a tracción.

Repetición	K Resorte 1 [N/mm]	K Resorte 2 [N/mm]	K Resorte 3 [N/mm]
1º	0,6829	0,6879	0,6852
2º	0,6830	0,6885	0,6868
3º	0,6820	0,6888	0,6862
\bar{K} [N/mm]	0,6826	0,6884	0,6861
$\overline{K_{global}}$ [N/mm]	0,6857		

Observando los valores obtenidos, se considera que la constante del resorte es la media de las constantes de cada resorte del mismo tipo ensayado, obteniendo una rigidez de 0,6857 N/mm.

- Resortes 304849

Se realiza el mismo procedimiento que en el tipo de resorte anterior:

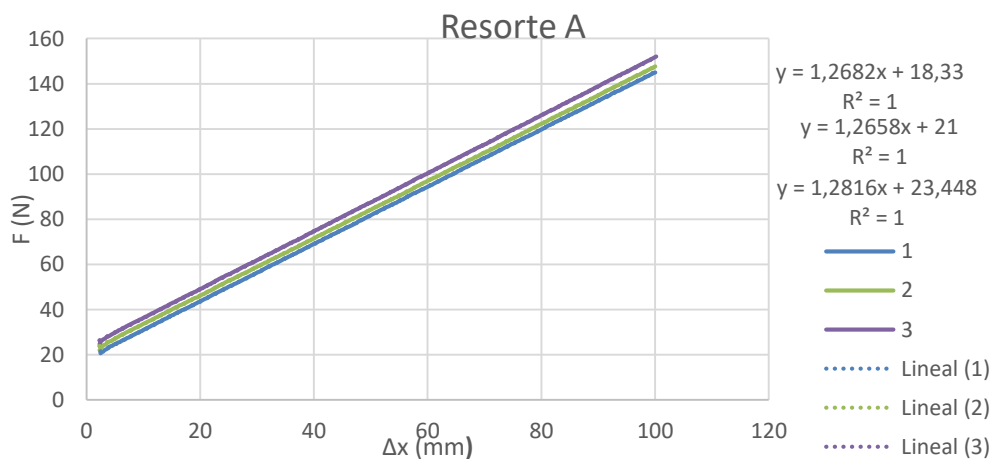


Figura A-11. Gráfica de zona lineal de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte A del tipo 304849.

Los valores obtenidos se recogen en la Tabla A-2.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Tabla A-2. Datos obtenidos de constantes de rigidez para resortes 304849 mediante ensayo con equipo a tracción.

Repetición	K Resorte A [N/mm]	K Resorte B [N/mm]	K Resorte C [N/mm]
1º	1,2682	1,2683	1,2680
2º	1,2658	1,2699	1,2839
3º	1,2816	1,2691	1,2846
\bar{K} [N/mm]	1,2718	1,2691	1,2788
\overline{K}_{global} [N/mm]	1,2732		

Por lo que la constante del muelle 304849 según estos resultados es de aproximadamente 1,2732 N/mm.

• **ENSAYO CON PESAS**

El procedimiento realizado en este ensayo consistió en añadir pesas al extremo del muelle que se encontraba en suspensión vertical, midiendo para cada peso la longitud del muelle correspondiente.

Las pesas de las que se disponía tenían unos valores de 2,5 y 5 N, por lo que las fuerzas a ensayar varían en función de estos dos valores. La medición de la longitud se realizó utilizando una regla milimetrada, salvo para las primeras cargas, en las que se utilizó un reloj comparador de apreciación 0,01 mm y campo de medida de 0 a 10 mm, pues la longitud del muelle variaba muy lentamente.

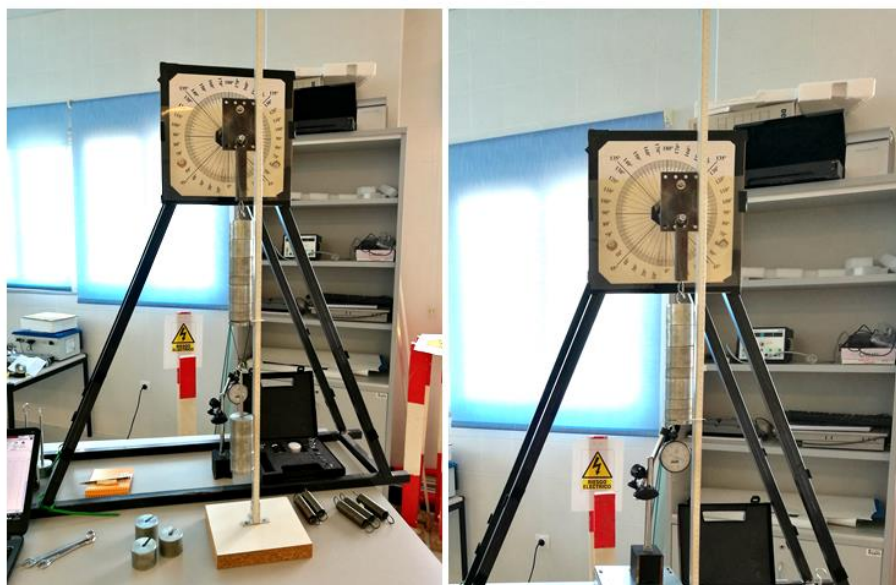


Figura A-12. Ensayo de resortes con pesas.

“Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio de press de banca”

Se realiza este ensayo en un resorte de cada tipo y se grafican los resultados, obteniendo las siguientes curvas:

- Resortes 304819

El procedimiento es igual que en el ensayo anterior: se grafican valores, se establece la zona lineal, se realiza su interpolación y se obtiene la ecuación.

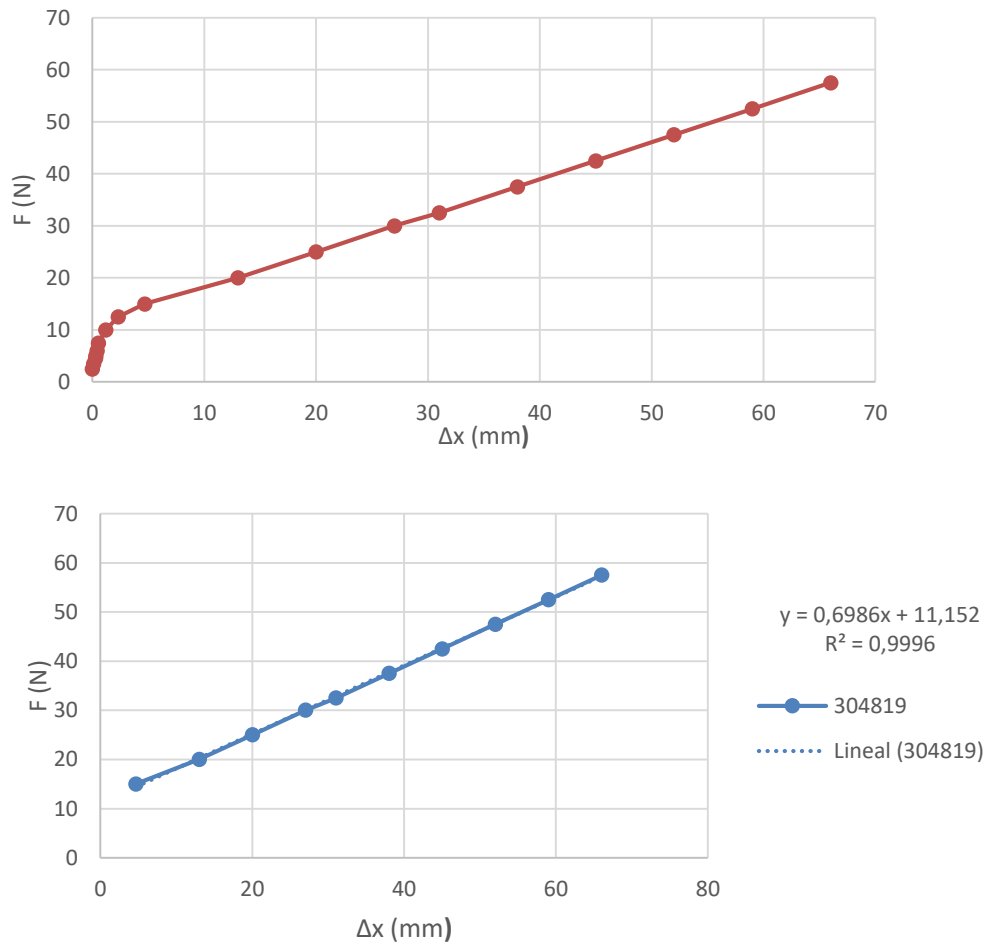


Figura A-13. Gráfica de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 1 del tipo 304819 mediante ensayo con pesas.

De la ecuación se obtiene que la constante del muelle es 0,6986 N/mm.

- Resortes 304849

Mismo procedimiento:

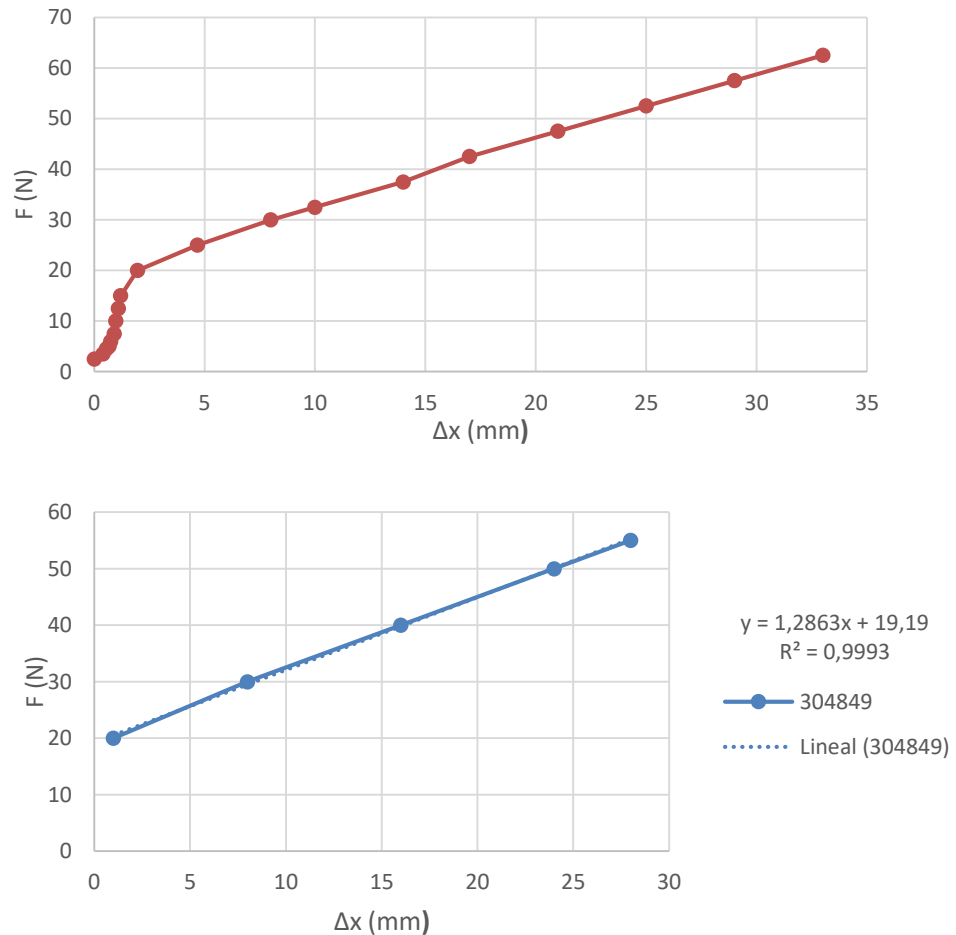


Figura A-14. Gráfica de fuerza frente a alargamiento de los ensayos realizados para el resorte 1 del tipo 304849 mediante ensayo con pesas.

