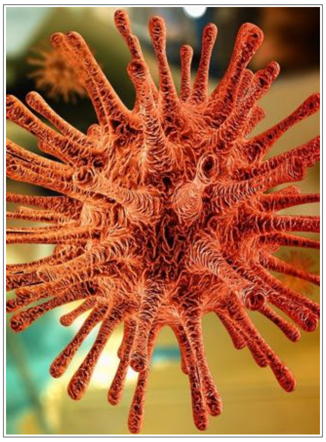
Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XIII. Número 3 — 30 de abril de 2020



Pandemia: matemáticas y enseñanza

Cuando publicamos el pasado Boletín a finales del mes enero, ya iniciada la epidemia en China y en puertas de la pandemia, no sabíamos el impacto que en nuestras vidas iba a tener el virus COVID–19.

En este Boletín se publican tres aportaciones con enfoques diferentes pero con el nexo común de esta pandemia. Una de ellas sobre el impacto sobre la enseñanza en Secundaria y Bachillerato y los problemas que surgen con la docencia virtual. Las otras dos versan, por una parte sobre el conocido, y casi centenario, modelo SIR y los métodos numéricos, con un enfoque divulgativo, y por otra sobre la ya popular expresión «doblegar la curva».

(Artículos completos en las páginas 6, 13 y 15)

La Ciencia en la Divina Comedia

Retrato de Dante

En ocasiones las referencias científicas aparecen donde menos se espera.

En este artículo invitado, realizado por Antonino Scarelli, profesor de la *Universidad de la Tuscia* (Viterbo, Italia), se hace un recorrido por la *Divina Comedia*, la famosa obra del poeta italiano Dante Alighieri (1265–1321).

El profesor Scarelli bucea en las referencias científicas que Dante pone de manifiesto en su obra. Queremos agradecer al profesor Manuel Gámez la traducción del artículo original en italiano para hacerlo accesible a nuestros lectores.

(Artículo completo en la página 8)

Editorial: El Boletín en tiempos del coronavirus

Con este número completamos el volumen decimotercero del Boletín. Podemos estar orgullosos de haberlo publicado, no solo por el trabajo realizado, sino también por las dificultades sobrevenidas de la época que estamos atravesando.

Como no podía ser de otra forma, el contenido de este boletín está marcado por el motivo de la crisis actual. Tanto porque recogemos actividades canceladas, dificultades para mantener la enseñanza en formato no presencial para todo el alumnado, como, algo muy importante, el papel que juega la investigación y particularmente las matemáticas para sacarnos de esta situación de confinamiento. Sin embargo, también hay otras aportaciones cuya lectura permite distraer nuestra mente.

También destacar la actitud de los estudiantes que en esta difícil situación de confinamiento han participado activamente en el *Concurso de Problemas*, mostrando su gusto por las matemáticas.

Por último, queremos agradecer a todos vuestras aportaciones y compartir nuestro deseo de que en el próximo número de octubre nos encontremos tranquilos y animados porque hayamos vencido al virus o, al menos, hayamos podido controlarlo.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

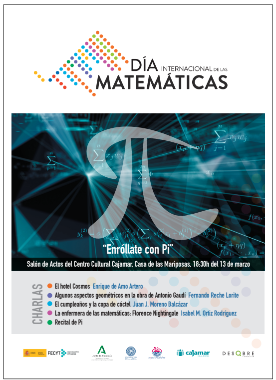
Isabel María Ortiz Rodríguez
iortiz@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

Día Internacional de las Matemáticas



Cartel anunciador

En noviembre de 2019 la UNESCO proclamó el día 14 de marzo como el *Día Internacional de las Matemáticas*. En muchos países ya se celebraba el 14 de marzo el *Día de Pi* (3/14), pero a partir de este año se ha pasado a celebrar mundialmente el *Día Internacional de las Matemáticas* con el objetivo de hacer actividades con las que mostrar su utilidad, así como el papel fundamental que juegan en la vida cotidiana y en la mejora de la calidad de vida en el tanto en los países desarrollados como los que se encuentran en desarrollo.

El tema de este año ha sido *Las matemáticas están en todas partes*. Desde la *Fundación Descubre*, la *Universidad de Almería* tenía programadas una serie de actividades que tuvieron que ser aplazadas.

Por un lado, las conferencias: *Sin pi no soy nada*; *2020 versus 1582, el enigma de los bisiestos*, y *Herramientas matemáticas para la toma de decisiones*, que se iban a impartir en institutos.

Por otro, en la *Casa de las Mariposas* estaban previstas las charlas: *El hotel Cosmos*; *Algunos aspectos geométricos en la obra de Antonio Gaudí*; *El cumpleaños y la copa de cóctel*, y *La enfermera de las matemáticas: Florence Nightingale*, además de un *Recital de Pi*.

Cancelada la LVI Olimpiada Matemática Española

La crisis sanitaria provocada por el COVID–19 ha motivado que el comité organizador de la *Fase Nacional* de la *LVI OME* y la *Comisión de Olimpiadas* de la *RSME* haya decidido cancelar la celebración de la fase nacional de esta olimpiada, la cual tenía previsto celebrarse en la *Universidad de Almería* entre los días 19 y 22 de marzo.

Logo

La *Facultad de Ciencias Experimentales* de la *Universidad de Almería* tenía todo listo para dicha celebración que requirió de una importante financiación económica, tanto pública como privada, así como una gran dedicación de todos los miembros de la de organización. Sin embargo, en coordinación con la *RSME*, y adelantándonos a la declaración del estado de alarma, se decidió la suspensión prevaleciendo la salud de estudiantes y profesorado.

De los ganadores de esta fase nacional se conforma el equipo español que nos representa en la *Olimpiada Internacional* e *Iberoamericana*. La *Comisión de Olimpiadas de la RSME* anunciará las fechas y el procedimiento por el cual se realizará la selección del equipo español que nos representará en esas olimpiadas en 2020. Más información en *w3.ual.es/eventos/LVIOME*.

Novena edición de la European Girls' Mathematical Olympiad

Por otra parte, la novena edición de la *Olimpiada Femenina Europea* (EGMO), que debía celebrase en Egmond aan Zee (Países Bajos) entre los días 15 y 21 de abril, también fue suspendida de forma presencial, pero se ha realizado en modalidad virtual que se ha podido seguir a través de la propia web y de las redes sociales.

Logo de la olimpiada

El equipo español estuvo formado por Paula Esquerrà (Barcelona), Teresa Marín (Murcia), Claudia Morales (Madrid) y Joana Pech (Barcelona) que fue ganadora de una medalla plata.

La ganadora de las olimpiadas de forma individual fue Amina Abu Shanab de Rumanía y por equipos el país ganador fue Rusia. Más información en *egmo2020.nl*.

XXI Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas

Logo de la actividad

La vigésimo primera edición del *Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas* (ENEM) se celebrará este año en Valladolid, durante los días del 20 al 25 de julio. Este congreso, dirigido a estudiantes de matemáticas, estadística y ciencia de datos de universidades españolas, contará con un foro de empresas donde los asistentes al evento podrán hacer una incursión en el mundo laboral. Además de las diversas charlas, talleres y conferencias, durante el encuentro se celebrará una asamblea general de la *Asociación Nacional de Estudiantes de Matemáticas* (AGANEM).

El ENEM es uno de los eventos del ámbito matemático más conocidos en España. Su primera edición se celebró en Granada en el año 2000 con motivo del *Año Internacional de las Matemáticas*. Desde entonces se ha celebrado anualmente en diversas ciudades españolas, reuniendo cada año a cientos de jóvenes de todo el país.

Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia, 11 de febrero

Con motivo de la celebración del *Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia* el 11 de febrero, el *Vicerrectorado de Estudiantes, Igualdad e Inclusión* organizó visitas de científicas e investigadoras a centros de secundaria.

Por parte del Departamento de Matemáticas participaron Inmaculada López y Ana Belén Castaño. Inmaculada visitó el *CEIP Félix Rodríguez de la Fuente*, de Los Llanos de Vícar, y Ana Belén los *IES El Palmeral* y *Valdeserra*, de Vera, y el *IES Mediterráneo* de Garrucha. En sus charlas contaron su experiencia de vida y, especialmente, su trabajo como científicas en el campo de las matemáticas.

Curso de introducción a la ingeniería inversa y malware

El *Centro de Desarrollo y Transferencia de Investigación Matemática a la Empresa* (CDTIME), tras la demanda que tuvo el curso *Introducción a la ingeniería inversa y malware*, ha impartido una segunda edición de este curso el pasado 4 y 5 de marzo.

En esta actividad formativa en ciberseguridad se introducen algunas técnicas de ingeniería y matemática que permiten el desarrollo de los dañinos malware, a la vez que se dan a conocer técnicas de análisis que permiten detectar dichas ciberamenazas. Se puede encontrar más información en la dirección *www2.ual.es/cdtime*.

V Congreso de Jóvenes Investigadores en Diseño de Experimentos y Bioestadística

El grupo de investigación *Análisis de Datos* organiza el *V Congreso de Jóvenes Investigadores en Diseño de Experimentos y Bioestadística* (JEDE V). Estaba previsto para los días 18 y 19 de junio de 2020 en la *Universidad de Almería*, pero ha sido aplazado. El comité organizador fijará más adelante la nueva fecha de celebración.

La finalidad de este congreso es el intercambio de conocimientos y experiencias entre jóvenes investigadores e investigadores consolidados en las áreas del diseño de experimentos y la bioestadística.

Este congreso forma parte de las actividades que organiza el Grupo de Trabajo *«Diseño de experimentos»* de la *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa* y cuenta también con el apoyo de la *Red Nacional de Bioestadística* (BIOSTATNET) que otorgará dos premios entre las ponencias presentadas por jóvenes de la red que presenten un trabajo de investigación en bioestadística. Más información en *www2.ual.es/jede2020*.

Actividades de la SAEM Thales

Algunas de las actividades que esta sociedad tenía previsto organizar en la provincia de Almería han tenido que ser aplazadas hasta nuevo aviso:

- *XXXVI Olimpiada Matemática* para 2.º de ESO. Estaba prevista para el 14 de marzo en el *IES Mediterráneo* de Garrucha, pero fue aplazada.
- *Desafío Thales* 2020 para 5.º y 6.º de Educación Primaria. La fase provincial se realizó el 24 de abril mediante una prueba online. Los seis primeros clasificados en la fase provincial participarán en la *III Olimpiada Matemática Regional para Primaria*, que se celebrará el 16 de mayo de 2020.
- *I Matemáticas en la calle*. Previsto para el sábado 18 de abril, pero ha sido aplazado.
- *XVIII CEAM en la Universidad de Granada*. El congreso, que tenía previsto celebrarse del 2 al 4 de julio, ha sido aplazado. La nueva fecha de celebración y los detalles relacionados con la organización del congreso se anunciarán en *thales.cica.es/xviiiceam*.

Más información en *thales.cica.es/almeria*.

Noticias matemáticas

Entrega del premio del concurso de problemas del Boletín

Debido a la crisis sanitaria provocada por el coronavirus COVID–19 el premio del concurso de problemas que iba a ser entregado a su ganador, Pablo Cervilla Nuño, en el *IES Aguadulce* la tercera semana de abril, tal y como se había previsto, ha tenido que ser aplazado hasta septiembre u octubre.

En la misma situación se encuentra el ganador del concurso planteado en enero de este año y resuelto en este número. Deseamos que pronto podamos entregarlo en los centros de los estudiantes, como es habitual, en un acto que, para todos, es muy emotivo. Os animamos a seguir participando.

«Nuevo» Grado en Matemáticas por la Universidad de Almería

La *Facultad de Ciencias Experimentales* en la bús-

ISSN 1988-5318

queda de la mejora continua de sus títulos ha realizado una modificación sustancial del actual Grado en Matemáticas del año 2010 y que fue reacreditado con una excelente solvencia en 2016.

En la modificación que se prevé entre en vigor el curso académico 2020/21, además de aumentar la optatividad y cambiar la secuencia de algunas materias, se incluye tres menciones al título con el objetivo de mejorar aún más la inserción laboral de nuestros estudiantes. Dichas menciones son:

- Mención *Ingeniería matemática*.
- Mención *Matemáticas fundamentales*.
- Mención *Matemáticas y finanzas*.

En la mención *Matemáticas y finanzas* el estudiante cursará asignaturas seleccionadas del Grado en Finanzas y Contabilidad de la UAL.

La presentación del grado estaba prevista para el 27 de marzo pero hubo de aplazarse por el estado de alerta actual y deseamos que pronto se pueda hacer.

Acción Matemática contra el Coronavirus

Desde el *Comité Español de Matemáticas* (CEMat) se está llevando a cabo una iniciativa de predicción cooperativa para construir un meta-predictor que facilite a las autoridades información del comportamiento a corto plazo de variables de gran interés en la expansión del virus COVID–19.

Para este fin, se ha hecho un llamamiento a todos los investigadores en el ámbito de la comunidad matemática, estadística y científica de datos que hayan desarrollado modelos predictivos en este sentido.

Las predicciones aportadas por los investigadores participantes se utilizarán para construir este «predictor cooperativo», que estará basado en combinaciones optimizadas de predicciones de los diferentes modelos/algoritmos desagregadas por comunidades autónomas. Toda la información al respecto se incluirá en la página *matematicas.uclm.es/cemat/covid19*. Además hemos elaborado una reseña sobre esta iniciativa en la sección *Páginas web* de este Boletín.

Premio Abel 2020 para Gregory Margulis y Hillel Furstenberg

La *Academia Noruega de Ciencias y Letras* ha otorgado el *Premio Abel* 2020 a los matemáticos Gregory Margulis y Hillel Furstenberg, *«por su trabajo pionero en el uso de métodos de la teoría de probabilidad y de sistemas dinámicos en la teoría de grupos, la teoría de números y la combinatoria»*.

Margulis, de 74 años, es catedrático de la *Universidad de Yale*, y añade este galardón al *Premio Wolf* y la *Medalla Fields*, siendo uno de los cinco matemáticos que han ganado los tres premios.

Furstenberg, de 84 años, es profesor emérito de la *Universidad Hebrea de Jerusalén* y también posee el *Premio Wolf*.

Hillel Furstenberg (izquierda) y Gregory Margulis (derecha)

Aunque Furstenberg y Margulis no colaboraron nunca formalmente, sí se han influido de manera sustancial. El trabajo de ambos tiene en común haber usado técnicas de la teoría ergódica, un campo de las matemáticas originado en el estudio de problemas físicos como el movimiento de sistemas planetarios o de bolas de billar, y que permite hacer predicciones en sistemas caóticos. Su trabajo es teórico, pero ha tenido y tiene una gran cantidad de aplicaciones en muchos campos, como la economía o la computación.

El *Premio Abel*, concedido anualmente desde el año 2003, conmemora la figura del matemático noruego Niels Henrik Abel. El premio conlleva una dotación económica de 7,5 millones de coronas noruegas (unos 770 000 euros) y les será entregado en la ceremonia del próximo año, junto a los premiados de 2021, debido a la pandemia del coronavirus.

Premio Manuel Losada Villasante para Francisco Gancedo

Francisco Gancedo, profesor de Análisis Matemático de la *Universidad de Sevilla*, ha obtenido el premio *Manuel Losada Villasante* en el apartado de Investigación Científica.

Francisco Gancedo

Su trabajo está relacionado con el movimiento de partículas y trata de modelizar, a través de ecuaciones en

ISSN 1988-5318

derivadas parciales no lineales, la propagación de singularidades en fluidos. Esto se aplica en múltiples campos como el meteorológico para predecir los movimientos de los tornados.

Su investigación supone un avance en uno de los problemas del milenio *Las ecuaciones de Navier-Stokes* que describen el movimiento de los líquidos y gases.

Fallecimiento de Katherine Johnson

Katherine Johnson

El pasado 24 de febrero falleció Katherine (Coleman) Johnson a los 101 años. Sus cálculos matemáticos fueron cruciales en las misiones espaciales de la NASA, en concreto participó en la programación del viaje del Apolo 11 a la Luna en 1969.

Calculó a mano las trayectorias de los cohetes y las órbitas terrestres. Para ello usaba reglas de cálculo, papel cuadriculado y calculadoras de escritorio. No solo trabajó sin descanso realizando cálculos, sino que tuvo que luchar contra la discriminación que en aquel tiempo sufrían las mujeres afroamericanas.

Las científicas afroamericanas trabajaban en una oficina de computación separada de los blancos, usaban comedores y baños distintos. Pero su coraje le hizo luchar por los derechos de su género y raza en una sociedad totalmente contraria a los mismos.

Fallecimiento de Louis Nirenberg

Louis Nirenberg

El matemático Louis Nirenberg (1925–2020), *premio Abel* en 2015 junto con John Nash, falleció el pasado 26 de enero. Sus contribuciones han supuesto un avance muy importante en el campo de las ecuaciones diferenciales que se utilizan para modelar diferentes fenómenos de la naturaleza.

Su fallecimiento ha sido, sin duda, una gran pérdida dentro de la comunidad matemática, a la que él consideraba su familia, y es que según palabras del propio Nirenberg: *«Una de las maravillas de las matemáticas es que vaya uno al lugar del mundo que vaya, encuentras y te reúnes con otros matemáticos, sientes pertenecer a una gran familia y eso es un regalo maravilloso»*.

Premios WONNOW 2020

CaixaBank y *Microsoft Ibérica* convocan la tercera edición de los premios WONNOW. El galardón tiene como fin promover, poner en valor y estimular la excelencia, tanto académica como personal, de las mujeres estudiantes universitarias de las ramas de la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas.

El premio monetario de 10 000 euros se otorgará a una única ganadora. Además, se concederán 10 becas remuneradas para trabajar seis meses en *CaixaBank*, colaborando en diferentes proyectos. El plazo de presentación de candidaturas está abierto hasta el 14 de junio de 2020. Más información en *www.wonnowawards.com*.

Defensa de tesis doctoral

La *Universidad de Almería* intenta de forma telemática realizar sus funciones como centro de educación superior y de investigación dada la situación de crisis actual.

En este marco, el pasado 23 de abril se defendió de forma telemática la tesis *Los métodos numéricos y su enseñanza: estudio de casos en la universidad ecuatoriana* por la doctoranda Maritza A. Pinta de la *Universidad de Machala* (Ecuador) y dirigida por Juan José Moreno Balcázar (UAL) y Ana Belén Montero Medina (UGR).

Ha sido una experiencia totalmente novedosa donde tanto doctoranda, como tribunal y asistentes estaban conectados de forma telemática a través de los medios proporcionados por el *Centro de Producciones de Contenidos Digitales* de la UAL.

La defensa de la tesis siguió el proceso ordinario de una defensa presencial y ha servido como primer ejemplo para otras tesis que se defenderán de forma no presencial.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Salvador López Martínez y Sergio Segura de León, de la Universidad de Granada; Maritza Pinta, de la Universidad de Machala (Ecuador); Hamza Boujemaa y Bard Oulgiht, de la Universidad Mohammed V de Rabat (Marruecos); y Moisés Villegas Vallecillos, de la Universidad de Cádiz.

ISSN 1988-5318

Preguntas frecuentes

¿De qué manera se ha adaptado la actividad docente al formato no presencial en la Universidad de Almería, debido a la situación provocada por el COVID–19?

Se mantienen los horarios de las asignaturas, las fechas de finalización de la docencia, y de los exámenes así como los horarios de tutorías del profesorado, todo ello de manera no presencial.

La actividad docente no presencial se realiza a través del aula virtual, preferentemente mediante la plataforma de docencia online *Blackboard Learn*, haciendo uso de las herramientas que incorpora, tales como videoconferencia con *Collaborate*, *Tablero de discusión* (Foro), *Chat*, herramienta *Actividad*, correo electrónico, etc.

El profesorado puede elegir un desarrollo en sesiones equivalentes a las horas de clase presencial y/o la realización de tareas o actividades, así como usar vídeos que ha grabado previamente con la explicación de una clase sobre contenidos importantes de la asignatura o sobre alguna actividad concreta.

Dado que el sistema de evaluación será no presencial, se ha potenciado la evaluación continua de las asignaturas, con el número de pruebas o tareas que cada profesor considere más oportuno, coordinándose con el resto de las asignaturas del curso/título.

Debido a este cambio en la metodología, las diferentes asignaturas pueden sufrir adaptaciones en su planificación, calendario de actividades, tareas y pruebas previstas, cada guía docente contará con una adenda en la que se recogerán todas las alteraciones en contenidos, planificación y evaluación.

¿Cómo se han adaptado las prácticas externas del Grado en Matemáticas a la nueva situación generada por la crisis desencadenada por el COVID–19?

Las prácticas externas curriculares son obligatorias en el Grado en Matemáticas, siendo una materia de 6 créditos con una presencialidad en el centro de trabajo de 120 horas. Desde el comienzo del Grado los estudiantes han podido realizarlas presencialmente en empresas y organismos variados siendo de gran utilidad para su posterior inserción laboral.

Este curso académico las prácticas tenían que comenzar de forma presencial el 15 de abril, pero con la declaración del estado de alarma y la consiguiente imposibilidad de incorporarse de forma presencial, hubo que buscar alternativas para que todos los estudiantes pudieran cursar esta materia tan importante para conseguir las competencias que indica el título.

Por ello, la *Facultad de Ciencias Experimentales* en estrecha colaboración con la *Fundación UAL* trazó un plan para poder realizarlas de forma telemática. Este plan no hubiera tenido efecto sin la inestimable colaboración de todas aquellas empresas y organizaciones que se han mostrado muy receptivas a que los estudiantes puedan realizar sus prácticas telemáticamente.

De esta forma, actualmente todos los estudiantes se encuentran realizando sus prácticas de forma telemática y deseamos que sean provechosas para su formación, siendo conscientes de la relevancia que en la formación tiene la presencialidad y que esperamos poder volver pronto a ella, que significará que todo ha ido bien.

ENSEÑANZA SECUNDARIA

La docencia en Secundaria en tiempos de coronavirus

David Crespo Casteleiro
IES Santa María del Águila (El Ejido, Almería)

El 11 de marzo de 2020, cuando en Andalucía 102 personas se encontraban infectadas por COVID–19 y no había que lamentar ningún fallecimiento, el vicepresidente Juan Marín afirmaba en rueda de prensa que, *«por ahora, no se van a cerrar los centros escolares ni corren peligro las procesiones de Semana Santa. Pero si hay que suspender algo, se hará»* [1]. Y se hizo, justo al día siguiente, ante la inminente promulgación del Decreto por el que se regulaba el confinamiento. Un mes mediante, las cifras de infectados en nuestra Comunidad se han multiplicado por más de 10 y el número de decesos con COVID–19 supera ampliamente el millar.