Por lo que la constante del resorte es 1,2863 N/mm.

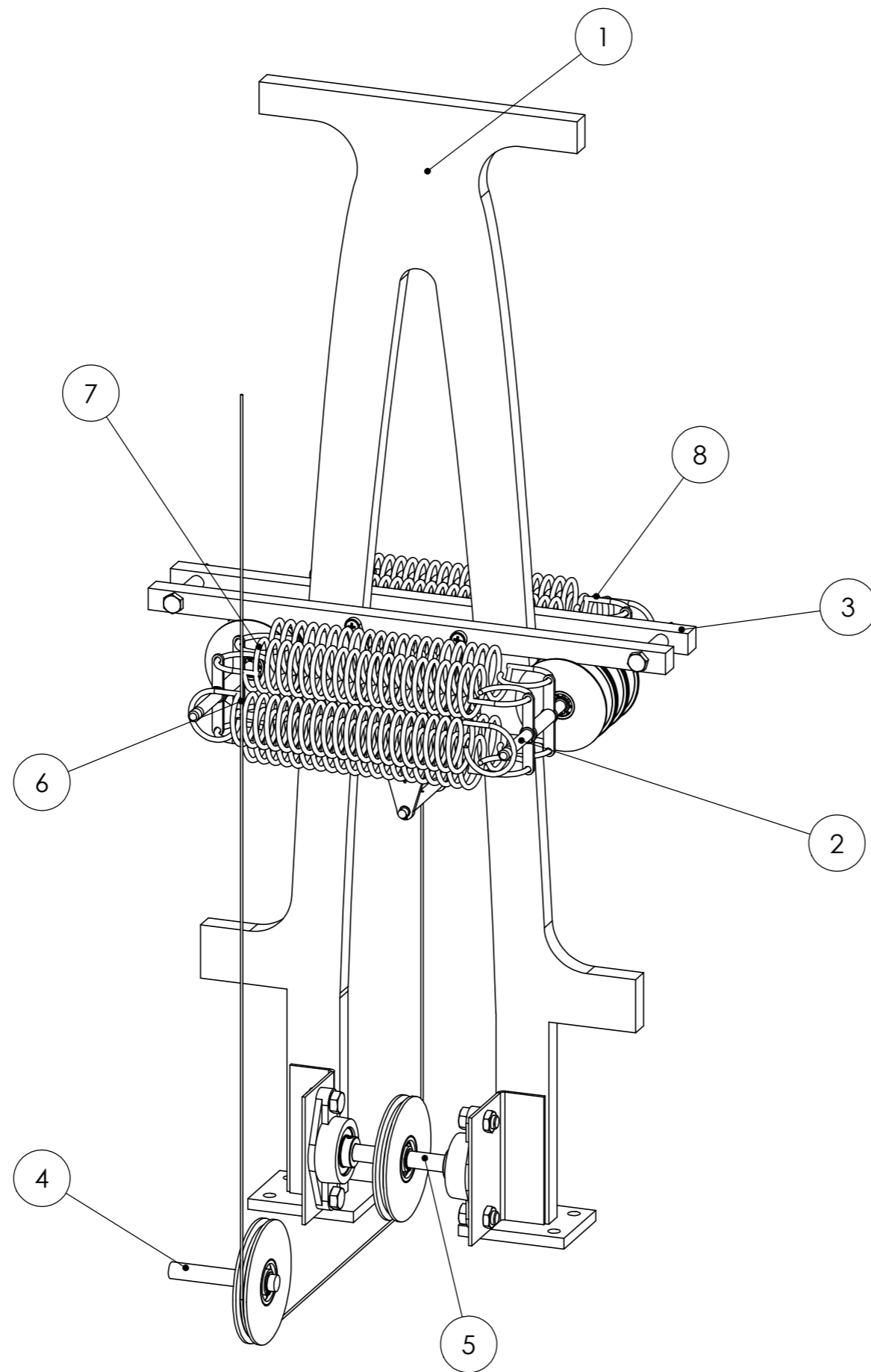
Como puede apreciarse las constantes de rigidez obtenidas en ambos ensayos son muy similares, difiriendo en exceso de las proporcionadas por el fabricante.

Por tanto, se decide realizar el perfil de la leva para una constante de 0,6857 N/mm, valor correspondiente a la K obtenida mediante el ensayo de tracción, y una fuerza nominal de 25 N, pudiendo luego acoplar el otro tipo de muelle al mecanismo ($K=1,2863$ N/mm), proporcionando éste una fuerza mayor.

PLANOS

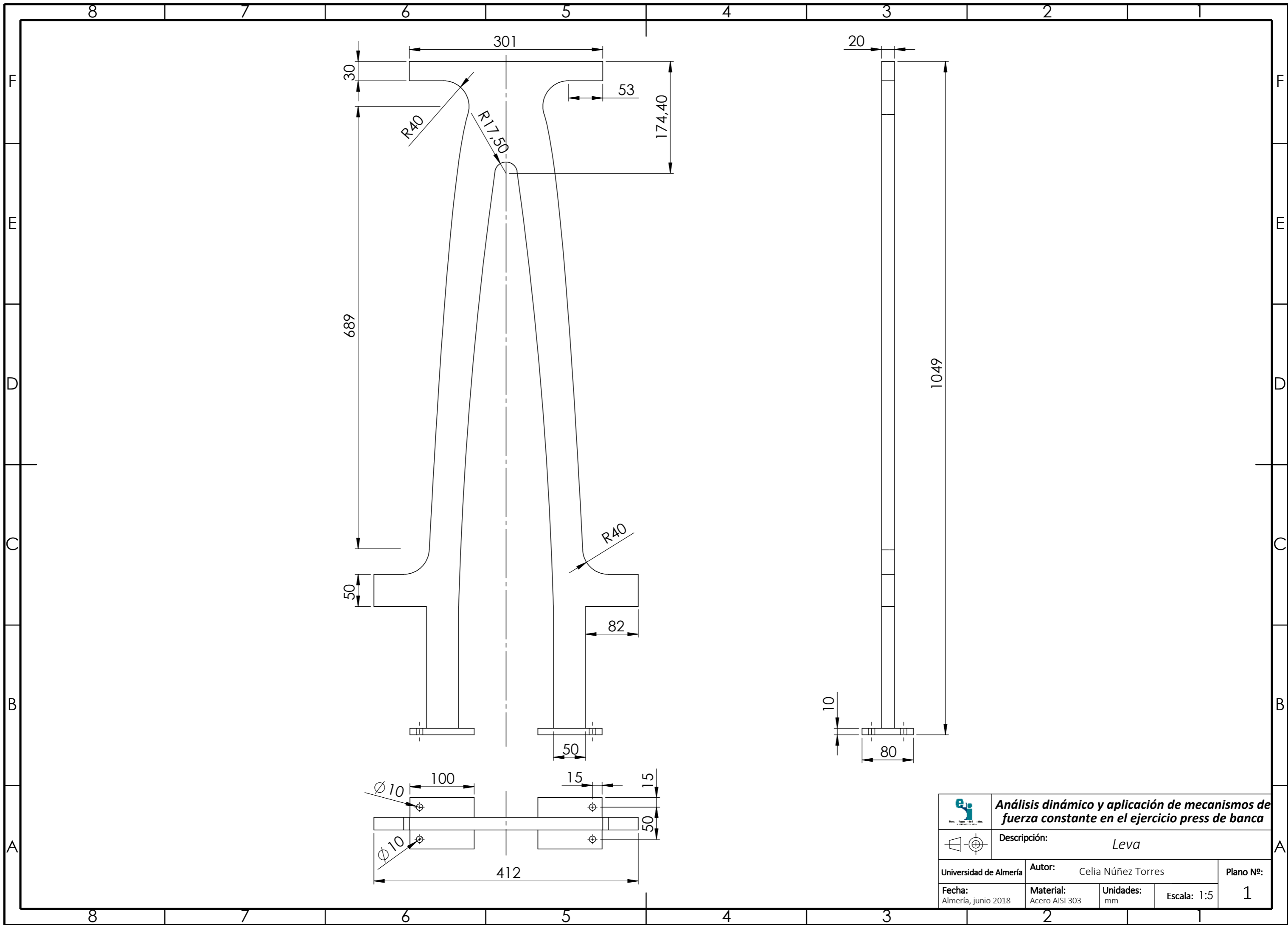
Índice de los planos



- Plano 0. Conjunto general**
- Plano 1. Leva**
- Plano 2. Subconjunto Eje de unión de los resortes**
 - Plano 2.1 Eje de sujeción de resortes
 - Plano 2.2 Estructura
 - Plano 2.3 Rueda
 - Plano 2.4 Separador L=49 mm/ Separador L=2 mm
- Plano 3. Subconjunto Eje de unión-Barras móviles**
 - Plano 3.1 Barra móvil
 - Plano 3.2 Separador L=36 mm/ Eslabón
 - Plano 3.3 Eje de unión
- Plano 4. Subconjunto Acople a la máquina guiada**
 - Plano 4.1 Polea
 - Plano 4.2 Eje de acople
- Plano 5. Subconjunto Eje de apoyo de la polea**
 - Plano 5.1 Eje de apoyo
 - Plano 5.2 Chapa de acero 3 mm