Esta realidad lapidaria es la que tiene que afrontar el profesorado de Secundaria, a modo de *castigo de Sísifo*, armados desde casa con los medios de nuestras familias; compartimos el ordenador con las tareas de nuestros hijos e hijas, ponemos el material fungible a disposición de la Sociedad y el alumnado se ha hecho un hueco abismal tanto en el salón, como en la bandeja de entrada del correo electrónico, abierto hasta el amanecer. Las correcciones individualizadas atesoran gran parte de una jornada laboral propia del s. XIX, asesorando al alumnado y sus familias,

[1] *https://www.niusdiario.es/sociedad/sanidad/andalucia-medidas-coronavirus-no-cerrara-centros-educativos-ni-suspendera-semana-santa_18_2912970307.html*.

 ISSN 1988-5318

dándoles pautas sobre cómo proceder y, en muchos casos, aportándoles una tranquilidad difícil de transmitir.

La analfabetización digital de algunos IES, ya era palmaria, pues nos encontramos con aulas cuyo mayor prodigio tecnológico consiste en la dotación de luz o ventilador; en otros casos, las pizarras digitales se encuentran inservibles o mal calibradas; salas de profesorado con equipos informáticos con más de quince años, en los que cada vez que hay que imprimir, cruzamos los dedos. Y nos hemos dado de bruces con ello, ya que la transmisión del conocimiento de forma presencial a la virtual, no está teniendo un avance continuo.

Por suerte, esta realidad difícil de entender y aún más complicada de aceptar, no es unánime. Dependiendo de la tipología del IES, y fundamentalmente de la implicación y compromiso de sus equipos directivos y del claustro, así como del porcentaje de plantilla con destino definitivo, las dotaciones tecnológicas cumplen su papel.

Las *recomendaciones* de la Administración nos han sugerido un vetusto banco de recursos digitales, *Agrega*, o el uso de plataformas *Moodle* no implementadas de forma universal, que en algunos casos tiene un funcionamiento deficiente. Por ello, el profesorado ha tenido que reinventarse e incorporar a nuestro quehacer, una labor al más puro estilo de David Livingstone: buscar aplicaciones gratuitas para establecer videoconferencias o entregar y recibir tareas, donde términos como *Zoom*, *Google Classroom*, *Collaborate* o *Edmodo* se han añadido a nuestro léxico. A buen seguro sumaremos algunos más de aquí a final de curso, y tal vez, hayan venido para quedarse (¿supongo?).

El uso de tabletas conectadas al ordenador, está permitiendo al docente evitar el tedioso trabajo de tener que escribir en los procesadores de texto o en LaTeX el texto científico. En otros casos, una pizarra blanca es el útil que sustituye a nuestro gran encerado o a la pizarra digital. Tanto en unos como en los otros casos, sigue siendo el estipendio de su adquisición un coste para los docentes.

En cuanto a la elaboración de materiales, no son pocos los profesores y profesoras de Matemáticas que se han estrenado como *youtubers*, pues las matemáticas también son un campo abonado para los *influencers*.

Ciertamente la red se encuentra llena de recursos gratuitos para poder trabajar con el alumnado, si bien no todo el monte es orégano. Un ejemplo ilustrativo, lo constituye el programa *Aprendemos en casa*, auspiciado por el Ministerio de Educación en colaboración con RTVE. Los contenidos emitidos, han sido objeto de furibundas pero certeras críticas por parte del profesorado. Onofre Monzó, presidente Federación Española de Profesores de Matemáticas (FESPM), afirmó que *«los vídeos no ponen las Matemáticas en su contexto, ni las relacionan con el entorno cotidiano del alumno, ni ayudan a resolver problemas. En algún caso, confunden la frecuencia absoluta con la acumulada y se enseña el algoritmo de la resta con técnicas memorísticas»* [2].

Claro está que no todo el profesorado se ha adaptado de la misma forma. El envío de múltiples tareas, con plazos de entrega a dos semanas vista, sin mucha más explicación que el *pdf* de un libro, quizá no se adapte a la definición de docencia a distancia. Los docentes que ostentamos la dualidad de ser padres o madres, podemos dar fe de esta forma de proceder; haberlos, haylos, como en toda casa de vecinos.

Imagen de la profesora Nina Losada tomada de Instagram

Si bien las dificultades laborales del profesorado de las enseñanzas sostenidas con fondos públicos, se circunscriben a la necesidad de adaptarse al momento, con el empleo de las nuevas metodologías que tienen que poner en marcha, no se puede decir lo mismo en todos los centros privados. En algunos casos que no se encuentran en paraísos lejanos, una parte del claustro de estas instituciones, sustancial dependiendo de la etapa, se ha visto inmerso en expedientes de regulación de empleo. Aunque los de Matemáticas quizá (aunque el tiempo da y quita razones) corramos mejor suerte, los profesionales de materias como Educación Física, Música o Plástica, en contra de las siete leyes orgánicas educativas que hemos tenido durante la Democracia, siguen siendo consideradas marías. Nunca más que ahora la Escuela Pública, con su diversidad y ciertas carencias, sigue siendo garantía de responsabilidad social.

La transformación digital del alumnado y sus familias a la realidad imperante, está suponiendo un proceso complicado. Muchos no tenían instalada la aplicación *PASEN*, ni sabían cómo acceder a ella, bien por el alejamiento de la realidad de los centros educativos, bien por tener una brecha digital en muchos casos insalvable. Comunicarse con las familias y el alumnado ha supuesto un verdadero hándicap que en ciertos casos se ha resuelto in extremis

[2] *https://www.elmundo.es/espana/2020/03/27/5e7cda0cfdddff8a6f8b4623.html*.

ISSN 1988-5318

gracias a la aportación de Alexander Graham Bell.

Observamos que nuestros alumnos y alumnas, a pesar de ser una generación teóricamente familiarizada con la tecnología, no lo era en cuanto al envío de correos y sufren una tremenda desafección por esta forma de comunicarse, que es más propio de los mayores. Quizá sea esta sociedad de la inmediatez la que los aproxime a medios de comunicación instantáneos como la mensajería de redes sociales o *Whatsapp*.

Nos encontramos con situaciones donde el alumnado afirma no tener correo electrónico y sí teléfono móvil, o que en el asunto escriben el cuerpo del correo. Si nos referimos al envío de las tareas como documentos adjuntos, lo mejor está por llegar: fotos desenfocadas, ininteligibles o giradas, cuyos pesos requieren el empleo de múltiples correos, que perturban la paz de una bandeja de entrada despejada. La solución consistente en generar un único *pdf* legible con las imágenes, es una evolución inacabada.

Si el determinismo social y económico por una parte y los resultados del alumnado por otra, eran variables que presentaban una fuerte dependencia, la actualidad ha hecho que el coeficiente de correlación de Pearson tienda inexorablemente a uno. No son pocas las familias que carecen del equipamiento que sí es anodino en otras; disponer de ordenador, impresora, escáner o wifi se antoja en muchos hogares como una *rara avis*.

En el seno de las familias con sus ingresos mermados por el cese o la ralentización de sus actividades económicas, donde ERTES, ERES o despidos suponen otra forma obligada de confinamiento, asumir el coste de dotar a sus hijos e hijas de medios informáticos es una quimera.

El determinismo económico hace que no sean pocos los hogares donde su única conexión a internet se produce mediante el teléfono móvil de padres y madres, con datos limitados que se consumen rápidamente, y de los que el alumnado a veces sólo puede disponer cuando sus progenitores están en casa. Estas carencias contrastan con el derecho inalienable a la Educación, motor transformador de la Sociedad, que recoge el artículo 27 de nuestra Constitución, y con la Circular donde se insta a *«garantizar la continuidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje»*. El efecto Mateo, cuyo origen se encuentra en el Evangelio del citado apóstol se hace palpable: *«porque a todo el que tiene se le dará y le sobrará, pero al que no tiene, se le quitará hasta lo que tiene»*.

Resistiremos, emulando al resto de la Sociedad, y aunque es pronto para sacar conclusiones, quizá sí sea la ocasión para cuestionarnos las carencias ocultas del Sistema Educativo y sobre todo para pensar en alternativas que requieren, en un mal momento, de una mayor dotación económica. ■

ARTÍCULO INVITADO

En busca de la Ciencia en la Divina Comedia

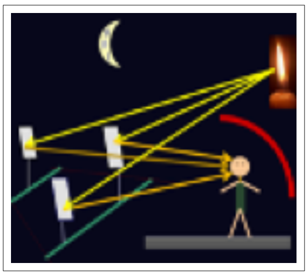
Antonino Scarelli [3]
Universidad de la Tuscia (Viterbo, Italia)

Dante tenía una gran visión de la ciencia y en el *Convivio* la obra preparatoria de la *Divina Comedia*, la exaltó hasta el punto de invocarla como un sustrato necesario y sólido para una obra de fantasía y poesía, y le dedicó numerosas referencias epistemológicas.

Partiendo de la Astronomía con la supuesta forma esférica de la tierra y el equinoccio de primavera, donde cuatro círculos astronómicos se intersecan y forman tres cruces: el humano que se encuentra con lo divino, y las tres virtudes teologales que se encuentran con las cuatro virtudes cardinales (Par. I, 37).

Luego la Física con la ley de la reflexión (Purg. XV, 16), cuando el mensajero divino aparece como un rayo de luz de tal intensidad que al reflejarse en el suelo deslumbra los ojos de Dante. O cuando se refiere a la ley de la refracción, en un intento de explicar las manchas lunares, consideradas más oscuras (Par. II, 91) porque la luz, antes de ser reflejada, penetró más profundamente.

El gusto por la racionalidad en Dante surge con la experimentación física, no como lo hizo Ulises de la razón al talento, sino de la razón a la experiencia, de la observación a la experimentación, utilizando, aun antes que Galileo, el método empírico, con el experimento de los tres espejos (Par. II, 97).



Las referencias a la ley de la gravitación universal de Newton se hacen tanto en cuanto, habiendo cruzado el centro de la tierra, dice que ha pasado el punto *«. . . en el que se dibujan los pesos por todos lados»* (Inf. XXXIV, 111), como al escalar la alta montaña del Purgatorio, *«. . . cuanto más alto llega,*

[3]Con la colaboración en el proceso de traducción del original en italiano de Manuel Gámez Cámara, profesor del departamento de Matemáticas de la UAL.

 ISSN 1988-5318

menos duele» (Purg. IV, 90).

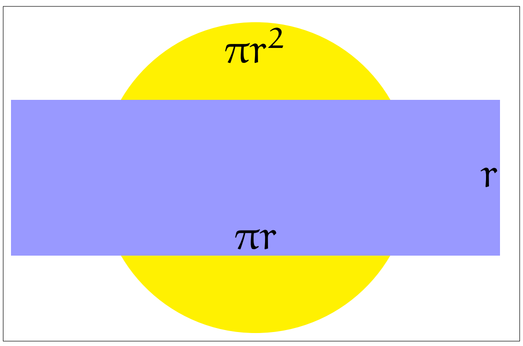
En la arquitectura de los cánticos, destacamos la finalidad teológica que gira en torno a la simetría en la que el verso central se sitúa en el «libre albedrío» de la elección entre el bien y el mal, a medio camino entre el verso inicial de la selva oscura y el verso final del *«amor que mueve el sol y las demás estrellas»* (Par. XXXIII, 145).

La estructura axiomática de los números naturales surge cuando (Par. XV, 55–57) el Todopoderoso es concebido como lo que es primero, la Primera Mente, como el número uno del que derivan cinco, seis y todos los demás peones.

Dante estaba fascinado por la geometría euclidiana a la que vinculó algunos principios fundamentales de la doctrina cristiana. Comenzando con el «sexto», la brújula con la que Dios, al insertar las cosas ocultas y manifiestas, traza los límites del universo. De las definiciones de Euclides extrae el concepto de un punto indivisible, inmaterial, desprovisto de dimensiones, al que luego asocia una luminosidad muy intensa que «saca» incluso un ojo humano con una virtud visual transhumana. Punto del que dependen el cielo y toda la naturaleza, y de nuevo el *«punto en el que todos los tiempos están presentes»* (Par. XVII, 18), es decir, un Dios concebido como una especie de Big Bang temporal.

Además, para dar imágenes de certeza inquebrantable, utiliza la Geometría, ya que en un triángulo no pueden aparecer dos ángulos obtusos *«... no entender dos personas obtusas en un triángulo»* (Par. XVII, 15). O para la sabiduría de Salomón no es necesario saber si un triángulo rectangular podría ser inscrito en un semicírculo.

Por otra parte, lo que es desconcertante es la concepción cosmológica de las esferas planetarias que giran a una velocidad cada vez mayor cuanto más se acercan al primer móvil que luego las arrastra a todas con él. Cuando Dante llega al primer móvil, mirando los ojos de Beatriz, que se han convertido en un espejo en el que se reflejaba una llama viva, se da la vuelta (Par. XXVIII, 4) y se da cuenta de que ahora está admirando un universo, completamente simétrico al de los nueve círculos de los que procedía. Aquí está el empíreo a su vez formado por nueve círculos espirituales, que convergen hacia un punto muy brillante (rayo de luz puntiagudo si) en el que Dante reconoce la Unidad y la Trinidad de Dios (Par. XXVIII, 16).



Estamos frente a la visión cuatridimensional del universo que consiste en nueve esferas planetarias de radio creciente desde la Tierra hasta el Primer Móvil, y nueve esferas celestiales de radio decreciente y velocidad de rotación creciente. Desde la esfera de radio máximo, mirando de un lado, se pueden ver todos los cielos planetarios, incluyendo la Tierra, y, mirando del otro lado, todos los coros angélicos en esferas concéntricas que en otro hemisferio se cierran alrededor de la Divina Trinidad!

Y así Dante, tan ligado a la geometría euclidiana, concibió una cosmología que sólo podía ser representada a través de los esquemas no euclidianos de la geometría cuatridimensional de Riemann.

Desconcertantes son algunas referencias que Dante hace al concepto de espacio y tiempo que surgen en algunos pasajes, como cuando (Par. I, 91) desde la cima de la montaña del Purgatorio sube vertiginosamente al Cielo a la velocidad de un rayo *«... el rayo, huyendo de su propio sitio, no corrió como tú»*. A una velocidad cercana a la de la luz, desde la altura del octavo cielo (Par. XXII, 153), girando sobre la Tierra, es capaz de distinguir las colinas y las bocas de los ríos *«El parterre de flores que nos hace tan feroces/.todos se me aparecieron desde las colinas hasta las bocas»*.

Así que incluso cuando Beatriz se alejó para subir a la región más alta de la atmósfera, la distancia sideral y el vehículo interpuesto no impidieron a Dante ver su visión perfectamente clara. Donde gobierna Dios, y las leyes naturales del espacio y el tiempo ya no son válidas *«... Dios sin un medio gobierna, la ley natural de la nada no es relevante»* (Par. XXX, 123). La dimensión espacial, casi en un sentido relativista, se saltó completamente, así como la dimensión temporal cuando se recuerda la empresa de los argonautas (Par. XXXIII, 94) ahora veinticinco siglos después.

Dante, queriendo enumerar el infinito de la multitud de ángeles, inventó el término *s'inmilla* (Par. XXVIII, 93) recurriendo al concepto geométrico aristotélico de infinito, vinculado a las progresiones geométricas a través del premio exigido por el inventor del ajedrez Sissa Nassir, con la duplicación de los granos de trigo para cada una de las 64 casillas de las que se compone el juego, por un número de granos igual a unos mil millones, contados 64 mil millones de veces.

Estamos en la apoteosis del poema y la clave de su interpretación, que para el hombre de ciencia se encuentra en los últimos 22 versos (Par. XXXIII, 124–145).

En el supremo del empíreo, al empujar su mirada al altísimo misterio de la Encarnación, Dante recurre al alto misterio matemático de la imposible cuadratura del círculo y la trascendencia [4] de π. Después de contemplar la interpenetración entre los tres círculos de la Trinidad, fija su atención en el círculo medio del Dios Hijo, con la «efigie» humana que Cristo vistió en la encarnación. Dante se esfuerza por penetrar en el misterio de cómo la imagen

[4] Un número es trascendente cuando no es solución de una ecuación algebraica con coeficientes enteros.

ISSN 1988-5318

del Hombre-Dios podría adoctrinar, es decir, coincidir con la forma perfecta y regular del círculo y estar de acuerdo con él, es decir, encontrar un lugar en él.

El Misterio de la Encarnación, incomprensible sólo por las fuerzas de la razón, se compara exactamente con el del geómetra que, por mucho que luche, nunca encontrará la solución al imposible problema de la cuadratura del círculo. La limitada mente humana, aunque fortalecida por su cercanía a Dios, no puede por sí sola explicar la trascendencia de la encarnación, que va más allá de su capacidad con la observación de que *«no era sus propias plumas»*. Las plumas representan precisamente el símbolo de la impotencia humana para empujarse con el único y pobre medio de la razón, dentro de ese misterio inefable.

La parte central de los 22 versos contiene el secreto del principio del que carecen todos los matemáticos humanos. Sólo Dios el Padre Celestial contiene el misterio del *«principio que él indica»*, el misterio del cual, como trascendente, sólo Dios puede captar en su totalidad. Y aquí la llamada a la misteriosa cita evangélica (Mt, 24–36): *«nadie lo sabe... ni siquiera el Hijo, sino sólo el Padre»*.

Desde la intensa invocación a la ciencia, hecha en el Convivio, la Divina Comedia termina con el fracaso del potencial especulativo que ofrece, hasta la evidente impotencia de la muy segura Geometría; de ello se deduce que la racionalidad por sí sola no puede permitir al hombre llegar a las últimas verdades.

Entre la belleza y la riqueza de tanta poesía, tal fue uno de los principales objetivos de la obra. Ante la angustia de cómo una efigie humana en un círculo podría adoctrinar, el pueda y el quiera, la habilidad y la voluntad no son suficientes. Para la verdad, la salvación y la felicidad en la tierra, los filósofos, profesores, espíritus magníficos, pastores y sabios están todos en el mismo nivel. La mayor sabiduría nunca engaña ni crea presunción; todos ellos con humildad ante el misterio, parados con sus cinturones a los costados, siempre en el camino y con ansiedad intelectual y voluntad, tanto para distinguir dentro del mundo lo oculto y lo visible, pero sobre todo para continuar, en un trayecto igualmente movido, a girar, y luego a peregrinar, con el amor que mueve el sol y las otras estrellas.

A lo largo de la canción surge la persecución hacia el deseo de percibir lo inconmensurable y penetrar en lo trascendente. La fe no es un don estancado, es sobre todo el aprendizaje, el deseo y la búsqueda del propio ser; el verdadero creyente es aquel que, ante las nuevas fronteras de la ciencia, no teme hacerse preguntas ni encontrar respuestas.

Referencias

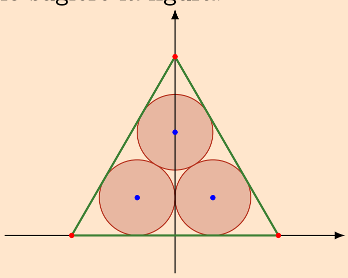
[1] Dante Alighieri, *Divina Comedia* (licencia Creative Commons) [5]

■

Concurso de problemas

Problema propuesto

En un triángulo equilátero cuyo lado mide $2+2\sqrt{3}$ centímetros inscribimos tres círculos de idéntico radio, tal como sugiere la figura.



- Determina el radio de los círculos.
- Supongamos que el triángulo ha sido posicionado, respecto de los ejes de coordenadas, como indica la imagen (un lado sobre el eje de abscisas y el vértice opuesto en la parte positiva del eje de ordenadas). Calcula las coordenadas de los vértices del triángulo y de los centros de las circunferencias.

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un estupendo ***reloj inteligente (smartwatch)*** y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico `bmatema@ual.es` ***hasta el 15 de octubre***.
Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

[5] *http://ri.uaemex.mx/bitstream/handle/20.500.11799/64682/LA+DIVINA+COMEDIA.pdf?sequence=1*.

ISSN 1988-5318

Resultado del concurso del número anterior

Juan Fco. Cuevas

En esta edición el jurado ha decidido otorgar el premio a la solución enviada por Juan Francisco Cuevas Rodríguez, estudiante de 1.º de Bachillerato del *IES Campos de Níjar* (Campohermoso, Almería).

Nuestra más sincera enhorabuena al ganador.

Problema propuesto en el número anterior

A Ana y Blas les gusta comer chocolate juntos. La tableta que se van a comer tiene unas dimensiones de 15×10 cm. Para comerse la tableta usan el siguiente procedimiento: parten la tableta en 6 trozos iguales, de los cuales, Ana coge 2 y Blas 1. En la siguiente ronda, dividen cada uno de los 3 trozos restantes en dos partes iguales, con lo que vuelven a tener 6 trozos iguales. En esta ocasión se intercambian los papeles y ahora Blas coge 2 y Ana solo 1. En la tercera ronda, siguen el mismo procedimiento intercambiándose de nuevo los papeles, con lo que Ana coge 2 trozos y Blas solamente 1.
Si siguieran este procedimiento indefinidamente, ¿qué proporción y qué superficie de la tableta de chocolate se comería cada uno?

Solución del problema propuesto:

Obviando el tamaño real de la tableta, considerando de momento la cantidad de las porciones respecto a la tableta total, se establecen una serie de criterios para calcular la cantidad que han comido ambos jugadores (expresando las porciones que se han comido mediante fracciones):

- Los numeradores 1 y 2 se van a ir alternando (se alterna el número de piezas que coge el jugador en cada turno)
- Los denominadores de un turno n son el doble de grandes que en el turno $n-1$. (Tras cada turno el tamaño de las piezas se reduce a la mitad, o dicho de otra manera, se dobla el denominador)

Con A (de Ana) y B (de Blas) expresamos mediante una suma infinita convergente (debe converger en algún momento, sólo tenemos una tableta y si no converge, ¡se comerían tabletas infinitas!) la cantidad que se han comido. Nótese que el conjunto de lo comido por Ana y lo comido por Blas, al cabo de infinitos turnos, debe ser la tableta, es decir $A+B=1$.

$$A = \frac{2}{6} + \frac{1}{12} + \frac{2}{24} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n}} + \frac{2}{3 \cdot 2^{2n+1}} + \cdots$$
$$B = \frac{1}{6} + \frac{2}{12} + \frac{1}{24} + \frac{2}{48} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n+1}} + \frac{2}{3 \cdot 2^{2n+2}} + \cdots$$

Con estas dos fórmulas expresamos la cantidad que se comen estos dos jugadores. Nótese que en estas sumas podemos expresar los denominadores como $3 \cdot 2k$.

Si nos fijamos bien, en la suma A, cuando el numerador sea par, k es impar y viceversa. En la suma B es totalmente al revés, cuando el numerador es par, k también es par.

Esto nos permite escribir ciertos términos respecto a los turnos $2n$, $2n+1$ y $2n+2$ (si nos fijamos bien, el exponente de 2 es, a su vez, el turno en el que nos encontramos).