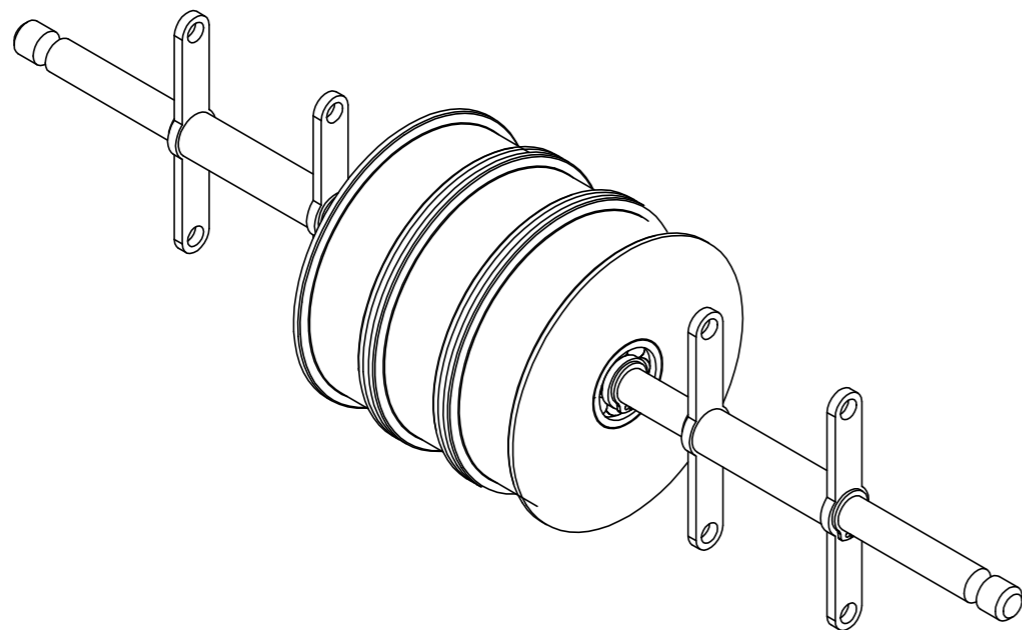
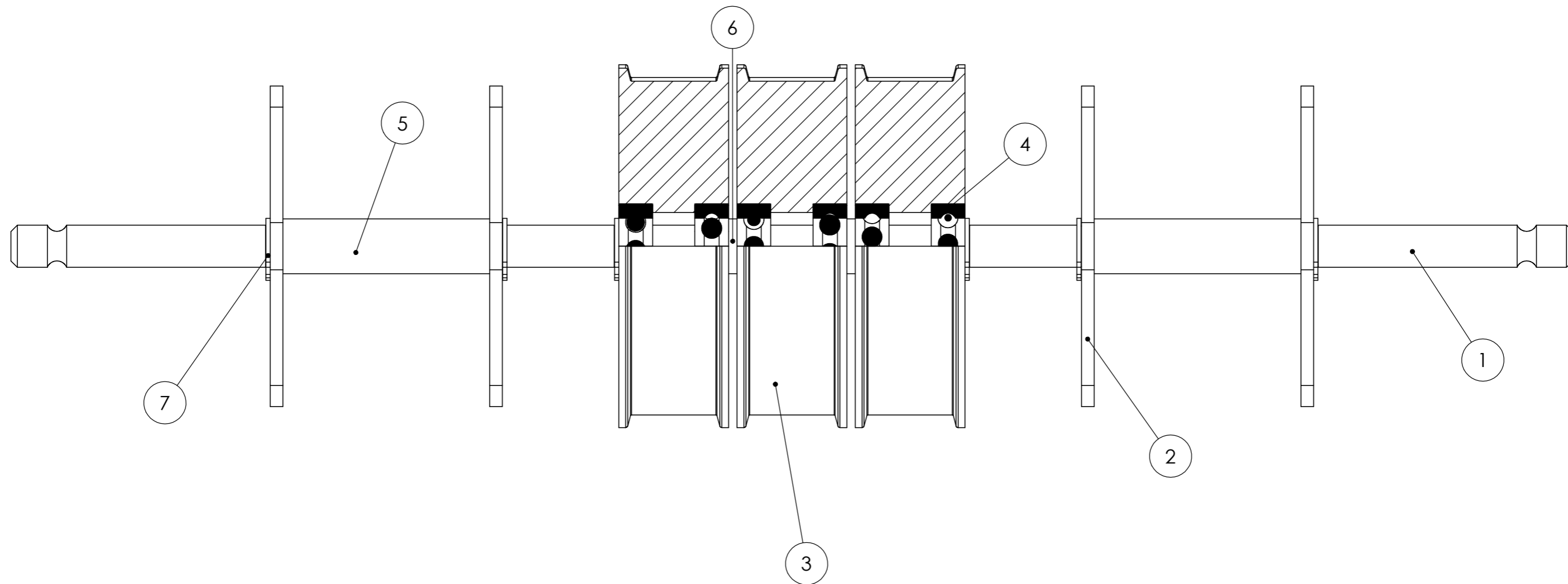


ELEMENTO	PLANO N°	DENOMINACIÓN PLANO	CANTIDAD
1	1	Leva	1
2	2	Subconjunto Eje de sujeción de los resortes	2
3	3	Subconjunto Eje de unión-Barras móviles	1
4	4	Subconjunto Acople a la máquina guiada	1
5	5	Subconjunto Eje de apoyo de la polea	1
6	-	Cable 6x7+1	1
7	-	Resorte de tracción D=50 mm, d=4.5 mm, Lo=190 mm, Nt=20	10
8	-	Resorte de tracción D=50 mm, d=4 mm, Lo=195 mm, Nt=23.75	10

	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca			
	Descripción: <i>Conjunto general</i>			
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano N°:	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:5	0

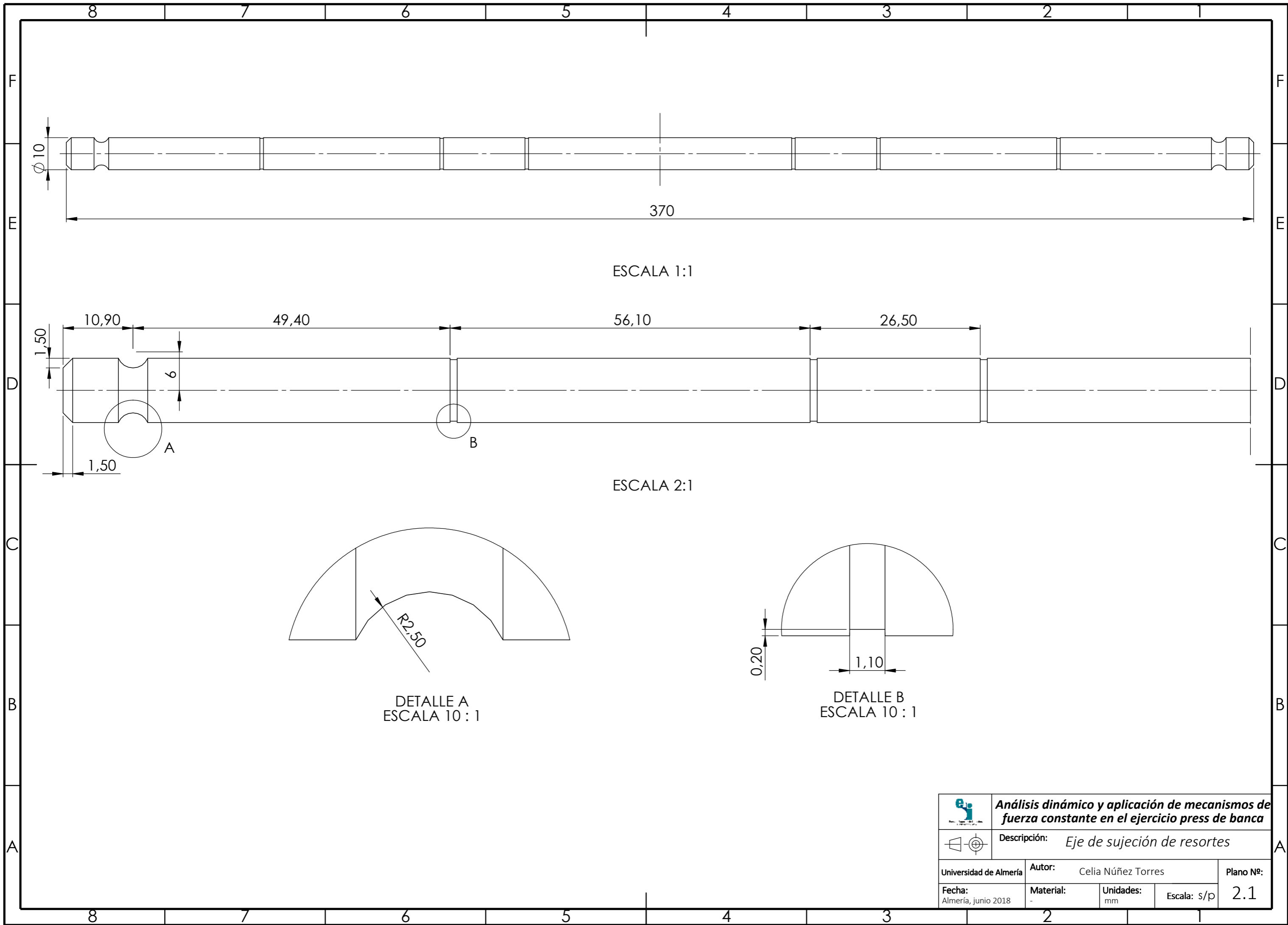


 Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca	
 Descripción:	<i>Leva</i>
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres
Fecha: Almería, junio 2018	Material: Acero AISI 303
Unidades: mm	Escala: 1:5
Plano Nº:	1



ELEMENTO	PLANO Nº	DENOMINACIÓN PLANO	CANTIDAD
1	2.1	Eje de sujeción de resortes	1
2	2.2	Estructura	4
3	2.3	Rueda	3
4	-	Rodamiento W 6000	6
5	2.4	Separador L=49 mm	2
6	2.4	Separador L=2 mm	2
7	-	Anillo DIN 471 A Ø10 mm	6

	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca		
	Descripción: <i>Subconjunto Eje de sujeción de los resortes</i>		
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano Nº:
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:1
			2