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n}} + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n}} + \cdots$$
$$B = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n+1}} + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n+1}} + \cdots$$

En este paso únicamente hemos simplificado todas las fracciones que se podían simplificar. Vemos que nos quedan parejas de fracciones que son iguales, tanto en la suma A ($1/12$, por ejemplo) como en la suma B ($1/24$). Además los términos generales nos verifican que hay infinitas parejas consecutivas (se verifica para cualquier n perteneciente al conjunto de los números naturales, es el principal motivo por el que he decidido escribir términos generales). Sumemos esas parejas y veamos que le ocurre a la suma.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{3} + \frac{2}{12} + \cdots + \frac{2}{3 \cdot 2^{2n}} + \cdots \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n-1}} + \cdots \\ B &= \frac{2}{6} + \frac{2}{24} + \cdots + \frac{2}{3 \cdot 2^{2n+1}} + \cdots \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n}} + \cdots \end{aligned}$$

Desarrollamos y simplificamos las sumas. Podemos expresar B de manera similar a como está representado A:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n-1}} + \cdots \\ B &= \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n}} + \cdots \\ &= \frac{1}{3} + \frac{\frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n-1}} + \cdots}{2} \end{aligned}$$

Ahora, podemos nombrar a la suma infinita

$$\frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{3 \cdot 2^{2n-1}} + \cdots$$

como S (debemos resaltar que si vamos sustituyendo valores de n para obtener los términos de S, los denominadores serán cuatro veces más grandes que del término anterior, es decir, que los siguientes términos son $\frac{1}{24}, \frac{1}{96}, \ldots$). Es decir, tenemos que $A = \frac{1}{3} + S$, $B = \frac{1}{3} + \frac{S}{2}$. Además, $A+B=1$. Con estos datos podemos determinar el valor de las tres variables:

- $A+B=1 \Rightarrow \dfrac{1}{3} + S + \dfrac{1}{3} + \dfrac{S}{2} = 1 \Rightarrow S + \dfrac{S}{2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{3S}{2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow S = \dfrac{2}{9}$.

ISSN 1988-5318

- $A = \frac{1}{3} + S \Rightarrow A = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} \Rightarrow A = \frac{5}{9}$.
- $B = \frac{1}{3} + \frac{S}{2} \Rightarrow B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \Rightarrow B = \frac{4}{9}$.

Calculamos el área real de la tableta, y junto con las porciones de la tableta que se ha comido cada jugador, calculamos la cantidad real que han comido ambos jugadores (la cantidad real que se ha comido cada jugador es la cantidad de tableta que se ha comido cada jugador por las dimensiones de la tableta entera).

Desde la primaria sabemos que el área de un rectángulo (como R) es el producto de la base por la altura, tenemos que $R = 15 \cdot 10 \Rightarrow R = 150\,\mathrm{cm}^2$. Obtenemos así la cantidad que se ha comido cada jugador:

- $A_{real} = A \cdot R \Rightarrow A_{real} = \frac{5}{9}150\,\mathrm{cm}^2 \Rightarrow A_{real} = 83{,}33\,\mathrm{cm}^2$ aproximadamente.
- $B_{real} = B \cdot R \Rightarrow B_{real} = \frac{4}{9}150\,\mathrm{cm}^2 \Rightarrow B_{real} = 66{,}67\,\mathrm{cm}^2$ aproximadamente.

En este punto he de decir que el ejercicio podía haber sido solucionado de una manera mucho más directa, pero sería necesario el conocimiento de una fórmula un tanto específica; S puede ser tratado como una progresión geométrica de proporción positiva menor que 1. Tenemos el término general de esta expresión ($a_n = \frac{1}{3\cdot 2^{2n-1}}$), y podemos sacar cualquier otro término sustituyendo la n por un natural.

Con dos términos cualesquiera (consecutivos preferiblemente) podemos encontrar la proporción (representada con la letra r). En efecto, si cogemos $a_1 = \frac{1}{6}$ y $a_2 = \frac{1}{24}$, dividiendo a_2 entre a_1 (o a_n entre a_{n-1}). En este caso, $r = \frac{1}{4}$.

Con estos datos, empleamos la fórmula de la suma de infinitos términos de una progresión geométrica: $S = \frac{a_1}{1-r}$.

Si sustituimos a_1 y r en el desarrollo, podemos ver que, efectivamente, el resultado es $\frac{2}{9}$.

No he optado por tomar este camino principalmente, aunque también lo haya expresado, porque requiere conocer fórmulas que no siempre son conocidas, o que no tenemos por qué acordarnos de ellas, y siempre es más elegante resolver un problema de la manera más sencilla posible.

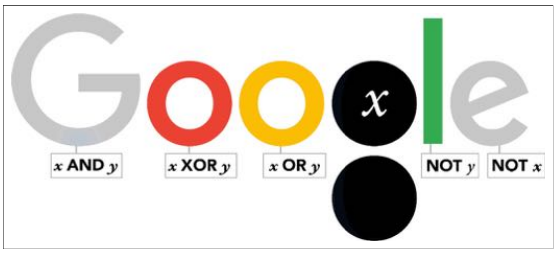
HISTORIA Y SUS PERSONAJES

George Boole

Su estructura algebraica y los ordenadores

Blas Torrecillas Jover
Universidad de Almería

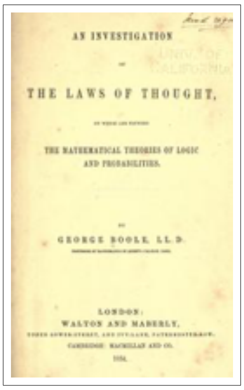
En 2015 la *Universidad de Cork* (Irlanda) celebró el segundo centenario del nacimiento de George Boole (1815–1864), uno de sus más insignes profesores con reconocimiento internacional. También en su honor Google le dedicó su «doodle».



Boole nace el dos de noviembre de 1815 en Lincoln (Reino Unido) en el seno de una familia humilde. Su padre, de oficio zapatero, era muy apasionado a los instrumentos científicos, logrando acercar las ciencias a su hijo. En la escuela, Boole se sintió inclinado al estudio de las lenguas clásicas, latín y griego donde alcanzó gran nivel. Con dieciséis años empezó a trabajar de ayudante con un maestro local y a partir de ahí se dedicaría por completo a la enseñanza, en principio en varios colegios de su propiedad y finalmente en la universidad.

Una de las peculiaridades de este matemático es que nunca tuvo un título académico, su formación fue autodidacta.

En 1844 publicaría su primer trabajo matemático en la revista *Transactions of the Royal Society*, donde utilizó métodos algebraicos para resolver ecuaciones diferenciales.



Por este trabajo consiguió la medalla de la *Royal Society* obteniendo reconocimiento y cierta fama. En 1848, consiguió la plaza de profesor de matemáticas en el *Queen College* de Cork apoyado, entre otros matemáticos, por De Morgan. Boole desempeñó este puesto el resto de su vida.

Su aportación más valiosa a la ciencia, como él mismo reconocía, fue su teoría de lógica y probabilidad. Sería en 1854 cuando publica su trabajo más importante y por el que le recordamos: *An investigation into the Laws of Thought, on Which are founded the Mathamatical Theories of Logic and Probabilities.*

En este artículo introduce una estructura algebraica, que en su honor hoy la conocemos como *álgebra de Boole*. Esta estructura permite el estudio de la lógica y probabilidad con herramientas algebraicas. Su aportación fue fundamental en el desarrollo de los ordenadores un siglo después. Los conectores lógicos «y», «o» y la negación tienen una realización práctica con circuitos electrónicos.

La importancia de esta estructura fue reconocida por el propio Boole que la consideró su mayor aportación a las matemáticas y por la que le gustaría ser recordado, como así ha sido. La formulación axiomática del razonamiento lógico es indudablemente un avance para el desarrollo de la tecnología digital.

Desgraciadamente Boole murió en 1864 con tan sólo cuarenta y nueve años y en plena madurez intelectual. Un resfriado, resultado de dar clase totalmente empapado en un día de lluvia, se transformó en una pulmonía y le produjo la muerte. Dejó viuda a Mary Everest sobrina de Sir George Everest, el explorador que dio nombre al Monte Everest), y cinco hijas huérfanas.

Publicó 50 artículos y obtuvo el reconocimiento de sus colegas, habiendo sido nombrado *Fellow* de la prestigiosa *Royal Society* y doctor *honoris causa* por las universidades de Dublín y Oxford.

Para saber más se puede leer [1] o consultar su biografía en la red que aparece en *MacTutor* [2]. Son interesantes también varios vídeos en español que se pueden encontrar en *YouTube* sobre su vida y su trabajo.

Referencias

[1] D. MacHale (2014). *The Life and Work of George Boole. A Prelude to the Digital Age*. Cork University Press.

[2] *mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Boole.html*

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Las epidemias y los métodos numéricos

Juan José Moreno Balcázar
Universidad de Almería

He de empezar advirtiendo que no espere el lector que le hable del virus SARS CoV–2 (COVID–19), nuestro desgraciadamente conocido coronavirus. El motivo lo explicaré al final de este pequeño artículo. Llevo enseñando métodos numéricos en la extinta Licenciatura de Matemáticas y en el actual Grado en Matemáticas durante más de 25 años. Cuando llego al tema de resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), me gusta poner ejemplos de sistemas de EDO provenientes de modelos donde los métodos numéricos sean imprescindibles, y ahí la teoría de epidemias da mucho juego.

La palabra *epidemia* viene del griego *epi* (sobre) y *demos* (pueblo) y de acuerdo al diccionario de la RAE *«enfermedad que se propaga durante algún tiempo por un país, acometiendo simultáneamente a gran número de personas»*. Cuando afecta a más de un país se llama *pandemia*. Ejemplos de enfermedades que afectan al ser humano y que pueden conducir a epidemias son: el cólera, el ébola, la peste, la gripe, el sarampión, la sífilis, el SIDA, la viruela, la varicela, el COVID–19, etc.

Algunas de estas epidemias como la peste o la viruela, hoy por fortuna erradicadas, han causado estragos en la Humanidad y otras intentan causarlo. Por otra parte, algunas de estas enfermedades, por ejemplo sarampión o varicela, proporcionan *inmunidad*, es decir, que el individuo que la adquiere si se recupera no vuelve a contagiarse.

El estudio de las epidemias desde el punto de vista médico se remonta a Hipócrates (460 a.C.–377 a.C.), aunque los primeros avances importantes son del siglo XIX (Pasteur, Koch,. . .).

El uso de las matemáticas para analizar enfermedades empieza en 1911 con el modelo introducido por el *Premio Nobel* de Medicina de 1902, Sir Ronald Ross (1857–1932), para analizar la propagación de la malaria. Sin embargo, el primer acercamiento al análisis matemático de una enfermedad es debido a Daniel Bernoulli (1700–1782) que en 1760 estudió la viruela en la población francesa.

El modelo introducido por Ross, conocido como modelo SI, es demasiado simple pues supone la existencia de solamente dos poblaciones: los susceptibles (S) y los infectados (I).

Iremos a un modelo mejorado: el *modelo SIR* o *modelo de Kermack–McKendrick* de 1927. En este modelo existe una tercera población: los recuperados (R). El sistema no lineal de EDO al que se llega para estudiar la evolución de la epidemia con respecto al tiempo t es:

$$\begin{aligned} S'(t) &= -\alpha S(t)I(t), \\ I'(t) &= \alpha S(t)I(t) - \beta I(t), \\ R'(t) &= \beta I(t), \\ S(0) = s_0 > 0, &\quad I(0) = i_0 > 0, \quad R(0) = 0. \end{aligned}$$

Aclaremos algunas cuestiones fundamentales:

- La población siempre es fija, es decir, $S(t) + I(t) + R(t) = N$. En el instante inicial, $t = 0$, no hay recuperados por eso $R(0) = 0$.
- La enfermedad no tiene un período latente, es decir, se desarrolla justo cuando se produce el contagio.
- Todos los individuos susceptibles tienen la misma propensión o susceptibilidad para adquirir la enfermedad y todos los infectados tienen la misma capacidad de transmitir la enfermedad.

 ISSN 1988-5318

- α se conoce como *velocidad de transmisión de la enfermedad*. Se suele expresar como $\alpha = p \cdot c$, donde p depende de la enfermedad con $0 < p < 1$ y c es el número medio de contactos con infectados. La constante β es la tasa de recuperación.

Usando que $S(t) + I(t) + R(t) = N$ el sistema se transforma en

$$\begin{aligned} S'(t) &= -\alpha S(t)I(t), \\ I'(t) &= \alpha I(t)\left(S(t) - \gamma\right), \\ S(0) &= s_0 > 0, \quad I(0) = i_0 > 0, \end{aligned}$$

donde $\gamma = \dfrac{\beta}{\alpha}$ y $R(t) = N - S(t) - I(t)$.

Este sistema no tiene una solución en términos analíticos y ha de ser abordado necesariamente con técnicas de análisis numérico. Sin embargo, antes de aplicarle un método numérico para su resolución es conveniente observar lo que **más nos interesa**: el crecimiento de los infectados que viene determinado por la ecuación

$$I'(t) = \alpha\, I(t)\left(S(t) - \gamma\right).$$

El signo de $I'(t)$ nos determina el crecimiento o decrecimiento de $I(t)$, pero este sólo depende del signo de $S(t) - \gamma$ puesto que α e $I(t)$ son positivos.

Luego, $I(t)$ es creciente cuando $S(t) > \gamma$ y decreciente cuando $S(t) < \gamma$. Y ahí está la clave: cuando $S(t) < \gamma$ la curva de los infectados empezará a decaer (mejor dicho a decrecer) u otras expresiones que se usan en los medios. . .

Veamos un ejemplo con datos simulados y resuelto con un método numérico adecuado. Los datos y la gráfica de la tres poblaciones se representan en la Figura 1.

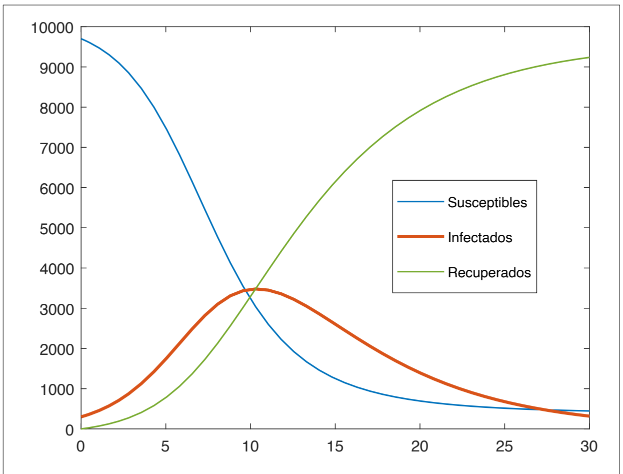


Figura 1: $N = 10\,000$, $\alpha = 6 \cdot 10^{-5}$, $i_0 = 300$, $s_0 = 9700$, $r_0 = 0$ *y* $\beta = 0{,}18$

La curva en color rojo que representa el número de infectados es la que más se suele ver en los medios de comunicación cuando hay una epidemia, pero también es de mucho interés la *curva epidémica* que nos describe el crecimiento de los infectados, es decir, $I'(t)$ y que se puede ver en la Figura 2.

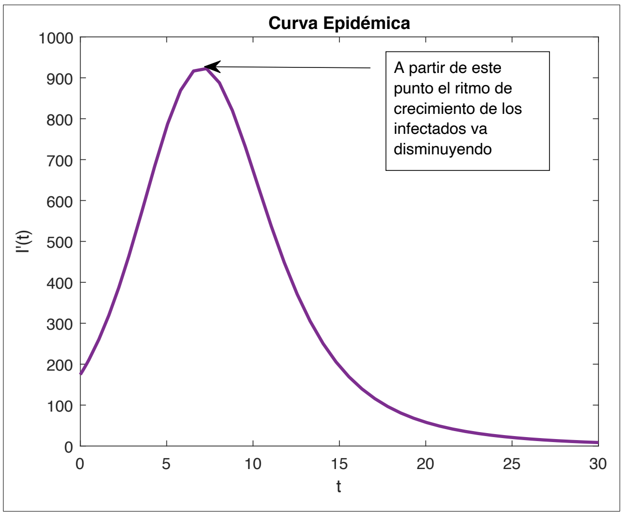


Figura 2: Curva epidémica

Por cierto, de acuerdo al modelo de Kermack y McKendrick no todos los susceptibles llegan a infectarse y la epidemia desaparece con el tiempo ($t \to \infty$). De hecho, prueban que

$$\lim_{t\to\infty} R(t) = r_\infty, \quad \lim_{t\to\infty} I(t) = 0, \quad \lim_{t\to\infty} S(t) = N - r_\infty,$$

donde r_∞ es la única raíz positiva de la ecuación

$$N - x = s_0\, e^{-x/\gamma}.$$

En nuestro ejemplo, la ecuación es

$$10000 - x = 9700 \exp\left\{-\frac{6 \cdot 10^{-5}}{0{,}18} x\right\},$$

y dejo al lector su resolución (numérica claro).

En conclusión, el modelo SIR es un modelo muy simple que sirve para hacerse una idea de cómo puede evolucionar una epidemia, pero que se ha mejorado mucho a lo largo de los años, por ejemplo, incluyendo un período de latencia, haciendo que N dependa de t, que α dependa del tiempo y muchas otras mejoras que ya se encuentran en los libros (por ejemplo, [1]).

¿Por qué no he hablado del COVID-19? Pues porque para hacer un modelo riguroso hay que tener más información de la que tenemos, es decir, unos datos reales de infectados (actualmente no se aplica el test con generalidad), conocimiento de la velocidad de transmisión de la enfermedad, del período en el que se puede infectar sin tener síntomas de la enfermedad, considerar modelos más elaborados como los estocásticos que involucran, como su nombre indica, ecuaciones diferenciales estocásticas, etc. Otra razón es que este artículo es puramente divulgativo.

Termino con una reflexión del presidente de la RSME en un mensaje del 31 de marzo a los miembros de esta sociedad matemática *«Se solicita prudencia en las manifestaciones en los medios sobre este asunto. No podemos entrar en una carrera alocada a ver quién hace la previsión que finalmente acierta. Nos puede hacer mucho daño como comunidad.»*

 ISSN 1988-5318

Referencias

[1] D.J. Daley y J. Gani, *Epidemic Modelling. An introduction*, Cambridge University Press, 2001.

[2] W.O. Kermack y A.G. McKendrick, *A contribution to the mathematical theory of epidemics*, Proccedings of Royal Society of London A, 115 (1927), 700–721.

[3] *http://matematicas.uclm.es/cemat/covid19/*.

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Matemáticas de una epidemia

¿Qué significa realmente doblegar la curva?

Juan Antonio López Ramos
Universidad de Almería

Desgraciadamente la expresión «doblegar la curva» se ha convertido en parte de nuestra vida desde hace ya aproximadamente un mes. En estos tiempos de tanto dolor por la pérdida de seres queridos, preocupación por los enfermos y sacrificio de tantos profesionales que velan por nuestra seguridad, nuestra salud y nuestro bienestar, todo ello a causa de un enemigo invisible, la gran mayoría de la población vive obsesionada por una palabra: curva.

Una curva, en términos matemáticos hace referencia a la representación gráfica de una función. Y es también en términos matemáticos como puede explicarse e interpretarse el comportamiento de una epidemia (o pandemia en este caso, que hace referencia a su extensión mundial).

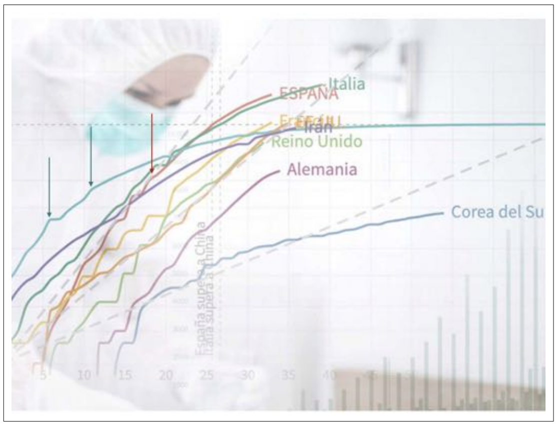
Hablando de forma muy simplificada, una epidemia puede modelarse matemáticamente en términos de una función matemática muy conocida, como es la función exponencial cuya base viene determinada por el número de personas a las que un enfermo contagia por término medio. Como es bien sabido, la curva correspondiente a una función exponencial es cóncava (desde arriba) y su crecimiento es más rápido conforme la base, es decir, ese número de contagios medios que se llevan a cabo, hablando en el tema que nos ocupa, es mayor. Por eso, esta nueva enfermedad crece en número de enfermos a una velocidad muchísimo mayor que la gripe, dado que este índice es bastante mayor.

Pero vamos a lo que nos preocupa, que es si hemos alcanzado o no el «pico de la curva» y hemos sido capaces así de doblegarla. En este punto hemos de distinguir dos curvas distintas.

Por un lado, tenemos la curva que representa el número de contagios diarios, lo que nos puede orientar sobre el número de personas con necesidades hospitalarias y que se va acumulando. A día de hoy tenemos bastantes más de 100 000.

Por el otro, el número de enfermos activos, que no son ni mucho menos esos 100 000 en el momento de escribir este artículo, puesto que en tal caso, estaríamos hablando de una catástrofe aún muchísimo mayor. Para ello vamos a observar dos imágenes a través de las cuales vamos a entender mejor si hemos alcanzado el pico, si hemos doblegado la curva y, lo más importante, si estamos venciendo a la enfermedad.

En esta primera imagen, tomada de la página web de RTVE, podemos observar, en los datos correspondientes a China, cómo la curva verde tiene, en principio, un crecimiento exponencial, con forma claramente cóncava. A continuación, a partir de la primera flecha verde, cambia la curvatura, para seguir de nuevo un crecimiento más atenuado, pero igualmente con forma cóncava para, finalmente, a partir de la segunda flecha verde, volverse una curva convexa y terminar casi haciéndose plana, es decir, crecimiento casi cero.

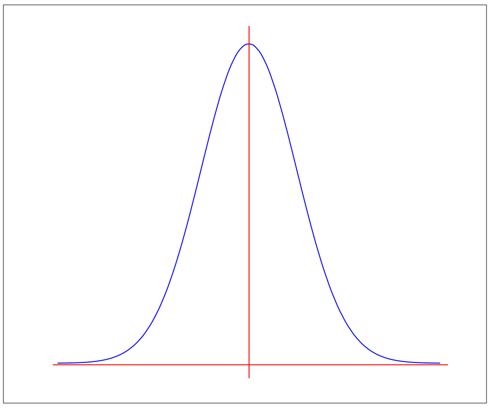


Así, el «pico de la curva» correspondiente al número de contagios tuvo lugar en la segunda flecha verde. Siguiendo el mismo razonamiento, fijándonos en el comportamiento de la curva de España, dicho pico, ya habría tenido lugar, dado que puede observarse que dicha curva en rojo, tiene ya desde hace unos días forma convexa. En este caso, nuestro pico es realmente un punto de inflexión.