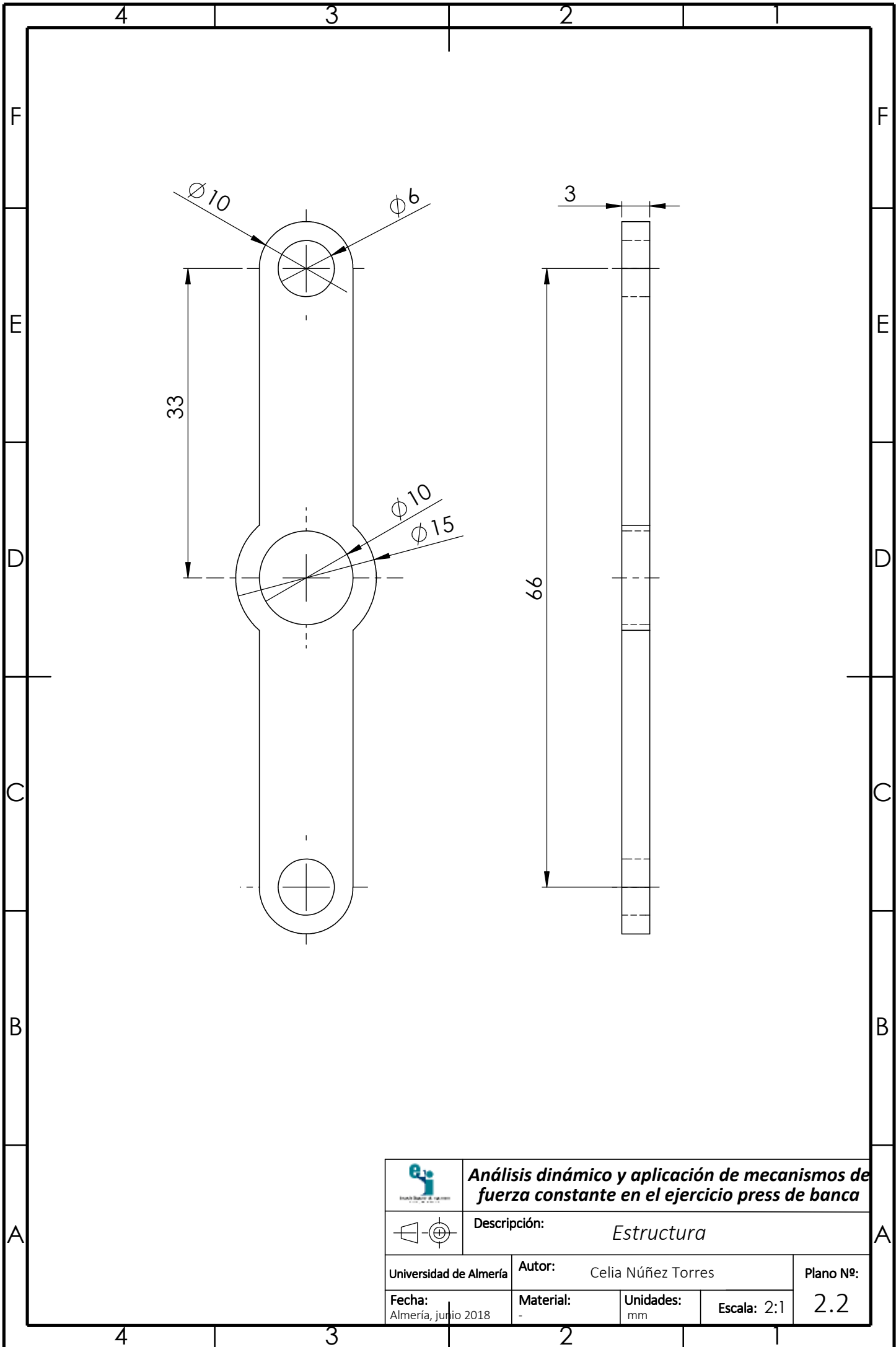
ESCALA 1:1


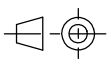
ESCALA 2:1

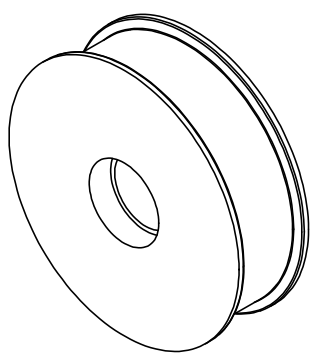
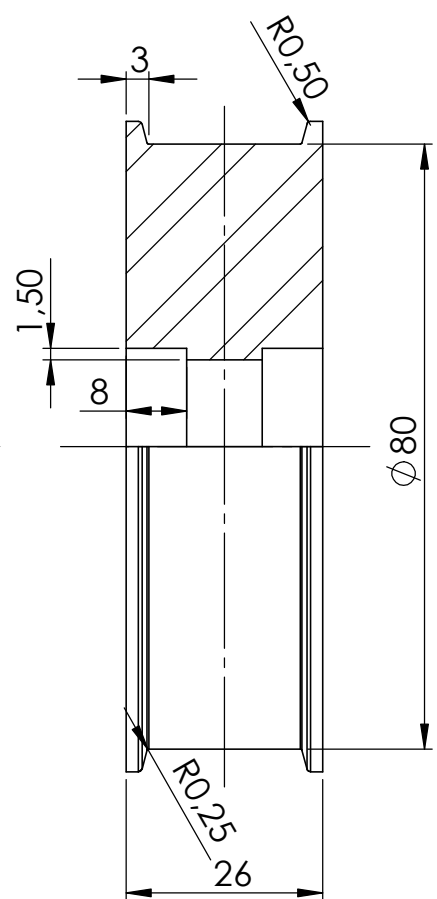
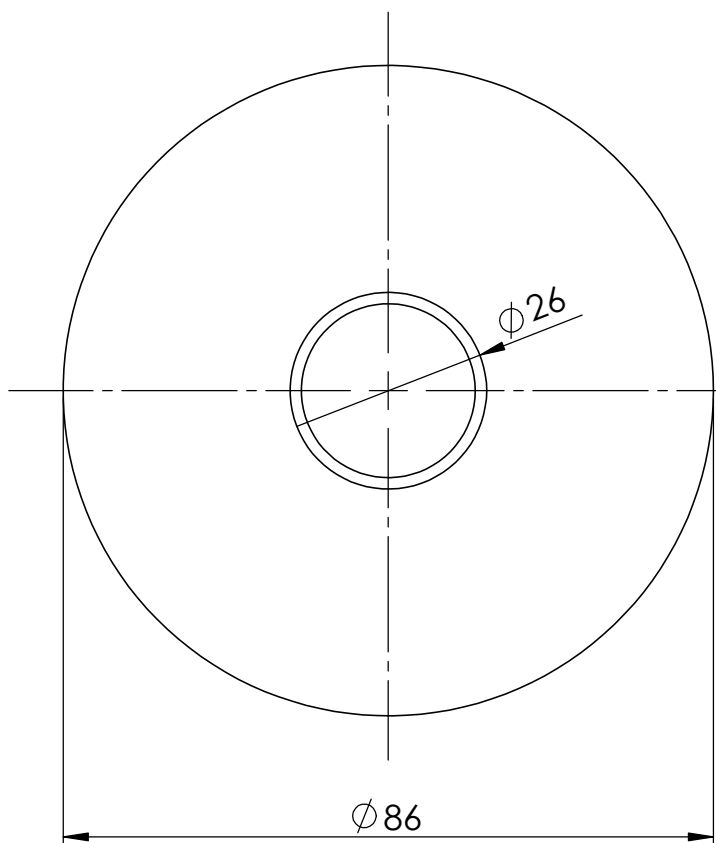
DETALLE A
ESCALA 10:1


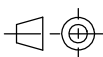
DETALLE B
ESCALA 10:1

	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca			
	Descripción: <i>Eje de sujeción de resortes</i>			
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano Nº: 2.1	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: s/p	

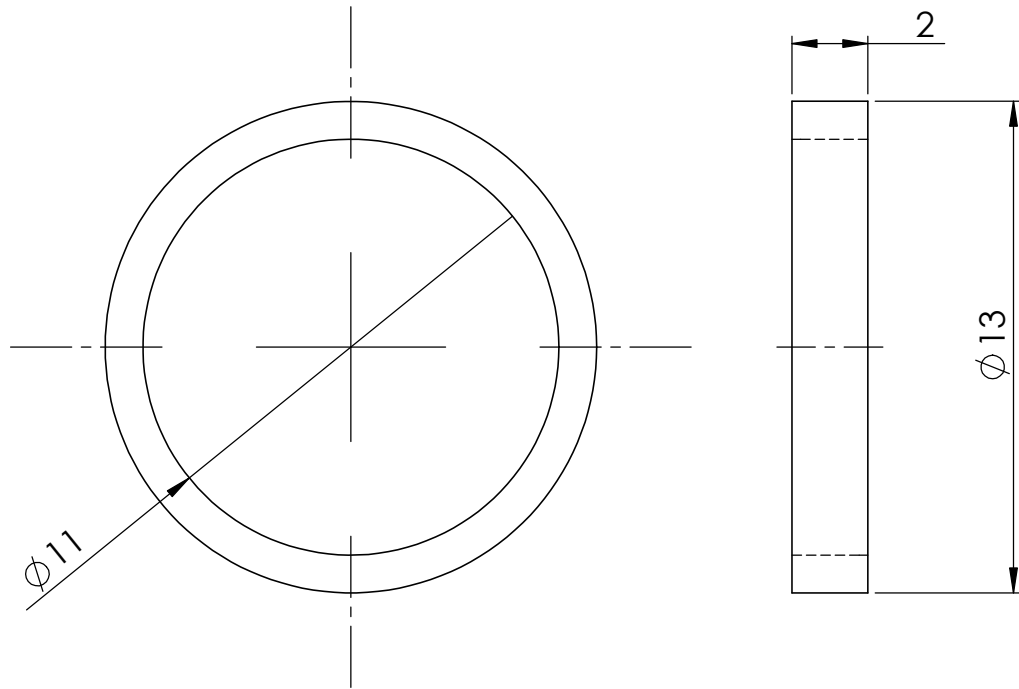


		Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca	
		Descripción: Estructura	
Universidad de Almería		Autor: Celia Núñez Torres	Plano Nº:
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 2:1
		2.2	



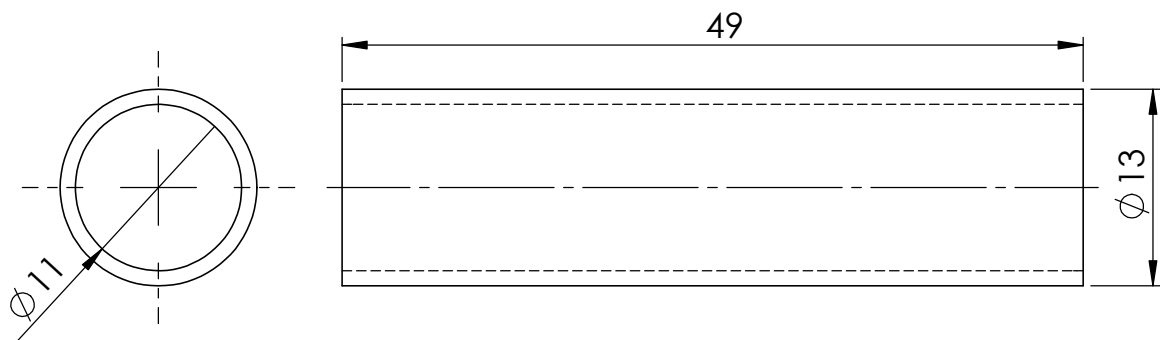
		Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca		
		Descripción: <i>Rueda</i>		
Universidad de Almería		Autor: Celia Núñez Torres		Plano Nº:
Fecha: Almería, junio 2018		Material: Acero AISI 303	Unidades: mm	Escala: 1:1
				2.3

Separador L=2 mm



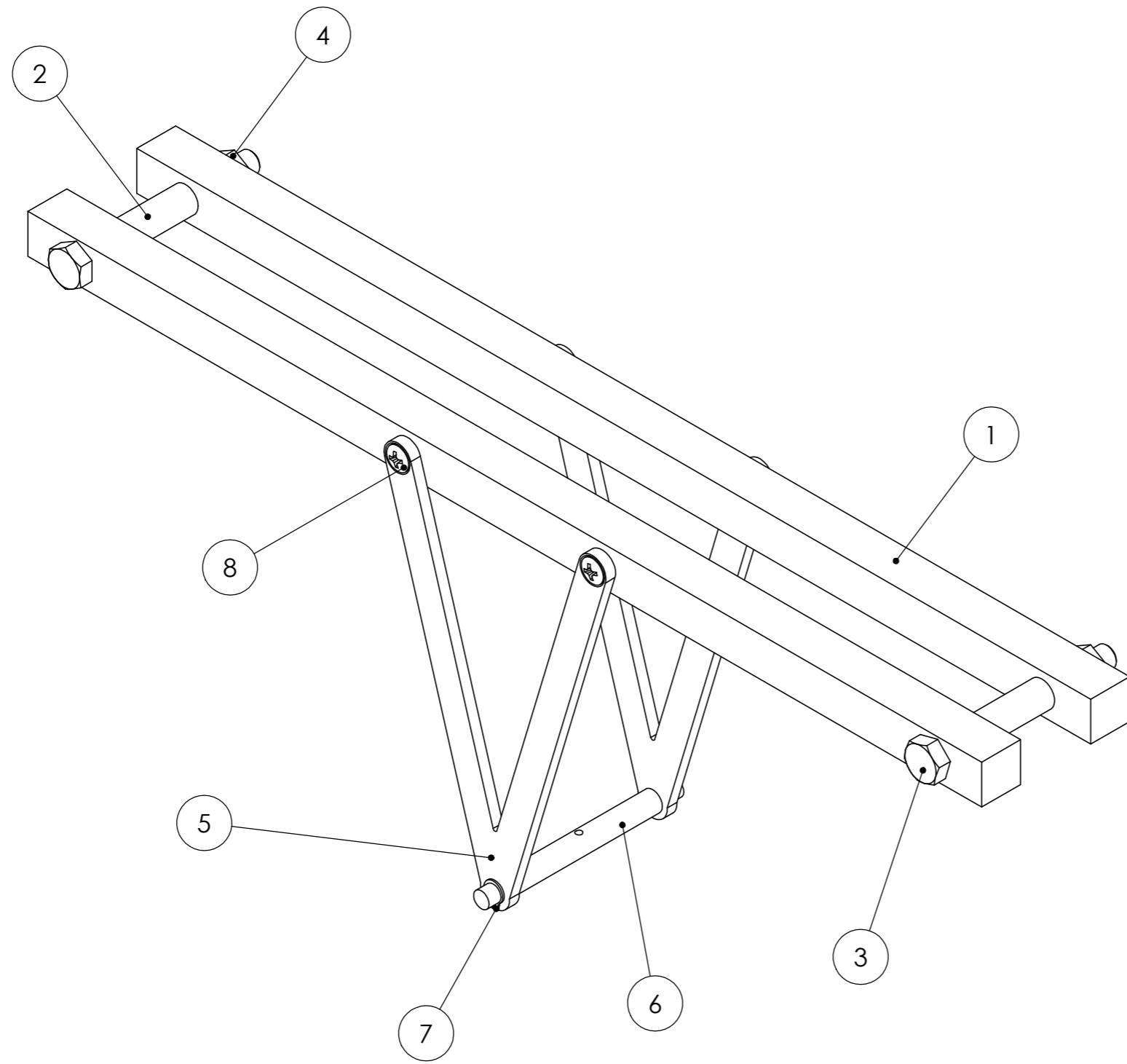
ESCALA 5:1

Separador L=49 mm



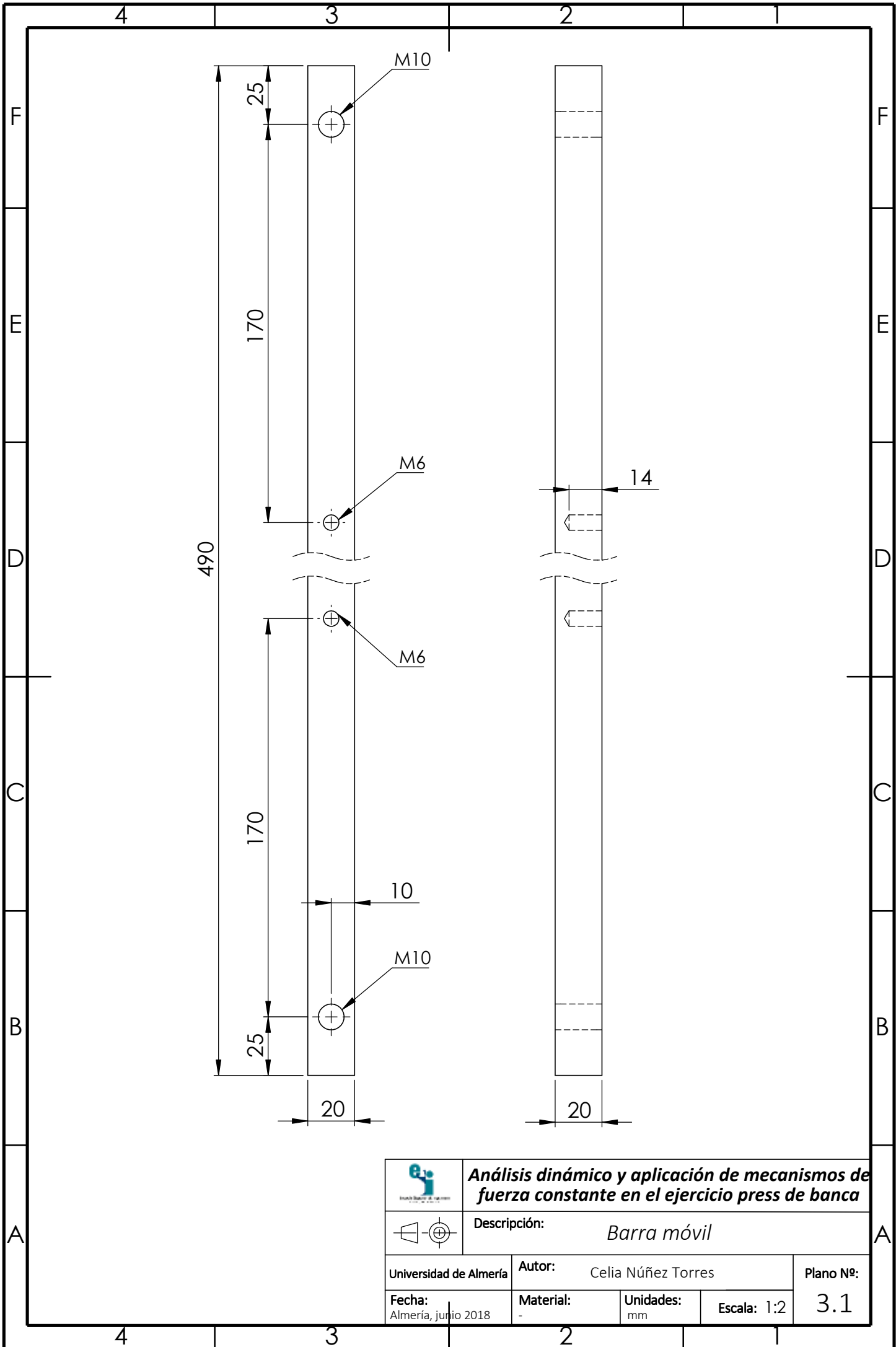
ESCALA 2:1


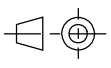
	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca		
	Descripción: <i>Separador L=2 mm / Separador L=49 mm</i>		
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano Nº:
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: s/p
			2.4



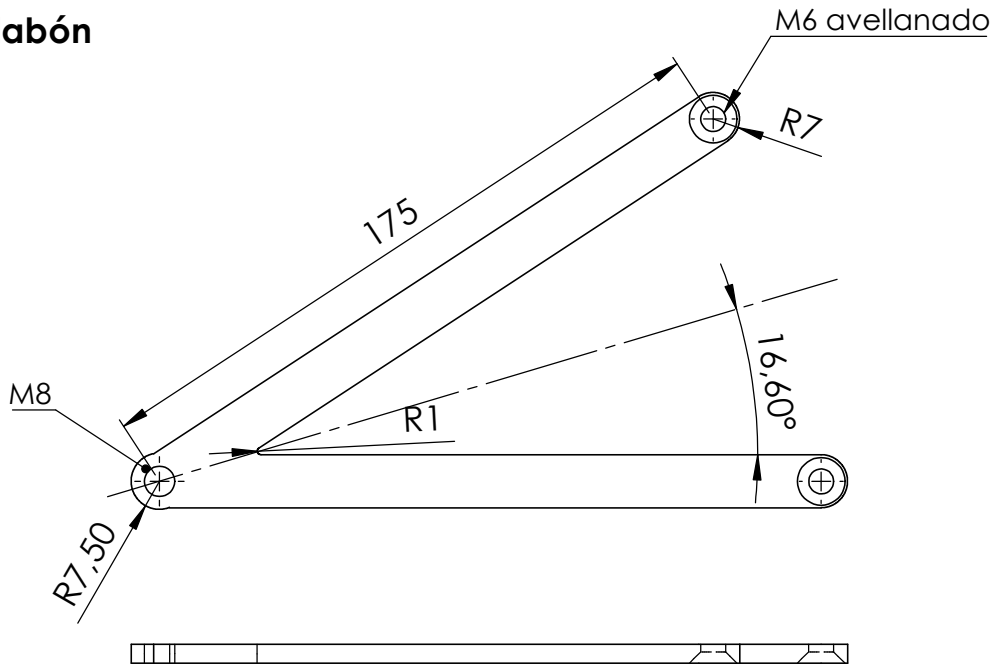
ELEMENTO	PLANO N°	DENOMINACIÓN PLANO	CANTIDAD
1	3.1	Barra móvil	2
2	3.2	Separador L=36 mm	2
3	-	Tornillo ISO 4015 M10 x 90	2
4	-	Tuerca ISO 4036 M10	2
5	3.2	Eslabón	2
6	3.3	Eje de unión	1
7	-	Anillo DIN 471 A Ø8 mm	2
8	-	Tornillo ISO-7047 M6 x 12	4