¿Quiere decir esto que estamos venciendo ya a la enfermedad? Desgraciadamente la respuesta, a día de hoy es no. Para ello vamos a observar una segunda imagen.

En esta segunda imagen tenemos la forma que adopta la gráfica de una función que representa el número de casos activos, es decir, el número de personas que han contraído la enfermedad, menos el de aquellos que, o bien la han superado, o bien, desgraciadamente han fallecido a causa de la misma a lo largo de los días.

ISSN 1988-5318



De este modo, esta curva crecerá a medida que el número de nuevos contagios sea mayor que la suma del número de curados más el de muertes a causa de esta. ¿Cuándo se alcanzará el pico en este caso? Pues bien, sencillamente, cuando el crecimiento sea cero, es decir, cuando se alcance el máximo relativo de dicha función, y que será cuando el número de contagios se iguale a la suma anteriormente citada.

De este modo, para saber si estamos venciendo a la enfermedad, solamente tendremos que comparar el número de contagios nuevos con el número de curaciones más el de fallecimientos, deseando que sea este primer sumando, el de curaciones, lo máximo posible para que el descenso sea lo más acusado y haya el menor número de víctimas a causa de esta enfermedad.

No nos queda otra cosa que seguir apelando a nuestra responsabilidad y solidaridad con el resto de la sociedad para que ese ansiado pico se alcance lo antes posible y una vez hecho esto, el descenso sea también vertiginoso como resultado de la disminución de contagios como consecuencia de nuestro comportamiento y de la recuperación de los enfermos gracias al trabajo de los profesionales. ■

CULTURA Y MATEMÁTICAS

Yo, en Matemáticas, cazaba moscas

Lorenzo Hernández Villalobos
IES Gádor (Gádor, Almería)

Las matemáticas son un pilar fundamental de nuestra civilización, que nos ha hecho avanzar científica, social y tecnológicamente. Sin embargo, sigue siendo una de las asignaturas más temidas, aun cuando los graduados en esta especialidad son cada vez más demandados por el mercado laboral.

Los que aman las matemáticas lo hacen por su belleza intrínseca; por la eternidad de sus teoremas y la perfección de sus demostraciones; por la manera de plantear y resolver problemas; por la capacidad de encontrar simetrías y patrones insospechados; por el modo de razonar y resolver sus acertijos; y por muchas razones más que ponen a la mente al límite de la imaginación, transportándola mucho más allá de nuestro mundo físico. Por supuesto, los amantes valoran las aplicaciones en otras ramas del conocimiento y en infinidad de problemas sociales y cotidianos (la banca, Internet, redes sociales, seguros, transportes, telecomunicaciones. . .).

(1) $$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

(2) $$E = mc^2$$

(3) $$H = -\sum p(x) \log p(x)$$

Figura 1. (1) Ley de gravitación de Newton (1687); (2) Relatividad de Einstein (1905); (3) Teoría de la información de Shannon (1949)

Los que pertenecemos a las ciencias experimentales sabemos que son un ingrediente indispensable en la visión científica de la naturaleza y que son el lenguaje que formula las leyes, los modelos o las teorías que, literalmente, han cambiado el mundo (Figura 1).

No obstante, para un elevado porcentaje de personas sigue siendo esa materia que consistía en dividir polinomios sin saber muy bien el motivo. A este grupo suelen pertenecen los que afirman sin sonrojarse, casi con orgullo: *«yo, de matemáticas, no entiendo nada»*.

Se les denomina anuméricas y son incapaces de manejar conceptos básicos de matemáticas: como interpretar una gráfica sencilla, saber comparar distintas ofertas o pensar que comprar lotería en Doña Manolita aumenta la probabilidad de que les toque *El Gordo*.

En la actualidad, ser anumérico es un problema ya que, queramos o no, estamos bombardeados por una inmensidad de información matemática, en muchos casos errónea o, al menos, confusa.

El salario medio en España se sitúa en los 1.658 euros al mes, el más elevado desde que hay datos

Figura 2. Titular de prensa real sobre el salario medio (2019).

Así, abundan noticias donde nos anuncian el salario medio sin concretarnos el más frecuente, la moda (Figura 2); se emplean valores absolutos cuando deberían ser relativos; o se ilustran gráficas mostrando un falso rigor, utilizándolas de manera tendenciosa en vez de objetiva (Figura 3). Casi a diario nos encontramos titulares del tipo *«Ver la televisión acorta la vida hasta en cinco años»*, cuya estructura nos incita a pensar que una correlación implica automáticamente una causalidad.

Figura 3. Ejemplo de gráfica manipulada mostrada en televisión (2013).

ISSN 1988-5318

La información anumérica no es inocua, distorsiona nuestra manera de percibir el mundo y, por tanto, influye en nuestra forma de pensar y tomar decisiones: ¿Debo viajar en avión o en coche? ¿A quién voto? ¿Es buen momento para comprarme un piso? ¿Debo dejar de tomar un cierto medicamento porque un titular afirma que aumenta el riesgo de ataque al corazón hasta un 50 %?

Hoy más que nunca debemos dejar atrás la idea de la existencia de dos culturas (ciencias y humanidades) y si las matemáticas no constituyen parte de nuestra cultura general, porque preferimos cazar moscas, seremos más vulnerables a ser manipulados o engañados y, por tanto, menos libres. ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

La geometría del tenis

Juan Luis López Delgado
Estudiante del Grado en Informática de la UAL

¿Cuál es la principal diferencia entre un jugador de tenis profesional y un aficionado? Lo normal sería pensar que es el golpeo de la pelota lo que marca dicha diferencia. Sin embargo, este pensamiento no es correcto del todo. Lo que verdaderamente diferencia a un jugador profesional es la colocación en el momento en el que el contrario está golpeando.

La colocación es lo más importante en el tenis. Una buena colocación permite al jugador ejecutar la técnica de forma apropiada para no errar, o al menos dirigir la pelota adonde realmente desea.

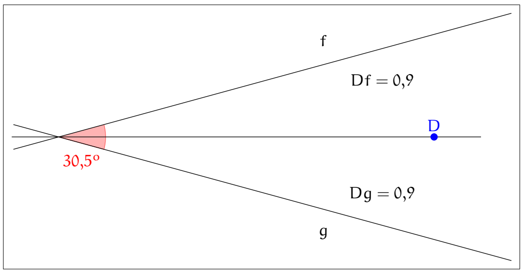
Una correcta colocación en el campo conlleva un menor gasto de energía para poder llegar a tiempo al lugar y en el momento adecuado para ejecutar correctamente los golpes. Por ello es de vital importancia conocer dónde colocarnos exactamente para recorrer el menor espacio posible. De este modo, nuestro esfuerzo será mucho menor, al tiempo que la probabilidad de ejecutar la técnica correctamente es mucho mayor.

Por tanto, debemos situarnos en un punto medio para que cuando el oponente nos devuelva el golpe, haya exactamente la misma distancia entre las líneas imaginarias formadas por las máximas aperturas que pueda conseguir el rival con su tiro de devolución, desde la posición en que se encuentre en ese momento.

Nuestra primera impresión podría ser que el lugar óptimo para colocarse es el centro de la pista. Sin embargo, cuando vemos un jugador profesional en la televisión, es muy poco probable que lo veamos exactamente en dicho centro de la pista, sino que lo vemos en la inmensa mayoría de las veces desplazado, aunque sea levemente, a uno de los laterales. Esto se debe a que para una correcta colocación no se toma como referencia el centro de la pista, sino que se escoge como punto de referencia la posición del jugador oponente y las posibles direcciones a las que puede dirigir sus tiros.

Así, una posición adecuada, en términos generales, es colocarnos en la mitad del ángulo que forma el contrario con ambas líneas imaginarias mencionadas antes, es decir, sobre la bisectriz de dicho ángulo.

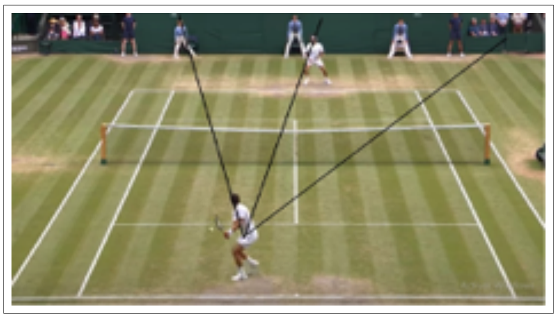
La bisectriz de un ángulo se define como la recta que divide al ángulo por la mitad pasando por el vértice.



En esta imagen podemos observar que la distancia del punto D a la recta f es igual a la distancia de dicho punto D a la recta g, exactamente, en este caso, 0,9, ya que D es un punto que está en la bisectriz de f y g.

Con esto, estamos demostrando que si un jugador se posiciona en la bisectriz del ángulo formado entre el contrario y las líneas imaginarias correspondientes a sus dos máximas amplitudes de golpeo, entonces la distancia hacia ambas posibles direcciones del golpe de su oponente es la misma y por tanto, su posibilidad de éxito en el siguiente golpe será mayor.

Observemos la siguiente imagen de la última final de Wimbledon entre Djokovic y Federer.



Como podemos observar, Federer, en la parte superior de la imagen, está esperando el golpeo de la bola por parte de su oponente, Djokovic. Federer está colocado en la bisectriz del ángulo mencionado anteriormente. Así, la distancia que debe recorrer sea cual sea la dirección del tiro que escoja finalmente Djokovic, será la misma hacia cualquiera de los dos lados. Las direcciones de tiro que se marcan en la foto de Federer y Djokovic son aproximadas, dado que apuntar a las esquinas de la pista casi garantiza el error.

En vista de esto, podemos comprender por qué Federer (por ejemplo) parece que no se mueve demasiado y casi no realiza esfuerzos en cada uno de sus elegantísimos golpes.

 ISSN 1988-5318

Es un jugador que se caracteriza por una precisión altísima, fruto de una técnica depurada, pero que es capaz de ejecutar con mucha precisión dado que en la mayoría de las ocasiones está perfectamente colocado para recorrer el mínimo espacio y tener el menor desgaste posible.

La teoría de la bisectriz no forma únicamente parte de la táctica del tenis, sino que muchos otros deportes siguen la misma idea para la mejora de su táctica defensiva.

Ejemplos parecidos los podemos encontrar en el bádminton, el voleibol o el vóley-playa. En otros casos, como el fútbol o el balonmano, el portero adopta una posición basada también en la bisectriz para cubrir la máxima cantidad de espacio y llegar lo antes posible al disparo del contrario que intenta anotar un tanto en la portería rival, donde el ángulo viene marcado por la posición del atacante y los palos de la portería. ■

Citas Matemáticas

«Poco importa quién llega primero a una idea, lo que es significativo es hasta dónde puede llegar esa idea.»

Sophie Germain (1776–1831), matemática, física y filósofa francesa.

«Creemos más en nuestro ego que en la evidencia racional.»

Cédric Villani (1973), matemático francés, medalla Fields.

Acertijos

Lotería de colores

Un bombo (como el de la lotería) contiene bolas blancas, negras, rojas y azules (15 de cada color). Se consideran ganadoras las parejas constituidas por una bola blanca y una bola negra, o bien, las formadas por una bola roja y una bola azul.