	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca			
	Descripción: <i>Subconjunto Eje de unión-Barras móviles</i>			
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano N°:	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:2	3



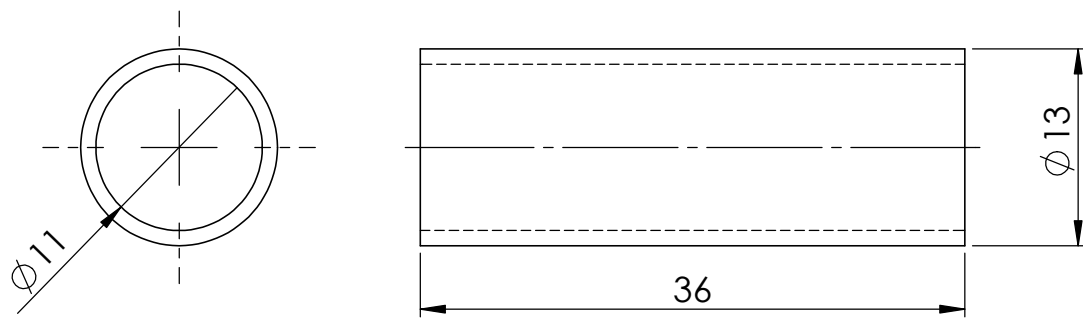
		Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca	
		Descripción: Barra móvil	
Universidad de Almería		Autor: Celia Núñez Torres	Plano Nº:
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:2
		3.1	

Eslabón




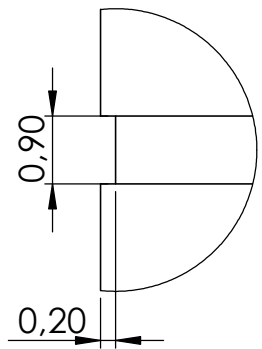
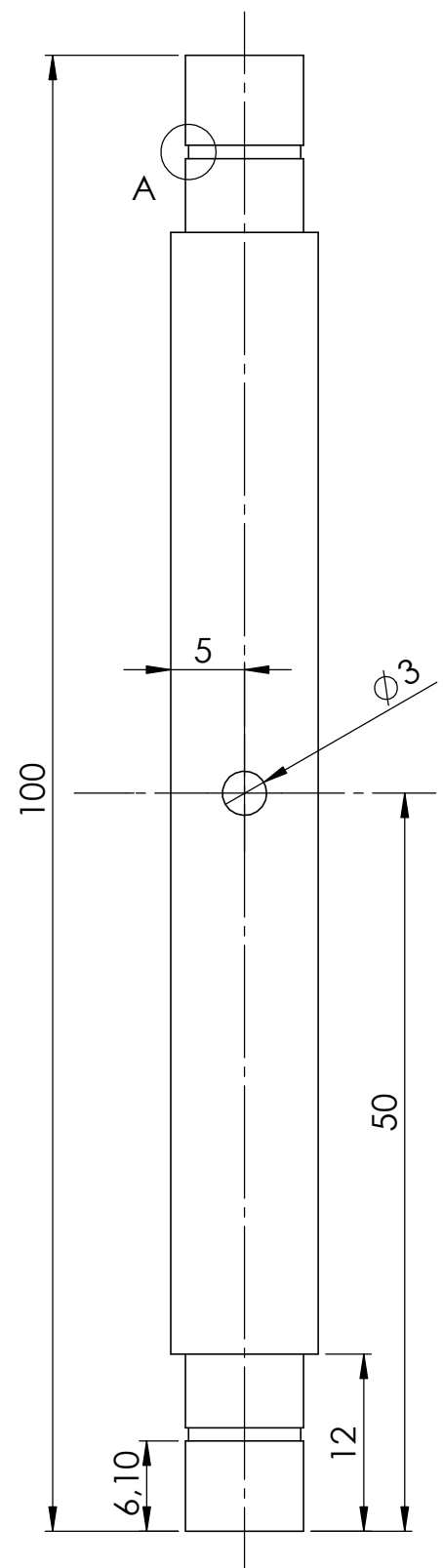
ESCALA 1:2

Separador L=36 mm

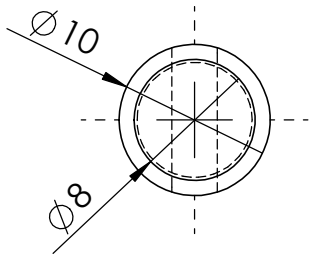



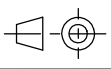
ESCALA 2:1

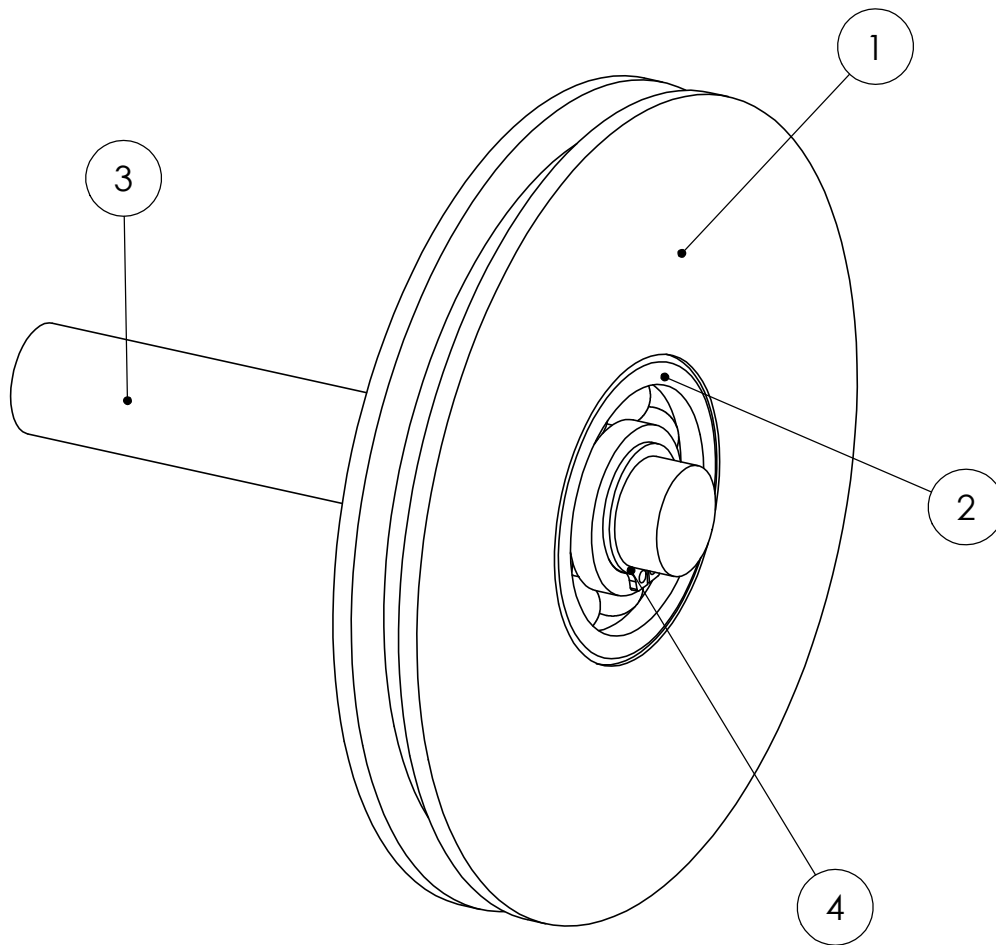
	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca		
	Descripción: <i>Eslabón / Separador L=36 mm</i>		
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres	Plano Nº: 3.2	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: s/p



DETALLE A
ESCALA 10 : 1



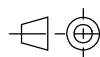
		Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca	
		Descripción: <i>Eje de unión</i>	
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres	Plano Nº:	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 2:1
			3.3



ELEMENTO	PLANO N°	DENOMINACIÓN PLANO	CANTIDAD
1	4.1	Polea	1
2	-	Rodamiento 6302	1
3	4.2	Eje de acople	1
4	-	Anillo DIN 471 A Ø15 mm	2