¿Cuántas bolas, como mínimo, deben extraerse del bombo para tener la certeza de conseguir, al menos, una pareja ganadora?

(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

Teníamos que asegurar el acceso al siguiente nivel de un juego, activando convenientemente un ascensor que cuenta con tres interruptores. Bajo cada interruptor existe una placa metálica. En la primera aparece escrita una R, en la segunda una A y, en la tercera, puede leerse RoA. Sobre una mesa pueden encontrarse tres imanes con las mismas inscripciones (R, A y RoA). De acuerdo con la información disponible:

1. Uno de los interruptores enciende una luz roja, otro una luz azul y otro enciende una luz roja o una luz azul (cambia de color con cada pulsación).
2. Cada una de las placas que aparecen bajo los interruptores posee una inscripción errónea.
3. Si colocas los imanes sobre las placas, de modo que la inscripción del imán indique acertadamente la función del interruptor, el sistema se activa y el ascensor te trasladará al siguiente nivel.
4. Si cometes un solo error al colocar los imanes, activas el sistema de descenso y expulsión del juego.
5. Puedes elegir libremente uno de los interruptores y pulsarlo una vez. Sin embargo, dos pulsaciones en un mismo interruptor, o en dos interruptores distintos, activarán el mecanismo de expulsión.

Pulsamos una vez el interruptor correspondiente a la placa RoA. Si se enciende una luz roja podemos afirmar que dicho interruptor enciende solo luces rojas (téngase en cuenta que la placa que aparece debajo es errónea).

El interruptor correspondiente a la placa A no puede encender luces azules exclusivamente (pues la placa también es errónea), ni tampoco luces rojas en todas las pulsaciones (pues tal interruptor ya ha sido detectado sobre la placa RoA). Por tanto, el interruptor situado sobre la placa A enciende luces azules o rojas (alternativamente).

Como consecuencia, el interruptor R enciende luces azules exclusivamente. Así pues, el ascenso está garantizado colocando el imán R sobre la placa RoA, el imán RoA sobre la placa A y el imán A sobre la placa R.

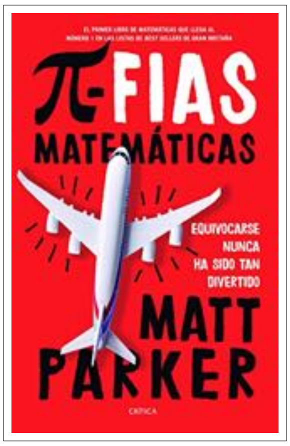
Razonando del mismo modo, si al pulsar el interruptor RoA se enciende una luz azul, descubriremos que el ascenso es seguro colocando el imán A sobre la placa RoA, el imán RoA sobre la placa R y el imán R sobre la placa A.

ISSN 1988-5318

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

π-fias matemáticas

Matt Parker.



Ficha Técnica
Editorial: Crítica.
313 páginas.
ISBN: 978-84-9199-191-5.
Año: 2020.

Habitualmente los libros de divulgación suelen presentar logros, decubrimientos, hechos históricos o hazañas científicas en aras de presentar el conocimiento científico en un lenguaje accesible.

En el texto que reseñamos en este número del boletín el enfoque es diferente. Se parte de fallos, errores o malinterpretaciones de conceptos matemáticos que, en algunos casos, han tenido consecuencias nada agradables.

Matt Parker es un matemático australiano cuyo canal de YouTube (*StandupMaths*) tiene —a día de hoy— más de medio millón de suscriptores. Parker, además, colabora en progamas de televisión, radio y realiza espectáculos en directo con un éxito encomiable.

Este es su segundo libro y, como he comentado, se enfoca en la presentación de situaciones en las que el mal uso (o no uso) de las herramientas matemáticas provocan fallos (graves en algunos casos).

El libro se estructura en 13 capítulos en los que el autor navega por cuestiones como el redondeo, la conversión de unidades, errores en ingeniería o en el tratamiento y presentación de datos, entre otros muchos conceptos.

En resumidas cuentas, un texto muy recomendable para todo tipo de público, redactado en un lenguaje muy accesible y lleno de ejemplos cercanos, que harán pensar al lector que las matemáticas están mucho más presentes en nuestras vidas de lo que algunas personas se imaginan.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Páginas web de interés

Acción Matemática contra el Coronavirus

http://matematicas.uclm.es/cemat/covid19/

El *Comité Español de Matemáticas* promovió la iniciativa «Acción Matemática contra el coronavirus» con el objetivo de poner la capacidad de análisis y modelización de la comunidad matemática a disposición de las autoridades.

La *página web* concentra los enlaces e información aportada por la comunidad matemática sobre acciones concretas que ya se están desarrollando. Al mismo tiempo se promueven acciones globales que puedan ser de utilidad a corto, medio o largo plazo.

Actualmente están disponibles los enlaces a grupos nacionales e internacionales con iniciativas al respecto, notas de prensa relacionadas, así como enlaces a las contribuciones enviadas por diferentes autores.

Resulta de gran interés bucear entre esos enlaces y observar los distintos modelos predictivos que se están utilizando así como la gran variedad de aportaciones que desde distintos ámbitos matemáticos se están realizando.

Dispone además de una sección de datos descargables de diferentes comunidades y agencias. También hay una sección dedicada a las diferentes convocatorias y retos que se organizan con este motivo.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

ISSN 1988-5318

TERRITORIO ESTUDIANTE

Números (casi) aleatorios

Paula Ortega Trigo
Joaquín Porcel Maleno
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

Generar un número aleatorio es algo necesario y muy común para resolver una gran cantidad de problemas científicos tales como la modelización del movimiento de átomos, técnicas de muestreo para obtener submuestras de una población, así como para poner a prueba la efectividad de un programa informático. También podemos encontrar estas técnicas en simulación o métodos de Monte Carlo y en sistemas criptográficos. Por ejemplo, cada vez que utilizamos tarjetas de crédito en cajeros automáticos o puntos de venta, se generan números aleatorios para cada transacción, los cuales serán utilizados en algoritmos de autenticación y cifrado.

Por suerte, para generar estos números de forma aleatoria tenemos varias opciones, entre las cuales estarían la generación de mecanismos físicos o la obtención de los mismos mediante un ordenador.

Sabemos que un ordenador fue concebido como una estructura que es capaz de procesar y obedecer órdenes puntuales y específicas en un entorno discreto y conocido, por tanto ¿sería posible generar números verdaderamente aleatorios? Así surgiría la idea de lo que conocemos como generador de números pseudoaleatorios (GNPA), un algoritmo que produce una secuencia de números que imitan las propiedades estadísticas de los números aleatorios.

John von Neumman

En 1946 John von Neumann desarrolló el método del cuadrado medio uno de los primeros métodos GNPA. El enfoque de este método en particular y en general de los primeros GNPA fue la búsqueda de números mediante operaciones aritméticas realizadas por un ordenador.

La idea era calcular el cuadrado de un número de ciertas cifras y considerar únicamente los dígitos de la posición central del mismo e iterar este procedimiento. El número de dígitos extraídos de la posición central debe coincidir con el número de dígitos del número de partida.

Por ejemplo, si partimos del número 385, nuestra secuencia sería la siguiente:

$$385 \to 385^2 = 148225 \Rightarrow 01\underline{482}25$$
$$482 \to 482^2 = 232324 \Rightarrow 02\underline{323}24$$
$$323 \to 323^2 = 104329 \Rightarrow \ldots$$

Cinco años después, el mismo matemático advertiría sobre el uso y los posibles errores que conllevaban: *«Cualquiera que considere métodos aritméticos para producir números aleatorios comete, por supuesto, un pecado mortal»*.

Como advirtió Von Neumann, elegir un número y usar un algoritmo está lejos de generar un verdadero número aleatorio. Si repetimos el algoritmo para 385 nos volverá a dar 482 cada vez que lo apliquemos, si conocemos el resultado de tirar nuestro «dado» no tiene mucho sentido llamarlo aleatorio.

Entonces, ¿deberíamos simplemente invertir en fábricas de dados o es posible mejorar los algoritmos generadores de números pseudoaleatorios?

Efectivamente se pueden buscar algoritmos más sofisticados, con los que poder obtener mejores resultados. El *Generador lineal congruencial* (GLC) y el *Mersenne twister* son dos ejemplos.

Para el GLC sólo se necesitan tres cosas, un número primo grande M que tomaremos como módulo, y dos números enteros: $0 < a < M$ y el segundo $0 \leq c < M$, multiplicador e incremento respectivamente.

A partir de una semilla (o valor inicial) con valor entre 1 y $M-1$ se calculan los siguiente términos de la sucesión: $z_{n+1} = f(z_n)$ con $n = 1, 2, ..., M-1$, siendo f definida para todo Z en $1, 2, .., M-1$.

f es de la forma: $f(z_n) \equiv a(z_{n-1} + c) \mod M$ (o qué número menor que M tiene el mismo resto al dividirlo por M que $a(z_{n-1} + c)$).

El resultado es una secuencia que empieza a repetirse al cabo de un número de pasos menor que M, como si diéramos saltos por un reloj de M horas.

Pero, ¿qué se puede hacer si no nos sirve un número pseudoaleatorio? ¿Hemos vendido muy rápido nuestras acciones en la fábrica de dados?

Para que un algoritmo provea un número verdaderamente aleatorio, los datos iniciales del algoritmo deben ser aleatorios a su vez. Aunque parezca que hemos entrado en una falacia, a este planteamiento ya se le ha dado respuesta mediante los llamados generadores de verdaderos números aleatorios. Se aprovecha un fenómeno físico observable para obtener una semilla aleatoria con la cual trabajar.

Estática de radio, ruido térmico (generado por la agitación de electrones en un conductor en equilibrio), la forma en la que se desincronizan dos relojes electrónicos, lanzar

 ISSN 1988-5318

fotones a través de un espejo semitransparente o monitorizar una lámpara de lava (*Lavarand*, patentado por *Silicon Graphics*) son algunas de las maneras que han ido surgiendo desde los años cincuenta.

Si bien es cierto que es una de las formas de obtener verdaderos números aleatorios, desde la sección estudiantil del boletín matemático se desaconseja el uso de lámparas de lava para sustituir los dados en una partida de parchís.

Referencias

[1] Park, S. K. and Miller, K. W. (1988). *Random number generators: good ones are hard to find*. Communications of the ACM. Vol. 31, 10. pp. 1192–1201.

■

Responsables de las secciones

Actividad Matemática en la UAL

- *Actividades organizadas*: Helena Martínez Puertas (hmartinez@ual.es) y Sergio Martínez Puertas (spuertas@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Inmaculada López García (milopez@ual.es).

De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria

- *Experiencias docentes*: David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), Nuria Pardo Vidal (penuria@gmail.com) y Aurora Sánchez Gordo (aurosanchezg@gmail.com).
- *Enseñanza bilingüe*: Jesús Pérez Castaño (jesus.perez.edu@juntadeandalucia.es).

Divulgación Matemática

- *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es), Florencio Castaño Iglesias (fci@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
- *Concurso de problemas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es), Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es), Francisco Luzón Martínez (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón Cerdán (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).

Territorio Estudiante: Natalia Expósito Salmerón (naexsal@gmail.com), Antonio Jesús Martínez Aparicio (angema8@gmail.com), Miguel Martínez Teruel (mglmtztrl@gmail.com), Paula Ortega Trigo (ortegatrigo612@gmail.com), Joaquín Porcel Maleno (j.porcelmaleno@gmail.com) y Álvaro Videgain Barranco (alvarovidegain4@gmail.com).

ISSN 1988-5318