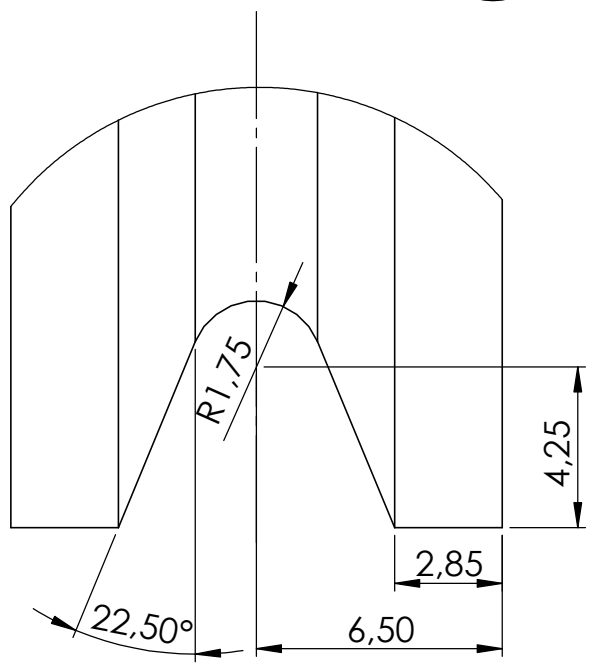
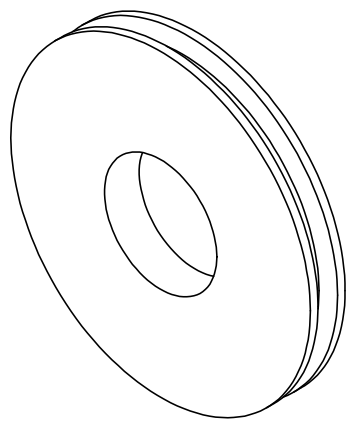
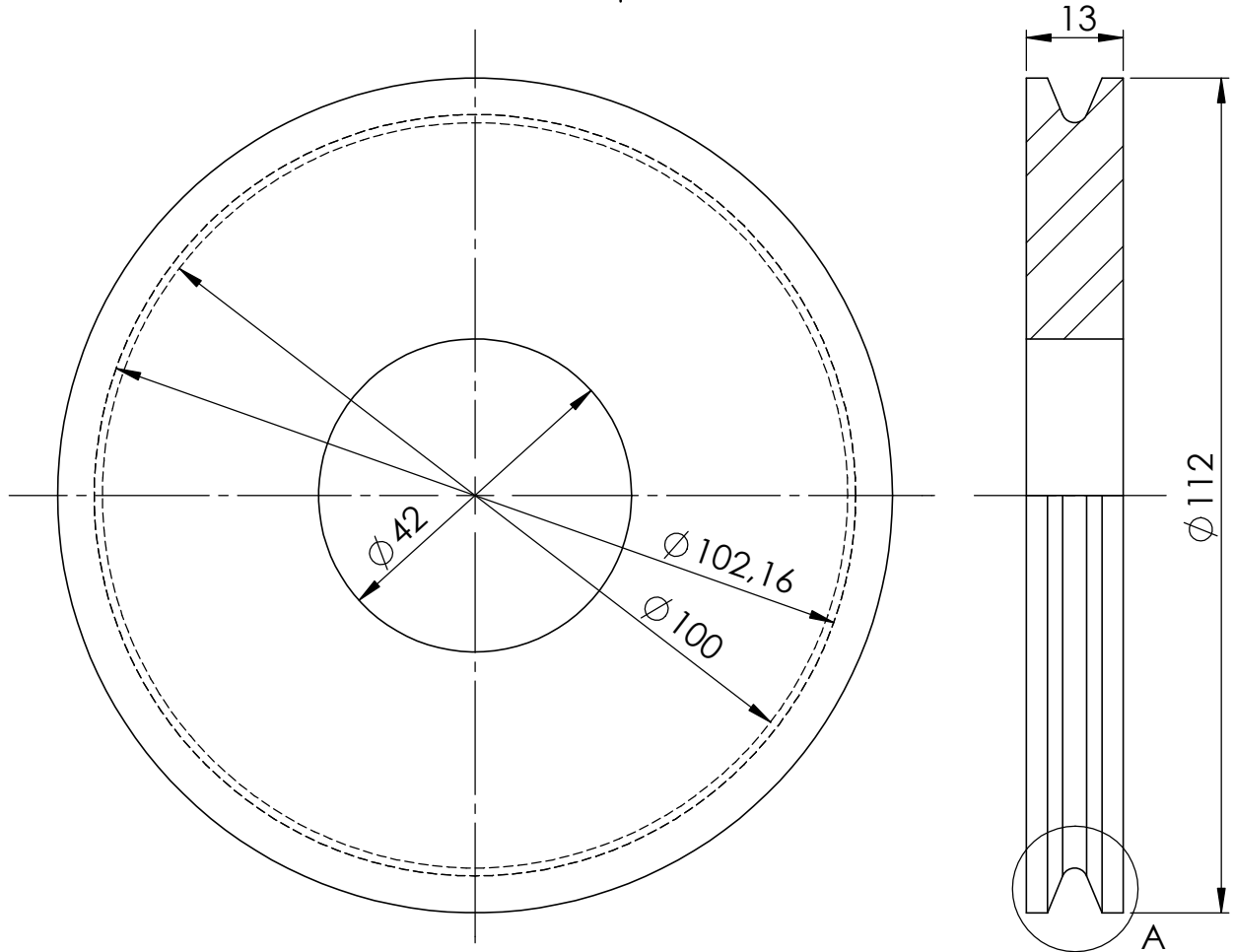
Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca




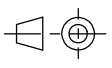
Descripción: *Subconjunto Acople a la máquina guiada*

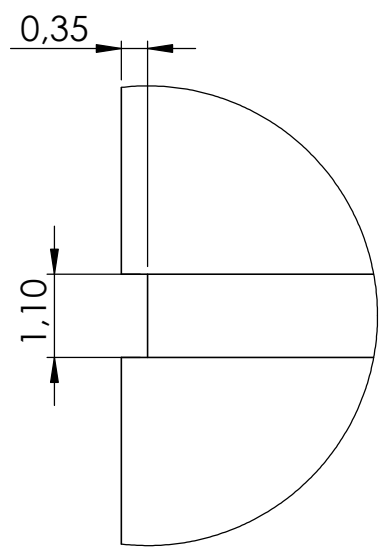
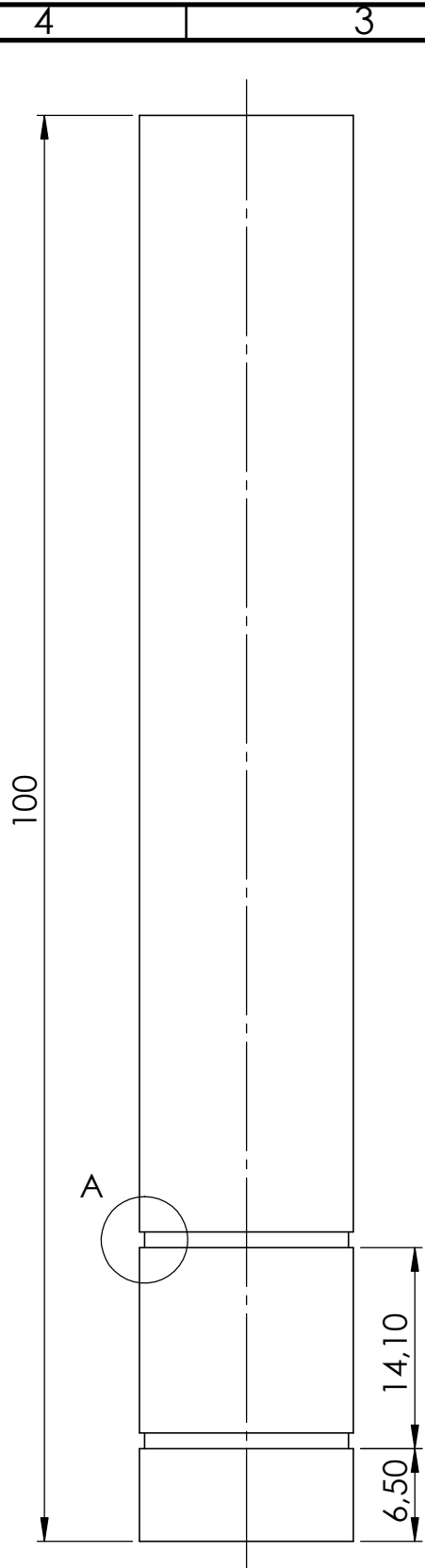
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano N°:
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:1

4

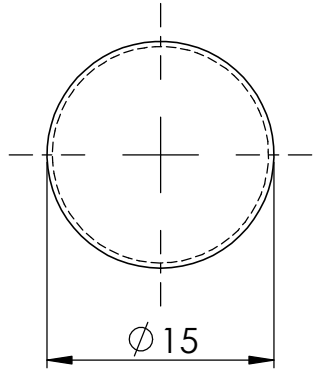



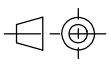
DETALLE A
ESCALA 5 : 1

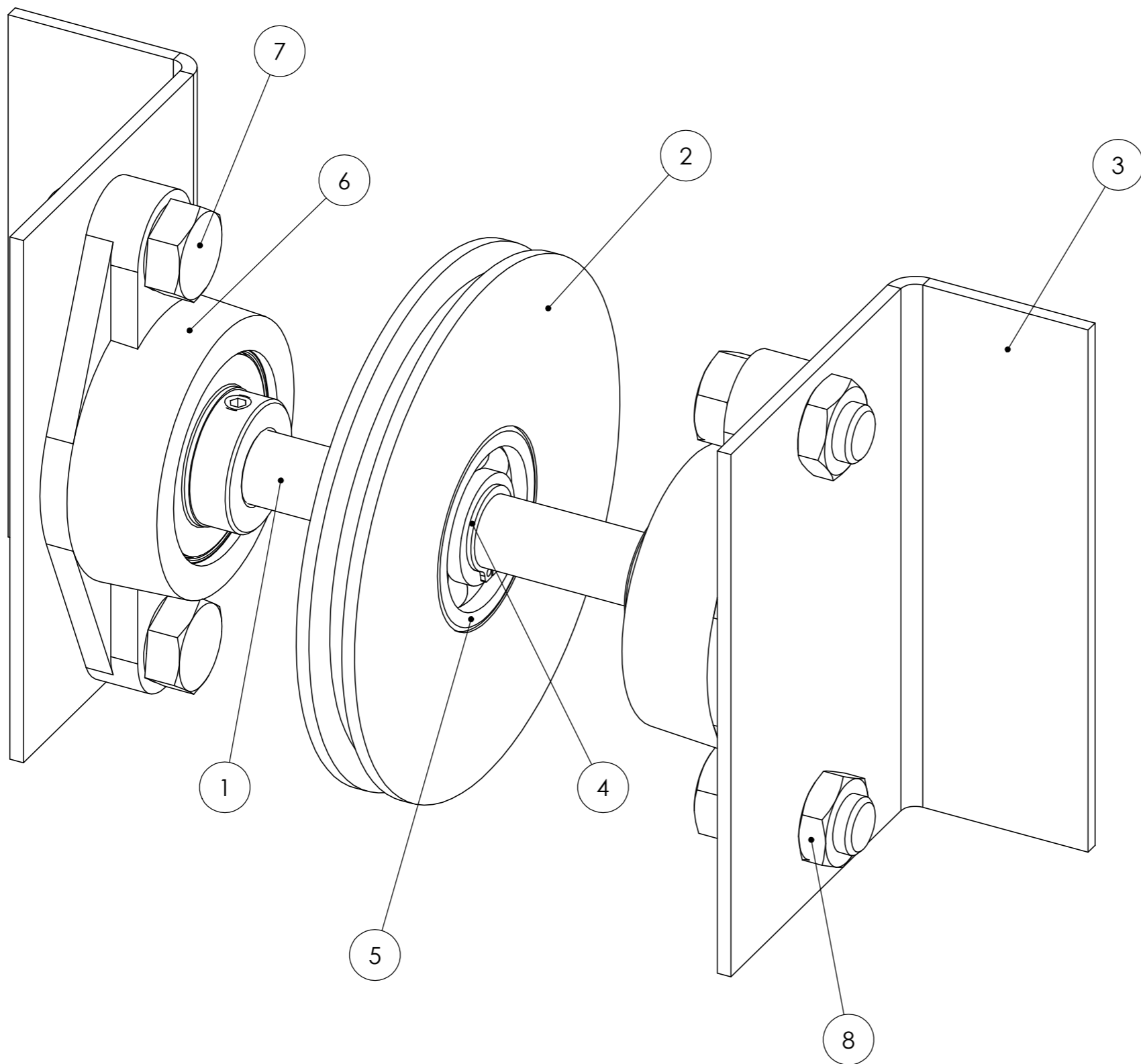
		Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca		
		Descripción: <i>Polea</i>		
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano Nº:	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:1	4.1



DETALLE A
ESCALA 10 : 1

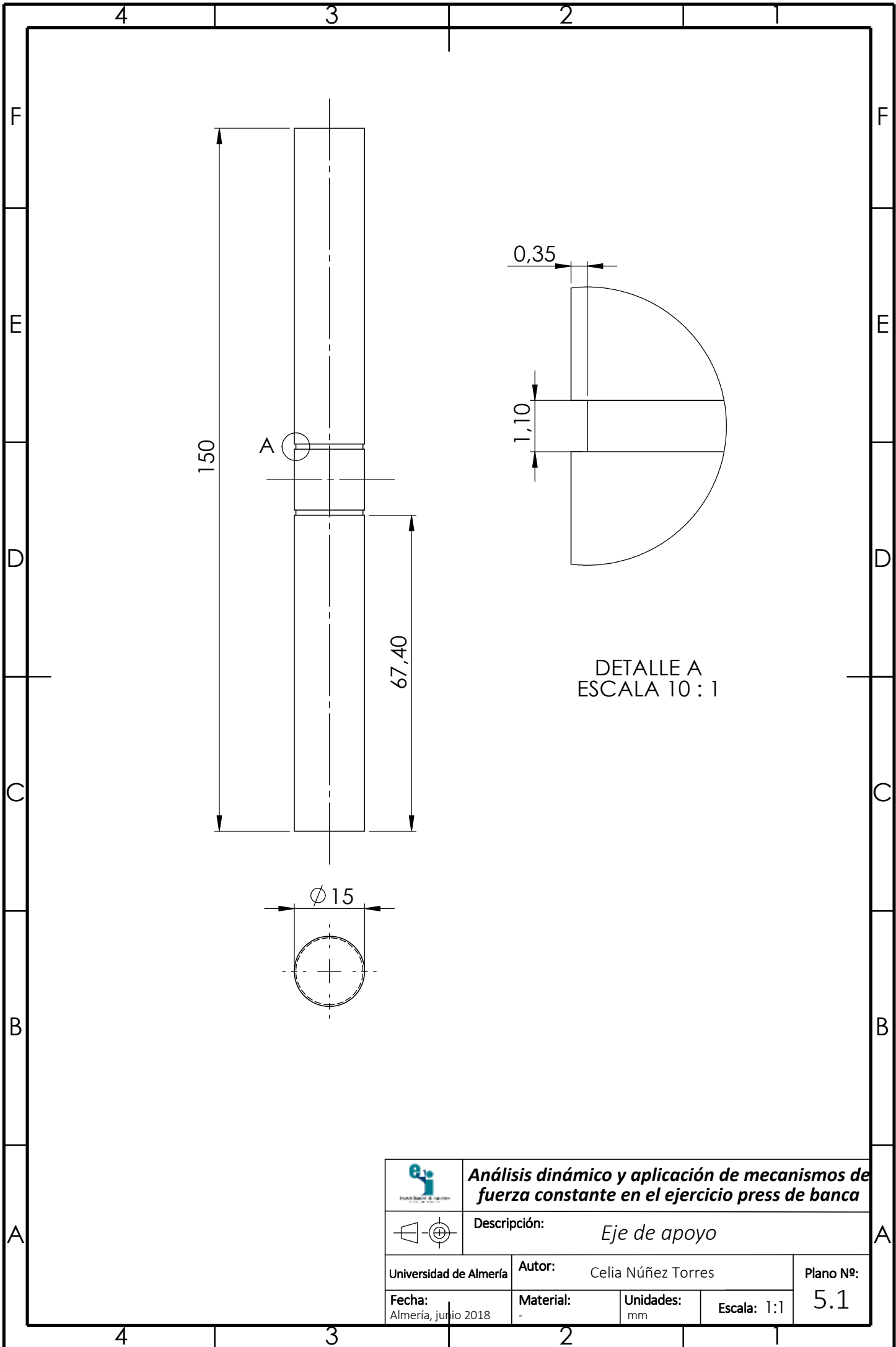


	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca		
		Descripción: <i>Eje de acople</i>	
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres	Plano Nº: 4.2	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 2:1


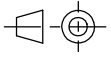


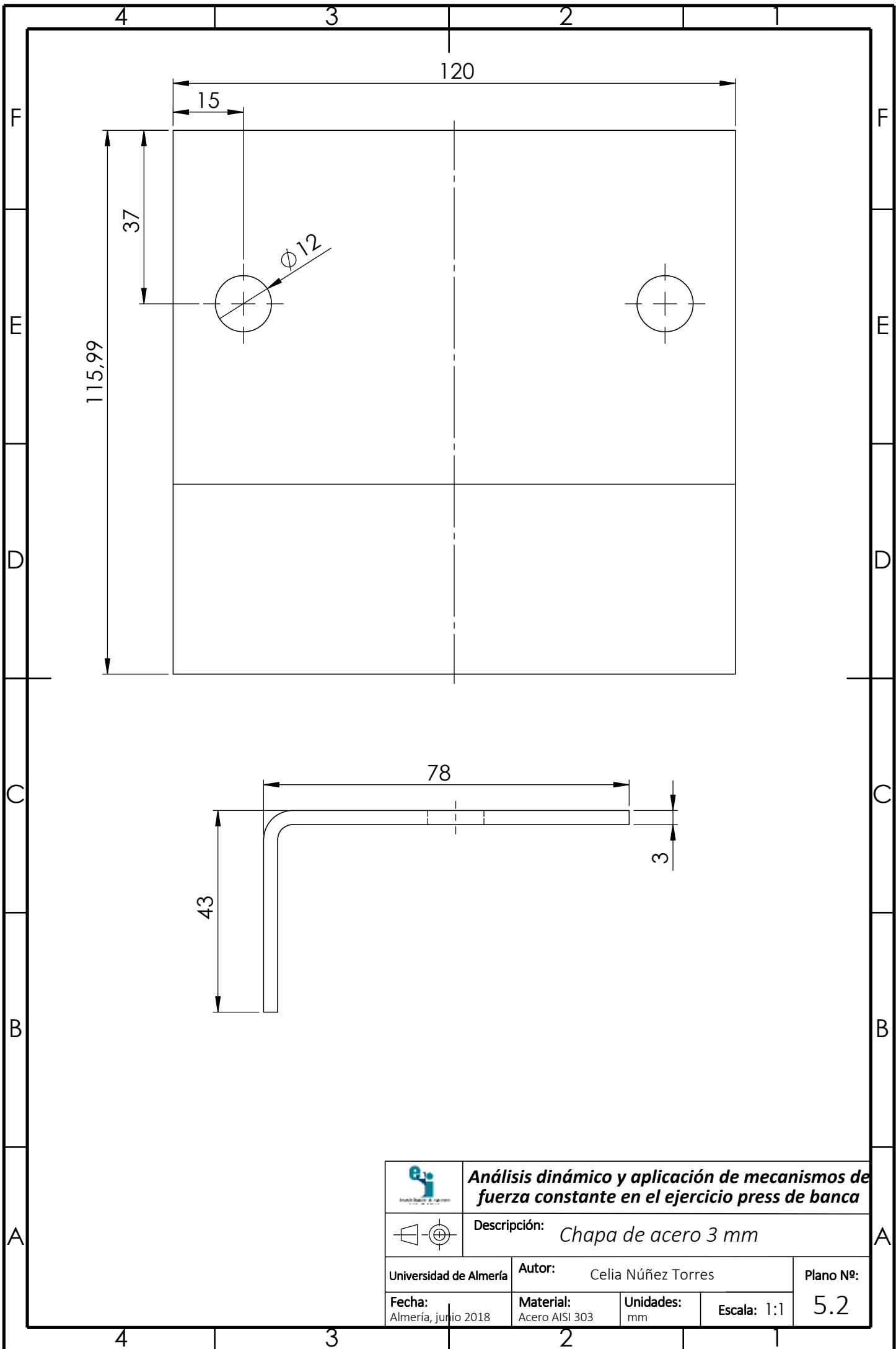
ELEMENTO	PLANO N°	DENOMINACIÓN PLANO	CANTIDAD
1	5.1	Eje de apoyo	1
2	4.1	Polea	1
3	5.2	Chapa de acero 3 mm	2
4	-	Anillo DIN 471 A Ø15 mm	2
5	-	Rodamiento 6302	1
6	-	Rodamiento UCFL 202	2
7	-	Tornillo ISO 4018 M12 X 25	4
8	-	Tuerca ISO 4035 M12	4


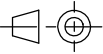
	Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca			
	Descripción: <i>Subconjunto Eje de apoyo de la polea</i>			
Universidad de Almería	Autor: Celia Núñez Torres		Plano N°:	
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:1	5



DETALLE A
ESCALA 10 : 1

		Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca	
		Descripción: <i>Eje de apoyo</i>	
Universidad de Almería		Autor: Celia Núñez Torres	Plano Nº:
Fecha: Almería, junio 2018	Material: -	Unidades: mm	Escala: 1:1
		5.1	



		Análisis dinámico y aplicación de mecanismos de fuerza constante en el ejercicio press de banca	
		Descripción: <i>Chapa de acero 3 mm</i>	
Universidad de Almería		Autor: Celia Núñez Torres	
Fecha: Almería, junio 2018		Material: Acero AISI 303	Unidades: mm
		Escala: 1:1	Plano Nº: 5.2